variance at the discriminator output, taking into account linear constraints on its characteristics parameters. The solution is carried out by method of Lagrange multipliers. Two options of the discriminator curve synthesis are considered: for additive and multiplicative discriminators. Expressions for optimal weight coefficients are obtained in general term. The proposed method allows to find the desired parameters of discriminator curves, in particular, it is possible to form its zero values in angular directions to suppress the influence of external noise.

Keywords: multi-channel radars, antenna beam pattern, discriminator curve, method of Lagrange multipliers, weight coefficients

For citation. Artemiev V. M., Naumov A. O. Method for discriminator curve synthesis of angular systems of multi-channel radars. *Informatics*, 2019, vol. 16, no. 3, pp. 59–68 (in Russian).

Введение. Основной тенденцией развития радиолокации является переход к многоканальным РЛС, что позволяет повысить объем и качество получаемой информации. Одним из путей реализации этой тенденции являются многолучевые РЛС [1], которые можно разделить на две группы: с разнесенными и совмещенными лучами. В первом случае лучи разнесены на угловые расстояния порядка их ширины, сформирована веерная диаграмма направленности и обработка сигналов производится отдельно по каждому из лучей. Такие системы используются для уменьшения времени обнаружения объектов в заданном угловом секторе [2]. Во втором случае используется набор совмещенных лучей в пределах ширины одного из них с общим фазовым центром и обработка сигналов производится одновременно для всех лучей. Такая схема применяется в РЛС слежения за угловыми координатами (например, в моноимпульсных РЛС с двухлучевой антенной системой) [3]. Использование большего числа лучей позволяет реализовать угломерный дискриминатор с управлением его параметрами в реальном масштабе времени с целью улучшения условий захвата объекта на сопровождение, точности измерения угловых координат и помехозащищенности.

Задача исследования состоит в разработке метода параметрического синтеза характеристик дискриминатора, способствующих улучшению качества сопровождения в многолучевой РЛС с амплитудным мгновенным сравнением сигналов.

Формулировка задачи. Следящие РЛС с амплитудным мгновенным сравнением сигналов строятся исходя из принципа формирования равносигнального направления, который реализуется посредством дискриминатора, преобразующего принятые сигналы в угловые данные. Основные свойства дискриминатора определяются дискриминационной характеристикой (ДХ), типичная форма которой $D(\vartheta)$ в плоскости угловых координат ϑ изображена на рис. 1.

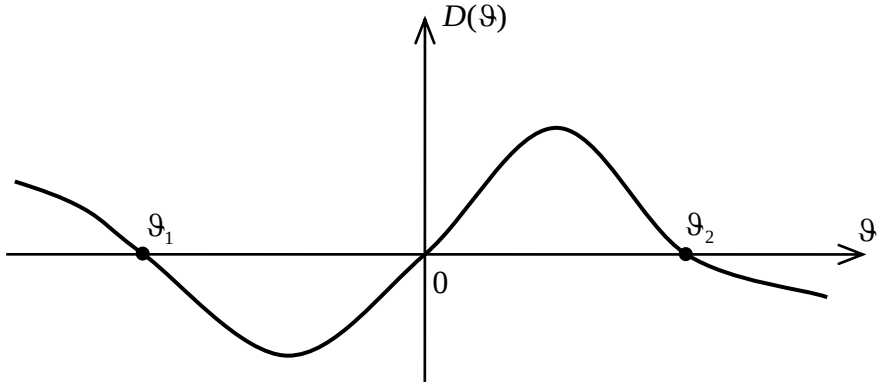


Рис. 1. Дискриминационная характеристика

Угол $\vartheta = 0$ соответствует равносигнальному направлению на объект и в его районе ДХ имеет линейный участок с крутизной наклона $k_g = \partial D(\vartheta)/\partial\vartheta\big|_{\vartheta=0}$, называемой коэффициентом преобразования дискриминатора. Ширина этой характеристики может задаваться различными способами. В режиме нормального сопровождения (с малыми динамическими и флюктуационными ошибками) используется понятие ширины линейного участка ДХ. При больших значени-

ях ошибок возрастает вероятность срыва сопровождения (потери работоспособности), поэтому необходимо учитывать всю нелинейную форму ДХ. При этом ширину ДХ целесообразно определять точками ее первого пересечения с нулевой осью слева ϑ_1 и справа ϑ_2 от равносигнального направления $\vartheta = 0$ (см. рис. 1). В таких точках обратная связь системы сопровождения меняется с отрицательной на положительную, что делает систему неработоспособной. Далее для определенности рассматривается этот вариант ширины ДХ, однако предлагаемый метод позволяет использовать и другие варианты. Многолучевая антенна с совмещенными лучами и единым фазовым центром путем весовой обработки принятых сигналов дает возможность в процессе слежения изменять параметры ДХ в зависимости от складывающейся ситуации.

Многолучевая антенна формирует n лучей с автономными выходами. Полагаем, что лучи лежат слева и справа от оси $\vartheta = 0$. Форма диаграммы каждого луча $f_i(\vartheta - \alpha_i), i = \overline{1,n},$ считается известной четной функцией относительно своей оси, направленной под углом α_i. Кроме того, полагаем, что она нормирована по амплитуде, т. е. $f_i(0) = 1$. В качестве примера на рис. 2 штриховыми линиями показаны направления осей четырех лучей.

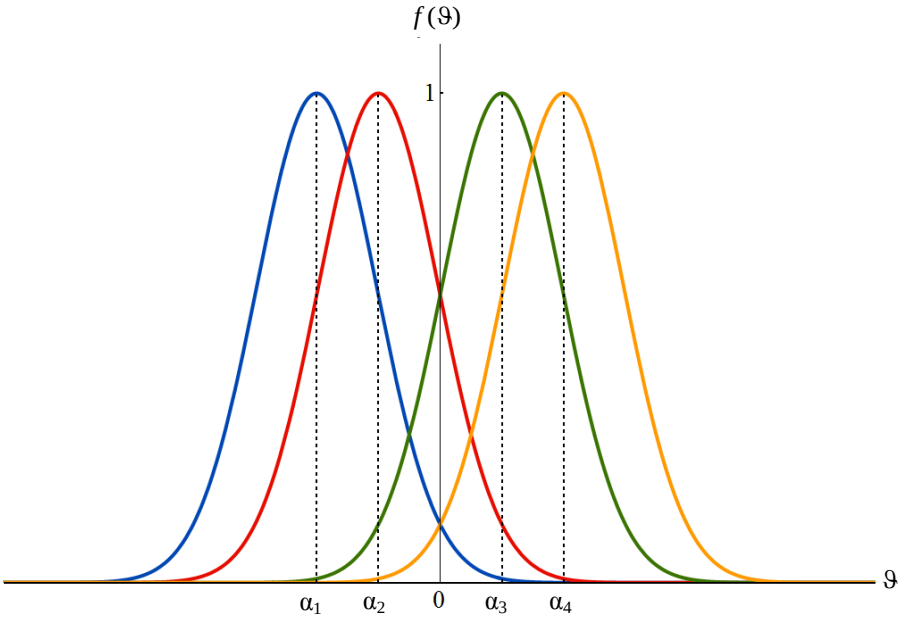


Рис. 2. Пример угловых положений осей лучей

Различают два типа дискриминаторов: аддитивные и мультипликативные [3]. В настоящей работе рассматривается метод синтеза ДХ в РЛС с амплитудной мгновенной обработкой сигналов, когда на выходе приемных каналов они имеют вид

$$y_i(\vartheta) = u f_i(\vartheta - \alpha_i) + v_i, \; i = \overline{1,n}. \qquad (1)$$

Здесь первое слагаемое является информативной частью сигнала с амплитудой u, а слагаемое v_i определяет случайные шумы канала (индекс момента времени измерения не указан). Полагается, что характеристики приемных каналов идентичны, поэтому амплитуды u во всех каналах одинаковы.

Параметрический синтез ДХ аддитивных дискриминаторов. Уравнением аддитивного дискриминатора является сумма

$$z(\vartheta) = \sum_{i=1}^{n} K_i y_i(\vartheta),$$

где вещественные весовые коэффициенты K_i определяют вес каждого из сигналов и позволяют формировать желаемые характеристики дискриминатора.

Дискриминационная характеристика определяется для случая, когда $v_i = 0$ [3], и задается выражением

$$D(\vartheta) = u\sum_{i=1}^{n} K_i f_i(\vartheta - \alpha_i). \quad (2)$$

Коэффициент преобразования дискриминатора рассчитывается по формуле

$$k_o = u\sum_{i=1}^{n} K_i f_i'(-\alpha_i),$$

где использовано обозначение $f_i'(-\alpha_i) = \dfrac{\partial}{\partial\vartheta} f_i(\vartheta - \alpha_i)\Big|_{\vartheta=0} = -f_i'(\alpha_i)$. Задача состоит в разработке метода нахождения весовых коэффициентов K_i, обеспечивающих желаемую форму и параметры ДХ.

В основе метода синтеза лежит выбор критерия оптимальности. В настоящей работе критерием оптимальности служит минимизация суммы квадратов весовых коэффициентов

$$J_0 = \sum_{i=1}^{n} K_i^2, \quad (3)$$

которая соответствует условию минимизации дисперсии шумов на выходе дискриминатора $\sum_{i=1}^{n} K_i v_i$ при одинаковых дисперсиях статистически независимых шумов на выходах приемников [4]. При этом необходимо выполнить ряд условий, которые могут быть выражены в виде линейных равенств. Обязательным условием формирования дискриминатора является нулевое значение ДХ в равносигнальном направлении, т. е. $D(0) = 0$. Исходя из выражения (2) при $\vartheta = 0$ и с учетом четности функции $f(\vartheta)$ получаем равенство

$$\sum_{i=1}^{n} K_i f_i(\alpha_i) = 0. \quad (4)$$

Остальные требования к характеристикам дискриминатора могут быть выражены посредством равенств

$$\sum_{i=1}^{n} K_i p_{ij} = \varphi_j, \ j = \overline{2,m}, \ i = \overline{1,n}, \quad (5)$$

где коэффициенты p_{ij} и φ_j задаются исходя из требований к форме и коэффициенту преобразования дискриминатора. С учетом условия (4) общее число равенств полагается равным m и они являются линейными ограничениями в задаче синтеза. В частности, для получения желаемой ширины дискриминационной характеристики (см. рис. 1) равенства (5) имеют вид

$$\sum_{i=1}^{n} K_i f_i(\vartheta_1 - \alpha_i) = 0, \ \sum_{i=1}^{n} K_i f_i(\vartheta_2 - \alpha_i) = 0. \quad (6)$$

Форма ДХ может быть задана ее значениями в дискретных точках β_r, что соответствует линейным ограничениями вида

$$\sum_{i=1}^{n} K_i f_i(\beta_r - \alpha_i) = \varphi_r,$$

где β_r – заданный угол, а φ_r – желаемое значение ДХ в точке β_r.

Представим соотношения (3)–(6) в векторно-матричной форме, для чего используем следующие обозначения:

$$\boldsymbol{K} = \left[K_1; K_2; \ldots K_n\right]^T, \quad \boldsymbol{f}(\vartheta) = \left[f_1(\vartheta - \alpha_1);\ f_2(\vartheta - \alpha_2); \ldots f_n(\vartheta - \alpha_n)\right]^T,$$

где T – символ операции транспонирования. В этом случае дискриминационную характеристику (2) можно представить векторной функцией вида

$$D(\vartheta) = u\boldsymbol{f}^T(\vartheta)\boldsymbol{K}. \tag{7}$$

С учетом четности функции $f(\vartheta)$ введем в рассмотрение матрицу размерности $m \times n$

$$\boldsymbol{P} = \begin{vmatrix} f_1(\alpha_1) & f_2(\alpha_2) & \cdots & f_n(\alpha_n) \\ p_{21} & p_{22} & \cdots & p_{2n} \\ & \vdots & & \\ p_{m1} & p_{m2} & \cdots & p_{mn} \end{vmatrix} \tag{8}$$

и вектор

$$\boldsymbol{\varphi} = \left[\varphi_1; \varphi_2; \ldots \varphi_m\right]^T, \text{ где } \varphi_1 = 0. \tag{9}$$

Тогда уравнения ограничений (4) и (5) в векторной форме принимают вид

$$\boldsymbol{PK} = \boldsymbol{\varphi}. \tag{10}$$

Минимизация суммы (3) $\sum_{i=1}^{n} K_i^2 = \boldsymbol{K}^T\boldsymbol{K}$ осуществляется методом Лагранжа [5] с учетом линейных ограничений (10). В соответствии с этим методом необходимо найти минимум функционала потерь

$$J(\boldsymbol{K}) = \boldsymbol{K}^T\boldsymbol{K} + \boldsymbol{\lambda}^T(\boldsymbol{PK} - \boldsymbol{\varphi}). \tag{11}$$

В выражении (11) m-мерный вектор $\boldsymbol{\lambda} = \left[\lambda_1; \lambda_2; \ldots \lambda_m\right]^T$ является вектором неопределенных множителей Лагранжа. Нахождение весовых коэффициентов $\boldsymbol{K}$ производится путем решения уравнения необходимых (но не достаточных) условий оптимальности $\partial J(\boldsymbol{K})/\partial \boldsymbol{K} = 2\boldsymbol{K} + \boldsymbol{P}^T\boldsymbol{\lambda} = 0$:

$$\boldsymbol{K} = -\frac{1}{2}\boldsymbol{P}^T\boldsymbol{\lambda}. \tag{12}$$

После подстановки формулы (12) в уравнение ограничений (10) получаем соотношение

$$\boldsymbol{PK} = -\frac{1}{2}\boldsymbol{PP}^T\boldsymbol{\lambda} = \boldsymbol{\varphi}.$$

Решение относительно вектора неопределенных множителей $\boldsymbol{\lambda}$ имеет вид

$$\boldsymbol{\lambda} = -2\left(\boldsymbol{PP}^T\right)^{-1}\boldsymbol{\varphi}, \tag{13}$$

где индекс –1 обозначает операцию обращения матрицы. Формула (13) корректна при условии $m = n$, т. е. число ограничений должно быть равно числу лучей антенны, что и предполагается при дальнейшем рассмотрении. Если $m \neq n$, задача становится некорректной и для ее решения потребуется использовать методы регуляризации или псевдообращения [6], что приводит к квазиоптимальному решению.

Подставляя результат (13) в формулу (12), находим выражение для оптимальных весовых коэффициентов

$$\boldsymbol{K} = \boldsymbol{P}^T \left(\boldsymbol{P}\boldsymbol{P}^T \right)^{-1} \boldsymbol{\varphi} . \tag{14}$$

Используя формулу (14) в выражении (7) для дискриминационной характеристики, получаем выражение

$$D(\vartheta) = u\boldsymbol{f}^T(\vartheta)\boldsymbol{P}^T \left(\boldsymbol{P}\boldsymbol{P}^T \right)^{-1} \boldsymbol{\varphi} . \tag{15}$$

Как следует из полученных результатов, оптимальная ДХ аддитивного дискриминатора пропорциональна амплитуде входного сигнала u, что снижает точность углового сопровождения при ее флюктуациях. Устранение этого недостатка возможно в мультипликативных дискриминаторах.

