

ISSN 1816-0301

# ИНФОРМАТИКА

2(50)

АПРЕЛЬ-ИЮНЬ  
2016

## **Редакционная коллегия:**

*Главный редактор*

**А.В. Тузиков**

*Заместитель главного редактора*

**М.Я. Ковалев**

*Члены редколлегии*

С.В. Абламейко, В.В. Анищенко, П.Н. Бибило, М.Н. Бобов,  
А.Н. Дудин, С.Я. Килин, В.В. Краснопрошин, С.П. Кундас,  
Н.А. Лиходед, П.П. Матус, С.В. Медведев, А.А. Петровский,  
Ю.Н. Сотсков, Ю.С. Харин, А.Ф. Чернявский, В.Н. Ярмолик  
Н.А. Рудая (*заведующая редакцией*)

---

*Адрес редакции:*

220012, Минск,  
ул. Сурганова, 6, к. 305  
тел. (017) 284-26-22  
e-mail: [rio@newman.bas-net.by](mailto:rio@newman.bas-net.by)  
<http://uiip.bas-net.by>

ОБЪЕДИНЕННЫЙ ИНСТИТУТ ПРОБЛЕМ ИНФОРМАТИКИ  
НАЦИОНАЛЬНОЙ АКАДЕМИИ НАУК БЕЛАРУСИ

---

---

# ИНФОРМАТИКА

---

---

ЕЖЕКВАРТАЛЬНЫЙ НАУЧНЫЙ ЖУРНАЛ

*Издается с января 2004 г.*

---

---

№ 2(50) • апрель-июнь 2016

## СОДЕРЖАНИЕ

### МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

- Громько Г.Ф., Ерофеев В.Т., Заяц Г.М.** Численное исследование структуры магнитного поля в цилиндрическом пленочном экране.....5
- Дудин С.А., Дудина О.С.** Многолинейная система обслуживания с повторными вызовами как модель соты сети связи.....19
- Клименок В.И.** Стационарные характеристики ненадежной системы массового обслуживания с групповым марковским потоком и резервным прибором.....30
- Гущинский Н.Н., Баттайа О., Долгий А.** Модель смешанного целочисленного линейного программирования для синтеза технологического процесса последовательной обработки группы деталей на поточной линии из станков со стационарным приспособлением .....41
- Прибыток Д.Г., Середин Э.Н.** Параллельный алгоритм моделирования трехмерного течения Стокса методом граничных элементов.....52

### РАСПОЗНАВАНИЕ ОБРАЗОВ

- Ковалев В.А.** Распознавание опухолей на ультразвуковых изображениях печени с использованием решающих правил.....59
- Краснопрошин В.В., Родченко В.Г.** Кластерные структуры и их применение в интеллектуальном анализе данных.....71

## ПРИКЛАДНЫЕ ИНФОРМАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ

<b>Хобня А.И., Левчук В.Д., Демиденко О.М.</b> Концептуальная модель механизмов обеспечения качества обслуживания в сетях с коммутацией пакетов.....	78
<b>Губич Л.В., Ковалев М.Я., Муха Н.П., Матюшенко Г.П.</b> Нормативно-правовые основы для реализации проектов по освоению информационных технологий в промышленности.....	88
<b>Стрижнев А.Г.</b> Влияние частот входных гармонических сигналов на динамические свойства систем автоматического управления.....	104

## ИНТЕЛЛЕКТУАЛЬНЫЕ СИСТЕМЫ

<b>Вишняков В.А.</b> Развитие интеллектуального управления с использованием облачных технологий.....	113
--	-----

---

---

Редактор Г.Б. Гончаренко  
Корректор А.А. Михайлова  
Компьютерная верстка О.Б. Бутевич

---

Сдано в набор 18.04.2016. Подписано в печать 16.05.2016.  
Формат 60×84 1/8. Бумага офсетная. Гарнитура Таймс. Ризография.  
Усл. печ. л. 13,9. Уч.-изд. л. 13,7. Тираж 70 экз. Заказ 4.

---

Государственное научное учреждение «Объединенный институт проблем информатики Национальной академии наук Беларуси».  
Свидетельство о государственной регистрации издателя, изготовителя, распространителя печатных изданий № 1/274 от 04.04.2014.  
ЛП № 02330/444 от 18.12.13.  
Ул. Сурганова, 6, 220012, Минск.

THE UNITED INSTITUTE OF INFORMATICS PROBLEMS  
OF THE NATIONAL ACADEMY OF SCIENCES OF BELARUS

---

---

# INFORMATICS

---

---

PUBLISHED QUATERLY

*Issued since 2004*

---

---

№ 2(50) • April-June 2016

## CONTENTS

### MATHEMATICAL MODELING

<b>Gromyko G.F., Erofeenko V.T., Zayats G.M.</b> Numerical simulation of magnetic field structure in cylindrical film screen .....	5
<b>Dudin S.A., Dudina O.S.</b> Multi-server rerial queueing system as a model of a mobile network cell .....	19
<b>Klimenok V.I.</b> Stationary characteristics of unreliable queueing system with batch markovian arrival process and reserve server .....	30
<b>Guschinsky N.N., Battaia O., Dolgui A.</b> MIP model for synthesis of manufacturing process structure for sequential batch machining at flow line of stationary machines .....	41
<b>Pribytok D.G., Seredin E.N.</b> Parallel algorithm for three-dimensional Stokes flow simulation using boundary element method.....	52

### PATTERN RECOGNITION

<b>Kovalev V.A.</b> A rule-based method for tumor recognition in liver ultrasound images.....	59
<b>Krasnoproshin V.V., Rodchanka V.G.</b> Cluster structures and their applications in data mining.....	71

## APPLIED INFORMATION TECHNOLOGIES

<b>Khobnia A.I., Liauchuk V.D., Demidenko O.M.</b> A conceptual model of quality of service mechanisms in packet-switched networks.....	78
<b>Gubich L.V., Kovalyov M.Y., Mukcha N.P., Matiushenko G.P.</b> Regulatory fundamentals for implementation of information technology projects in industry.....	88
<b>Stryzhniou A.G.</b> The influence of input harmonic signal's frequencies on control systems dynamics.....	104

## INTELLIGENT SYSTEMS

<b>Vishniakou U.A.</b> The development of intelligent management using cloud technologies .....	113
---	-----

## МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

УДК 537.8; 517.958

Г.Ф. Громько<sup>1</sup>, В.Т. Ерофеев<sup>2</sup>, Г.М. Заяц<sup>1</sup>ЧИСЛЕННОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ СТРУКТУРЫ МАГНИТНОГО ПОЛЯ  
В ЦИЛИНДРИЧЕСКОМ ПЛЕНОЧНОМ ЭКРАНЕ

*Разрабатывается численный метод решения краевой задачи для нелинейного уравнения магнитостатики, описывающей проникновение постоянного внешнего магнитного поля через цилиндрическую пленочную оболочку. Изучается математическая модель задачи экранирования, основанная на использовании граничных условий третьего рода на поверхности пленки. Нелинейная зависимость магнитной проницаемости пленки от напряженности магнитного поля согласовывается с экспериментальными данными. Численно исследуется распределение напряженности магнитного поля в слое пленки и магнитной проницаемости материала пленки в зависимости от величины напряженности внешнего магнитного поля.*

**Введение**

В настоящее время в современной технике разрабатываются электронные устройства, которые, как правило, чувствительны к воздействию внешних электромагнитных полей, в частности магнитостатических полей. В связи с этим актуальной является проблема электромагнитной совместимости технических систем и защиты приборов от внешних электромагнитных воздействий [1–3]. Для решения этой проблемы используются тонкостенные экраны и покрытия различной геометрии из специальных материалов. Как правило, для исследования экранирующих свойств экранов методами аналитического моделирования [4] рассматривают экраны геометрически правильной формы [5–7]. Важнейшую роль в математическом моделировании экранов играют численные методы решения краевых задач экранирования [8]. Также проводят натурные эксперименты по измерению коэффициентов эффективности экранирования полей экранами типовых геометрий [9, 10]. Большинство научных публикаций по проблемам экранирования связано с экранами, выполненными из материалов с постоянными магнитной и диэлектрической проницаемостями. Экспериментально установлено, что при увеличении внешнего поля эффективность экранирования возрастает, а в дальнейшем при сильных внешних полях падает [10]. Известно, что для эффективных экранов магнитная проницаемость нелинейно зависит от напряженности магнитного поля [11, 12]. Это требует изучения влияния нелинейных эффектов на прохождение полей через экран.

Целью настоящей работы является численное исследование поведения магнитной проницаемости материала пленки – основного параметра, обеспечивающего эффективность экрана, в зависимости от величины внешнего магнитного поля.

**1. Постановка задачи экранирования**

В пространстве  $R^3$  с цилиндрической системой координат  $O\rho\varphi z$  размещен цилиндрический экран  $D(R_1 < \rho < R_2, 0 \leq \varphi < 2\pi, -\infty < z < \infty)$  толщиной  $\Delta = R_2 - R_1$ , ограниченный цилиндрическими поверхностями  $\Gamma_1(\rho = R_1)$ ,  $\Gamma_2(\rho = R_2)$  (рис. 1). Экран выполнен из материала  $Fe_{20}Ni_{80}$  с относительной магнитной проницаемостью  $\mu \approx 10^3 \div 10^4$ . Внутри экрана в области  $D_1(0 \leq \rho < R_1)$  и вне экрана в области  $D_2(\rho > R_2)$  – вакуум ( $\mu=1$ ). Из области  $D_2$  на экран воздействует первичное магнитное поле  $\mathbf{H}_0 = -H_0\mathbf{e}_x$ ,  $H_0 = \text{const}$ . В результате

взаимодействия образуются следующие поля:  $\mathbf{H}_1$  – поле в  $D_1$ ,  $\mathbf{H}$  – поле в слое экрана  $D$ ,  $\mathbf{H}'_2$  – отраженное поле в  $D_2$ ,  $\mathbf{H}_2 = \mathbf{H}_0 + \mathbf{H}'_2$  – суммарное поле в  $D_2$ .

Магнитные поля выразим через потенциальные функции  $u_1, u, u'_2, u_0, u_2 = u_0 + u'_2$ :  $\mathbf{H}_j = -\text{grad } u_j$ ,  $j=1, 2$ ;  $\mathbf{H}_0 = -\text{grad } u_0$ ;  $\mathbf{H} = -\text{grad } u$ ,  $u_0 = H_0 \rho \cos \varphi$ . Потенциалы определим, решая краевую задачу магнитостатики.

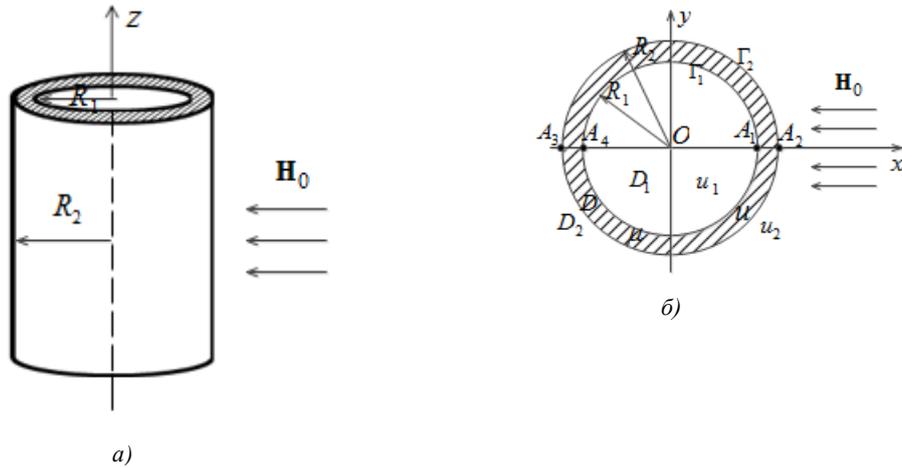


Рис. 1. Цилиндрический экран:  
а) пленочный экран под воздействием постоянного магнитного поля; б) сечение экрана

*Краевая задача 1.* Для заданного потенциала  $u_0$  требуется определить потенциалы  $u_1, u, u'_2$ , которые удовлетворяют:

– уравнениям [4, с. 15]

$$\Delta u_j = \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} \left( \rho \frac{\partial u_j}{\partial \rho} \right) + \frac{1}{\rho^2} \frac{\partial^2 u_j}{\partial \varphi^2} = 0 \text{ в } D_j \quad (j=1, 2), \quad u_2 = u_0 + u'_2; \quad (1)$$

$$\text{div}(\mu \text{grad } u) = \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} \left( \mu \rho \frac{\partial u}{\partial \rho} \right) + \frac{\partial}{\partial \varphi} \left( \frac{\mu}{\rho^2} \frac{\partial u}{\partial \varphi} \right) = 0 \text{ в } D, \quad (2)$$

$$\mu = \mu \left( \rho, \varphi, \frac{\partial u}{\partial \rho}, \frac{\partial u}{\partial \varphi} \right);$$

– граничным условиям сопряжения на поверхностях  $\Gamma_1$  и  $\Gamma_2$  [4, с. 185]

$$u|_{\rho=R_1} = u_1|_{\rho=R_1}, \quad \mu \frac{\partial u}{\partial \rho} \Big|_{\rho=R_1} = \frac{\partial u_1}{\partial \rho} \Big|_{\rho=R_1}, \quad 0 \leq \varphi < 2\pi; \quad (3)$$

$$u|_{\rho=R_2} = (u_0 + u'_2)|_{\rho=R_2}, \quad \mu \frac{\partial u}{\partial \rho} \Big|_{\rho=R_2} = \left( \frac{\partial u_0}{\partial \rho} + \frac{\partial u'_2}{\partial \rho} \right) \Big|_{\rho=R_2}, \quad 0 \leq \varphi < 2\pi; \quad (4)$$

– условию на бесконечности

$$\lim_{\rho \rightarrow \infty} u'_2 = 0. \quad \blacksquare \quad (5)$$

Решение задачи заключается в численном исследовании поведения магнитного поля в слое экрана  $D$ . Для определения потенциала  $u(M)$ ,  $M \in D$ , сформулируем краевую задачу для области  $D$  с использованием классических граничных условий третьего рода на поверхностях  $\Gamma_1$  и  $\Gamma_2$ , которые в рамках рассматриваемой математической модели краевой задачи (1)–(5) следуют из граничных условий (3), (4) с точностью до величины  $1/\rho^n$ ,  $n=2, 3, \dots$  ( $\rho \rightarrow \infty$ ) в области  $D_2$ . В результате такой формулировки поле в области  $D_2$  исключается из рассмотрения.

*Краевая задача 2.* При заданном внешнем магнитном поле  $H_0$  требуется определить потенциал  $u$  в области  $D$ , который удовлетворяет условиям

$$\frac{\partial}{\partial \rho} \left( \mu \rho \frac{\partial u}{\partial \rho} \right) + \frac{\partial}{\partial \varphi} \left( \frac{\mu}{\rho} \frac{\partial u}{\partial \varphi} \right) = 0 \quad \text{в } D; \quad (6)$$

$$\left( R_1 \mu \frac{\partial u}{\partial \rho} - u \right) \Big|_{\rho=R_1} = 0, \quad \left( R_2 \mu \frac{\partial u}{\partial \rho} + u \right) \Big|_{\rho=R_2} = 2H_0 R_2 \cos \varphi, \quad (7)$$

где  $\mu = \mu(|\text{grad } u(\rho, \varphi)|)$ . ■

## 2. Преобразование расчетной области краевой задачи

Величины задачи имеют физические размерности в системе СИ:  $[\rho, R_1, R_2, \Delta] = \text{м}$ ,  $[H, H_0] = \frac{\text{А}}{\text{м}}$ ,  $[u] = \text{А}$ ,  $[\mu] = 1$ . Для численной реализации задачи произведем ряд замен, полагая  $\mu = 10^3 \bar{\mu}$ ,  $H_0 = 10^2 \bar{H}_0$ ,  $H = 10^2 \bar{H}$ ,  $\Delta = 10^{-3} h$ ,  $R_2 = 10^{-2} R$ , где  $h$  – толщина экрана, мм;  $R$  – внешний радиус цилиндрического экрана, см;  $\bar{\mu}$  – нормированная относительная магнитная проницаемость,  $H = |\mathbf{H}| = |\text{grad } u|$ .

Введем новые координаты  $x, y$ :

$$\varphi = y, \quad \rho = (R_2 - R_1)x + R_1 = \Delta(x + \bar{\alpha}), \quad (8)$$

где  $\bar{\alpha} = \alpha - 1$ ,  $\alpha = \frac{R_2}{\Delta} = 10 \frac{R}{h}$ .

Преобразуем задачу (6), (7) в задачу для полукольца  $\bar{D}(R_1 \leq \rho \leq R_2, 0 \leq \varphi \leq \pi)$ , используя симметрию функции  $u$  и дополнительные граничные условия. На отрезках  $A_1 A_2$  и  $A_3 A_4$  (рис. 2, а) справедливы условия

$$\frac{\partial u}{\partial \varphi} \Big|_{\varphi=0} = 0, \quad \frac{\partial u}{\partial \varphi} \Big|_{\varphi=\pi} = 0. \quad (9)$$

Записывая уравнение (6) и граничные условия (7), (9) в новых переменных (8), сформулируем краевую задачу.

Краевая задача 3. Требуется определить потенциал  $u$  в области  $\Omega(0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq \pi)$  (рис. 2, б) при заданных  $R, h, \bar{H}_0$ , который удовлетворяет условиям

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( A \frac{\partial u}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( B \frac{\partial u}{\partial y} \right) = 0, \quad 0 < x < 1, \quad 0 < y < \pi; \quad (10)$$

$$\left( 10^3 (\alpha - 1) \bar{\mu} \frac{\partial u}{\partial x} - u \right) \Big|_{x=0} = 0, \quad 0 \leq y \leq \pi, \quad (11)$$

$$\left( 10^3 \alpha \bar{\mu} \frac{\partial u}{\partial x} + u \right) \Big|_{x=1} = 2 \bar{H}_0 R \cos y, \quad 0 \leq y \leq \pi;$$

$$\frac{\partial u}{\partial y} \Big|_{y=0} = 0, \quad \frac{\partial u}{\partial y} \Big|_{y=\pi} = 0, \quad 0 \leq x \leq 1, \quad (12)$$

где  $A = (x + \bar{\alpha}) \bar{\mu}(\bar{H})$ ,  $B = \frac{1}{(x + \bar{\alpha})} \bar{\mu}(\bar{H})$ . ■

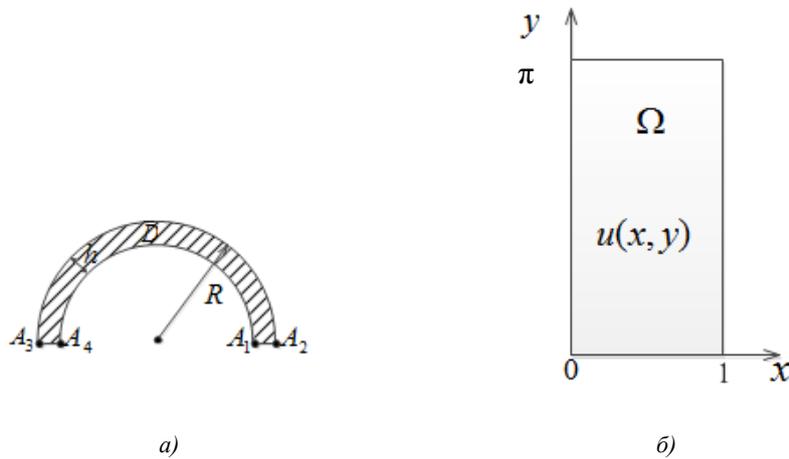


Рис. 2. Расчетная область:

а) полукольцо  $A_1 A_2 A_3 A_4$ ; б) полукольцо в преобразованных координатах

Зависимость магнитной проницаемости от магнитного поля с учетом экспериментальных данных [10] зададим формулой

$$\bar{\mu}(\bar{H}) = \frac{B_m(h) \bar{H} + C_1(h)}{\bar{H}^2 + C_2(h) \bar{H} + C_1(h)}, \quad 0 < h < 0,2, \quad (13)$$

где

$$C_1(h) = \frac{M(h) H_m^2(h)}{M(h) - 1}, \quad C_2(h) = \frac{B_m(h)}{M(h)} - 2H_m(h),$$

$$B_m(h) = 269,21679 \cdot h^2 - 100,3814 \cdot h + 12,346025,$$

$$H_m(h) = 13,461364 \cdot h^2 - 5,0167164 \cdot h + 0,6173063,$$

$$M(h) = 40,386796 \cdot h^2 + 9,94182 \cdot h + 7,80194;$$

$$\bar{H} = \frac{10}{h} \sqrt{\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)^2 + \frac{1}{(x+\bar{\alpha})^2} \left(\frac{\partial u}{\partial y}\right)^2}. \quad (14)$$

Здесь  $\bar{\mu}(H_m(h)) = M(h)$  – максимальное значение магнитной проницаемости (13) для экрана толщиной  $h$ ,  $H_m(h)$  – точка достижения максимума функции (13) для экрана толщиной  $h$ . Для  $h=0,1$  имеем  $B_m = 5$ ,  $H_m = 0,25$ ,  $M = 9,3$ .

### 3. Метод численного решения краевой задачи (10)–(14)

Для решения нелинейной задачи (10)–(14) воспользуемся конечно-разностным методом, согласно которому дифференциальные уравнения заменяются дискретными аналогами, полученными на разностной сетке [13].

Предварительно преобразуем граничные условия (11) к виду

$$\left( A \frac{\partial u}{\partial x} - 10^{-3} u \right) \Big|_{x=0} = 0, \quad 0 \leq y \leq \pi, \quad (15)$$

$$\left( A \frac{\partial u}{\partial x} + 10^{-3} u \right) \Big|_{x=1} = 2 \cdot 10^{-3} \bar{H}_0 R \cos y, \quad 0 \leq y \leq \pi.$$

Введем замену переменных  $x = x'$ ,  $y = \pi y'$ . Учитывая (15), рассмотрим следующую задачу (верхний символ ' опустим для упрощения записи): требуется определить потенциал  $u$  в области  $\tilde{\Omega} = \{(x, y) : 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1\}$  при заданных  $R, h, \bar{H}_0$ , который удовлетворяет условиям

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( A \frac{\partial u}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( B \frac{\partial u}{\partial y} \right) = 0, \quad 0 < x < 1, 0 < y < 1; \quad (16)$$

$$\left( A \frac{\partial u}{\partial x} - 10^{-3} u \right) \Big|_{x=0} = 0, \quad 0 \leq y \leq 1, \quad (17)$$

$$\left( A \frac{\partial u}{\partial x} + 10^{-3} u \right) \Big|_{x=1} = 2 \cdot 10^{-3} \bar{H}_0 R \cos \pi y, \quad 0 \leq y \leq 1;$$

$$\frac{\partial u}{\partial y} \Big|_{y=0} = 0, \quad \frac{\partial u}{\partial y} \Big|_{y=1} = 0, \quad 0 \leq x \leq 1, \quad (18)$$

где  $A = (x + \bar{\alpha}) \bar{\mu} \left( x, \frac{\partial u}{\partial x}, \frac{\partial u}{\partial y} \right)$ ,  $B = \frac{1}{\pi^2} \frac{1}{(x + \bar{\alpha})} \bar{\mu} \left( x, \frac{\partial u}{\partial x}, \frac{\partial u}{\partial y} \right)$ , а функция  $\bar{\mu}$  определяется формулой (13), в которой

$$\bar{H} = \frac{10}{h} \sqrt{\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)^2 + \frac{1}{\pi^2} \frac{1}{(x+\bar{\alpha})^2} \left(\frac{\partial u}{\partial y}\right)^2}. \quad (19)$$

В области решения задачи  $\tilde{\Omega}$  построим неравномерную сетку  $\bar{\omega} = \bar{\omega}_x \times \bar{\omega}_y$ , где  $\bar{\omega}_x = \{x_i \in [0,1], i = 0,1,\dots,N, x_0 = 0, x_N = 1\}$  и  $\bar{\omega}_y = \{y_j \in [0,1], j = 0,1,\dots,M, y_0 = 0, y_M = 1\}$  – неравномерные сетки по направлениям  $x$  и  $y$  соответственно;  $\Delta x_i = x_i - x_{i-1}$ ,  $\Delta y_j = y_j - y_{j-1}$  – сеточные шаги по соответствующим направлениям;  $(x_i, y_j)$  – узлы сетки  $\bar{\omega}$  (рис. 3, а). Обозначим  $\bar{\Delta x}_i = 0,5(\Delta x_i + \Delta x_{i+1})$  и  $\bar{\Delta y}_j = 0,5(\Delta y_j + \Delta y_{j+1})$ . Значения неизвестной функции  $u(x, y)$  в узлах сетки обозначим через  $u_{i,j}$ , т. е.  $u_{i,j} = u(x_i, y_j)$ ,  $i = \overline{0, N}$ ,  $j = \overline{0, M}$ . Обозначения для разностных производных введем в соответствии с [13].

С помощью метода контрольного объема построим неявную конечно-разностную схему, аппроксимирующую дифференциальное уравнение (16) со вторым порядком точности на введенной сетке. Для этого, проинтегрировав (16) по внутреннему контрольному объему  $[x_{i-0,5}, x_{i+0,5}] \times [y_{j-0,5}, y_{j+0,5}]$ , окружающему сеточный узел  $(x_i, y_j)$  (рис. 3, б),

$$\int_{x_{i-0,5}}^{x_{i+0,5}} \int_{y_{j-0,5}}^{y_{j+0,5}} \left( \frac{\partial}{\partial x} \left( A \frac{\partial u}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( B \frac{\partial u}{\partial y} \right) \right) dx dy = 0$$

и воспользовавшись некоторыми усреднениями на границах контрольного объема, получим разностную схему вида

$$\frac{1}{\Delta x_i} \left( A_{i+0,5,j} \frac{u_{i+1,j} - u_{i,j}}{\Delta x_{i+1}} - A_{i-0,5,j} \frac{u_{i,j} - u_{i-1,j}}{\Delta x_i} \right) + \frac{1}{\Delta y_j} \left( B_{i,j+0,5} \frac{u_{i,j+1} - u_{i,j}}{\Delta y_{j+1}} - B_{i,j-0,5} \frac{u_{i,j} - u_{i,j-1}}{\Delta y_j} \right) = 0, \quad (20)$$

$$i = \overline{1, N-1}, \quad j = \overline{1, M-1}.$$

Граничные условия (17), (18) аппроксимируем со вторым порядком точности, используя уравнение (16).

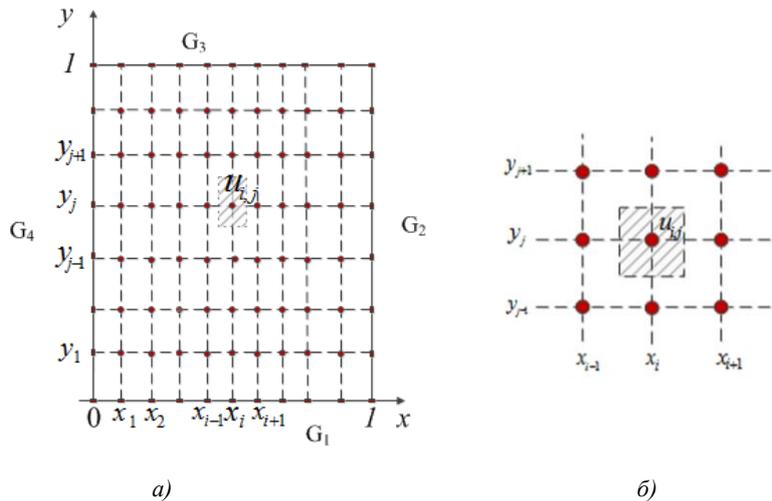


Рис. 3. Вычислительная область: а) сеточная область  $\bar{\omega}$ ; б) фрагмент сетки с контрольным объемом

На границе  $G_1 = \{(x, y) : 0 < x < 1, y = 0\}$  построим разностное соотношение

$$B_{i,0,5} \frac{u_{i,1} - u_{i,0}}{(\Delta y_1)^2} + \frac{1}{2\Delta x_i} \left( A_{i+0,5,0} \frac{u_{i+1,0} - u_{i,0}}{\Delta x_{i+1}} - A_{i-0,5,0} \frac{u_{i,0} - u_{i-1,0}}{\Delta x_i} \right) = 0, \quad i = \overline{1, N-1};$$

на границе  $G_2 = \{(x, y) : x = 1, 0 < y < 1\}$  –

$$A_{N-0,5,j} \frac{u_{N,j} - u_{N-1,j}}{(\Delta x_N)^2} - \frac{1}{2\Delta y_j} \left( B_{N,j+0,5} \frac{u_{N,j+1} - u_{N,j}}{\Delta y_{j+1}} - B_{N,j-0,5} \frac{u_{N,j} - u_{N,j-1}}{\Delta y_j} \right) + \frac{10^{-3} u_{N,j}}{\Delta x_N} =$$

$$= \frac{2 \cdot 10^{-3} \bar{H}_0 R \cos \pi y_j}{\Delta x_N}, \quad j = \overline{1, M-1}; \quad (21)$$

на границе  $G_3 = \{(x, y) : 0 < x < 1, y = 1\}$  –

$$B_{i,M-0,5} \frac{u_{i,M} - u_{i,M-1}}{(\Delta y_M)^2} - \frac{1}{2\Delta x_i} \left( A_{i+0,5,M} \frac{u_{i+1,M} - u_{i,M}}{\Delta x_{i+1}} - A_{i-0,5,M} \frac{u_{i,M} - u_{i-1,M}}{\Delta x_i} \right) = 0, \quad i = \overline{1, N-1};$$

на границе  $G_4 = \{(x, y) : x = 0, 0 < y < 1\}$  –

$$A_{0,5,j} \frac{u_{1,j} - u_{0,j}}{(\Delta x_1)^2} + \frac{1}{2\Delta y_j} \left( B_{0,j+0,5} \frac{u_{0,j+1} - u_{0,j}}{\Delta y_{j+1}} - B_{0,j-0,5} \frac{u_{0,j} - u_{0,j-1}}{\Delta y_j} \right) - \frac{10^{-3} u_{0,j}}{\Delta x_1} = 0, \quad j = \overline{1, M-1}.$$

Аппроксимация граничных условий в углах области  $\tilde{\Omega}$  имеет вид:

$$\text{– в узле } (0,0) \quad B_{0,0,5} \frac{u_{0,1} - u_{0,0}}{(\Delta y_1)^2} + A_{0,5,0} \frac{u_{1,0} - u_{0,0}}{(\Delta x_1)^2} - \frac{10^{-3} u_{0,0}}{\Delta x_1} = 0;$$

$$\text{– в узле } (1,0) \quad B_{N,0,5} \frac{u_{N,1} - u_{N,0}}{(\Delta y_1)^2} - A_{N-0,5,0} \frac{u_{N,0} - u_{N-1,0}}{(\Delta x_N)^2} - \frac{10^{-3} u_{N,0}}{\Delta x_N} = -\frac{2 \cdot 10^{-3} \bar{H}_0 R}{\Delta x_N}; \quad (22)$$

$$\text{– в узле } (0,1) \quad B_{0,M-0,5} \frac{u_{0,M} - u_{0,M-1}}{(\Delta y_M)^2} - A_{0,5,M} \frac{u_{1,M} - u_{0,M}}{(\Delta x_1)^2} + \frac{10^{-3} u_{0,M}}{\Delta x_1} = 0;$$

$$\text{– в узле } (1,1) \quad B_{N,M-0,5} \frac{u_{N,M} - u_{N,M-1}}{(\Delta y_M)^2} + A_{N-0,5,M} \frac{u_{N,M} - u_{N-1,M}}{(\Delta x_N)^2} + \frac{10^{-3} u_{N,M}}{\Delta x_N} = -\frac{2 \cdot 10^{-3} \bar{H}_0 R}{\Delta x_N}.$$

В разностной задаче (20)–(22)

$$A_{i+0,5,j} = (x_i + 0,5\Delta x_{i+1} + \bar{\alpha}) \bar{\mu}_{i+0,5,j},$$

где в соответствии с формулами (13), (19)

$$\bar{\mu}_{i+0,5,j} = \frac{B_m \bar{H}_{i+0,5,j} + C_1}{\bar{H}_{i+0,5,j}^2 + C_2 \bar{H}_{i+0,5,j} + C_1}, \quad \bar{H}_{i+0,5,j} = \frac{10}{h} \sqrt{\left( \frac{u_{i+1,j} - u_{i,j}}{\Delta x_{i+1}} \right)^2 + \frac{(u_{cp,y})^2}{\pi^2 (x_i + 0,5\Delta x_{i+1} + \bar{\alpha})^2}}, \quad (23)$$

$$u_{cp,y} = \frac{\tilde{u}_{i+0,5,j+0,5} - \tilde{u}_{i+0,5,j-0,5}}{\Delta y_j}, \quad \tilde{u}_{i+0,5,j+0,5} = \frac{u_{i,j} + u_{i+1,j} + u_{i,j+1} + u_{i+1,j+1}}{4}, \quad i = \overline{0, N-1}, \quad j = \overline{1, M-1};$$

$$B_{i,j+0,5} = \frac{1}{\pi^2} \frac{\bar{\mu}_{i,j+0,5}}{x_i + \Delta x_{i+1} + \bar{\alpha}}.$$

Здесь

$$\bar{\mu}_{i,j+0,5} = \frac{B_m \bar{H}_{i,j+0,5} + C_1}{\bar{H}_{i+0,5,j}^2 + C_2 \bar{H}_{i,j+0,5} + C_1}, \quad \bar{H}_{i,j+0,5} = \frac{10}{h} \sqrt{\left(u_{cp,x}\right)^2 + \frac{\left((u_{i,j+1} - u_{i,j}) / \Delta y_{j+1}\right)^2}{\pi^2 (x_i + 0,5 \Delta x_i + \bar{\alpha})^2}}, \quad (24)$$

$$u_{cp,x} = \frac{\tilde{u}_{i+0,5,j+0,5} - \tilde{u}_{i-0,5,j+0,5}}{\Delta x_i}, \quad i = \overline{1, N-1}, \quad j = \overline{0, M-1}.$$

Система (20)–(22) является замкнутой системой  $(N+1) \times (M+1)$  нелинейных уравнений относительно неизвестных  $u_{i,j}$ . Ее решение находим с помощью итерационного процесса методом матричной прогонки [14].

Согласно методу матричной прогонки приводим систему (20)–(22) к виду

$$\begin{aligned} C_0^s \mathbf{U}_0 - B_0^s \mathbf{U}_1 &= \mathbf{F}_0, \quad i = 0, \\ -A_i^s \mathbf{U}_{i-1} + C_i^s \mathbf{U}_i - B_i^s \mathbf{U}_{i+1} &= \mathbf{F}_i, \quad i = \overline{1, N-1}, \\ -A_N^s \mathbf{U}_{N-1} + C_N^s \mathbf{U}_N &= \mathbf{F}_N, \quad i = N, \end{aligned} \quad (25)$$

где  $s=0, 1, 2, \dots$  – номер итерации;

$$\begin{aligned} \mathbf{U}_i, \mathbf{F}_i &\text{ – векторы размерности } M+1: \quad \mathbf{U}_i = (u_{i,0}, u_{i,1}, \dots, u_{i,M}), \quad i = \overline{0, N}, \quad \mathbf{F}_i = (0, 0, \dots, 0), \\ i = \overline{0, N-1}, \quad \mathbf{F}_N &= (f_0, f_1, \dots, f_M), \quad f_j = \frac{4 \cdot 10^{-3} R \bar{H}_0 \cos \pi y_j}{\Delta x_N}, \quad j = \overline{0, M}; \end{aligned}$$

$A_i, B_i$  – диагональные матрицы  $(M+1) \times (M+1)$ :  $A_i = \text{diag}\{a_{i,0}; a_{i,1}; \dots; a_{i,M}\}$ ,  $i = \overline{1, N}$ ,

$$\text{с элементами} \quad a_{i,j} = \frac{A_{i-0,5,j}}{\Delta x_i \Delta x_j}, \quad j = \overline{0, M}, \quad i = \overline{1, N-1}; \quad a_{N,j} = \frac{2A_{N-0,5,j}}{(\Delta x_N)^2}, \quad j = \overline{0, M};$$

$$B_i = \text{diag}\{b_{i,0}; b_{i,1}; \dots; b_{i,M}\}, \quad i = \overline{0, N-1}, \quad \text{с элементами} \quad b_{0,j} = \frac{2A_{0,5,j}}{(\Delta x_1)^2}, \quad j = \overline{0, M};$$

$$b_{i,j} = \frac{A_{i+0,5,j}}{\Delta x_i \Delta x_{i+1}}, \quad j = \overline{0, M}, \quad i = \overline{1, N-1};$$

$C_i$  – трехдиагональные матрицы  $(M+1) \times (M+1)$ :

$$C_i = \begin{pmatrix} r_{i,0} & s_{i,0} & 0 & 0 & \dots & 0 \\ q_{i,1} & p_{i,1} & t_{i,1} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & 0 \\ 0 & \dots & 0 & q_{i,M-1} & p_{i,M-1} & t_{i,M-1} \\ 0 & \dots & \dots & 0 & s_{i,M} & r_{i,M} \end{pmatrix}, \quad i = \overline{0, N}.$$

При этом элементы матрицы  $C_0$  имеют вид

$$r_{0,0} = \frac{2B_{0,0,5}}{(\Delta y_1)^2} + \frac{2A_{0,5,0}}{(\Delta x_1)^2} + \frac{2 \cdot 10^{-3}}{\Delta x_1}, \quad s_{0,0} = -\frac{2B_{0,0,5}}{(\Delta y_1)^2};$$

$$q_{0,j} = -\frac{B_{0,j-0,5}}{\Delta y_j \Delta y_j}, \quad p_{0,j} = \frac{2A_{0,5,j}}{(\Delta x_1)^2} + \frac{1}{\Delta y_j} \left( \frac{B_{0,j+0,5}}{\Delta y_{j+1}} + \frac{B_{0,j-0,5}}{\Delta y_j} \right) + \frac{2 \cdot 10^{-3}}{\Delta x_1}, \quad t_{0,j} = -\frac{B_{0,j+0,5}}{\Delta y_j \Delta y_{j+1}},$$

$$j = \overline{1, M-1};$$

$$r_{0,M} = \frac{2B_{0,M-0,5}}{(\Delta y_M)^2} + \frac{2A_{0,5,M}}{(\Delta x_1)^2} + \frac{2 \cdot 10^{-3}}{\Delta x_1}, \quad s_{0,M} = -\frac{2B_{0,M-0,5}}{(\Delta y_M)^2};$$

элементы матриц  $C_i$ ,  $i = \overline{1, N-1}$ , –

$$r_{i,0} = \frac{2B_{i,0,5}}{(\Delta y_1)^2} + \frac{1}{\Delta x_i} \left( \frac{A_{i+0,5,0}}{\Delta x_{i+1}} + \frac{A_{i-0,5,0}}{\Delta x_i} \right), \quad s_{i,0} = -\frac{2B_{i,0,5}}{(\Delta y_1)^2};$$

$$q_{i,j} = -\frac{B_{i,j-0,5}}{\Delta y_j \Delta y_j}, \quad p_{i,j} = \frac{1}{\Delta x_i} \left( \frac{A_{i+0,5,j}}{\Delta x_{i+1}} + \frac{A_{i-0,5,j}}{\Delta x_i} \right) + \frac{1}{\Delta y_j} \left( \frac{B_{i,j+0,5}}{\Delta y_{j+1}} + \frac{B_{i,j-0,5}}{\Delta y_j} \right), \quad t_{i,j} = -\frac{B_{i,j+0,5}}{\Delta y_j \Delta y_{j+1}},$$

$$j = \overline{1, M-1};$$

$$r_{i,M} = \frac{2B_{i,M-0,5}}{(\Delta y_M)^2} + \frac{1}{\Delta x_i} \left( \frac{A_{i+0,5,M}}{\Delta x_{i+1}} + \frac{A_{i-0,5,M}}{\Delta x_i} \right), \quad s_{i,M} = -\frac{2B_{i,M-0,5}}{(\Delta y_M)^2};$$

элементы матрицы  $C_N$  –

$$r_{N,0} = \frac{2B_{N,0,5}}{(\Delta y_1)^2} + \frac{2A_{N-0,5,0}}{(\Delta x_N)^2} + \frac{2 \cdot 10^{-3}}{\Delta x_N}, \quad s_{N,0} = -\frac{2B_{N,0,5}}{(\Delta y_1)^2};$$

$$q_{N,j} = -\frac{B_{N,j-0,5}}{\Delta y_j \Delta y_j}, \quad p_{N,j} = \frac{2A_{N-0,5,j}}{(\Delta x_N)^2} + \frac{1}{\Delta y_j} \left( \frac{B_{N,j+0,5}}{\Delta y_{j+1}} + \frac{B_{N,j-0,5}}{\Delta y_j} \right) + \frac{2 \cdot 10^{-3}}{\Delta x_N},$$

$$t_{N,j} = -\frac{B_{N,j+0,5}}{\Delta y_j \Delta y_{j+1}}, \quad j = \overline{1, M-1};$$

$$r_{N,M} = \frac{2B_{N,M-0,5}}{(\Delta y_M)^2} + \frac{2A_{N-0,5,M}}{(\Delta x_N)^2} + \frac{2 \cdot 10^{-3}}{\Delta x_N}, \quad s_{N,M} = -\frac{2B_{N,M-0,5}}{(\Delta y_M)^2}.$$

В качестве нулевого приближения  $\overset{0}{\mathbf{U}}_i = (u_{i,0}, u_{i,1}, \dots, u_{i,M})$ ,  $i = \overline{0, N}$ , для итерационного процесса выбираем решение задачи (16)–(18) при  $\bar{\mu} = \text{const}$  (например,  $\bar{\mu} = 6$ ). Задача (16)–(18) в этом случае является линейной и решается методом матричной прогонки точно.

Используя найденное нулевое приближение и решая (25), находим следующую итерацию  $\overset{1}{\mathbf{U}}_i = (u_{i,0}, u_{i,1}, \dots, u_{i,M})$ ,  $i = \overline{0, N}$ . Процесс продолжается рекуррентно. Для остановки итерационного процесса достигнутый уровень невязки сравнивается с заданной точностью.

В результате получим решение  $u_{i,j} = u(x_i, y_j)$ ,  $i = \overline{0, N}$ ,  $j = \overline{0, M}$ .

На основе предложенного численного метода были проведены вычислительные эксперименты по нахождению магнитного поля и магнитной проницаемости внутри экрана толщиной  $h = 0,1$  мм и радиуса  $R = 1,1$  см при различных значениях внешнего магнитного поля  $H_0$ .

Расчеты проводились на равномерной сетке  $N = 100$ ,  $M = 100$  с сеточными шагами  $\Delta x = \Delta y = 0,01$ , точность итерационного процесса равнялась  $\varepsilon = 10^{-3}$ . Независимость полученного численного решения от шагов сетки проверялась при помощи решения задачи на последовательности сеток, шаг которых уменьшался, например, в два раза. При этом решение на более мелкой сетке  $N = 200$ ,  $M = 200$  совпадает с найденным решением с точностью  $10^{-3}$ .

На рис. 4 показано влияние значений внешнего магнитного поля  $H_0$  на количество итераций численного метода.

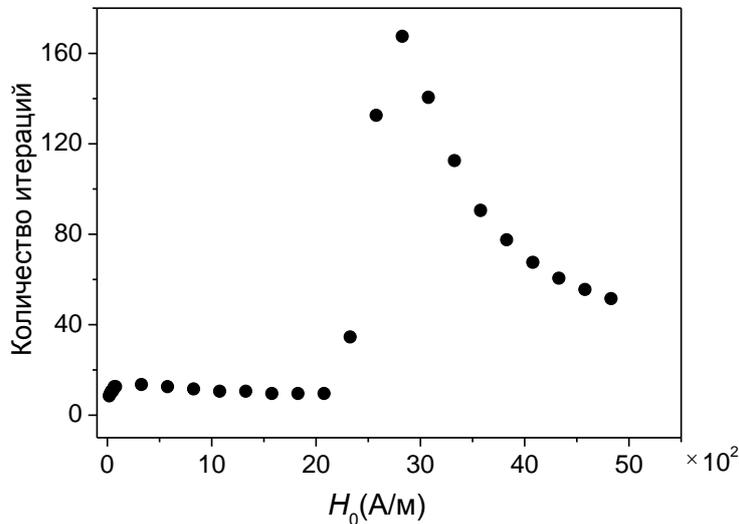


Рис. 4. Зависимость количества итераций численного метода от значений внешнего магнитного поля  $H_0$

#### 4. Напряженность магнитного поля во внутренней области экрана $D_1$

В соответствии с исследуемой математической моделью экранирующей структуры предполагается, что магнитное поле во внутренней области  $D_1$  постоянное:  $\mathbf{H}_1 = -H_1 \mathbf{e}_x = -\text{grad} u_1$ ,  $u_1 = H_1 \rho \cos \varphi$ ,  $H_1 = \text{const}$ . Такая ситуация наблюдается, когда магнитная проницаемость эк-

рана – постоянная величина и на экран воздействует постоянное магнитное поле  $\mathbf{H}_0$ . В результате из первого граничного условия (3), рассмотренного в точке  $\rho = R_1$ ,  $\varphi = 0$ , следует

$$H_1 = \frac{1}{R_1} u(x=0, y=0).$$

На рис. 5 изображены графики зависимости поля  $H_1$ , прошедшего внутрь экрана, от внешнего магнитного поля  $H_0$ , падающего на экран. Если в экранируемой области  $D_1$  находится электронное устройство, работа которого нарушается при воздействии магнитного поля  $H_1 > H_{кр}$ , где  $H_{кр}$  – критическая напряженность магнитного поля, то точки пересечения прямой пунктирной линии с линиями 1–3 определяют границу применимости экрана  $H_{0,кр}$ . При  $H_0 > H_{0,кр}$  работа устройства может нарушаться.

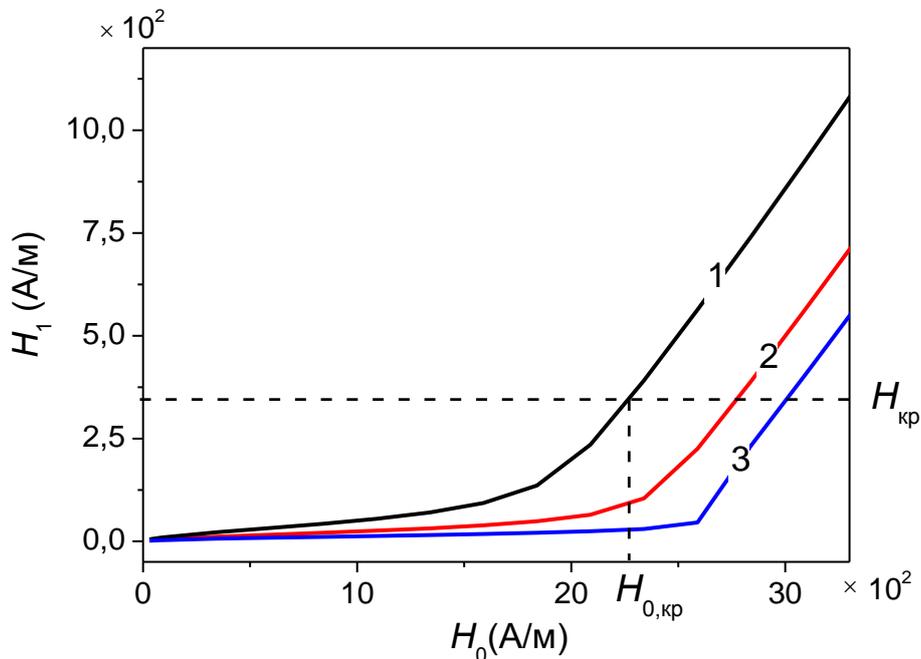


Рис. 5. Напряженность магнитного поля в центре цилиндрического экрана толщиной  $h$ :  
1 –  $h=0,05$  мм; 2 –  $h=0,1$  мм; 3 –  $h=0,18$  мм

## 5. Напряженность магнитного поля в слое пленки

Разработанная в разд. 3 методика численного решения краевой задачи (16)–(18) позволяет определить потенциал  $u_{i,j}$  в слое пленки (см. рис. 2). С помощью его значения по разностным соотношениям (23), (24) находим магнитное поле  $H = 10^2 \bar{H}$  в слое пленки.

На рис. 6 показаны магнитное поле и магнитная проницаемость в слое пленки при различных значениях внешнего магнитного поля для экрана радиуса  $R = 1,1$  см и толщиной  $h = 0,1$  мм. Отметим, что для экранов другой толщины характер зависимостей сохраняется.

Сравнение величин магнитных полей на рис. 6 показывает, что с увеличением внешнего магнитного поля магнитное поле в слое пленки увеличивается и концентрируется в точке  $\varphi = \pi/2$ , в которой вектор внешнего магнитного поля касателен к поверхности экрана.

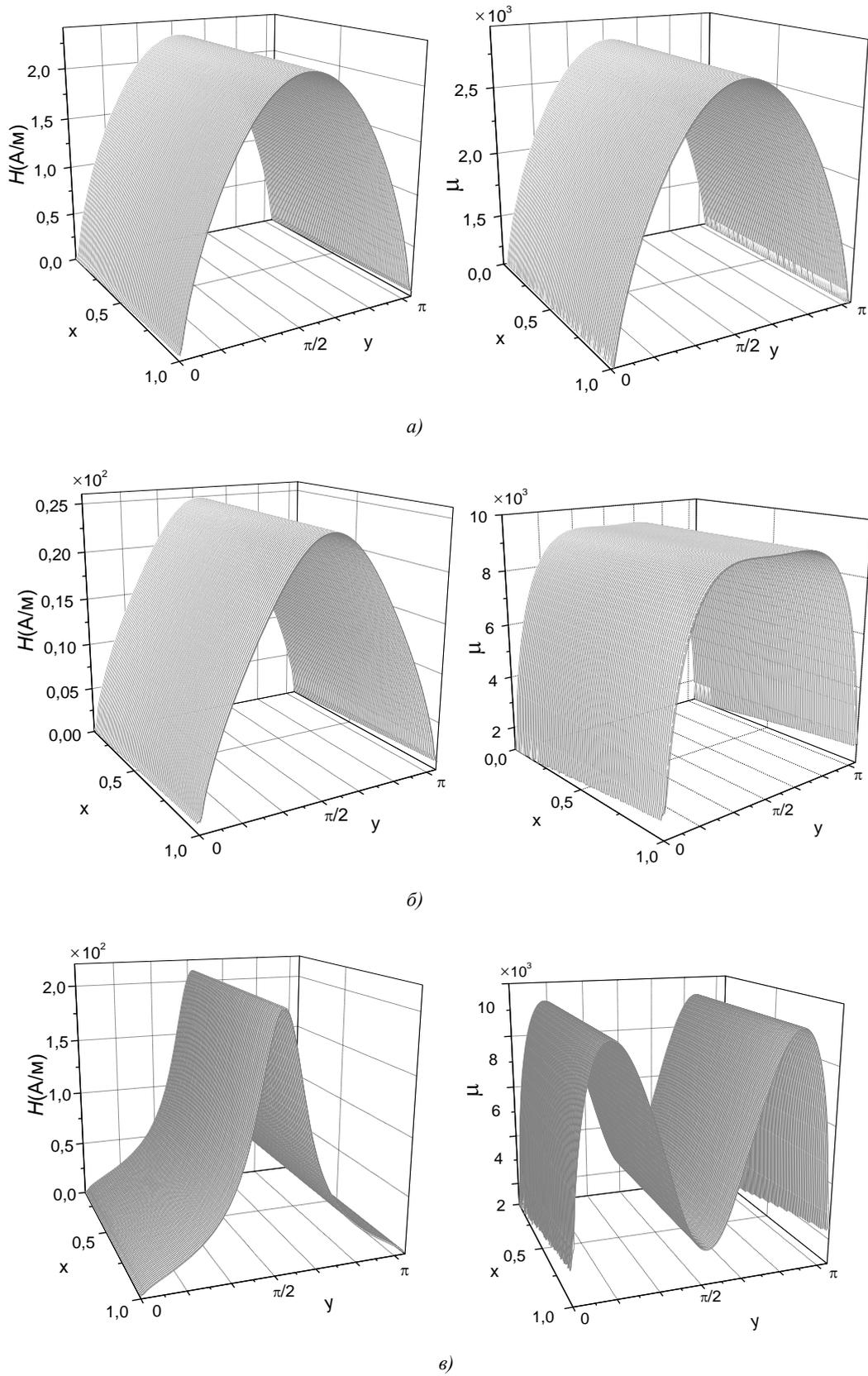


Рис. 6. Распределение напряженности магнитного поля и магнитной проницаемости в пленке  $D$  при воздействии внешних полей: а)  $H_0 = 0,3 \cdot 10^2$  A/m; б)  $H_0 = 10,9 \cdot 10^2$  A/m; в)  $H_0 = 23,4 \cdot 10^2$  A/m

На рис. 6, б магнитная проницаемость имеет большое значение  $\mu \approx 9 \cdot 10^3$  практически на всем интервале пленки, что обеспечивает высокую эффективность экрана. В случае увеличения напряженности внешнего магнитного поля  $H_0$  магнитная проницаемость принимает большое значение на малых интервалах пленки (рис. 6, в), что приводит к уменьшению эффективности экрана. Проведенный анализ согласуется с экспериментальными исследованиями эффективности экранов [10].

### Заключение

Разработан численный метод решения краевой задачи экранирования постоянных магнитных полей цилиндрическим тонкостенным экраном (оболочкой), сформулированной для нелинейного эллиптического уравнения магнитостатики в терминах магнитных потенциалов. Для нахождения потенциалов построена система нелинейных конечно-разностных уравнений, которая решена с помощью итерационного процесса методом матричной прогонки.

Численно исследовано распределение потенциала, напряженности магнитного поля и магнитной проницаемости материала внутри слоя пленки. Показано, что указанные величины практически не изменяются вдоль толщины экрана и в значимой степени зависят от координаты вдоль поверхности экрана. Нелинейные процессы в материале пленки существенно влияют на структуру магнитного поля и на эффективность экранирования. При увеличении внешнего магнитного поля магнитное поле внутри пленки претерпевает значительные изменения.

### Список литературы

1. Шапиро, Д.Н. Электромагнитное экранирование / Д.Н. Шапиро. – Долгопрудный : Изд. дом «Интеллект», 2010. – 120 с.
2. Панова, Е.В. Исследование геометрических критериев электромагнитных экранов / Е.В. Панова // Технологии техносферной безопасности [Электронный ресурс]. – 2014. – № 1(53). – Режим доступа : <http://ipb.mos.ru/ttb>. – Дата доступа : 10.02.2016.
3. Гибкие конструкции экранов электромагнитного излучения / Л.М. Лыньков [и др.]. – Минск : БГУИР, 2000. – 284 с.
4. Ерофеевко, В.Т. Аналитическое моделирование в электродинамике / В.Т. Ерофеевко, И.С. Козловская. – М. : КД Либроком, 2014. – 304 с.
5. Аполлонский, С.М. Электромагнитные поля в экранирующих оболочках / С.М. Аполлонский, В.Т. Ерофеевко. – Минск : Университетское, 1988. – 247 с.
6. Модель экранирования постоянных магнитных полей многослойным цилиндрическим экраном / В.Т. Ерофеевко [и др.] // Информатика. – 2012. – № 3(35). – С. 80–93.
7. Ерофеевко, В.Т. Математическое моделирование полупрозрачных слоистых тонкостенных волноводов с учетом усредненных двусторонних граничных условий / В.Т. Ерофеевко, А.И. Глушцов // Инженерно-физический журнал. – 2009. – Т. 82, № 4. – С. 794–802.
8. Резинкина, М.М. Использование численных расчетов для выбора средств экранирования от действия магнитного поля / М.М. Резинкина // Журнал технической физики. – 2007. – Т. 77, вып. 11. – С. 17–24.
9. Закономерности проникновения электромагнитных волн через металлические магнитные пленки / А.Б. Ринкевич [и др.] // Журнал технической физики. – 2009. – Т. 79, вып. 9. – С. 96–106.
10. Эффективность магнитостатического экранирования цилиндрическими оболочками / С.С. Грабчиков [и др.] // Известия НАН Беларуси. Сер. физ.-техн. наук. – 2015. – № 4. – С. 107–114.
11. Глонягин, Ю.В. Элементы теории и расчета магнитостатических полей ферромагнитных тел / Ю.В. Глонягин. – Л. : Судостроение, 1967. – 180 с.
12. Зильберман, Г.Е. Электричество и магнетизм / Г.Е. Зильберман. – М. : Наука, 1970. – 382 с.
13. Самарский, А.А. Теория разностных схем / А.А. Самарский. – М. : Наука, 1977. – 656 с.

14. Самарский, А.А. Методы решения сеточных уравнений / А.А. Самарский, Е.С. Николаев. – М. : Наука, 1978. – 590 с.

Поступила 01.03.2016

<sup>1</sup>Институт математики НАН Беларуси,  
Минск, Сурганова, 11  
e-mail: grom @im.bas-net.by,  
zayats@im.bas-net.by

<sup>2</sup>Учреждение БГУ «НИИ прикладных проблем  
математики и информатики»,  
Минск, пр. Независимости, 4  
e-mail: bsu\_erofeenko@tut.by

**G.F. Gromyko, V.T. Erofeenko, G.M. Zayats**

### **NUMERICAL SIMULATION OF MAGNETIC FIELD STRUCTURE IN CYLINDRICAL FILM SCREEN**

A numerical method for solving the boundary value problem for a nonlinear magnetostatic equation describing the external magnetostatic field penetration through the cylindrical film coating is developed. A mathematical model of the shielding problem based on the use of the boundary conditions of the third kind on the film surface is studied. The nonlinear dependence of the film magnetic permeability on magnetic field conforms with experimental data. The distribution of the magnetic field strength in the film layer and the magnetic permeability of the film material depending on the magnitude of the external magnetic field strength are investigated numerically.

УДК 519.872

С.А. Дудин, О.С. Дудина

## МНОГОЛИНЕЙНАЯ СИСТЕМА ОБСЛУЖИВАНИЯ С ПОВТОРНЫМИ ВЫЗОВАМИ КАК МОДЕЛЬ СОТЫ СЕТИ СВЯЗИ

*Исследуется многолинейная система обслуживания с двумя типами запросов как модель соты сети связи. Часть приборов резервируется для обслуживания запросов первого типа. Запросы, не получившие обслуживание, могут совершать повторные попытки. На функционирование системы оказывают влияние случайные факторы, приводящие к изменению ее параметров, в том числе общего количества приборов и числа зарезервированных приборов. Описывается процесс функционирования системы, приводится условие существования стационарного режима и находится стационарное распределение вероятностей состояний системы. Рассчитываются формулы для нахождения основных характеристик производительности системы.*

### Введение

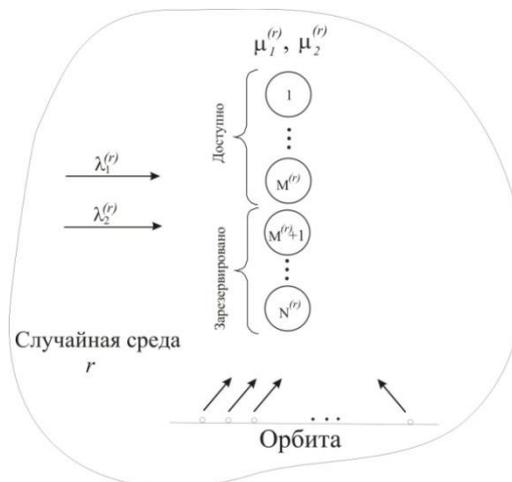
Сотовая связь является одним из видов мобильной радиосвязи, особенность которой заключается в том, что вся зона покрытия делится на ячейки (соты). По сути, сота – это зона радиопокрытия антенны базовой станции. Соседние соты частично перекрываются, а все множество сот образует сеть. Так как пользователи сотовых сетей связи могут перемещаться во время сеансов связи из одной соты в другую, необходимо осуществлять процедуру передачи обслуживания абонента от одной базовой станции к другой без потери соединения. Данная процедура называется хэндовером, т. е. в соте обслуживаются сеансы связи, как сгенерированные из данной соты, так и поступившие из других сот (хэндовер-запросы). В различных системах используют различные методы обработки хэндовер-вызовов. Если не отдавать приоритет хэндовер-запросам перед запросами, сгенерированными в данной соте, то вероятность прерывания текущего сеанса связи из-за перемещения абонента будет равна вероятности отказа в инициализации нового сеанса. Однако очевидно, что для абонента разрыв текущего соединения, например прерывание разговора, – значительно более раздражающий фактор, нежели блокировка исходящего вызова. Поэтому, чтобы уменьшить вероятность потери текущих сеансов связи при проведении процедуры хэндовера, хэндовер-запросам отдается приоритет. Одним из возможных способов предоставления такого приоритета является концепция резервирования каналов Guard Channel Concept. Согласно этой концепции часть каналов связи резервируется исключительно для обслуживания сеансов связи, которые могут быть переданы в соту извне. Иными словами, новые сеансы связи блокируются, если число занятых каналов превысило определенный порог. В работе [1] рассмотрен частный случай данной стратегии, когда для хэндовер-запросов зарезервирован один канал. В общем случае предполагается, что зарезервировано  $M$  каналов, и решается задача нахождения такого числа каналов  $\bar{M}$ , при котором система работала бы оптимальным образом согласно заданному критерию.

Для решения такого типа задач исследователи прибегают к моделированию соты сети связи с помощью систем массового обслуживания с разнотипными запросами и повторными вызовами (см., например, [2–5]). Однако рассмотренные в литературе модели имеют некоторые недостатки, которые уменьшают их адекватность. К недостаткам работы [2] можно отнести предположение о том, что обслуживание разного типа запросов имеет одинаковое распределение. В работах [3, 4] предполагается, что интенсивность повторных попыток является константой и не зависит от числа запросов на орбите. К недостаткам работы [5], как и других работ, можно отнести предположения о том, что хэндовер-запросы, получившие отказ, покидают систему навсегда и не могут совершать повторные попытки (например, перезванивать), а также о том, что запросы не могут покинуть орбиту из-за нетерпеливости (например, уехать из соты). В настоящей работе данные недостатки устранены.

Кроме того, известно, что на функционирование беспроводных сетей связи могут оказывать существенное влияние различные уровни шумов в канале передачи, погодные условия, искусственные и естественные помехи, сбои, поломки оборудования и т. д., т. е. на параметры системы влияют случайные факторы. Для учета таких факторов рассматривают системы массового обслуживания, функционирующие в случайной среде (см., например, [6–9]). В литературе стандартно предполагается, что случайная среда оказывает влияние на входной поток и процесс обслуживания запросов, интенсивность повторов и т. д., но не влияет на общее число работающих приборов несмотря на то, что такого плана предположения имеют большую практическую ценность, так как изменения случайной среды могут приводить к частичной или полной поломке оборудования. Это легко объясняется тем, что предположение о зависимости числа приборов от состояния среды существенно усложняет исследование системы. При уменьшении числа приборов из-за изменения состояния среды часть запросов, находящихся на обслуживании, должна прервать обслуживание, что приводит к значительным сложностям при построении генератора цепи Маркова, моделирующей поведение исследуемой системы. Единственная модель, в которой рассматривается система с зависимым от состояния случайной среды числом приборов, была исследована в недавно опубликованной работе [10]. В этой работе рассматривается многолинейная система с повторными вызовами с конечным буфером, причем от состояния случайной среды зависят все параметры системы. В предлагаемой модели все параметры системы также предполагаются зависимыми от состояния случайной среды. Кроме того, запросы являются разнотипными и предполагается резервирование приборов. Разнотипность запросов и резервирование приборов делают модель значительно более сложной для исследования.

### 1. Математическая модель

Рассматривается многолинейная система обслуживания без буфера, с двумя типами запросов и повторными вызовами (рисунок).



Структура исследуемой системы

Поведение системы зависит от состояния случайной среды. Случайная среда задается стохастическим процессом  $r_t, t \geq 0$ , который является неприводимой цепью Маркова с непрерывным временем, пространством состояний  $\{1, 2, \dots, R\}$  и инфинитезимальным генератором  $G$ .

Считаем, что число приборов зависит от состояния случайной среды, т. е. при фиксированном состоянии среды  $r, r = 1, R$ , в системе работают  $N^{(r)}$  приборов. Без ограничения общности полагаем, что состояния среды перенумерованы в порядке возрастания числа приборов, т. е.  $N^{(1)} \leq N^{(2)} \leq \dots \leq N^{(R)}$ .

Входной поток запросов типа  $l$ ,  $l=1,2$ , при фиксированном состоянии среды  $r$  является стационарным пуассоновским с интенсивностью  $\lambda_l^{(r)}$ ,  $r = \overline{1, R}$ .

Если в момент прибытия запроса первого типа (приоритетного запроса, хэндовер-запроса) есть свободный прибор, то этот запрос принимается в систему. Если в момент прибытия запроса первого типа все приборы заняты, при фиксированном состоянии среды  $r$  приоритетный запрос покидает систему с вероятностью  $q_1^{(r)}$  или идет на орбиту с дополнительной вероятностью  $1 - q_1^{(r)}$ ,  $r = \overline{1, R}$ . Под орбитой понимается некая виртуальная область, откуда запросы повторяют попытки попасть на обслуживание.

Считаем, что при фиксированном состоянии среды  $r$ ,  $r = \overline{1, R}$ , запросы второго типа (неприоритетные запросы, вызовы, сгенерированные внутри соты) принимаются на обслуживание, если число занятых каналов меньше, чем  $M^{(r)}$ ,  $N^{(r)} \geq M^{(r)} > 0$ . Если в момент прихода запроса второго типа число занятых приборов больше либо равно  $M^{(r)}$ , запрос идет на орбиту с вероятностью  $q_2^{(r)}$ , а с дополнительной вероятностью – покидает систему.

Так как состояния среды перенумерованы в порядке возрастания работающих приборов, логично предположить, что число зарезервированных приборов также удовлетворяет неравенству  $M^{(1)} \leq M^{(2)} \leq \dots \leq M^{(R)}$ . В случае если изменение состояния среды приводит к уменьшению числа приборов, считаем, что уменьшение сначала происходит за счет свободных приборов; если этого недостаточно, то далее за счет запросов второго типа, а если и этого недостаточно, то за счет запросов первого типа. В случае прерывания обслуживания запросов каждый запрос независимо от типа и других запросов при фиксированном состоянии среды  $r$  покидает систему с вероятностью  $p^{(r)}$ ,  $r = \overline{1, R}$ , а с дополнительной вероятностью – идет на орбиту.

Запросы, находящиеся на орбите, неразличимы и при фиксированном состоянии среды  $r$ ,  $r = \overline{1, R}$ , совершают повторные попытки попасть на обслуживание через экспоненциально распределенное с параметром  $\alpha^{(r)}$ ,  $\alpha^{(r)} > 0$ , время. В случае если попытка попасть на обслуживание осуществляется, когда число занятых приборов больше либо равно  $M^{(r)}$ , запрос с вероятностью  $q_3^{(r)}$  возвращается на орбиту, а с дополнительной вероятностью – покидает систему, т. е. запросы с орбиты могут проявлять ненастойчивость.

Запросы с орбиты также могут проявлять нетерпеливость. Считаем, что при фиксированном состоянии среды  $r$  запрос покидает орбиту через экспоненциально распределенное время с параметром  $\beta^{(r)}$ ,  $\beta^{(r)} > 0$ , с момента попадания на орбиту. Если предполагается, что запросы с орбиты являются абсолютно терпеливыми, необходимо положить  $\beta^{(r)} = 0$ ,  $r = \overline{1, R}$ .

Время обслуживания запроса типа  $l$ ,  $l=1,2$ , при фиксированном состоянии среды  $r$  имеет экспоненциальное распределение с параметром  $\mu_l^{(r)}$ ,  $r = \overline{1, R}$ .

## 2. Процесс изменения состояний системы и инфинитезимальный генератор цепи

Пусть  $i_t$ ,  $i_t \geq 0$ , – число запросов на орбите;  $r_t$ ,  $r_t = \overline{1, R}$ , – состояние среды;  $n_t$ ,  $n_t = 0, N^{(r_t)}$ , – число занятых приборов;  $m_t$ ,  $m_t = 0, \min\{n_t, M^{(r_t)}\}$ , – число обслуживаемых запросов второго типа в момент времени  $t$ ,  $t \geq 0$ . Процесс  $\xi_t = \{i_t, r_t, n_t, m_t\}$ ,  $t \geq 0$ , является неприводимой цепью Маркова с непрерывным временем.

Введем следующие обозначения:

$I$  – единичная матрица,  $O$  – нулевая матрица соответствующего размера;

$K_r = (M^{(r)} + 1)(N^{(r)} + 1 - M^{(r)} / 2)$ ,  $r = \overline{1, R}$ ;

$\text{diag}\{A_1, \dots, A_r\}$  – блочно-диагональная матрица с диагональными блоками  $A_1, \dots, A_r$ ;

$C_n = \text{diag}\{0, 1, \dots, n\}$ ,  $\bar{C}_n = \text{diag}\{n, n-1, \dots, 0\}$ ,  $n = \overline{0, M^{(R)}}$ ;

$$C_n^{(r)} = \text{diag}\{n, n-1, \dots, n-M^{(r)}+1, n-M^{(r)}\}, \quad n = \overline{M^{(r)}, N^{(r)}}, \quad r = \overline{1, R};$$

$E_n^+, \bar{E}_n^+, n = \overline{0, M^{(R)}-1}$ , – матрицы размером  $(n+1) \times (n+2)$ , которые имеют все нулевые элементы, кроме элементов  $(E_n^+)_{k, k+1} = 1, k = \overline{0, n}, (\bar{E}_n^+)_{k, k} = 1, k = \overline{0, n-1}$ ;

$E_n^-, \bar{E}_n^-, n = \overline{1, M^{(R)}}$ , – матрицы размером  $(n+1) \times n$ , которые имеют все нулевые элементы, кроме элементов  $(E_n^-)_{k, k} = 1, k = \overline{0, n-1}, (\bar{E}_n^-)_{k, k-1} = 1, k = \overline{1, n}$ ;

$\tilde{I}_r, r = \overline{1, R}$ , – диагональная матрица размером  $K_r$  с диагональными элементами  $\{ \underbrace{0, \dots, 0}_{(M^{(r)+1)M^{(r)}/2}, 1, \dots, 1 \}$ ;

$\tilde{E}_r^-, r = \overline{1, R}$ , – квадратная матрица размером  $M_r + 1$ , которая имеет все нулевые элементы, кроме элементов  $(\tilde{E}_r^-)_{k, k-1} = 1, k = \overline{1, M_r}$ ;

$$p(k, n) = \begin{cases} C_n^k (1-p^{(r)})^k (p^{(r)})^{n-k}, & k \leq n, \\ 0, & k > n; \end{cases}$$

$$\bar{N} = \max\{\max\{N^{(R)} - N^{(1)}, M^{(R)} - M^{(1)}\}, 1\}.$$

Перенумеруем состояния цепи  $\xi_t$  в лексикографическом порядке компонент  $(i, r, n, m)$ . Множество состояний, имеющих значение  $(i, r)$  двух первых компонент цепи, будем называть макросостоянием  $(i, r)$ .

Пусть  $A$  – генератор цепи Маркова  $\xi_t, t \geq 0$ , сформированный из блоков  $A_{i,j}$ , состоящих из матриц  $(A_{i,j})_{r,r'}$  интенсивностей переходов цепи  $\xi_t, t \geq 0$ , из макросостояния  $(i, r)$  в макросостояние  $(j, r')$ ,  $r', r = \overline{1, R}$ . Диагональные элементы матрицы  $A_{i,i}$  отрицательны, и их модули определяют интенсивность выхода из соответствующего состояния цепи Маркова.

**Теорема 1.** Генератор  $A$  имеет блочно- $(\bar{N} + 1)$ -диагональную структуру:

$$A = \begin{pmatrix} A_{0,0} & A_{0,1} & A_{0,2} & \dots & A_{0,\bar{N}} & O & O & \dots \\ A_{1,0} & A_{1,1} & A_{1,2} & \dots & A_{1,\bar{N}} & A_{1,\bar{N}+1} & O & \dots \\ O & A_{2,1} & A_{2,2} & \dots & A_{2,\bar{N}} & A_{2,\bar{N}+1} & A_{2,\bar{N}+2} & \ddots \\ \vdots & \ddots \end{pmatrix}.$$

Ненулевые блоки  $A_{i,j}, i, j \geq 0$ , имеют следующий вид:

$$A_{i,i} = (A_{i,i})_{r,r'}, r, r' = \overline{1, R}, i \geq 0,$$

$$A_{i,i+k} = \begin{pmatrix} Z_{1,1}^{(k)} & O & O & \dots & O & O \\ Z_{2,1}^{(k)} & Z_{2,2}^{(k)} & O & \dots & O & O \\ \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & \vdots & \vdots \\ Z_{R-1,1}^{(k)} & Z_{R-1,2}^{(k)} & Z_{R-1,3}^{(k)} & \ddots & Z_{R-1,R-1}^{(k)} & O \\ Z_{R,1}^{(k)} & Z_{R,2}^{(k)} & Z_{R,3}^{(k)} & \dots & Z_{R,R-1}^{(k)} & Z_{R,R}^{(k)} \end{pmatrix}, \quad i \geq 0, k = \overline{1, \bar{N}},$$

$$A_{i,i-1} = \text{diag}\{A_{i,i-1}^{(1)}, \dots, A_{i,i-1}^{(R)}\}, \quad i \geq 1,$$

где

$$(A_{i,i})_{r,r'} = \begin{cases} (G)_{r,r'} Q_{r,r'}^{(0)}, & r' < r, \\ (G)_{r,r'} Q_{r,r'}^+, & r' > r; \end{cases}$$

$$(A_{i,i})_{r,r} = \begin{pmatrix} L_r^{i,0} & B_0^{(r)} & O & \dots & O & O \\ F_1^{(r)} & L_r^{i,1} & B_1^{(r)} & \dots & O & O \\ \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & \vdots & \vdots \\ O & O & O & \ddots & L_r^{i,N^{(r)}-1} & B_{N^{(r)}-1}^{(r)} \\ O & O & O & \dots & F_{N^{(r)}}^{(r)} & L_r^{i,N^{(r)}} \end{pmatrix} + q_2^{(r)} \lambda_2^{(r)} \tilde{I}_r + ((G)_{r,r} - (\lambda_1^{(r)} + \lambda_2^{(r)})) I_{K_r}.$$

Здесь

$$L_r^{i,n} = \begin{cases} -[\mu_2^{(r)} C_n + \mu_1^{(r)} \bar{C}_n + i(\alpha^{(r)} + \beta^{(r)}) I_{n+1}], & n < M^{(r)}, i \geq 0, \\ -[\mu_2^{(r)} C_{M^{(r)}} + \mu_1^{(r)} C_n^{(r)} + i(q_3^{(r)} \alpha^{(r)} + \beta^{(r)}) I_{M^{(r)}+1}], & M^{(r)} \leq n < N^{(r)}, i \geq 0, \\ -[\mu_2^{(r)} C_{M^{(r)}} + \mu_1^{(r)} C_n^{(r)}] + (i(q_3^{(r)} \alpha^{(r)} + \beta^{(r)}) + q_1^{(r)} \lambda_1^{(r)}) I_{M^{(r)}+1}, & n = N^{(r)}, i \geq 0; \end{cases}$$

$$B_n^{(r)} = \begin{cases} \lambda_2^{(r)} E_n^+ + \lambda_1^{(r)} \bar{E}_n^+, & n < M^{(r)}, \\ \lambda_1^{(r)} I_{M^{(r)}+1}, & M^{(r)} \leq n < N^{(r)}; \end{cases}$$

$$F_n^{(r)} = \begin{cases} \mu_2^{(r)} C_n \bar{E}_n^- + \mu_1^{(r)} \bar{C}_n E_n^-, & n \leq M^{(r)}, \\ \mu_2^{(r)} C_{M^{(r)}} \tilde{E}_r^- + \mu_1^{(r)} C_n^{(r)}, & M^{(r)} < n \leq N^{(r)}; \end{cases}$$

$Q_{r,r'}^{(k)}$ ,  $r = \overline{1, R}$ ,  $r' = \overline{1, r-1}$ , – блочные матрицы размером  $K_r \times K_{r'}$ , состоящие из ненулевых блоков  $(Q_{r,r'}^{(k)})_{n,n'}$ ,  $n = \overline{0, N^{(r)}}$ ,  $n' = \overline{0, \min\{n, N^{(r')}\}}$ , которые определяются следующим образом:

$$(Q_{r,r'}^{(0)})_{n,n} = I_{n+1}, \quad n \leq M^{(r)}, \quad (Q_{r,r'}^{(k)})_{n,n} = O_{n+1}, \quad n \leq M^{(r)}, \quad k > 0;$$

$$(Q_{r,r'}^{(k)})_{n,n}, \quad n = \overline{M^{(r)}+1, N^{(r)}}, \quad \text{– матрицы размером } (\min\{n, M^{(r)}\} + 1) \times (M^{(r)} + 1), \text{ ко-}$$

торые вычисляются как  $(Q_{r,r'}^{(0)})_{n,n} = \begin{pmatrix} I_{M^{(r)}+1} \\ O \end{pmatrix}$ ,  $(Q_{r,r'}^{(k)})_{n,n} = O$ ,  $k > 0$ ;

$(Q_{r,r'}^{(k)})_{n,n'}, n = \overline{M^{(r)}+1, N^{(r)}}$ ,  $n' = \overline{\min\{M^{(r)}, n - M^{(r)} + M^{(r')}\}, n-1}$ , – матрицы размером  $(\min\{n, M^{(r)}\} + 1) \times (M^{(r)} + 1)$  со всеми нулевыми элементами, кроме элемента  $((Q_{r,r'}^{(k)})_{n,n'})_{n-n'+M^{(r)}, M^{(r)}}$ , равного  $p(k, n - n')$ ;

$(Q_{r,r'}^{(k)})_{n, N^{(r)'}}$ ,  $n = \overline{N^{(r)}+1, N^{(r)}}$ , – матрицы размером  $(\min\{M^{(r)}, n\} + 1) \times (M^{(r)} + 1)$  со всеми нулевыми элементами, кроме элементов  $((Q_{r,r'}^{(k)})_{n, N^{(r)'}})_{m,0}$ ,  $m = \overline{0, \min\{M_r, n - N^{(r')}\}}$  и  $((Q_{r,r'}^{(k)})_{n, N^{(r)'}})_{m, m - (n - N^{(r)'})}$ ,  $m = \overline{n - N^{(r)} + 1, \min\{M^{(r)}, M^{(r')} + n - N^{(r')}\}}$ , равных  $p(k, n - N^{(r)'})$ ;

$(Q_{r,r'}^{(k)})_{n, n'}$ ,  $n = \overline{N^{(r)}+1, N^{(r)}}$ ,  $n' = \overline{\max\{M^{(r')}, N^{(r')} - \max\{0, M^{(r)} - M^{(r')} - (n - N^{(r)})\}\}, N^{(r')}-1}$ , – матрицы размером  $(\min\{M^{(r)}, n\} + 1) \times (M^{(r)} + 1)$  со всеми нулевыми элементами, кроме элемента  $((Q_{r,r'}^{(k)})_{n, n'})_{n-n'+M^{(r)}, M^{(r)'}}$ , равного  $p(k, n - n')$ ;

$Q_{r,r'}^+$ ,  $r = \overline{1, R-1}$ ,  $r' = \overline{r+1, R}$ , – матрицы размером  $K_r \times K_{r'}$ , имеющие вид  $(\text{diag}\{\Omega_0^{r,r'}, \dots, \Omega_{N^{(r)}}^{r,r'}\} | O)$ , где  $\Omega_n^{r,r'} = \begin{cases} I_{n+1}, & n \leq M^{(r)}, \\ (I_{M^{(r)+1}} | O_{(M^{(r)+1}) \times (\min\{n-M^{(r)}, M^{(r')}-M^{(r)}\})}), & n = \overline{M^{(r)}+1, N^{(r)}}; \end{cases}$

$$Z_{r,r}^{(1)} = \text{diag}\{\tilde{Z}_0^{(r)}, \dots, \tilde{Z}_{N^{(r)}}^{(r)}\}, \quad r = \overline{1, R};$$

$$Z_{r,r}^{(k)} = O, \quad k > 1, \quad r = \overline{1, R};$$

$$Z_{r,r'}^{(k)} = (G)_{r,r'} Q_{r,r'}^{(k)}, \quad k \geq 1, \quad r = \overline{1, R}, \quad r' < r;$$

$$\tilde{Z}_n^{(r)} = \begin{cases} O_{n+1}, & n < M^{(r)}, \\ (1 - q_2^{(r)}) \lambda_2^{(r)} I_{M^{(r)+1}}, & M^{(r)} \leq n < N^{(r)}, \\ [(1 - q_1^{(r)}) \lambda_1^{(r)} + (1 - q_2^{(r)}) \lambda_2^{(r)}] I_{M^{(r)+1}}, & n = N^{(r)}; \end{cases}$$

$$A_{i,i-1}^{(r)} = \begin{pmatrix} \tilde{L}_r^{i,0} & \tilde{B}_{i,0}^{(r)} & O & \dots & O & O \\ O & \tilde{L}_r^{i,1} & \tilde{B}_{i,1}^{(r)} & \dots & O & O \\ O & O & \tilde{L}_r^{i,2} & \dots & O & O \\ \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & \vdots & \vdots \\ O & O & O & \ddots & \tilde{L}_r^{i, N^{(r)}-1} & \tilde{B}_{i, N^{(r)}-1}^{(r)} \\ O & O & O & \dots & O & \tilde{L}_r^{i, N^{(r)}} \end{pmatrix}, \quad i \geq 1, \quad r = \overline{1, R};$$

$$\tilde{B}_r^{i,n} = \begin{cases} i \alpha^{(r)} E_n^+, & n < M^{(r)}, \\ O_{M^{(r)+1}}, & n \geq M^{(r)}, \end{cases} \quad i \geq 1, \quad r = \overline{1, R};$$

$$\tilde{L}_r^{i,n} = \begin{cases} i \beta^{(r)} I_{n+1}, & n < M^{(r)}, \\ i (\beta^{(r)} + q_3^{(r)} \alpha^{(r)}) I_{M^{(r)+1}}, & M^{(r)} \leq n \leq N^{(r)}, \end{cases} \quad i \geq 1, \quad r = \overline{1, R}.$$

Доказательство теоремы 1 осуществляется путем анализа всевозможных переходов цепи Маркова  $\xi_r, t \geq 0$ , за бесконечно малый интервал времени и записи интенсивностей этих переходов в блочно-матричной форме.

### 3. Условие эргодичности и стационарные вероятности системы

Для нахождения условия эргодичности исследуемой системы понадобится следующее утверждение.

**Лемма 1.** Цепь Маркова  $\xi_r, t \geq 0$ , принадлежит классу асимптотически квазитеплицевых цепей Маркова с непрерывным временем [11].

Доказательство. Для того чтобы показать, что цепь Маркова  $\xi_r, t \geq 0$ , принадлежит классу асимптотически квазитеплицевых цепей Маркова, необходимо показать существование матриц  $Y_0, Y_1$  и  $Y_k, k = 2, \overline{N} + 1$ , которые определяются как

$$Y_0 = \lim_{i \rightarrow \infty} \overline{R}_i^{-1} A_{i,i-1}, Y_1 = \lim_{i \rightarrow \infty} \overline{R}_i^{-1} A_{i,i} + I, Y_k = \lim_{i \rightarrow \infty} \overline{R}_i^{-1} A_{i,i+k-1}, k = 2, \overline{N} + 1,$$

где  $\bar{R}_i$  является диагональной матрицей, диагональные элементы которой определяются как модули соответствующих диагональных элементов матрицы  $A_{i,i}$ ,  $i \geq 0$ .

Чтобы убедиться в справедливости леммы, выпишем матрицы  $Y_k$ ,  $k = \overline{0, \bar{N} + 1}$ , в явном виде. Можно убедиться, что в рассматриваемом случае матрицы  $Y_k$ ,  $k = \overline{0, \bar{N} + 1}$ , имеют следующий вид:

$$Y_0 = \text{diag}\{\tilde{\Omega}_1, \dots, \tilde{\Omega}_R\}, Y_1 = \begin{pmatrix} \tilde{Q}_{1,1} & \tilde{Q}_{1,2} & \dots & \tilde{Q}_{1,R} \\ \tilde{Q}_{2,1} & \tilde{Q}_{2,2} & \dots & \tilde{Q}_{2,R} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \tilde{Q}_{R,1} & \tilde{Q}_{R,2} & \dots & \tilde{Q}_{R,R} \end{pmatrix};$$

$$Y_k = \begin{pmatrix} \tilde{Z}_{1,1}^{(k-1)} & O & O & \dots & O & O \\ \tilde{Z}_{2,1}^{(k-1)} & \tilde{Z}_{2,2}^{(k-1)} & O & \dots & O & O \\ \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & \vdots & \vdots \\ \tilde{Z}_{R-1,1}^{(k-1)} & \tilde{Z}_{R-1,2}^{(k-1)} & \tilde{Z}_{R-1,3}^{(k-1)} & \ddots & \tilde{Z}_{R-1,R-1}^{(k-1)} & O \\ \tilde{Z}_{R,1}^{(k-1)} & \tilde{Z}_{R,2}^{(k-1)} & \tilde{Z}_{R,3}^{(k-1)} & \dots & \tilde{Z}_{R,R-1}^{(k-1)} & \tilde{Z}_{R,R}^{(k-1)} \end{pmatrix}, k > 1,$$

где  $\tilde{Q}_{r,r'} = \begin{cases} R_r(A_{0,0})_{r,r'} + \delta_{r-r',0} \tilde{I}_r, & \text{если } q_3^{(r)} = 0 \text{ и } \beta^{(r)} = 0, r, r' = \overline{1, R}, \\ O, & \text{если } q_3^{(r)} \neq 0 \text{ или } \beta^{(r)} \neq 0; \end{cases}$

$$\tilde{Z}_{r,r'}^{(k)} = \begin{cases} R_r Z_{r,r'}^{(k)}, & \text{если } q_3^{(r)} = 0 \text{ и } \beta^{(r)} = 0, r, r' = \overline{1, R}, \\ O, & \text{если } q_3^{(r)} \neq 0 \text{ или } \beta^{(r)} \neq 0; \end{cases}$$

$$\tilde{\Omega}_r = \begin{pmatrix} O & E_0^+ & O & \dots & O & \dots & O \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ O & O & O & \dots & E_{M^{(r)}-1}^+ & \ddots & O \\ O & O & O & \dots & O & \dots & O \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ O & O & O & \dots & O & \dots & O \end{pmatrix}, \text{ если } q_3^{(r)} = 0 \text{ и } \beta^{(r)} = 0, r = \overline{1, R};$$

$$\tilde{\Omega}_r = \begin{pmatrix} \frac{\beta^{(r)}}{\beta^{(r)} + \alpha^{(r)}} & \frac{\alpha^{(r)}}{\beta^{(r)} + \alpha^{(r)}} E_0^+ & \dots & O & O & O & \dots & O \\ & \ddots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ O & O & \dots & \frac{\beta^{(r)}}{\beta^{(r)} + \alpha^{(r)}} I_{M^{(r)}} & \frac{\alpha^{(l)}}{\beta^{(r)} + \alpha^{(r)}} E_{M^{(r)}}^+ & O & \dots & O \\ O & O & \dots & O & I_{M^{(r)}+1} & O & \dots & O \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ O & O & \dots & O & O & O & \dots & O \\ O & O & \dots & O & O & O & \dots & I_{M^{(r)}+1} \end{pmatrix},$$

если  $q_3^{(r)} \neq 0$  или  $\beta^{(r)} \neq 0$ ;

$$R_r = \text{diag}\{R_r^{(n)}, n = \overline{0, N^{(r)}}\},$$

$$R_r^{(n)} = \begin{cases} O_{n+1}, & n < M^{(r)}, \\ [\mu_2^{(r)}C_{M^{(r)}} + \mu_1^{(r)}C_n^{(r)} + ((\lambda_1^{(r)} + (1 - q_2^{(r)})\lambda_2^{(r)} - (G)_{r,r})I_{(M^{(r)+1})}]^{-1}, & M^{(r)} \leq n < N^{(r)}, \\ [\mu_2^{(r)}C_{M^{(r)}} + \mu_1^{(r)}C_n^{(r)} + ((1 - q_2^{(r)})\lambda_2^{(r)} + (1 - q_1^{(r)})\lambda_1^{(r)} - (G)_{r,r})I_{(M^{(r)+1})}]^{-1}, & n = N^{(r)}. \end{cases}$$

Таким образом, лемма доказана. ■

Показав, что цепь Маркова  $\xi_t, t \geq 0$ , принадлежит классу асимптотически квазитеплицевых цепей Маркова с непрерывным временем, для нахождения условия существования стационарного режима и вычисления стационарных вероятностей системы можно использовать результаты, полученные ранее для такого типа цепей. Как следует из [11], достаточным условием существования стационарного распределения асимптотически квазитеплицевой цепи Маркова  $\xi_t, t \geq 0$ , будет выполнение неравенства

$$\mathbf{y}Y_0\mathbf{e} > \mathbf{y} \sum_{k=2}^{\bar{N}+1} (k-1)Y_k\mathbf{e}, \quad (1)$$

где вектор-строка  $\mathbf{y}$  является единственным решением системы линейных алгебраических уравнений

$$\mathbf{y} \sum_{k=0}^{\bar{N}+1} Y_k = \mathbf{y}, \mathbf{y}\mathbf{e} = 1, \quad (2)$$

а  $\mathbf{e}$  – вектор-столбец, состоящий из единиц.

Для определения условия существования стационарного режима необходимо решить систему (2), а затем проверить неравенство (1). В общем случае не удастся решить систему (2) и переписать неравенство (1) в интуитивно трактуемом виде. Таким образом, для определения условия существования стационарного режима необходимо решить систему (2) и проверить неравенство (1) с помощью компьютера. Тем не менее при наличии определенных условий, приведенных в теореме 2, этого можно избежать.

**Теорема 2.** Если запросы второго типа являются нетерпеливыми или ненастойчивыми хотя бы при одном состоянии случайной среды, т. е. существует  $r, r \in \{1, \dots, R\}$ , такое, что  $q_3^{(r)} \neq 0$  или  $\beta^{(r)} \neq 0$ , то цепь Маркова  $\xi_t$  является эргодической при любых остальных параметрах системы.

Доказательство данной теоремы может быть проведено аналогично доказательству теоремы 3 работы [10] и здесь опущено.

Если условие эргодичности системы выполнено, то существуют следующие пределы (стационарные вероятности):

$$p(i, r, n, m) = \lim_{t \rightarrow \infty} P\{i_t = i, r_t = r, n_t = n, m_t = m\}, i \geq 0, r = \overline{1, R}, n = \overline{0, N^{(r)}}, m = \overline{0, \min\{n, M^{(r)}\}}.$$

Сформируем вектор-строки  $\mathbf{p}_i$  следующим образом:

$$\mathbf{p}(i, r, n) = (p(i, r, n, 0), p(i, r, n, 1), \dots, p(i, r, n, \min\{n, M^{(r)}\})), n = \overline{0, N^{(r)}},$$

$$\mathbf{p}(i, r) = (\mathbf{p}(i, r, 0), \mathbf{p}(i, r, 1), \dots, \mathbf{p}(i, r, N^{(r)})), r = \overline{1, R},$$

$$\mathbf{p}_i = (\mathbf{p}(i, 1), \mathbf{p}(i, 2), \dots, \mathbf{p}(i, R)), i \geq 0.$$

Общеизвестно, что векторы  $\mathbf{p}_i, i \geq 0$ , удовлетворяют следующей системе линейных алгебраических уравнений:

$$(\mathbf{p}_0, \mathbf{p}_1, \dots)A = \mathbf{0}, (\mathbf{p}_0, \mathbf{p}_1, \dots)\mathbf{e} = 1, \quad (3)$$

где  $A$  – инфинитезимальный генератор цепи Маркова  $\xi_t, t \geq 0$ ;  $\mathbf{0}$  – вектор-строка, состоящая из нулей.

Система (3) бесконечная и не может быть решена на компьютере стандартными методами. Для ее решения могут быть применены специальные алгоритмы, например алгоритм, приведенный в работе [11].

#### 4. Характеристики производительности системы

После нахождения стационарных вероятностей  $\mathbf{p}_i, i \geq 0$ , можно найти основные характеристики производительности исследуемой системы. Распределение числа запросов второго типа на орбите задается как  $\lim_{t \rightarrow \infty} P\{i_t = i\} = \mathbf{p}_i \mathbf{e}, i \geq 0$ . Среднее число запросов второго

типа на орбите определяется по формуле  $L_{orbit} = \sum_{i=1}^{\infty} i \mathbf{p}_i \mathbf{e}$ . Среднее число запросов в системе

находится как  $L = \sum_{i=0}^{\infty} \sum_{r=1}^R \sum_{n=0}^{N^{(r)}} (i+n) \mathbf{p}(i, r, n) \mathbf{e}$ . Среднее число занятых приборов вычисляется как

$N_{server} = \sum_{i=0}^{\infty} \sum_{r=1}^R \sum_{n=1}^{N^{(r)}} n \mathbf{p}(i, r, n) \mathbf{e}$ . Среднее число занятых приборов, обслуживающих запросы

первого типа, определяется как  $N_{server}^{(1)} = \sum_{i=0}^{\infty} \sum_{r=1}^R \sum_{n=1}^{N^{(r)}} \sum_{m=0}^{\min\{n, M^{(r)}\}} (n-m) p(i, r, n, m)$ . Среднее число

занятых приборов, обслуживающих запросы второго типа, находится как  $N_{server}^{(2)} = N_{server} - N_{server}^{(1)}$ . Интенсивность выходного потока запросов первого типа вычисляется как

$\lambda_{out}^{(1)} = \sum_{i=0}^{\infty} \sum_{r=1}^R \sum_{n=1}^{N^{(r)}} \sum_{m=0}^{\min\{n, M^{(r)}\}} (n-m) \mu_1^{(r)} p(i, r, n, m)$ . Интенсивность выходного потока запросов

второго типа находится по формуле  $\lambda_{out}^{(2)} = \sum_{i=0}^{\infty} \sum_{r=1}^R \sum_{n=1}^{N^{(r)}} \sum_{m=1}^{\min\{n, M^{(r)}\}} m \mu_2^{(r)} p(i, r, n, m)$ . Интенсивность

выходного потока запросов вычисляется как  $\lambda_{out} = \lambda_{out}^{(1)} + \lambda_{out}^{(2)}$ .

Обозначим через  $\lambda_l, l=1,2$ , среднюю интенсивность входного потока запросов  $l$ -го типа. Можно показать, что данная интенсивность определяется по формуле  $\lambda_l = \mathbf{q} \text{diag}\{\lambda_l^{(r)}, r = \overline{1, R}\} \mathbf{e}$ , где вектор  $\mathbf{q}$  является единственным решением следующей системы линейных алгебраических уравнений  $\mathbf{q} \mathbf{G} = \mathbf{0}, \mathbf{q} \mathbf{e} = 1$ .

Вероятность того, что произвольный запрос первого типа поступит в систему в момент, когда все приборы будут заняты запросами первого типа, и покинет систему, определяется как

$P_1^{(loss-ent)} = \lambda_1^{-1} \sum_{i=0}^{\infty} \sum_{r=1}^R \lambda_1^{(r)} q_1^{(r)} \mathbf{p}(i, r, N^{(r)}) \mathbf{e}$ . Вероятность того, что произвольный запрос первого типа

поступит в систему в момент, когда все приборы будут заняты запросами первого типа,

и пойдет на орбиту, определяется как  $P_1^{(orb-ent)} = \lambda_1^{-1} \sum_{i=0}^{\infty} \sum_{r=1}^R (1 - q_1^{(r)}) \lambda_1^{(r)} \mathbf{p}(i, r, N^{(r)}) \mathbf{e}$ . Вероятность поте-

ри запроса первого типа вычисляется по формуле  $P_1^{(loss)} = 1 - \frac{\lambda_{out}^{(1)}}{\lambda_1}$ .

Вероятность потери запроса первого типа, вызванной уменьшением числа приборов в результате изменения состояния случайной среды, находится как

$$P_1^{(loss-RE)} = \lambda_1^{-1} \sum_{i=0}^{\infty} \sum_{r=2}^R \sum_{r'=1}^{r-1} (G)_{r,r'} \sum_{n=N^{(r')}+1}^{N^{(r)}} \sum_{m=0}^{\min\{n-1, M^{(r)}\}} p^{(r)} \max\{0, n - N^{(r')} - m\} p(i, r, n, m).$$

Вероятность того, что запрос первого типа пойдет на орбиту из-за прекращения его обслуживания ввиду уменьшения числа приборов в результате изменения состояния случайной среды, находится как

$$P_1^{(orb-RE)} = \lambda_1^{-1} \sum_{i=0}^{\infty} \sum_{r=2}^R \sum_{r'=1}^{r-1} (G)_{r,r'} \sum_{n=N^{(r') + 1}}^{N^{(r)}} \sum_{m=0}^{\min\{n-1, M^{(r)}\}} (1-p^{(r)}) \max\{0, n - N^{(r')} - m\} p(i, r, n, m).$$

Вероятность потери запроса второго типа

$$P_2^{(loss)} = 1 - \frac{\lambda_{out}^{(2)}}{\lambda_2 + \lambda_1 (P_1^{(orb-RE)} + P_1^{(orb-ent)})}.$$

Вероятность потери запроса второго типа, вызванной уменьшением числа приборов в результате изменения состояния случайной среды, вычисляется по формуле

$$P_2^{(loss-RE)} = (\lambda_2 + \lambda_1 (P_1^{(orb-RE)} + P_1^{(orb-ent)}))^{-1} \sum_{i=0}^{\infty} \sum_{r=2}^R \sum_{r'=1}^{r-1} (G)_{r,r'} \sum_{n=M^{(r') + 1}}^{N^{(r)}} \sum_{m=1}^{\min\{n, M^{(r)}\}} p^{(r)} \times \\ \times (\min\{m, \max\{n - N^{(r')}, 0\}\} + \max\{0, m - \max\{n - N^{(r')}, 0\} - M^{(r')}\}) p(i, r, n, m).$$

Вероятность потери произвольного запроса  $P^{(loss)} = 1 - \frac{\lambda_{out}}{\lambda_1 + \lambda_2}$ .

Вероятность потери запроса второго типа на входе в результате его поступления в момент, когда число занятых приборов превышало  $M^{(r)} - 1$ , определяется как

$$P_2^{(loss-ent)} = (\lambda_2 + \lambda_1 (P_1^{(orb-RE)} + P_1^{(orb-ent)}))^{-1} \sum_{i=0}^{\infty} \sum_{r=1}^R \sum_{n=M^{(r)}}^{N^{(r)}} q_2^{(r)} \lambda_2^{(r)} \mathbf{p}(i, r, n) \mathbf{e}.$$

Вероятность потери произвольного запроса второго типа с орбиты

$$P^{(loss-from-orbit)} = P_2^{(loss)} - P_2^{(loss-ent)} - P_2^{(loss-RE)}.$$

## Заключение

В работе исследована система массового обслуживания с повторными вызовами и двумя типами запросов. Все параметры системы, включая число приборов, зависят от состояния случайной среды. Построен процесс функционирования системы, приведено условие существования стационарного режима системы, найдены основные характеристики производительности. Полученные результаты могут использоваться для оптимизации функционирования соты мобильной сети за счет правильного выбора стратегии управления доступом новых и хэндовер-запросов.

Данная работа выполнена при частичной поддержке Белорусского республиканского фонда фундаментальных исследований.

## Список литературы

1. Tran-Gia, P. Modeling of customer retrial phenomenon in cellular mobile networks / P. Tran-Gia, M. Mandjes // IEEE Journal on Selected Areas in Communications. – 1997. – Vol. 15. – P. 1406–1414.
2. Choi, B.D. A simple numerical approximation of joint probabilities of calls in service and calls in the retrial group in a picocell / B.D. Choi, A. Melikov, A. Velibekov // Applied Computational Mathematics. – 2008. – Vol. 7. – P. 21–30.
3. Do, T.V. Solution for a retrial queueing problem in cellular networks with the Fractional Guard Channel policy / T.V. Do // Mathematical and Computer Modelling. – 2011. – Vol. 53. – P. 2059–2066.

4. Zhou, Z. Optimization of the  $(MAP_1, MAP_2) / (PH_1, PH_2) / N$  retrial queue model of wireless cellular networks with channel allocation / Z. Zhou, Y. Zhu // *Computers and Electrical Engineering*. – 2013. – Vol. 39. – P. 1637–1649.
5. Kim, C.S. Optimization of Guard Channel Policy in Cellular Mobile Networks with Account of Retrials / C.S. Kim, V.I. Klimenok, A.N. Dudin // *Computers and Operation Research*. – 2014. – Vol. 43. – P. 181–190.
6. Erlang loss queueing system with batch arrivals operating in a random environment / C.S. Kim [et al.] // *Computers and Operations Research*. – 2009. – Vol. 36. – P. 674–967.
7. The BMAP/PH/N retrial queueing system operating in Markovian random environment / C.S. Kim [et al.] // *Computers and Operations Research*. – 2010. – Vol. 37. – P. 1228–1237.
8. Wu, J. Analysis of the finite source  $MAP / PH / N$  retrial G-queue operating in a random environment / J. Wu, Z. Liu, G. Yang // *Applied Mathematical Modelling*. – 2001. – Vol. 35. – P. 1184–1193.
9. Cordeiro, J.D. The unreliable  $M/M/1$  retrial queue in a random environment / J.D. Cordeiro, J.P. Kharoufeh // *Stochastic Models*. – 2012. – Vol. 28. – P. 29–48.
10. Dudin, A.N. Analysis of multiserver retrial queueing system with varying capacity and parameters / A.N. Dudin, O.S. Dudina // *Mathematical Problems in Engineering*. – 2015. – Vol. 2015. – P. 1–12.
11. Klimenok, V.I. Multi-dimensional asymptotically quasi-Toeplitz Markov chains and their application in queueing theory / V.I. Klimenok, A.N. Dudin // *Queueing Systems*. – 2006. – Vol. 54. – P. 245–259.

Поступила 13.01.2016

*Белорусский государственный университет,  
Минск, пр. Независимости, 4  
e-mail: dudin85@mail.ru,  
dudina\_olga@email.com*

**S.A. Dudin, O.S. Dudina**

### **MULTI-SERVER RETRIAL QUEUEING SYSTEM AS A MODEL OF A MOBILE NETWORK CELL**

A multi-server queueing system with two types of customers as a model of a cell of mobile network is considered. Part of the servers is reserved for service of first type customers only. The customers who do not receive service can make repeated attempts. All the system parameters including the total number of servers and the number of reserved servers are influenced by a random environment. The process of the system states is constructed, the ergodicity condition is derived, the stationary distribution of the system states is computed. The formulas for the main performance measures of the system are presented.

УДК 519.872

В.И. Клименок

## СТАЦИОНАРНЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ НЕНАДЕЖНОЙ СИСТЕМЫ МАССОВОГО ОБСЛУЖИВАНИЯ С ГРУППОВЫМ МАРКОВСКИМ ПОТОКОМ И РЕЗЕРВНЫМ ПРИБОРОМ

*Исследуется система массового обслуживания с ненадежным прибором и холодным резервированием, состоящая из бесконечного буфера, основного ненадежного прибора и резервного надежного прибора. Термин «холодный резерв» подразумевает, что резервный прибор выключен, пока исправен основной, и включается только при выходе основного прибора из строя. В систему поступает групповой марковский поток запросов. Поломки на основной прибор поступают в марковском потоке. Времена обслуживания на приборах и времена ремонтов распределены по фазовому закону. Выводится условие существования стационарного режима. Приводятся формулы для вычисления основных характеристик производительности системы. Находится преобразование Лапласа – Стильбеса распределения времени пребывания запроса в системе.*

### Введение

В последние годы технологии атмосферных оптических линий связи, с помощью которых информация передается по оптическому лазерному каналу, стали широко распространенными благодаря их несомненным достоинствам. Основные преимущества оптического лазерного канала заключаются в том, что он является высокоскоростным, не создает радиопомех и обеспечивает высокую конфиденциальность передачи информации. Однако этот канал очень чувствителен к состоянию атмосферы. Он не может передавать данные в условиях плохой видимости – тумана или пасмурной погоды. Как отмечено в [1], одним из важных направлений создания высокоскоростных надежных сетей связи является развитие гибридных сетей связи, основанных на лазерных и радиотехнологиях.

В гибридной системе оптический лазерный канал резервируется радиоканалом, функционирующим под управлением протокола IEEE 802.11n, и (или) радиоканалом миллиметрового диапазона радиоволн. Радиоканал миллиметрового диапазона является высокоскоростным, но он также чувствителен к состоянию атмосферы и не может осуществлять передачу во время осадков (дождь, снег и т. д.). Беспроводной широкополосный радиоканал, функционирующий под управлением протокола IEEE 802.11n, мало чувствителен к состоянию атмосферы, но имеет существенно меньшую скорость передачи. Поэтому и возникает проблема построения гибридных систем, использующих совместно или поочередно различные технологии передачи.

Вследствие высокой практической важности гибридных сетей связи в последние годы в литературе появился ряд публикаций, посвященных исследованию таких систем. Некоторые результаты этих исследований представлены в [1–4]. Работа [2] в основном посвящена анализу характеристик надежности, методам и алгоритмам выбора оптимальных стратегий переключения каналов в гибридных системах путем имитационного моделирования. В [1, 3–4] используется аналитическое моделирование гибридных систем связи системами массового обслуживания. В статье [3] рассматривается гибридная система связи с так называемым горячим резервированием, при котором резервный канал функционирует параллельно с основным и при выходе основного прибора из строя продолжает обслуживание. Достоинства горячего резервирования – быстрая реакция на выход основного прибора из строя и более высокая скорость обслуживания. В то же время следует отметить и его основной недостаток – неэкономное использование ресурсов, например электроэнергии, который отсутствует при холодном резервировании. В работе [4] рассматривается гибридная система с холодным резервированием, в которой резервный надежный радиоканал подключается к обслуживанию только тогда, когда основной лазерный канал выходит из строя вследствие неблагоприятных погодных условий. Статья [1] посвящена гибридной системе связи, в которой миллиметровый канал используется как резервный по отношению к оптическому лазерному каналу. В качестве математической модели авторы рассматривают систему массового обслуживания с двумя ненадежными приборами.

В настоящей работе исследуется система массового обслуживания, предназначенная для моделирования гибридной сети связи с холодным резервированием, при гораздо более общих по сравнению с [4] предположениях относительно характера входных потоков и потоков поломок и распределений времен обслуживания и восстановления.

## 1. Математическая модель

Рассматривается система массового обслуживания с ожиданием, состоящая из двух приборов, один из которых (основной, прибор 1) является ненадежным, а другой (резервный, прибор 2) – абсолютно надежным. Последний находится в холодном резерве. Ненадежный прибор – это лазерный канал, а надежный – беспроводной широкополосный радиоканал, функционирующий под управлением протокола IEEE 802.11n. Под влиянием смога, тумана, снега лазерный канал может выйти из строя и сразу начать восстанавливаться. Одновременно начнется период переключения на резервный прибор с целью дальнейшей передачи информации по этому каналу. Во время восстановления (ремонта) информация будет передаваться по резервному каналу. После восстановления основного канала резервный канал отключится до следующей поломки основного канала.

Опишем более подробно сценарий взаимодействия основного и резервного приборов. Обслуживание заявок производится основным прибором. Если произошла поломка основного прибора, то одновременно запускаются механизмы ремонта этого прибора и переключения на резервный прибор. В случае когда ремонт закончится раньше, чем само переключение, переключение прекращается и основной прибор возобновляет обслуживание, прерванное поломкой, или берет первую поступившую заявку из очереди за время ремонта. Если прибор был пуст как в момент поломки, так и в момент окончания ремонта, то он ждет поступления новой заявки. В случае когда переключение закончилось раньше, чем ремонт, резервный прибор еще раз заново обслуживает заявку, а после – только заявки из буфера и вновь поступающие заявки до тех пор, пока не закончится ремонт основного прибора. С момента окончания ремонта обслуживание заявок немедленно переносится на основной прибор. Обслуживание заявки, которая находилась на резервном приборе (если таковая имела), начинается на основном приборе заново.