Параметрический синтез ДХ мультипликативных дискриминаторов. Уравнением мультипликативного дискриминатора является отношение

$$z(\vartheta) = \sum_{i=1}^{n} K_i y_i(\vartheta) \Big/ \sum_{j=1}^{n} q_j y_j(\vartheta) ,$$

где $y_i(\vartheta)$ – выходной сигнал i-го луча антенны (1), K_i и q_j – весовые коэффициенты. Дискриминационная характеристика задается выражением

$$D(\vartheta) = u\sum_{i=1}^{n} K_i f_i(\vartheta - \alpha_i) \Big/ u\sum_{j=1}^{n} q_j f_j(\vartheta - \alpha_j) = \sum_{i=1}^{n} l_i(\vartheta) , \tag{16}$$

где $l_i(\vartheta) = f_i(\vartheta - \alpha_i) \Big/ \sum_{j=1}^{n} q_j f_j(\vartheta - \alpha_j)$. Совокупность величин $l_i(\vartheta)$ представим в виде вектора $\boldsymbol{l}(\vartheta) = \left[l_1(\vartheta);\ l_2(\vartheta);\ \ldots\ l_n(\vartheta) \right]^T$. Коэффициент преобразования дискриминатора имеет вид

$$k_д = \left(\sum_{i=1}^{n} K_i l_i'(0) \cdot \sum_{j=1}^{n} q_j l_j(0) - \sum_{i=1}^{n} K_i l_i(0) \cdot \sum_{j=1}^{n} q_j l_j'(0) \right) \Big/ \left(\sum_{j=1}^{n} q_j l_j(0) \right)^2 , \tag{17}$$

где $l_i'(0) = \dfrac{\partial}{\partial \vartheta} l_i(\vartheta) \Big|_{\vartheta=0}$. Полагается, что коэффициенты q_j заданы, а $\boldsymbol{K} = \left[K_1; K_2;\ \ldots K_n \right]^T$ находится из условия формирования ДХ с желаемой формой и характеристиками. Поскольку амплитуда сигнала u входит и в числитель и в знаменатель отношения (16), в мультипликативном дискриминаторе ДХ от амплитуды не зависит. При $n = 2$ ДХ (16) будет соответствовать дискриминатору с суммарно-разностной обработкой сигналов [3].

Следуя изложенному в предыдущем разделе методу синтеза дискриминационных характеристик, в качестве критерия оптимальности при выборе весовых коэффициентов используем выражение (3). Обязательным условием формирования ДХ должно быть равенство

$$\sum_{i=1}^{n} K_i l_i(0) = 0, \tag{18}$$

что соответствует условию (4). Дополнительные ограничения, аналогичные (5), запишем в виде

$$\sum_{i=1}^{n} K_i r_{ij} = \psi_j, \ j = \overline{2,m}, \ i = \overline{1,n}. \tag{19}$$

Введем в рассмотрение матрицу размерности $m \times n$

$$\boldsymbol{R} = \begin{vmatrix} l_1(0) & l_2(0) & \cdots & l_n(0) \\ r_{21} & r_{22} & \cdots & r_{2n} \\ & \vdots & & \\ r_{m1} & r_{m2} & \cdots & r_{mn} \end{vmatrix} \tag{20}$$

и вектор $\boldsymbol{\psi} = \left[\psi_1; \psi_2; \ldots \psi_m\right]^T$, где $\psi_1 = 0$. Тогда по аналогии с синтезом параметров ДХ аддитивного дискриминатора можно записать уравнения для оптимальных весовых коэффициентов

$$\boldsymbol{K} = \boldsymbol{R}^T \left(\boldsymbol{R}\boldsymbol{R}^T\right)^{-1} \boldsymbol{\psi} \tag{21}$$

и ДХ

$$D(\vartheta) = \boldsymbol{l}(\vartheta)\boldsymbol{R}^T \left(\boldsymbol{R}\boldsymbol{R}^T\right)^{-1} \boldsymbol{\psi}. \tag{22}$$

Приведем примеры использования предложенного метода синтеза ДХ.

Результаты моделирования. Полагаем, что форма диаграмм направленности всех лучей одинакова и описывается гауссовой функцией

$$f(\vartheta) = e^{-9,2\vartheta^2}, \tag{23}$$

ширина которой на уровне 0,1 выбрана равной единице, а число лучей и ограничений выбрано равным четырем, т. е. $n = m = 4$ (см. рис. 2).

Первоначально рассмотрим вариант синтеза параметров ДХ аддитивного дискриминатора, который в соответствии с выражениями (2) и (23) выглядит следующим образом:

$$D(\vartheta) = u \sum_{i=1}^{4} K_i e^{-9,2(\vartheta - \alpha_i)^2}. \tag{24}$$

В качестве первого ограничения используем равенство (4), принимающее вид

$$D(0) = \sum_{i=1}^{4} K_i f_i(\alpha_i) = \sum_{i=1}^{4} K_i e^{-9,2\alpha_i^2} = 0,$$

что обеспечивает нулевое значение ДХ в равносигнальном направлении.

Исходя из выражения (24) коэффициент преобразования дискриминатора определяется формулой

$$k_д = \frac{\partial}{\partial \vartheta} D(\vartheta)\Big|_{\vartheta=0} = 18,4u\sum_{i=1}^{4} K_i \alpha_i e^{-9,2\alpha_i^2},\ k_д > 0.$$

Согласно второму ограничению (5) величина коэффициента преобразования должна оставаться постоянной. Это возможно при условии выполнения равенства $18,4\sum_{i=1}^{4} K_i \alpha_i e^{-9,2\alpha_i^2} = 1$, при котором коэффициент преобразования будет равен амплитуде $k_д = u$.

Два следующих ограничительных условия обусловливают выбор ширины ДХ путем задания значений углов ϑ_1, ϑ_2 и определяются формулами (6):

$$\sum_{i=1}^{4} K_i e^{-9,2(\vartheta_1-\alpha_i)^2} = 0,\quad \sum_{i=1}^{4} K_i e^{-9,2(\vartheta_2-\alpha_i)^2} = 0.$$

Моделирование производилось при заданных угловых смещениях лучей, равных $\alpha_1 = -0,3°$, $\alpha_2 = -0,1°$, $\alpha_3 = 0,1°$, $\alpha_4 = 0,3°$. Угол ϑ_1 был выбран равным $-0,5°$, а угол ϑ_2 задавался значениями $0,25$, $0,5$ и $0,75°$, что должно показывать возможность формирования нулевых значений ДХ в заданных направлениях.

Для нахождения оптимальных значений весовых коэффициентов K_i и построения функций ДХ использовались выражения (14) и (15). На рис. 3 изображены кривые относительных значений ДХ $D(\vartheta)/u$ для выбранных параметров.

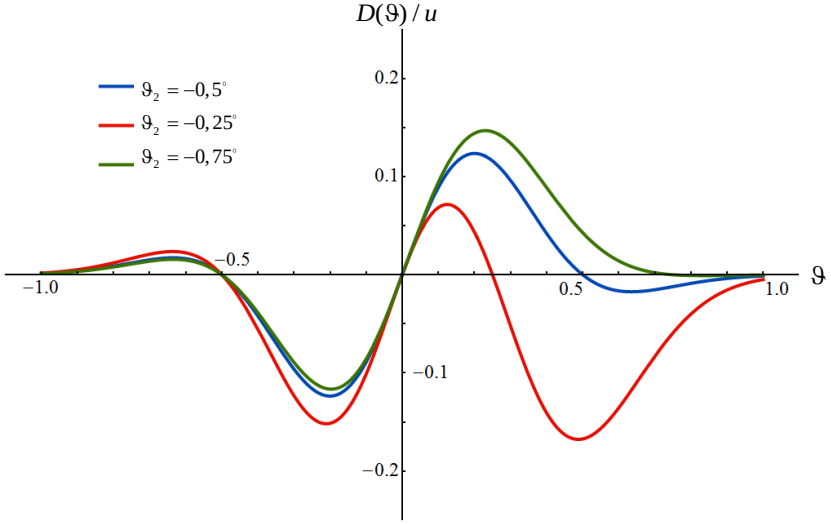


Рис. 3. Дискриминационные характеристики при значениях $\vartheta_1 = -0,5°$ и различных значениях ϑ_2

Для тех же исходных данных проведено моделирование ДХ мультипликативного дискриминатора при значениях $q_i = 1, i = \overline{1,4}$. Выражение для этой характеристики определялось формулой (16), где функция $l_i(\vartheta)$ принимает вид

$$l_i(\vartheta) = D(\vartheta) = e^{-9,2(\vartheta-\alpha_i)^2} \Big/ \sum_{j=1}^{4} e^{-9,2(\vartheta-\alpha_j)^2}. \qquad (25)$$

Критерий оптимальности (3), ограничения (18), (19) и матрица (20) имели ту же структуру, что и в предыдущем случае с заменой функций $f_i(\alpha_i)$ на l_i. Результаты моделирования показаны на рис. 4.

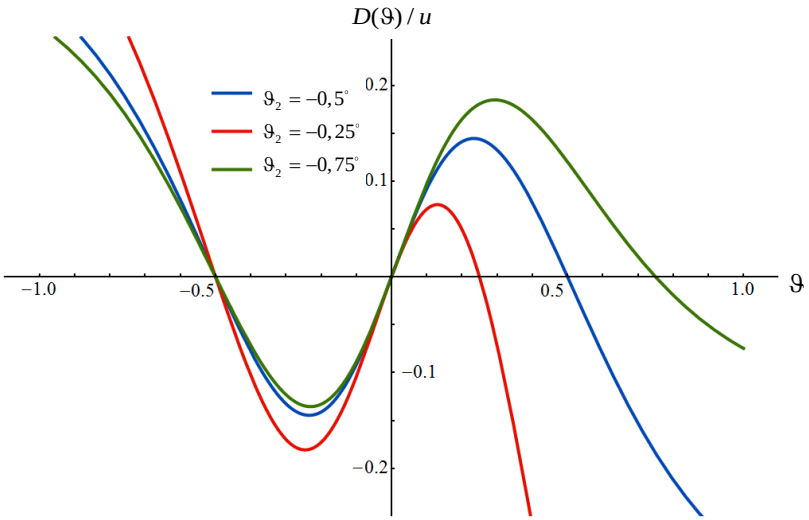


Рис. 4. Дискриминационные характеристики мультипликативного дискриминатора при $\vartheta_1 = -0,5^\circ$ и различных значениях ϑ_2

Масштаб изображенных на рис. 4 функций не зависит от амплитуды u входного сигнала и сохраняет заданную величину коэффициента преобразования в отличие от аддитивного дискриминатора. Характер поведения данных функций вне пределов ширины ДХ значения не имеет, так как выход угловой ошибки за пределы ширины ДХ приводит к срыву слежения, т. е. прекращению работы угломерной системы. Тем не менее снижение уровня функций за пределами ширины ДХ возможно путем выбора значений коэффициентов q_j. Полученные результаты подтверждают возможность формирования ДХ с заданными параметрами.

Заключение. Использование многолучевых РЛС позволило расширить возможности радиолокации путем управления параметрами угловых дискриминаторов в реальном масштабе времени. В работе изложен метод параметрического синтеза дискриминационных характеристик с желаемыми параметрами, такими как коэффициент преобразования, ширина и значения функции в заданных дискретных точках. Сущность метода состоит в весовой обработке сигналов с выходов приемных каналов многолучевой РЛС и нахождении оптимальных весовых коэффициентов на основе выбранного критерия. Желаемые параметры дискриминационной характеристики заданы посредством системы линейных ограничений на значения весовых коэффициентов. Решение осуществлялось методом Лагранжа с учетом линейных ограничений. В частности, для обеспечения требуемого значения коэффициента преобразования дискриминатора и ширины дискриминационной характеристики использовались четыре луча, что позволило получить нулевые значения дискриминационной характеристики в желаемых направлениях с целью подавления помех. При большем числе лучей можно ввести дополнительные линейные ограничения, задающие желаемые значения дискриминационной характеристики в дискретных точках, тем самым влияя на ее форму.

Список использованных источников

1. Черняк, В. С. О новых и старых идеях в радиолокации: MIMO РЛС / В. С. Черняк // Успехи современной радиоэлектроники. – 2011. – № 2. – С. 5–19.

2. Многолучевые радиолокаторы в составе охранных комплексов / под ред. И. К. Антонова. – М. : Радиотехника, 2017. – 210 с.

3. Sherman, S. M. Monopulse Principles and Techniques / S. M. Sherman, D. K. Barton. – Boston : Artech House, 2011. – 395 p.

4. Леонов, А. И. Моноимпульсная радиолокация / А. И. Леонов, К. И. Фомичев. – М. : Сов. радио, 1970. – 392 с.

5. Bunday, B. D. Basic Optimization Methods / B. D. Banday. – London : Hodder Arnold, 1984. – 136 p.

6. Сизиков, В. С. Математические методы обработки результатов измерений / В. С. Сизиков. – СПб. : Политехника, 2001. – 240 с.

References

1. Chernjak V. S. O novyh i staryh idejah v radiolokacii: MIMO RLS [About new and old ideas in radar: MIMO radar]. Uspehi sovremennoj radiojelektroniki [*Successes of Modern Radioelectronics*], 2011, no. 2, pp. 5–19 (in Russian).

2. Antonov I. K. (ed.). Mnogoluchevye radiolokatory v sostave ohrannyh kompleksov. *Multibeam Radars as Part of Security Systems.* Moscow, Radiotehnika, 2017, 210 p. (in Russian).

3. Sherman S. M., Barton D. K. *Monopulse Principles and Techniques*. Boston, Artech House, 2011, 395 p.

4. Leonov A. I., Fomichev K. I. Monoimpul'snaja radiolokacija. *Monopulse Radiolocation.* Moscow, Sovetskoe radio, 1970, 392 p. (in Russian).

5. Bunday B. D. *Basic Optimization Methods.* London, Hodder Arnold, 1984, 136 p.

6. Sizikov V. S. Matematicheskie metody obrabotki rezul'tatov izmerenij. *Mathematical Methods for Measurements Processing*. Saint Petersburg, Politehnika, 2001, 240 p. (in Russian).