Запросы поступают в систему в групповом марковском потоке (Batch Markovian Arrival Process – ВМАР). Поступление групп запросов в этом потоке возможно только в моменты скачков некоторой неприводимой цепи Маркова  $v_t, t \geq 0$ , с непрерывным временем и конечным пространством состояний  $\{0, 1, \dots, W\}$ , которая называется управляющим процессом ВМАР-потока. Интенсивности переходов процесса  $v_t, t \geq 0$ , сопровождающиеся поступлением групп запросов размером  $k \geq 1$  (не сопровождающиеся поступлением запросов), задаются элементами матриц  $D_k$  (недиагональными элементами матрицы  $D_0$ ) или производящей функцией

$D(z) = \sum_{k=0}^{\infty} D_k z^k, |z| \leq 1$ . При этом матрица  $D(1)$  является неприводимым генератором цепи

$v_t, t \geq 0$ . Вектор-строка  $\mathbf{q}$  стационарного распределения данного процесса является решением системы уравнений  $\mathbf{q}D(1) = 0, \mathbf{q}\mathbf{e} = 1$ , где  $\mathbf{e}$  – вектор-столбец, состоящий из единиц. Интенсивность  $\lambda$  поступления запросов в ВМАР-потоке имеет вид  $\lambda = \mathbf{q}D'(z)|_{z=1} \mathbf{e}$ , интенсивность  $\lambda_b$  поступления групп запросов определяется как  $\lambda_b = \mathbf{q}(-D_0)\mathbf{e}$ . Коэффициент вариации  $c_{var}$  длин интервалов между моментами поступления последовательных групп определяется формулой  $c_{var}^2 = 2\lambda_b \mathbf{q}(-D_0)^{-1} \mathbf{e} - 1$ . Коэффициент корреляции  $c_{cor}$  длин двух соседних интервалов вычисляется следующим образом:  $c_{cor} = [\lambda_b \mathbf{q}(-D_0)^{-1} (D(1) - D_0(-D_0)^{-1} \mathbf{e} - 1)] / c_{var}^2$ . Более подробное описание ВМАР-потока можно найти, например, в [5].

Поломки поступают на основной прибор в любом его состоянии. Если прибор находится на ремонте, то поступившая поломка игнорируется. В противном случае поломка вызывает начало периода переключения на резервный прибор. Поломки поступают в МАР-потоке, характе-

ризующимся матрицами  $H_0$  и  $H_1$  порядка  $(V+1) \times (V+1)$ . Стационарный вектор МАР определяется как решение системы  $\mathbf{g}(H_0 + H_1) = 0$ ,  $\mathbf{g}\mathbf{e} = 1$ . Интенсивность поломок  $h = \mathbf{g}H_1\mathbf{e}$ .

Времена обслуживания на приборах, времена ремонтов и переключений имеют распределения фазового типа. Краткое описание этого типа распределений следующее. Время, имеющее фазовое распределение (Phase Type distribution – PH) с неприводимым представлением  $(\mathbf{b}, S)$ , определяется как время, за которое цепь Маркова с непрерывным временем  $m_t$ ,  $t \geq 0$ , имеющая несущественные состояния  $(1, \dots, M)$  и поглощающее состояние  $M+1$ , достигнет поглощающего состояния. Начальное состояние цепи выбирается в соответствии с распределением, задаваемым вектор-строкой  $(\mathbf{b}, 0)$ , где  $\mathbf{b}$  – стохастический вектор размерности  $M$ . Переходы

цепи Маркова  $m_t$ ,  $t \geq 0$ , описываются генератором  $\begin{pmatrix} S & \mathbf{S}_0 \\ \mathbf{0} & 0 \end{pmatrix}$ , где матрица  $S$  – субгенератор,

а вектор-столбец  $\mathbf{S}_0$  определяется как  $\mathbf{S}_0 = -S\mathbf{e}$ . Матрица  $S$  является квадратной матрицей порядка  $M$  с отрицательными диагональными элементами и неотрицательными недиагональными элементами. Вектор  $\mathbf{S}_0$  является вектором с неотрицательными элементами, среди которых есть хотя бы один положительный. Математическое ожидание рассматриваемого интервала времени вычисляется по формуле  $b_1 = \mathbf{b}(-S)^{-1}\mathbf{e}$ , интенсивность обслуживания –  $\mu = b_1^{-1}$ . Более подробную информацию о распределениях фазового типа можно найти, например, в [6, 7].

В нашем случае предполагаем, что время обслуживания запроса  $k$ -м прибором имеет PH-распределение с неприводимым представлением  $(\mathbf{b}^{(k)}, S^{(k)})$ ,  $k = 1, 2$ . Процесс обслуживания на  $k$ -м приборе происходит под управлением цепи Маркова  $m_t^{(k)}$ ,  $t \geq 0$ , с пространством состояний  $\{1, \dots, M^{(k)}, M^{(k)}+1\}$ , где  $M^{(k)}+1$  есть поглощающее состояние. Интенсивности переходов в поглощающее состояние задаются вектором  $\mathbf{S}_0^{(k)} = -S^{(k)}\mathbf{e}$ . Интенсивности обслуживания вычисляются как  $\mu^{(k)} = -[\mathbf{b}^{(k)}(S^{(k)})^{-1}\mathbf{e}]^{-1}$ ,  $k = 1, 2$ .

Время ремонта имеет PH-распределение с неприводимым представлением  $(\mathbf{t}, T)$ . Процесс ремонта происходит под управлением цепи Маркова  $\vartheta_t$ ,  $t \geq 0$ , с пространством состояний  $\{1, \dots, R, R+1\}$ , где  $R+1$  есть поглощающее состояние. Интенсивности переходов в поглощающее состояние задаются вектором  $\mathbf{T}_0 = -T\mathbf{e}$ . Интенсивность ремонта вычисляется как  $\phi = -(\mathbf{t}T^{-1}\mathbf{e})^{-1}$ .

Время переключения на резервный прибор имеет PH-распределение с неприводимым представлением  $(\mathbf{a}, A)$ . Процесс переключения происходит под управлением цепи Маркова  $l_t$ ,  $t \geq 0$ , с пространством состояний  $\{1, \dots, L, L+1\}$ , где  $L+1$  есть поглощающее состояние. Интенсивности переходов в поглощающее состояние задаются вектором  $\mathbf{A}_0 = -A\mathbf{e}$ . Интенсивность переключения вычисляется как  $a = -[\mathbf{a}A^{-1}\mathbf{e}]^{-1}$ .

## 2. Цепь Маркова, описывающая функционирование системы

Пусть в момент  $t$ :

$i_t$  – число запросов в системе,  $i_t \geq 0$ ;

$n_t = \begin{cases} 0, & \text{если основной прибор (прибор 1) исправен;} \\ 1, & \text{если основной прибор на ремонте;} \end{cases}$

$r_t = \begin{cases} 0, & \text{если момент } t \text{ не принадлежит периоду переключения;} \\ 1, & \text{если в момент } t \text{ идет переключение;} \end{cases}$

$m_t^{(j)}$  – состояние управляющего процесса PH-времени обслуживания на  $j$ -м занятом приборе,  $j = 1, 2$ ,  $m_t^{(j)} = 1, \overline{M^{(j)}}$ ;

$l_t$  – состояние управляющего процесса РН-времени переключения с прибора 1 на прибор 2,  $l_t = \overline{1, L}$ ;

$\vartheta_t$  – состояние управляющего процесса РН-времени ремонта,  $\vartheta_t = \overline{1, R}$ ;

$v_t$  и  $\eta_t$  – состояния управляющих процессов входящего ВМАР-потока и МАР-потока поломок соответственно,  $v_t = \overline{0, W}$ ,  $\eta_t = \overline{0, V}$ .

Процесс функционирования системы описывается неприводимой цепью Маркова  $\xi_t$ ,  $t \geq 0$ , с пространством состояний

$$\begin{aligned} X = & \{(i, n, v, \eta), i = 0, n = 0, v = \overline{0, W}, \eta = \overline{0, V}\} \cup \\ & \cup \{(i, n, v, \eta, \vartheta), i = 0, n = 1, v = \overline{0, W}, \eta = \overline{0, V}, \vartheta = \overline{0, R}\} \cup \\ & \cup \{(i, n, r, v, \eta, m^{(1)}), i > 0, n = 0, r = 0, v = \overline{0, W}, \eta = \overline{0, V}, m^{(1)} = \overline{1, M^{(1)}}\} \cup \\ & \cup \{(i, n, r, v, \eta, m^{(2)}, \vartheta), i > 0, n = 1, r = 0, v = \overline{0, W}, \eta = \overline{0, V}, \vartheta = \overline{1, R}, m^{(2)} = \overline{1, M^{(2)}}\} \cup \\ & \cup \{(i, n, r, v, \eta, \vartheta, l), i > 0, n = 1, r = 1, v = \overline{0, W}, \eta = \overline{0, V}, \vartheta = \overline{1, R}, l^{(2)} = \overline{1, L}\}. \end{aligned}$$

Далее будем предполагать, что состояния цепи  $\xi_t$  внутри каждого из приведенных подмножеств упорядочены в лексикографическом порядке и таким образом упорядоченные подмножества упорядочены в том порядке, в котором они перечислены выше.

**Теорема 1.** *Инфинитезимальный генератор  $Q$  цепи Маркова  $\xi_t$ ,  $t \geq 0$ , имеет следующую блочную структуру:*

$$Q = \begin{pmatrix} \tilde{Q}_0 & \tilde{Q}_1 & \tilde{Q}_2 & \tilde{Q}_3 & \dots \\ \tilde{Q}_0 & Q_1 & Q_2 & Q_3 & \dots \\ O & Q_0 & Q_1 & Q_2 & \dots \\ O & O & Q_0 & Q_1 & \dots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots \end{pmatrix},$$

где ненулевые блоки имеют вид

$$\begin{aligned} \tilde{Q}_0 &= \begin{pmatrix} D_0 \oplus H_0 & I_{\overline{W}} \otimes H_1 \otimes \mathbf{t} \\ I_a \otimes \mathbf{T}_0 & D_0 \oplus H \oplus T \end{pmatrix}; \\ \tilde{Q}_k &= \begin{pmatrix} O & D_k \otimes I_{\overline{V}} \otimes \mathbf{b}^{(1)} & O & O \\ 1 & O & D_k \otimes I_{\overline{V}} \otimes I_R \otimes \mathbf{b}^{(2)} & O \end{pmatrix}, \quad k \geq 1; \\ \tilde{Q}_0 &= \begin{pmatrix} I_a \otimes \mathbf{S}_0^{(1)} & O \\ O & I_{aR} \otimes \mathbf{S}_0^{(2)} \\ O & O \end{pmatrix}, \quad Q_0 = \begin{pmatrix} I_a \otimes \mathbf{S}_0^{(1)} \mathbf{b}^{(1)} & O & O \\ O & I_{aR} \otimes \mathbf{S}_0^{(2)} \mathbf{b}^{(2)} & O \\ O & O & O \end{pmatrix}; \\ Q_1 &= \begin{pmatrix} D_0 \oplus H_0 \oplus S^{(1)} & O & I_{\overline{W}} \otimes H_1 \otimes \mathbf{e}_{M^{(1)}} \otimes \mathbf{t} \otimes \mathbf{a} \\ I_a \otimes \mathbf{T}_0 \otimes \mathbf{e}_{M^{(2)}} \otimes \mathbf{b}^{(1)} & D_0 \oplus H \oplus T \oplus S^{(2)} & O \\ I_a \otimes \mathbf{T}_0 \otimes \mathbf{e}_L \otimes \mathbf{b}^{(1)} & I_a \otimes I_R \otimes \mathbf{A}_0 \otimes \mathbf{b}^{(2)} & D_0 \oplus H \oplus T \oplus A \end{pmatrix}, \end{aligned}$$

$$Q_k = \text{diag}\{D_{k-1} \otimes I_{\bar{V}} \otimes I_{M^{(1)}}, D_{k-1} \otimes I_{\bar{V}} \otimes I_R \otimes I_{M^{(2)}}, D_{k-1} \otimes I_{\bar{V}} \otimes I_R \otimes I_L\}, \quad k \geq 2.$$

Здесь  $H = H_0 + H_1$ ;  $\otimes, \oplus$  – символы кронекерова произведения и суммы матриц соответственно,  $\bar{W} = W + 1, \bar{V} = V + 1, a = \bar{W}\bar{V}$ .

Доказательство теоремы 1 проводится путем анализа поведения цепи на бесконечно малом интервале времени.

**Следствие 1.** Цепь Маркова  $\xi_t, t \geq 0$ , принадлежит классу квазитеплицевых цепей Маркова с непрерывным временем [8].

Доказательство следует из вида генератора, заданного леммой 1, и определения квазитеплицевых цепей Маркова, данного в [8].

В дальнейшем будем использовать выражения для производящих функций  $\tilde{Q}(z) = \sum_{k=1}^{\infty} \tilde{Q}_k z^k$  и  $Q(z) = \sum_{k=0}^{\infty} Q_k z^k, |z| \leq 1$ .

**Следствие 2.** Матричные производящие функции  $\tilde{Q}(z), Q(z)$  имеют следующий вид:

$$\tilde{Q}(z) = \begin{pmatrix} (D(z) - D_0) \otimes I_{\bar{V}} \otimes \mathbf{b}^{(1)} & O & O \\ O & (D(z) - D_0) \otimes I_{\bar{V}} \otimes I_R \otimes \mathbf{b}^{(2)} & O \end{pmatrix}; \quad (1)$$

$$Q(z) = Q_0 + Qz + z \text{diag}\{D(z) \otimes I_{\bar{V}} \otimes I_{M^{(1)}}, D(z) \otimes I_{\bar{V}} \otimes I_R \otimes I_{M^{(2)}}, D(z) \otimes I_{\bar{V}} \otimes I_R \otimes I_L\}, \quad (2)$$

где

$$Q = \begin{pmatrix} I_{\bar{W}} \otimes H_0 \oplus S^{(1)} & O & I_{\bar{W}} \otimes H_1 \otimes \mathbf{e}_{M^{(1)}} \otimes \mathbf{t} \otimes \mathbf{a} \\ I_a \otimes \mathbf{T}_0 \otimes \mathbf{e}_{M^{(2)}} \otimes \mathbf{b}^{(1)} & I_{\bar{W}} \otimes H \oplus T \oplus S^{(2)} & O \\ I_a \otimes \mathbf{T}_0 \otimes \mathbf{e}_L \otimes \mathbf{b}^{(1)} & I_a \otimes I_R \otimes \mathbf{A}_0 \otimes \mathbf{b}^{(2)} & I_{\bar{W}} \otimes H \oplus T \oplus A \end{pmatrix}.$$

### 3. Условие эргодичности

**Теорема 2.** Цепь Маркова  $\xi_t, t \geq 0$ , эргодична тогда и только тогда, когда выполняется неравенство

$$\lambda < \mathbf{p}_1 \mathbf{S}_0^{(1)} + \mathbf{p}_2 \mathbf{S}_0^{(2)}, \quad (3)$$

где

$$\mathbf{p}_1 = \mathbf{x}_1 (\mathbf{e}_{\bar{V}} \otimes I_{M^{(1)}}), \quad \mathbf{p}_2 = \mathbf{x}_2 (\mathbf{e}_{\bar{V}} \otimes \mathbf{e}_R \otimes I_{M^{(2)}}), \quad (4)$$

а вектор  $\mathbf{x} = (\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \mathbf{x}_3)$  является единственным решением системы линейных алгебраических уравнений

$$\mathbf{x}\Gamma = \mathbf{0}, \quad \mathbf{x}\mathbf{e} = 1. \quad (5)$$

Здесь

$$\Gamma = \begin{pmatrix} H_0 \oplus S^{(1)} + I_{\bar{V}} \otimes \mathbf{S}_0^{(1)} \otimes \mathbf{b}^{(1)} & O & H_1 \otimes \mathbf{e}_{M^{(1)}} \otimes \mathbf{t} \otimes \mathbf{a} \\ I_{\bar{V}} \otimes \mathbf{T}_0 \otimes \mathbf{e}_{M^{(2)}} \otimes \mathbf{b}^{(1)} & H \oplus T \oplus S^{(2)} + I_{\bar{V}R} \otimes \mathbf{S}_0^{(2)} \otimes \mathbf{b}^{(2)} & O \\ I_{\bar{V}} \otimes \mathbf{T}_0 \otimes \mathbf{e}_L \otimes \mathbf{b}^{(1)} & I_{\bar{V}} \otimes I_R \otimes \mathbf{A}_0 \otimes \mathbf{b}^{(2)} & H \oplus T \oplus A \end{pmatrix}.$$

Доказательство. Согласно [8] необходимое и достаточное условие эргодичности рассматриваемой квазитеплицевой цепи Маркова  $\xi_t, t \geq 0$ , состоит в выполнении неравенства

$$\mathbf{y}Q'(1)\mathbf{e} < 0, \quad (6)$$

где вектор  $\mathbf{y}$  является единственным решением системы

$$\mathbf{y}Q(1) = \mathbf{0}; \quad (7)$$

$$\mathbf{y}\mathbf{e} = 1. \quad (8)$$

Представим вектор  $\mathbf{y}$  в виде

$$\mathbf{y} = (\mathbf{q} \otimes \mathbf{x}_1, \mathbf{q} \otimes \mathbf{x}_2, \mathbf{q} \otimes \mathbf{x}_3), \quad (9)$$

где  $\mathbf{x} = (\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \mathbf{x}_3)$  – стохастический вектор.

Тогда, учитывая, что  $\mathbf{q} \sum_{k=0}^{\infty} D_k = \mathbf{0}$ , система (7), (8) сводится к виду (5).

Подставляя в неравенство (6) вектор  $\mathbf{y}$  в виде (9), выражение для  $Q'(1)$ , вычисленное с помощью формулы (2), и учитывая, что  $\mathbf{q}D'(1)\mathbf{e} = \lambda$ , сводим это неравенство к выражению

$$\lambda + \mathbf{x}Q^-\mathbf{e} < 0, \quad (10)$$

где

$$Q^- = \begin{pmatrix} H_0 \oplus S^{(1)} & O & H_1 \otimes \mathbf{e}_{M^{(1)}} \otimes \mathbf{t} \otimes \mathbf{a} \\ I_{\bar{V}} \otimes \mathbf{T}_0 \otimes \mathbf{b}^{(1)} & H \oplus T \oplus S^{(2)} & O \\ I_{\bar{V}} \otimes \mathbf{T}_0 \otimes \mathbf{e}_L \otimes \mathbf{b}^{(1)} & I_{\bar{V}} \otimes I_R \otimes \mathbf{A}_0 \otimes \mathbf{b}^{(2)} & H \oplus T \oplus A \end{pmatrix}.$$

Используя соотношения  $H\mathbf{e} = (H_0 + H_1)\mathbf{e} = \mathbf{0}$ ,  $T\mathbf{e} + \mathbf{T}_0 = \mathbf{0}$ ,  $A\mathbf{e} + \mathbf{A}_0 = \mathbf{0}$ , сведем неравенство (10) к виду

$$\lambda < x_1(\mathbf{e}_{\bar{V}} \otimes I_{M^{(1)}})\mathbf{S}_0^{(1)} + x_2(\mathbf{e}_{\bar{V}} \otimes \mathbf{e}_R \otimes I_{M^{(2)}})\mathbf{S}_0^{(2)}.$$

После использования обозначений (4) последнее приобретает вид (3).

*Замечание.* При физической интерпретации условия эргодичности (3) учитываем, что данное условие отражает процесс обслуживания в системе в условиях перегрузки и векторы  $\mathbf{p}_n, n=1,2$ , имеют следующий смысл: компонента  $\mathbf{p}_1(m^{(1)})$  вектора  $\mathbf{p}_1$  есть вероятность того, что прибор 1 исправен и обслуживает запрос на фазе  $m^{(1)}$ ,  $m^{(1)} = 1, M^{(1)}$ , компонента  $\mathbf{p}_2(m^{(2)})$  вектора  $\mathbf{p}_2$  есть вероятность того, что прибор 1 на ремонте, переключение закончилось и прибор 2 обслуживает запрос на фазе  $m^{(2)}$ ,  $m^{(2)} = 1, M^{(2)}$ . Тогда правая часть неравенства (3) выражает суммарную интенсивность обслуживания запросов в условиях перегрузки. Очевидно, что для существования стационарного режима в системе необходимо и достаточно, чтобы интенсивность входного потока  $\lambda$  была меньше суммарной интенсивности обслуживания в условиях перегрузки.

**Следствие 3.** В случае стационарного пуассоновского потока поломок и экспоненциальных распределений времен обслуживания, переключения и ремонтов условие эргодичности (3) сводится к следующему неравенству:

$$\lambda < \pi_1\mu_1 + \pi_2\mu_2,$$

где

$$\pi_1 = \frac{a+\phi}{h} \left[ 1 + \frac{a}{\phi} + \frac{a+\phi}{h} \right]^{-1}, \quad \pi_2 = \frac{a}{\phi} \left[ 1 + \frac{a}{\phi} + \frac{a+\phi}{h} \right]^{-1}.$$

#### 4. Стационарное распределение

Предполагаем, что условие эргодичности, заданное теоремой 2, выполняется. Введем обозначения для предельных вероятностей состояний цепи Маркова  $\xi_t$ , которые в нашем случае являются и стационарными вероятностями состояний рассматриваемой системы массового обслуживания:

$$p_0^{(0)}(v, \eta) = \lim_{t \rightarrow \infty} P\{i_t = 0, n_t = 0, v_t = v, \eta_t = \eta\}, \quad v = \overline{0, W}, \quad \eta = \overline{0, V};$$

$$p_0^{(1)}(v, \eta) = \lim_{t \rightarrow \infty} P\{i_t = 0, n_t = 1, v_t = v, \eta_t = \eta, \vartheta_t = \vartheta\}, \quad v = \overline{0, W}, \quad \eta = \overline{0, V}, \quad \vartheta = \overline{1, R};$$

$$p_i^{(0,0)}\{(v, \eta, m^{(1)})\} = \lim_{t \rightarrow \infty} P\{i_t = i, n_t = 0, r_t = 0, v_t = v,$$

$$\eta_t = \eta, m_t^{(1)} = m^{(1)}\}, \quad i > 0, \quad v = \overline{0, W}, \quad \eta = \overline{0, V}, \quad m^{(1)} = \overline{1, M^{(1)}};$$

$$p_i^{(1,0)}\{(v, \eta, m^{(2)}, \vartheta)\} = \lim_{t \rightarrow \infty} P\{i_t = i, n_t = 1, r_t = 0, v_t = v, \eta_t = \eta, \vartheta_t = \vartheta, m_t^{(2)} = m^{(2)}\},$$

$$i > 0, \quad v = \overline{0, W}, \quad \eta = \overline{0, V}, \quad \vartheta = \overline{1, R}, \quad m^{(2)} = \overline{1, M^{(2)}};$$

$$p_i^{(1,1)}\{(v, \eta, \vartheta, l)\} = \lim_{t \rightarrow \infty} P\{i_t = i, n_t = 1, r_t = 1, v_t = v, \eta_t = \eta, \vartheta_t = \vartheta, l_t = l\},$$

$$i > 0, \quad v = \overline{0, W}, \quad \eta = \overline{0, V}, \quad \vartheta = \overline{1, R}, \quad l = \overline{1, L}.$$

Внутри каждой из выделенных групп упорядочим вероятности в лексикографическом порядке компонент и сформируем векторы этих вероятностей

$$\mathbf{p}_0^{(0)}, \mathbf{p}_0^{(1)}, \mathbf{p}_i^{(0,0)}, \mathbf{p}_i^{(1,0)}, \mathbf{p}_i^{(1,1)}, \quad i \geq 1.$$

Далее сформируем векторы стационарных вероятностей, соответствующих значениям счетной компоненты, как

$$\mathbf{p}_0 = (\mathbf{p}_0^{(0)}, \mathbf{p}_0^{(1)}), \quad \mathbf{p}_i = (\mathbf{p}_i^{(0,0)}, \mathbf{p}_i^{(1,0)}, \mathbf{p}_i^{(1,1)}), \quad i \geq 1.$$

Порядок вектора  $\mathbf{p}_0$  равен  $a(R+1)$ , порядок каждого из векторов  $\mathbf{p}_i, i \geq 1$ , равен  $a(M^{(1)} + RM^{(2)} + RL)$ .

Для вычисления векторов  $\mathbf{p}_i, i > 0$ , используется алгоритм, разработанный в [8] для вычисления стационарного распределения многомерных квазитеплицевых цепей Маркова. Идея этого алгоритма состоит в выводе другой системы линейных алгебраических уравнений для искомых векторов на основе использования понятия сенсорной цепи Маркова (см., например, [9]).

*Алгоритм.* Векторы стационарных вероятностей  $\mathbf{p}_i, i \geq 0$ , находятся следующим образом:

1. Вычисляется матрица  $G$  как стохастическое решение нелинейного матричного уравнения

$$\sum_{k=0}^{\infty} Q_k G^k = \mathbf{0}.$$

2. Вычисляется матрица  $G_0$  из уравнения

$$\widehat{Q}_0 + (Q_1 + \sum_{n=2}^{\infty} Q_n G^{n-1}) G_0 = \mathbf{0},$$

откуда

$$G_0 = -(Q_1 + \sum_{n=2}^{\infty} Q_n G^{n-1})^{-1} \widehat{Q}_0.$$

3. Вычисляются матрицы  $\bar{Q}_{i,l}, l \geq i, i \geq 0$ , по формулам

$$\bar{Q}_{i,l} = \begin{cases} \tilde{Q}_l + \sum_{n=l+1}^{\infty} \tilde{Q}_n G_{n-1} G_{n-2} \dots G_l, & i=0, l \geq 0, \\ Q_{l-i} + \sum_{n=l+1}^{\infty} Q_{n-i} G_{n-1} G_{n-2} \dots G_l, & i \geq 1, l \geq i, \end{cases}$$

где  $G_i = G, i \geq 1$ .

4. Вычисляются матрицы  $\Phi_l, l \geq 0$ , по рекуррентным формулам

$$\Phi_0 = I, \Phi_l = \sum_{i=0}^{l-1} \Phi_i \bar{Q}_{i,l} (-\bar{Q}_{l,l})^{-1}, l \geq 1.$$

5. Вектор  $\mathbf{p}_0$  вычисляется как единственное решение системы линейных алгебраических уравнений

$$\mathbf{p}_0 (-\bar{Q}_{0,0}) = \mathbf{0}, \mathbf{p}_0 (\mathbf{e}_{a(R+1)} + \sum_{l=1}^{\infty} \Phi_l \mathbf{e}) = 1.$$

6. Векторы стационарных вероятностей  $\mathbf{p}_l, l \geq 1$ , вычисляются как

$$\mathbf{p}_l = \mathbf{p}_0 \Phi_l, l \geq 1.$$

Преимуществом этого алгоритма выступает отсутствие операции вычитания в рекурсиях. Все матрицы, фигурирующие в алгоритме, являются неотрицательными, что обеспечивает устойчивость вычислений при компьютерной реализации алгоритма.

### 5. Векторная производящая функция стационарного распределения. Характеристики производительности системы

Вычислив векторы стационарных вероятностей  $\mathbf{p}_i, i \geq 0$ , можно найти также различные характеристики производительности системы. При этом будет полезным следующий результат.

**Теорема 3.** Векторная производящая функция  $\mathbf{P}(z) = \sum_{i=1}^{\infty} \mathbf{p}_i z^i, |z| \leq 1$ , удовлетворяет уравнению

$$\mathbf{P}(z)Q(z) = z[\mathbf{p}_1 Q_0 - \mathbf{p}_0 \tilde{Q}(z)]. \quad (11)$$

Формула (11), в частности, может быть использована для вычисления значений функции  $\mathbf{P}(z)$  и ее производных в точке  $z=1$  без вычисления бесконечных сумм. Полученные значения позволят найти моменты числа заявок в системе и ряд других ее характеристик. Заметим, что непосредственно вычислить величину  $\mathbf{P}(z)$  и ее производных в точке  $z=1$  из уравнения (11) не удастся, так как матрица  $Q(1)$  вырожденная. Преодолеть эту трудность можно путем использования рекуррентных формул, приведенных в следствии 4.

Обозначим через  $f^{(m)}(z)$   $m$ -ю производную функции  $f(z), m \geq 1$ , и  $f^{(0)}(z) = f(z)$ .

**Следствие 4.**  $m$ -я производная векторной производящей функции  $\mathbf{P}(z), |z| \leq 1$ , в точке  $z=1$  (факториальный момент  $m$ -го порядка) вычисляется рекуррентно как решение следующей системы линейных алгебраических уравнений:

$$\begin{cases} \mathbf{P}^{(m)}(1)Q(1) = B^{(m)}(1) - \sum_{l=0}^{m-1} C_m^l \mathbf{P}^{(l)}(1)Q^{(m-l)}(1); \\ \mathbf{P}^{(m)}(1)Q'(1)\mathbf{e} = \frac{1}{m+1} [B^{(m+1)}(1) - \sum_{l=0}^{m-1} C_{m+1}^l \mathbf{P}^{(l)}(1)Q^{(m+1-l)}(1)]\mathbf{e}, \end{cases}$$

где

$$B^{(m)}(1) = \begin{cases} \mathbf{p}_1 Q_0 - \mathbf{p}_0 \tilde{Q}(1), & m = 0; \\ \mathbf{p}_1 Q_0 - \mathbf{p}_0 \tilde{Q}(1) - \mathbf{p}_0 \tilde{Q}'(1), & m = 1; \\ -\mathbf{p}_0 [m \tilde{Q}^{(m-1)}(1) + Q^{(m)}(1)], & m > 1, \end{cases}$$

а производные  $Q^{(m)}(1)$  и  $\tilde{Q}^{(m)}(1)$  находятся с помощью формул (1), (2).

Доказательство следствия аналогично доказательству из работы [10].

Приведем формулы для некоторых важных характеристик производительности системы:

$\rho = \mathbf{p}_1 \mathbf{S}_0^{(1)} + \mathbf{p}_2 \mathbf{S}_0^{(2)}$  – пропускная способность системы (максимальное значение интенсивности потока, который может быть пропущен через систему);

$L = \mathbf{P}^{(1)}(1)\mathbf{e}$  – среднее число запросов в системе;

$V = \mathbf{P}^{(2)}(1)\mathbf{e} + L - L^2$  – дисперсия числа запросов в системе;

$P_0^{(0)} = \mathbf{p}_0^{(0)}\mathbf{e}$  – вероятность того, что система пуста и прибор 1 в исправном состоянии;

$P_0^{(1)} = \mathbf{p}_0^{(1)}\mathbf{e}$  – вероятность того, что система пуста и прибор 1 на ремонте;

$P_0^{(0,0)} = \mathbf{P}(1)\text{diag}\{I_{aM^{(1)}}, \mathbf{0}_{aR(M^{(2)}+L)}\}\mathbf{e}$  – вероятность того, что прибор 1 обслуживает запрос;

$P_0^{(1,0)} = \mathbf{P}(1)\text{diag}\{\mathbf{0}_{aM^{(1)}}, I_{aRM^{(2)}}, \mathbf{0}_{aRL}\}\mathbf{e}$  – вероятность того, что прибор 1 на ремонте, а прибор 2 обслуживает запрос;

$P_0^{(1,1)} = \mathbf{P}(1)\text{diag}\{\mathbf{0}_{a(M^{(1)}+RM^{(2)})}, I_{aRL}\}\mathbf{e}$  – вероятность того, что прибор 1 на ремонте и идет переключение с этого прибора на прибор 2;

$P_0 = \mathbf{p}_0^{(0)}\mathbf{e} + \mathbf{P}(1)\text{diag}\{I_{aM^{(1)}}, \mathbf{0}_{aR(M^{(2)}+L)}\}\mathbf{e}$  – вероятность того, что прибор 1 в исправном состоянии;

$P_1 = \mathbf{p}_0^{(1)}\mathbf{e} + \mathbf{P}(1)\text{diag}\{\mathbf{0}_{aM^{(1)}}, I_{aR(M^{(2)}+L)}\}\mathbf{e}$  – вероятность того, что прибор 1 на ремонте.

## 6. Стационарное распределение времени пребывания

Пусть  $V(x)$  – стационарная функция распределения времени пребывания произвольного запроса в системе,  $v(s) = \int_0^{\infty} e^{-sx} dV(x)$ ,  $Re(s) \geq 0$ , – преобразование Лапласа – Стильеса этой функции.

**Теорема 4.** Преобразование Лапласа – Стильеса стационарного распределения времени пребывания произвольного запроса в системе имеет вид

$$v(s) = \lambda^{-1} \left\{ \mathbf{p}_0 \sum_{k=1}^{\infty} \tilde{Q}_k \sum_{l=1}^k \Phi^l(s) + \sum_{i=1}^{\infty} \mathbf{p}_i \sum_{k=2}^{\infty} Q_k \sum_{l=1}^{k-1} \Phi^{i+l}(s) \right\} \mathbf{e}, \quad (12)$$

где

$$\Phi(s) = (sI - \bar{Q})^{-1} Q_0, \quad \bar{Q} = Q(1) - Q_0.$$

Доказательство основано на вероятностном смысле преобразования Лапласа – Стильеса. Предполагается, что независимо от функционирования системы поступает стационарный пуассоновский поток так называемых катастроф с интенсивностью  $s$ ,  $s > 0$ . Тогда преобразование Лапласа – Стильеса  $v(s)$  можно интерпретировать как вероятность того, что за время пребывания запроса в системе не произойдет катастрофа. Такая интерпретация позволяет вывести выражение для  $v(s)$  путем вероятностных рассуждений.

Предполагаем, что в начале обслуживания запроса первоначальная фаза времени обслуживания уже установлена. Тогда матрица вероятностей того, что за время обслуживания не произойдет катастрофа и произойдут соответствующие переходы конечных компонент цепи

Маркова  $\xi_t$ ,  $t \geq 0$ , вычисляется как  $\widehat{\Phi}(s) = \int_0^{\infty} e^{(-sI + \bar{Q})t} \widehat{Q}_0 dt = (sI - \bar{Q})^{-1} \widehat{Q}_0$ , если в момент окончания обслуживания нет очереди, и как  $\Phi(s) = \int_0^{\infty} e^{(-sI + \bar{Q})t} Q_0 dt = (sI - \bar{Q})^{-1} Q_0$ , если в момент окончания обслуживания есть очередь. Заметим, что

$$\widehat{\Phi}(s)\mathbf{e} = \Phi(s)\mathbf{e}, \quad (13)$$

так как  $\widehat{Q}_0\mathbf{e} = Q_0\mathbf{e}$ .

Предположим, что произвольный запрос, поступающий в группе размером  $k$ , размещается на  $j$ -м месте в группе с вероятностью  $1/k$ . Тогда, используя формулу полной вероятности и свойство (13), получим следующее выражение для  $v(s)$ :

$$v(s) = \mathbf{p}_0 \sum_{k=1}^{\infty} \frac{k}{\lambda} \tilde{Q}_k \sum_{l=1}^k \frac{1}{k} \Phi^l(s)\mathbf{e} + \sum_{i=1}^{\infty} \mathbf{p}_i \sum_{k=2}^{\infty} \frac{k-1}{\lambda} Q_k \sum_{l=1}^{k-1} \frac{1}{k-1} \Phi^{i+l}(s)\mathbf{e}. \quad (14)$$

Формула (12) следует непосредственно из (14).

**Следствие 5.** Среднее время  $\bar{v}$  пребывания произвольного запроса в системе вычисляется как

$$\bar{v} = -\lambda^{-1} [\mathbf{p}_0 \sum_{k=1}^{\infty} \tilde{Q}_k \sum_{l=1}^k \sum_{m=0}^{l-1} \Phi^m(0) + \sum_{i=1}^{\infty} \mathbf{p}_i \sum_{k=2}^{\infty} Q_k \sum_{l=1}^{k-1} \sum_{m=0}^{k-1+l-1} \Phi^m(0)] \Phi'(0)\mathbf{e}, \quad (15)$$

где  $\Phi'(0) = -(\bar{Q})^{-2} Q_0$ .

Доказательство. Чтобы получить формулу (15), используется соотношение  $\bar{v} = -v'(0)$  и тот факт, что матрица  $\Phi(0)$  является стохастической.

### Заключение

В настоящей работе исследована система массового обслуживания с бесконечным буфером и двумя неоднородными приборами, один из которых является основным, а другой – резервным. Основной прибор является высокоскоростным, но ненадежным. Если этот прибор выходит из строя, обслуживание текущей заявки переходит на резервный прибор, который является низкоскоростным, но надежным. При достаточно общих предположениях о характере потоков запросов и поломок и о распределениях времен обслуживания, переключений, ремонтов поведение системы описывается в терминах многомерной цепи Маркова с непрерывным временем. Найдено конструктивное условие существования стационарного режима в системе, вычислено ее стационарное распределение и факториальные моменты этого распределения, получены формулы для основных характеристик производительности системы, а также формулы для преобразования Лапласа – Стилтеса времени пребывания запроса в системе и для математического ожидания этого времени.

Результаты исследования могут быть использованы для вычисления производительности, проектирования и модернизации гибридных систем связи, состоящих из основного лазерного и резервного беспроводного широкополосного радиоканала, функционирующего под управлением протокола IEEE 802.11n.

### Список литературы

1. Vishnevsky, V. Redundant queueing system with unreliable servers / V. Vishnevsky, D. Kozyrev, O. Semenova // Proc. of the 6th Intern. Congress on Ultra Modern Telecommunications and Control Systems and Workshops, Moscow, 2014. – Moscow, 2014. – P. 383–386.

2. Advanced Optical Wireless Communication Systems / S. Arnon [et al.]. – Cambridge University Press, 2012. – 404 p.
3. Vishnevsky, V.M. Modeling and analysis of a hybrid communication channel based on free-space optical and radio-frequency technologies / V.M. Vishnevsky, O.V. Semenova, S.Yu. Sharov // Automation and Remote Control. – 2013. – Vol. 72. – P. 345–352.
4. Sharov, S.Yu. Simulation model of wireless channel based on FSO and RF technologies / S.Yu. Sharov, O.V. Semenova // Distributed Computer and Communication Networks. Theory and Applications (DCCN–2010). – Moscow, 2010. – P. 368–374.
5. Lucantoni, D.M. New results on the single server queue with a batch Markovian arrival process / D.M. Lucantoni // Communications in Statistics-Stochastic Models. – 1991. – Vol. 7. – P. 1–46.
6. Neuts, M.F. Matrix-geometric solutions in stochastic models / M.F. Neuts. – Baltimore : The Johns Hopkins University Press, 1981. – 332 p.
7. Бочаров, П.П. Теория массового обслуживания / П.П. Бочаров, А.В. Печинкин. – М. : Изд-во РУДН, 1999. – 528 с.
8. Klimenok, V.I. Multi-dimensional asymptotically quasi-Toeplitz Markov chains and their application in queueing theory / V.I. Klimenok, A.N. Dudin // Queueing Systems. – 2006. – Vol. 54. – P. 245–259.
9. Kemeni, J.G. Denumerable Markov Chains / J.G. Kemeni, J.L. Snell, A.W. Knapp. – N. Y. : Van Nostrand, 1966. – 348 p.
10. Dudin, A. Recursive formulas for the moments of queue length in the BMAP/G/1 queue / A. Dudin, V. Klimenok, M. Ho Lee // IEEE Communication Letters. – 2009. – Vol. 13 – P. 351–353.

Поступила 20.01.2016

*Белорусский государственный университет,  
Минск, пр. Независимости, 4  
e-mail: klimenok@bsu.by*

**V.I. Klimenok**

**STATIONARY CHARACTERISTICS OF UNRELIABLE  
QUEUEING SYSTEM WITH BATCH MARKOVIAN ARRIVAL  
PROCESS AND RESERVE SERVER**

In the paper, a queueing system with unreliable server and so called «cold» redundancy is analyzed. The system consists of an infinite buffer, the main unreliable server and the reliable reserve server. The term «cold reserve» means that the reserve server is off until the main server is in good order and is activated when the main server is under repair. The input flow to the system is a BMAP (Batch Markovian Arrival Process). Breakdowns arrive to the main server according to a MAP (Markovian Arrival Process). Service times as well as repair time have PH (Phase type) distribution. A condition for the stable operation of the system is shown, its stationary distribution and the main characteristics are calculated and the expression for the Laplace – Stieltjes transform of the sojourn time distribution is derived.

УДК 621-235:004:519.8

Н.Н. Гушинский<sup>1</sup>, О. Баттайа<sup>2</sup>, А. Долгий<sup>3</sup>

## МОДЕЛЬ СМЕШАННОГО ЦЕЛОЧИСЛЕННОГО ЛИНЕЙНОГО ПРОГРАММИРОВАНИЯ ДЛЯ СИНТЕЗА ТЕХНОЛОГИЧЕСКОГО ПРОЦЕССА ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОЙ ОБРАБОТКИ ГРУППЫ ДЕТАЛЕЙ НА ПОТОЧНОЙ ЛИНИИ ИЗ СТАНКОВ СО СТАЦИОНАРНЫМ ПРИСПОСОБЛЕНИЕМ

*Рассматривается задача проектирования поточной линии, комплектуемой из однопозиционных агрегатных станков со стационарным приспособлением, для последовательной обработки группы деталей различных наименований. Предлагается модель смешанного целочисленного линейного программирования для задачи синтеза структуры технологического процесса обработки на ней. Критерием качества искомого решения принимается оценка стоимости оборудования линии. Учитываются основные технологические и конструктивные ограничения. Приводятся результаты решения реальной проектной задачи.*

### Введение

Одной из основных тенденций развития машиностроительного производства в развитых странах, обусловленной быстро изменяющимися потребностями рынка, является непрерывное возрастание номенклатуры выпускаемых изделий при общем сокращении их серийности и одновременном повышении требований к экономичности производства [1]. В этих условиях резко возрастает спрос на реконфигурируемые производственные системы (РПС), обеспечивающие высокопроизводительную групповую обработку деталей различных наименований, в том числе и в условиях многономенклатурного серийного производства [2]. Такие РПС позволяют, в частности, существенно сократить как капитальные затраты на оборудование, так и текущие производственные затраты на обеспечение требуемого качества обработки деталей. Подобное оборудование проектируется и выпускается на специализированных предприятиях в ряде индустриально развитых стран, в частности в Республике Беларусь (ОАО «Минский завод автоматических линий им. П.М. Машерова», ОАО «Барановичский завод автоматических линий»).

Проектирование РПС для групповой обработки в условиях многономенклатурного серийного производства является сложной многоплановой задачей, требующей значительных затрат труда большого коллектива высококвалифицированных проектировщиков. Одной из ключевых проблем в процессе проектирования таких систем является выбор принципиальных проектных решений, определяющих как структуру системы и типоразмеры ее основных компонентов, так и режимы ее функционирования. Качество принимаемых проектных решений во многом определяет экономическую эффективность создаваемого оборудования, а следовательно, производства в целом и его конкурентоспособность. При этом следует учитывать высокую стоимость этого оборудования и, как правило, достаточно длительный период его эксплуатации.

Изучение различных аспектов проектирования и функционирования РПС в последние годы привлекает внимание все большего числа исследователей. В качестве ведущих мировых центров можно отметить, в частности, Мичиганский университет (США), Юго-Восточный университет (Китай), Миланский политехнический университет (Италия), Университет г. Палермо (Италия), Севильский университет (Испания), Израильский технологический институт, Виндзорский университет (Канада), Московский государственный технический университет «Станкин» (Россия).

Анализ публикаций по этой теме (в частности, [3, 4]) показывает, что большинство из них посвящено общим принципам построения и функционирования таких систем. Стратегия проектирования РПС с использованием аналитической иерархической процедуры была предложена в [5]. Моделирование и оптимизация конфигураций РПС путем анализа различных вариантов рассматривались в [6, 7]. Различные аспекты выбора конфигураций РПС включали определение числа стадий, числа параллельных машин на каждой стадии и распределение операций по стадиям (множество операций стадии соответствует своему типу детали). Модифицированный

подход нечеткого программирования для многокритериальной оптимизации реконфигурируемых станков был предложен в [8]. Математические аспекты компоновки РПС из обрабатывающих центров с одно- или многшпиндельной головками рассмотрены в [9–13]. Вопросы масштабируемости РПС исследовались в [14–17].

В настоящей статье рассматривается задача синтеза структуры технологического процесса (ТП) последовательной обработки группы деталей на РПС из однопозиционных стационарных агрегатных станков. Каждый станок может обрабатывать установленную на нем деталь одновременно с трех из четырех возможных сторон (сверху, слева, сзади, справа) с использованием трех силовых узлов, расположенных на боковых приставках станка. Предполагается, что только один из этих узлов может быть вертикальным и осуществлять обработку сверху. Передняя сторона станка используется исключительно для установки заготовки и снятия обработанной детали. Обработка детали с каждой из указанных сторон может производиться последовательно несколькими блоками инструментов. Каждый такой блок располагается на отдельной позиции револьверной головки, которая может устанавливаться на соответствующем силовом столе. Все инструменты одного блока осуществляют обработку одновременно. По завершении обработки на станке деталь снимается и передается на обработку на следующий станок, а на освободившийся станок поступает очередная деталь. Обработка деталей группы осуществляется последовательно партиями деталей одного наименования. После обработки очередной партии деталей происходит (при необходимости) реконфигурация станков поточной линии путем замены приспособлений, блоков инструментов и т. п.

### 1. Постановка проектной задачи

Рассматривается задача обработки  $d_0$  различных групп из  $O_d$ ,  $d = 1, 2, \dots, d_0$ , деталей одного наименования. Для каждой детали  $d \in D = \{1, 2, \dots, d_0\}$  заданы множества  $M_{ds}$  технологических переходов по обработке элементов, расположенных на  $s$ -й стороне этой детали,  $s = 1, \dots, n_d$ . Предполагается, что множество возможных положений детали  $d \in D$  задается матрицей  $\mathbf{H}_d$  размерности  $r_d \times n_d$ , элементы  $r$ -й строки которой  $(h_{r1}, h_{r2}, \dots, h_{rn_d})$  определяют способ обработки каждой стороны детали. При этом  $h_{rs} \in \{0, 1, 2, 3, 4\}$ ,  $r = 1, \dots, r_d$ ,  $s = 1, \dots, n_d$ , где  $h_{rs} = 1$  означает, что элементы стороны  $s$  обрабатываются сверху,  $h_{rs} = 2$  – слева,  $h_{rs} = 3$  – сзади и  $h_{rs} = 4$  – справа, а  $h_{rs} = 0$  означает, что обработка детали со стороны  $s$  при данной ориентации невозможна.

Положим  $M_d = \bigcup_{s=1}^{n_d} M_{ds}$  и  $M = \bigcup_{d \in D} M_d$ . Для каждого перехода  $u \in M$  заданы:

- длина  $\lambda(u)$  рабочего хода инструмента;
- сторона  $s(u)$  детали, на которой расположен обрабатываемый элемент;
- диапазон  $[\gamma_1(u), \gamma_2(u)]$  возможных значений его минутной подачи;
- множество допустимых  $h(u) \subseteq J = \{1, 2, 3, 4\}$  ориентаций инструмента при выполнении перехода.

Искомыми в рассматриваемой задаче являются следующие параметры проектируемого технологического процесса:

- число  $m$  станков в линии;
- положение  $H_{kd}$  детали  $d \in D$  на  $k$ -м станке,  $k = 1, \dots, m$ ;
- количество  $b_{kj}$  блоков инструментов, устанавливаемых на  $k$ -м станке для обработки деталей сверху ( $j = 1$ ), слева ( $j = 2$ ), сзади ( $j = 3$ ) и справа ( $j = 4$ ),  $k = 1, \dots, m$ ;
- множество  $N_{dkjl}$  переходов из  $M_d$  по обработке детали  $d \in D$ , выполняемых на  $k$ -м станке  $l$ -м блоком инструментов ориентации  $j$ ,  $k = 1, \dots, m$ ,  $j = 1, \dots, 4$ ,  $l = 1, \dots, b_{kj}$ ;
- минутная подача  $\Gamma_{dkjl} \in [\max\{\gamma_1(u) | u \in N_{dkjl}\}, \min\{\gamma_2(u) | u \in N_{dkjl}\}]$  при выполнении множества переходов  $N_{dkjl}$ ,  $d \in D$ ,  $k = 1, \dots, m$ ,  $j \in J$ ,  $l = 1, \dots, b_{kj}$ .

Положим  $P_{dkj} = (P_{dkjl} | l = 1, \dots, b_{kj})$ ,  $P_{dk} = (P_{dkj} | j \in J)$ ,  $P_d = (P_{dk} | k = 1, \dots, m)$ . Определим некоторые временные характеристики набора  $P$ .

Время выполнения непустого множества  $N_{dkjl}$  переходов при минутной подаче  $\Gamma_{dkjl}$  равно  $t^b(P_{dkjl}) = L(N_{dkjl})/\Gamma_{dkjl} + \tau^a$ , где  $L(N_{dkjl}) = \max\{\lambda(u) | u \in N_{dkjl}\}$  и  $\tau^a$  – время, связанное с подводом и от-

водом блока инструментов. Если  $N_{dkj} = \emptyset$ , то полагается  $t^b(P_{dkj}) = 0$ . Если для  $j$ -го типа обработки установлена револьверная головка, то время обработки детали  $d$  находится из выражения

$$t^p(P_{dkj}) = \sum_{l=1}^{b_{kj}} t^b(P_{dkjl}) + \tau^s b_{kj},$$

где  $\tau^s$  – время, связанное с одним поворотом револьверной головки. Если все  $N_{dkjl} = \emptyset$ ,  $l=1, \dots, b_{kj}$ , то полагается  $t^p(P_{dkj}) = 0$ . Время обработки детали  $d$  на  $k$ -м станке  $t^s(P_{dk}) = \max\{t^p(P_{dkj}) | j \in J\}$ , а на всей линии  $t^d(P_d) = \max\{t^s(P_{dk}) | k=1, \dots, m\} + \tau^r$ , где  $\tau^r$  – время, связанное с перемещением деталей транспортным устройством по станкам, их базированием (приданием положения, определяемого базами, относительно системы координат станка) и закреплением на станке.

Поскольку в начале и конце обработки каждой группы обработка производится не на всех станках, время обработки на линии всех деталей группы  $T(P) = \sum_{d \in D} (O_d + m - 1) t^d(P_d)$ . Для обеспечения требуемой производительности это время не должно превышать некоторое заданное значение  $T_0$ .

Пусть  $C_1, C_2, C_3$  и  $C_4$  – «весовые» коэффициенты относительной стоимости оборудования одного станка, одной револьверной головки, одного блока револьверной головки и одной шпиндельной коробки с одним блоком инструментов соответственно. Тогда стоимость оборудования для  $j$ -го типа обработки

$$C(b_{kj}) = \begin{cases} 0, & \text{если } b_{kj} = 0; \\ C_4, & \text{если } b_{kj} = 1; \\ C_2 + C_3 b_{kj}, & \text{если } b_{kj} > 1. \end{cases}$$

Таким образом, стоимость оборудования РПС, определяемой набором  $P$ , может быть оценена выражением  $Q(P) = C_1 m + \sum_{k=1}^m \sum_{j=1}^4 C(b_{kj})$ .

Набор  $P$  должен удовлетворять ряду технологических и конструктивных требований, формально представляемых структурными ограничениями, учитывающими:

- возможный порядок выполнения переходов при обработке каждой детали;
- необходимость и (или) невозможность выполнения отдельных групп переходов из  $M$  одним блоком инструментов, одной револьверной головкой, на одном станке;
- предельно допустимое число  $m_0$  станков в линии и число  $b_0$  блоков револьверной головки;
- возможность выполнения каждого из переходов при определенных ориентациях детали на станке;
- невозможность назначения переходов одной стороны детали для разных типов обработки на одном станке;
- невозможность совмещения переходов разных сторон детали для одного типа обработки на одном станке;
- режимы обработки, обусловленные как взаимосвязями режимов обработки для переходов, выполняемых от одного силового узла, так и экономически целесообразными диапазонами этих параметров;
- производительность, регламентирующую время работы линии с учетом заданного коэффициента ее загрузки.

Ограничения, регламентирующие возможный порядок выполнения технологических переходов по обработке деталей, определяют отношение строгого частичного порядка на всем множестве переходов  $M$ , которое может быть задано орграфом  $G = (M, A)$ , где дуга  $(u, u') \in A$  тогда и только тогда, когда переход  $u \in M$  должен выполняться перед переходом  $u' \in M$ . Следует отметить, что если переходы  $u$  и  $u'$  назначены на обработку с разных сторон, то переход  $u$  должен быть выполнен на одном из предыдущих станков. Если эти переходы выполняют обработ-

ку с одной и той же ориентацией инструмента, то переход  $u$  может быть выполнен и одним из предыдущих блоков револьверной головки.

Регламенты обязательности выполнения отдельных подмножеств переходов из  $M$  одним блоком, одной револьверной головкой и на одном станке могут быть заданы гиперграфами  $H^{SB}=(M, E^{SB})$ ,  $H^{SG}=(M, E^{SG})$  и  $H^{SS}=(M, E^{SS})$ , в которых гиперребро  $e \in E^{SB}$  ( $e \in E^{SG}$ ,  $e \in E^{SS}$ ) тогда и только тогда, когда подмножество  $e$  переходов должно выполняться одним блоком, одной револьверной головкой и на одном станке соответственно.

Регламенты возможности выполнения некоторой группы переходов из  $M$  на одном станке, одной и той же револьверной головкой или блоком инструментов могут быть заданы гиперграфами  $H^{DS}=(M, E^{DS})$ ,  $H^{DG}=(M, E^{DG})$  и  $H^{DB}=(M, E^{DB})$ , в которых гиперребро  $e \in E^{DS}$  ( $e \in E^{DG}$ ,  $e \in E^{DB}$ ) тогда и только тогда, когда подмножество  $e$  переходов не может быть выполнено совместно на одном станке, одной и той же револьверной головкой или блоком соответственно.