Информация об авторах

Артемьев Валентин Михайлович, член-корреспондент Национальной академии наук Беларуси, доктор технических наук, профессор, главный научный сотрудник, Институт прикладной физики НАН Беларуси, Минск, Беларусь.
E-mail: artemiev@iaph.bas-net.by

Наумов Александр Олегович, кандидат физико-математических наук, заведующий лабораторией, Институт прикладной физики НАН Беларуси, Минск, Беларусь.
E-mail: naumov@iaph.bas-net.by

Information about the authors

Valentin M. Artemiev, Corresponding Member of the National Academy of Sciences of Belarus, D. Sci. (Eng.), Professor, Chief Researcher, Institute of Applied Physics of the National Academy of Sciences of Belarus, Minsk, Belarus.
E-mail: artemiev@iaph.bas-net.by

Alexander O. Naumov, Cand. Sci. (Phys.-Math.), Head of Laboratory, Institute of Applied Physics of the National Academy of Sciences of Belarus, Minsk, Belarus.
E-mail: naumov@iaph.bas-net.by

ISSN 1816-0301 (Print)
ISSN 2617-6963 (Online)
УДК 519.872

Поступила в редакцию 26.03.2019
Received 26.03.2019

Принята к публикации 03.05.2019
Accepted 03.05.2019

Стационарные характеристики ненадежной системы массового обслуживания с групповым марковским потоком

В. И. Клименок

Белорусский государственный университет, Минск, Беларусь
E-mail: vklimenok@yandex.ru

Аннотация. Ненадежные системы массового обслуживания представляют значительный интерес как в математическом плане, так и для приложений. В основном рассматриваются системы со стационарными пуассоновскими потоками заявок и поломок и экспоненциально распределенными временами обслуживания и ремонтов. Это обстоятельство значительно упрощает математический анализ соответствующих моделей, но редко выполняется в реальных системах, особенно в телекоммуникационных сетях. Целью исследования является анализ стационарного поведения многолинейной ненадежной системы массового обслуживания с групповым марковским потоком заявок, который учитывает корреляцию и взрывной характер реального трафика. Процессы обслуживания и ремонтов описываются фазовыми распределениями, что позволяет учесть не только средние времена обслуживания и ремонтов, но и дисперсию этих времен. В результате процесс функционирования системы представляется многомерной цепью Маркова. Условие эргодичности этой цепи задается в простом алгоритмическом виде. Предлагается алгоритм вычисления стационарного распределения. Получены формулы для ключевых характеристик производительности системы в терминах стационарного распределения цепи Маркова, описывающей динамику системы. Приведенные результаты могут использоваться для принятия экспертных решений при анализе производительности и проектировании телекоммуникационных сетей различного назначения.

Ключевые слова: система массового обслуживания, ненадежные приборы, групповой марковский поток, фазовое распределение времени обслуживания, стационарное распределение, характеристики производительности

Благодарности. Исследование выполнено в рамках совместного проекта Белорусского республиканского фонда фундаментальных исследований (грант № Ф18Р-136) и Российского фонда фундаментальных исследований (грант № 18-57-00002).

Для цитирования. Клименок, В. И. Стационарные характеристики ненадежной системы массового обслуживания с групповым марковским потоком / В. И. Клименок // Информатика. – 2019. – Т. 16, № 3. – С. 69–78.

Stationary characteristics of unreliable queueing system with a batch Markovian arrival process

Valentina I. Klimenok

Belarusian State University, Minsk, Belarus
E-mail: vklimenok@yandex.ru

Abstract. Unreliable queuing systems are of considerable interest both in mathematical terms and for applications. Systems with stationary Poisson flows of customers and breakdowns and exponentially distributed service and repair times are mainly considered. This circumstance greatly simplifies the mathematical analysis of the corresponding models but rarely occurs in real systems, especially in telecommunications networks. The purpose of this study is to analyze the stationary behavior of a multi-server unreliable queueing system with

a batch Markovian arrival process, which takes into account the correlation and bursty nature of real traffic. The service and repair processes are described by phase type distributions which makes it possible to take into account not only the average service and repair times but also the variance of these times. As a result of the research, the operation of the system is described by a multi-dimensional Markov chain. The condition of ergodicity of this chain is presented in a simple algorithmic form. An algorithm for calculating the stationary distribution is proposed. Formulas for the key performance characteristics of the system are obtained in terms of the stationary distribution of the Markov chain describing the system dynamics. The results can be used to make expert decisions in analyzing the performance and design of various telecommunication networks.

Keywords: queuing system, unreliable servers, batch Markovian arrival process, phase type distribution, stationary distribution, performance characteristics

Acknowledgements. This work has been financially supported by the joint grant of Belarusian Republican Foundation for Fundamental Research (no. F18R-136) and Russian Foundation for Fundamental Research (no. 18-57-00002).

For citation. Klimenok V. I. Stationary characteristics of unreliable queueing system with a batch Markovian arrival process. *Informatics*, 2019, vol. 16, no. 3, pp. 69–78 (in Russian).

Введение. Ссылки на наиболее свежие статьи, посвященные анализу многолинейных систем с ненадежными приборами, можно найти в работах [1–5]. В большинстве публикаций рассматриваются системы со стационарными пуассоновскими потоками заявок и поломок и экспоненциально распределенными временами обслуживания и ремонта, что значительно упрощает математический анализ соответствующих моделей, но редко выполняется на практике. В частности, входящий поток должен учитывать корреляцию и взрывной характер реального трафика. Одной из наиболее подходящих моделей такого трафика является групповой марковский поток (англ. batch Markovian arrival process, $BMAP$), который включает много входных потоков, таких как стационарные пуассоновские, эрланговские, гипер-экспоненциальные, фазового типа, марковские модулированные пуассоновские потоки и их суперпозиции (см., например, [6]). Использование $BMAP$ или его ординарного аналога MAP (Markovian arrival process) вместо стационарного пуассоновского потока позволяет учитывать интенсивность поступления заявок или поломок, а также дисперсию интервалов между поступлениями и возможную корреляцию соседних интервалов между поступлениями. Процессы обслуживания достаточно хорошо могут моделироваться фазовыми распределениями (англ. phase type distribution, *PH*), см., например, [7]. Использование *PH*-распределения вместо экспоненциального позволяет учитывать не только среднее время обслуживания и ремонтов, но и дисперсию этого времени.

В настоящей работе исследована система $BMAP/PH/N$ с MAP поломок и фазовым распределением времени ремонта. Представлены результаты анализа стационарного поведения системы: найдено условие существования стационарного режима, предложен алгоритм вычисления стационарного распределения, получены формулы для вычисления основных характеристик производительности системы через векторы стационарных вероятностей.

Описание системы. Рассматривается *N*-линейная система массового обслуживания с $BMAP$ заявок. $BMAP$ задается управляющим процессом $\nu_t, t \geq 0$, который является неприводимой цепью Маркова с непрерывным временем и конечным пространством состояний $\{0, \dots, W\}$, и матричной производящей функцией $D(z) = \sum_{k=0}^{\infty} D_k z^k, |z| \leq 1$, где матрица D_k описывает интенсивности переходов процесса ν_t, сопровождающиеся генерацией группы из k запросов, $k \geq 0$. Интенсивность поступления заявок (фундаментальная интенсивность $BMAP$) λ определяется как $\lambda = \boldsymbol{\theta} D'(1)\boldsymbol{e}$, где $\boldsymbol{\theta}$ – единственное решение систем $\boldsymbol{\theta} D(1) = \mathbf{0}, \boldsymbol{\theta}\boldsymbol{e} = 1$; $\boldsymbol{e}$ – вектор-столбец, состоящий из единиц. Более подробную информацию о $BMAP$ можно найти в статье [6].

Полагаем, что все приборы одинаковы и независимы друг от друга. Время обслуживания заявки прибором имеет *PH*-распределение с неприводимым представлением $(\boldsymbol{\beta}, S)$. Это означает следующее. Время обслуживания интерпретируется как время, за которое цепь Маркова m_t, $t \geq 0$, с пространством состояний $\{1, \dots, M+1\}$ достигнет единственного поглощающего состояния $M+1$. Переходы цепи m_t, $t \geq 0$, в пространстве несущественных состояний $\{1, \dots, M\}$ задаются субгенератором S, а интенсивности переходов в поглощающее

состояние – вектором $\boldsymbol{S}_0 = -S\boldsymbol{e}$. В начале обслуживания состояние процесса m_t, $t \geq 0$, выбирается из пространства состояний $\{1, \ldots, M\}$ на основании вероятностного вектора-строки $\boldsymbol{\beta}$. Полагаем, что матрица $S + \boldsymbol{S}_0\boldsymbol{\beta}$ неприводимая. Интенсивность обслуживания задается как $\mu = -(\boldsymbol{\beta}S^{-1}\boldsymbol{e})^{-1}$, среднее время обслуживания $b_1 = \mu^{-1}$. Более подробную информацию о PH-распределении можно найти в работе [7].

Если группа заявок обнаруживает, что необходимое для ее обслуживания количество приборов свободно, то каждая из заявок занимает отдельный прибор. Если свободных приборов недостаточно (все приборы заняты или на ремонте), часть заявок (или все заявки) помещается в конец бесконечного буфера в случайном порядке.

Все приборы, не находящиеся на ремонте, подвержены поломкам. Поломки поступают в MAP, который определяется пространством состояний $\{0, 1, \ldots, V\}$ процесса $\eta_t, t \geq 0$, и матричной производящей функцией $H(z) = H_0 + H_1 z$, $|z| \leq 1$. Интенсивность поломок задана равенством $h = \boldsymbol{\vartheta}H_1\boldsymbol{e}$, где $\boldsymbol{\vartheta}$ – единственное решение системы $\boldsymbol{\vartheta}H(1) = \boldsymbol{0}$, $\boldsymbol{\vartheta}\boldsymbol{e} = 1$. Поломки из MAP с одинаковой вероятностью направляются на любой занятый или свободный исправный прибор и вызывают поломку соответствующего прибора. Если поломка застает все приборы в процессе ремонта, то она игнорируется. Когда прибор ломается, ремонт начинается немедленно и имеет PH-распределение с неприводимым представлением $(\boldsymbol{\gamma}, T)$, где у вектора $\boldsymbol{\gamma}$ и матрицы T размерность R. Интенсивности переходов в поглощающее состояние задаются вектором $\boldsymbol{T}_0 = -T\boldsymbol{e}$. Время ремонта прибора не зависит от времени ремонта других приборов и времени обслуживания заявок, занимающих работающие приборы. Интенсивность ремонта $\tau = -(\boldsymbol{\gamma}T^{-1}\boldsymbol{e})^{-1}$.

Заявка, находящаяся на приборе в момент его поломки, занимает любой свободный прибор и продолжает обслуживаться. Если свободных приборов нет, то с вероятностью p она покидает систему и с вероятностью $1 - p$ становится в буфер для повторного обслуживания.

Цепь Маркова, описывающая процесс изменения состояний системы. Введем следующие обозначения:

i_t – количество заявок в очереди, $i_t \geq 0$;

n_t – общее количество занятых обслуживанием и находящихся на ремонте приборов, $n_t = \overline{0, N}$;

r_t – количество приборов, занятых обслуживанием, $r_t = \overline{0, n_t}$;

$m_t^{(j)}$ – состояние управляющего процесса обслуживания на j-м работающем приборе, $m_t^{(j)} = \overline{1, M}$, $j = \overline{1, r_t}$. (Полагаем, что работающие приборы нумеруются в порядке их занятия, т. е. прибор, который начинает обслуживание, нумеруется максимальным числом среди всех занятых приборов. Когда прибор заканчивает работу, происходит перенумерация. В случае когда заявка после поломки прибора занимает свободный прибор, этому прибору назначается номер только что сломавшегося прибора.);

$l_t^{(j)}$ – состояние управляющего процесса ремонта на j-м сломанном приборе, $l_t^{(j)} = \overline{1, R}$, $j = \overline{1, n_t - r_t}$. (Полагаем, что прибор, который только что сломался, получает первый номер среди приборов, находящихся на ремонте, а номера остальных сломанных приборов увеличиваются на единицу. Когда на каком-либо из приборов заканчивается ремонт, остальные приборы перенумеровываются.);

ν_t и η_t – состояния управляющих $BMAP$ и MAP соответственно, $\nu_t = \overline{0, W}$, $\eta_t = \overline{0, V}$.

Процесс изменения состояний системы описывается регулярной неприводимой цепью Маркова с непрерывным временем и пространством состояний:

$$\Omega = \{(i, n, r, \nu, \eta, m^{(1)}, \ldots, m^{(r)}, l^{(1)}, \ldots, l^{(n-r)}),\ i = 0,\ n = \overline{0, N},\ r = \overline{0, n},$$

$$\nu = \overline{0, W},\ \eta = \overline{0, V},\ m^{(1)}, \ldots, m^{(r)} = \overline{1, M}, l^{(1)}, \ldots, l^{(n-r)} = \overline{1, R}\} \cup$$

$$\cup \{(i, n, r, \nu, \eta, m^{(1)}, \ldots, m^{(r)}, l^{(1)}, \ldots, l^{(n-r)}),\ i > 0, n = N, r = \overline{0, N},$$

$$\nu = \overline{0, W}, \eta = \overline{0, V}, m^{(1)}, \dots, m^{(r)} = \overline{1, M}, l^{(1)}, \dots, l^{(n-r)} = \overline{1, R}\}.$$

В дальнейшем будем использовать следующие обозначения:

$\otimes$ ($\oplus$) – кронекерово произведение (сумма) матриц [8];

$A^{\otimes l} = \underbrace{A \otimes \dots \otimes A}_{l}$, $l \geq 1$, $A^{\otimes 0} = 1$;

$A^{\oplus l} = \sum_{m=0}^{l-1} I_{n^m} \otimes A \otimes I_{n^{l-m-1}}$, $l \geq 1$, для матрицы A, у которой n строк;

$\bar{W} = W + 1$; $\bar{V} = V + 1$; $a = \bar{W}\bar{V}$;

$\mathcal{B}^{(n,r)} = I_a \otimes I_{M^r} \otimes \boldsymbol{\beta} \otimes I_{R^{n-r}}$, $r = \overline{0, n}$, $n = \overline{0, N-1}$;

$\mathcal{T}_0^{(n,r)} = I_a \otimes I_{M^r} \otimes \boldsymbol{T}_0^{\oplus n-r}$, $r = \overline{0,\ n}$, $n = \overline{1, N}$;

$\mathcal{S}_0^{(n,r)} = I_a \otimes \boldsymbol{S}_0^{\oplus r} \otimes I_{R^{n-r}}$, $r = \overline{1, n}$, $n = \overline{1, N}$;

$\mathcal{C}^{(n,r)} = D_0 \oplus H_0 \oplus S^{\oplus r} \oplus T^{\oplus n-r}$, $r = \overline{0, n}$, $n = \overline{0, N-1}$, $i \geq 0$;

$\mathcal{C}^{(N,r)} = D_0 \oplus H(1) \oplus T^{\oplus N}$, если $r = 0$; $D_0 \oplus H_0 \oplus S^{\oplus r} \oplus T^{\oplus N-r}$, если $r = \overline{1, N}$;

$d^{(n,l)} = a \sum_{t=0}^{\min\{N,n+l\}-n-1} M^t R^{\min\{N,n+l\}-t}$, $n = \overline{0, N}$, $l \geq 0$;

$\mathcal{H}^{(n,r)} = I_{\bar{W}} \otimes H_1 \otimes I_{M^r} \otimes \boldsymbol{\gamma} \otimes I_{R^{n-r}}$, $r = \overline{0, n}$, $n = \overline{0, N-1}$;

$\mathcal{H}^{(N,r)} = \frac{1}{r} I_{\bar{W}} \otimes H_1 \otimes (\boldsymbol{e}_M)^{\oplus r} \otimes \boldsymbol{\gamma} \otimes I_{R^{N-r}}$, $r = \overline{1, N}$;

$\mathcal{H}^{(N,0)} = O$;

$\mathcal{D}_l^{(n,r)} = D_l \otimes I_{\bar{V}} \otimes I_{M^r} \otimes \boldsymbol{\beta}^{\otimes \min\{l, N-n\}} \otimes I_{R^{n-r}}$, $r = \overline{0, n}$, $n = \overline{0, N}$, $l \geq 0$;

$\delta_{i,j}$ – символ Кронекера.