Предполагается, что множества  $h(u)$  согласованы с учетом гиперграфа  $H^{SB}$ , матрица  $\mathbf{H}_d$  согласована с множествами  $h(u)$ ,  $u \in M_d$ , т. е.  $h(u) = \bigcap_{u' \in e} h(u')$  для всех  $u \in e$  и  $e \in H^{SB}$ , а матрица  $\mathbf{H}_d$

не содержит строк  $r$ , в которых  $h_{rs(u)} \notin h(u)$ . Предполагается также, что дополнительно могут быть заданы ограничения на недопустимые сочетания ориентаций для различных деталей с помощью множества  $E^{DH}$ , каждый элемент которого  $e = \{(d_1, r_1), (d_2, r_2), \dots, (d_k, r_k)\}$  представляет собой набор пар (номер детали  $d$  и номер строки матрицы  $\mathbf{H}_d$ ), которые не допускают совместной ориентации  $r_1$  для детали  $d_1$ , ориентации  $r_2$  для детали  $d_2$ , ориентации  $r_k$  для детали  $d_k$ .

## 2. Метод решения задачи

Для решения задачи поиска набора  $P$ , удовлетворяющего перечисленным выше ограничениям и минимизирующего функцию  $Q(P)$ , может быть использован подход, основанный на ее сведении к задаче смешанного целочисленного линейного программирования. Подобный подход показал свою эффективность при решении задач проектирования технологического процесса обработки одной детали [18].

Введем следующие переменные:

$X_{ijkl}$  – булевы переменные, равные 1, если переход  $u$  из  $M$  выполняется на  $k$ -м станке  $l$ -м блоком инструментов с ориентацией  $j$ , и равные 0 в противном случае,  $u \in M$ ,  $k = 1, \dots, m_0$ ,  $j \in J$ ,  $l = 1, \dots, b_0$ ;

$Y_{kjl}$  – вспомогательные булевы переменные, равные 1, если на  $k$ -м станке производится обработка какой-либо детали  $l$ -м блоком ориентации  $j$ , и равные 0 в противном случае,  $k = 1, \dots, m_0$ ,  $j \in J$ ,  $l = 1, \dots, b_0$ ;

$Y_{kj}^{ds}$  – вспомогательные булевы переменные, равные 1, если на  $k$ -м станке производится обработка каким-либо блоком инструментов с ориентацией  $j$  элемента, расположенного на стороне  $s$  детали  $d$ , и равные 0 в противном случае,  $d \in D$ ,  $s = 1, \dots, n_d$ ,  $k = 1, \dots, m_0$ ,  $j \in J$ ,  $l = 1, \dots, b_0$ ;

$Y_{kj}^d$  – вспомогательные булевы переменные, равные 1, если на  $k$ -м станке производится обработка каким-либо блоком инструментов с ориентацией  $j$  детали  $d$ , и равные 0 в противном случае,  $d \in D$ ,  $k = 1, \dots, m_0$ ,  $j \in J$ ;

$Z_k$  – вспомогательные булевы переменные, равные 1, если на  $k$ -м станке производится обработка хотя бы одной детали, и равные 0 в противном случае,  $k = 1, \dots, m_0$ ;

$h_{r,dk}$  – вспомогательные булевы переменные, равные 1, если на  $k$ -м станке деталь  $d$  может быть обработана при ее ориентации  $r$ , и равные 0 в противном случае,  $k = 1, \dots, m_0$ ,  $d \in D$ ,  $r = 1, \dots, r_d$ ;

$F_{dkjl}$  – вспомогательные действительные неотрицательные переменные, используемые для определения времени обработки детали  $d$  на  $k$ -м станке  $l$ -м блоком инструментов с ориентацией  $j$ ,  $d \in D$ ,  $k = 1, \dots, m_0$ ,  $j \in J$ ,  $l = 1, \dots, b_0$ ;

$F_{dk}$  – вспомогательные действительные неотрицательные переменные, используемые для определения времени обработки детали  $d$  на  $k$ -м станке,  $d \in D$ ,  $k = 1, \dots, m_0$ ;

$F_d$  – вспомогательные действительные неотрицательные переменные, используемые для определения времени обработки детали  $d$  на линии,  $d \in D, k = 1, \dots, m_0$ ;

$T_{dk}$  – вспомогательные действительные неотрицательные переменные, равные  $F_d$ , если  $k$ -й станок существует на линии, и равные 0 в противном случае,  $d \in D$ .

Для определения значения  $F_{dkjl}$  введем также вспомогательный параметр  $f(u, u') = \max[\lambda(u), \lambda(u')] / \min[\gamma_2(u), \gamma_2(u')] + \tau^a$  для всех пар  $(u, u') \in (M_d \times M_d) \setminus E^{DB}$ , таких, что  $\max[\gamma_1(u), \gamma_1(u')] \leq \min[\gamma_2(u), \gamma_2(u')]$ . При этом предполагается также, что  $(u, u') \in E^{DB}$ , если  $\max[\gamma_1(u), \gamma_1(u')] > \min[\gamma_2(u), \gamma_2(u')]$ .

Стоимость оборудования поточной линии может быть представлена выражением

$$\text{Min } C_1 \sum_{k=1}^{m_0} Z_k + C_4 \sum_{k=1}^{m_0} \sum_{j=1}^4 Y_{kj1} + (C_2 + 2C_3 - C_4) \sum_{k=1}^{m_0} \sum_{j=1}^4 Y_{kj2} + C_3 \sum_{k=1}^{m_0} \sum_{j=1}^4 \sum_{l=3}^{b_0} Y_{kjl}. \quad (1)$$

Вспомогательные переменные  $Y_{kjl}$ ,  $Y_{kj}^{ds}$ ,  $Y_{kj}^d$ ,  $Y_{kjc}$  и  $Z_k$  определяются соотношениями (2)–(14):

$$Y_{kj}^{ds} \leq \sum_{l=1}^{b_0} \sum_{u \in M_{ds}} X_{ukjl}, \quad d \in D, s = 1, \dots, n_d, k = 1, \dots, m_0, j \in J; \quad (2)$$

$$\sum_{l=1}^{b_0} \sum_{u \in M_{ds}} X_{ukjl} \leq |M_{ds}| Y_{kj}^{ds}, \quad d \in D, s = 1, \dots, n_d, k = 1, \dots, m_0, j \in J. \quad (3)$$

При выполнении соотношений (2) и (3) переменные  $Y_{kj}^{ds}$ ,  $d \in D, s = 1, \dots, n_d, k = 1, \dots, m_0, j \in J$ , принимают значение 1 тогда и только тогда, когда  $X_{ukjl} = 1$  для каких-то  $l \in \{1, \dots, b_0\}$  и  $u \in M_{ds}$ , т. е. хотя бы один переход из  $M_{ds}$  выполняется на  $k$ -м станке блоком инструментов с ориентацией  $j$ .

$$\sum_{j=1}^4 Y_{kj}^{ds} \leq 1, \quad d \in D, s = 1, \dots, n_d, k = 1, \dots, m_0. \quad (4)$$

При выполнении соотношений (4) переходы из множества  $M_{ds}$  не могут выполняться на станке блоками инструментов с различной ориентацией.

$$\sum_{s=1}^{n_d} Y_{kj}^{ds} \leq 1, \quad d \in D, k = 1, \dots, m_0, j \in J. \quad (5)$$

При выполнении соотношений (5) переходы из различных множеств  $M_{ds}$  не могут выполняться на станке блоками инструментов одной и той же ориентации  $j \in J$ .

$$Y_{kj}^d \leq \sum_{s=1}^{n_d} Y_{kj}^{ds}, \quad d \in D, k = 1, \dots, m_0, j \in J; \quad (6)$$

$$\sum_{s=1}^{n_d} Y_{kj}^{ds} \leq n_d Y_{kj}^d, \quad d \in D, k = 1, \dots, m_0, j \in J. \quad (7)$$

При выполнении соотношений (6) и (7) переменные  $Y_{kj}^d$ ,  $d \in D, k = 1, \dots, m_0, j \in J$ , принимают значение 1 тогда и только тогда, когда  $Y_{kj}^{ds} = 1$  для какого-то  $s \in \{1, \dots, n_d\}$ , т. е. хотя бы один переход из  $M_d$  выполняется на  $k$ -м станке блоком инструментов ориентации  $j$ .

$$Y_{kjl} \leq \sum_{u \in M} X_{ukjl}, \quad k = 1, \dots, m_0, j \in J, l = 1, \dots, b_0; \quad (8)$$

$$\sum_{u \in M} X_{ukjl} \leq |M| Y_{kjl}, \quad k = 1, \dots, m_0, j \in J, l = 1, \dots, b_0. \quad (9)$$

При выполнении соотношений (8) и (9) переменные  $Y_{kjl}$ ,  $k = 1, \dots, m_0$ ,  $j \in J$ ,  $l = 1, \dots, b_0$ , принимают значение 1 тогда и только тогда, когда  $X_{ukjl} = 1$  для какого-то  $u \in M$ , т. е. хотя бы один переход из  $M$  выполняется на  $k$ -м станке  $l$ -м блоком инструментов ориентации  $j$ .

$$Y_{kjl} \geq Y_{kjl+1}, \quad k = 1, \dots, m_0, j \in J, l = 1, \dots, b_0 - 1. \quad (10)$$

Соотношения (10) запрещают установку «пустых» блоков инструментов.

$$\sum_{j=1}^4 Y_{kj1} \leq 3, \quad k = 1, \dots, m_0. \quad (11)$$

При выполнении соотношений (10) обработка на каждом станке производится не более чем с трех сторон.

$$\sum_{j=1}^4 Y_{kj1} \leq 3Z_k, \quad k = 1, \dots, m_0; \quad (12)$$

$$Z_k \leq \sum_{j=1}^4 Y_{kj1}, \quad k = 1, \dots, m_0. \quad (13)$$

При выполнении соотношений (12) и (13) переменные  $Z_k$ ,  $k = 1, \dots, m_0$ , принимают значение 1 тогда и только тогда, когда  $Y_{kj1} = 1$  для какого-то  $j \in J$ , т. е. на  $k$ -м станке установлен хотя бы один блок инструментов.

$$Z_k \geq Z_{k+1}, \quad k = 1, \dots, m_0 - 1. \quad (14)$$

Соотношения (14) запрещают существование «пустых» станков в линии.

Вспомогательные булевы переменные  $h_{rdk}$  могут быть определены из следующих соотношений:

$$h_{rdk} \geq 1 - \sum_{s=1}^{n_d} \sum_{j=1, j \neq h_{rs}}^4 Y_{kj}^{ds}, \quad d \in D, r = 1, \dots, n_d, k = 1, \dots, m_0; \quad (15)$$

$$\sum_{r=1}^{r_d} h_{rdk} \geq 1, \quad d \in D, k = 1, \dots, m_0; \quad (16)$$

$$\sum_{(r,d) \in e} h_{rdk} \leq |e| - 1, \quad e \in E^{DH}, k = 1, \dots, m_0. \quad (17)$$

При выборе ориентации  $(h_{r1}, h_{r2}, \dots, h_{rn_d})$  детали  $d$  булевы переменные  $Y_{kh_{rs}}^{ds}$  принимают значение 1, если  $h_{rs}$  не равно 0, и соответственно  $Y_{kj}^{ds} = 0$  для  $d \in D$ ,  $s = 1, \dots, n_d$ ,  $k = 1, \dots, m_0$ ,  $j \in J$ ,  $j \neq h_{rs}$ . Это условие равносильно тому, что  $\sum_{s=1}^{n_d} \sum_{j=1, j \neq h_{rs}}^4 Y_{kj}^{ds} = 0$ . Следует отметить, что соотношения (15)–(17) могут выполняться для нескольких  $r \in \{1, \dots, n_d\}$ .

Искомые булевы переменные  $X_{ukjl}$  должны удовлетворять системе соотношений (18)–(26):

$$\sum_{k=1}^{m_0} \sum_{j=1}^4 \sum_{l=1}^{n_0} X_{ukjl} = 1, \quad u \in M. \quad (18)$$

При выполнении соотношений (18) каждый переход  $u \in M$  выполняется ровно одним блоком инструментов.

$$\sum_{k'=1}^{k-1} \sum_{j=1}^4 \sum_{l=1}^{b_0} X_{uk'j'l'} + \sum_{l'=1}^{l-1} X_{ukjl'} \geq X_{u'kjl}, (u, u') \in A, k = 1, \dots, m_0, j \in J, l = 1, \dots, b_0. \quad (19)$$

При выполнении соотношений (19) каждый предшественник  $u'$  перехода  $u \in M$  выполняется либо на предыдущем станке, либо предыдущим блоком инструментов револьверной головки.

$$X_{ukjl} = X_{u'kjl}, (u, u') \in e, e \in E^{SB}, k = 1, \dots, m_0, j \in J, l = 1, \dots, b_0; \quad (20)$$

$$\sum_{l=1}^{b_0} X_{ukjl} = \sum_{l=1}^{b_0} X_{u'kjl}, (u, u') \in e, e \in E^{SG}, k = 1, \dots, m_0, j \in J; \quad (21)$$

$$\sum_{j=1}^4 \sum_{l=1}^{b_0} X_{ukjl} = \sum_{j=1}^4 \sum_{l=1}^{b_0} X_{u'kjl}, (u, u') \in e, e \in E^{SS}, k = 1, \dots, m_0. \quad (22)$$

При выполнении соотношений (20)–(22) любые два перехода  $u'$  и  $u$  из  $e, e \in E^{SI}, e \in E^{SB}, e \in E^{SG}, e \in E^{SS}$ , будут выполняться одним блоком, одной револьверной головкой и на одном станке соответственно.

$$\sum_{u \in e} X_{ukjl} \leq |e| - 1, e \in E^{DB}, k = 1, \dots, m_0, j \in J, l = 1, \dots, b_0. \quad (23)$$

При выполнении соотношений (23) не более  $|e| - 1$  переходов из  $e, e \in E^{DB}$ , будут выполняться одним блоком инструментов.

$$\sum_{l=1}^{b_0} \sum_{u \in e} X_{ukjl} + Y_{kj2} \leq |e|, e \in E^{DG}, k = 1, \dots, m_0, j \in J. \quad (24)$$

При выполнении соотношений (24) либо не более  $|e| - 1$  переходов из  $e, e \in E^{DG}$ , будут выполняться одной револьверной головкой, либо на  $k$ -м станке будет установлен один блок инструментов с ориентацией  $j$ .

$$\sum_{j=1}^4 \sum_{l=1}^{b_0} \sum_{u \in e} X_{ukjl} \leq |e| - 1, e \in E^{DS}, k = 1, \dots, m_0. \quad (25)$$

При выполнении соотношений (25) не более  $|e| - 1$  переходов из  $e, e \in E^{DS}$ , будут выполняться на одном станке.

$$X_{ukjl} = 0, u \in M, k = 1, \dots, m_0, j \in J, j \notin h(u), l = 1, \dots, b_0. \quad (26)$$

При выполнении соотношений (26) каждый переход  $u \in M$  будет выполняться при допустимой для него ориентации инструмента  $h(u)$ .

Вспомогательные переменные  $F_{dkjl}, F_{dk}$  и  $T_{dk}$  определяются соотношениями (27)–(32):

$$F_{dkjl} \geq f(u, u) X_{ukjl}, u \in M_d, d \in D, k = 1, \dots, m_0, j \in J, l = 1, \dots, b_0. \quad (27)$$

При выполнении соотношений (27) время обработки детали  $d$  на  $k$ -м станке  $l$ -м блоком инструментов ориентации  $j$  не меньше времени выполнения любого перехода  $u \in M_d$  этим блоком.

$$F_{dkjl} \geq f(u, u')(X_{ukjl} + X_{u'kjl} - 1), u, u' \in M_d, d \in D, k = 1, \dots, m_0, j \in J, l = 1, \dots, b_0. \quad (28)$$

При выполнении соотношений (28) время обработки детали  $d$  на  $k$ -м станке  $l$ -м блоком инструментов ориентации  $j$  не меньше времени выполнения любых двух переходов  $u, u' \in M_d$  этим блоком.

$$F_{dk} \geq \sum_{l=1}^{b_0} F_{dkjl} + \tau^s (2Y_{kj2} + \sum_{l=3}^{b_0} Y_{kjl}) + b_0 \tau^s (Y_{kj}^d - 1), d \in D, k = 1, \dots, m_0, j \in J. \quad (29)$$

При выполнении соотношений (29) время обработки детали  $d$  на  $k$ -м станке не меньше времени выполнения всех блоков инструментов для каждой ориентации  $j$ . Если на  $k$ -м станке установлена револьверная головка ориентации  $j$  ( $Y_{kj2} = 1$ ) и при этом обрабатывается деталь  $d$  ( $Y_{kj}^d = 1$ ), то

$$F_{dk} \geq \sum_{l=1}^{b_0} F_{dkjl} + \tau^s \sum_{l=1}^{b_0} Y_{kjl} = \sum_{l=1}^{b_0} F_{dkjl} + \tau^s b_{kj},$$

в противном случае

$$F_{dk} \geq \sum_{l=1}^{b_0} F_{dkjl} + \tau^s \sum_{l=1}^{b_0} Y_{kjl} - b_0 \tau^s \geq \sum_{l=1}^{b_0} F_{dkjl}.$$

Если на  $k$ -м станке установлен один блок инструментов ориентации  $j$  ( $Y_{kj2} = 0$ ), то  $F_{dk} \geq \sum_{l=1}^{b_0} F_{dkjl}$ .

$$F_d \geq F_{dk} + \tau^r, d \in D, k = 1, \dots, m_0. \quad (30)$$

При выполнении соотношений (30) время обработки детали  $d$  на линии не меньше времени выполнения на каждом станке с учетом вспомогательного времени  $\tau^r$ .

$$T_{dk} \geq F_d - T_0(1 - Z_k), d \in D, k = 1, \dots, m_0; \quad (31)$$

$$\sum_{d \in D} (O_d F_d + \sum_{k=1}^{m_0} T_{dk} - F_d) \leq T_0. \quad (32)$$

Выполнение соотношений (31) и (32) обеспечивает требуемую производительность линии, поскольку  $T_{dk} \geq F_d$  в случае, если линия содержит не менее  $k$  станков, и  $T_{dk} = 0$  в противном случае.

Границы изменения  $F_{dkjl}$ ,  $F_{dk}$  и  $F_d$  определяются соотношениями

$$F_{dkjl} \in [0, \bar{t}_d - \tau^r], d \in D, k = 1, \dots, m_0, j \in J, l = 1, \dots, b_0; \quad (33)$$

$$F_{dk} \in [0, \bar{t}_d - \tau^r], d \in D, k = 1, \dots, m_0; \quad (34)$$

$$F_d \in [0, \bar{t}_d], d \in D; \quad (35)$$

$$T_{dk} \in [0, \bar{t}_d], d \in D, k = 1, \dots, m_0, \quad (36)$$

где  $\bar{t}_d = \max\{\lambda(u) / \gamma_2(u) + \tau^a + \tau^r \mid u \in M_d\}$ ,  $\bar{t}_d = (T_0 - \sum_{d' \in D, d' \neq d} \bar{t}_{d'} O_{d'}) / O_d$ ,  $\underline{t}_d$  и  $\bar{t}_d$  – нижняя и верхняя оценки времени обработки детали  $d$  на линии соответственно.

Для решения задачи (1)–(36) могут быть использованы известные пакеты CPLEX, XPRESS-MP и др.

Предлагаемый подход был реализован в ОИПИ НАН Беларуси в рамках модификации ПК ПЛАСГО [19].

### 3. Пример проектной задачи

Рассматривается задача синтеза структуры технологического процесса последовательной обработки группы из трех деталей (рис. 1) с объемами выпуска  $O_1 = 28$ ,  $O_2 = 28$  и  $O_3 = 32$ . Обрабатываемые элементы первой и второй детали расположены на четырех сторонах, а третьей детали – на трех. Число технологических переходов для обработки различных деталей равно 30, 30 и 22 соответственно. Из-за громоздкости исходных данных (параметров технологических переходов; регламентов предшествования, обязательности и невозможности выполнения отдельных групп переходов из  $M$  одним блоком инструментов, одной револьверной головкой и на одном станке) они в данной статье не приводятся. (При необходимости они могут быть предоставлены читателю авторами.) Для «весовых» коэффициентов  $C_1$ ,  $C_2$ ,  $C_3$  и  $C_4$  были приняты значения 25, 5, 2, 4 соответственно и параметры  $T_0 = 288$  мин,  $b_0 = 4$ ,  $\tau^a = \tau^g = \tau^r = 0,1$  мин. Общее число допустимых ориентаций деталей  $r_0 = 567$ .

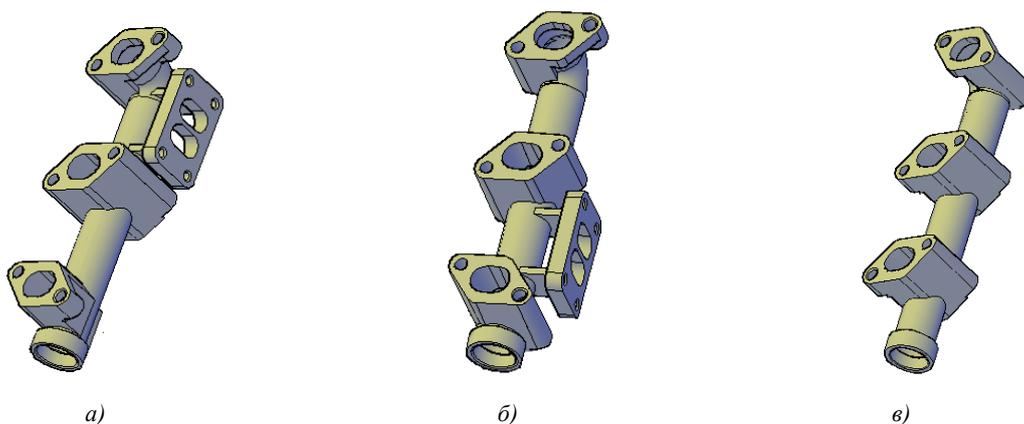


Рис. 1. Обрабатываемые детали: а) первая; б) вторая; в) третья

Результаты решения рассматриваемой задачи академической версией CPLEX 12.2 на ПК с объемом оперативной памяти 2 Гб и процессором Intel 2.33 ГГц при различных значениях  $m_0$  приведены в таблице.

Результаты решения задачи

$m_0$	Число переменных	Число ограничений	Время решения, с
3	6277	167 899	35,4
4	8368	223 838	173
5	10 459	279 777	320,2
6	12 550	335 716	523,4

В результате оптимизации было получено следующее проектное решение с оценкой стоимости 106. Поточная линия состоит из трех станков. На первом станке выполняется 30 технологических переходов (горизонтальный стол с четырехблочной револьверной головкой для обработки двух отверстий в первой и второй деталях слева; горизонтальный стол с шестью шпинделями в блоке для обработки 18 отверстий во всех деталях сзади; горизонтальный стол с четырехблочной револьверной головкой для обработки одного отверстия в третьей детали справа), на втором – 26 переходов (вертикальный стол с восемью шпинделями в блоке для обработки восьми отверстий в первой и второй деталях сверху; горизонтальный стол с 18 шпинделями в блоке для обработки 18 отверстий во всех деталях сзади), а на третьем – также 26 переходов (горизонтальный стол с шестью шпинделями в блоке для обработки 18 отверстий во всех деталях слева; вертикальный стол с восемью шпинделями в блоке для обработки восьми отверстий в первой и второй деталях сверху). На рис. 2 представлены компоновки этих станков, сформированные с помощью модифицированной версии ПК ПЛАСГО.

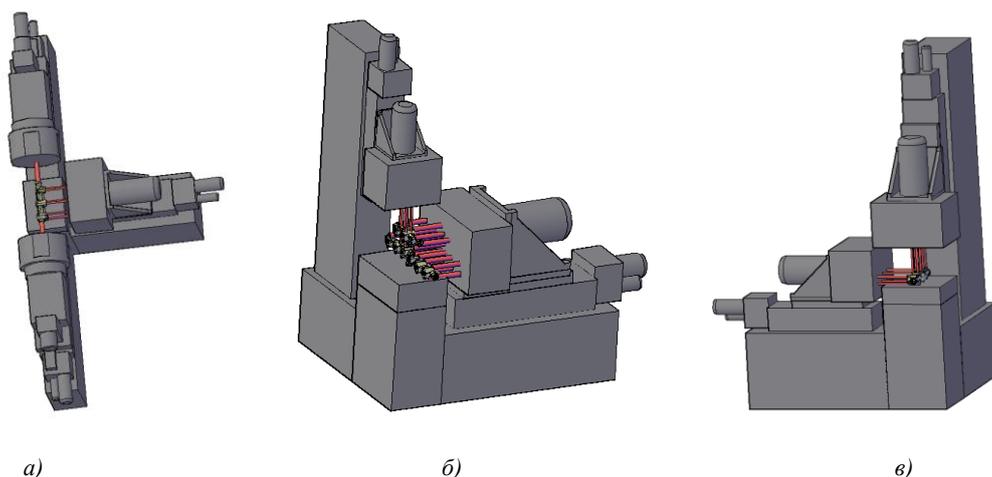


Рис. 2. Компоновки станков: а) первого; б) второго; в) третьего

### Заключение

Предложена модель смешанного целочисленного линейного программирования для задачи синтеза структуры технологического процесса последовательной обработки группы деталей различных наименований на поточной линии, комплектуемой из однопозиционных агрегатных станков со стационарным приспособлением. Формирование модели для ее решения пакетом CPLEX реализовано в ОИПИ НАН Беларуси в рамках модифицированной версии ПК ПЛАСГО.

Проверка предложенного подхода на реальных проектных задачах подтвердила его работоспособность.

### Список литературы

1. Product Variety Management / H.A. ElMaraghy [et al.] // CIRP Annals – Manufacturing Technology. – 2013. – Vol. 62. – P. 629–652.
2. Reconfigurable Manufacturing Systems / Y. Koren [et al.] // CIRP Annals. – 1999. – Vol. 48, no. 2. – P. 527–598.
3. Manufacturing Technologies for Machines of the Future: 21st Century Technologies / A.I. Dashchenko (ed.). – Berlin, Heidelberg : Springer Verlag, 2003. – 280 p.
4. Reconfigurable Manufacturing Systems and Transformable Factories / A.I. Dashchenko (ed.). – Berlin, Heidelberg : Springer Verlag, 2006. – 371 p.
5. Abdi, M. A design strategy for reconfigurable manufacturing systems (RMSs) using analytical hierarchical process (AHP): a case study / M. Abdi, A. Labib // Intern. J. of Production Research. – 2003. – Vol. 41, no. 10. – P. 2273–2299.
6. Youssef, A. Modelling and optimization of multiple-aspect RMS configurations / A. Youssef, H. ElMaraghy // Intern. J. of Production Research. – 2006. – Vol. 44, no. 22. – P. 4929–4958.
7. Youssef, A. Availability consideration in the optimal selection of multiple-aspect RMS configurations / A. Youssef, H. ElMaraghy // Intern. J. of Production Research. – 2008. – Vol. 46, no. 21. – P. 5849–5882.
8. Liu, W. Multi-objective design optimization of reconfigurable machine tools: a modified fuzzy-Chebyshev programming approach / W. Liu, M. Liang // Intern. J. of Production Research. – 2008. – Vol. 46, no. 6. – P. 1587–1618.
9. Dou, J. Graph theory-based approach to optimize single-product flow-line configurations of RMS / J. Dou, X. Dai, Z. Meng // Intern. J. of Advanced Manufacturing Technology. – 2009. – Vol. 41. – P. 916–931.
10. Dou, J. Precedence graph oriented approach to optimize single-product flow-line configurations of reconfigurable manufacturing systems / J. Dou, X. Dai, Z. Meng // Intern. J. of Computer Integrated Manufacturing. – 2009. – Vol. 22. – P. 923–940.

11. Freiheit, T. A case study in productivity-cost trade-off in the design of paced parallel production systems / T. Freiheit, W. Wang, P. Spicer // Intern. J. of Production Research. – 2007. – Vol. 45, no. 14–15. – P. 3263–3288.
12. Rigamonti, M. Process analysis and flexible transfer line configuration / M. Rigamonti, T. Tolio // Digital Enterprise Technology: Perspectives and Future Challenges : Proc. 3rd Conf., September 2006. – Portugal : Springer, 2007. – P. 561–568.
13. Design principles for machining system configurations / P. Spicer [et al.] // CIRP Annals Manufacturing Technology. – 2002. – Vol. 51. – P. 275–280.
14. Koren, Y. The rapid responsiveness of RMS / Y. Koren // Intern. J. of Production Research. – 2013. – Vol. 51, no. 23–24. – P. 6817–6827.
15. Koren, Y. Design of reconfigurable manufacturing systems / Y. Koren, M. Shpitalni // J. of Manufacturing Systems. – 2010. – Vol. 29, no. 4. – P. 130–141.
16. Scalability in Manufacturing Systems Design and Operation: State-of-the-art and Future Developments Roadmap / G. Putnik [et al.] // CIRP Annals – Manufacturing Technology. – 2013. – Vol. 62, no. 2. – P. 751–774.
17. Wang, W. Scalability planning for reconfigurable manufacturing systems / W. Wang, Y. Koren // J. of Manufacturing Systems. – 2012. – Vol. 31. – P. 83–91.
18. Гущинский, Н.Н. Модели и методы синтеза структуры технологического процесса обработки деталей на поточной линии из станков со стационарным приспособлением / Н.Н. Гущинский, О. Баттайа, А. Долгий // Информатика. – 2015. – № 3. – С. 72–80.
19. Программный комплекс для аванпроектирования поточных линий из агрегатных станков для групповой обработки деталей / Н.Н. Гущинский [и др.] // Передовые информационные технологии, средства и системы автоматизации и их внедрение на российских предприятиях : тр. Междунар. науч.-практ. конф., 4–8 апреля, 2011, Москва [Электронный ресурс]. – М. : ИПУ РАН, 2011. – 1 электрон. опт. диск (CD-ROM).

Поступила 24.02.2016

<sup>1</sup>Объединенный институт проблем информатики НАН Беларуси,  
Минск, Сурганова, 6  
e-mail: gyshin@newman.bas-net.by

<sup>2</sup>Высшая национальная школа аэронавтики и космоса,  
Тулуза, Белина, 10  
e-mail: battaia@emse.fr

<sup>3</sup>Горная школа Нанта,  
Кастлера, 4  
e-mail: Alexandre.Dolgui@mines-nantes.fr

**N.N. Guschinsky, O. Battaia, A. Dolgui**

**MIP MODEL FOR SYNTHESIS OF MANUFACTURING  
PROCESS STRUCTURE FOR SEQUENTIAL BATCH MACHINING  
AT FLOW LINE OF STATIONARY MACHINES**

A problem of design of a flow line composed of stationary machines for sequential batch machining is considered. A MIP model for synthesis of manufacturing process structure is proposed. The model takes into account main technological and structural constraints with the criterion of the minimal line equipment cost. Results of solving a real industrial example are also presented.

УДК 004.272.26

Д.Г. Прибыток<sup>1</sup>, Э.Н. Середин<sup>2</sup>

## ПАРАЛЛЕЛЬНЫЙ АЛГОРИТМ МОДЕЛИРОВАНИЯ ТРЕХМЕРНОГО ТЕЧЕНИЯ СТОКСА МЕТОДОМ ГРАНИЧНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ

Рассматривается применение техники параллельных вычислений в моделировании трехмерного течения вязкой жидкости (течения Стокса) прямым методом граничных элементов. Задача решается в три этапа: дискретизация и построение системы линейных алгебраических уравнений (СЛАУ), ее решение, нахождение вектора скорости жидкости в заданных точках. Для построения СЛАУ и нахождения вектора скорости разрабатываются и реализовываются параллельные алгоритмы с помощью технологии программирования видеокарт CUDA. Для решения СЛАУ используются готовые программные библиотеки. Проводится сравнение временных затрат для трех основных алгоритмов на примере расчета движения вязкой жидкости в трехмерной каверне.

## Введение

С началом появления многопроцессорных устройств возник вопрос, каким образом использовать их вычислительную мощность наиболее эффективно. Так появилось целое направление в области численных методов – параллельные вычисления. Однако при разработке параллельных версий многих алгоритмов оказалось, что далеко не все из них могут быть эффективно распараллелены или по разным причинам не поддаются распараллеливанию вообще. Тем не менее для многих научных, инженерных и прикладных задач имеется достаточно большое количество алгоритмов, для которых довольно успешно разрабатываются их параллельные аналоги [1, 2]. Рассмотрим создание параллельного алгоритма на примере моделирования трехмерных течений Стокса и проведем сравнительный анализ быстродействия отдельных частей алгоритма с их последовательными версиями.

Течение Стокса [3, 4] – это модель движения жидкости, которая выводится из уравнений Навье – Стокса при допущении малости числа Рейнольдса,  $Re \ll 1$ . Данная модель может использоваться для описания течения вязких полимеров, течения лавы, в теории смазки, для моделирования движения крови в организме человека и т. д. Математическая модель для трехмерного случая может быть представлена как в виде системы дифференциальных уравнений

$$\nabla p - \mu \Delta \vec{u} = 0; \quad (1)$$

$$\nabla \cdot \vec{u} = 0 \quad (2)$$

с граничными условиями скорости или напряжения, так и в интегральной форме

$$\xi(x_0) \cdot u_j(x_0) = -\frac{1}{\mu} \oint_{\Omega} \varphi_i(x) \cdot G_{ij}(x_0 - x) d\Omega + \oint_{\Omega} u_i \cdot T_{ijk}(x_0 - x) \cdot n_k(x) d\Omega, \quad (3)$$

где  $i, j, k$  могут принимать значения 1, 2, 3;

$\vec{u}$  – трехмерный вектор скорости жидкости;

$p$  – значение нормального давления на стенках элементарного объема жидкости;

$\mu = \text{const}$  – коэффициент динамической вязкости жидкости;

$\Omega$  – граница области решения  $V$ ,  $\Omega \subset V$ ;

$x$  – точка, принадлежащая  $\Omega$ ;

$n(x)$  – вектор внешней нормали к  $\Omega$  в точке  $x$ ;

$x_0$  – произвольная точка пространства;

$$\xi(x_0) \text{ – весовая функция, } \xi(x_0) = \begin{cases} 8, & \text{если } x_0 \in V, \\ 4, & \text{если } x_0 \in \Omega, \\ 0, & \text{если } x_0 \notin \Omega \vee x \notin V; \end{cases}$$

$$G_{ij}(r) \text{ – тензорный потенциал Стокса [5], } G_{ij} = \frac{\delta_{ij}}{|r|} + \frac{r_i r_j}{|r|^3};$$

$$T_{ijk}(r) \text{ – тензор, ассоциированный с } G_{ij}, T_{ijk} = -6 \frac{r_i r_j r_k}{|r|^5};$$

$\varphi(x)$  – вектор напряжений на границе  $\Omega$  в точке  $x$ .

Далее будем рассматривать интегральное представление уравнений Стокса. Их решение строится методом граничных элементов [4, 6], главной особенностью которого является необходимость в дискретизации лишь границы области решения, что уменьшает количество дискретных элементов (граничных элементов (ГЭ)) в задаче, а также позволяет решать задачи в областях со сложной геометрией, как, например, в случае многосвязных областей [7]. Пожалуй, основным недостатком метода является большая потребность в оперативной памяти, вытекающая из высокой плотности матрицы СЛАУ, которая имеет размер  $3N \times 3N$ , где  $N$  – количество ГЭ.

### 1. Численная аппроксимация интегральных уравнений. Последовательный алгоритм

Разобьем границу трехмерной области на  $N$  граничных элементов, представляющих собой пространственные прямоугольники либо треугольники. В центре каждого ГЭ зададим локальную систему координат. Будем предполагать, что функции напряжений  $\varphi_i(x)$  являются на нем постоянными. Для каждого ГЭ зададим в качестве граничного условия вектор скорости. В уравнении (3), поочередно помещая рассматриваемую точку  $x_0$  в центры полученных элементов, получим следующий вид интегрального уравнения:

$$u(\xi_0^p) = -\frac{1}{4\pi\mu} \sum_{q=1}^N [\bar{\varphi}(\xi_0^q) \cdot A_{qp} \cdot \iint_{S_q} G_{ij}(r_{pq}) dS_q] + \frac{1}{4} I^r(\xi_0^p); \quad (4)$$

$$I^r(\xi_0^p) = \sum_{q=1}^N [\bar{u}(\xi_0^q) \cdot A_{qp} \cdot \iint_{S_q} T_{ijk}(r_{pq}) \cdot (0, 0, 1) dS_q]; \quad (5)$$

$$r_{pq} = A_{gq} \cdot (\xi_0^q - \xi_0^p) - (\xi_x, \xi_y, 0),$$

где  $i, j, k = 1, 2, 3; p, q = 1, 2, 3, \dots, N;$

$\xi_0^p, \xi_0^q$  – центры элементов с индексами  $p, q;$

$A_{qp}$  – матрица перехода от  $q$ -й к  $p$ -й системе координат;

$A_{gq}$  – матрица перехода от глобальной к  $q$ -й системе координат;

$S$  – область ГЭ, определенная в его декартовой системе координат  $O\xi_x \xi_y$ .

Таким образом, в результате получим систему линейных уравнений относительно неизвестных значений  $\varphi$ :

$$C \cdot \varphi = B; \quad (6)$$

$$C_{pq} = \frac{1}{4\pi\mu} A_{qp} \cdot \iint_{S_q} G_{ij}(r_{pq}) dS_q; \quad (7)$$

$$B_p = -\vec{u}_p + \frac{1}{4} \sum_{q=1}^N [\vec{u}(\xi_0^q) \cdot A_{qp} \cdot \iint_{S_q} T_{ijk}(r_{pq}) \cdot (0,0,1) dS_q]. \quad (8)$$

После решения СЛАУ (6) скорость в любой точке  $x$  внутри области решения можно найти из выражений

$$u(x) = \sum_{q=1}^N A_{qg} \cdot (\vec{u}(\xi_0^q) \cdot U_q(x) - \vec{\varphi}(\xi_0^q) \cdot F_q(x)); \quad (9)$$

$$U_q(x) = \frac{1}{8} \iint_{S_q} G_{ij}(r_{xq}) dS_q; \quad (10)$$

$$F_q(x) = \frac{1}{8\pi\mu} \iint_{S_q} T_{ijk}(r_{xq}) \cdot (0,0,1) dS_q; \quad (11)$$

$$r_{xq} = A_{gq} \cdot (x - \xi_0^q) - (\xi_x, \xi_y, 0),$$

где  $A_{gq}$  – матрица перехода от  $q$ -й системы координат к глобальной.

## 2. Параллельный алгоритм построения СЛАУ

Преимуществом параллельного алгоритма построения СЛАУ (6)–(8) с помощью технологии программирования видеокарт CUDA является возможность вычислять коэффициенты матрицы  $C_{pq}$  полностью независимо друг от друга, параллельно. Что касается выражения для свободного члена  $B_p$ , то здесь необходимо применять специальную методику вычисления суммы, называемую редукцией [8].

Создадим двумерную сетку блоков размером  $N/8 \times N/8$  или  $N/16 \times N/16$ , для каждого блока – двумерную конфигурацию нитей размерами  $8 \times 8$  или  $16 \times 16$ . При этом для оптимизации вычислений количество блоков будем выбирать таким образом, чтобы оно было кратно степени двойки. В глобальную память видеокарты поместим массивы граничных элементов и граничных условий, а также пустые массивы для матрицы и свободного члена СЛАУ, которые и будем заполнять. Для быстрого вычисления сумм с помощью редукции выделим разделяемую память в блоках. Используя для каждой нити доступ к ее глобальным индексам  $(p, q)$  в сетке, поставим ей в соответствие и затем вычислим значение  $C_{pq}$ , которое является тензором третьего порядка. Полученное значение запишем в выходной массив с учетом особенностей используемых программных библиотек cuSOLVER или cula [9], для которых матрицу  $C$  надо предварительно транспонировать.

Для каждой запущенной нити с индексами  $(p, q)$  вычислим значение  $B_p = \frac{1}{4} A_{qp} \cdot \iint_S T_{ijk}(r_{pq}) \cdot (0,0,1) dS$ , затем умножим его на граничное условие  $\vec{u}_q$  и просуммируем полученные значения для всех нитей блока  $p$ -й строки, используя методику редукции. Для окончательного нахождения значения  $B_p$  в соответствии с выражением (8) отнимем от полученной суммы значение граничного условия  $\vec{u}_p$ .

Стоит также отметить, что ускорение расчетов, получаемое от разработанного параллельного алгоритма заполнения матрицы  $C$ , будет зависеть от используемой видеокарты с поддержкой технологии CUDA. Вычисление свободного члена СЛАУ с использованием методики редукции выполняется за  $O(\log_2 n)$  операций, где  $n$  – количество запущенных нитей в блоке.

### 3. Использование библиотек cuSOLVER, cula для решения СЛАУ

Для решения полученной СЛАУ, которая обладает высокой плотностью, можно применять готовые программные библиотеки (например, cuSOLVER, cula), реализующие в параллельном режиме методы линейной алгебры с помощью технологии CUDA. Библиотека coSOLVER является относительно новой и не работает на видеокартах с поддержкой compute capability ниже 2.0 [9]. Поэтому для остальных устройств можно использовать библиотеку cula.

Что касается использования cuSOLVER, в официальной документации [10] показан пример решения СЛАУ. Последовательное применение функций `geqrf`, `ormqr`, `trsm` позволяет при помощи QR-разложения и последующих преобразований найти решение. При использовании cula достаточно воспользоваться готовой функцией `culaDeviceSgesv`, которая применяет методику LU-разложения. Обе библиотеки предоставляют интерфейс, работающий напрямую с памятью видеокарты, что позволяет уменьшить количество операций обмена данными между видеокартой и центральным процессором.

### 4. Параллельный алгоритм нахождения скорости в заданных точках

После нахождения неизвестных значений напряжений  $\varphi$  будем использовать выражение (9) для вычисления скоростей жидкости в наборе заданных точек. Создадим прямоугольную сетку блоков размером  $N \times M$ , где  $M$  – общее число точек, для которых необходимо найти вектор скорости потока. При этом количество блоков в горизонтальном направлении выберем кратным степени двойки. В глобальную память видеокарты поместим массив граничных элементов, граничных условий, найденных значений напряжений  $\varphi$  и массив координат точек, для которых необходимо найти скорости жидкости. Последний будет служить одновременно для записи найденных значений. Для каждой нити в блоке с координатами  $(q, i)$  поставим в соответствие и вычислим значение слагаемого суммы  $A_{qs} \cdot [\vec{u}_q \cdot U_q(x_i) + \vec{\varphi}_q \cdot F_q(x_i)]$ . По аналогии с вычислением свободного члена СЛАУ используем методику редукции для нахождения суммы (9).

### 5. Течение вязкой жидкости в трехмерной каверне

На примере расчета течения жидкости в трехмерной каверне (рис. 1 и 2) сравним временные затраты на основные алгоритмы между последовательным и параллельным аналогами для нескольких процессоров и видеокарт с поддержкой технологии программирования CUDA, характеристики которых представлены в табл. 1 и 2. Для дискретизации каверны будем использовать поочередно 20, 22, 24, 26, 28, 30 и 32 части для разбиения каждого из ее ребер, получив таким образом 2400, 2904, 3456, 4056, 4704, 5400 и 6144 граничных элемента. Поиск скоростей жидкости будем проводить в 3600 точках в центральном сечении каверны. Результаты измерений показаны в табл. 3–5. Ввиду недостаточного количества памяти видеокарт GPU\_1 и GPU\_4 расчеты были проведены не для всех значений.

Таким образом, для алгоритма построения СЛАУ ускорение работы программы будет следующим: при использовании видеокарты – до 200 раз, для алгоритма решения СЛАУ – до 943 раз, для алгоритма поиска вектора скорости в заданных точках – до 242 раз. При расчетах на процессорах использовалась нераспараллеленная версия алгоритма. Основное время работы программы приходится на решение СЛАУ как в последовательном, так и в параллельном режимах. Наибольшее ускорение расчетов за счет распараллеливания достигается для алгоритма решения СЛАУ, что обусловлено хорошей оптимизацией программных библиотек cuSOLVER и cula.

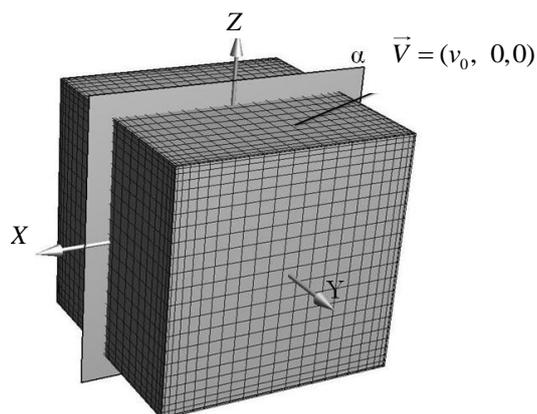


Рис. 1. Гранично-элементная сетка каверны. За счет движения верхней грани куба создается поле течения жидкости внутри него. Поле скорости ищется в центральном сечении  $\alpha$

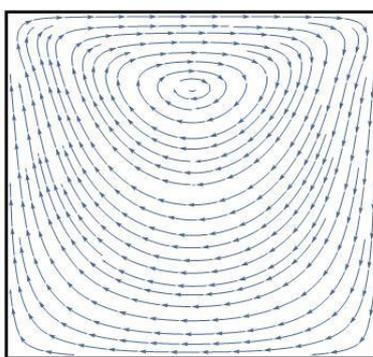


Рис. 2. Траектории движения частиц жидкости в центральном сечении  $\alpha$  каверны

Таблица 1

Краткая спецификация процессоров

Процессор (архитектура)	CPU_1	CPU_2	CPU_3	CPU_4	CPU_5
	Intel® Core™ i3-530	Intel® Core™ i5-4200M	Intel® Core™ i7-4710HQ	Intel® Core™ E8600	Intel® Core™ i7-4770K
Количество ядер (потоков)	2(2)	2(4)	4(8)	2(2)	4(8)
Частота, ГГц	2,93	2,5	2,5	3,33	3,5

Таблица 2

Краткая спецификация видеокарт с поддержкой CUDA

Видеокарта (архитектура)	GPU_1	GPU_2	GPU_3	GPU_4	GPU_5
	GeForce GT 240	GeForce GT 755M	GeForce GTX 850M	GeForce GTX 750Ti	GeForce GTX 670
Частота ядра, МГц	550	980	936	1020	915
Скорость заполнения текстур, миллиард текстур в секунду	17,6	31,4	35,0	40,8	102,5
Количество памяти, Гб	0,5-1	2	2	1-2	2
Тип памяти	GDDR3 GDDR5	GDDR5	DDR3 GDDR5	GDDR5	GDDR5
Интерфейс памяти, бит	128	128	128	128	256
Пропускная способность памяти, Гб/с	57,6	86,4	80	86,4	192,2
CUDA Cores, шт.	96	384	640	640	1344

Таблица 3

Сравнение временных затрат для алгоритма построения СЛАУ, с

Кол-во ГЭ	2400	2904	3456	4056	4704	5400	6144
CPU_1	13,52	19,69	27,71	38,16	51,53	69,27	88,05
CPU_2	10,80	13,33	18,64	25,59	34,74	46,39	71,86
CPU_3	7,87	11,51	16,59	22,03	29,97	40,37	52,46
CPU_4	9,88	14,36	20,61	27,94	37,78	50,16	65,20
CPU_5	6,80	10,08	13,95	19,51	25,67	36,03	45,19
GPU_1	0,28	0,41	1,05	–	–	–	–
GPU_2	0,25	0,33	0,47	0,64	0,86	1,13	1,47
GPU_3	0,11	0,17	0,24	0,32	0,44	0,57	0,73
GPU_4	0,09	0,11	0,17	0,27	0,36	–	–
GPU_5	0,08	0,10	0,14	0,19	0,26	0,33	0,44

Таблица 4

Сравнение временных затрат для алгоритма решения СЛАУ, с

Кол-во ГЭ	2400	2904	3456	4056	4704	5400	6144
CPU_1	932,5	1637,4	2751,4	4463,1	6933,2	10 535,8	15 536,3
CPU_2	499,0	785,0	1328,6	2212,3	3355,2	5361,0	8120,8
CPU_3	396,0	699,0	1164,9	1904,7	3002,1	4480,7	6700,0
CPU_4	589,9	1044,9	1756,3	2858,1	4432,4	6734,0	10 038,1
CPU_5	336,6	616,9	1048,4	1643,5	2561,6	3888,2	5834,3
GPU_1	2,66	4,48	29,85	–	–	–	–
GPU_2	4,70	6,55	9,79	14,94	21,58	32,02	44,37
GPU_3	3,88	4,62	6,54	9,58	13,87	20,44	31,79
GPU_4	1,90	2,86	3,98	5,66	8,28	–	–
GPU_5	2,13	3,04	4,30	6,20	8,49	12,13	16,47

Таблица 5

Сравнение временных затрат для алгоритма поиска вектора скорости в заданных точках, с

Кол-во ГЭ	2400	2904	3456	4056	4704	5400	6144
CPU_1	19,27	22,99	27,63	32,24	37,24	42,66	48,51
CPU_2	12,25	14,67	17,38	20,39	23,61	31,87	30,93
CPU_3	10,81	13,08	15,44	18,46	20,97	24,63	27,46
CPU_4	13,74	16,61	19,72	23,11	26,84	30,91	35,05
CPU_5	9,58	11,31	13,64	15,64	18,82	21,06	24,02
GPU_1	0,38	0,46	0,55	–	–	–	–
GPU_2	0,25	0,30	0,36	0,42	0,48	0,56	0,65
GPU_3	0,13	0,15	0,18	0,22	0,24	0,29	0,33
GPU_4	0,09	0,11	0,14	0,16	0,19	–	–
GPU_5	0,08	0,09	0,11	0,13	0,16	0,17	0,20

### Заключение

Полученные результаты показывают, что за счет применения параллельных алгоритмов можно существенно увеличить скорость вычислений, связанных с моделированием трехмерного течения Стокса, что может быть особенно полезно в динамических задачах, когда на каждом временном шаге необходимо осуществлять численное решение задачи (1)–(3). Что касается представленных алгоритмов используемого метода, то основной проблемой как с точки зрения

потребления памяти, так и скорости работы является решение СЛАУ. В дальнейшем планируется провести оптимизацию реализаций параллельных алгоритмов построения СЛАУ и поиска скоростей в заданных точках. Также необходима разработка новых, более быстрых методов уменьшения размерности СЛАУ и их решения.

### Список литературы

1. Сандерс, Дж. Технология CUDA в примерах: введение в программирование графических процессоров / Дж. Сандерс, Э. Кэндрот ; пер. с англ. А.А. Слинкина. – М. : ДМК Пресс, 2011. – 232 с.
2. Середин, Э.Н. Фильтрация и корреляционная обработка изображений с помощью технологии CUDA / Э.Н. Середин, Б.А. Залесский // Весці НАН Беларусі. Сер. фіз.-мат. навук. – 2015. – № 1. – С. 106–116.
3. Brebbia, C.A. Boundary Element Methods in Engineering / C.A. Brebbia. – Berlin : Springer-Verlag, 1982. – 649 p.
4. Pozrikidis, C. Boundary Integral and Singularity Methods for Linearized Viscous Flow / C. Pozrikidis. – Cambridge : Cambridge University Press, 1992. – 259 p.
5. Lisicki, M. Four approaches to hydrodynamic Green's functions – the Oseen tensors / M. Lisicki ; Institute of Theoretical Physics. – Warsaw, 2013.
6. Cheng, A. H.-D. Heritage and early history of the boundary element method / A. H.-D. Cheng, D.T. Cheng. – Elsevier Science, 2003. – P. 268–302.
7. Katsikadelis, J. Boundary Elements: Theory and Applications / J. Katsikadelis. – Elsevier Science, 2002. – 430 p.
8. Боресков, А.В. Основы работы с технологией CUDA / А.В. Боресков, А.А. Харламов. – М. : ДМК Пресс, 2010. – 232с.
9. CUDA Toolkit Documentation [Electronic resource]. – 2015. – Mode of access : <http://docs.nvidia.com/cuda/index.html>. – Date of access : 21.11.2015.
10. CUDA Toolkit Documentation [Electronic resource]. – 2015. – Mode of access : <http://docs.nvidia.com/cuda/cusolver/index.html#ormqr-example1>. – Date of access : 22.11.2015.

Поступила 13.01.2016

<sup>1</sup>Гданьский политехнический университет,  
Польша, ул. Нарutowича, 11-12  
e-mail: [dpribytok@tut.by](mailto:dpribytok@tut.by)

<sup>2</sup>Объединенный институт проблем  
информатики НАН Беларуси,  
Минск, Сурганова, 6  
e-mail: [eduard.seredin@tut.by](mailto:eduard.seredin@tut.by)

**D.G. Pribytok, E.N. Seredin**

## **PARALLEL ALGORITHM FOR THREE-DIMENSIONAL STOKES FLOW SIMULATION USING BOUNDARY ELEMENT METHOD**

Parallel computing technique for modeling three-dimensional viscous flow (Stokes flow) using direct boundary element method is presented. The problem is solved in three phases: sampling and construction of system of linear algebraic equations (SLAE), its decision and finding the velocity of liquid at predetermined points. For construction of the system and finding the velocity, the parallel algorithms using graphics CUDA cards programming technology have been developed and implemented. To solve the system of linear algebraic equations the implemented software libraries are used. A comparison of time consumption for three main algorithms on the example of calculation of viscous fluid motion in three-dimensional cavity is performed.

## РАСПОЗНАВАНИЕ ОБРАЗОВ

УДК 004.9

В.А. Ковалев

## РАСПОЗНАВАНИЕ ОПУХОЛЕЙ НА УЛЬТРАЗВУКОВЫХ ИЗОБРАЖЕНИЯХ ПЕЧЕНИ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ РЕШАЮЩИХ ПРАВИЛ

*Рассматривается проблема обнаружения злокачественных опухолей на ультразвуковых изображениях печени с использованием подхода, основанного на правилах. Правила формулируются на базе таких количественных признаков (параметров) участков изображений, как анизотропия текстуры печени, величины локальных градиентов яркости и некоторых других. Приводятся результаты экспериментального исследования предложенного подхода на примере 1280 произвольных областей интереса размером 64×64 пиксела, выделенных на 26 ультразвуковых и КТ-изображениях. Показывается, что предложенный метод позволяет получить удовлетворительное качество распознавания опухолей для 96,8 % тестовых областей интереса.*

**Введение**

Известно, что во многих компьютерных системах медицинской диагностики, которые обеспечивают подготовку для врача так называемого второго мнения, принятие решений основывается на использовании методов распознавания образов. При этом основными этапами принятия решений являются получение исходных данных о состоянии пациента, отображение их в пространство признаков, построенное на этапе обучения, применение соответствующего классификатора для определения принадлежности предъявленного объекта той или иной области пространства и, собственно, принятие решения. Среди наиболее современных и распространенных классификаторов можно отметить такие, как метод опорных векторов (support vector machine), метод случайных лесов (random forests), логистическая регрессия и некоторые другие.