Далее полагаем, что состояния цепи Маркова $\xi_t, t \geq 0$, перенумерованы в лексикографическом порядке. Обозначим через $Q_{i,j}$ интенсивности переходов процесса $\xi_t, t \geq 0$, из состояний, соответствующих значению i счетной компоненты, в состояния, соответствующие значению j этой компоненты. Тогда генератор запишется в виде блочной матрицы $Q = \left(Q_{i,j}\right)_{i,j \geq 0}$. Детальное описание генератора приведено в следующей лемме.

Лемма. Инфинитезимальный генератор Q цепи Маркова ξ_t, $t \geq 0$, представляет собой блочную структуру

$$Q = \begin{pmatrix} \Phi_0 & \Phi_1 & \Phi_2 & \Phi_3 & \cdots \\ \tilde{Q}_{-1} & Q_0 & Q_1 & Q_2 & \cdots \\ O & Q_{-1} & Q_0 & Q_1 & \cdots \\ O & O & Q_{-1} & Q_0 & \cdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots \end{pmatrix},$$

где ненулевые блоки задаются следующим образом:

$$\Phi_0 = \begin{pmatrix} \mathcal{C}_0 & \mathcal{D}_{0,1} & \mathcal{D}_{0,2} & \cdots & \mathcal{D}_{0,N-1} & \mathcal{D}_{0,N} \\ \mathcal{A}_1 & \mathcal{C}_1 & \mathcal{D}_{1,2} & \cdots & \mathcal{D}_{1,N-1} & \mathcal{D}_{1,N} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ O & O & O & \cdots & \mathcal{C}_{N-1} & \mathcal{D}_{N-1,N} \\ O & O & O & \cdots & \mathcal{A}_N & \mathcal{C}_N \end{pmatrix} + \mathcal{H} + p\overline{\mathcal{H}},$$

$$\mathcal{A}_n = \begin{pmatrix} \mathcal{T}_0^{(n,0)} & O & \cdots & O \\ \mathcal{S}_0^{(n,1)} & \mathcal{T}_0^{(n,1)} & \cdots & O \\ O & \mathcal{S}_0^{(n,2)} & \cdots & O \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ O & O & \cdots & \mathcal{S}_0^{(n,n)} \end{pmatrix}, n = \overline{1,N}, \quad \mathcal{C}_n = diag\{\mathcal{C}^{(n,r)}, r = \overline{0,n}\}, n = \overline{0,N},$$

$$\mathcal{H} = \begin{pmatrix} O_a & \widetilde{\mathcal{H}}_0 & 0 & \cdots & O & O \\ O & O_{a\sum_{r=0}^{1} M^r R^{1-r}} & \widetilde{\mathcal{H}}_1 & \cdots & O & O \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \\ O & O & O & \cdots & O_{a\sum_{r=0}^{N-1} M^r R^{N-1-r}} & \widetilde{\mathcal{H}}_{N-1} \\ O & O & O & \cdots & O & O_K \end{pmatrix},$$

$$\overline{\mathcal{H}} = \begin{pmatrix} O & O & \cdots & O & O \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ O & O & \cdots & O & O \\ O & O & \cdots & O & \mathcal{H}_N \end{pmatrix},$$

$$\widetilde{\mathcal{H}}_n = \left(H_n \quad | \quad O_{(a\sum_{r=0}^{n} M^r R^{n-r}) \times (aM^{n+1})}\right), n = \overline{0, N-1},$$

$$\mathcal{H}_n = \begin{pmatrix} \mathcal{H}^{(n,0)} & O & \cdots & O & O \\ O & \mathcal{H}^{(n,1)} & \cdots & O & O \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ O & O & \cdots & O & \mathcal{H}^{(n,n)} \end{pmatrix}, \quad n = \overline{0, N-1},$$

$$\mathcal{H}_N = \begin{pmatrix} O_{aR^N} & O & \cdots & O & O \\ \mathcal{H}^{(N,1)} & O & \cdots & O & O \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ O & O & \cdots & \mathcal{H}^{(N,N)} & O_{aM^N} \end{pmatrix},$$

$$\mathcal{D}_{n,n+l} = \begin{pmatrix} O_{aR^n \times d^{(n,l)}} & \mathcal{D}_l^{(n,0)} & O & \cdots & O \\ O & O & \mathcal{D}_l^{(n,1)} & \cdots & O \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ O & O & O & \cdots & \mathcal{D}_l^{(n,n)} \end{pmatrix}, n = \overline{0, N}, l \geq 0,$$

$$\Phi_k = \begin{pmatrix} \mathcal{D}_{0,N+k} \\ \mathcal{D}_{1,N+k} \\ \vdots \\ \mathcal{D}_{N,N+k} \end{pmatrix} + \delta_{1,k}(1-p) \begin{pmatrix} O \\ \vdots \\ O \\ \mathcal{H}_N \end{pmatrix}, \; k \geq 1, \quad \tilde{Q}_{-1} = \left(O_{K \times (K_0 - K)} \;\; \mathcal{A}_N \mathcal{B}_{N-1}\right),$$

$$\mathcal{B}_n = \begin{pmatrix} O_{aR^n \times aR^{n+1}} & \mathcal{B}^{(n,0)} & O & \cdots & O \\ O & O & \mathcal{B}^{(n,1)} & \cdots & O \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ O & O & O & \cdots & \mathcal{B}^{(n,n)} \end{pmatrix}, n = \overline{0, N-1};$$

$$Q_{-1} = \mathcal{A}_N \mathcal{B}_{N-1}, \quad Q_0 = \mathcal{C}_N + p\mathcal{H}_N, \quad Q_k = \mathcal{D}_{N,N+k} + \delta_{1,k}(1-p)\mathcal{H}_N, k \geq 1.$$

Лемма доказывается путем анализа всевозможных переходов рассматриваемой цепи Маркова на бесконечно малом интервале времени.

Следствие. *Цепь Маркова* $\xi_t,\ t \geq 0$, *принадлежит классу многомерных квазитеплицевых цепей Маркова с непрерывным временем.*

Доказательство следует из вида генератора Q и определения квазитеплицевой цепи Маркова, приведенного в работе [9].

Условие эргодичности. Стационарное распределение. Условие эргодичности совпадает в случае рассматриваемой цепи Маркова с условием существования стационарного режима в системе и формулируется в следующей теореме.

Теорема. *Неодходимым и достаточным условием эргодичности цепи Маркова* $\xi_t,\ t \geq 0$, *является выполнение неравенства*

$$\lambda + (1-p)\sum_{r=1}^{N} \boldsymbol{x}_r^{(1)} H_1 \boldsymbol{e} < \sum_{r=0}^{N-1} \boldsymbol{x}_r^{(2)} \boldsymbol{T}_0^{\oplus N-r} \boldsymbol{e} + \sum_{r=1}^{N} \boldsymbol{x}_r^{(3)} \boldsymbol{S}_0^{\oplus r} \boldsymbol{e}, \tag{1}$$

где

$$\boldsymbol{x}_r^{(1)} = \boldsymbol{x}_r(I_{\overline{V}} \otimes \boldsymbol{e}_{M^r R^{N-r}}), \boldsymbol{x}_r^{(2)} = \boldsymbol{x}_r(\boldsymbol{e}_{\overline{V} I_{M^r}} \otimes I_{R^{N-r}}),\ \boldsymbol{x}_r^{(3)} = \boldsymbol{x}_r(\boldsymbol{e}_{\overline{V}} \otimes I_{M^r} \otimes \boldsymbol{e}_{R^{N-r}}),$$

а вектор $\boldsymbol{x} = (\boldsymbol{x}_0, \boldsymbol{x}_1, \ldots, \boldsymbol{x}_N)$ *есть единственное решение системы линейных алгебраических уравнений*

$$(1-\delta_{r,0})\boldsymbol{x}_{r-1}[I_{\overline{V}} \otimes I_{M^{r-1}} \otimes \boldsymbol{\beta} \otimes \boldsymbol{T}_0^{\oplus N-r+1}] +$$

$$+\boldsymbol{x}_r[I_{\overline{V}} \otimes \boldsymbol{S}_0^{\oplus r} \otimes \boldsymbol{\beta} \otimes I_{R^{N-r}} + H \otimes (S^{\oplus r} \oplus T^{\oplus N-r})] +$$

$$+(1-\delta_{r,N})\boldsymbol{x}_{r+1}[\frac{1}{r+1} H_1 \otimes (\boldsymbol{e}_M)^{\oplus r+1} \otimes \boldsymbol{\gamma} \otimes I_{R^{N-r-1}}] = \boldsymbol{0}, r = \overline{0, N},$$

$$\sum_{k=0}^{N} \boldsymbol{x}_r \boldsymbol{e} = 1. \tag{2}$$

Доказательство. Как следует из работы [9], необходимое и достаточное условие эргодичности квазитеплицевой цепи Маркова $\xi_t, t \geq 0$, может быть сформулировано в терминах блоков генератора Q:

$$\boldsymbol{y}\sum_{k=0}^{\infty} (k+1) Q_k \boldsymbol{e} < 0, \tag{3}$$

где вектор $\boldsymbol{y}$ есть единственное решение системы линейных алгебраических уравнений

$$\boldsymbol{y}\sum_{k=-1}^{\infty} Q_k = \boldsymbol{0},\ \boldsymbol{y}\boldsymbol{e} = 1. \tag{4}$$

Неравенство (3) и система (4) могут быть переписаны, если учесть выражения для Q_k, полученные в лемме. Тогда получим условие эргодичности в виде неравенства

$$\boldsymbol{y}[\sum_{k=1}^{\infty} kD_{N,N+k}\boldsymbol{e} + (2-p)H_N\boldsymbol{e} + C_N\boldsymbol{e} + \sum_{k=1}^{\infty} D_{N,N+k}\boldsymbol{e}] < 0, \tag{5}$$

где вектор $\boldsymbol{y}$ есть единственное решение системы линейных алгебраических уравнений

$$\boldsymbol{y}\left[A_N B_{N-1} + C_N + H_N + \sum_{k=1}^{\infty} D_{N,N+k}\right] = \mathbf{0},\ \boldsymbol{y}\boldsymbol{e} = 1. \tag{6}$$

Пусть вектор $\boldsymbol{y}$ задан в виде

$$\boldsymbol{y} = (\boldsymbol{\theta} \otimes \boldsymbol{x}_0, \boldsymbol{\theta} \otimes \boldsymbol{x}_1, \ \ldots, \boldsymbol{\theta} \otimes \boldsymbol{x}_N), \tag{7}$$

где векторы $\boldsymbol{x}_r$ имеют порядок $\bar{V}M^r R^{N-r}$, $r = \overline{0,N}$.

Подставляя в (5), (6) выражения для матриц $D_{N,N+k}, H_N, C_N, D_{N,N+k}$, вектор $\boldsymbol{y}$ в виде (7) и учитывая соотношения $\sum_{k=0}^{\infty} kD_k\boldsymbol{e} = \lambda$, $\sum_{k=0}^{\infty} D_k\boldsymbol{e} = \mathbf{0}$ и $(H_0 + H_1)\boldsymbol{e} = \mathbf{0}$, сведем систему (6) к виду (2), а неравенство (5) – к выражению

$$\lambda + (1-p)\sum_{r=1}^{N} \boldsymbol{x}_r[\tfrac{1}{r} H_1 \otimes (\boldsymbol{e}_M)^{\oplus r} \otimes \boldsymbol{\gamma} \otimes I_{R^{N-r}}]\boldsymbol{e} + \sum_{r=0}^{N} \boldsymbol{x}_r \times$$
$$\times [I_{\bar{V}} \otimes (S^{\oplus r} \oplus T^{\oplus N-r})]\boldsymbol{e} < 0. \tag{8}$$

Применяя в выражении (8) правило смешанного произведения, получим неравенство (1). Таким образом, теорема доказана.

Далее будем предполагать, что неравенство (1) выполняется. Пусть $\boldsymbol{p}_i$ есть вектор-строка упорядоченных в лексикографическом порядке стационарных вероятностей, соответствующих значению i первой компоненты цепи ξ_t, $i \geq 0$. Чтобы вычислить векторы $\boldsymbol{p}_i$, $i \geq 0$, используется следующий численно устойчивый алгоритм вычисления стационарных вероятностей, который был представлен в работе [9] для многомерных квазитеплицевых цепей Маркова общего вида:

Шаг 1. Вычисляем матрицу G как минимальное неотрицательное решение матричного уравнения

$$\sum_{n=-1}^{\infty} Q_n G^{n+1} = O.$$

Шаг 2. Находим матрицу G_1, используя уравнение

$$Q_{-1} + \sum_{n=0}^{\infty} Q_n G^n G_1 = O,$$

откуда следует, что $G_1 = -(\sum_{n=0}^{\infty} Q_n G^n)^{-1} Q_{-1}$.

Шаг 3. Вычисляем матрицу G_0, используя уравнение

$$\tilde{Q}_{-1} + (Q_0 + \sum_{n=1}^{\infty} Q_n G^{n-1} G_1) G_0 = O,$$

откуда следует, что $G_0 = -(Q_0 + \sum_{n=1}^{\infty} Q_n G^{n-1} G_1)^{-1} \tilde{Q}_{-1}$.

Шаг 4. Находим матрицы

$$\bar{Q}_{i,l} = \begin{cases} \Phi_l + \sum_{n=l+1}^{\infty} \Phi_n G_{n-1} G_{n-2} \ldots G_l, i = 0, l \geq 0; \\ Q_{l-i} + \sum_{n=l+1}^{\infty} Q_{n-i} G_{n-1} G_{n-2} \ldots G_l, i \geq 1, l \geq i, \end{cases}$$

где $G_i = G$, $i \geq 2$.

Шаг 5. Вычисляем матрицы F_l, используя рекуррентную формулу

$$F_l = (\bar{Q}_{0,l} + \sum_{i=1}^{l-1} \Phi_i \bar{Q}_{i,l})(-\bar{Q}_{l,l})^{-1}, l \geq 1.$$

Шаг 6. Получаем вектор $\boldsymbol{p}_0$ как единственное решение системы:

$$\boldsymbol{p}_0\bar{Q}_{0,0} = \mathbf{0}, \quad \boldsymbol{p}_0(\boldsymbol{e}_{K_0} + \sum_{l=1}^{\infty} F_l\boldsymbol{e}_K) = 1.$$

Шаг 7. Вычисляем векторы $\boldsymbol{p}_l$ по формуле $\boldsymbol{p}_l = \boldsymbol{p}_0F_l$, $l \geq 1$.

Характеристики производительности. Определив стационарное распределение $\boldsymbol{p}_i$, $i \geq 0$, можно найти различные вероятностные характеристики производительности системы. Нетривиальные характеристики приводим вместе с краткими пояснениями:

1. Среднее число заявок в очереди $L_{queue} = \sum_{i=1}^{\infty} i\boldsymbol{p}_i\boldsymbol{e}$.

2. Среднее число занятых приборов $N_{busy} = \boldsymbol{p}_0 diag\{\hat{I}_n, n = \overline{0,N}\}e + \sum_{i=1}^{\infty} \boldsymbol{p}_i\hat{I}_N\boldsymbol{e}$, где $\hat{I}_n = diag\{rI_{aM^rR^{n-r}}, r = \overline{0,n}\}$, $n = \overline{0,N}$.

3. Среднее число заявок в системе $L = L_{queue} + N_{busy}$.

4. Среднее число приборов, находящихся на ремонте, $N_{repair} = \boldsymbol{p}_0 diag\{nI - \hat{I}_n, n = \overline{0,N}\}\boldsymbol{e} + + \sum_{i=1}^{\infty} \boldsymbol{p}_i(NI - \hat{I}_N)\boldsymbol{e}$.

5. Среднее число доступных приборов $N_{idle} = \boldsymbol{p}_0 diag\{(N-n)I_{a\sum_{r=0}^{n} M^rR^{n-r}}, n = \overline{0,N}\}\boldsymbol{e}$.

6. Вероятность застать r занятых приборов, $(n-r)$ приборов на ремонте и i заявок в очереди:

$$p_0(n,r) = \boldsymbol{p}_0 I_0^{(n,r)}\boldsymbol{e}, i = 0, r = \overline{0,n}, n = \overline{0,N};$$

$$p_i(n,r) = \boldsymbol{p}_i I^{(n,r)}\boldsymbol{e}, i > 0, \ r = \overline{0,n}, n = \overline{0,N}.$$

Здесь матрица $I_0^{(n,r)}$ размерности K_0 и матрица $I^{(n,r)}$ размерности K определяются следующим образом:

$$I_0^{(n,r)} = \begin{pmatrix} O_{d\times aM^rR^{n-r}} \\ I_{aM^rR^{n-r}} \\ O \end{pmatrix}, \quad I^{(n,r)} = \begin{pmatrix} O_{a\sum_{l=0}^{r-1} M^lR^{n-l}} \\ I_{aM^rR^{n-r}} \\ O \end{pmatrix},$$

где

$$d = a(\sum_{l=0}^{n-1} \sum_{k=0}^{l} M^lR^{l-k} + \sum_{k=0}^{r-1} M^kR^{n-k}).$$

Заметим, что матрица $I_0^{(n,r)}(I^{(n,r)})$ выделяет часть вектора $\boldsymbol{p}_0(\boldsymbol{p}_i, i > 0)$, соответствующую r занятым приборам и $(n-r)$ приборам на ремонте.

7. Вероятность застать j доступных приборов и i заявок на орбите $p_i^{(idle)}(j) = = \boldsymbol{p}_0 \sum_{r=0}^{N-j} I_0^{(N-j,r)}\boldsymbol{e}, j = \overline{0,N}$.

8. Вероятность застать j доступных приборов $p^{(idle)}(j) = \sum_{i=0}^{\infty} p_i^{(idle)}(j), j = \overline{0,N}$.

9. Вероятность того, что произвольная поступившая заявка застанет r занятых приборов, $(n-r)$ приборов на ремонте и i заявок в очереди:

$$p_0^{(a)}(n,r) = \frac{\boldsymbol{p}_0 I_0^{(n,r)}(\sum_{k=1}^{\infty} kD_k \otimes I_{aM^rR^{n-r}})\boldsymbol{e}}{\lambda}, \ i = 0, \ r = \overline{0,n}, \ n = \overline{0,N}; \tag{9}$$

$$p_i^{(a)}(n,r) = \frac{\boldsymbol{p}_i I^{(n,r)}(\sum_{k=1}^{\infty} kD_k \otimes I_{aM^rR^{n-r}})\boldsymbol{e}}{\lambda}, \ r = \overline{0,n}, \ n = \overline{0,N}, \ i \geq 1. \tag{10}$$

Числители в формулах (9), (10) есть интенсивности поступающих заявок, которые застают r занятых приборов, $(n-r)$ приборов на ремонте и i заявок на орбите, λ – интенсивность всех заявок, поступающих в $BMAP$. Отношение этих интенсивностей дает вероятность $p_i^{(a)}(n,r)$, $i \geq 0$.

10. Вероятность того, что произвольная заявка застанет j доступных приборов:

$$p_{idle}^{(a)}(j) = \lambda^{-1}\boldsymbol{p}_0 \sum_{r=0}^{N-j} I_0^{(N-j,r)}(\sum_{k=1}^{\infty} kD_k \otimes I_{aM^rR^{N-j-r}})\boldsymbol{e}, j = \overline{0,N}. \tag{11}$$

Выражение (11) получено по аналогии с формулами (9) и (10).

11. Вероятность того, что произвольная поступившая заявка застанет свободный прибор:

$$P_{imm} = \lambda^{-1}\boldsymbol{p}_0 \sum_{j=1}^{N} \sum_{r=0}^{N-j} I_0^{(N-j,r)} \Big(\sum_{k=0}^{j} (k-j) D_k \otimes I_{\overline{V}M^r R^{N-r-j}}\Big)\boldsymbol{e}. \quad (12)$$

При естественном предположении, что позиции заявок в поступающей группе равномерно распределены, интенсивность поступающих заявок, которым удалось занять прибор сразу же после поступления, вычисляется по формуле

$$\boldsymbol{p}_0 \sum_{j=1}^{N} \sum_{r=0}^{N-j} I_0^{(N-j,r)} \left(\Big(\sum_{k=0}^{j} kD_k + j\sum_{k=j+1}^{\infty} D_k\Big) \otimes I_{\overline{V}M^r R^{N-r-j}}\right)\boldsymbol{e}.$$

Разделив эту интенсивность на λ и принимая во внимание соотношение $\sum_{k=j+1}^{\infty} D_k\boldsymbol{e} = -\sum_{k=0}^{j} D_k\boldsymbol{e}$, получаем выражение (12).

12. Вероятность потери произвольной заявки

$$P_{loss} = p\,\frac{\boldsymbol{p}_0 \sum_{r=1}^{N} I_0^{(N,r)} \widehat{H}_r e + \sum_{i=1}^{\infty} \boldsymbol{p}_i \sum_{r=1}^{N} I^{(N,r)} \widehat{H}_r \boldsymbol{e}}{\lambda}, \quad (13)$$

где $\widehat{H}_r = I_{\overline{W}} \otimes H_1 \otimes I_{M^r R^{N-r}}$. Чтобы вывести формулу (13), использовались следующие рассуждения. Значение $\boldsymbol{p}_0 \sum_{r=1}^{N} I_0^{(N,r)} \widehat{H}_r \boldsymbol{e} + \sum_{i=1}^{\infty} \boldsymbol{p}_i \sum_{r=1}^{N} I^{(N,r)} \widehat{H}_r \boldsymbol{e}$ есть интенсивность поломок, которые поступают, когда нет свободных приборов и как минимум один прибор занят. Каждая такая поломка приводит к потере заявки с вероятностью p. Числитель в выражении (13) есть интенсивность заявок, которые покидают систему навсегда и которые следует рассматривать как потерянные. Отношение этой интенсивности к интенсивности λ входящего потока дает вероятность P_{loss}.

Альтернативная формула для P_{loss} может быть записана в следующем виде:

$$P_{loss} = 1 - \frac{\Big[\boldsymbol{p}_0 \sum_{n=1}^{N-1} \sum_{r=1}^{n} I_0^{(N,r)} + \sum_{i=1}^{\infty} \boldsymbol{p}_i \sum_{r=1}^{N} I^{(N,r)}\Big]\Big(I_a \otimes \boldsymbol{S}_0^{\oplus r} \otimes I_{R^{N-r}}\Big)\boldsymbol{e}}{\lambda}, \quad (14)$$

где числитель вычитаемого есть интенсивность выходящего потока обслуженных заявок, а знаменатель – интенсивность λ входящего потока. Тогда вычитаемое представляет собой вероятность того, что произвольная заявка не будет потеряна, а правая часть формулы (14) – вероятность потери произвольной заявки.

Заключение. В статье приведены результаты исследования ненадежной многолинейной системы массового обслуживания с довольно общими предположениями о процессах поступления заявок и поломок, распределении времен обслуживания и ремонтов. Процесс функционирования системы описан многомерной цепью Маркова. Условие эргодичности этой цепи, совпадающее с условием существования стационарного режима в системе, представлено в простой алгоритмической форме. Предложен алгоритм вычисления стационарного распределения. Получены формулы для ключевых характеристик производительности системы. Результаты исследования являются новыми в математическом плане и могут использоваться для поддержки экспертных решений при анализе производительности и проектировании телекоммуникационных сетей и систем.

Список использованных источников

1. Reliability-based measures for a retrial system with mixed standby components / C. C. Kuoa [et al.] // Applied Mathematical Modelling. – 2014. – Vol. 38. – P. 4640–4651.

2. Modeling of multi-server repair problem with switching failure and reboot delay and related profit analysis / Y. L. Hsu [et al.] // Computers and Industrial Engineering. – 2014. – Vol. 69. – P. 21–28.

3. Wu, C. H. Multi-server machine repair problems under a (*V*, *R*) synchronous single vacation policy / C. H. Wu, J. C. Ke // Applied Mathematical Modelling. – 2014. – Vol. 38. – P. 2180–2189.

4. Klimenok, V. I. A *BMAP*/*PH*/*N* queue with negative customers and partial protection of service / V. I. Klimenok, A. N. Dudin // Communications in Statistics – Simulation and Computation. – 2012. – Vol. 41. – P. 1062–1082.

5. Priority retrial queueing model operating in random environment with varying number and reservation of servers / A. Dudin [et al.] // Applied Mathematics and Computations. – 2015. – Vol. 269. – P. 674–690.

6. Lucantoni, D. New results on the single server queue with a batch Markovian arrival process / D. Lucantoni // Communications in Statistics. Stochastic Models. – 1991. – Vol. 7. – P. 1–46.

7. Neuts, M. F. Matrix-Geometric Solutions in Stochastic Models / M. F. Neuts. – Baltimore : The Johns Hopkins University Press, 1981. – 352 p.

8. Graham, A. Kronecker Products and Matrix Calculus with Applications / A. Graham. – Cichester : Ellis Horwood, 1981. – 130 p.

9. Klimenok, V. I. Multi-dimensional asymptotically quasi-Toeplitz Markov chains and their application in queueing theory / V. I. Klimenok, A. N. Dudin // Queueing Systems. – 2006. – Vol. 54. – P. 245–259.

References

1. Kuoa C. C., Sheub S. H., Ke J. C., Zhang Z. G. Reliability-based measures for a retrial system with mixed standby components. *Applied Mathematical Modelling*, 2014, vol. 38, pp. 4640–4651.

2. Hsu Y. L., Ke J. C., Liu T. H., Wu C. H. Modeling of multi-server repair problem with switching failure and reboot delay and related profit analysis. *Computers and Industrial Engineering*, 2014, vol. 69, pp. 21–28.

3. Wu C. H., Ke J. C. Multi-server machine repair problems under a (*V*, *R*) synchronous single vacation policy. *Applied Mathematical Modelling*, 2014, vol. 38, pp. 2180–2189.

4. Klimenok V. I., Dudin A. N. A *BMAP*/*PH*/*N* queue with negative customers and partial protection of service. *Communications in Statistics – Simulation and Computation*, 2012, vol. 41, pp. 1062–1082.

5. Dudin A., Kim C. S., Dudin S., Dudina O. Priority retrial queueing model operating in random environment with varying number and reservation of servers. *Applied Mathematics and Computations*, 2015, vol. 269, pp. 674–690.

6. Lucantoni D. New results on the single server queue with a batch Markovian arrival process. Communications in Statistics. Stochastic Models, 1991, vol. 7, pp. 1–46.

7. Neuts M. F. *Matrix-Geometric Solutions in Stochastic Models*. Baltimore, The Johns Hopkins University Press, 1981, 352 p.

8. Graham A. *Kronecker Products and Matrix Calculus with Applications*. Cichester, Ellis Horwood, 1981, 130 p.

9. Klimenok V. I., Dudin A. N. Multi-dimensional asymptotically quasi-Toeplitz Markov chains and their application in queueing theory. *Queueing Systems*, 2006, vol. 54, pp. 245–259.

Информация об авторе

Клименок Валентина Ивановна, доктор физико-математических наук, профессор, главный научный сотрудник научно-исследовательской лаборатории прикладного вероятностного анализа, Белорусский государственный университет, Минск, Беларусь.
E-mail: vklimenok@yandex.ru

Information about the author

Valentina I. Klimenok, Dr. Sci. (Phys.-Math.), Professor, Chief Researcher of the Research Laboratory of Applied Probabilistic Analysis, Belarusian State University, Minsk, Belarus.
E-mail: vklimenok@yandex.ru

ISSN 1816-0301 (Print)
ISSN 2617-6963 (Online)
УДК 004.912

Поступила в редакцию 03.06.2019
Received 03.06.2019

Принята к публикации 18.06.2019
Accepted 18.06.2019

Веб-поиск и адресное распространение информации на основе моделирования вербальных ассоциаций

С. Ф. Липницкий

Объединенный институт проблем информатики
Национальной академии наук Беларуси, Минск, Беларусь
E-mail: lipn@newman.bas-net.by

Аннотация. Предлагается математическая модель процессов сканирования веб-сайтов и адресного (избирательного) распространения найденной текстовой информации по запросам пользователей в виде их информационных профилей, т. е. накопленных архивов релевантных интернет-публикаций. Функциональными компонентами такой информационной системы являются подсистемы индексирования текстов, архивов пользователей и кратких сообщений, сканирования веб-страниц и адресной рассылки текстов и кратких сообщений пользователям. Индексирование текстов, архивов пользователей и кратких сообщений сводится к построению их вербально-ассоциативных сетей. В состав подсистемы индексирования входит совокупность лингвистических словарей для вычисления информативности слов и вербально-ассоциативных связей между ними. Словари формируются на основе использования публикаций из архивов пользователей. Сканирование веб-страниц осуществляется на основе программных решений в виде специализированных агентов, основная задача которых – систематическое получение и накопление новых данных из обновленных страниц. Сканирование реализуется в порядке, определяемом специальным упорядочивающим отношением, которое задается на множестве веб-страниц каждого сканируемого веб-сайта. Рассылка найденных публикаций происходит путем сравнения вербально-ассоциативных сетей этих публикаций и информационных профилей пользователей в виде поисковых образов.

Ключевые слова: веб-поиск, вербально-ассоциативные связи, информационный профиль, лингвистические словари, математическая модель, релевантность

Для цитирования. Липницкий, С. Ф. Веб-поиск и адресное распространение информации на основе моделирования вербальных ассоциаций / С. Ф. Липницкий // Информатика. – 2019. – Т. 16, № 3. – С. 79–88.

Web-search and address distribution of information on the basis of modeling of verbal associations

Stanislav F. Lipnitsky

The United Institute of Informatics Problems
of the National Academy of Sciences of Belarus, Minsk, Belarus
E-mail: lipn@newman.bas-net.by

Abstract. A mathematical model is proposed for the processes of websites scanning and addressing (selective) distribution of the text information found after the request of users in the form of their information profiles, i. e. accumulated archives of relevant Internet publications. The functional components of such an information system are three subsystems: the subsystem of texts indexing, user archives and short messages; web page scanning subsystem; the subsystem of address distribution of texts and short messages to users. Indexing the texts, archives of users and short messages is reduced to the construction of their verbal-associative networks. The indexing subsystem includes a set of linguistic dictionaries for calculating the informational content of words and verbal-associative links between them. Dictionaries are formed based on the use of publications from user's archives. Scanning the web pages is carried out on the basis of software solutions in the form of

specialized agents, whose main task is to obtain systematically and accumulate new data from updated pages. Scanning is implemented as the sequence determined by a special ordering relationship, which is fixed on the set of web pages of each web site scanned. Distribution of found publications occurs by comparing the verbal-associative networks of these publications and users' information profiles in the form of search images.