Между тем далеко не всегда пространство признаков (параметров), описывающих состояние пациента, является метрическим, когда основой для принятия решений может служить некоторая мера близости в этом пространстве. Известные связи и закономерности могут быть неполными, ситуативными, логическими и частными, а данные о пациенте – расплывчатыми, качественными, измеряемыми в шкалах типа шкалы наименований или шкалы порядка. В таких ситуациях при разработке компьютерных диагностических систем чаще всего используется подход, основанный на правилах, или в более общем случае – подходы и методы из арсенала экспертных систем. Одним из важных преимуществ методов, основанных на правилах, является их близость к схеме принятия решений экспертом-врачом, который в процессе принятия решений может руководствоваться не только своим личным опытом, но и так называемыми клиническими решающими правилами, изложенными в соответствующих инструкциях, руководствах и т. п.

Типичным примером клинических решающих правил являются правила, представленные в инструкции по оценке интоксикации организма и прогнозированию гнойно-воспалительных осложнений у онкологических больных [1]. Следуя известной методике, авторы инструкции методом пошагового дискриминантного анализа из всей совокупности данных выделили диагностически значимые показатели, создали наборы тестов и построили решающие правила, позволяющие прогнозировать развитие гнойно-воспалительных осложнений и исход их лечения. Другим примером формирования и использования решающих правил является способ дифференциальной диагностики стерильной и инфицированной форм панкреонекроза [2, 3]. Дальнейшей иллюстрацией может служить решение с помощью клинических правил такой важной диагностической задачи, как дифференциация доброкачественных и злокачественных масс на ультразвуковых изображениях перед операцией на придатках [4].

В работе [5] авторы анализируют изображения УЗИ, а также другие данные о состоянии пациентов с подозрением на острый аппендицит и предлагают решающие правила для повышения вероятности правильной диагностики нетипичных случаев проявления острого аппендицита, когда по данным только УЗИ это сделать невозможно. Классическим же примером могут служить решающие правила, которые комбинируют количественные и качественные параметры новообразований кожи и позволяют онкологам диагностировать такое опасное заболевание, как меланома [6]. Данный пример примечателен еще и тем, что существует целый ряд исследований и разработок, направленных на компьютеризацию этих правил.

Эффективность программной реализации экспертных правил, используемых врачами, зависит от ряда факторов. Основными из них являются:

- способ получения входных данных о пациенте (простой опрос пациента, проведение анализов и получение показаний лабораторных приборов, компьютерный анализ медицинских изображений и вычисление диагностических признаков и т. п.);
- сложность процедуры применения (исполнения) правил.

Очевидно, что в некотором крайнем случае, когда все входные данные – это ответы вида *да/нет*, получаемые путем простого опроса пациента, а диагностические правила формулируются по принципу «если на все первые пять вопросов ответ *да* и *нет* – на остальные», их программная реализация не имеет никакого смысла. В случае же, когда данные о пациенте приходят со специализированных диагностических приборов, а применение правил представляет собой многоэтапную процедуру со сложными аналитическими операциями на каждом из ее шагов, без программной реализации всей системы не обойтись. Заметим, что ситуация, рассмотренная в настоящей работе, ближе ко второму случаю.

Целью исследования является рассмотрение метода распознавания злокачественных опухолей на ультразвуковых изображениях печени, основанного на правилах, а также результатов экспериментальной оценки его эффективности.

## 1. Материалы и методы

### 1.1. Входные требования и исходные данные

Известно, что на возможные способы решения проблемы диагностики существенное влияние оказывают входные требования, диктуемые условиями и технологией возможного применения соответствующего программного обеспечения. В данном исследовании в качестве основных требований рассматривались следующие:

*Простота выбора области интереса на изображении.* Область интереса, подлежащая анализу, должна иметь прямоугольную форму, которая легко задается пользователем с помощью любого современного устройства интерактивного взаимодействия с компьютером. Ручное «очерчивание» (сегментация) краев предполагаемой опухоли или любого другого объекта на изображении не требуется.

*Произвольное содержание области интереса.* Допускается, что кроме паренхимы печени область интереса может включать кровеносные сосуды, области тени на анализируемых ультразвуковых изображениях, края изображения и др.

*Высокий уровень автоматизации процесса анализа.* От пользователя не требуется выбора каких-либо режимов работы, задания управляющих параметров, пороговых значений и т. п.

*Простота интерпретации результатов.* Результаты анализа могут представляться пользователю в виде цветовых индикаторов («лампочек») зеленого (норма) и красного (патология) цвета, интенсивность свечения которых пропорциональна степени уверенности.

В качестве исходных данных при проведении исследований использовались 16 тестовых ультразвуковых изображений печени размером 256×256 пикселей, восемь из которых представляли норму, а остальные восемь – изображения печени с опухолями. Все изображения были получены с помощью сканера Медисон. Участки опухолей были обведены на исходных изображениях экспертом-медиком (рис. 1).

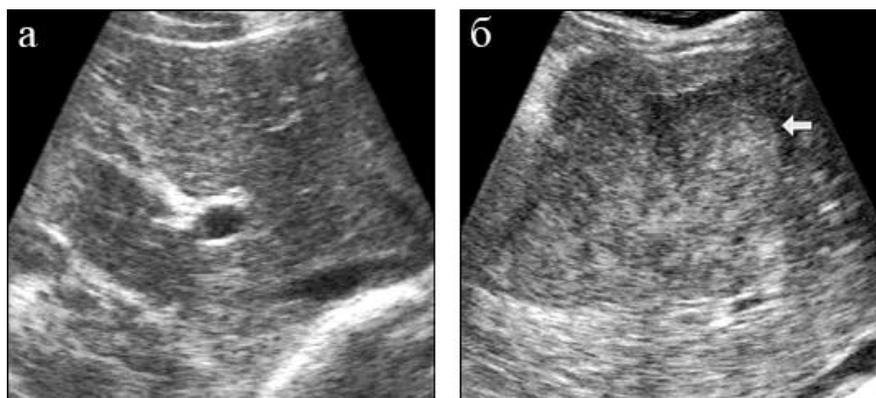


Рис. 1. Примеры исходных изображений нормальной печени (а) и печени с опухолью (б)

С целью количественной оценки результатов из исходных изображений были нарезаны области интереса размером  $64 \times 64$  пиксела путем перемещения по всему изображению окна указанного размера со сдвигом в 20 пикселей. Таким образом, из каждого исходного изображения было получено 100 областей, содержание которых отличалось как минимум на 31 % (в случае соседних по горизонтали или вертикали участков). Соответственно общее количество тестовых областей интереса составляло выборку из 1600 участков ультразвуковых изображений. Характерные примеры полученных областей показаны на рис. 2. Для упрощения ссылок приведенные примеры пронумерованы от 1 до 12 (см. цифры над каждой из 12 областей).

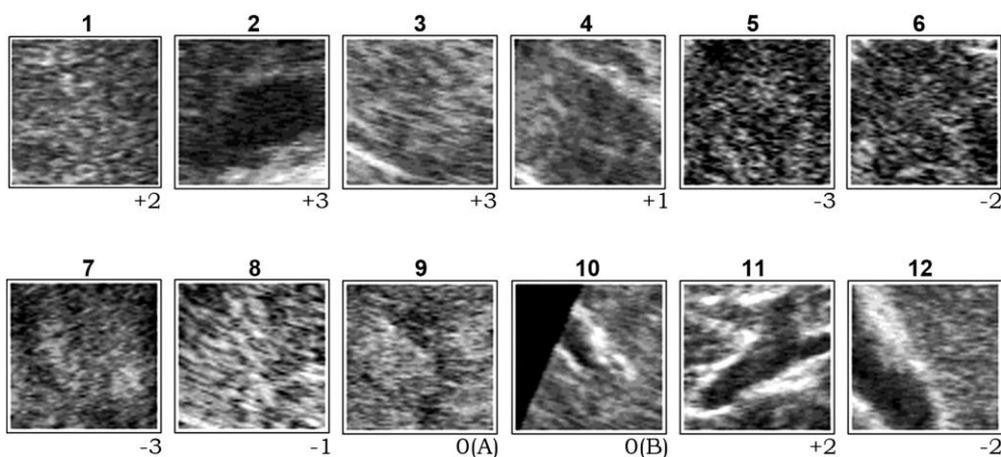


Рис. 2. Примеры областей интереса, иллюстрирующие норму (1–4), опухоль (5–8) и специальные случаи (9–12)

Кроме того, для оценки свойств текстуры печени в норме использовались семь изображений печени (аксиальные слои компьютерных томограмм) размером  $512 \times 512$  пикселей, представляющих анатомию органа в диапазоне приблизительно от желчного пузыря до левой доли.

### 1.2. Основные этапы исследования

Разработка предлагаемого метода распознавания злокачественных опухолей на ультразвуковых изображениях печени выполнялась в три этапа:

1. Отбор признаков ультразвуковых изображений, которые являются потенциально полезными для решения задачи распознавания опухолей.

2. Выбор диагностической шкалы для представления результатов и формирование решающих правил для вычисления результирующего значения интегрального количественного параметра, выражающего степень принадлежности анализируемого участка изображения к норме или патологии.

3. Программная реализация решающих правил и комплексное тестирование программного обеспечения с целью количественной оценки эффективности предлагаемого метода.

Следует подчеркнуть, что в соответствии с «экспертным» подходом, принятым в качестве основополагающей характеристики и отличительной черты настоящей работы, на всех этапах ее выполнения предпочтение отдавалось именно экспертному способу принятия решений. Указанные экспертные правила применялись при выборе полезных признаков изображений, разбиении тех или иных шкал на подходящие интервалы, выборе ограничительных значений (порогов) используемых величин и т. д. По мнению автора, это обеспечивает желаемую однородность и логичность всей разработки, а также ее концептуальное единство и простоту сочетания отдельных частей.

В качестве иллюстрации рассмотрим ситуацию (рис. 3), в которой два класса объектов являются линейно разделимыми в двумерном пространстве признаков. Однако во втором классе (объекты, изображенные квадратами) есть объекты-исключения, которые попадают в область признакового пространства  $(X, Y)$ , характерную для первого класса.

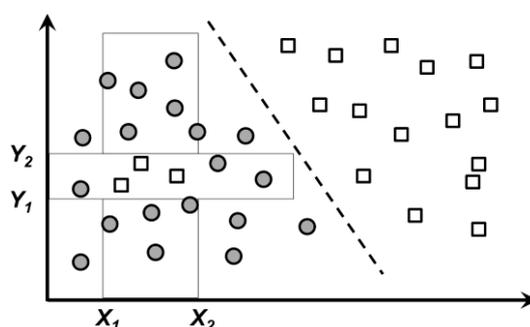


Рис. 3. Пример двух классов объектов, иллюстрирующий их корректное распознавание за счет комбинации линейного уравнения разделимости и правила, описывающего исключения для объектов «квадрат»

Указанные исключения формально определяются как объекты, значения параметра  $X$  у которых находятся в интервале  $(X_1, X_2)$ , а  $Y$  — в интервале  $(Y_1, Y_2)$ . В случае системы, основанной на правилах, данное условие легко представляется в виде дополнительного решающего правила ЕСЛИ – ТО, которое определяет, что распознаваемый объект относится к классу квадратов тогда, когда его параметры лежат в указанных интервалах. Однако при использовании классических процедур распознавания с линейным и даже нелинейным разделением пространства признаков задача распознавания становится нетривиальной. В контексте данной работы примером подобной ситуации может служить решающее правило, относящее участок изображения УЗИ к классу «не опухоль» в случае, если он расположен на расстоянии менее чем 1 см от верхней (но не нижней) его кромки, т. е. заведомо соответствует коже и подкожным тканям, а не печени.

### 1.3. Отбор полезных признаков изображений

На предварительном этапе данного исследования была проведена оценка эффективности нескольких известных типов признаков (параметров) различных уровней сложности, часто применяемых для описания содержания медицинских изображений. В частности, поскольку нормальная паренхима и участки опухолей на ультразвуковых изображениях печени имеют типичное текстурное проявление и задача их дифференциации явно относится к проблеме классификации и распознавания текстур, была проведена оценка полезности матриц совместной встречаемости, которые широко используются при анализе текстур. Кроме того, было протестировано качество классификации участков изображений различных типов на основе вейвлетов и некоторых других типов дескрипторов.

В результате установлено, что указанные подходы к описанию структуры нормальных и пораженных участков печени не обеспечивают приемлемого уровня их распознавания как в чистом, идеализированном, случае двух классов норма – патология, так и тем более в сочетании с другими типами участков, присутствующих на реальных изображениях (ультразвуковые

тени, кровеносные сосуды и т. п.). Судя по всему, низкая эффективность упомянутых дескрипторов изображений объясняется целым рядом особенностей формирования ультразвуковых изображений. К ним относятся: труднопредсказуемые вариации яркости пикселей (интенсивность эха), чрезвычайно высокая вариабельность и временная нестабильность изображений, вызванная такими факторами, как положение сенсора в пространстве, флуктуации, обусловленные пульсацией крови в кровеносных сосудах и неконтролируемыми изменениями степени давления сенсора на тело пациента при ручном сканировании врачом, различная толщина и локальные особенности подкожной жировой ткани, всевозможные эффекты, связанные с ультразвуковыми тенями, а также типично высокие шумы и характерная спекловая структура изображений. В связи с этим ниже рассматриваются только параметры изображений, которые в той или иной степени полезны для решения поставленной задачи.

Оценивались гистограммы яркости для областей интереса размером  $64 \times 64$  пиксела, их форма, а также статистические моменты. Было установлено, что указанные признаки изображений не являются полезными с точки зрения решения поставленной задачи. Однако они могут быть использованы во вспомогательных целях, таких, например, как детектирование краев сектора на изображениях, получаемых с помощью конвексных сканеров (см. рис. 1 и область интереса 10 на рис. 2).

Для вычисления градиента яркости использовался известный дифференциальный оператор Собеля с локальной окрестностью  $3 \times 3$  пиксела. Количественная оценка градиентных признаков показала, что в достаточно большом количестве случаев (около 70–75 %) формы гистограмм величин градиентов для нормы и опухоли существенно различаются (см. первые две секции на рис. 4). Тем не менее для остальных случаев (типа областей 1 и 7 на рис. 2 и последней, третьей, секции на рис. 4) значимых различий в распределениях величин градиентов не наблюдается. Данный факт, вероятно, можно объяснить тем, что в подобных описаниях локальной градиентной структуры изображений не учитывается такая глобальная характеристика пространственно-яркостного строения текстурного объекта, как его форма.

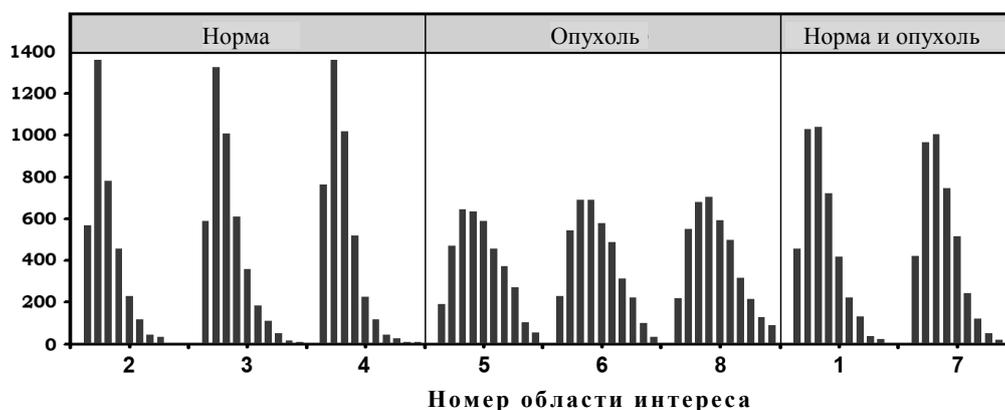


Рис. 4. Гистограммы абсолютных величин градиентов яркости для некоторых областей интереса, представленных на рис. 2 (номера областей указаны на оси абсцисс)

Поскольку признаки, основанные на величинах градиентов, очевидно полезны, они были использованы при построении диагностических решающих правил. После проведения серии экспериментов методом проб и ошибок (которые, в силу их типичности, в англоязычной литературе обозначаются стандартным термином «trial-and-error») была предложена следующая практическая процедура использования величин градиентов:

1. Вычисление градиентного изображения анализируемой области интереса, каждый пиксел которого содержит абсолютное значение градиента яркости в его  $3 \times 3$  окрестности (ориентация градиента не используется).

2. Разбиение всего диапазона градиентов 0–800 на четыре подуровня со статистически одинаковой занимаемой площадью и замена величин градиентов на коды соответствующих диапазонов (в скобках даны используемые пороговые значения для величин градиентов):

код  $L = 0$ : «нулевой» градиент (0–30); код  $L = 1$ : «низкий» градиент (31–80);

код  $L = 2$ : «средний» градиент (81–300); код  $L = 3$ : «большой» градиент (301–800).

3. Применение операции порогового ограничения (бинаризации) участков по кодам уровней градиентов. Сегментация и разметка каждого из полученных участков с одинаковыми уровнями градиентов с помощью алгоритма наращивания областей (region growing).

4. Вычисление полной площади (множества пикселей  $p$ , занимающих участки с каждым из четырех уровней градиента) и «чистой» площади участков (множества пикселей  $pc$ ), т. е. полной площади за вычетом пикселей, образующих внешние и внутренние (соседние с дырками) границы.

В результате выполнения описанной процедуры получаются восемь параметров, которые характеризуют распределение площадей анализируемой области интереса, занимаемых градиентами различного уровня. В дополнение к ним в качестве общих характеристик области интереса использовались минимальное, максимальное и среднее значения градиентов, подсчитываемые по всей области за исключением участков, в которых вариации яркости отсутствуют. В качестве иллюстрации рассмотрим пример использования градиентных параметров для «отбраковки» входных областей интереса, таких, например, как область 10 на рис. 2. Чистая площадь участков с нулевым уровнем градиента ( $L = 0$ ) в этой области составляет 54,5 %, что приблизительно в 5–10 раз превышает аналогичный показатель любой другой области из числа представленных на рис. 2. Заметим, что при этом гистограммы градиентов для области 10 и, например, области 1 похожи.

Под ориентационными параметрами текстуры изображений печени в настоящей работе понимаются количественные признаки, основанные на так называемых ориентационных гистограммах. Способы вычисления ориентационных гистограмм для двумерных цифровых изображений с использованием подходящих градиентных операторов известны достаточно давно. В русскоязычной литературе одним из первых исследователей, разработавших соответствующее программное обеспечение и успешно использовавших ориентационные параметры для описания изображений еще в начале 80-х гг. прошлого века, являлся А.Ю. Сасов [7]. Позже, уже в 1990-х гг., в мире наблюдалась очередная волна интереса к этому простому, но весьма эффективному способу описания текстур, за которым с тех пор закрепилась англоязычная аббревиатура HOG (Histogram of Oriented Gradients), а также было предложено обобщение метода вычисления ориентационных гистограмм для 3D-изображений [8, 9].

Поскольку текстура изображений УЗИ печени обладает типично высокой пространственной частотой, градиенты вычислялись с помощью классического оператора Собеля с окном  $3 \times 3$ . Локальные ориентации рассматривались в пределах углов  $0-180^\circ$ , т. е. фактически рассматривались углы касательных к локальным структурам изображений, которые перпендикулярны градиентам яркости. Соответственно результирующие ориентационные гистограммы были симметричными относительно горизонтальной оси. Формально ориентационные гистограммы представляли собой векторы чисел  $W$  длиной  $N$ :

$$W = \langle w_1, w_2, \dots, w_N \rangle,$$

где  $w_i$  – нормированное на сумму значение количества векторов градиентов, попадающих в сектор азимутальных углов с номером  $i$ . В данной работе количество интервалов углов было принято  $N = 6$ , что обеспечило необходимый компромисс между чувствительностью (много секторов) и устойчивостью (мало секторов) для участков изображений размером  $64 \times 64$  пиксела.

На рис. 5 представлены типичные примеры ориентационных гистограмм для участков печени, полученных с помощью компьютерной томографии, которые представляют «реальное» ориентационное строение текстуры печени, а также с помощью изображений, полученных на линейных и конвексных ультразвуковых сканерах. На рисунке видно, что текстура печени на ультразвуковых изображениях обоих типов имеет типичную доминирующую горизонтальную составляющую, что обусловлено самим принципом формирования цифрового изображения на основе ультразвукового эха.

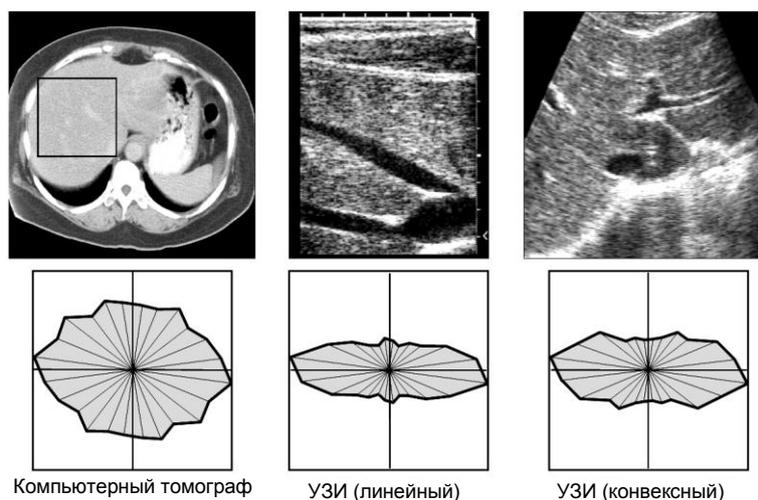


Рис. 5. Примеры ориентационных гистограмм для изображений печени, полученных с помощью компьютерной томографии и ультразвуковых сканеров двух типов

В качестве количественного параметра, характеризующего степень анизотропии, использовался коэффициент анизотропии  $k_a \geq 1$ , определяемый как

$$k_a = \frac{\max_i(w_i)}{\min_i(w_i)}.$$

Кроме того, учитывая характерную вытянутость ориентационных гистограмм ультразвуковых изображений, полезным оказался также параметр, количественно выражающий ее вертикальную составляющую, который был условно назван коэффициентом вертикальности. Для  $N = 6$  этот коэффициент естественным образом определяется как

$$k_v = \frac{w_3 + w_4}{w_1 + w_6}.$$

Характерные примеры ориентационных гистограмм вместе с соответствующими значениями коэффициентов анизотропии для контрольных и опухолевых участков печени представлены на рис. 6. Экспериментальное исследование ориентационных свойств различных участков изображений показало, что участки с опухолями обычно имеют значительно меньшие значения коэффициентов анизотропии. Очевидно, это связано с тем, что возникновение опухоли разрушает естественную структуру органа, делая ее менее упорядоченной и более похожей на изотропный случайный шум. Данное предположение также подтверждается результатами исследования ориентационных свойств изображений других органов, которые показывают уменьшение анизотропии как по мере развития заболевания, так и при естественном старении в норме (см., например, [10]).

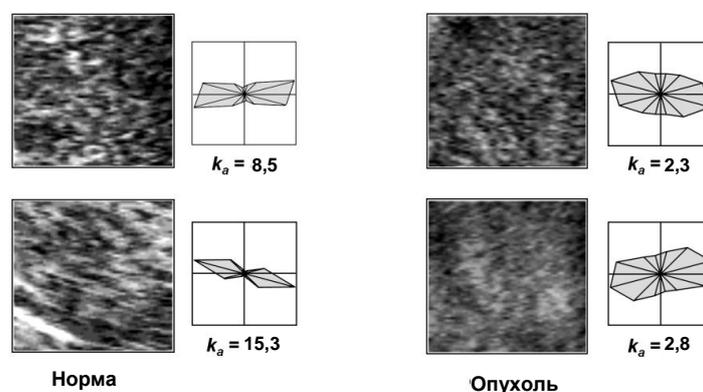


Рис. 6. Типичные примеры ориентационных гистограмм для нормальных участков печени и участков с опухолью

Экспериментальная оценка дискриминационной способности коэффициента анизотропии  $k_a$  показала, что его использование обеспечивает от 80 до 90 % корректных отнесений анализируемого участка к опухоли или норме. Следует отметить, что указанный уровень корректности достигался только при условии отсутствия в поле зрения таких шумовых факторов, как крупные кровеносные сосуды, края органа, специфические структуры в верхнем участке сектора сканирования и др. Учитывая приведенные оценки, коэффициент анизотропии  $k_a$  был также отобран в качестве информативного признака для решения задачи детектирования опухолей. В дополнение к нему в качестве вспомогательного параметра был выбран определенный выше коэффициент вертикальности  $k_v$ , который оказывается весьма полезным при распознавании участков со значительной вертикальной компонентой (вертикально-ориентированным кровеносным сосудом, нисходящим краем органа, вертикальной ультразвуковой тенью от объекта, непрозрачного для ультразвука и др.).

Следует заметить, что ориентационные параметры области интереса обладают таким важным свойством, как слабая чувствительность к вариациям в уровне яркости и низкочастотным шумам, наличие систематического затухания («ската») яркости к низу изображения УЗИ, обусловленного затуханием отраженного ультразвукового сигнала, и некоторыми другими.

#### 1.4. Диагностическая шкала

Результат распознавания области интереса представлялся в виде интегральной диагностической оценки DS. Числовое значение оценки определяет, относится рассматриваемый участок к норме ( $DS > 0$ ) или опухоли ( $DS < 0$ ). При этом были выделены шесть симметричных уровней степени уверенности отнесения участка к норме и соответствующие им значения цветовых индикаторов результата (табл. 1).

Таблица 1

Диагностическая шкала

Значение оценки DS	Уверенность отнесения к норме	Цвет индикатора результата
+3	Уверенное <i>да</i>	Ярко-зеленый
+2	<i>Да</i>	Зеленый
+1	Неуверенное <i>да</i>	Темно-зеленый
0	Неопределенность	Серый
-1	Неуверенное <i>нет</i>	Темно-красный
-2	<i>Нет</i>	Красный
-3	Уверенное <i>нет</i>	Ярко-красный

Неопределенное значение  $DS = 0$  присваивается диагностической оценке в следующих случаях:

$DS = 0(A)$  – предъявленная область интереса представляет собой пограничный случай между нормой и патологией, и однозначное решение не может быть принято (см., например, область 9 на рис. 2);

$DS = 0(B)$  – задача распознавания не может быть решена из-за неудачного выбора участка изображения в качестве области интереса. Например, участок содержит слишком много фона (см. область 10 на рис. 2), значительная часть участка занята крупным кровеносным сосудом и др.;

$DS = 0(C)$  – предъявленный участок не опознан как фрагмент изображения УЗИ (область сканирования расположена вне тела пациента, слишком большая прослойка воздуха между сенсором и телом и др.).

Все возможные варианты значений диагностической оценки DS, за исключением  $DS = 0(C)$ , проиллюстрированы на рис. 2.

### 1.5. Решающие правила

Общий алгоритм распознавания выбранных областей интереса состоит из следующих шагов:

1. Вычисление параметров (признаков) участка, т. е. области интереса входного изображения УЗИ, которые будут использоваться на следующих этапах алгоритма распознавания.

2. Входной контроль предъявленной области интереса на предмет ее допустимости и пригодности для дальнейшего анализа, т. е. отсеивание областей типа  $DS = 0(B)$  и  $DS = 0(C)$ .

3. Инициализация внутренней диагностической оценки IDS. В качестве начального значения оценки IDS используется значение коэффициента анизотропии области интереса входного изображения УЗИ, т. е. IDS измеряется в единицах, эквивалентных коэффициенту анизотропии.

4. Выполнение решающих правил, которые последовательно корректируют и уточняют значение внутренней диагностической оценки IDS.

5. Вычисление значения выходной диагностической оценки DS на основе внутренней оценки, внесение поправок и вывод результатов.

Ключевые моменты алгоритма вывода финального значения диагностической оценки DS поясняются ниже.

Пригодность для дальнейшего анализа предъявленной области интереса контролируется путем проверки на принадлежность значений ее параметров допустимым интервалам, границы которых выставлены на основе анализа типичных примеров соответствующих областей интереса УЗИ на этапе разработки. Основными правилами типа ЕСЛИ – ТО, используемыми на данном этапе, являются следующие:

$$\text{if } ( (s(p[L = 2]) < 15 \%) \text{ or } (m1(p[L = 0] \cup p[L = 1] \cup p[L = 2] \cup p[L = 3]) < 90) ) \\ \text{then set } DS=0(C) ;$$

$$\text{if } (k_a > 120) \text{ then set } DS=0(C);$$

$$\text{if } ( (s(p[L = 0]) < 10 \%) \text{ and } (s(pc[L = 0]) > 6 \%) ) \text{ then set } EdgeVessel = true;$$

$$\text{if } ((EdgeVessel = true) \text{ and } ((k_a < 7,0) \text{ or } (k_u > 0,5))) \text{ then set } DS=0(B),$$

где  $s()$  обозначает площадь соответствующего участка области интереса, представленного выражением в скобках, а  $m1$  – статистический момент первого порядка, т. е. на практике – среднее значение яркости, подсчитанное по указанному множеству пикселей. Близкие значения параметров площади  $s(p) \approx s(pc)$  говорят о том, что пиксели с рассматриваемым уровнем градиента  $L$  образуют некоторую большую связную область. Действительно, легко видеть, что в противном случае, т. е. в случае конфигурации из мелких сегментов типа «соли и перца», общее количество пикселей  $p$  немного больше числа внутренних пикселей  $pc$  соответствующих микросегментов  $s(p) \gg s(pc)$ , так как подавляющее большинство пикселей одновременно являются граничными. Поэтому третье правило, приведенное выше, устанавливает флаг *EdgeVessel* (край – сосуд) при условии наличия достаточно большой связной, нетекстурированной области с однородной яркостью ( $L = 0$ , градиент близок к нулю).

Внутренняя диагностическая оценка ID является внутренней переменной системы, значение которой измеряется в тех же единицах, что и коэффициент анизотропии  $k_a$  и которая соответствует некоторому «виртуальному» участку изображения, основанному на исходном. Следовательно, в качестве начального значения IDS принимается реальное значение коэффициента анизотропии анализируемой области интереса.

Формально выполнение решающих правил может рассматриваться как процесс последовательной корректировки внутренней диагностической оценки IDS и получения конечного значения DS. Иными словами, применение решающих правил может интерпретироваться как процесс корректировки исходного значения коэффициента анизотропии с целью компенсации всевозможных факторов, влияющих на показатели его анизотропии в идеальных условиях, т. е. при наблюдении соответствующих структур изображения внутри однородной паренхимы печени.

В описываемой реализации внутренняя оценка IDS выражает степень близости области интереса к норме и опухоли в условной шкале анизотропии [1,2; 120,0]. Следующие экспертные (эмпирические) решающие правила иллюстрируют процесс корректировки диагностической оценки IDS, осуществляемой на третьем этапе распознавания:

*if* ((EdgeVessel = true) and ( $k_a \geq 7,0$ )) then increase IDS by 3,0;  
*if* ( $s(p[L = 3]) < 2,5$  and  $s(pc[L = 3]) > 50\%$  and (EdgeVessel = true))  
 then set Vein = true;  
*if* ((Vein = true) and ( $k_a < 6,8$ )) then increase IDS by 2,5;  
*if* ( $(s(p[L = 1]) > 20\%)$  and  $(s(p[L = 3]) > 4\%)$  and  $(s(pc[L = 3]) < 10\%)$ )  
 then increase IDS by 1,5.

На заключительном этапе распознавания результирующая диагностическая оценка DS определяется на основе внутренней оценки IDS с помощью таблично заданной функции (табл. 2). В приведенные интервалы IDS входит правая граница.

Таблица 2

Соответствие внутренней и внешней диагностических оценок

IDS	$\leq 3,0$	3,0–4,5	4,5–5,4	5,4–6,3	6,3–7,3	7,3–10,0	$> 10,0$
DS	–3	–2	–1	0(A)	+1	+2	+3

## 2. Результаты

Результаты распознавания 1600 областей интереса, выделенных на изображениях УЗИ печени, представлены в табл. 3 отдельно для изображений с опухолями и изображений печени в норме.

Таблица 3

Результаты распознавания

Тип изображения	Распределение областей интереса в соответствии с результирующей диагностической оценкой DS								
	–3	–2	–1	0(A)	0(B)	0(C)	+1	+2	+3
Нормальная печень (800 областей)	0	2	0	4	134	18	26	130	486
Печень с опухолями (800 областей)	51	164	66	45	147	21	52	103	151

Естественно, что в случае нормальной печени все результаты распознавания с отрицательным значением диагностической оценки  $DS < 0$ , т. е. отнесение предъявленных участков к опухоли, являются ошибочными. Как видно из табл. 2, из 800 областей интереса две области (0,25 %), одна из которых показана на рис. 2 (область 12), были ошибочно отнесены к опухоли со средним уровнем уверенности  $DS = -2$ . Кроме того, четыре области (0,5 %) были отнесены к пограничному случаю между нормой и патологией, т. е. не дифференцированы. Таким образом, точность распознавания составила 99,75 % при 0,5 % недифференцированных образцов. Среди некорректных областей с оценками  $DS = 0(B)$  и  $DS = 0(C)$  подавляющее большинство составляли участки, выделенные в области левого и правого верхних углов изображений с фоном (см. область 10 на рис. 2), а также в верхней части сектора сканирования.

В случае печени с опухолями (нижняя графа табл. 3) возможны все варианты значений DS. Для количественной оценки качества распознавания был введен индекс качества  $I_Q = \{0, 1, \dots, 6\}$ , вычисляемый как абсолютное значение разности между компьютерной диагностической оценкой DS и диагностической оценкой  $DS_E$ , даваемой экспертом:

$$I_Q = |DS - DS_E|.$$

Заметим, что присвоение подходящего значения для  $DS_E$  по результатам визуального анализа 800 областей на самом деле не потребовало от эксперта больших усилий, так как фактически на каждом изображении необходимо было поставить отрицательную оценку только для области опухоли и ее окрестностей. Остальные участки автоматически получали положительные значения нормы.

Для удобства весь интервал значений 1–6 индекса качества распознавания  $I_Q$  был разбит на три подинтервала с понятной пользователю интерпретацией. Указанные подинтервалы вместе с попавшими в них областями интереса, отражающие результаты распознавания УЗИ печени с опухолями, представлены в табл. 4.

Таблица 4

Результаты сравнения компьютерного распознавания и распознавания врачом-экспертом

Области интереса	Точное распознавание $I_Q = 0$	Удовлетворительное распознавание $I_Q = 1, 2$	Ошибка распознавания $I_Q > 2$
Количество	517	76	39
Процент от общего числа	81,8	12,0	6,2

Суммируя все результаты, можно сказать, что из 1280 областей интереса, пригодных для анализа (случаи 0(B) и 0(C) исключены), 1163 области (90,9 %) были распознаны точно, а результаты распознавания 41 области (3,2 %) были квалифицированы как ошибочные. Кроме того, результаты распознавания остальных 76 областей (5,9 %) были признаны удовлетворительными.

### Заключение

По результатам проведенных исследований и разработок можно сделать следующие выводы.

Количественные параметры, характеризующие пространственное распределение областей с различными уровнями градиента яркостей на изображениях УЗИ печени, а также интегральные оценки анизотропии текстуры могут быть использованы для решения задач обнаружения и распознавания опухолей.

Для используемого набора УЗИ предложенный метод распознавания произвольных областей интереса на основе набора правил позволяет достигнуть удовлетворительного качества распознавания опухолей для 96,8 % тестовых областей интереса размером  $64 \times 64$  пиксела. Тем не менее относительно малое количество использованных тестовых изображений не позволяет утверждать, что полученные результаты устойчивы. Необходимо провести комплекс дополнительных исследований, прежде чем предложенный метод может быть рекомендован для использования в реальном диагностическом процессе.

Автор выражает глубокую благодарность доктору медицинских наук, профессору С.И. Пиманову за экспертную помощь в получении корректных диагностических оценок тестовых участков изображения УЗИ печени.

### Список литературы

1. Оценка эндогенной интоксикации и прогнозирование гнойно-воспалительных осложнений у онкологических больных (инструкция по применению) / Р.М. Смолякова [и др.]. – Утв. Минздравом Респ. Беларусь 01.07.05. – Минск : НИИ онкологии и медицинской радиологии им. Н.Н. Александрова, 2005. – 16 с.
2. Способ дифференциальной диагностики стерильного и инфицированного панкреонекроза : пат. 14881 Респ. Беларусь, МПК (2006) G 01N 33/52 / А.А. Литвин [и др.] ; заяв. Гомельский мед. ун-т ; опубл. 2010.08.30 // Афіцыйны бюл. / Нац. цэнтр інтэлектуал. уласнасці. – 2010. – № 4. – С. 31–32.

3. Оценка анизотропии КТ-изображений в диагностике инфицированного панкреонекроза / А.А. Литвин [и др.] // Вестник новых медицинских технологий. – 2013. – Т. 20, № 3. – С. 22–26.

4. Simple ultrasound rules to distinguish between benign and malignant adnexal masses before surgery: prospective validation by IOTA group / D. Timmerman [et al.] // British Medical Journal. – 2010. – Vol. 341. – P. 6839.

5. A simple clinical decision rule to rule out appendicitis in patients with nondiagnostic ultrasound results / M.M. Leeuwenburgh [et al.] // Academic Emergency Medicine. – 2014. – Vol. 21(5). – P. 488–496.

6. An atlas of surface microscopy of pigmented skin lesions: Dermatoscopy. 2 ed. / S.W. Menzies [et al.]. – Sydney : McGraw-Hill Book Company Australia, 2002. – 186 p.

7. Сасов, А.Ю. Развитие аналитических методов обработки информации в растровой электронной микроскопии : автореф. дис. ... канд. физ.-мат. наук / А.Ю. Сасов. – М. : МГУ, 1984.

8. Kovalev, V.A. Texture anisotropy in 3D images / V.A. Kovalev, M. Petrou, Y.S. Bondar // IEEE Transactions on Image Processing. – 1999. – Vol. 8, no. 3. – P. 346–360.

9. Kovalev, V.A. Texture analysis in three dimensions as a cue to medical diagnosis / V.A. Kovalev, M. Petrou // Processing and Analysis: Handbook of Medical Imaging; I. Bankman (ed.). – San Diego : Academic Press, 2000. – P. 231–247.

10. Kovalev, V. Texture anisotropy of the brain's white matter as revealed by anatomical MRI / V. Kovalev, F. Kruggel // IEEE Transactions Medical Imaging. – 2007. – Vol. 26, no 5. – P. 678–685.

Поступила 08.11.2015

*Объединенный институт проблем  
информатики НАН Беларуси,  
Минск, Сурганова, 6  
e-mail: vassili.kovalev@gmail.com*

**V.A. Kovalev**

### **A RULE-BASED METHOD FOR TUMOR RECOGNITION IN LIVER ULTRASOUND IMAGES**

A method is suggested for detecting malignant tumors in liver ultrasonic images. The method is based on decision rules which utilize quantitative features of liver image texture such as the degree of texture anisotropy, distribution of intensity gradients, the area of connected components with certain image properties and some other. On a set of 1280 regions of interests sampled from 26 test images it is demonstrated that the method provides an acceptable level of tumor recognition accuracy in 96,8 % of cases.

УДК 004.82 : 004.89

В.В. Краснопрошин, В.Г. Родченко

## КЛАСТЕРНЫЕ СТРУКТУРЫ И ИХ ПРИМЕНЕНИЕ В ИНТЕЛЛЕКТУАЛЬНОМ АНАЛИЗЕ ДАННЫХ

*Вводится понятие кластерных структур, которые можно использовать для выявления и представления «скрытых знаний» в интеллектуальном анализе данных. Демонстрируется возможность применения кластерных структур для решения в автоматическом режиме задач распознавания образов с обучением.*

### Введение

В настоящее время одной из актуальных и наиболее востребованных в практическом плане задач информатики является извлечение полезных знаний из ранее накопленных в электронном виде данных. Проводимые исследования свидетельствуют о том, что рост количества таких данных значительно превышает темпы роста как самих знаний, так и эффективности их использования.

Процесс поиска в базах данных «скрытых знаний» определяет последовательность действий, которые необходимо выполнить для того, чтобы из исходных «сырых» данных извлечь знания. Достоинством такого подхода является его универсальность, поскольку отсутствует зависимость от конкретной предметной области [1]. В целом процесс предусматривает выполнение четырех основных этапов: подготовки, предобработки, интеллектуального анализа данных и постобработки полученных результатов. При этом центральная роль отводится интеллектуальному анализу данных, который ориентирован как на разработку методов и алгоритмов извлечения знаний, так и на эффективное использование выявленных закономерностей для предсказания значений одной части информации по известным значениям ее другой части [2, 3].

В статье предлагается метод построения так называемых кластерных структур, использование которых позволяет в автоматическом режиме на основе анализа содержимого обучающей выборки выполнять процедуру поиска и формального представления «скрытых закономерностей» при решении задач распознавания образов с обучением.

### 1. Модели представления знаний в интеллектуальном анализе данных

Знания – новая информация, полученная решателем (человеком, компьютером) вследствие применения алгоритма к результирующей информации для решения задачи и, возможно, полезная для решения других задач [4]. Перевод информации в категорию знания может быть осуществлен только человеком или специализированной программой, анализирующей результаты решений с помощью соответствующих критериев оценки.

Центральная задача интеллектуального анализа данных заключается в выявлении «скрытых знаний» на основе анализа содержимого предварительно полученной базы данных. Под такими знаниями подразумеваются: ранее неизвестные; нетривиальные, которые нельзя обнаружить на основе визуального анализа или путем вычисления простых статистических характеристик; практически полезные для использования; знания, представляемые в наглядной пользователю форме и в терминах предметной области [5, 6].

Поскольку интеллектуальный анализ данных ориентирован на извлечение знаний, то естественным образом возникает проблема поиска эффективных моделей их представления.

На сегодняшний день известен ряд моделей представления, которые принято разделять на теоретические и эмпирические. К теоретическим моделям относятся представление знаний, основанных на исчислении высказываний, исчислении предикатов, на формальных грамматиках, а также комбинаторные и алгебраические модели. На основе указанного набора моделей пока удавалось решать небольшой класс относительно простых практических задач.

Эмпирические модели основаны на использовании принципов организации памяти человека и на моделировании механизмов решения задач [7]. К ним относятся продукционные модели, семантические сети и фреймовые модели. Сюда же можно отнести искусственные нейронные сети и генетические алгоритмы.

Продукционные модели, семантические сети и фреймовые модели акцентируют внимание на проблемах символического представления и стратегиях формальных рассуждений и опираются на использование гипотезы о физической символической системе [8].

Альтернативными гипотезе о физической символической системе являются вычислительные модели познания, в которых акцент фокусируется на проблемах обучения и адаптации [9]. Наиболее известными представителями этих моделей являются искусственные нейронные сети.

Сегодня основными требованиями к интеллектуальному анализу данных являются эффективность, простота, автоматизм. Если в этом ракурсе рассматривать эмпирические модели, то следует указать на то, что автоматизм с точки зрения извлечения «скрытых знаний» может быть в известной степени обеспечен только использованием искусственных нейронных сетей. Однако существенным недостатком таких сетей является то, что даже при правильном обучении сети нельзя проинтерпретировать в аналитических терминах сам процесс обучения.

Искусственные нейронные сети строятся и функционируют по принципу биологических нейронных сетей. На основе их использования удастся строить эффективные системы распознавания объектов сложной природы, но не удастся, к сожалению, находить ответы на фундаментальные вопросы, связанные с пониманием природы исследуемого процесса или явления [10].

Центральной задачей интеллектуального анализа, как уже отмечалось ранее, является извлечение знаний из данных, но поскольку из обученной нейронной сети практически не удастся извлечь явный и понятный пользователю алгоритм решения задачи, то предпринимаются попытки специальным образом строить процедуры упрощения и вербализации с целью определения явного метода решения. Однако любое упрощение не проходит бесследно и в данном случае серьезно отражается на качестве модели.

В работе предпринята попытка решения проблемы с использованием машинного обучения. Machine Learning (обучение по прецедентам) основано на выявлении закономерностей внутри эмпирических данных, под которыми понимается множество фактов, полученных в результате наблюдения или эксперимента и структурированных в рамках решения задачи интеллектуального анализа данных [11]. Процедура обучения осуществляется на основе данных обучающей выборки, но в отличие от технологии искусственных нейронных сетей она ориентирована на выделение информативных признаков или их комбинаций с точки зрения разделения объектов, процессов или явлений в многомерном пространстве решений.

Формальное представление образов объектов (паттернов) и получаемых в результате обучения «скрытых закономерностей» предлагается реализовать на основе специальным образом построенных кластерных структур.

## 2. Метод построения кластерных структур

Пусть имеется множество объектов, каждый из которых является представителем определенного подмножества (класса) и формально описывается вектор-столбцом вида  $z^T = (z_1, z_2, \dots, z_n)$ , где  $z_i \in R$  – значение  $i$ -го признака. Объединение объектов из всех классов задает так называемую обучающую выборку, которую формально можно записать в виде матрицы  $Z_{n \times m}$ , где  $m = m_1 + m_2 + \dots + m_k$ ,  $m_i$  – количество объектов  $i$ -го класса,  $k$  – количество классов.

Формальный образ каждого класса предлагается строить в виде специальных пространственных структур на основе объектов данного класса. Для этого выполним нормировку обучающей выборки  $Z_{n \times m}$  (где  $m = m_1 + m_2 + \dots + m_k$  и  $m_i$  – количество объектов  $i$ -го класса), получим  $X_{n \times m}$ , где  $x_{ij} = (z_{ij} - z_{min}) / (z_{max} - z_{min})$ , и объединим все векторы  $i$ -го класса в отдельную матрицу вида

$$X_{n \times m_i}^i = \begin{pmatrix} x_{11}^i & x_{12}^i & \dots & x_{1m_i}^i \\ x_{21}^i & x_{22}^i & \dots & x_{2m_i}^i \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ x_{n1}^i & x_{n2}^i & \dots & x_{nm_i}^i \end{pmatrix}, \text{ где } i = \overline{1, k}, j = \overline{1, m_i}.$$

При этом объекты класса в пространстве  $R^n$  представляются вектором с координатами вершины  $(x_1, x_2, \dots, x_n)$ , где  $x_i \in R$  – значение  $i$ -го признака.

Процесс формирования пространственной структуры начинается с начального каркаса в виде минимального остовного дерева графа, построенного на множестве вершин векторов  $i$ -го класса. Для этого можно, например, использовать алгоритмы Прима или Краскала [11].

Очевидно, что в этом случае исходный граф содержит  $m_i$  вершин и  $C_{m_i}^2$  ребер. При этом весом каждого ребра является его длина. Будем считать, что построенная таким образом структура задает в  $n$ -мерном признаковом пространстве формализованный образ класса.

По аналогии с гравитационным полем в физике для каждой точки ребра построенной структуры определим «сферу влияния» – область пространства с центром в этой точке, ограниченную гиперсферой радиуса  $r$ , где значение радиуса является функцией от длины ребра. В результате на основе каждого ребра образуется объемный элемент и вся пространственная структура становится объемной. Предлагаемый подход позволит получать численные оценки взаимного размещения формализованных образов объектов в многомерном пространстве принятия решений.

На каждом ребре каркаса предлагается разместить по три  $n$ -мерных гипершара с центрами в вершинах и в средней точке ребра. В итоге строится базовый элемент пространственной структуры (рис. 1).

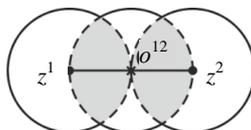


Рис. 1. Базовый элемент плоской кластерной структуры ( $z^1$  и  $z^2$  – вершины,  $o^{12}$  – середина ребра)

Объединяя базовые элементы с общей вершиной, получаем промежуточный вариант структуры (рис. 2).

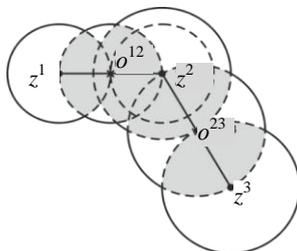


Рис. 2. Двухреберная плоская кластерная структура

Процесс построения пространственной структуры завершается, когда будут объединены все ее базовые элементы. Структуру, построенную в результате описанных выше действий, назовем кластерной.

### 3. Свойства кластерных структур

С точки зрения геометрической интерпретации кластерная структура представляет собой объединение взаимопересекающихся гипершаров в  $n$ -мерном пространстве (рис. 3).

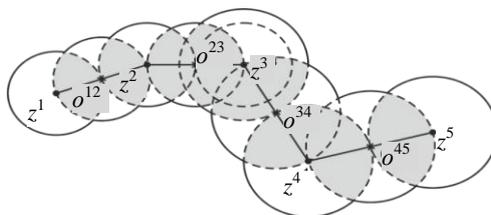


Рис. 3. Пример плоской кластерной структуры

Формально описание кластерной структуры, построенной на основе  $k$  векторов, можно представить в виде следующей таблицы.

Формальное описание кластерной структуры

Номер гипершара	Координаты центра гипершара	Радиус гипершара
1	$z^1$	$r^1$
2	$o^1$	$r^1$
3	$z^2$	$\max(r^1, r^2)$
...	...	...
$2k-3$	$z^{k-1}$	$\max(r^{k-1}, r^{k-2})$
$2k-2$	$o^{k-1}$	$r^{k-1}$
$2k-1$	$z^k$	$r^{k-1}$

Для каждой вершины  $z^2, \dots, z^{k-1}$  в таблицу записываем максимальное значение радиуса из двух соответствующих пересекающихся гипершаров.

Очевидно, что кластерную структуру можно охарактеризовать числом вершин векторов, на основе которых построен ее каркас, а также объемом и плотностью. Для вычисления объема кластерной структуры можно воспользоваться хорошо известным методом Монте-Карло.

В  $n$ -мерном пространстве кластерная структура представляет собой геометрическое тело, которое вписано в прямоугольный гиперпараллелепипед. Длина стороны этого гиперпараллелепипеда по  $j$ -й координате будет вычисляться как разность  $\max_j - \min_j$ , где  $\max_j$  – максимальное среди всех значений вида  $(z_j^i + r^i)$ ,  $i = \overline{1, k}$ ,  $j = \overline{1, n}$ , а  $\min_j$  – минимальное среди всех значений вида  $(z_j^i - r^i)$ ,  $i = \overline{1, k}$ ,  $j = \overline{1, n}$ . Поскольку известны диапазоны изменения значений координат прямоугольного гиперпараллелепипеда, в который вписана кластерная структура, и имеется формальное описание в табличном виде кластерной структуры, то можно реализовать процедуру вычисления ее объема, применив метод Монте-Карло.

В случае когда все вершины  $z^1, \dots, z^k$  лежат на одной прямой, для вычисления объема кластерной структуры можно воспользоваться формулой  $V = \sum_{j=1}^{2k-1} V^{(j)} - U$ , где  $V^{(j)}$  – объем гипершара со значениями координат центра и радиусом из  $j$ -й строки таблицы;

$U = \sum_{j=1}^{2k-2} U^{(j)}$ ,

где  $U^{(j)}$  – объем областей пересечения гипершаров с значениями координат центра и радиусом из  $j$ -й и  $(j+1)$ -й строк таблицы. Формулы вычисления объема гипершара в  $n$ -мерном пространстве различаются для четных и нечетных значений  $n$ . Для четных значений  $n$  объем вычисляется по формуле  $V = \frac{2^{\frac{n}{2}} \pi^{\frac{n}{2}}}{n!!} r^n$ , а для нечетных – по формуле  $V = \frac{2^{\frac{n+1}{2}} \pi^{\frac{n-1}{2}}}{n!!} r^n$ , где  $r$  – радиус гипершара, а  $n!!$  – двойной факториал [13].

Плотность кластерной структуры вычисляется как отношение количества вершин, на основе которых был построен каркас, к объему кластерной структуры. Чем выше значение плотности, тем более компактно размещено соответствующее подмножество в пространстве.

#### 4. Использование кластерных структур для решения задач распознавания образов с обучением

Математическая постановка задачи распознавания выглядит следующим образом: пусть  $X$  – множество описаний объектов,  $Y$  – множество номеров (или наименований) классов. Существует неизвестная целевая зависимость, т. е. отображение  $y^*: X \rightarrow Y$ , значения которой известны только на объектах конечной обучающей выборки  $X^m = \{(x_1, y_1), \dots, (x_m, y_m)\}$ . Требуется построить алгоритм, способный для произвольного объекта  $x \in X$  определить его принадлежность одному из классов [14].

Для решения задачи распознавания можно воспользоваться гипотезой компактности, которая гласит, что образам классов соответствуют компактные множества в пространстве признаков [15].

Поскольку обучающая выборка содержит информацию о каждом из классов в виде множества соответствующих объектов, на их основе следует построить образы классов в виде кластерных структур. Если все полученные таким образом кластерные структуры оказываются взаимно непересекающимися или пересечение не превышает некоторого допустимого порогового значения, считается, что процедура обучения прошла успешно, т. е. в исходном признаковом пространстве образы классов размещены компактно и не пересекаются.

Общая схема процесса распознавания выглядит следующим образом. Произвольный объект с неизвестной классификацией представляется в виде кластерной структуры и проводится оценка ее размещения по отношению к кластерным структурам классов. Далее неклассифицированный объект либо относится к одному из существующих классов, либо на его основе формируется отдельный «джокер-класс».

Если образы классов в исходном признаковом пространстве плохо разделяются, то необходимо перейти к поиску подпространства, в котором выполнялись бы условия гипотезы компактности. В этом случае из исходного пространства набора признаков последовательно выбираются подмножества признаков и каждое подмножество анализируется на выполнение гипотезы компактности. Процедура такого анализа базируется на использовании кластерных структур, которые строятся и сравниваются в соответствующем признаковом подпространстве.