Keywords: web-search, verbal-associative network, information profile, linguistic dictionaries, mathematical model, relevance

For citation. Lipnitsky S. F. Web-search and address distribution of information on the basis of modeling of verbal associations. *Informatics*, 2019, vol. 16, no. 3, pp. 79–88 (in Russian).

Введение. Адресное (избирательное) распространение информации – это индивидуальное информирование о новых публикациях с учетом информационных потребностей пользователей. Первые информационные системы подобного назначения появились более полувека назад [1]. В них использовались главным образом ручные методы поиска и распространения информации. В настоящее время этот вид информационного обслуживания приобретает особую актуальность в связи с существованием большого количества интернет-сервисов, основанных на веб-технологиях [2].

К системам адресного распространения информации предъявляется ряд требований [3]. Назовем наиболее существенные из них:

– оперативность и регулярность рассылки новых публикаций;

– изложение краткого содержания каждой публикации в виде реферата, аннотации или набора ключевых слов;

– наличие обратной связи с пользователями рассылаемой информации для своевременной корректировки их информационных профилей.

В настоящей статье предлагается математическая модель процессов веб-поиска и адресного распространения текстовой информации. В отличие от подходов к интернет-мониторингу публикаций в других системах (см., например, [2]) разработанные в рамках модели алгоритмы основаны на использовании предложенных автором вербально-ассоциативных сетей в качестве знаний об информационных профилях пользователей [4]. Вершинами таких сетей являются словоформы, а ребра соответствуют вербально-ассоциативным связям между ними. Использование вербально-ассоциативных сетей обеспечивает адаптацию алгоритмов веб-поиска к информационным профилям, представленным в виде поисковых образов совокупностей релевантных публикаций.

Архитектура информационной системы. Функциональными компонентами системы веб-поиска и адресного распространения текстовой информации являются три подсистемы (рис. 1):

– индексирования текстов, архивов пользователей и кратких сообщений;

– сканирования веб-страниц;

– адресной рассылки текстов и кратких сообщений пользователям.

Индексирование текстов, совокупностей текстов и кратких сообщений сводится к построению их вербально-ассоциативных сетей. В состав подсистемы индексирования входит совокупность лингвистических словарей для вычисления информативности слов и вербально-ассоциативных связей между ними. Словари формируются на основе использования специальных наборов публикаций по каждой предметной области – тематических архивов пользователей. При программной реализации информационной системы поисковые образы текстов представляются в виде множеств слов и вербально-ассоциативных пар слов с соответствующими значениями информативности.

Для сканирования веб-страниц используются программные решения в виде специализированных агентов, основная задача которых – систематическое получение и накопление новых данных из обновленных страниц. Сканирование реализуется в порядке, определяемом специальным упорядочивающим отношением, которое задается на множестве веб-страниц каждого сканируемого веб-сайта.

Рассылка пользователям найденных публикаций осуществляется путем сравнения вербально-ассоциативных сетей этих публикаций и профилей пользователей в виде поисковых образов их архивов релевантных публикаций.

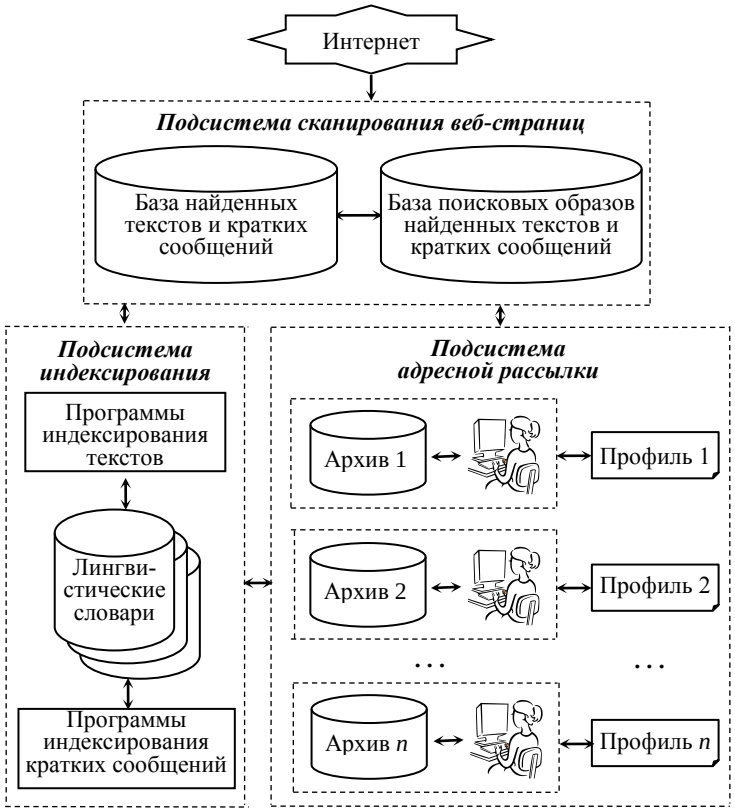


Рис. 1. Структурная схема информационной системы

Функциональная схема системы веб-поиска и адресного распространения найденной информации представлена на рис. 2. Полученные в результате сканирования веб-страниц тексты индексируются и накапливаются в базе данных. Одновременно формируется также база поисковых образов текстов и кратких сообщений. Далее тексты распределяются по архивам пользователей в соответствии с их информационными профилями.

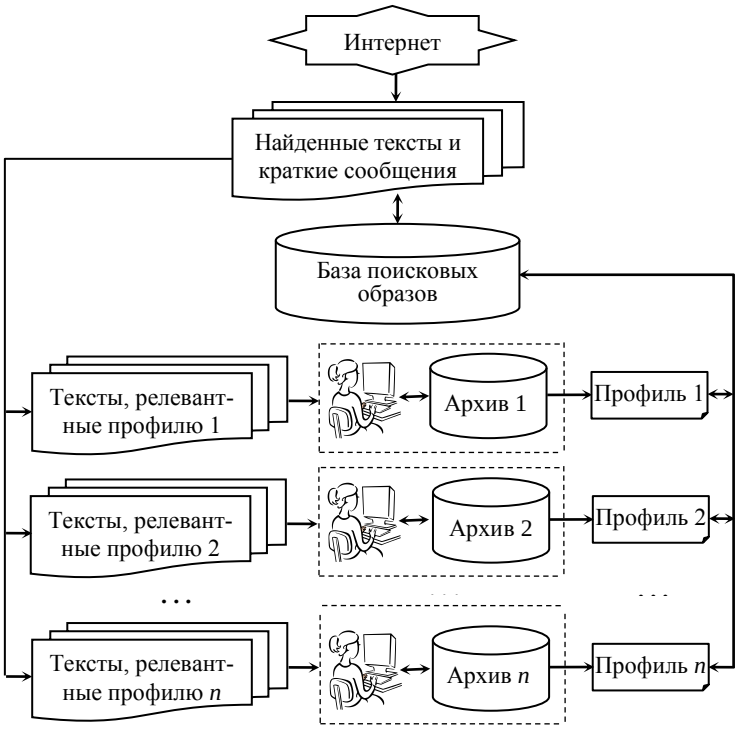


Рис. 2. Функциональная схема информационной системы

Индексирование текстов, архивов пользователей и кратких сообщений реализуется на основе использования семантических связей между словами. Промоделируем эти связи в виде вербально-ассоциативных сетей.

Индексирование текстов. Рассмотрим персональные архивы пользователей A_i $(i=\overline{1,m})$ и объединение всех архивов $U=\bigcup_{i=1}^{m} A_i$. Обозначим через W множество всех слов объединения U. Тогда отношение толерантности Θ (рефлексивное и симметричное бинарное отношение) на множестве W назовем отношением вербально-ассоциативной связи слов в объединенном архиве U, если любая упорядоченная пара слов (a, b) из множества W является элементом отношения Θ тогда и только тогда, когда слова a и b из этой пары содержатся хотя бы в одном предложении множества U.

Определим на множестве W антирефлексивное бинарное отношение Ω, такое, что для любых слов $a, b \in W$ соотношение $(a, b) \in \Omega$ выполняется тогда и только тогда, когда в архиве U существует предложение π, в котором слово a непосредственно предшествует слову b. Отношение Ω будем называть отношением дискурсивной сочетаемости слов в архиве U.

Формализуем понятие поискового образа текста.

Пусть T – произвольный текст, найденный в процессе сканирования веб-страниц. Обозначим через W_T множество всех слов текста T, а через Θ_T – сужение отношения Θ на множество W_T, т. е. $\Theta_T = \Theta \cap (W_T \times W_T)$. Отношение Θ_T назовем отношением вербально-ассоциативной связи слов в тексте T. Пару (a, b) любых слов из множества W_T, которая является элементом отношения Θ_T, т. е. $(a, b) \in \Theta_T$, будем называть вербально-ассоциативной парой текста T.

Построим также сужение Ω_T отношения Ω на множество W_T, т. е. $\Omega_T = \Omega \cap (W_T \times W_T)$. Отношение Ω_T назовем отношением дискурсивной сочетаемости слов в тексте T.

Обозначим через G_T граф отношения Θ_T. Пометим каждую вершину a графа G_T значением информативности I_T^a этого слова (с учетом синонимии и словоизменения), а каждое ребро (a, b) – значением информативности I_T^{ab} вербально-ассоциативной связи слов a и b в тексте T (также учитывая синонимию и словоизменения). Информативность I_T^a вычислим по формуле

$$I_T^a = n_T^a / n_U^a, \tag{1}$$

а информативность I_T^{ab} – по формуле

$$I_T^{ab} = n_T^{ab} / n_U^{ab} \tag{2}$$

из статьи [4]. В формуле (1) n_T^a и n_U^a – абсолютные частоты встречаемости слова a (с учетом синонимии и словоизменений) в тексте T и в объединении множеств U. В формуле (2) n_T^{ab}, n_U^{ab} – абсолютные частоты совместной встречаемости слов a и b (с учетом синонимии и словоизменений) в одном и том же предложении текста T и множества U.

Информация о частотах словоформ, а также о парадигматике и синонимии слов хранится в специальных лингвистических словарях [5, 6]:

– частотном словаре словоформ $Dic_a = \{\langle a,\ n_U^a,\ n_{A_1}^a,\ n_{A_2}^a,\ \ldots,\ n_{A_n}^a \rangle |\ a \in W\}$, в котором каждой словоформе приписаны частоты ее встречаемости n_U^a, $n_{A_1}^a$, $n_{A_2}^a$, …, $n_{A_n}^a$ в объединенном архиве U и во всех персональных архивах A_i $(i=\overline{1,m})$;

– частотном словаре вербально-ассоциативных пар слов $Dic_{ab} = \{\langle (a, b),\ n_U^{ab},\ n_{A_1}^{ab},\ n_{A_2}^{ab},\ \ldots,\ n_{A_n}^{ab} \rangle |\ a, b \in W,\ n_U^{ab} \neq 0,\ n_{A_i}^{ab} \neq 0,\ i=\overline{1,m}\}$, где n_U^{ab}, $n_{A_i}^{ab}$ – абсолютные частоты совместной встречаемости слов a и b в одном и том же предложении объединенного архива U и i-го персонального архива A_i $(i=\overline{1,m})$;

– словаре словоизменительных парадигм $Dic_{par} = \{(a, Par_a) \mid a \in W, a \in Par_a\}$, состоящем из пар ⟨*словоформа*, *парадигма*⟩. В позиции парадигмы Par_a представлены все словоизменения данной словоформы a;

– словаре синонимичных словоформ $Dic_{syn} = \{(a, Syn_a) \mid a \in W, a \in Syn_a\}$, включающем в себя пары ⟨*словоформа*, *синонимичные словоформы*⟩, в которых каждой словоформе a соответствует множество ее синонимов Syn_a.

Используя лингвистические словари, формулу (1) перепишем в виде

$$I_T^a = \frac{n_T^a + n_T^{Par_a} + n_T^{Syn_a}}{n_U^a + N_U^{Par_a} + N_U^{Syn_a}}, \tag{3}$$

где $n_T^{Par_a}$ – число вхождений всех словоформ текста T, являющихся словоизменениями словоформы a,

$$n_T^{Par_a} = \sum_{b \in Par_a,\, b \neq a} n_T^b;$$

$n_T^{Syn_a}$ – количество синонимов словоформы a в тексте T,

$$n_T^{Syn_a} = \sum_{c \in Syn_a,\, c \neq a} n_T^c,$$

аналогично

$$N_U^{Par_a} = \sum_{b \in Par_a,\, b \neq a} n_U^b,\ N_U^{Syn_a} = \sum_{c \in Syn_a,\, c \neq a} n_U^c.$$

Формулу (2) перепишем по аналогии с формулой (1):

$$I_T^{ab} = \frac{n_T^{ab} + n_T^{Par_{ab}} + n_T^{Syn_{ab}}}{n_U^{ab} + N_U^{Par_{ab}} + N_U^{Syn_{ab}}}, \tag{4}$$

где n_U^{ab}, n_T^{ab} – абсолютные частоты совместной встречаемости слов a и b в одном и том же предложении объединенного архива U и текста T.

Параметр $n_T^{Par_{ab}}$ в формуле (4) указывает на число вхождений всех пар словоформ, являющихся словоизменениями соответственно слов a и (или) b и входящих в одно и то же предложение текста T:

$$n_T^{Par_{ab}} = \sum_{\substack{c \in Par_a,\, d \in Par_b,\\ c \neq a \text{ и(или) } d \neq b\\ c,d \in \rho,\, \rho \in T}} n_T^{cd}.$$

Подобное выражение можно записать и для параметра $n_T^{Syn_{ab}}$:

$$n_T^{Syn_{ab}} = \sum_{\substack{c \in Syn_a,\, d \in Syn_b,\\ c \neq a \text{ и(или) } d \neq b\\ c,d \in \rho,\, \rho \in T}} n_T^{df}.$$

Для параметров $N_U^{Par_{ab}}$ и $N_U^{Syn_{ab}}$ верны аналогичные выражения, отличающиеся тем, что в каждом из них индекс T заменяется на U.

Пусть (a, b) – произвольное ребро графа G_T. Если $(a, b) \in \Omega_T$, то для всех таких пар (a, b) вершины a и b соединим дугой, направленной от a к b. Обозначим полученный смешанный граф Net_T и назовем его вербально-ассоциативной сетью текста T.

При практической реализации информационной системы сеть Net_T целесообразно представить в виде

$$Net_T = \{\langle (a, I_T^a); (b, I_T^b); (I_T^{ab}, Arc)\rangle \mid a \in T, b \in T\}, \quad (5)$$

где $Arc = 1$, если $(a, b) \in \Omega_T$; $Arc = -1$, если $(b, a) \in \Omega_T$, и $Arc = 0$, если $(a, b) \notin \Omega_T$ и $(b, a) \notin \Omega_T$.

С учетом изложенного выше индексирование каждого текстового документа, найденного в результате сканирования веб-сайтов, реализуется в три этапа:

– с использованием лингвистических словарей находятся абсолютные частоты каждого слова в тексте T и множестве текстов U;

– вычисляется информативность каждого слова текста T и вербально-ассоциативной связи между словами;

– формируется поисковый образ индексируемого текста T в виде вербально-ассоциативной сети.