Если в результате находится признаковое подпространство, в котором выполняются условия гипотезы компактности, то переходим к классификации исследуемого объекта в этом пространстве.

В соответствии с математической постановкой задачи распознавания экземпляры  $i$ -го класса образуют матрицу размерности  $n \times m_i$ , где  $n$  – количество признаков,  $m_i$  – количество объектов  $i$ -го класса, а обучающая выборка представляет собой объединение соответствующих

матриц, т. е.  $X_{n \times m} = \bigcup_{i=1}^k X_{n \times m_i}^i$ , где  $k$  – количество классов,  $m = m_1 + m_2 + \dots + m_k$ .

Построив, например, на основе матриц  $X_{n \times m_i}^i$  и  $X_{n \times m_j}^j$  две кластерные структуры (рис. 4), можно получить оценку взаимного расположения образов классов в признаковом пространстве.

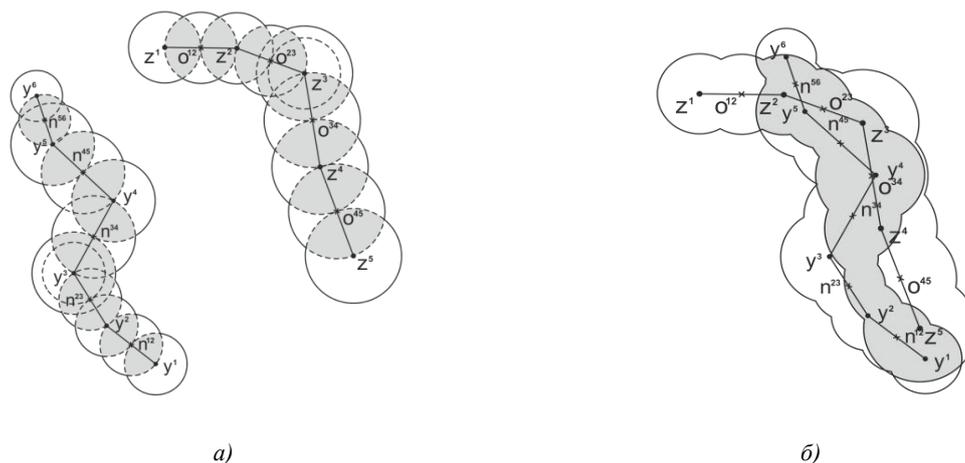


Рис. 4. Пример взаимного размещения двух плоских кластерных структур:  
 а) непересекающихся; б) пересекающихся

Численную оценку взаимного пересечения двух кластерных структур можно представить в виде отношения  $Q = \frac{U}{V}$ , где  $U$  – объем области их пересечения, а  $V = \min\{V_1, V_2\}$  ( $V_1$  и  $V_2$  – объемы первой и второй кластерных структур соответственно). Очевидно, что  $0 \leq Q \leq 1$ .

Для заданной обучающей выборки необходимо выполнить  $C_k^2$  попарных сравнений кластерных структур. Если все  $Q_i$  не превышают заданного порогового значения, то это означает, что для построенных образов классов выполняется условие гипотезы компактности и можно переходить к этапу распознавания.

В случае когда хотя бы одно из значений  $Q_i$  превысит пороговое значение, переходим к поиску подпространств, в которых выполняется гипотеза компактности.

Если исходное признаковое пространство содержит  $n$  признаков, то для анализа на выполнение гипотезы компактности необходимо исследовать  $L = \sum_{i=1}^{n-1} C_n^i$  всевозможных подпространств. При этом исследование каждого подпространства строится аналогично уже описанному выше процессу.

В общем случае может быть найдено  $0 \leq L^* \leq L$  признаковых подпространств, в которых выполняется гипотеза компактности. В каждом из выявленных подпространств действует «скрытая закономерность»: комбинация соответствующих признаков обеспечивает разделение образов классов в признаковом пространстве. Такая «скрытая закономерность», с одной стороны, может быть формально представлена комбинацией кластерных структур, а с другой – проинтерпретирована в терминах предметной области.

Таким образом, описанный процесс решения задачи распознавания позволяет в автоматическом режиме выполнять процедуру извлечения и представления «скрытых закономерностей» на основе анализа содержимого обучающей выборки.

Следует отметить, что может возникнуть случай, когда  $L^*=0$ , т. е. не найдено подпространств, для которых выполняется условие гипотезы компактности, в этом случае необходимо вернуться к выбору нового набора признаков.

### **Заключение**

В статье рассмотрены вопросы извлечения и представления скрытых закономерностей в интеллектуальном анализе данных. Анализ существующих моделей представления знаний показал актуальность поиска новых подходов, обеспечивающих автоматическое выполнение этапов обработки данных с целью извлечения и представления ранее неизвестных, нетривиальных, практически полезных и доступных интерпретации знаний.

Для решения в автоматическом режиме задачи извлечения и представления скрытых закономерностей и задачи распознавания образов с обучением предложен новый подход, который базируется на использовании специальным образом построенных кластерных структур.

Описан метод построения кластерных структур и продемонстрирована возможность их применения для построения практически полезных моделей представления знаний, образов классов и объектов в интеллектуальном анализе данных. Предложен вариант автоматического решения задачи распознавания образов с обучением на основе кластерных структур.

### **Список литературы**

1. Паклин, Н.Б. Бизнес-аналитика: от данных к знаниям / Н.Б. Паклин, В.И. Орешков. – СПб. : Питер, 2013. – 704 с.
2. Загоруйко, Н.Г. Прикладные методы анализа данных и знаний / Н.Г. Загоруйко. – Новосибирск : ИМ СО РАН, 1999. – 270 с.
3. Журавлёв, Ю.И. Распознавание. Математические методы. Программная система. Практические применения / Ю.И. Журавлёв, В.В. Рязанов, О.В. Сенько. – М. : Фазис, 2006. – 176 с.
4. Краснопрошин, В.В. Система понятий в информатике / В.В. Краснопрошин, О.А. Маркова, А.Н. Вальвачев // Информатика. – 2007. – № 3. – С. 124–130.
5. Методы и модели анализа данных: OLAP и Data Mining / А.А. Барсегян [и др.]. – СПб. : БХВ-Петербург, 2004. – 336 с.
6. Дюк, В. Обработка данных на ПК в примерах / В. Дюк. – СПб. : Питер, 1997. – 240 с.

7. Классификация моделей представления знаний [Электронный ресурс]. – 2015. – Режим доступа : <http://www.aiportal.ru/articles/knowledge-models/classification.html>. – Дата доступа : 10.03.2015.
8. Neweel, A. Computer science as empirical inquiry: symbols and search / A. Neweel, H. Simon // Communications of the ACM. – 1976. – № 19(3). – P. 113–126.
9. Люгер, Дж.Ф. Искусственный интеллект: стратегии и методы решения сложных проблем / Дж.Ф. Люгер. – М. : Изд. дом «Вильямс», 2005. – 864 с.
10. Хайкин, С. Нейронные сети: полный курс / С. Хайкин. – М. : Изд. дом «Вильямс», 2006. – 1104 с.
11. Краснопрошин, В.В. Проблема принятия решений по прецедентности: разрешимость и выбор алгоритмов / В.В. Краснопрошин, В.А. Образцов // Выбранные научные работы Белорусского государственного университета. – Минск : БДУ, 2001. – Т. 6. – С. 285–311.
12. Алгоритмы: построение и анализ / Т. Кормен [и др.] ; пер. с англ. – 2-е изд. – М. : Изд. дом «Вильямс», 2005. – 1296 с.
13. Розенфельд, Б.А. Многомерные пространства / Б.А. Розенфельд. – М. : Наука, 1966. – 647 с.
14. Задача классификации [Электронный ресурс]. – 2015. – Режим доступа : [http://ru.wikipedia.org/wiki/Задача\\_классификации](http://ru.wikipedia.org/wiki/Задача_классификации). – Дата доступа : 25.05.2015.
15. Гипотеза компактности [Электронный ресурс]. – 2015. – Режим доступа : [http://www.machinelearning.ru/wiki/index.php?title=Гипотеза\\_компактности](http://www.machinelearning.ru/wiki/index.php?title=Гипотеза_компактности). – Дата доступа : 25.05.2015.

Поступила 25.01.2016

*Белорусский государственный университет,  
Минск, пр. Независимости, 4  
e-mail: [Krasnoproshin@bsu.by](mailto:Krasnoproshin@bsu.by),  
[rovar@mail.ru](mailto:rovar@mail.ru)*

**V.V. Krasnoproshin, V.G. Rodchanka**

## **CLUSTER STRUCTURES AND THEIR APPLICATIONS IN DATA MINING**

A notion of cluster structures is introduced. These structures can be used to identify and present the "hidden knowledge" in data mining. It demonstrates the use of cluster structures to address automatic pattern recognition with training.

## ПРИКЛАДНЫЕ ИНФОРМАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ

УДК 519.876.5

А.И. Хобня, В.Д. Левчук, О.М. Демиденко

**КОНЦЕПТУАЛЬНАЯ МОДЕЛЬ МЕХАНИЗМОВ ОБЕСПЕЧЕНИЯ КАЧЕСТВА ОБСЛУЖИВАНИЯ В СЕТЯХ С КОММУТАЦИЕЙ ПАКЕТОВ**

*Анализируются и обобщаются принципы работы механизмов обеспечения качества обслуживания в сетях с коммутацией пакетов. Проводится декомпозиция и выделяются четыре компонента механизмов обеспечения качества обслуживания. Описываются особенности каждого из компонентов. Предлагается способ формализации для построения имитационных моделей механизмов обеспечения качества обслуживания в сетях нового поколения, при котором каждый из компонентов представляется функцией от определенных параметров.*

**Введение**

Формализация работы механизмов обеспечения качества обслуживания (Quality of Service, QoS) в сетях с коммутацией пакетов в виде достаточно точных аналитических моделей в настоящее время является неразрешимой задачей. Альтернативным подходом к моделированию сложных систем является имитационное моделирование, представляющее собой такой метод исследования, при котором изучаемая система заменяется ее моделью, с достаточной точностью описывающей реальную систему. С этой моделью и проводятся эксперименты с целью исследования реальной системы.

Для моделирования событий прибытия пакетов разработана имитационная модель, симулирующая генерацию трафика различных типов [1], которые требуют различных показателей качества обслуживания. Как правило, обеспечение различных параметров качества для различных типов трафика осуществляется путем применения различных алгоритмов планирования и управления очередью к пакетам трафика различных классов. Для построения имитационной модели механизмов обеспечения качества обслуживания необходимо осуществить формализацию: провести анализ объекта моделирования, выделить важные для задач моделирования компоненты и определить основные активности с точки зрения систем массового обслуживания.

Целями моделирования работы механизмов обеспечения качества обслуживания в сетях могут выступать:

- оптимизация настроек механизма обеспечения качества обслуживания для достижения лучших показателей качества работы сети;
- вычисление значений показателей качества обслуживания при использовании различных настроек с целью выяснения резервов для увеличения нагрузки сети;
- определение степени влияния различных классов трафика на работу сети;
- определение пороговой нагрузки [2], при которой качество обслуживания будет обеспечено при текущих настройках;
- исследование существующих и разработка новых механизмов обеспечения качества обслуживания.

Популярные системы моделирования сетей (например, NS-2, NS-3) позволяют разработчику модели сети использовать некоторые реализованные в системе имитации модели компонентов обеспечения качества обслуживания (например, некоторые алгоритмы активного управления очередью пакетов).

В отличие от подходов, принятых в существующих популярных системах моделирования сетей, представленный в работе способ позволяет разработчику и исследователю имитационной модели самостоятельно описывать алгоритмы обеспечения качества обслуживания с использованием языков высокого уровня абстракции независимо от деталей реализации системы

имитационного моделирования. Это особенно важно для тестирования и исследования новых разработок в механизмах обеспечения качества обслуживания, реализация которых отсутствует на данный момент в популярных системах моделирования сетей.

В данной работе представлены анализ, обобщение, формализация и способ имитационного моделирования механизмов обеспечения качества обслуживания в сетях передачи данных с коммутацией пакетов. Представленная обобщенная формальная модель может быть использована для построения конкретных имитационных моделей, а также платформы моделирования и исследования механизмов обеспечения качества обслуживания.

## **1. Обзор механизмов обеспечения качества обслуживания**

Рассмотрим механизмы обеспечения, используемые в сетевом оборудовании. Один из крупнейших производителей коммуникационного оборудования разделяет инструменты обеспечения качества обслуживания на средства управления перегрузкой (Congestion Management) и средства предотвращения перегрузки (Congestion Avoidance). К средствам управления перегрузкой относятся FIFO (First Input First Output) Queueing, PQ (Priority Queueing), CQ (Custom Queueing), WFQ (Weighted Fair Queuing), CBWFQ (Class-Based Weighted Fair Queuing) и LLQ (Low Latency Queueing). Средства предотвращения перегрузки включают в себя WRED (Weighted Random Early Detection), DWRED (Distributed Weighted Random Early Detection), Flow-Based WRED и DiffServ Compliant WRED. FIFO Queueing обеспечивает базовые функции хранения и пересылки пакетов. Это простейший алгоритм обработки очереди, который может использоваться по умолчанию в некоторых случаях и не требует конфигурации. PQ позволяет задавать строгие приоритеты для важного трафика и гарантирует первоочередную обработку наиболее важного трафика. Приоритеты для пакетов могут быть гибко настроены в зависимости от портов, адресов источника и приемника, размера пакетов и т. д. CQ резервирует заданную долю общей полосы пропускания сетевого интерфейса для каждого заданного типа трафика. Если какой-либо тип трафика не использует выделенную для него часть полосы пропускания, то ее могут применять остальные типы трафика. WFQ разделяет трафик на несколько потоков, основываясь на таких параметрах, как адрес источника, адрес приемника, порты отправителя и получателя и т. д. К каждому потоку трафика применяется приоритет (или вес). CBWFQ расширяет функциональность WFQ, предоставляя возможность настраивать классы трафика. CBWFQ позволяет выделить точную долю полосы пропускания для каждого класса. Может быть сконфигурировано до 64 различных классов трафика. LLQ позволяет отдать одному из классов трафика абсолютный приоритет и настроить доли полосы пропускания для остальных классов, как и в CBWFQ. WRED является реализацией известного алгоритма RED, который использует значение IP Precedence для обеспечения преимущества трафика с большим приоритетом. DWRED представляет собой расширение WRED и позволяет задавать минимальные и максимальные пороговые значения длины очереди пакетов для трафиков различных классов. Flow-Based WRED и DiffServ Compliant WRED также являются расширениями алгоритма WRED и позволяют разделить управление уничтожением пакетов для различных потоков и различных классов трафика соответственно [3].

Иные производители сетевого оборудования и программного обеспечения применяют похожие концепции для построения механизмов обеспечения качества обслуживания. Также используется концепция Hierarchy Token Bucket для уничтожения или обеспечения приоритетов пакетов [4]. Как правило, механизм качества обслуживания каким-либо образом классифицирует входящие сетевые пакеты, распределяет их по нескольким хранилищам либо уничтожает, затем определяет очередность отправки пакетов из различных хранилищ.

## **2. Анализ и обобщение механизмов обеспечения качества обслуживания в сетях с коммутацией пакетов**

Проанализировав алгоритмы работы механизмов обеспечения качества обслуживания, можно выделить четыре основных компонента каждого механизма обеспечения качества обслуживания: очереди пакетов, алгоритмы классификации пакетов, алгоритмы активного управления очередью и алгоритмы планирования.

*Очереди пакетов* представляют собой простейшие очереди с последовательной обработкой. Механизм обеспечения качества обслуживания может использовать одну или несколько очередей пакетов. Как правило, различные механизмы отличаются тремя следующими компонентами.

*Алгоритмы классификации пакетов* обеспечивают определение класса трафика пакета и распределение пакетов различных классов по различным очередям. Существуют классификации по IP Precedence (ToS), по DSCP, основанные на потоках, по MPLS QoS и Deep Packet Inspection (DPI).

Особенности алгоритмов классификации трафика заключаются в использовании:

- специальных полей заголовков IP-пакетов, маркирующих трафик (ToS, DSCP, MPLS QoS);
- IP-адреса отправителя, IP-адреса получателя, порта отправителя и порта получателя;
- информации о прикладных протоколах и приложениях.

Данные свойства необходимо учитывать при построении имитационных моделей механизмов качества обслуживания.

Следующим важнейшим компонентом механизмов обслуживания являются *алгоритмы активного управления очередью* (Active Queue Management, AQM). AQM – это класс алгоритмов, управляющих уничтожением пакетов сетевого интерфейса в случае переполнения или близкого к переполнению состояния внутреннего буфера устройства в целях сокращения нагрузки на сеть. Существуют следующие AQM, используемые в механизмах обеспечения качества обслуживания: Tail Drop, Random Early Detection (RED), Weighted Random Early Detection (WRED), Adaptive Random Early Detection (ARED), Robust Random Early Detection (RRED) [5], RED with Preferential Dropping (RED-PD), Random Exponential Marking (REM), Blue, Stochastic Fair Blue (SFB), Resilient Stochastic Fair Blue (RSFB), Controlled Delay (Codel), Active Virtual Queue (AVQ) [6], PI Controller.

Проанализировав данные алгоритмы, отметим их особенности:

- возможность настройки (большинство алгоритмов имеют настраиваемые параметры);
- управление одной очередью;
- использование данных о длине очереди, объеме буфера и его применении;
- использование данных об источнике, приемнике и других полях пакета (например, WRED идентифицирует трафик различных классов, SFB поддерживает несколько потоков трафика и т. д.);
- хранение и изменение внутреннего состояния (например, Blue хранит и изменяет параметр вероятности, RED-PD хранит историю уничтожения пакетов и т. д.);
- возможность уничтожения пакета большинством алгоритмов до помещения его в очередь (однако, например, CoDel уничтожает пакеты при удалении их из очереди).

Эти свойства необходимо учитывать при построении имитационных моделей механизмов обеспечения качества обслуживания. Также следует иметь в виду, что если механизм обеспечения качества обслуживания использует несколько очередей пакетов, то для различных очередей могут применяться различные алгоритмы активного управления.

Еще одним важнейшим компонентом механизмов обеспечения качества обслуживания являются *алгоритмы планирования*. Алгоритмы данного класса управляют последовательностью отправляемых пакетов. Существуют следующие алгоритмы планирования отправки пакетов, используемые в механизмах обеспечения качества обслуживания: First in First Out (FIFO), Priority Queuing (PQ), Round-robin, Weighted Round-robin (WRR), Weighted Fair Queuing (WFQ), Low Latency Queuing (LLQ).

Для алгоритмов планирования характерны:

- возможность настройки (большинство алгоритмов имеют настраиваемые параметры);
- использование данных о состоянии всех очередей;
- хранение и изменение внутреннего состояния (например, WFQ хранит и изменяет параметры виртуального времени прибытия и отправки пакетов).

### 3. Формализация и построение имитационных моделей механизмов обеспечения качества обслуживания

С точки зрения теории сетей массового обслуживания механизм обеспечения качества обслуживания может быть представлен компонентом, накапливающим заявки перед устройством обслуживания, которым является исходящий интерфейс данного сетевого узла. Пакеты представляются в качестве заявок на обслуживание (или транзактов). Каждый транзакт должен содержать информацию, необходимую для моделирования работы механизма обеспечения качества обслуживания и для вычисления показателей качества обслуживания: виртуальное модельное время отправки пакета, порт отправителя, порт получателя, IP-адреса отправителя и получателя, размер пакета, используемый протокол прикладного уровня, тип передаваемых данных, значения полей ToS, DSCP, MPLS QoS, дополнительную информацию.

Для моделирования работы механизма обеспечения качества обслуживания необходимо описать его поведение при наступлении двух дискретных событий: прибыл новый входящий пакет, следующий исходящий пакет может быть отправлен.

Используя приведенный выше анализ, поведение механизма обеспечения при прибытии нового пакета можно представить в виде UML-диаграммы активностей (рис. 1). Также поведение может быть описано в псевдокоде следующим образом:

```
// Поведение механизма QoS при прибытии нового пакета
номер очереди = Классифицировать пакет (данные_пакета);
пакет должен быть уничтожен = Применить AQM (данные_пакета, номер очереди);
Если пакет должен быть уничтожен:
    уничтожить пакет;
Иначе:
    поместить пакет в очередь (номер очереди);
```

Вначале осуществляется классификация пакета для определения очереди, в которую он может быть помещен. Затем применяется механизм AMQ для выбранной очереди с целью определения, должен ли данный пакет быть уничтожен. После этого пакет помещается в очередь или отбрасывается.

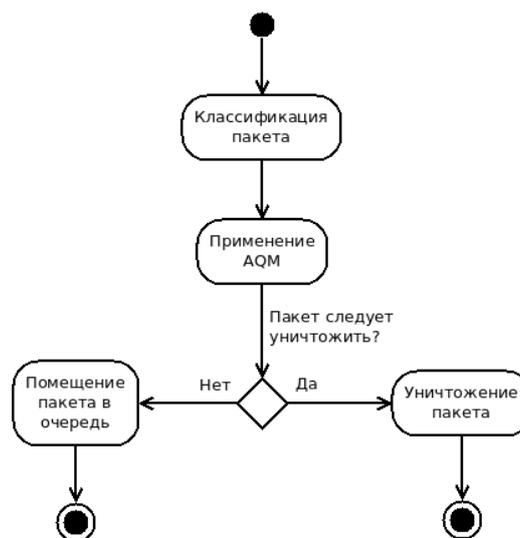


Рис. 1. Диаграмма активностей поведения механизма качества обслуживания при прибытии нового пакета

Используя приведенный выше анализ, поведение механизма обеспечения качества обслуживания при наступлении события, когда следующий исходящий пакет может быть отправлен, можно представить в виде UML-диаграммы активностей (рис. 2). Также поведение может быть описано в псевдокоде следующим образом:

```

// Поведение механизма QoS при отправке пакета
номер очереди = Вызвать алгоритм планирования (данные_очереди);
данные пакета = извлечь пакет из очереди (номер очереди);
пакет должен быть уничтожен = Применить AQM (данные_пакета, номер оче-
реди);
Если пакет должен быть уничтожен:
    уничтожить пакет;
Иначе:
    отправить пакет;

```

Вначале выполняется работа алгоритма планирования для определения очереди, из которой должен быть отправлен следующий пакет. Затем применяется вторая часть алгоритма активного управления очередью для определения, должен ли быть уничтожен отправляемый пакет. Пакет удаляется из очереди и после этого отправляется или уничтожается.

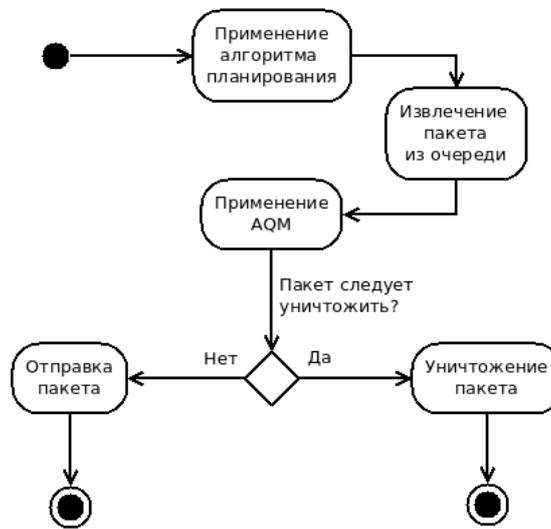


Рис. 2. Диаграмма активностей поведения механизма качества обслуживания при готовности отправки следующего пакета

Алгоритм классификации может быть задан некоторой функцией  $f_c(P, S_c)$ , где  $P$  – кортеж значений параметров пакета, а  $S_c$  – текущее состояние памяти модуля классификации, которая может принимать значения из множества всех возможных пар  $(n, S'_c)$ , где  $n$  – номер очереди, в которую необходимо поместить пакет, а  $S'_c$  – новое состояние памяти модуля классификации. Алгоритмы активного управления очередями могут быть заданы функциями  $f_a(P, q, S)$ , где  $P$  – кортеж значений параметров пакета,  $q$  – кортеж значений состояния очереди, а  $S$  – текущее состояние памяти модуля активного управления очередями, которые могут принимать значения из множества всех возможных пар  $(r, S')$ , где  $r$  – результат работы, который принимает значения из булева множества, а  $S'$  – новое состояние памяти модуля AMQ. Алгоритм планирования может быть задан функцией  $f_s(Q, S_s)$ , где  $Q$  – кортеж значений состояния очередей, а  $S_s$  – текущее состояние памяти модуля планирования, которая может принимать значения из множества всех возможных пар  $(n, S'_s)$ , где  $n$  – номер очереди, из которой необходимо отправить пакет, а  $S'_s$  – новое состояние памяти модуля планирования. Таким образом, механизм обслуживания может быть задан параметрами

$$n, f_c(P, S_c), f_{ai1}(P, q_1, S_1), \dots, f_{ain}(P, q_n, S_n), f_{ao1}(P, q_1, S_1), \dots, f_{aon}(P, q_n, S_n), f_s(Q, S_s),$$

где  $n$  – количество очередей;  $f_c(P, S_c)$  – функция алгоритма классификации;  $f_{ai1}(P, q_1, S_1), \dots, f_{ain}(P, q_n, S_n)$  – функции алгоритмов AQM всех очередей от 1 до  $n$ , применяемых для входящих пакетов;  $f_{ao1}(P, q_1, S_1), \dots, f_{aon}(P, q_n, S_n)$  – функции алгоритмов AQM всех очередей от 1 до  $n$ , применяемых для исходящих пакетов;  $f_s(Q, S_s)$  – функция алгоритма планирования.

С помощью концепций объектно-ориентированного программирования описанные выше функции могут быть представлены классами, реализующими соответствующие интерфейсы с одним методом. Данный подход использован при построении разрабатываемого проблемно-ориентированного инструментария автоматизации имитационного моделирования сетей нового поколения. Функции алгоритмов классификации представляются классами, реализующими интерфейс Classification, который содержит единственный метод classify(Packet packet), возвращающий номер очереди, в которую необходимо поместить пакет. Функции алгоритмов активного управления очередями представляются классами, реализующими интерфейс ActiveQueueManagement, который содержит методы shouldBeDroppedByArrival(Packet packet, Queue queue) и shouldBeDroppedBySending(Packet packet, Queue queue), возвращающие значения из булева множества. Функции алгоритмов планирования представляются классами, реализующими интерфейс Scheduling, который содержит единственный метод schedule(List<Queue> queue), возвращающий номер очереди, из которой необходимо отправить пакет. Инструментарий содержит реализации для моделирования множества существующих алгоритмов механизмов обеспечения качества обслуживания и позволяет пользователю задавать произвольные алгоритмы, используя языки программирования Java, JavaScript, Jython, JRuby, Scala, Groovy, Clojure и некоторые другие.

#### 4. Пример использования рассматриваемого способа формализации для построения имитационной модели механизма обеспечения качества обслуживания

В качестве примера рассмотрим задачу моделирования механизма, использующего четыре очереди для трафика с различными приоритетами, которые определяются на основе меток MPLS, и вариант алгоритма ARED для предотвращения перегрузки в данных очередях.

Допустим, для пакетов с полем MPLS TC (traffic class), равным 6 или 7, необходимо использовать очередь 3, для пакетов с полем TC, равным 4 или 5, – очередь 2 и т. д., т. е. номер очереди вычисляется как  $\lceil TC/2 \rceil$ , где TC – значение поля MPLS TC (traffic class).

Как указано выше, алгоритм классификации может быть задан некоторой функцией  $f_c(P, S_c)$ , где  $P$  – кортеж значений параметров пакета, а  $S_c$  – текущее состояние памяти модуля классификации, которая может принимать значения из множества всех возможных пар  $(n, S'_c)$ , где  $n$  – номер очереди, в которую необходимо поместить пакет. В данном случае алгоритм классификации не сохраняет никакого состояния, поэтому  $S'_c$  и  $S_c$  всегда являются пустыми кортежами. Так как в этом примере используются четыре очереди,  $n$  принимает значения из множества  $\{0, 1, 2, 3\}$ . Кортеж параметров пакета содержит различные характеристики, такие как время прибытия, размер и т. д. Для данного алгоритма классификации важно только наличие значения поля MPLS TC, которое принимает целые значения из интервала  $[0; 7]$ . Как указано выше, с помощью концепций объектно-ориентированного программирования функции алгоритмов классификации представляются классами, реализующими интерфейс Classification, который содержит единственный метод classify(Packet packet), возвращающий номер очереди, в которую необходимо поместить пакет. Например, реализация описанного выше алгоритма классификации, использующего исключительно поле MPLS QoS TC, может быть задана на языке Jython следующим образом:

```
# Реализация алгоритма классификации на основе поля MPLS QoS TC
class MplsQosClassification (Classification):

    # Функция классификации пакета
    def classify(self, packet):
        return packet.mplsTrafficClass / 2
```

Рассмотрим алгоритм активного управления очередями в данном примере. Для каждой очереди используется вариант алгоритма ARED. Как отмечено выше, алгоритмы активного управления очередями могут быть заданы функциями  $f_a(P, q, S)$ , где  $P$  – кортеж значений параметров пакета,  $q$  – кортеж значений состояния очереди, а  $S$  – текущее состояние памяти модуля активного управления очередями, которые могут принимать значения из множества всех воз-

можных пар  $(r, S')$ , где  $r$  – результат работы, который принимает значения из булева множества, а  $S'$  – новое состояние памяти модуля АМQ. В данном примере  $S$  и  $S'$  состоят из значений следующих величин:  $avg$  – средний размер буфера очереди,  $size$  – текущий размер буфера очереди,  $p$  – текущая вероятность уничтожения пакета и  $last\_time$  – последнее время выполнения. Кортеж  $q$  не используется в этом случае, а  $P$  содержит различные характеристики пакета, такие как время прибытия, размер и т. д. Для алгоритма активного управления очередью важно только наличие значений следующих полей:  $size$  – размер пакета,  $arrival\_time$  – время прибытия пакета,  $current\_time$  – текущее время. Как указано выше, функции алгоритмов активного управления очередью могут быть представлены классами, реализующими интерфейс `ActiveQueueManagement`, который содержит методы `shouldBeDroppedByArrival(Packet packet, Queue queue)` и `shouldBeDroppedBySending(Packet packet, Queue queue)`, возвращающие значения из булева множества. Например, реализация модификации алгоритма активного управления очередью ARED может быть задана на языке Python следующим образом:

```
# Реализация алгоритма активного управления очередью ARED
class AredManagement (ActiveQueueManagement):
    # Инициализация
    def __init__(self, min_threshold, max_threshold):
        # Шаг инкремента
        self.alpha = 0.01
        # Шаг уменьшения
        self.beta = 0.9
        # Целевой размер очереди
        self.target = min_threshold + 0.5*(max_threshold - min_threshold)
        # Начальное состояние
        self.avg = 0
        self.size = 0
        self.p = 0.01
        self.last_time = 0

    # Функция принятия решения об уничтожении или сохранении пакета
    def shouldBeDroppedByArrival(self, packet, queue):
        # Обновить средний размер очереди
        self.avg = (self.avg*self.last_time + packet.size *
                    (packet.arrival_time - self.last_time))/ packet.arrival_time
        # Обновить вероятность уничтожения пакета
        if(self.avg > self.target and self.p <= 0.5):
            self.p += self.alpha*(packet.arrival_time - self.last_time)
        elif self.avg < self.target and self.p >= 0.01:
            self.p *= self.beta**(packet.arrival_time - self.last_time)
        # Обновить последнее время
        self.last_time = packet.arrival_time
        # Пакет следует уничтожить?
        decision = random()
        if decision < self.p:
            # Уничтожить пакет
            return True
        else
            # Положить пакет в очередь
            self.size += packet.size
            return False

    # Функция принятия решения об уничтожении или сохранении пакета
    def shouldBeDroppedBySending(self, packet, queue):
        # Обновить средний размер очереди
        self.avg = (self.avg*self.last_time + packet.size *
                    (packet.current_time - self.last_time))/ packet.current_time
        # Обновить вероятность уничтожения пакета
```

```

if(self.avg > self.target and self.p <= 0.5):
    self.p += self.alpha*(packet.current_time - self.last_time)
elif (self.avg < self.target and self.p >= 0.0.1):
    self.p *= self.beta**(packet.current_time - self.last_time)
# Обновить последнее время
self.last_time = packet.current_time
# обновить текущий размер очереди
self.size -= packet.size
return False

```

Рассмотрим алгоритм планирования в данном примере. Как указано выше, алгоритм планирования может быть задан функцией  $f_s(Q, S_s)$ , где  $Q$  – кортеж значений состояний очередей, а  $S_s$  – текущее состояние памяти модуля планирования, которая может принимать значения из множества всех возможных пар  $(n, S'_s)$ , где  $n$  – номер очереди, из которой необходимо отправить пакет, в  $S'_s$  – новое состояние памяти модуля планирования. Поскольку в примере используются четыре очереди,  $n$  принимает значения из множества  $\{0, 1, 2, 3\}$ . Кортежи  $S'_s$  и  $S_s$  содержат значения параметров  $virStart$  и  $virFinish$  для последнего пакета каждой очереди. Параметр  $virStart$  представляет собой виртуальное время прибытия пакета из вершины очереди, параметр  $virFinish$  – виртуальное время отправки. Кортеж  $Q$  содержит кортежи значений параметров пакетов  $P$  из вершины каждой очереди. Кортежи  $P$  содержат различные характеристики пакета, такие как время прибытия, размер и т. д. Для данного алгоритма планирования важно только наличие значений следующих полей:  $size$  – размер пакета,  $arrival\_time$  – время прибытия пакета. Как указано выше, функция алгоритма планирования может быть представлена классом, реализующим интерфейс `Scheduling`, который содержит единственный метод `schedule (List<Queue> queue)`, возвращающий номер очереди. Например, реализация алгоритма планирования WFQ может быть задана на языке Python следующим образом:

```

# Реализация алгоритма планирования WFQ
class WeightedFairQueueing (Scheduling):
    # Инициализация
    def __init__(self, weights):
        self.weights = weights
        queues_number = len(weights)
        self.number = queues_number
        # Начальное состояние
        self.virStart = [0]*queues_number;
        self.virFinish = [0]*queues_number;

    # Функция планирования
    def schedule(self, queues):
        # Обновить сумму весов активных потоков
        active_weight = 0
        for i in xrange(0, len(queues)):
            if not queues[i].isEmpty():
                active_weight += self.weight[i]

        # Обновить виртуальное время начала и конца для новых пакетов
        for i in xrange(0, len(queues)):
            if not queues[i].isEmpty() and self.virStart[i] < 0:
                packet = queues[i].peek()
                self.virStart[i] = max(packet.arrival_time,
                                       self.virFinish[i])

                self.virFinish[i] = (virStart[i] +
                                     packet.size/(self.weights[i]/active_weight))

        # Выбрать очередь
        minVirFinish = self.virFinish[0]
        for i in xrange(0, len(queues)):
            queue = queues[i]

```

```
if not queue.isEmpty() and self.virFinish[i] < minVirFinish )
    minVirFinish = self.virFinish[i]
    queueNum = i

# Использовать очередь
self.virStart[queueNum] = -1
self.virFinsih[queueNum] = -1
return queueNum
```

Система моделирования вызывает заданные пользователем алгоритмы в последовательностях, представленных диаграммами активностей на рис. 1 и 2, при наступлении соответствующих событий. Для моделирования событий прибытия пакетов система имитирует генерацию трафика различных типов [1].

Предложенный подход позволяет описывать алгоритмы обеспечения качества обслуживания с использованием языков высокого уровня, абстрагируясь от деталей реализации системы имитационного моделирования. Декомпозиция механизмов обеспечения качества обслуживания на компоненты четырех типов позволяет создавать имитационные модели новых механизмов, комбинируя существующие в системе компоненты и (или) переопределяя некоторые из них.

### Заключение

В данной работе представлены анализ, обобщение и способ формализации механизмов обеспечения качества обслуживания в сетях передачи данных с коммутацией пакетов. Предложенный способ использован для разработки инструментария автоматизации имитационного моделирования сетей нового поколения, который позволяет моделировать и исследовать механизмы обеспечения качества обслуживания.

### Список литературы

1. Демиденко, О.М. Концептуальная модель генерации VoIP трафика в сети NGN / О.М. Демиденко, А.И. Хобня // Известия Гомельского гос. ун-та им. Ф. Скорины. – 2014. – № 6(87). – С. 117–122.
2. Кулинченко, В.Н. Об одном подходе к определению пропускной способности каналов ЛВС по протоколам TCP/IP, ICMP и UDP / В.Н. Кулинченко, О.М. Демиденко, П.Л. Чечет // Проблемы физики, математики и техники. – 2014. – № 4(21). – С. 1–3.
3. Cisco IOS Quality of Service Solutions Configuration Guide [Electronic resource]. – 2015. – Mode of access : [http://www.cisco.com/c/en/us/td/docs/ios/12\\_2/qos/configuration/guide/fqos\\_c/qcfintro.html](http://www.cisco.com/c/en/us/td/docs/ios/12_2/qos/configuration/guide/fqos_c/qcfintro.html). – Date of access : 01.03.2015.
4. Traffic Control HOWTO [Electronic resource]. – 2015. – Mode of access : <http://www.tldp.org/HOWTO/Traffic-Control-HOWTO/components.html>. – Date of access : 01.03.2015.
5. RRED: Robust RED algorithm to counter low-rate denial-of-service attacks / C. Zhang [et al.] // IEEE Communications Letters. – 2010. – no 14(5). – P. 489–491.
6. Kunniyur, S.S. An adaptive virtual queue (AVQ) algorithm for active queue management / S.S. Kunniyur, R. Srikant // Networking, IEEE/ACM Transactions on. – 2004. – Vol. 12, no. 2. – P. 286–299.

Поступила 03.02.2016

*Гомельский государственный университет  
им. Франциска Скорины,  
Гомель, Советская, 104  
e-mail: akhobnya@ya.ru*

---

**A.I. Khobnia, V.D. Liauchuk, O.M. Demidenko****A CONCEPTUAL MODEL OF QUALITY OF SERVICE MECHANISMS  
IN PACKET-SWITCHED NETWORKS**

The paper presents analysis and generalization of the quality of service mechanisms in packet-switched networks. Decomposition of the quality of service mechanisms is presented. Each QoS control mechanism can be split into four components. Each component is responsible for the defined subtask. A method of formalization is offered in which each QoS mechanism component is presented by function of defined arguments. Presented method is used for simulation of QoS mechanisms in the next generation networks.

УДК 621:658.512:004.9

Л.В. Губич, М.Я. Ковалев, Н.П. Муха, Г.П. Матюшенко

## НОРМАТИВНО-ПРАВОВЫЕ ОСНОВЫ ДЛЯ РЕАЛИЗАЦИИ ПРОЕКТОВ ПО ОСВОЕНИЮ ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ В ПРОМЫШЛЕННОСТИ

*Предлагается обзор нормативно-правовой базы для освоения интегрированных информационных систем и технологий, рассматриваются особенности управления выполнением ИТ-проектов, представляются краткие характеристики разработанных методических рекомендаций по реализации ИТ-проектов, которые созданы в ходе реализации заданий государственной научно-технической программы «Электронное управление ресурсами предприятия (CALS-ERP-технологии)» за 2011–2015 гг.*

### Введение

На промышленных предприятиях Республики Беларусь в настоящий момент идут интенсивные процессы модернизации, успех которых невозможен без освоения современных информационных технологий (ИТ), охватывающих прежде всего интеллектуальные процессы инжиниринга и управления производственной деятельностью предприятия. Освоение новых компьютеризированных технологических процессов получения новых образцов изделий с более высокими потребительскими свойствами позволяет в значительной мере решить проблемы ресурсосбережения и мобилизации внутренних ресурсов промышленного потенциала республики.

Проблемы освоения современных интегрированных информационных систем и технологий (ИИСТ) в значительной степени связаны с отсутствием отечественной нормативной базы, регламентирующей процессы реализации ИТ-проектов.

### 1. Особенности управления выполнением ИТ-проектов

В отличие от проектов по созданию новых видов изделий, регламентируемых ЕСКД, ИТ-проекты не являются нормированным видом деятельности даже для профильных ИТ-компаний. При внедрении программного продукта любая компания, начинающая ИТ-проект, сталкивается с ситуацией полной неопределенности по ряду важных вопросов:

- что будет происходить с проектом при смене кадров, изменении финансовой ситуации и пр.;
- как будет развиваться проект при развитии других сфер деятельности предприятия, например реструктуризации подразделений, переоснащении производства, внедрении новых технологий и пр.;
- к чему приведут изменения в работе предприятия после перехода на компьютерные методы работы;
- кто примет на себя ответственность, если в период освоения ИТ показатели работы предприятия будут ухудшаться.

Сегодня наиболее популярным в области внедрения программных систем, если не единственным реально используемым, является ГОСТ 34, хотя применять его в этой области можно только с некоторой натяжкой по следующим причинам. Данный стандарт был разработан Министерством электротехнической промышленности и приборостроения СССР и введен в действие в 1992 г. С учетом времени создания стандарта ясно, что он отражал в первую очередь советский опыт разработки автоматизированных систем, который весьма отличался от опыта разработки западных средств автоматизации, внедряемых сегодня в большинстве ИТ-проектов. За последующие годы в Республике Беларусь никто больше не занимался раз-

витиём подобных стандартов, что привело к их моральному старению с учетом бурного развития ИТ начиная с 1990-х гг. Сегодня требуют уточнения базовые положения ГОСТ 34, включая такие определения, как ИТ, автоматизированная система, процесс, проект и т. д. [1].

Советский опыт автоматизации различных сфер деятельности промышленных предприятий опирался на мощные вычислительные центры на базе электронных машин ряда ЕС. В таких центрах эксплуатировались автоматизированные системы различного функционального назначения. За их работу отвечали профессиональные программисты. В задачу конечных пользователей – специалистов разных служб предприятия – входила правильная подготовка исходных данных для запуска соответствующей автоматизированной системы. Именно поэтому в ГОСТ 34 в первую очередь дано определение автоматизированной системы, затем – выполняемых ею функций и в конце – персонала, работу которого автоматизирует эта система.

В настоящее время ситуация радикально изменилась. Имеются распределенные системы ввода и обработки данных, работающие в интерактивном режиме, которыми пользуются различные специалисты предприятия – от директора до кладовщика на складе материалов. Во многих случаях для выполнения своих должностных обязанностей эти специалисты должны пользоваться целым рядом различных автоматизированных систем, не будучи профессиональными программистами.

Вместе с тем сегодня функциональное назначение той или иной системы бывает трудно классифицировать. Многие функции различных программных продуктов пересекаются, поскольку их разработчики развивают свои системы в смежных областях для удержания в поле своего влияния имеющихся клиентов и захвата новых сегментов рынка. Мировые лидеры ИТ-индустрии зачастую предлагают пользователям целую линейку систем автоматизации в большинстве сфер деятельности предприятия: конструировании, электронном документообороте, управлении проектами, технологической подготовке производства, планировании, маркетинге, сбыте продукции и т. д. Поэтому в центре внимания стандартов по внедрению и освоению ИТ должны стоять не автоматизированные системы, а бизнес-процессы предприятия, которые опираются на средства автоматизации и персонал, обученный и способный эффективно использовать эти средства в своей профессиональной деятельности.

На основании изложенного можно сформулировать следующие недостатки использования общеупотребительных стандартов внедрения программных систем:

- не учитывается связь коммерческой и производственной деятельности предприятия с характеристиками программных продуктов, необходимых для ее автоматизации;
- упор делается на разработку или доработку программного обеспечения, а не на проблемы и процессы его внедрения;
- знания стандартов являются поверхностными и отсутствует какая-либо государственная система по их распространению и разъяснению;
- как следствие неправильно употребляются стандарты, которые были заявлены в качестве руководства к действию для выполнения ИТ-проекта.

Международные стандарты в области ИТ также не являются панацеей ввиду того, что они создавались и совершенствовались в других условиях, традициях и практике применения как ИТ, так и систем стандартизации. Кроме того, существенными являются терминологические различия в одних и тех же предметных областях. В области стандартов одни лишь литературные правила перевода недостаточны. Перевод должен быть понятийным, основанным на знании предметной области и соответствующей ей терминологии. В стандарте каждое слово приобретает особую силу и значение, и даже незначительная ошибка переводчика может привести к негативным последствиям. Все это усложняется обилием и многообразием стандартов в области ИТ.

Разработка отечественной научно-методической базы для реализации ИТ-проектов ГНТП «CALS-технологии» в 2006–2010 гг. и ГНТП «CALS-ERP-технологии» в 2011–2015 гг. позволила сделать определенные шаги по импортозамещению услуг на освоение ИТ [2, 3] путем создания типовых решений для разработки и освоения ИИСТ на предприятиях различных отраслей, масштаба и характера производства и разных форм собственности.

Научная и практическая значимость полученных результатов заключается в том, что, в отличие от предлагаемых западных технологий внедрения ИИСТ, были сформулированы следующие концептуальные положения для реализации ИТ-проектов с учетом особенностей состояния и структуры отечественных предприятий:

- эволюционный подход к постановке задач ИТ-проекта на базе предыдущей истории и достижений в информатизации проектных работ и производственных процессов на конкретном предприятии;

- реинжиниринг производственных процессов на основе изменения методов решения задач и содержания проектных работ путем организации виртуальных бизнес-процессов без изменения существующей структуры подразделений;

- применение понятия бизнес-процесса к любому виду инженерной деятельности, в которой участвуют разные подразделения, например к организации сквозного цикла по отдельному технологическому переделу, по отдельному виду работ в технологической подготовке производства (ТПП), к планированию, диспетчированию, сбыту, управлению ресурсами и пр.;

- изменение функций руководителей, а не структуры подразделений для организации сквозных автоматизированных бизнес-процессов, что снимает противоречия между возможностями компьютерных технологий и типовой структурой предприятий;

- документирование в стандартах предприятия всех автоматизированных бизнес-процессов для организации работ в интегрированной информационной системе (ИИС) предприятия;

- техническая приемка и сдача в промышленную эксплуатацию разрабатываемых комплексов методических, информационных и программных средств (КМИПС).

Согласно результатам опросов ИТ-специалистов [4], факторами, способствующими успеху ИТ-проекта, следует назвать:

- участие руководства предприятия в ИТ-проекте – 20 %;

- наличие и соблюдение плана внедрения после завершения ИТ-проекта – 19 %;

- ясные цели и четкие требования как к ИТ-специалистам, так и пользователям – 16 %;

- участие специалистов заказчика в реализации ИТ-проекта – 16 %;

- качество внедряемых ИИСТ и состав команды специалистов исполнителя – 11 %;

- реинжиниринг бизнес-процессов до внедрения ИТ, т. е. упорядочивание системы управления предприятием до начала работы над ИТ-проектом, – 8 %;

- наличие у заказчика стратегии развития предприятия в целом, где неотъемлемой частью являются планы освоения ИТ, – 8 %;

- принятие совместных организационных мер заказчиком и исполнителем для получения быстрой и эффективной отдачи от ИТ-проекта – 2 %.

С учетом всех этих факторов для обеспечения выполнения заданий ГНТП «CALS-ERP-технологии» был разработан типовой алгоритм освоения ИИСТ на предприятии, который реализуется в три этапа. На первом этапе выполняется разработка стратегии информатизации предприятия. Для получения объективной картины имеющегося уровня информатизации и выбора направлений ее развития данный этап должен выполняться предприятием совместно с независимой экспертной организацией, чтобы избежать лоббирования интересов как служб предприятия, так и отдельных ИТ-фирм. Выбор соисполнителей будущих ИТ-проектов по отдельным задачам автоматизации проводится на основе действующего законодательства (рис. 1). На втором этапе реализуются конкретные ИТ-проекты в соответствии с разработанной программой информатизации и освоения ИИСТ (рис. 2). На третьем (завершающем) этапе происходит освоение выпуска новой инновационной продукции с помощью разработанных средств автоматизации и получение экономического и качественного эффекта от освоения ИТ (рис. 3).

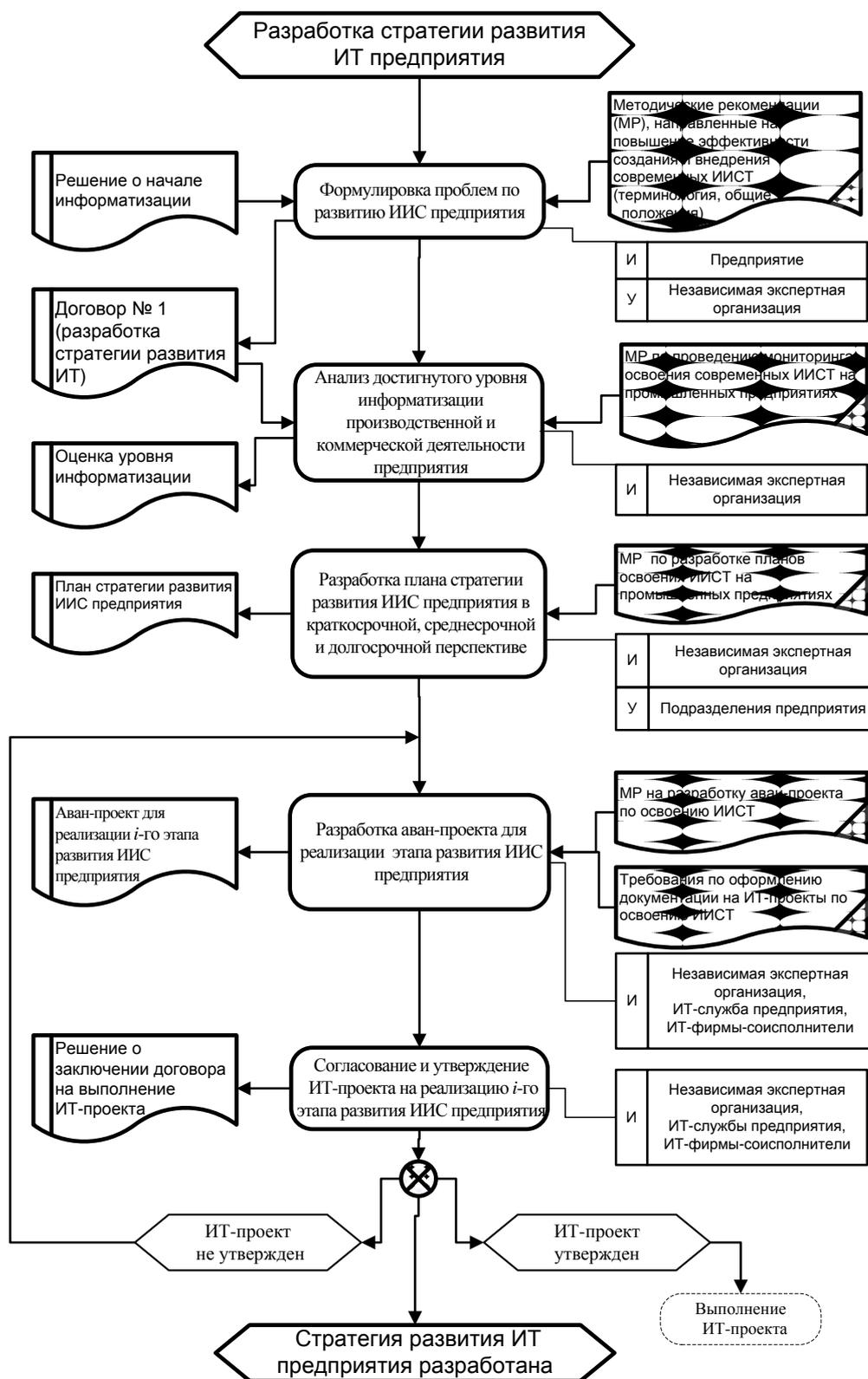


Рис. 1. Схема бизнес-процесса разработки стратегии развития ИТ предприятия (И – исполнитель, У – участник)

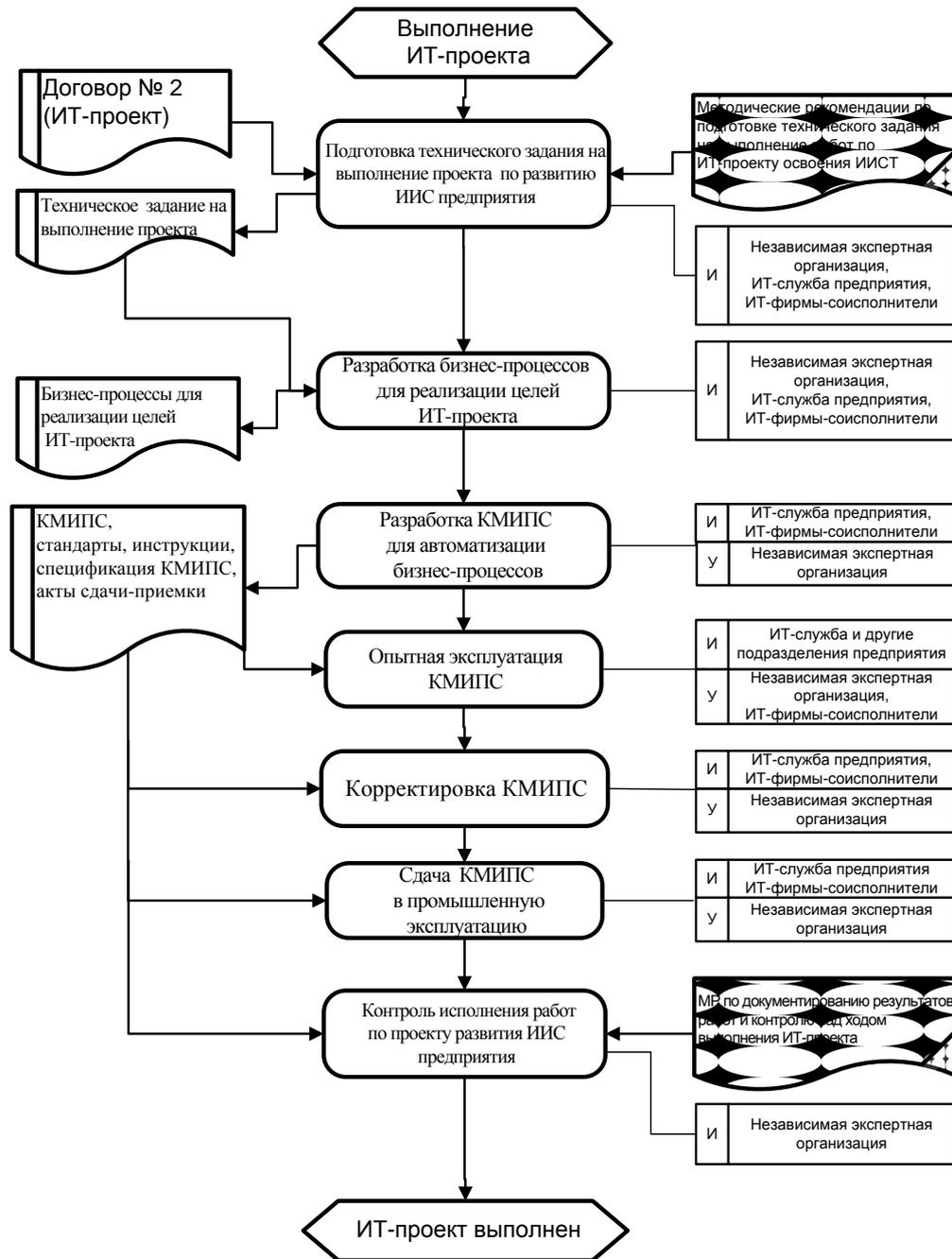


Рис. 2. Схема бизнес-процесса выполнения ИТ-проекта для реализации этапа развития ИИС предприятия

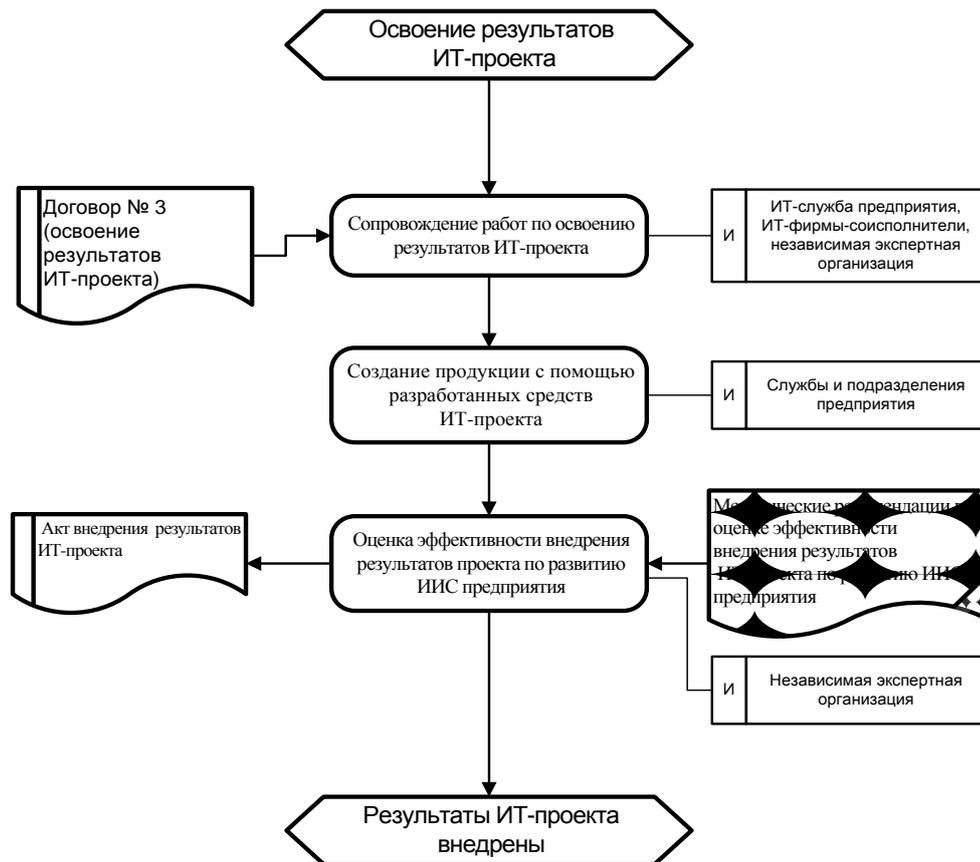


Рис. 3. Схема бизнес-процесса освоения результатов ИТ-проекта

Разработка типового алгоритма опиралась на следующие источники:

#### 1. Международные стандарты:

PMBOK (Project Management Body of Knowledge) – свод правил по управлению проектами [5]. Был создан Американским институтом управления проектами как универсальный свод правил для управления любым проектом в любой отрасли, где описываются процессы управления проектами в терминах интеграции между процессами и взаимодействий между ними, а также цели, которым они служат. Документ регламентирует процессы, охватывающие все стадии жизненного цикла (ЖЦ) проекта (начало, планирование, исполнение, контроль и завершение).

PRINCE2 – английский стандарт на ведение проектов [6]. Изначально он был разработан для ИТ-проектов, потом расширен для использования в любых проектах. В PRINCE2 выделяются восемь стадий процесса (начало проекта, стратегическое управление проектом и т. д.) и восемь компонентов (подготовка проектных документов (бизнес-плана); организационные мероприятия, обеспечивающие выполнение проекта; контроль хода проекта; управление рисками получения отрицательных результатов; управление конфигурациями выполнения отдельных работ и мероприятий; планирование работ; управление качеством выполняемых работ; управление изменениями).

#### 2. Отечественные стандарты, регламентирующие создание новой продукции:

– новая редакция стандартов ЕСКД, где закреплены положения ИТ по обеспечению двух равноправных форм представления технической информации: в бумажном и электронном виде. Ввод в действие изменений в стандартах ЕСКД был утвержден решением Межгосударственного совета по стандартизации, метрологии и сертификации СНГ от 28.02.2006 г.;

– СТБ ИСО 9001 – система стандартов управления качеством выпускаемой продукции;

– СТБ 1080 «Порядок выполнения научно-исследовательских и опытно-конструкторских работ по созданию научно-технической продукции».

3. Методологии мировых вендоров на реализацию ИТ-проектов, среди которых наиболее популярны SAP – ASAP (ValueSAP) и Oracle – AIM (Applications Implementation Method).

4. Комплекс нормативно-правовых актов, составляющих правовое обеспечение для выполнения государственных научно-технических программ. В связи с отсутствием регламентирующих стандартов наиболее подходящей формой представления проекта по разработке и внедрению ИИСТ на конкретном предприятии являются регламенты, установленные Государственным комитетом по науке и технологиям Республики Беларусь для подготовки заданий в государственные научно-технические программы (приказ от 25.05.2015 № 158 «Об утверждении примерных форм документов по вопросам разработки и выполнения научно-технических программ»).

## 2. Краткие характеристики разработанных документов по реализации ИТ-проектов

Разработанные методические рекомендации для выполнения работ по освоению ИИСТ ориентированы прежде всего на защиту интересов промышленных предприятий при реализации ИТ-проектов и на достижение успехов при использовании их результатов. Возникновение и разработка таких методических рекомендаций, их состав и содержание диктовались потребностями практической реализации ИТ-проектов в ГНТП «CALS-ERP-технологии» [7–9]. Рекомендации были разработаны для выполнения каждого этапа типового алгоритма реализации ИТ-проекта (таблица).

Разработанные методические рекомендации для реализации ИТ-проекта по созданию ИИС предприятия

Этап реализации ИТ-проекта	Документ
Формулировка проблем по развитию ИИС предприятия	Методические рекомендации, направленные на повышение эффективности создания и внедрения современных ИИСТ (терминология, общие положения)
Оценка достигнутого уровня информатизации производственной и коммерческой деятельности предприятия	Методические рекомендации по проведению мониторинга освоения современных ИИСТ на промышленных предприятиях
Разработка плана стратегии развития ИИС предприятия в краткосрочной, среднесрочной и долгосрочной перспективе	Методические рекомендации по разработке планов освоения ИИСТ на промышленных предприятиях
Разработка аван-проекта для реализации определенного этапа развития ИИС предприятия	Методические рекомендации на разработку аван-проекта по освоению ИИСТ
Разработка, согласование и утверждение проекта на реализацию этапа развития ИИС предприятия	Требования по оформлению документации на ИТ-проекты по освоению ИИСТ
Подготовка технического задания на выполнение проекта по договору с исполнителями проекта по развитию ИИС предприятия	Методические рекомендации по подготовке технического задания на выполнение работ по ИТ-проекту освоения ИИСТ
Документирование и контроль исполнения работ по проекту развития ИИС предприятия	Методические рекомендации по документированию результатов работ и контролю над ходом выполнения ИТ-проекта
Оценка эффективности внедрения результатов проекта по развитию ИИС предприятия	Методические рекомендации по оценке эффективности внедрения результатов ИТ-проекта по развитию ИИС предприятия

### 2.1. Методические рекомендации, направленные на повышение эффективности создания и внедрения современных ИИСТ

Методические рекомендации регламентируют: терминологию в области освоения ИИСТ, определение ИИС предприятия, этапы выполнения ИТ-проектов по внедрению и освоению ИИСТ на промышленных предприятиях (типовой алгоритм), структуру документов по этапам работ ИТ-проекта, определение КМИПС как единицы нормирования работ в ИТ-проектах по внедрению и освоению ИИСТ на промышленных предприятиях.

В основе современного производства лежит пространственная электронная модель объекта проектирования, отражающая его свойства семейством электронных моделей для решения проектных и технологических задач специалистами различного профиля. Электронный чертеж в составе семейства таких моделей становится вспомогательным средством, выполняющим в первую очередь контрольную юридическую, а затем уже производственную функции.

Электронная модель изделия является первоисточником данных для всего производственного цикла, основанного на использовании ИИСТ. Принципиальное изменение формы представления объекта проектирования – от бумажного чертежа к электронной пространственной модели – предполагает комплексную реорганизацию процессов изготовления изделия. Поэтому требуют регламентации методологические аспекты, касающиеся математической основы отображения изделия в электронной КД, технологии выполнения проектных работ, средств автоматизации инженерного труда и их выбора.

Конечным результатом выполнения проекта по разработке и внедрению ИИСТ являются КМИПС, предназначенные для оснащения автоматизированных рабочих мест (АРМ) в подразделениях, осуществляющих взаимосвязанную проектную или финансово-хозяйственную деятельность в ИИС предприятия, а также нормативные документы, регламентирующие выполнение проектных работ с применением ИТ.

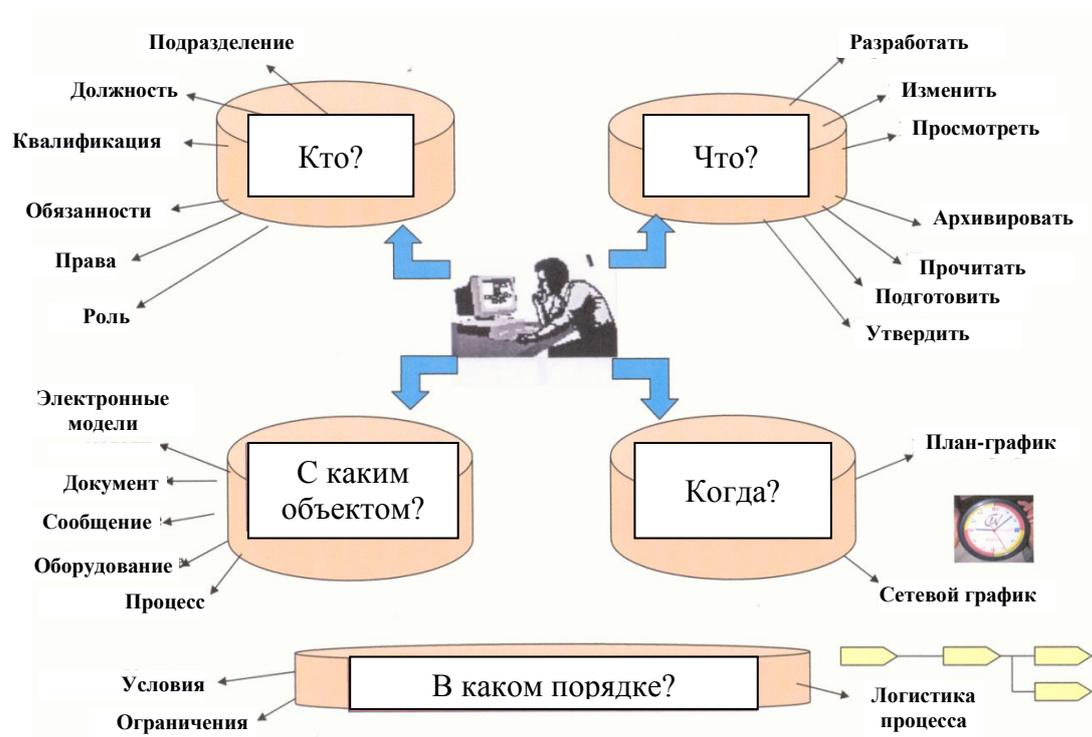


Рис. 4. Задачи, решаемые КМИПС

Введение понятия КМИПС как единой регламентирующей единицы организации выполнения проектов по разработке и внедрению ИИСТ для поддержки ЖЦ продукции и управления ресурсами предприятия позволяет, с одной стороны, унифицировать подходы к автома-

тизации решения разных задач в различных областях, а с другой – подчеркнуть интеграционные подходы к реализации этих задач. Для внедрения ИИСТ в деятельность предприятия мало разработать или купить конкретный программный продукт, надо встроить его в конкретную производственную среду. Для этого требуется (рис 4):

- разработать методику применения программного продукта к решению задач данного конкретного производства (методические средства);
- провести адаптацию программного продукта к конкретным условиям эксплуатации путем настройки его параметров, создания библиотек различных моделей, стандартных элементов, шаблонов документов и т. д. (информационные средства);
- внести изменения в регламент выполнения работ путем дополнения стандартов предприятия положениями ИТ (организационные средства);
- подготовить персонал: обучить его пользоваться не только новыми ИТ, но и, что более существенно, новыми принципами (методологиями) работы. Для достижения гарантированного результата подготовка персонала должна завершаться сертификацией как условием последующего допуска к работе.

Каждый КМИПС должен отвечать следующим требованиям:

- определять в целом бизнес-процесс, либо набор отдельных бизнес-операций, либо состав АРМ, которые выделяются по принципу завершения определенного этапа работ, требующего отчетности и документирования по правилам документооборота предприятия;
- находиться либо на одном компьютере и выполняться одним специалистом, реализующим различные проектные или производственные задачи в соответствии со своими полномочиями, либо на разных компьютерах, объединенных в сеть, где работают специалисты, относящиеся к различным структурным подразделениям;
- обеспечивать реализацию совокупности функций (проектных или производственных задач), которые должны быть решены на данном АРМ в ходе выполнения бизнес-процесса;
- обеспечивать разработку одной или нескольких электронных моделей объектов и процессов проектирования различного назначения (конструкторских, технологических, расчетных, структурных), а также установленных электронных документов, которые возникают при функционировании данного бизнес-процесса, передаются между АРМ и подлежат хранению и документированию;
- позволять создавать комплекты электронных конструкторских и технологических документов, которые разрабатываются на основе электронных моделей, ассоциативно с ними связаны, подлежат отчетности, хранению и распространению в установленном порядке по подразделениям предприятия;
- обеспечивать функционирование процесса на основе совокупности электронных организационно-распорядительных документов (планов-графиков, писем, распоряжений, приказов, извещений и пр.), которые сопровождают автоматизированный процесс.

## ***2.2. Методические рекомендации по проведению мониторинга освоения современных ИИСТ на промышленных предприятиях***

Методические рекомендации регламентируют методы проведения мониторинга и обработки его результатов, формы исходных и итоговых документов результатов мониторинга.

Мониторинг на основе анкетирования проводится среди руководителей и специалистов предприятий по следующим направлениям:

- понимание роли ИИСТ как одной из базовых систем жизнеобеспечения предприятия в современных экономических условиях;
- формирование предложений для организационных изменений, необходимых для эффективного создания, внедрения, эксплуатации и развития ИИСТ;
- определение необходимого уровня и структуры финансирования для создания, внедрения, эксплуатации и развития ИИСТ.

Целью мониторинга является определение реального состояния дел в освоении ИИСТ на промышленных предприятиях по следующим показателям:

- степени готовности коллектива и руководства предприятия к освоению ИИСТ;

- уровню технического оснащения предприятия вычислительной техникой и сетевым оборудованием с требуемыми характеристиками и степени готовности инфраструктуры предприятия к освоению ИИСТ;
- степени освоения систем пространственного геометрического моделирования и инженерного анализа при проектировании новых изделий и степени представления выпускаемых изделий в виде электронных моделей;
- степени освоения систем пространственного геометрического моделирования при проектировании технологической оснастки и имитационного моделирования технологических процессов при запуске в производство новых изделий;
- наличие и уровню средств автоматизации технологического проектирования и управления технологической подготовкой производства;
- степени развития на предприятии системы АСУ;
- наличие средств автоматизации сбыта и гарантийного обслуживания с использованием средств Интернета;
- наличие элементов интеграции перечисленных систем и уровень развития единой информационной системы предприятия;
- уровню развития электронного документооборота на предприятии, включая применение электронной цифровой подписи;
- уровню отражения в стандартах предприятия электронного документооборота и применяемых ИТ.

На основе данных, представленных в анкетах и утвержденных руководителем предприятия, необходимо получить однозначные, достоверные и комплексные сведения:

- о роли, которая отводится на предприятии ИТ для достижения стратегических бизнес-целей его развития;
- уровне инвестиций в ИТ;
- уровне применения ИТ по службам предприятия;
- охвате средствами автоматизации работ по этапам ЖЦ выпускаемой продукции;
- уровне автоматизации работ на отдельных этапах ЖЦ продукции и степени морального старения применяемых систем автоматизации;
- степени интеграции имеющихся систем автоматизации и их соответствии мировому уровню;
- отражении ИТ в нормативной базе предприятия;
- соответствии нормативной базы предприятия требованиям ИСО 9001 и других международных и межгосударственных стандартов;
- эффективности мероприятий по внедрению на предприятии ИТ.

Кроме анкетирования, мониторинг освоения ИТ предлагается проводить с помощью экспертных оценок. Для этого разработаны тематические шкалы, позволяющие определить качественные показатели уровня информатизации в определенной анализируемой области. Шкалы оценки уровня автоматизации в конкретной области помогут определить перечень работ, которые предстоит выполнить для достижения современного уровня применения ИТ в соответствующей службе предприятия. Проведение анализа уровня информатизации с помощью предлагаемых качественных показателей и их отражение в планах развития информационной системы предприятия позволят вовлечь в работу по информатизации коллективы всех подразделений, а также могут стать первым этапом обучения специалистов, их психологической подготовки к переходу на новые методы работы.

Данные шкалы являются линейными, они устанавливают связь между этапами развития автоматизации работ в определенной предметной области и результатами, которые достигались на каждом из этапов. Оценка уровня информатизации проводится путем сопоставления фактически имеющихся результатов автоматизации на том или ином рабочем месте с результатами, установленными для определенного этапа развития автоматизации по разработанной шкале. Таким образом, по шкале развития автоматизации можно оценить наличие опыта освоения ИТ, квалификацию специалистов предприятия, соответствие используемого программного обеспечения мировому уровню (рис. 5).

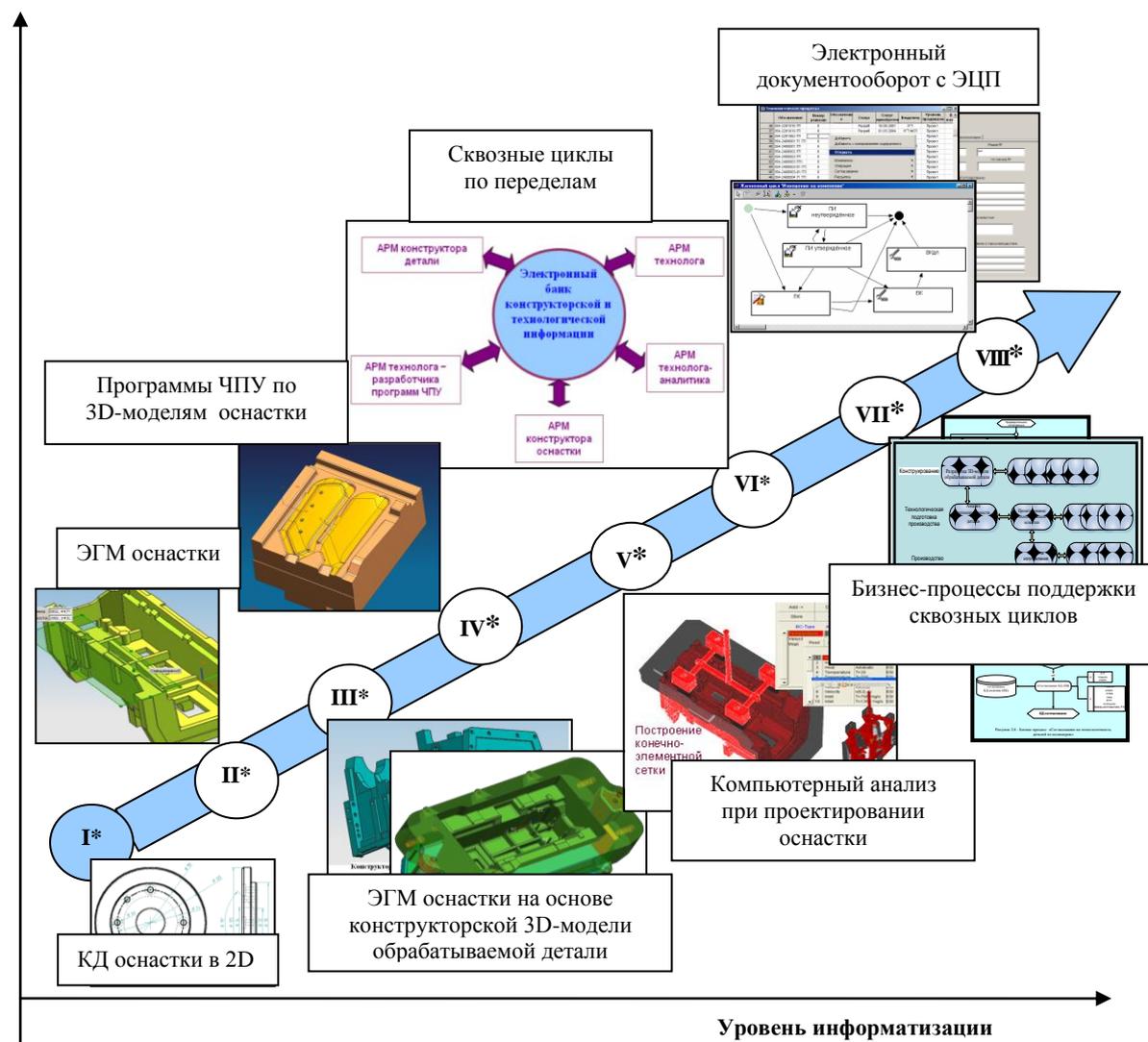


Рис. 5. Шкала оценки уровня информатизации на этапе технологической подготовки производства (ЭЦП – электронная цифровая подпись, ЭГМ – электронная геометрическая модель)

### 2.3. Методические рекомендации по разработке планов освоения ИИСТ на промышленных предприятиях

Методические рекомендации регламентируют состав исходных данных для разработки плана освоения ИИСТ, формы документов для представления разработанного плана, связь показателей освоения ИИСТ со стратегией развития предприятия.

Данные методические рекомендации были гармонизированы с рекомендациями по разработке прогнозов развития коммерческих организаций на пять лет и рекомендациями по разработке бизнес-планов развития коммерческих организаций на год, утвержденных постановлением Министерства экономики Республики Беларусь от 30 октября 2006 г. № 186. Такой подход обеспечивает методологическое и методическое единство планов развития ИИСТ и прогнозов развития организаций, отражает взаимосвязи и взаимодействия двух разрабатываемых стратегических документов предприятия.

Основные целевые параметры в плане развития ИИСТ на предприятии формируются по направлениям, отражающим роль и взаимосвязи ИТ с техническим перевооружением и модернизацией производства, расширением товарных рынков и стратегией маркетинга выпускаемой продукции, достижением целевых показателей роста производства, заработной платы и экспорта продукции, достижением требуемых значений обобщающих показателей эффективности использования ресурсов.

В планах освоения ИИСТ должны найти свое отражение следующие базовые направления:

- представление выпускаемых изделий в виде пространственных электронных моделей;
- организация на предприятии электронного документооборота с применением ЭЦП;
- создание системы бизнес-процессов для управления предприятием;
- обеспечение электронного управления производством и ресурсами предприятия;
- разработка нормативной базы предприятия, поддерживающей функционирование ИТ.

По каждому из этих направлений в зависимости от исходного уровня информатизации должны быть определены задачи развития ИТ на предприятии в краткосрочной, среднесрочной и долгосрочной перспективе.

#### **2.4. Методические рекомендации по разработке аван-проекта по освоению ИИСТ**

Методические рекомендации уточняют положения СТБ 1080 – 2011 «Порядок выполнения научно-исследовательских, опытно-конструкторских и опытно-технологических работ по созданию научно-технической продукции» применительно к выполнению аван-проектов с учетом особенностей и специфики реализации проектов по ИТ. В отличие от существующих последовательных процессов проектирования и запуска в производство новых изделий, опирающихся в основном на эмпирические методы, опыт и знания специалистов и нормативную базу, которая регламентирует ручную чертежную технологию проектирования, при освоении ИИСТ требуется:

- освоить методы научно обоснованного компьютерного моделирования новых изделий с применением вычислительных методов инженерного анализа;
- обеспечить условия для параллельной работы специалистов различных профилей и организации виртуальных бизнес-процессов по видам технологических переделов, по отдельным циклам планирования и управления производством;
- перейти к организации на предприятии сквозных процессов проектирования, управления производством и качеством продукции, ее сбытом и эксплуатацией путем коренного изменения существующих бизнес-процессов;
- создать базу знаний предприятия и новую нормативную базу, поддерживающую применение ИТ во всех сферах деятельности предприятия.

Для каждого предприятия проект освоения и внедрения ИИСТ является уникальным и учитывает множество различных факторов. Умение учесть эти факторы и построить стратегию реализации ИТ-проекта, максимально соответствующую условиям конкретного производства, является главным условием его успешного выполнения.

В ходе выполнения аван-проекта по освоению ИИСТ необходимо:

- обосновать необходимость, целесообразность и возможность выполнения проекта;
- изучить мировой, российский и отечественный опыт создания, внедрения и эксплуатации ИИС на аналогичных предприятиях;
- провести сравнительный анализ показателей эффективности работы предприятий с разным уровнем применения ИТ (при наличии данных);
- обосновать улучшение технико-экономических показателей работы предприятия либо качества выпускаемой продукции после освоения новых ИТ;
- разработать план мероприятий по организации разработки, внедрения и эксплуатации ИИСТ на предприятии, по обучению и переподготовке кадров;
- разработать предложения по созданию или модернизации необходимой инфраструктуры базовых вычислительных, информационных и программных средств, необходимых для ввода в действие и функционирования ИИСТ;
- составить проект технического задания на предлагаемый проект по созданию и освоению ИИСТ на предприятии, для которого реализуется данный аван-проект;
- оформить комплект документов на аван-проект;
- рассмотреть и утвердить разработанный аван-проект.

### **2.5. Требования по оформлению документации на ИТ-проекты по освоению ИИСТ**

Состав комплекта документов на ИТ-проект и их форма должны соответствовать требованиям, установленным Государственным комитетом по науке и технологиям (ГКНТ) Республики Беларусь для подготовки заданий в ГНТП (приказ № 158 от 25.05.2015 «Об утверждении примерных форм документов по вопросам разработки и выполнения научно-технических программ»). Основными документами являются: форма 1 «Задание государственной научно-технической программы», форма 2 «Этапы выполнения задания научно-технической программы», форма 3 «Технико-экономическое обоснование. Пояснительная записка». Требования к содержанию документов касаются: цели ИТ-проекта, которая должна отразиться в его наименовании; состава работ, в котором должны быть сформулированы задачи, обеспечивающие достижение поставленной цели; результатов ИТ-проекта, которые должны соответствовать поставленным задачам; освоения результатов ИТ-проекта, которые будут использованы при выпуске новой высокотехнологичной конкурентоспособной продукции.

При определении задач, которые должны быть решены при выполнении задания, требуется отразить следующие аспекты:

- связь освоения и внедрения средств автоматизации с выпуском определенного вида продукции и перспективами ее сбыта в различных сегментах рынка;
- связь с созданием на предприятии интегрированной информационной среды и освоением CALS-ERP-технологий;
- изменение нормативной базы предприятия для законодательного закрепления принципов функционирования ИТ.

### **2.6. Методические рекомендации по подготовке технического задания на выполнение работ по ИТ-проекту освоения ИИСТ**

Методические рекомендации регламентируют цели и задачи ИТ-проекта на создание ИИС предприятия, требования к компонентам ИИС предприятия, обязанности заказчика и исполнителя, состав проектной и эксплуатационной документации, правила приемки результатов по этапам и ИТ-проекта в целом, обязанности по гарантийному обслуживанию результатов ИТ-проекта.

Отечественные предприятия, с учетом имеющегося на данном этапе уровня развития информатизации, нуждаются, прежде всего, в стандартах, регламентирующих работы на ранних стадиях реализации ИТ-проектов – на стадиях выбора ИИСТ и планирования этапов ИТ-проекта по их освоению. При этом на старте ИТ-проекта представления о его результатах у заказчика и исполнителя весьма различаются. Заказчик в большинстве случаев в силу своей слабой компетентности в возможностях ИТ представляет себе автоматизацию как выполнение своих привычных работ и обязанностей, только уже с помощью компьютера. Исполнитель, хорошо зная возможности своего программного продукта, но не желая разбираться с производственными и психологическими особенностями заказчика, пытается убедить его перестроить свою работу под алгоритмы, реализованные в программе, на том основании, что эти алгоритмы где-то хорошо работают. Однако никто не гарантирует, что после изменения работы предприятия и неизбежного в таком случае спада в его работе с помощью ИТ будут достигнуты впечатляющие успехи.

Такое противоречие интересов заказчика и исполнителя можно разрешить только разумными компромиссами для соблюдения баланса интересов:

- заказчик должен понимать, что изменения в его работе неизбежны при освоении ИТ, и быть готовым к таким изменениям;
- исполнитель должен глубже вникать в проблемы заказчика и руководствоваться медицинским принципом «не навреди», чтобы создать благоприятные условия для эффективного освоения новых методов работы.

В данной ситуации стандарты могут помочь снизить степень этой неопределенности и повысить вероятность успешного завершения ИТ-проекта. При этом соглашение о реализации ИТ-проекта на основе тех или иных стандартов является взаимовыгодным решением, которое удовлетворяет потребностям как заказчика проекта, так и его исполнителя.

Разработка КМИПС должна включать следующие стадии:

а) уточнение и согласование каждым соисполнителем с исполнителем технических и функциональных характеристик КМИПС, которые должны утверждаться соответствующим протоколом;

б) испытания и сдачу опытного образца КМИПС, устранение замечаний, выявленных в ходе сдачи, согласование и утверждение акта технической приемки в опытную эксплуатацию;

в) корректировку КМИПС по результатам опытной эксплуатации, испытания и сдачу в промышленную эксплуатацию, согласование и утверждение акта технической приемки в промышленную эксплуатацию.

### ***2.7. Методические рекомендации по документированию результатов работ и контролю над ходом выполнения ИТ-проекта***

Методические рекомендации регламентируют правила документирования отдельных КМИПС и результатов работ ИТ-проектов по внедрению и освоению ИИСТ на промышленных предприятиях, состав индикаторов и методики определения их значений для контроля хода выполнения ИТ-проекта, разработку программы и методики испытаний ИИС на предприятии и сдачу ее в промышленную эксплуатацию.

В методических рекомендациях определен перечень отчетной документации по разработке КМИПС, приведены правила и требования к ее содержанию и оформлению. Данные методические рекомендации направлены на унификацию представления отчетной документации по выполнению ИТ-проекта.

### ***2.8. Методические рекомендации по оценке эффективности внедрения результатов ИТ-проекта по развитию ИИС предприятия***

Методические рекомендации регламентируют правила расчета оценки эффективности освоения ИИСТ на предприятии, состав работ по сопровождению и гарантийному обслуживанию при освоении результатов ИТ-проекта.

Представлены три подхода к оценке эффективности освоения ИИСТ:

1. Рекомендации по формированию на предприятии сбалансированной системы показателей для оценки эффективности освоения ИИСТ по всему ЖЦ выпускаемой продукции.

2. Рекомендации по формированию на предприятии расширенной системы количественных показателей освоения ИИСТ по этапам ЖЦ выпускаемой продукции.

3. Рекомендации по расчету эффективности освоения ИИСТ в денежной форме на основе экспертной оценки роли ИТ в достижении значений основных показателей развития предприятия.

Методология управления предприятием на основе сбалансированной системы показателей (ССП) неразрывно связана со всеми аспектами освоения ИИСТ, которые должны рассматриваться как инструмент и инновации, необходимые для достижения стратегических целей предприятия и получения намеченных значений ССП для оценки его работы. С общей стратегией развития предприятия должны быть неразрывно связаны реализуемые ИТ-проекты, оценка эффективности которых должна основываться на комплексных подходах, использующих как качественные, так и количественные показатели влияния результатов ИТ-проекта на бизнес-процессы всего предприятия.

При формировании ССП производится оценка как финансовых эффектов от внедрения информационной системы (снижения стоимости и продолжительности операционных процессов), так и нефинансовой составляющей эффекта от автоматизации (повышения лояльности клиента, темпов вывода на рынок новых продуктов, качества управленческих решений и т. п.). В результате формируется полное и всестороннее (сбалансированное) описание состояния предприятия. Достоинством методологии является возможность оценить все явные и неявные факторы эффективности ИТ-проектов и увязать их с общей стратегией предприятия. ССП может быть использована не просто как комплексный индикатор состояния предприятия, а как

элемент управления, который обеспечивает связь между стратегическими целями и операционной деятельностью менеджмента предприятия.

### Заключение

План развития ИИСТ на предприятии должен представлять собой комплекс научно обоснованных и целевых ориентиров, основных направлений и параметров развития:

- систем и средств автоматизации процессов по всему ЖЦ выпускаемой продукции (проектированию, технологической подготовке производства, планированию и управлению производством, снабжению, сбыту, обслуживанию и пр.);

- электронного управления документооборотом и ресурсами предприятия (трудовыми, материальными и финансовыми);

- ИИС предприятия, работающей в режиме реального времени и объединяющей все имеющиеся и планируемые к освоению системы автоматизации;

- средств (технических, финансовых, интеллектуальных), необходимых для достижения поставленных целей, а также организационно-технических мер, обеспечивающих благоприятную среду функционирования ИИС.

ИТ-проекты должны быть связаны со стратегическими целями развития предприятия и направлены на использование возможностей современных ИИСТ при решении задач:

- модернизации на инновационной основе действующего производства;

- создания новых современных производств с высоким уровнем компьютеризации технологических процессов;

- внедрения энерго- и ресурсосберегающих технологий, одной из которых является электронное управление ресурсами предприятия;

- повышения производительности труда, прежде всего в инженерной сфере для постоянного обновления номенклатуры выпускаемых изделий и ускоренного запуска их в производство;

- сокращения цикла подготовки производства и повышения ее качества на основе современных ИТ проектирования и инженерного анализа технологических процессов и технологической оснастки, включая ее изготовление в инструментальном производстве.

### Список литературы

1. Кузьмин, Р. Процессы, проекты и российские компании [Электронный ресурс]. – 2014. – Режим доступа : <http://blog-of-roman.blogspot.ru/2009/09/blog-post.html>. – Дата доступа : 25.02.2014.

2. Информационные технологии поддержки жизненного цикла изделий машиностроения. Проблемы и решения / Л.В. Губич [и др.]. – Минск : Беларус. навука, 2010. – 285 с.

3. Внедрение на промышленных предприятиях информационных технологий поддержки жизненного цикла продукции : метод. рекомендации / Л.В. Губич [и др.]; науч. ред. А.В. Тузиков. – Минск : Беларус. навука, 2012. – 189 с.

4. Аншина, М. Проблемы стандартизации проектной деятельности в области ИТ / М. Аншина, В. Бузмаков // Корпоративные системы. – 2007. – № 1.

5. Вопросы адаптации решений по управлению проектами под РМВОК 4 [Электронный ресурс]. – 2014. – Режим доступа : <http://www.microsoftproject.ru>. – Дата доступа : 25.02.2014.

6. Что такое PRINCE2 [Электронный ресурс]. – 2014. – Режим доступа : <http://blog-of-roman.blogspot.ru>. – Дата доступа : 25.02.2014.

7. Реорганизация деятельности предприятий на базе ИТ : в 3 ч. / Л. Губич [и др.] // Наука и инновации. – 2012. – Ч. 1. – № 9. – С. 34–41 ; Ч. 2. – № 10. – С. 47–52 ; Ч. 3. – № 11. – С. 37–41.

8. Губич, Л. Роль стандартизации в освоении информационных технологий на промышленных предприятиях / Л. Губич [и др.]. – [Электронный ресурс]. – 2012. – Режим доступа : <http://www.3info.by/Magazine/Magazine.aspx>. – Дата доступа : 25.02.2014.

---

9. Стандартизация и информатизация – инструменты модернизации предприятия : в 2 ч. / Л. Губич [и др.] // Наука и инновации. – 2014. – Ч. 1. – № 7. – С. 34–37 ; Ч. 2. – № 8. – С. 39–42.

Поступила 15.12.2015

*Объединенный институт проблем  
информатики НАН Беларуси,  
Минск, Сурганова, 6  
e-mail: lab115@newman.bas-net.by*

**L.V. Gubich, M.Y. Kovalyov, N.P. Mukcha, G.P. Matiushenko**

**REGULATORY FUNDAMENTALS FOR IMPLEMENTATION  
OF INFORMATION TECHNOLOGY PROJECTS IN INDUSTRY**

The article provides an overview of the existing regulatory basis for the development of IIST. The features of IT projects management and a brief description of methodological recommendations on implementation of IT projects of the State scientific and technical Program «Electronic enterprise resource planning (CALS-ERP-technology)» for 2011–2015 are considered.

УДК 681.515

А.Г. Стрижнев

## ВЛИЯНИЕ ЧАСТОТ ВХОДНЫХ ГАРМОНИЧЕСКИХ СИГНАЛОВ НА ДИНАМИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА СИСТЕМ АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ

Рассматриваются системы автоматического управления с цифровыми регуляторами. С помощью математического моделирования исследуется влияние частот гармонических воздействий на динамические свойства систем. Отмечаются отсутствие влияния высоких частот на работу системы с регулятором в цепи обратной связи и неустойчивая колебательная работа системы с регулятором в прямой цепи. Для исключения колебаний и самопроизвольного ухода системы из равновесного состояния рассматривается применение различных цифровых формирующих устройств: цифровых фильтров низкой частоты и ограничителя скорости. Приводятся примеры расчета цифровых формирующих устройств, параметры которых согласованы с параметрами системы.

### Введение

В промышленности и технике используются различные по структуре системы автоматического управления (САУ), содержащие цифровые регуляторы (ЦР), которые придают системам требуемые динамические свойства. Цифровые регуляторы обычно включаются последовательно и (или) параллельно объекту управления (ОУ) [1] и, как правило, хорошо отрабатывают детерминированные и произвольные входные сигналы, которые не содержат гармоник с частотами, превышающими полосу пропускания системы. Практически установлено, что при несоблюдении данного условия в САУ с ЦР могут возникнуть незатухающие колебания и самопроизвольный уход из равновесного состояния. Для исключения подобных случаев и обеспечения устойчивой работы САУ обычно используют входные задатчики интенсивности или формирователи траектории [2, 3], однако эффективность их применения при воздействии высокочастотных входных сигналов не исследована. Вместе с тем для обеспечения устойчивой работы САУ можно использовать различные входные цифровые формирующие устройства (ЦФУ), так называемые префильтры [4], влияние которых на работу САУ также не определено. В связи с этим возникает необходимость в исследовании влияния частот входных гармонических сигналов на динамические свойства различных САУ и оценке их работы при отсутствии и наличии ЦФУ.

### 1. Системы автоматического управления с цифровыми регуляторами

В качестве примера рассмотрим САУ (рис. 1), содержащие астатический ОУ с двумя аperiodическими звеньями:

$$G(s) = \frac{\alpha}{s(s+a)(s+b)}, \quad \alpha = \frac{k}{T_1 T_2} = 4971,15 \text{ с}^{-3}, \quad a = \frac{1}{T_1} = 1,415 \text{ с}^{-1}, \quad b = \frac{1}{T_2} = 48,54 \text{ с}^{-1}. \quad (1)$$

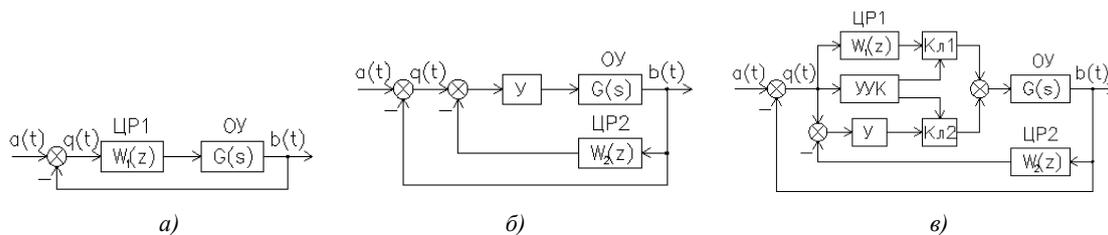


Рис. 1. Структурные схемы САУ: а) с оптимальным ЦР; б) с ЦР в цепи гибкой обратной связи; в) переменной структуры

САУ 1 (рис. 1, а) выполнена по одноконтурной схеме и в прямой цепи содержит оптимальный ЦР 1 [5]:

$$W_1(z) = K_0 \frac{1 + b_1 z^{-1} + b_2 z^{-2}}{1 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2}}, \quad (2)$$

где  $K_0 = 4,4377$ ,  $b_1 = -1,0200$ ,  $b_2 = 0,0823$ ,  $a_1 = 0,7295$ ,  $a_2 = 0,0798$ ,  $h = 0,05$  с.

САУ 2 (рис. 1, б) выполнена по двухконтурной схеме, внешний контур которой представлен единичной отрицательной обратной связью, а внутренний контур содержит ЦР 2 [6]:

$$W_2(z) = K_0 \frac{1 + b_1 z^{-1}}{1 + a_1 z^{-1}}, \quad (3)$$

где  $K_0 = 6,4236$ ,  $a_1 = -0,4925$ ,  $b_1 = -1$ ,  $h = 0,01$  с.

САУ 3 (рис. 1, в) переменной структуры [7] состоит из двух структур, первая из которых содержит ЦР 1 (включенный последовательно ОУ), а вторая – ЦР 2 (включенный параллельно ОУ). Единичная обратная связь является общей для двух структур. Переключение структур осуществляется устройством управления ключами (УУК), которое с помощью ключей Кл 1 и Кл 2 реализует структуру САУ 1 или САУ 2 в зависимости от величины сигнала рассогласования.

Исследование влияний частот входных гармонических сигналов на динамические свойства САУ проще всего осуществить с помощью имитационного моделирования.

## 2. Схема моделирования работы САУ

Для проверки работы САУ была составлена схема моделирования в среде Simulink пакета программ MATLAB [8–10], которая представлена на рис. 2, а.

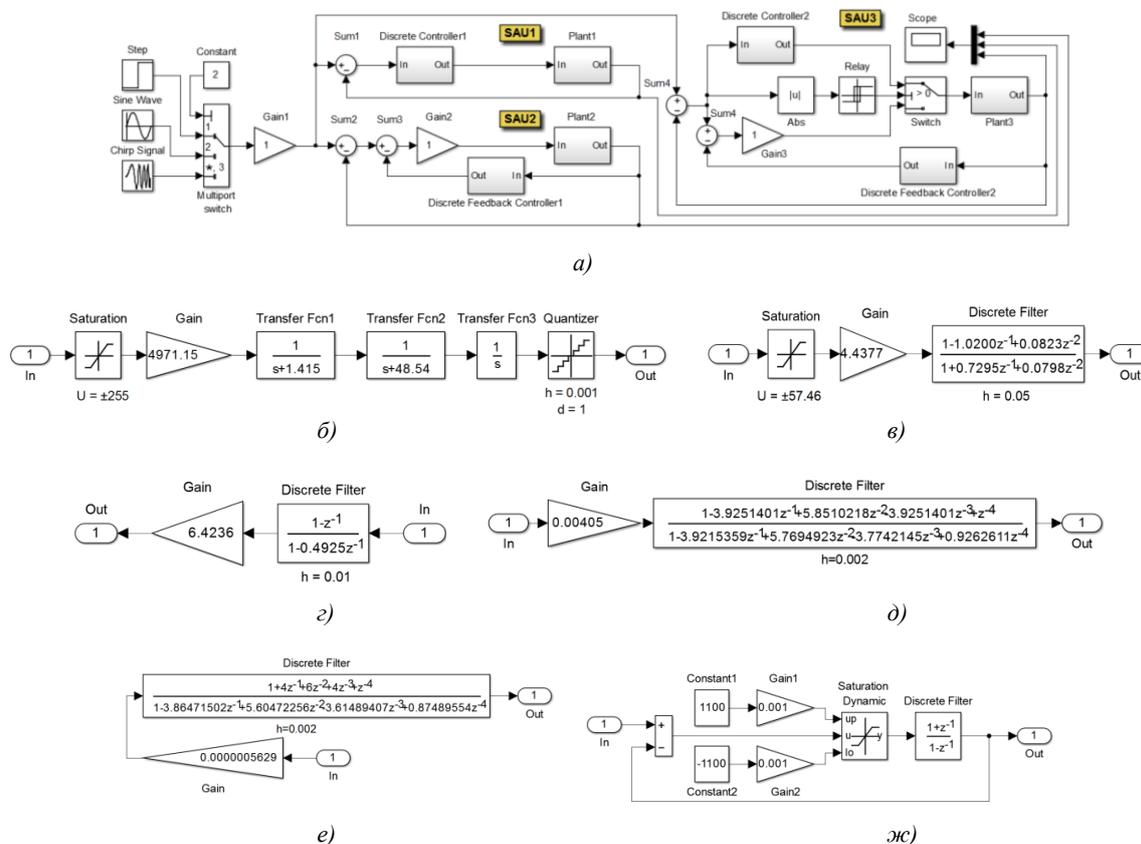


Рис. 2. Схемы моделей: а) САУ; б) ОУ  $G(s)$ ; в) ЦР 1  $W_1(z)$ ; г) ЦР 2  $W_2(z)$ ; д) фильтра низкой частоты 1; е) фильтра низкой частоты 2; ж) ограничителя скорости

Схема на рис. 2, *a* состоит из трех независимых САУ: САУ 1 – САУ 3. ОУ представлен блоками Plant1–3 и содержит блоки Gain, Transfer Fcn1–3, реализующие выражение (1), блок Saturation с параметрами  $u = \pm 255$  дел для реализации нелинейности типа «насыщение» и блок Quantizer, определяющий квантованный по времени  $h = 0,002$  с и уровню  $d = 1$  дел выход (рис. 2, *б*). ЦП 1 (Discrete Controller 1–2) (рис. 2, *в*) реализован с помощью блоков Gain и Discrete Filter с параметрами из выражения (2). Для лучшей отработки ступенчатых сигналов большой амплитуды на входе ЦП 1 дополнительно установлен блок ограничения Saturation с порогом ограничения на уровне  $u_2 \leq u_1 / K_0 = 255 / 4,4377 \approx 57,46$  дел, где  $u_1$  – уровень насыщения ОУ,  $K_0$  – коэффициент усиления ЦП 1. Регулятор ЦП 2 (рис. 2, *г*) соответствует выражению (3) и представлен блоками Gain и Discrete Filter. Для переключения структур САУ 3 (рис. 2, *a*) используется коммутирующее устройство, содержащее блок вычисления модуля Abs, релейный блок с гистерезисом Relay и двухканальный переключатель Switch. Блок Relay имеет два порога переключения:  $e_1$  и  $e_2$ . При работе САУ 3 и выполнении условия  $e < e_1$  работает первая структура, а при выполнении условия  $e \geq e_1$  – вторая, где  $e$  – сигнал рассогласования системы. Порог переключения  $e_1 = 150$  дел выбран с учетом примерной длительности переходного процесса двух структур при отработке ступенчатого воздействия данной амплитуды, порог переключения  $e_2 = 35$  дел – с учетом условия  $e_2 \leq u_2$ . Более подробная информация приведена в [5–7]. В качестве источников входных воздействий используются генератор ступенчатого сигнала Step, генератор синусоидального сигнала Sine Wave и генератор синусоидального сигнала линейно изменяющейся частоты Chirp Signal.

### 3. Работа САУ при различных входных воздействиях

Моделирование и оценка качества работы САУ осуществлены при различных воздействиях (ступенчатом  $x = A$ , синусоидальном  $x = A \sin \omega t$  с  $\omega = 2$  рад/с или линейно изменяющейся частотой  $\omega = 0 - 215$  рад/с) различной амплитуды ( $A = 50$  дел,  $A = 150$  дел,  $A = 500$  дел). Максимальная частота  $\omega_{\max} = 215$  рад/с ( $f_{\max} \approx 34,2$  Гц) была выбрана примерно в 10 раз больше полосы пропускания САУ.

Вид переходного процесса при отработке ступенчатых воздействий  $x = A$  является близкоаперриодическим, а отработка синусоидального воздействия  $x = A \sin \omega t$  с  $\omega = 2$  рад/с сомнений не вызывает. Результаты работы САУ приведены в табл. 1. Здесь и далее длительность переходного процесса при отработке ступенчатых воздействий зафиксирована на уровне 95 %.

Таблица 1

Результаты работы различных САУ

Система	Длительность переходного процесса (с) при отработке ступенчатых воздействий различной амплитуды (дел)			Максимальная ошибка (дел) / запаздывание (с) при отработке синусоидальных воздействий различной амплитуды (дел)		
	$A = 50$	$A = 150$	$A = 500$	$A = 50$	$A = 150$	$A = 500$
САУ 1	0,106	0,258	0,770	9,8 / 0,088	28 / 0,088	269 / 0,256
САУ 2	0,245	0,245	0,286	14,25 / 0,133	42 / 0,138	139 / 0,140
САУ 3	0,106	0,245	0,286	9,8 / 0,088	28 / 0,088	163 / 0,161

Отмечено, что при различной амплитуде синусоидальных воздействий значения полосы пропускания САУ различны (табл. 2). При определении полосы пропускания САУ амплитуда входных воздействий изменялась в диапазоне 50–500 дел, а граничная частота  $\omega_{np}$  определялась по логарифмической амплитудно-частотной характеристике (ЛАЧХ) на уровне  $-3$  дБ [11]. Кроме того, в табл. 2 представлены максимальные скорости  $v_{\max}$  входных воздействий, определенные с помощью известного [12] выражения  $v_{\max} = \omega A$ .

Таблица 2

Зависимость полосы пропускания САУ от амплитуды входных воздействий

Параметры	Полоса пропускания САУ1									
$A$ , дел	50	100	150	200	250	300	350	400	450	500
$\omega_{np}$ , рад/с	21,5	10,8	7,4	5,7	4,5	3,7	3,2	2,8	2,5	2,25
$v_{max}$ , дел/с	1075	1080	1110	1140	1125	1100	1120	1120	1125	1125
Параметры	Полоса пропускания САУ2									
$A$ , дел	50	100	150	200	250	300	350	400	450	500
$\omega_{np}$ , рад/с	14,19	14,19	14,19	14,00	13,00	12,00	11,49	10,49	9,99	9,48
$v_{max}$ , дел/с	709,5	1419	2129	2800	3250	3600	4022	4196	4496	4740
Параметры	Полоса пропускания САУ3									
$A$ , дел	50	100	150	200	250	300	350	400	450	500
$\omega_{np}$ , рад/с	21,48	10,80	14,70	13,00	12,43	11,49	10,74	10,43	9,80	9,23
$v_{max}$ , дел/с	1074	1080	2205	2600	3108	3447	3759	4172	4410	4615

При обработке синусоидальных воздействий  $x = A \sin \omega t$  линейно изменяющейся частоты  $\omega = 0 - 215$  рад/с в САУ 1 наблюдается неустойчивая колебательная работа, характер которой зависит от амплитуды входного сигнала. САУ 2 сохраняет устойчивость работы при любой амплитуде входного воздействия. Качество работы САУ 3 изменяется в зависимости от того, какая структура работает. При обработке воздействий малой и средней амплитуд ( $A \leq 150$  дел) система ведет себя неустойчиво, в то время как при обработке воздействий  $A = 500$  дел система работает практически аналогично САУ 2. Результаты моделирования показаны на рис. 3.

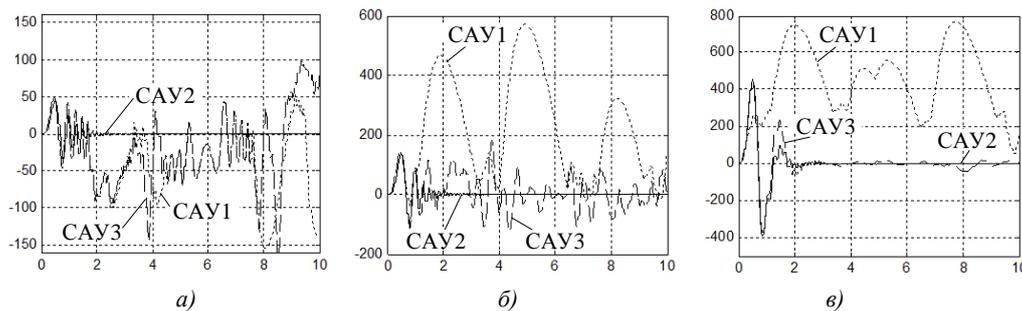


Рис. 3. Результаты обработки САУ синусоидальных воздействий линейно изменяющейся частоты различной амплитуды: а)  $A = 50$  дел ; б)  $A = 150$  дел ; в)  $A = 500$  дел

Таким образом, возникает проблема исключения незатухающих колебаний и самопроизвольного ухода систем САУ 1 и САУ 3 из равновесного состояния, когда входной сигнал содержит гармоники с частотами, превышающими их полосы пропускания. Данная проблема решается путем применения входных ЦФУ.