Пример поискового образа текста: ⟨(*алгоритм*, 0,57); (*данные*, 0,2); (0,02, 0)⟩ ⟨(*словарь*, 0,32); (*лингвистический*, 0,27); (0,1, –1)⟩ ⟨(*алгоритм*, 0,57); (*данные*, 0,2); (0,02, 0)⟩ ⟨(*профиль*, 0,11); (*пользователя*, 0,21); (0,3, 1)⟩ ⟨(*алгоритм*, 0,57); (*релевантность*, 0,18); (0,01, 0)⟩.

Индексирование архивов пользователей. Каждый архив состоит из текстов, соответствующих информационным потребностям пользователя, сформировавшего данный архив в качестве своего информационного профиля. Если представить архив в виде последовательного объединения всех его текстов, то процесс индексирования архива сводится к индексированию текста.

Пусть A_i ($A_i \in \{A_1, A_2, ..., A_m\}$) – произвольный архив пользователя, включающий l текстовых документов $T_1, T_2, ..., T_l$, $A_i = \{T_1, T_2, ..., T_l\}$. Объединим все тексты $T_1, T_2, ..., T_l$ архива A_i в один текст путем их последовательной конкатенации («склеивания»). Тогда по аналогии с выражением (5) вербально-ассоциативная сеть архива пользователя A_i примет вид

$$Net_{A_i} = \{\langle (c, I_{A_i}^c); (b, I_{A_i}^d); (I_{A_i}^{cd}, Arc)\rangle \mid c \in A_i, d \in A_i\},$$

где $Arc = 1$, если $(c, d) \in \Omega_{A_i}$; $Arc = -1$, если $(d, c) \in \Omega_{A_i}$, и $Arc = 0$, если $(c, d) \notin \Omega_{A_i}$ и $(d, c) \notin \Omega_{A_i}$ (Ω_{A_i} – сужение отношения Ω на множество W_{A_i} всех слов архива A_i, $\Omega_{A_i} = \Omega \cap (W_{A_i} \times W_{A_i})$ – отношение дискурсивной сочетаемости в архиве A_i).

Индексирование кратких сообщений. Под кратким сообщением будем понимать текстовый документ, объем которого не позволяет выявить статистические характеристики его словоформ. Поэтому процессу индексирования краткого сообщения предшествует информационный поиск релевантного ему архива пользователя или создание нового релевантного архива.

Пусть Q – краткое сообщение, которое нужно проиндексировать, т. е. создать его поисковый образ $Net_Q = \{\langle (a, I_Q^a); (b, I_Q^b); (I_Q^{ab}, Arc)\rangle \mid a \in Q, b \in Q\}$ в виде вербально-ассоциативной сети, где (a, b) – вербально-ассоциативная пара слов; I_Q^a – информативность слова a сообщения Q; I_Q^{ab} – информативность вербально-ассоциативной связи между словами a и b. Для выявления статистических характеристик сообщения Q возможны две стратегии: поиск релевантного профиля пользователя и, в случае отрицательных результатов поиска, создание нового архива текстов путем отыскания релевантных документов в базе найденных текстов (рис. 3).

Краткое сообщение Q будем рассматривать как запрос на поиск релевантного ему профиля пользователя. Исключим из всех поисковых образов архивов A_i ($i = \overline{1, m}$) пользователей значения информативности слов: $\text{ПО}_{A_i} = \{a \mid a \in A_i, i = \overline{1, m}\}$. Аналогичным образом запишем поисковое предписание, т. е. поисковый образ сообщения Q: $\text{ПО}_Q = \{b \mid b \in Q\}$. При поиске релевантного профиля пользователя будем использовать векторную модель описания данных [7], а в качестве меры близости запросов и профилей пользователей – косинус угла между векторами поискового предписания и поискового образа архива пользователя. Рассмотрим эту меру близости.

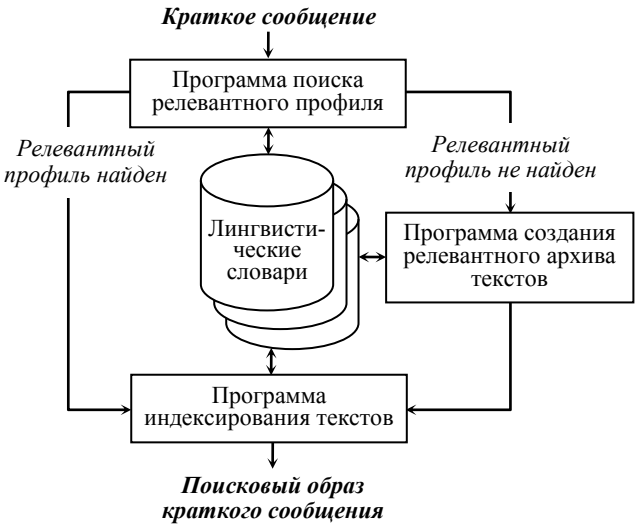


Рис. 3. Схема индексирования краткого сообщения

Обозначим через *Lex* множество всех различных слов, входящих в архивы пользователей и базу найденных текстов. Пусть их количество равно *n*. Введем в рассмотрение *n*-мерное евклидово пространство *E*. Для этого лексикографически упорядочим все слова из множества *Lex*, т. е. представим его в виде кортежа $Lex = \langle a_1, a_2, \ldots, a_n \rangle$. Для каждого проиндексированного архива $A \in \{A_1, A_2, ..., A_m\}$ пользователя построим вектор его поискового образа в пространстве *E*: $\mathbf{F}_A = (p_1, p_2, \ldots, p_n)$, где $p_i = 1$, если слово a_i входит в этот поисковый образ, в противном случае $p_i = 0$. Аналогично представим вектор поискового предписания, построенного для запроса *Q*: $\mathbf{F}_Q = (q_1, q_2, \ldots, q_n)$. Тогда для вычисления меры близости между векторами $\mathbf{F}_A$ и $\mathbf{F}_Q$ воспользуемся критерием выдачи

$$\cos\varphi = \frac{\mathbf{F}_A \mathbf{F}_Q}{|\mathbf{F}_A||\mathbf{F}_Q|} = \frac{\sum_{i=1}^{n} p_i q_i}{\sqrt{\sum_{i=1}^{n} p_i^{\,2}} \sqrt{\sum_{i=1}^{n} q_i^{\,2}}}. \quad (6)$$

Обозначим через *r* количество совпавших слов поискового образа архива *A* и поискового предписания *Q*. Пусть также m_A – количество слов в профиле *A*, а m_Q – их количество в предписании *Q*. Тогда критерий (6) можно представить в виде

$$\cos\varphi = \frac{r}{\sqrt{m_A m_Q}}. \quad (7)$$

Будем считать, что персональный архив текстов $A \in \{A_1, A_2, ..., A_m\}$ релевантен запросу *Q*, если критерий (7) не меньше некоторого порогового значения. Если это условие выполняется, то в поисковом образе $Net_Q = \{\langle (a, I_Q^a); (b, I_Q^b); (I_Q^{ab}, Arc) \rangle \mid a \in Q, b \in Q\}$ краткого сообщения *Q* информативность принимает следующие значения: $I_Q^a = I_A^a$, $I_Q^b = I_A^b$, $I_Q^{ab} = I_A^{ab}$. Если такой профиль не найден, то оперативно формируется новый релевантный архив текстов.

Обозначим через *Dat* множество найденных при сканировании Интернета текстов, а через *Im* – множество их поисковых образов. При формировании архива текстов, релевантных запросу *Q*, в базе найденных текстов *Dat* нужно найти все документы, релевантные тексту *Q*.

Пусть $D \in Im$ – поисковый образ произвольного текста из множества *Dat*. Построим вектор $\mathbf{F}_D$ поискового образа документа *D* по аналогии с вектором $\mathbf{F}_A$: $\mathbf{F}_D = (d_1, d_2, \ldots, d_n)$. При поиске текстов в множестве *Dat* в качестве критерия выдачи будем использовать аналог критерия (6):

$$\cos\psi = \frac{k}{\sqrt{m_D m_Q}}.$$

Обозначим через *Arel* сформированный релевантный архив текстов. Тогда в поисковом образе $Net_Q = \{\langle (a, I_Q^a); (b, I_Q^b); (I_Q^{ab}, Arc)\rangle \mid a \in Q, b \in Q\}$ короткого сообщения Q получим информативность $I_Q^a = I_{Arel}^a$, $I_Q^b = I_{Arel}^b$, $I_Q^{ab} = I_{Arel}^{ab}$.

Сканирование веб-страниц. Всякий веб-сайт в Интернете имеет гипертекстовую структуру и может быть представлен в виде орграфа, вершинами которого являются веб-страницы, а дугами – связи между ними. Среди разнообразия связей (ассоциативные, родо-видовые и др.) при решении задачи сканирования веб-сайтов нас будут интересовать только те из них, которые указывают на порядок следования страниц.

Рассмотрим последовательность шагов при сканировании веб-страниц путем их упорядочения. Пусть S_H – множество всех веб-страниц некоторого веб-сайта *H*. Определим на множестве S_H строгий порядок (транзитивное и антирефлексивное бинарное отношение) τ_H. Обозначим через ρ_H редукцию $\rho_H = \tau_H \setminus (\tau_H)^2$ строгого порядка τ_H. Редукция ρ_H означает, что для любых веб-страниц $a, b \in S_H$ отношение $(a, b) \in \rho_H$ выполняется тогда и только тогда, когда справедливо отношение $(a, b) \in \tau_H$, но не существует «промежуточной» веб-страницы *x*, такой, что $(a, x) \in \tau_H$ и $(x, b) \in \tau_H$. Таким образом, отношение ρ_H указывает на «непосредственное» следование страницы *b* за страницей *a* в веб-сайте *H*.

С учетом отношения ρ_H сканирование веб-страниц сайта *H* удобно реализовать в следующей последовательности: сканируются все веб-страницы, являющиеся висячими вершинами орграфа *H*; найденные тексты помещаются в специальную базу данных; отсканированные веб-страницы условно исключаются из орграфа *H*, далее процесс продолжается аналогичным образом. Порядок сканирования веб-страниц схематически показан на рис. 4.

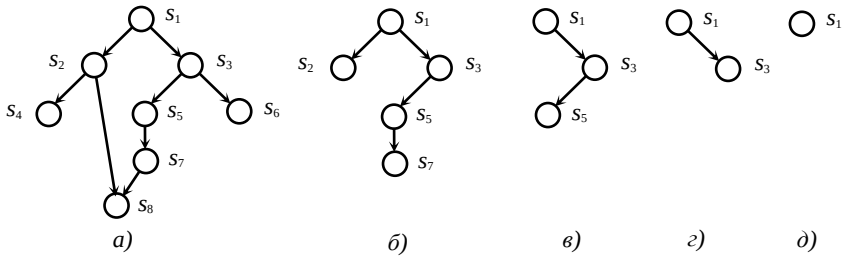


Рис. 4. Последовательное сканирование веб-страниц: *а)* s_4, s_8, s_6; *б)* s_2, s_7, s_3; *в)* s_5; *г)* s_3; *д)* s_1

Контроль новизны найденных текстов реализуется в два этапа: вначале проводится поиск в базе текстов и коротких сообщений по запросу, которым является текст, найденный при сканировании веб-сайтов, затем новизна отсканированного текста уточняется с использованием вербальных ассоциаций между его словами.

Пусть *T* – текст, поступивший в результате сканирования веб-сайтов, а *Q* – любой текст из множества *Dat*. Обозначим через $\mathbf{F}_T$ вектор поискового образа текста *T* (т. е. поисковое предписание), а через $\mathbf{F}_Q$ – вектор поискового образа текста *Q*. Воспользовавшись критерием выдачи, аналогичным критерию (6), на первом этапе контроля новизны текста *T* проведем поиск релевантных текстов в множестве *Dat* и выберем текст *Q′* с наибольшим значением критерия выдачи.

Рассмотрим второй этап контроля новизны найденных текстов. Обозначим через W_T и $W_{Q'}$ множества всех пар словоформ соответственно текстов *T* и *Q′*, через $W_{Dat} = \langle a_1b_1, a_2b_2, ..., a_lb_l\rangle$ – кортеж всех пар словоформ из базы данных *Dat*, а через *E* – *l*-мерное евклидово пространство. Рассмотрим объединение $W_T \cup W_{Q'}$ текстов W_T и $W_{Q'}$ и представим его вектором в пространстве *E*: $\mathbf{W}_{TQ'} = (I_{TQ'}^{a_1b_1}, I_{TQ'}^{a_2b_2}, \ldots, I_{TQ'}^{a_lb_l})$, где $I_{TQ'}^{a_1b_1}, I_{TQ'}^{a_2b_2}, \ldots, I_{TQ'}^{a_lb_l}$ – значения информативности вербально-ассоциативной связи в множестве $W_T \cup W_{Q'}$. При этом компонента вектора $\mathbf{W}_{TQ'}$

равна нулю, если соответствующей пары слов нет в множестве $W_T \cup W_{Q'}$. С учетом рассмотренных обозначений нормализованную информативность $I^{TQ}_{W_T \cup W_{Q'}}$ вербально-ассоциативной связи между текстами T и Q' можно интерпретировать как проекцию вектора $\mathbf{e} = (1, 1, ..., 1)$ на направление вектора $\mathbf{W}_{TQ'}$:

$$I^{TQ'}_{W_T \cup W_{Q'}} = \frac{\sum\limits_{a \in W_T,\, b \in W_{Q'}} I^{ab}_{W_T \cup W_{Q'}}}{\sqrt{\sum\limits_{a \in W_T,\, b \in W_{Q'}} (I^{ab}_{W_T \cup W_{Q'}})^2}}. \quad (8)$$

Нетрудно видеть, что тексты T и Q' совпадают, если $I^{TQ'}_{W_T \cup W_{Q'}} = I^{TQ'}_{W_T \cup W_T} = I^{TQ'}_{W_T}$, где

$$I^{TQ'}_{W_T} = \frac{\sum\limits_{a \in W_T,\, b \in W_T} I^{ab}_{W_T}}{\sqrt{\sum\limits_{a \in W_T,\, b \in W_T} (I^{ab}_{W_T})^2}}. \quad (9)$$

Таким образом, процесс контроля новизны найденных текстов реализуется следующим образом. Для каждого очередного найденного текста T вычисляются значения информативности вербально-ассоциативной связи между текстом T и каждым из текстов Q базы данных Dat по формулам (8) и (9). Если для текста T и некоторого текста $Q_+ \in Dat$ выполняется равенство $I^{TQ'}_{W_T \cup W_{Q'}} = I^{TQ'}_{W_T}$, то текст T не является новым. В противном случае он новый.

Адресная рассылка текстов. Адресная рассылка найденных при сканировании Интернета текстов сводится к поиску профиля пользователя с наибольшим значением критерия выдачи.

Рассылка реализуется в три этапа:

– ищутся все релевантные профили пользователей по поисковому предписанию, которым является поисковый образ очередного текста, найденного при сканировании веб-страниц;

– проверяется, является ли новым найденный текст;

– найденный новый текст помещается в архивы пользователей, для которых он оказался релевантным.

Заключение. Предложенная в статье математическая модель процессов сканирования вебсайтов и адресного распространения найденной информации может быть использована при индексировании, поиске и реферировании текстовой информации в Интернете, корпоративных сетях и локальных базах данных. При соответствующем подборе тематики и языка представления тематических корпусов текстов возможен веб-поиск текстовых документов на различных входных языках.