#### 4. Входные цифровые формирующие устройства

В качестве ЦФУ можно использовать различные линейные цифровые фильтры низкой частоты (ФНЧ) с импульсной характеристикой конечной (КИХ-фильтры) или бесконечной (БИХ-фильтры) длины. ФНЧ позволяют ограничить частотный диапазон сигналов, поступающих на САУ, и тем самым уменьшить влияние высоких частот на работу систем.

При одинаковой максимальной неравномерности затухания в полосе пропускания и такой же величине спада ЛАЧХ в переходной полосе наибольшее затухание в полосе задержания имеет эллиптический фильтр (фильтр Кауэра) [13–17]. В то же время аналитический расчет эллиптического фильтра представляет собой сложную задачу, которую целесообразно решать с помощью специализированных программ на ЭВМ. Одной из таких программ является расширение Filter Design and Analysis Tool (FDATool) [18] пакета программ MATLAB, которое предназначено для проектирования фильтров различного назначения. Расчет эллиптического ФНЧ можно произвести с помощью графической утилиты fdatool или специальной функции

$$[C, D] = \text{ellip}(N, R_p, R_s, F_{pn}), \quad (4)$$

где  $C, D$  – векторы коэффициентов фильтра;  $N$  – порядок фильтра;  $R_p$  – амплитуда колебаний в полосе пропускания, дБ;  $R_s$  – амплитуда колебаний в полосе заграждения, дБ;  $F_{pn} = 2F_p h$  – нормированная частота среза фильтра,  $\text{с}^{-1}$ ;  $F_p = 2\pi/\omega_p$  – частота среза фильтра, Гц;  $h$  – шаг квантования, с.

Для примера осуществлен расчет эллиптического цифрового ФНЧ 1 четвертого порядка для полосы пропускания  $\omega_{np} = 21,5$  рад/с, согласованной с полосами пропускания САУ 1 и САУ 3 (см. табл. 2). При этом коэффициент передачи ФНЧ 1 на границе полосы пропускания выбран равным 1,0. При расчете использована функция  $\text{ellip}$  (4) с параметрами ( $N = 4$ ;  $R_p = 0,1$  дБ;  $R_s = 48$  дБ;  $F_{pn} = 0,01368 \text{ с}^{-1}$ ;  $F_p = 3,42 \text{ с}^{-1}$ ;  $h = 0,002$  с) и получена передаточная функция фильтра:

$$F_1(z) = K_0 \frac{1 + c_1 z + c_2 z^2 + c_3 z^3 + c_4 z^4}{1 + d_1 z + d_2 z^2 + d_3 z^3 + d_4 z^4}, \quad (5)$$

где  $K_0 = 0,00405$ ,  $c_1 = -3,9251401$ ,  $c_2 = 5,8510218$ ,  $c_3 = -3,9251401$ ,  $c_4 = 1$ ,  $d_1 = -3,9215359$ ,  $d_2 = 5,7694923$ ,  $d_3 = -3,7742145$ ,  $d_4 = 0,9262611$ ,  $h = 0,002$  с.

Схема моделирования фильтра  $F_1(z)$  изображена на рис. 2, д.

Значительно проще можно получить цифровые ФНЧ, используя аналоги апериодического или колебательного звеньев. С учетом того что апериодическое звено в сравнении с колебательным имеет более плавную ЛАЧХ, в дальнейшем оно рассматриваться не будет.

Колебательное звено на частоте сопряжения  $\omega = 1/T$  имеет фазовый сдвиг  $-90^\circ$  и отклонения асимптотической ЛАЧХ не превышают 3 дБ, если значения коэффициента относительно-го затухания  $\xi$  лежат в пределах  $0,38 \leq \xi < 0,7$ . Зависимости искажения полезных сигналов от выбранного значения  $\xi$  показаны [19] на рис. 4.

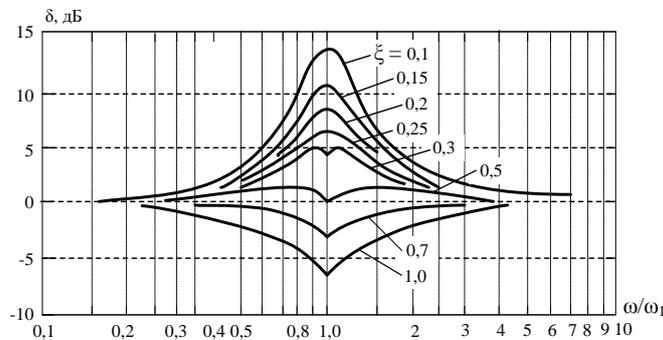


Рис. 4. Поправки к ЛАЧХ колебательного звена при различных значениях  $\xi$

Для сравнительного анализа с ФНЧ 1 и обеспечения наклона ЛАЧХ  $-80$  дБ/дек осуществим расчет ФНЧ 2, содержащего два колебательных звена и имеющего передаточную функцию

$$F_2(s) = \frac{1}{(T_2^2 s^2 + 2\xi T_2 s + 1)^2}. \quad (6)$$

Используя амплитудную характеристику колебательного звена  $N(\omega) = 1/\sqrt{(1 - T_2^2 \omega_{np}^2)^2 + 4\xi^2 T_2^2 \omega_{np}^2}$ , получим выражение для определения постоянной времени

$$T_2 = \frac{1}{\omega_{np}} \sqrt{1 - 2\xi^2 + \sqrt{4\xi^2(\xi^2 - 1) + \frac{1}{N^2(\omega)}}}. \quad \text{С учетом обеспечения параметров } (N(\omega) = 0,99;$$

$\omega_{np} = 21,5 \text{ с}^{-1}$ ;  $\xi = 0,6$ ) находим постоянную времени  $T_2 = 0,0359$  с.

Для применения ФНЧ 2 в цифровой САУ нужно определить его дискретную передаточную функцию. Для этого можно использовать различные методы дискретизации [20], однако лучшее совпадение аналоговой и дискретной функций обеспечивает билинейная аппроксимация (преобразование Тастина). В этом случае Z- и L-изображения связаны между собой соотношением  $s \approx \frac{2}{h} \cdot \frac{1-z^{-1}}{1+z^{-1}}$ , где  $h$  – шаг квантования.

Данный метод дискретизации реализует функция пакета программ MATLAB  $c2d(w, h, method)$ , где  $w$  – аналоговая передаточная функция;  $h$  – шаг квантования;  $method$  – метод дискретизации. Важнейшей характеристикой любой дискретной модели является шаг квантования  $h$  (интервал дискретизации аналогового сигнала). При выборе шага квантования  $h$  требуется учитывать частоту опроса датчиков, шаг квантования корректирующих и других устройств, используемых в САУ. Рассматриваемые САУ (см. рис. 1) содержат ЦР 1 и ЦР 2, имеющие  $h_1 = 0,05$  с и  $h_2 = 0,01$  с, поэтому для исключения влияния ФНЧ 2 на работу систем выберем его шаг квантования аналогично  $F_1(z)$  на уровне  $h = 0,002$  с. Определенная с помощью выражения (6) и функции  $c2d(w = G_2(s); h = 0,002; method = 'tustin')$  дискретная передаточная функция  $F_2(z)$  по структуре аналогична выражению (5) и имеет параметры:  $K_0 = 0,000\,000\,5629$ ,  $c_1 = 4$ ,  $c_2 = 6$ ,  $c_3 = 4$ ,  $c_4 = 1$ ,  $d_1 = -3,864\,715\,02$ ,  $d_2 = 5,604\,722\,56$ ,  $d_3 = -3,614\,894\,07$ ,  $d_4 = 0,874\,895\,54$ ,  $h = 0,002$  с. Схема моделирования фильтра  $F_2(z)$  приведена на рис. 2, е.

Другим подходом к уменьшению влияния высоких частот на работу САУ может служить применение входного ограничителя скорости (ОС), параметры которого также должны быть согласованы с параметрами системы (см. табл. 1). С учетом того что ОС преимущественно требуется для САУ 1 (у которой максимальная скорость воспроизводимых входных воздействий изменяется незначительно), целесообразно выбрать уровень ограничения скорости  $v_{огр} = A\omega_{огр} = \pm 1100$  дел/с. На рис. 2, ж показана модель ОС, в состав которой входят сумматор Sum, два источника постоянного сигнала Constant 1, 2, два усилителя Gain 1, 2, блок динамического ограничения Saturation Dynamic, дискретный интегратор Discrete Filter. Блоки Constant 1, 2 имитируют ввод ограничения скорости, усилители Gain 1, 2 имеют коэффициент передачи  $k = h/2 = 0,001$ , интегратор Discrete Filter имеет шаг квантования  $h = 0,002$  с.

Для оценки эффективности применения рассмотренных ЦФУ необходимо проверить их работу в составе САУ 1, САУ 3 при различных входных воздействиях.

## 5. Работа САУ с ЦФУ при различных входных воздействиях

Проверка работы САУ 1, САУ 3 при наличии входных ФНЧ 1, ФНЧ 2 или ОС так же, как и ранее, проводилась при различных воздействиях (ступенчатом  $x = A$ , синусоидальном  $x = A \sin \omega t$  с  $\omega = 2$  рад/с или линейно изменяющейся частотой  $\omega = 0 - 215$  рад/с) различной амплитуды ( $A = 50, 150$  и  $500$  дел).

Вид переходного процесса при отработке ступенчатых  $x = A$  воздействий при использовании ФНЧ носит колебательный характер с перерегулированием, зависящим от амплитуды входных воздействий. Это приводит к тому, что длительность переходного процесса увеличилась в 1,86–3,21 раза и изменяется в пределах 0,340–1,430 с вместо 0,106–0,770 с, наблюдаемых при отсутствии ЦФУ. При использовании входного ОС длительность переходного процесса увеличивается в меньшей степени (в 1,06–1,47 раза; изменяется в пределах 0,156–0,814 с) и соизмерима с полученной без ЦФУ. При отработке САУ синусоидальных воздействий  $x = A \sin \omega t$  с  $\omega = 2$  рад/с различной амплитуды и использовании ФНЧ наблюдается дополнительное запаздывание (задержка) выходного сигнала на время, примерно равное 0,083–0,107 с, а при наличии ОС задержка практически отсутствует. Результаты моделирования работы САУ с различными ЦФУ представлены в табл. 3.

Таблица 3

Результаты работы различных САУ с различными ЦФУ

Сис- тема	Длительность переходного процесса (с) при отработке ступенчатых воздействий различной амплитуды (дел)			Максимальная ошибка (дел) / запаздывание (с) при отработке синусоидальных воздействий различной амплитуды (дел)		
	A = 50	A = 150	A = 500	A = 50	A = 150	A = 500
<i>ФНЧ 1</i>						
САУ 1	0,472	0,346	0,830	18 / 0,193	53 / 0,195	323 / 0,363
САУ 3	0,472	0,346	1,430	18,5 / 0,193	53 / 0,195	208 / 0,267
<i>ФНЧ 2</i>						
САУ 1	0,35	0,34	0,83	17,5 / 0,171	53 / 0,175	320 / 0,245
САУ 3	0,35	0,34	1,3	18 / 0,171	54 / 0,175	210 / 0,245
<i>ОС</i>						
САУ 1	0,156	0,305	0,814	18 / 0,091	53 / 0,091	318 / 0,257
САУ 3	0,156	0,305	0,596	18 / 0,091	53 / 0,093	206 / 0,163

На рис. 5 показаны результаты отработки САУ с ЦФУ синусоидальных воздействий  $x = A \sin \omega t$  линейно изменяющейся частоты  $\omega = 0 - 215$  рад/с различной амплитуды. Наблюдается значительное улучшение работы САУ 1 и САУ 3 по сравнению с полученными ранее при отсутствии ЦФУ (см. рис. 3).

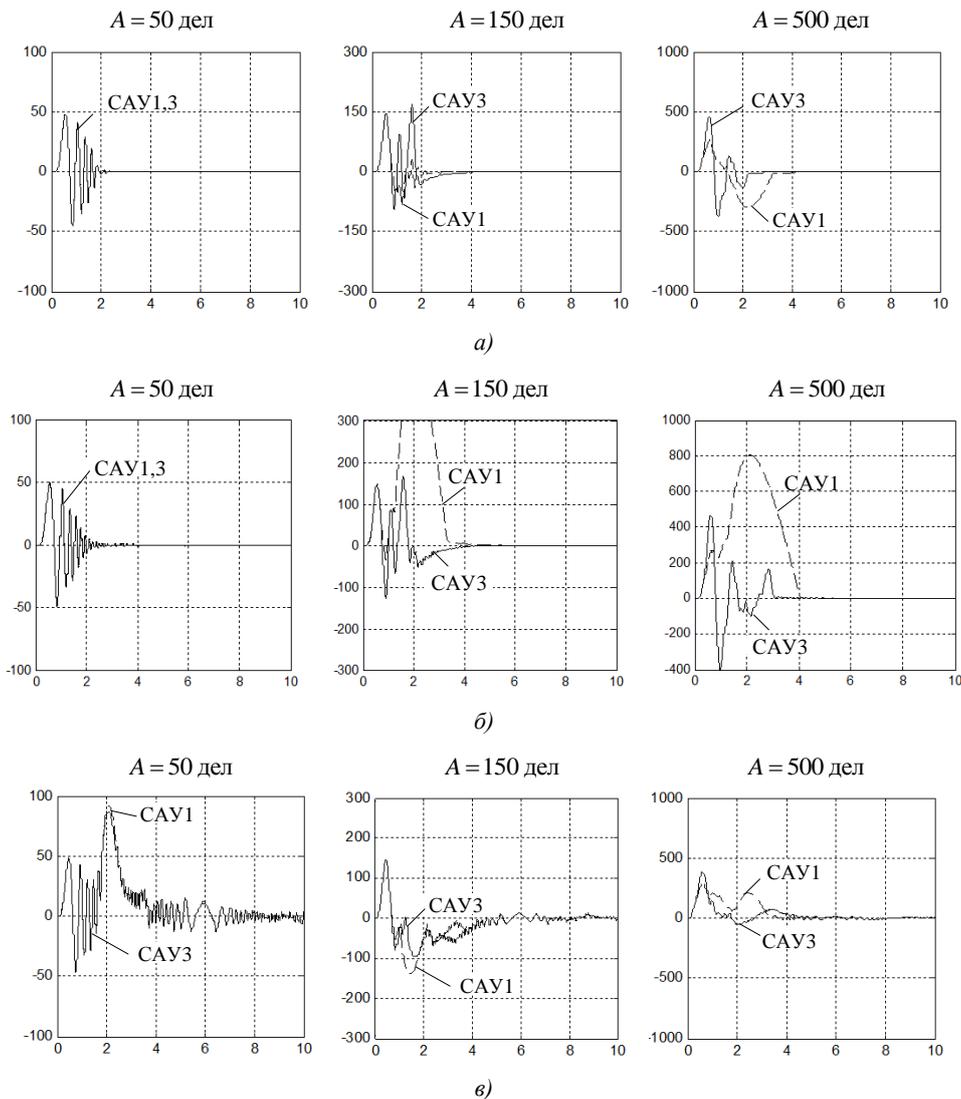


Рис. 5. Результаты работы САУ с различными ЦФУ: а) ФНЧ 1; б) ФНЧ 2; в) ОС

### Заключение

На примере астатического ОУ с двумя апериодическими звеньями рассмотрена работа одноконтурной САУ 1, двухконтурной САУ 2 и САУ 3 переменной структуры при ступенчатых и синусоидальных воздействиях различных амплитуды и частоты. Переходные процессы каждой САУ при отработке ступенчатых воздействий являются близкими к апериодическим, а отработка синусоидальных воздействий в пределах линейной зоны регулирования и полосы пропускания проблем не вызывает. При подаче входных гармонических воздействий  $x = A \sin \omega t$  линейно изменяющейся частоты  $\omega = 0 - 215$  рад/с и различной амплитуды САУ 2 сохраняет устойчивость, а САУ 1 и САУ 3 становятся неустойчивыми, возникают незатухающие колебания и самопроизвольный уход систем из равновесного состояния.

Для стабилизации работы САУ 1 и САУ 3 использованы различные входные ЦФУ (ФНЧ 1, эллиптический фильтр Кауэра, ФНЧ 2 на базе двух колебательных звеньев, ОС) параметры которых согласованы с параметрами систем. Даны рекомендации по расчету параметров ЦФУ. Все ЦФУ обеспечивают улучшение работы САУ на частотах, превышающих полосу пропускания систем. Вместе с тем при отработке ступенчатых воздействий САУ с ФНЧ переходные процессы носят колебательный характер с перерегулированием, зависящим от амплитуды входных сигналов и параметров ФНЧ, что приводит к увеличению длительности переходного процесса в 1,86–3,21 раза. Использование входного ОС не изменяет апериодический вид переходного процесса, а его длительность увеличивается в меньшей степени (в 1,06–1,47 раза). При отработке САУ с ФНЧ гармонических воздействий в полосе рабочих частот происходит дополнительная задержка выходных сигналов примерно на 0,083–0,107 с, которая отсутствует при наличии входного ОС.

Полученные результаты нужно учитывать при выборе структурной схемы цифровых САУ (одноконтурной, двухконтурной или переменной структуры), выборе и расчете параметров входных ЦФУ (эллиптического фильтра, фильтра на базе двух колебательных звеньев и ограничителя скорости). Они также могут быть использованы для исследования различных САУ, при работе которых возможно воздействие высокочастотных входных сигналов.

### Список литературы

1. Методы классической и современной теории автоматического управления : учеб. в 5 т. Т. 3 : Синтез регуляторов систем автоматического управления ; под ред. К.А. Пупкова, Н.Д. Егупова. – 2-е изд., перераб. и доп. – М. : Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2004. – 616 с.
2. Ловлин, С.Ю. Программируемый формирователь траектории движения следящего привода / С.Ю. Ловлин, М.Х. Цветкова, И.Н. Жданов // Науч.-техн. вестник Санкт-Петербургского гос. ун-та информат. технологий, механики и оптики. – 2011. – № 2(72). – С. 113–117.
3. Kim, D.N. On Algorithms for Planning S-curve Motion Profiles / D.N. Kim, N. Teck-Chew, C. I-Ming // Intern. J. of Advanced Robotic Systems. – 2008. – Vol. 5, no. 1. – P. 99–106.
4. Лурье, Б.Я. Классические методы автоматического управления / Б.Я. Лурье, П.Дж. Энрайт. – СПб. : БХВ-Петербург, 2004. – 640 с.
5. Гостев, В.И. Системы автоматического управления с цифровыми регуляторами : справ. / В.И. Гостев, В.К. Стеклов. – Київ : Радиоаматор, 1998. – 704 с.
6. Стрижнев, А.Г. Синтез цифрового регулятора, включенного параллельно единичной обратной связи / А.Г. Стрижнев, М.К. Хаджинов, А.Н. Русакович // Доклады БГУИР. – 2014. – № 4(82). – С. 80–86.
7. Стрижнев, А.Г. Разработка цифровой системы автоматического управления переменной структуры / А.Г. Стрижнев, А.Н. Русакович // Вестник БГУИР. – 2014. – № 3(39). – С. 105–114.
8. Терехин, В.В. Основы моделирования в MATLAB. Simulink : учеб. пособие в 2 ч. Ч. 2 / В.В. Терехин. – Новокузнецк : Кузбассвузиздат, 2004. – 376 с.
9. Tewari, A. Modern control design with MATLAB and Simulink / A. Tewari. – Weinheim : Wiley, 2002. – 503 p.
10. Nuruzzaman, M. Modeling and Simulation in Simulink for Engineers and Scientists / M. Nuruzzaman. – Bloomington : AuthorHouse, 2005. – 240 p.

11. Филипс, Ч. Системы управления с обратной связью / Ч. Филипс, Р. Харбор. – М. : Лаборатория базовых знаний, 2001. – 616 с.
12. Попов, Е.П. Теория линейных систем автоматического регулирования и управления : учеб. пособие для вузов / Е.П. Попов. – М. : Наука, 1989. – 304 с.
13. Зааль, Р. Справочник по расчету фильтров / Р. Зааль ; пер. с нем. Ю.В. Камкина ; под. ред. Н.Н. Слепова. – М. : Радио и связь, 1983. – 752 с.
14. Рабинер, Л. Теория и применение цифровой обработки сигналов / Л. Рабинер, Б. Голд. – М. : Мир, 1978. – 847 с.
15. Britton Rorabaugh, C. Digital Filter Designer's Handbook: With C++ Algorithms / C. Britton Rorabaugh. – N. Y. : McGraw-Hill, 1997. – 479 p.
16. Lutovac, M.D. Algorithm for Symbolic Design of Elliptic Filters / M.D. Lutovac, D.V. Tomic, B.L. Evans // 4th Intern. Conf. Symbolic Methods, Application, Circuit Design SMACD96. – 1996. – P. 248–251.
17. Lutovac, M.D. Filter Design for Signal Processing using MATLAB and Mathematica / M.D. Lutovac, D.V. Tomic, B.L. Evans. – New Jersey : Prentice Hall, 2001. – 756 p.
18. Filter Design Toolbox. For use with MATLAB / The Mathworks Inc. – Natick : Mathworks, 2000. – 468 p.
19. Зайцев, Г.Ф. Теория автоматического управления и регулирования / Г.Ф. Зайцев. – 2-е изд., перераб. и доп. – Киев : Выща школа, 1989. – 431 с.
20. Стрижнев, А.Г. Автоматизированный синтез цифровых регуляторов на основе дискретных передаточных функций объектов управления / А.Г. Стрижнев, А.Н. Русакович // Информатика. – 2013. – № 3(39). – С. 105–114.

Поступила 09.03.2016

*НПООО «ОКБ Техносоюзпроект»,  
Минск, пр. Независимости, 115  
e-mail: aliaksei.rusakovich@gmail.com.*

**A.G. Stryzhniou**

### **THE INFLUENCE OF INPUT HARMONIC SIGNAL'S FREQUENCIES ON CONTROL SYSTEMS DYNAMICS**

The paper presents findings of the influence analysis of input harmonic signal's frequencies on control systems dynamics. Different control system structures with discrete-time controllers have been considered. The system is stable with the feedback controller and unstable with the controller in the forward path. Different discrete-time shaping units (low-pass filters, rate limiters) with matched parameters have been applied for sustained oscillation and spontaneous drift elimination. The influence of input signal's frequencies goes down if control system includes shaping units. At the same time, when using low-pass filters or rate limiters emerging additional delays need to be considered. The recommendations for the practical use of the investigation results are presented.

## ИНТЕЛЛЕКТУАЛЬНЫЕ СИСТЕМЫ

УДК 33.683.3(075)

В.А. Вишняков

РАЗВИТИЕ ИНТЕЛЛЕКТУАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ  
С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ОБЛАЧНЫХ ТЕХНОЛОГИЙ

*Анализируются проблемы моделирования естественного интеллекта и направления развития интеллектуальных технологий управления. Показываются ограничения искусственного интеллекта по сравнению с естественным. Будущие интегрированные интеллектуальные системы будут базироваться на продвинутой технологии естественного интеллекта. Пока нет аналога памяти естественного интеллекта и ее обработчика в кремнии, их можно частично реализовать с использованием облачных технологий. Приводятся особенности облачных вычислений и рассматривается их применение для развития интеллектуального управления.*

**Введение**

Одна из проблем ближайшего десятилетия – развитие интеллектуальных технологий и массовая интеллектуализация компьютерных приложений, в том числе производственного и регионального управления. В настоящее время используются различные интеллектуальные системы управления (ИСУ) как в нашей стране, так и за рубежом [1, 2]. Они работают, начиная с уровня управления технологическими процессами и заканчивая аналитической обработкой информации и поддержкой принятия стратегических решений. Основными ограничениями существующих ИСУ являются не совсем эффективные механизмы управления, связанные с недостаточной мощностью существующих вычислительных ресурсов, неоптимальностью моделей динамического прогнозирования, а также слабыми способностями к самообучению и инновациям. Преодолеть эти недостатки можно, если объединить профессиональный естественный интеллект (ЕИ) и искусственный интеллект (ИИ) в интегрированные интеллектуальные системы управления [3, 4].

В настоящей работе представлены проблема и динамика развития интеллектуальных технологий, их ограничения по сравнению с ЕИ и предлагается одно из направлений для совершенствования ИСУ с использованием облачных технологий.

**1. Проблема моделирования ЕИ**

Попытки создания машинного ИИ, в полном объеме близкого к ЕИ, пока не увенчались успехом, хотя отдельные специалисты считают, что данная проблема решается с увеличением мощности и памяти компьютеров. Это не совсем верно, что связано с особенностями ЕИ, пока не реализованными в ИИ. Рассмотрим эти особенности подробнее [3].

*Обучение и адаптация.* ЕИ обладает специальными свойствами – способностью к обучению (самообучению) и адаптацией к изменениям окружающей среды. В ЕИ происходит обработка сигналов от пяти сенсорных систем (зрительной, слуховой, осязательной, обонятельной и вкусовой), причем по единым принципам в коре головного мозга. Так создается и поддерживается динамическая модель мира. Базовой основой ЕИ являются не каналы поступления информации, а ее запоминание и обработка. Например, письменный и разговорный языки воспринимаются на уровне сенсоров по-разному, но на уровне центральной обработки в неокортексе (основе коры мозга) они работают почти одинаково с точки зрения понимания смысла [4].

*Принятие решений.* Аналогия между компьютером (ИИ) и мозгом человека (ЕИ) некорректна, поскольку нейроны мозга работают гораздо медленнее (на пять и более порядков). Между тем при решении задачи распознавания ЕИ решает эту задачу за 100 шагов, а компьютер – за миллион и более независимо от скорости и распараллеливания операций. Мозг просто

извлекает из памяти одно из готовых решений. Компьютерная память от человеческой отличается рядом признаков. Это отличительное запоминание, которое характеризуется следующими особенностями: события хранятся в виде последовательностей, а не отдельных элементов внешнего мира; последовательности вспоминаются ассоциативно и хранятся в инвариантной форме и в иерархической. Запоминание о событиях мира хранится в ЕИ в серийной форме и также может быть воспроизведено. Запоминание событий, книг, песен, историй – пример такой памяти. Это справедливо и для запоминания сенсорных явлений из окружающей среды. Все воспоминания в памяти ЕИ хранятся в синаптических связях между нейронами. Нейронные синапсы хранят миллионы воспоминаний, используемых редко или не используемых совсем. В то же время в памяти компьютера не всегда хранятся последовательности сигналов.

*Ассоциативный характер памяти ЕИ.* Память ЕИ способна воспроизвести последовательность в условиях неполной или искаженной информации как для пространственной, так и временной последовательностей входных сигналов. В любой момент времени часть может активизировать целое, в этом заключается суть ассоциаций. Еще одна особенность памяти ЕИ – ее инвариантность, т. е. способность запоминать важные составляющие модели мира, не привязываясь к незначительным его элементам. При копировании в компьютере искажение даже одного бита информации приводит к фатальному сбою программы. Хотя ассоциативная память ИИ реализована на базе нейронных сетей, в ней не задействованы инвариантные представления. Как инвариантные представления формируются в коре мозга ЕИ, остается пока нерешенной задачей.

Интеллектуальные системы имеют следующий недостаток: инвариантные задачи для них практически не разрешимы. В то же время внешний мир обладает значительной динамичностью. Одним из подходов для познания такой динамичности в ЕИ выступает нахождение инвариантной структуры для переменного потока входной информации. Однако эта структура еще не является базой для прогнозов. Необходимы ее постоянное сопоставление и коррекция с текущей реальностью.

## 2. Развитие моделирования интеллектуального управления

Началом работ по интеллектуализации считается середина 1950-х гг., когда предпринимались попытки строить «умные» устройства, моделируя элементы работы мозга человека с помощью простейших нейронных сетей (перцептронов). Эти попытки оказались малоуспешными по причине непригодности на тот момент как аппаратных, так и программных средств. В 1960-х гг. предпринимались попытки построения интеллектуальных программ в области математических доказательств. Предлагались модели знаний, общие методы решения широкого класса задач. Разработка универсальных программ оказалась слишком трудным делом, тем не менее была создана программа универсального решателя (General Program Solving – GPS), которая моделировала процесс решения задач человеком. В компании IBM создали программу доказательства геометрических теорем. Профессор Д. Робинсон открыл метод резолюций – универсальный вывод в логике первого порядка [1, 2].

В 1970-х гг. была принята новая концепция, суть которой заключалась в том, что для создания интеллектуальной системы управления ее необходимо снабдить множеством знаний о предметной области. Появляются проекты эвристического и логического программирования. Развитие этого направления привело к созданию экспертных систем, которые моделируют рассуждения эксперта. Одной из первых экспертных систем была Dendral, работающая в области синтеза химических веществ. Прорыв в практических приложениях ИИ произошел в середине 1970-х гг., когда на смену поискам универсального алгоритма мышления пришла идея моделировать конкретные знания специалистов-экспертов. В США появились первые коммерческие экспертные системы, основанные на знаниях: *Mycin* – для диагностики инфекционных заболеваний крови; *R1* – для проектирования конфигурации компьютеров и др.

В 1980-х гг. в рамках новых технологий программирования появились первые коммерческие ИСУ. В это время стала развиваться робототехника, гибкие автоматизированные производства. В разных странах (Японии, США, СССР, Европе) были начаты крупнейшие национальные и международные исследовательские проекты, нацеленные на создание «интеллектуальных ЭВМ

пятого поколения», которые предназначались для создания новых ИСУ. В 1990-е гг. моделируются задачи, связанные с машинным переводом, распознаванием речи и развитием нейронных сетей. Все это привело к расширению задач управления, таких как аппроксимация, идентификация, кластеризация и т. д. Сформировался новый подход к решению интеллектуальных задач – представление, обработка, накопление и использование знаний. Подход продолжал развиваться, сформировались такие направления в ИСУ, как менеджмент знаний и интеллектуализация бизнеса, моделирующие процессы управления ЕИ.

В начале XXI в. начинается развитие интеллектуализации представления знаний в Интернете (языков описания, методов поиска информации, интеллектуальных агентов), а также технологий по анализу скрытых закономерностей в данных (data mining). В связи с этим можно выделить следующие направления исследований: представление знаний в сетях, извлечение знаний из информационных ресурсов, интеллектуальный поиск релевантной информации, интеграция информационных ресурсов и приложений, управление знаниями, построение глобальных систем знаний и их обработка (семантик-веб), построение и использование веб-сервисов. Все это привело к созданию распределенных ИСУ и интеллектуальных агентов [1, 2].

### 3. Несмоделированные возможности ЕИ

*Специфика внешнего мира.* Древний философ Платон, решая проблему восприятия мира человеком, заметил, что в мире нет двух одинаковых вещей и они несовершенны по своей природе. Он высказал предположение, что человек при рождении получает душу, которая в другом измерении познает модели мира (назвал их Формы). Обучение и понимание возможны за счет сопоставления несовершенных форм реального мира с идеальными Формами, но если отбросить элементы мистики, Платон имел в виду инвариантность внешнего мира.

*Сопоставление прогнозов.* Основой предсказания будущего на основе знания о прошлом являются три особенности памяти ЕИ: сохранение последовательности символов от органов чувств, ассоциативное запоминание и инвариантное представление. Процесс размышления связан с составлением прогнозов о важных структурах окружающего мира и их коррекции. Процесс восприятия действительности мира – это комбинация восприятий и прогнозов мозга на основе воспоминаний. Прогнозы – это мысли, а прогнозы в сочетании с сенсорными сигналами – это восприятие мира и построение поведения в нем. Прогнозирование является одной из составляющих разума.

*Иерархическая структура мира* соответствует иерархической структуре коры мозга человека. Близкая модель в ИИ – модель фреймов. ЕИ от природы не дано знание образов окружающего мира, языка среды, но встроенный механизм самообучения, который выявляет иерархические структуры и запоминает их, восполняет это. Запоминание последовательностей – основной компонент формирования репрезентаций объектов мира, его познание. ЕИ хранит иерархии последовательностей, по мере изучения структуры объектов с высших слоев коры мозга они перемещаются вниз, освобождая верхние слои для более сложных связей и структур. Со временем знания передвигаются вниз по иерархии, структуры высших порядков делают человека экспертом.

*Филогенетическое развитие ЕИ.* Три физические составляющие мозга – это ганглии (отвечают за двигательную систему), мозжечок (за временные последовательности) и гиппокамп (за конкретные события). Первое отличие ЕИ от интеллекта животных – сложная иерархическая структура мира в процессе длительного обучения, второе – наличие языка и системы речи. В развитии ЕИ выделяются три этапа. На первом этапе знания передавались через ДНК, на втором – через модифицируемые нервные системы, особи воспринимали модель мира и адаптировались к ней в течение жизни. Третьего этапа развития интеллекта достиг только человек за счет языка и письменной речи, которые позволили передавать знания потомкам и получать их от предков.

*Творчество* можно определить как способность ЕИ прогнозировать на основе аналогий. Прогнозирование – это применение инвариантных последовательностей к новым ситуациям. В начале 1990-х гг. начались разработки «изобретающих машин». Благодаря большому объему аналогов изобретений в памяти такой интеллектуальной системы и ряду методик при выборе

решения задачи удалось частично автоматизировать изобретательский процесс, хотя повторить ЕИ в этом пока не удалось.

У людей, страдающих синестезией, размыты различия между чувствами восприятия. Звуки могут иметь цвет и вкус. Зрительное, слуховое и осязательное восприятия имеют одинаковые принципы, но по-разному обрабатываются в коре мозга. Зрительный нерв, состоящий из миллиона волокон, воспринимает преимущественно пространственную информацию, а слуховой, включающий 30 000 волокон, выражает приоритет временной информации. Эти различия связаны с таким понятием, как «квалиа» (от лат. *qualia* – свойства, качества).

Некоторые мысли ЕИ не связаны с окружающим миром и выступают продуктами работы мозга. ЕИ познает мир через сигналы сенсорной системы. Разум является продуктом деятельности мозга. Это подтверждается при травмах, когда болит несуществующая конечность при ее ампутации. Люди, имеющие болезнь мозга, теряют разум (болезнь Альцгеймера), хотя их тело здорово.

Воображение – это обратная связь от органов чувств вверх в слоях коры мозга, а потом вниз. Оно основано на разворачивании прогнозов и восприятии их в качестве входных сигналов. По сути, это вариант планирования. Восприятие не только строится на информации, получаемой от органов чувств, но и может генерироваться моделью памяти. Многие особенности мира последовательны и формируют одинаковые модели (время суток, периоды года), но формирование модели может иметь особенности, связанные с окружающей средой. Жители Востока и Запада по-разному воспринимают пространство и объекты мира. Не существует абсолютной универсальной модели мира для большинства людей, она зависит от среды их обитания, воспитания, образования, образа жизни.

#### **4. Интегрированные интеллектуальные системы**

Согласно прогнозам интегрированные интеллектуальные системы (ИИС), вероятнее всего, будут базироваться на продвинутих технологиях ЕИ, создаваться и поддерживаться с его помощью. Они будут иметь память и обработчик, аналогичные тем, которые существуют в ЕИ; требовать обучения (как для детей), в процессе которого будет создаваться модель их собственного мира (с помощью ЕИ); строить аналогии на основании прошлого, прогнозировать будущие события и решать задачи; встраиваться в сложные системы (машины, корабли, самолеты, здания). ИИС будут распределенными, память и обработка могут быть удалены от сенсоров. Их интеллект сможет определяться прогностической способностью иерархической памяти. ИИС будут обладать эквивалентом ЕИ в некоторых специальных областях и расширенным набором сенсорных систем.

Главной трудностью при создании ИИС будет система иерархической памяти, которая решается при помощи связанности и емкости. Для создания такой памяти необходима емкость порядка 8 млрд байт, что эквивалентно емкости нескольких современных винчестеров, но для создания специализированных ИИС память может быть и меньше. Со связанностью дело обстоит сложнее. Клетка ЕИ связана с 5–10 тысячами других. Для современных кремниевых технологий эта задача пока не решается.

На базе ИИС могут быть реализованы системы распознавания и перевода устной и письменной речи, восприятия и обработки зрительных сцен в реальном времени, управления сложными движущимися системами со слуховым и зрительным восприятием, а также многофункциональные системы безопасности. Отдельные показатели ИИС превзойдут ЕИ по скорости, емкости, репликативности и сенсорным устройствам. Быстродействие кремниевого разума будет на пять-шесть порядков выше биологического, что приведет к более быстрому решению ряда специализированных задач, принятию решений, созданию огромных хранилищ информации. Большая емкость будет способствовать более глубокому пониманию сущностей мира. Развитие отдельного ЕИ требует десятилетий, но кремниевый можно будет воспроизводить намного быстрее. ИИС могут воспринимать мир всеми технически существующими сенсорными системами, например гидролокаторами, радарными приборами ночного видения и т. д. Однако пока нет аналога кремниевой памяти и ее обработчика, ее можно частично реализовать с использованием облачных технологий.

## 5. Облачная обработка информации как одна из баз для создания ИИС

Облачные технологии (ОТ) – парадигма, в рамках которой информация и ПО постоянно хранятся на тысячах серверов в дата-центрах больших ИТ-компаний и временно кешируются на клиентской стороне: рабочих станциях, ноутбуках, смартфонах, планшетах [5]. До облачных вычислений (ОВ) веб-сайты и серверные приложения выполнялись на отдельно взятых системах. С приходом ОВ ресурсы стали использоваться как объединенный виртуальный компьютер. Виртуальная машина эмулирует работу реального компьютера и включает в себя сконфигурированную ОС, веб-сервер, базу данных, firewall, почтовый сервер, а также большое число настроек, от которых зависит надежность, производительность и безопасность веб-проекта. Применяются три основные технологии ОВ: ПО как услуга (IaaS), инфраструктура как услуга (IaaS), платформа как услуга (PaaS) [5].

Архитектура сред ОТ состоит из трех компонентов: компьютерной обработки данных; платформ – инструментов, программных и информационных моделей, системного ПО; услуг – моделей предоставления информационных услуг. ОТ применяют сложные инструменты, чтобы распределить вычислительные задачи по многочисленным кластерам машин, предоставить платформу для новых инструментов и техник, которые позволят сделать вычислительную экосистему намного проще и доступней для всех, и платформу для сотрудничества и общения между людьми (третий этап автоматизации).

В будущем большинство предприятий, вероятно, будет работать по гибридной модели, предоставляя и потребляя облачные услуги, которые при необходимости интегрируются в традиционные модели ИТ. Сформируется новая модель информационных систем: вместо установки пакетов приложений на свои компьютеры компании будут использовать браузеры, чтобы получать доступ к широкому ассортименту облачных услуг, доступных по первому требованию. Аренда облачных услуг позволяет относить расходы, связанные с использованием информационных систем, к переменным, а не постоянным издержкам; создавать системы анализа данных, отображающие работу предприятия, интегрируя данные из отдельных систем CRM и ERP; создавать прототипы новых продуктов и инновационные проекты, развивая взаимодействие между сотрудниками, преодолевая границы организаций и государств [5].

Предприятия станут пользоваться новыми инструментами для принятия ключевых решений по управлению бизнесом, в том числе системами для более точного предсказания будущего. Произойдет объединение структурированных и неструктурированных данных и знаний Интернета. ОТ создадут новую «платформу для бизнес-операций», которая даст возможность компаниям изменить их бизнес-модели и найти более мощные, ранее недоступные способы взаимодействия с потребителями, поставщиками и торговыми партнерами [6, 7].

Внедрению системы управления человеческим взаимодействием (этап автоматизации бизнеса) способствуют технологии ОВ. Зарождающаяся форма организации – «Облачное предприятие» (Cloud Enterprise) – изменит структуру и стиль управления и станет организационной сетью, а не иерархической, разделенной на департаменты структурой. ОВ связаны не только с технологией – это новая платформа для человеческого общения в бизнесе, которая требует новых организационных структур, стилей управления и новых моделей командного поведения [4, 7].

## 6. Интеллектуализация управления на базе ОТ

Интеллектуальная сеть (Веб 3.0) становится новым этапом развития Интернета и может эффективнее работать с информацией и знаниями. Знания в Интернете базируются на онтологиях, которые формируют семантику, создавая новые возможности для развития ИС и интеллектуальных агентов [7, 9]. Открытое извлечение информации обеспечивает работу новых форм поиска, освободив пользователей от задачи по исследованию документов, выданных поисковой машиной. Начинают применяться серверы исполнения деловых регламентов. Между тем, чтобы справиться со сложностями в современной экономике бизнес-процессов, связывающих несколько предприятий или цепочку создания инноваций в Веб 3.0, компании создают интеллектуальные процессы, превосходящие современные серверы исполнения деловых регламентов [7, 8].

### **6.1. Агентные технологии**

Распределенный искусственный интеллект основывается на агентных технологиях. Стандартный программный агент обладает тремя свойствами: автономностью, способностью реагировать и способностью выйти на связь. Добавив к этому способность планировать и ставить цели, поддерживать модели представления знаний, планировать действия и повышать уровень знаний и качество работы через обучение, получим главные компоненты продвинутого интеллектуального агента [2, 7]. Такие агенты могут быть интегрированы в структуры ОВ, содержащие конкретные функции по решению задач, обработке данных и управлению. Они будут поддерживать связь информации и технологий, основанных на знаниях; выполнять процесс логических рассуждений (например, включение в них деловых регламентов); применять функцию обучения и самосовершенствования как на уровне инфраструктуры (адаптивная маршрутизация), так и на уровне приложения (адаптивные пользовательские интерфейсы). Интеллектуальные агенты используются для сбора бизнес-аналитики и в процессе обработки сложных событий. В Веб 1.0 важным показателем было количество посещений определенной страницы, в Веб 2.0 – их динамическая обработка, в Веб 3.0 – количество связей в Интернете и социальных сетях, количество отправленных сообщений и время, проведенное на конкретном сайте [7]. ИИС будут включать в свою структуру и использовать продвинутых интеллектуальных агентов.

Получение правильной информации и непрерывный анализ в реальном времени в ОВ – это следующая задача для ИИС, актуальная в первую очередь тогда, когда требуется найти ценную информацию и «управлять репутацией». Для решения данной задачи необходимо переходить от «поиска в данных» к «поиску в блогах». Требуется выйти за пределы поисковика Google, обработать интернет-шум, чтобы понять, что же происходит в отрасли, на рынке, оценить ситуацию о товарах и услугах компании, т. е. нужна специальная аналитика Веб 3.0.

### **6.2. Системы роевого интеллекта**

Системы роевого интеллекта – это многоагентные системы, состоящие из простых агентов, взаимодействующих друг с другом и окружающей средой. Агенты следуют простым правилам, и хотя нет никакой централизованной контрольной структуры, описывающей, как должны себя вести отдельные агенты, взаимодействия между ними приводят к появлению интеллектуального общего поведения, неизвестного отдельным агентам (в природе – стаи птиц, косяки рыб) [7]. Создание такого аналога в Веб 3.0 – еще одна основа для создания ИИС.

Когда компании выводят управление бизнес-процессами в сложную деловую экосистему, формирующуюся вокруг цепочки создания ценности, обработка сложных событий становится опорой для корпоративного интеллекта и анализа процессов в реальном времени. Управление и инжиниринг сервисами знаний (Service Science Management and Engineering – SSME) – термин, используемый IBM Research в своих разработках в области сервисных систем. HP создала «Научный центр систем и сервисов». Oracle Corp. присоединилась к IBM для создания промышленного консорциума под названием Service Research and Innovation Initiative. В Европейском союзе создана рабочая группа по вопросам науки о сервисах – NESSI (Networked European Software and Services Initiative). В Калифорнийском университете Беркли реализована программа SSME. Все это происходит потому, что в сфере услуг заняты более 50 % рабочей силы в Бразилии, России, Японии и Германии, а также 75 % рабочей силы в США и Великобритании [5, 7].

Время монолитных, вертикально интегрированных компаний уходит в историю. Главные и вспомогательные бизнес-процессы компаний реализуются в четырех взаимосвязанных областях: поставщики (прямые закупки), поставщики производственных ресурсов (непрямые закупки), торговые партнеры, клиенты. Эти многочисленные цепочки будут включены в новые бизнес-экосистемы ОВ, объединяющие «всех-со-всеми». Они будут доступны для соединения, разрыва и нового соединения в соответствии с изменениями в рыночных реалиях, предоставляя компаниям возможность работать на множественных рынках или создавать новые предложения для «рынка из одного человека».

Инновационные компании становятся представителями интересов клиентов. Они работают с поставщиками со всего мира для того, чтобы предложить клиентам наилучшее обслужи-

вание. Ответы на вопрос «Кто же владеет бизнес-процессами всей цепочки создания товаров (услуг)?» находятся вне существующих CRM-систем – в новых системах ОБ – CRM 2. Последние реализуют управление отношениями в цепочке создания товаров (услуг) и управление отношениями с сообществом клиентов (Customer Community Relationship Management). Это новые порталы, бизнес-экосистемы и системы формирования информации, которые находятся за границей продаж, маркетинга и услуг, предоставляемых одним и тем же предприятием. Данные процессы протекают вне одного предприятия. Примером может служить «индивидуальный запрос на продукт», поступающий от сообществ клиентов [5, 7].

Управление CRM 2 будет располагаться в ОБ, где будет осуществляться управление жизненным циклом товаров, формируемых потребителями. Управление системами поставок и контрактными отношениями выйдет за пределы предприятия и будет включать клиентов и партнеров по дизайну и производству. Поскольку ни одна компания не владеет всей последовательностью создания товаров (услуг), бизнес-процессы компаний и системы их управления будут унифицированы и перенесены в ОБ. При необходимости предприятия смогут их интегрировать для решения новых задач.

Основой для разработки ИИС могут служить развиваемые в Республике Беларусь и широко обсуждаемые в рамках СНГ в течение шести лет начиная с 2010 г. открытые семантические технологии интеллектуальных систем. На конференциях OSTIS освещается текущее состояние и перспективы развития этих технологий [9].

### **Заключение**

На основании проведенного анализа можно сделать следующие выводы.

Особенности памяти ЕИ (сохранение последовательности символов от органов чувств, ассоциативное запоминание и инвариантное представление) являются основой предсказания будущего на основе знания о прошлом. Одной из составляющих творчества является способность ЕИ прогнозировать на основе аналогий. Прогнозирование – это применение инвариантных последовательностей к новым ситуациям; оно, а не поведение, является свидетельством разума.

ИИС будут базироваться на продвинутых технологиях ЕИ, создаваться и поддерживаться с его помощью. Можно предположить, что будущие ИИС, моделирующие ЕИ, будут иметь память и обработчик, аналогичные тем, что существуют в человеческом интеллекте, требовать обучения, в процессе которого будет создаваться модель их собственного мира. ИИС будут строить аналогии на основании прошлого, прогнозировать будущие события и решать задачи. Пока не существует аналога кремниевой памяти и ее обработчика, ИИС можно частично реализовать с использованием ОТ.

ОБ создают основу для дальнейшей интеллектуализации управления экономическими и техническими системами. Разрабатывая инструментальные платформы бизнес-процессов в облачных средах, предприятия могут приобрести дополнительные возможности для инноваций, повышения производительности и удовлетворения спроса, предъявляемого современными рынками. Бизнес постоянно меняется, он беспорядочен и хаотичен; ручная и автоматизированная работы должны выполняться параллельно, необходимо постоянное прогнозирование.

Продвинутые интеллектуальные агенты, выполняющие конкретные функции по решению задач, обработке данных и управлению, могут интегрироваться в структуры ОБ. Они будут поддерживать соединение информации и технологий, основанных на знаниях, выполнять процесс логических рассуждений, включать функции обучения и самосовершенствования как на уровне инфраструктуры (адаптивная маршрутизация), так и на уровне приложения (адаптивные пользовательские интерфейсы).

Получение правильной информации и непрерывный анализ в реальном времени в ОБ – это следующая задача для ИИС, особенно для того, чтобы найти ценную информацию и «управлять репутацией». Способность облачных систем делать доступными данные о транзакциях активных бизнес-процессов, происходящих в реальном времени, позволит организациям оперативно реагировать на события в реальном времени.

Автоматизация таких функций, как создание полного представления клиента во всех каналах и линиях бизнеса, открытие комплексных счетов, изменение адресов в нескольких линиях бизнеса

или работа с потерянными и украденными кредитными картами, – примеры возможного применения обработки информации в реальном времени, доступной всем участникам бизнеса в ОБ. Компании будут переходить от дальнейшей автоматизации индивидуальных задач к управлению бизнес-процессами с использованием технологий ОБ, что и является основой для ERP 3.

### Список литературы

1. Рассел, С. Искусственный интеллект, современный подход / С. Рассел, П. Норвинг. – М. : Изд. дом «Вильямс», 2006. – 1408 с.
2. Вишняков, В.А. Интеллектуальные технологии в управлении : учеб.-метод. комплекс / В.А. Вишняков. – Минск : МИУ, 2010. – 363 с.
3. Вишняков, В.А. Информационный менеджмент : учеб. пособие / В.А. Вишняков. – Минск : Бестпринт, 2015. – 305 с.
4. Хоккинс, Д. Об интеллекте / Д. Хоккинс, С. Бдэйкли. – М. : Изд. дом «Вильямс», 2015. – 240 с.
5. Ридз, Дж. Облачные вычисления / Дж. Ридз. – СПб. : БХВ, 2011. – 288 с.
6. Облачные сервисы. Взгляд из России / под ред. Е. Гребнева. – М. : CNews, 2011. – 282 с.
7. Фингар, П. Облачные вычисления – бизнес-платформа XXI века / П. Фингар; пер. с англ. А.В. Захарова. – М. : Акварариновая книга, 2011. – 256 с.
8. Вишняков, В.А. Совершенствование корпоративного информационного управления предприятием с использованием облачных технологий / В.А. Вишняков // Экономика и управление. – 2015. – № 1(41). – С. 64–68.
9. Голенков, В.В. Семантическая технология компонентного проектирования систем, управляемых знаниями / В.В. Голенков // Материалы 5-й Междунар. науч.-техн. конф. OSTIS–2015. – Минск : БГУИР, 2015. – С. 57–78.

Поступила 15.03.2016

*Минский инновационный университет,  
Минск, ул. Лазо, 12  
e-mail: vish2002@list.ru*

**U.A. Vishniakou**

### **THE DEVELOPMENT OF INTELLIGENT MANAGEMENT USING CLOUDE TECHNOLOGIES**

The human intelligence (HI) simulation problems and the development directions of intelligence technologies are analyzed. Artificial intelligence restrictions in compare with HI are shown. The future integrated intelligence systems will be based on advanced technologies of human intelligence. If currently there is no silicon realization of HI memory and its processing, the elements of such realization may be executed with use of clouding technologies. The particularities of cloud computing are given and its implementation for the development of the modern intelligent management are considered.

## ПРАВИЛА ДЛЯ АВТОРОВ

1. Статьи принимаются в редакцию через электронную систему подачи по адресу <http://jinfo.bas-net.by> в формате файлов текстовых редакторов Microsoft Word 97 и Word 2000 для Windows. Основной текст статьи набирается с переносами шрифтом Times New Roman 11 пт, интервал между строками – одинарный, абзацный отступ 1 см, поля по 2,5 см со всех сторон.

2. Статья должна иметь индекс УДК (универсальная десятичная классификация).

3. Название статьи, фамилии всех авторов и аннотация должны быть переведены на английский язык. Для каждого из авторов приводится развернутое название учреждения с полным почтовым адресом, а также номер телефона и электронный адрес (e-mail) для связи с редакцией.

4. Формулы, иллюстрации, таблицы, встречающиеся в статье, должны быть пронумерованы в соответствии с порядком цитирования в тексте. Ссылки на рисунки и таблицы в тексте обязательны. Необходимо избегать повторения одних и тех же данных в таблицах, графиках и тексте статьи.

Рисунки должны быть выполнены с хорошим разрешением в масштабе, позволяющем четко различать надписи и обозначения. Подрисовочные подписи с расшифровкой всех позиций, представленных на рисунке, набираются шрифтом гарнитуры основного текста, размер символов 9 пт. Цветные иллюстрации печатаются только в том случае, когда это необходимо для понимания излагаемого материала.

5. Набор формул выполняется в формульных редакторах Microsoft Equation или Math Type и должен быть единообразным по применению шрифтов и знаков по всей статье.

Прямо ( ) набираются: греческие и русские буквы; математические символы ( $\sin$ ,  $\lg$ ,  $\infty$ ); символы химических элементов (C, Cl,  $\text{CHCl}_3$ ); цифры (римские и арабские); векторы; индексы (верхние и нижние), являющиеся сокращениями слов.

Курсивом (–) набираются: латинские буквы – переменные, символы физических величин (в том числе и в индексе).

6. Сокращения в тексте статьи (за исключением единиц измерения) могут быть использованы только после упоминания полного термина. Единицы измерения физических величин следует приводить в Международной системе СИ.

7. Литература приводится автором общим списком в конце статьи. Ссылки на литературу в тексте идут по порядку и обозначаются цифрой в квадратных скобках. Ссылаться на неопубликованные работы не допускается. С примерами оформления библиографического описания в списке литературы можно ознакомиться в приложении 2 к *Инструкции по оформлению диссертации, автореферата и публикаций по теме диссертации* на сайте Высшей аттестационной комиссии Республики Беларусь <http://vak.org.by>.

8. Поступившие в редакцию статьи направляются на рецензирование специалистам. Основным критерием целесообразности публикации является новизна и информативность статьи. Если по рекомендациям рецензента статья возвращается автору на доработку, а переработанная рукопись вновь рассматривается редколлегией, датой поступления считается день получения редакцией ее окончательного варианта. Статьи не по профилю журнала возвращаются авторам после заключения редколлегии.

9. Статьи, направляемые на доработку, должны быть возвращены в исправленном виде с ответами на все вопросы.

10. Редакция журнала предоставляет возможность первоочередного опубликования статей, представленных лицами, которые осуществляют послевузовское обучение (аспирантура, докторантура, соискательство) в год завершения обучения.

11. Авторы несут ответственность за направление в редакцию статей, уже опубликованных ранее, или статей, принятых к публикации другими изданиями.

12. Редакция оставляет за собой право на редакционные изменения, не искажающие основное содержание статьи.

***Журнал «Информатика» включен Высшей аттестационной комиссией Республики Беларусь в список научных изданий для опубликования результатов диссертационных исследований.***

## Индексы

**00827**

для индивидуальных  
подписчиков

**008272**

для предприятий и  
организаций