Список использованных источников

1. Ахремчик, Р. В. Система ИРИ в Центральной научной библиотеке Национальной академии наук Беларуси / Р. В. Ахремчик, Т. В. Пинчук // Научные и технические библиотеки. – 2014. – № 2. – С. 58–62.

2. Юдина, И. Г. Избирательное распространение информации на базе веб-сервисов: обзор интернет-ресурсов / И. Г. Юдина // Библиосфера. – 2008. – № 1. – С. 51–56.

3. Перегоедова, Н. В. Организация и методика библиографического информирования : конспект лекций / Н. В. Перегоедова. – Новосибирск : ГПНТБ СО РАН, 2008. – 36 с.

4. Липницкий, С. Ф. Модель представления знаний в информационных системах на основе вербальных ассоциаций / С. Ф. Липницкий // Информатика. – 2011. – № 4(32). – С. 21–28.

5. Липницкий, С. Ф. Моделирование анализа текстовых документов и кратких сообщений на основе вербальных ассоциаций / С. Ф. Липницкий // Информатика. – 2018. – Т. 15, № 1. – С. 70–80.

6. Липницкий, С. Ф. Индексирование текстовой информации на основе моделирования вербальных ассоциаций / С. Ф. Липницкий // Информатика. – 2012. – № 3(35). – С. 94–102.

References

1. Ahremchik R. V., Pinchuk T. V. Sistema IRI v Central'noj nauchnoj biblioteke Nacional'noj akademii nauk Belarusi [IRI system in the Central scientific library of the National academy of sciences of Belarus]. Nauchnye i tehnicheskie biblioteki [*Scientific and Technical Libraries*], 2014, no. 2, pp. 58–62 (in Russian).

2. Yudina I. G. Izbiratel'noe rasprostranenie informacii na baze veb-servisov: obzor internet-resursov [Selective dissemination of information based on web services: a review of Internet resources]. Bibliosfera [*Bibliosphere*], 2008, no. 1, pp. 51–56 (in Russian).

3. Peregoedova N. V. Organizacija i metodika bibliograficheskogo informirovanija. *Organization and Methods of Bibliographic Information*. Novosibirsk, Gosudarstvennaja publichnaja nauchno-tehnicheskaja biblioteka Sibirskogo otdelenija Rossijskoj akademii nauk, 2008, 36 p. (in Russian).

4. Lipnitsky S. F. Model' predstavlenija znanij v informacionnyh sistemah na osnove verbal'nyh associacij [Model of knowledge representation in information systems based on verbal associations]. Informatika [*Informatics*], 2011, no. 4(32), pp. 21–28 (in Russian).

5. Lipnitsky S. F. Modelirovanie analiza tekstovyh dokumentov i kratkih soobshhenij na osnove verbal'nyh associacij [Modeling analysis of text documents and short messages based on verbal associations]. Informatika [*Informatics*], 2018, vol. 15, no. 1, pp. 70–80 (in Russian).

6. Lipnitsky S. F. Indeksirovanie tekstovoj informacii na osnove modelirovanija verbal'nyh associacij [Indexing text information based on modeling verbal associations]. Informatika [*Informatics*], 2012, no. 3(35), pp. 94–102 (in Russian).

Информация об авторе

Липницкий Станислав Феликсович, доктор технических наук, главный научный сотрудник, Объединенный институт проблем информатики Национальной академии наук Беларуси, Минск, Беларусь.
E-mail: lipn@newman.bas-net.by

Information about the author

Stanislav F. Lipnitsky, Dr. Sci. (Eng.), Chief Researcher, The United Institute of Informatics Problems of the National Academy of Sciences of Belarus, Minsk, Belarus.
E-mail: lipn@newman.bas-net.by

ISSN 1816-0301 (Print)
ISSN 2617-6963 (Online)

ЛОГИЧЕСКОЕ ПРОЕКТИРОВАНИЕ

LOGICAL DESIGN

УДК 519.873:519.718.7

Поступила в редакцию 03.01.2019
Received 03.01.2019

Принята к публикации 11.03.2019
Accepted 11.03.2019

Обфускация комбинационных схем цифровых устройств от несанкционированного доступа

Л. А. Золоторевич

Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники, Минск, Беларусь
E-mail: zolotorevichLA@bsuir.by

Аннотация. Анализируются проблемы проектирования современных СБИС и систем на кристалле. Наиболее сложными из них являются проблемы верификации проектов на разных этапах проектирования. Наряду с задачами, которые возникают и решаются в режиме благоприятствующего проектирования, в последнем десятилетии возникла необходимость защиты и дополнительного контроля проектов с целью обнаружения несанкционированного стороннего вмешательства в проект.
Рассматриваются вопросы формирования общего подхода к решению задач контроля и верификации при проектировании современных интегральных схем, основанного на анализе моделей неисправностей структурных реализаций цифровых устройств комбинационного типа; ошибок, возникающих в процессе проектирования, а также преднамеренных искажений на этапах проектирования и изготовления, т. е. вопросы создания и развития таксономии возможных отклонений в проекте.
Предлагается алгоритм логической обфускации и кодирования цифровых устройств на основе применения методов и средств тестового диагностирования.

Ключевые слова: СБИС, таксономия отклонений, искажение функций проектов, моделирование неисправностей, кодирование устройства, обфускация

Для цитирования. Золоторевич, Л. А. Обфускация комбинационных схем цифровых устройств от несанкционированного доступа / Л. А. Золоторевич // Информатика. – 2019. – Т. 16, № 3. – С. 89–100.

Obfuscation of combination circuits of digital devices from unauthorized access

Lyudmila A. Zolotorevich

Belarusian State University of Informatics and Radioelectronics, Minsk, Belarus
E-mail: zolotorevichLA@bsuir.by

Abstract. The problems of designing modern VLSI and SoC are analyzed. The most difficult problems of design are problems of verification of projects at different stages of design. Along with the problems that arise and are solved in the mode of favorable design, in the last decade there was a problem of protection and additional control of projects in order to detect unauthorized third-party interference in the project with different fundamental goals.
We consider the formation of a common approach to solving problems of control and verification in the design of modern integrated circuits based on the analysis of fault models of structural realizations of digital devices, errors

arising in the design process, as well as deliberate distortions during the design and manufacturing stages, i. e. creation and development of taxonomy of possible deviations in the project.
The algorithm of logical obfuscation and coding of digital structures based on the use of methods and means of test diagnostics is proposed.

Keywords: VLSI, taxonomy of deviations, distortion of functions of projects, modeling of faults, devices coding, obfuscation

For citation. Zolotorevich L. A. Obfuscation of combination circuits of digital devices from unauthorized access. *Informatics*, 2019, vol. 16, no. 3, pp. 89–100 (in Russian).

Введение. Акцент на цифровую экономику, приоритетность разработок цифровых технологий требуют постоянного совершенствования теории и практики проектирования интегральных схем и систем на кристалле (СнК) как технической базы создания встраиваемых электронных систем. Совершенствование технологий СБИС и СнК существенным образом зависит от развития методов применяемых систем автоматизированного проектирования (САПР) и повышения их качества. Разработка САПР микроэлектроники началась вместе с появлением первых интегральных схем в 1958 г. Ежегодно проводится большое число международных симпозиумов и семинаров по разным аспектам теории и практики автоматизированного проектирования. Важнейшими из них являются задачи обеспечения контроля, верификации, построения тестов контроля функциональных блоков и систем. Наукоемкость решения указанных задач постоянно возрастает из-за увеличения сложности проектируемых объектов, отсутствия общего подхода к рассмотрению ошибок, вносимых в проект при проектировании, неисправностей реальных объектов, корреляции разного типа ошибок проектирования и неисправностей структурных реализаций. Все проблемы, связанные с разработкой методов и созданием средств верификации проектов и построения тестов контроля объектов в разных классах неисправностей, систем функционального контроля, являются достаточно сложными, но естественными. Они возникают непреднамеренно и должны решаться в режиме благоприятствующего проектирования. Вместе с тем в последние годы возникла потребность в дополнительном контроле проектов на предмет несанкционированного внедрения с целью их искажения с разными основополагающими целями. Подобные действия являются преднамеренными и тщательно скрываются, что препятствует прямому применению существующих методов тестирования и функционального контроля СБИС. В связи с этим стала очевидной необходимость выработки общего подхода к контролю СБИС и СнК на основе создания таксономии нарушений и отклонений, с моделями которых приходится работать при проектировании и организации контроля на всех этапах жизненного цикла цифровой системы с учетом злонамеренных внедрений в цикл проектирования и производства интегральных схем.

Как развитие теории контролепригодного проектирования (Design-for-Testability, DfT) в работе [1] предлагается подход к проектированию Design for-Trust (DfTr), который дополнительно включает средства для контроля и предотвращения аппаратных атак при проектировании и изготовлении СБИС.

В настоящей работе предлагается метод кодирования цифровых устройств комбинационного типа на уровне их структурного представления с целью предотвращения хищения и злонамеренного искажения на основе использования методов и средств тестового диагностирования.

Современные СнК и особенности их проектирования и изготовления. Современная СнК объемом около 10 млрд транзисторов на кристалле содержит как цифровые, так и аналоговые функциональные блоки, различные датчики и исполнительные устройства. Впечатляющие достижения в области производства СнК (реально работающие цифровые и смешанного типа СнК на пластине размером порядка 450 мм) являются следствием больших успехов в области смешанной системной интеграции. При этом существенно увеличилась стоимость владения «кремниевой фабрикой», которая достигла в 2015 г. 5 млрд долл. Большинство проектных фирм не имеют собственных производственных мощностей. Они вынуждены использовать аутсорсинг и решать ряд возникающих в связи с этим экономических проблем и проблем безопасности.

Наряду с несомненно высокими достижениями в области производства СБИС имеет место существенное отставание теоретической базы автоматизированного проектирования в области разработки САПР, отсутствует системный подход к решению задач проектирования с учетом дестабилизирующих внешних факторов.

Наиболее узким местом в решении задач проектирования СнК является анализ функциональной корректности проектов на каждом из этапов процесса иерархического проектирования. Следует заметить, что применение отработанных в плане проектной корректности многократно используемых блоков интеллектуальной собственности (IP-блоков) при проектировании современных СнК не решает и даже существенно не упрощает задачу верификации проекта в целом. Объединение отлаженных отдельных функциональных блоков не дает никакой гарантии корректности полученного функционала вследствие возникающих несогласованностей, которые должны быть найдены и устранены на этапе верификации проекта в целом. Включая в проект определенный IP-блок, необходимо иметь уверенность в полноте поставляемого теста контроля, но более сложной задачей является согласование условий корректного совместного взаимодействия блоков внутри системы в целом.

Имеющиеся теоретические и практические результаты в областях синтеза, верификации проектов, построения тестов и организации контроля, во-первых, не достигли требуемого уровня развития, а во-вторых, продолжают оставаться корпоративными достижениями, ориентированными на применение специалистами высокой квалификации. В связи с этим разработка методов и средств функциональной верификации, а также тестов и систем контроля с учетом новых вызовов остается наиболее наукоемкой задачей, непосредственно определяющей сроки выполнения и стоимость проектов, требующей дальнейшего внимания разработчиков.

Источники угроз в области производства аппаратного обеспечения. В связи с быстрыми темпами роста объемов производства цифровых устройств в настоящее время особую остроту приобретает проблема нарушения авторских прав [1, 2]. Рост степени интеграции и функциональной сложности интегральных схем и высокая стоимость эксплуатации кремниевых производств расширяют аутсорсинг, который стал важной тенденцией в производстве интегральных схем.

Ущерб от пиратства и других угроз в области производства аппаратного обеспечения составляет около 4 млрд долл. в год, что примерно в 10 раз превышает ущерб от пиратства в области ПО [2]. Кроме пиратства, появляются новые виды угроз [3]: внедрение в проект дополнительных вредоносных несанкционированных операций с различной основополагающей целью, изменяющих функциональное наполнение системы; внедрение механизмов деградации схемных решений с целью нарушения системы синхронизации, приводящих к нарушению временной согласованности путей распространения сигналов и, в конечном итоге, к сбою системы; включение средств для получения конфиденциальной информации (к примеру, получение криптографических ключей) через порты контроля и др.

Очевидно, что после изготовления интегральной схемы проверить ее на наличие внесенных искажений и дополненной функциональности можно путем перепроектирования «по прототипу» с поэтапным восстановлением логики устройства и сравнением схемы с правильным образцом. При этом восстанавливается проект, реализованный в схеме, и сравнивается с моделью исходного проекта. Данный метод обеспечивает высокую вероятность обнаружения искажений, но время и стоимость, необходимые для выполнения перепроектирования, непомерно высоки. Поэтому основные практические методы контроля развиваются в направлении создания общего подхода к функциональному и тестовому контролю, таксономии нарушений для обнаружения как разного вида ошибок и неисправностей, возникающих в рабочем режиме проектирования, так и злонамеренных искажений, производимых путем применения известных механизмов.

Различные модели процесса злонамеренного искажения проекта, описывающие условия, при которых подобное искажение может внедриться в цифровую систему, приведены в работе [4]. В числе возможных источников искажений названы поставщики базовых функциональных блоков интеллектуальной собственности (IP's), которые приобретаются разработчиками СнК (модель *A*), «кремниевые фабрики» – изготовители СнК (модель *B*), а также разработчики СнК (модель *C*). Так, в модели *A* вредоносным источником является поставщик IP's, который продает свои изделия

разработчикам СнК. Эта модель вполне реалистична, так как разработчики СнК с целью сокращения стоимости и сроков проектирования широко используют привлечение существующих проектов. Искажение проекта может происходить на RTL, функционально-логическом или топологическом уровнях. В модели *B* угроза исходит от «кремниевой фабрики» на этапе производства интегральной схемы. Поскольку при изготовлении имеется доступ к топологическому проекту, то возможно восстановление и перепроектирование проекта, добавление элементов аппаратных искажений. Жизненность такой модели очевидна в связи с тем, что со стороны проектировщиков практически отсутствует возможность контроля деятельности в случае, например, офшорного производства. В модели *C* искажения проекта могут произойти на этапе проектирования вследствие преднамеренных злоумышленных действий конкретного информированного лица, что может иметь место при использовании ненадежной САПР.

Рассмотрены также другие модели возможных аппаратных искажений в случае ненадежности любых двух или всех трех участников процесса [4]. В связи с тем что искажения в проекте могут происходить на разных этапах проектирования (на RTL-уровне, на уровне структурного описания схем netlist, в топологическом проекте), существует потребность в разработке методов обнаружения искажений на любых уровнях абстракции. В настоящее время подобные методы защиты аппаратных средств от внешних угроз и борьбы с пиратством находятся на начальном этапе развития по сравнению с методами защиты программных средств. Одной из известных методик защиты исходных кодов программ от обратного проектирования является функциональная обфускация, основная задача которой заключается в затруднении понимания функционирования программы. К сожалению, эффект от применения методов обфускации в случае языка VHDL ограничен, так как полученные результаты не приводят к изменению конечного результата синтеза, а структурные реализации устройств до и после обфускации выглядят одинаково [2].

Следует заметить, что наряду с задачей защиты проектов от несанкционированного вмешательства весьма актуальна и другая задача – выявление вредоносных изменений и восстановление исходной структуры [5].

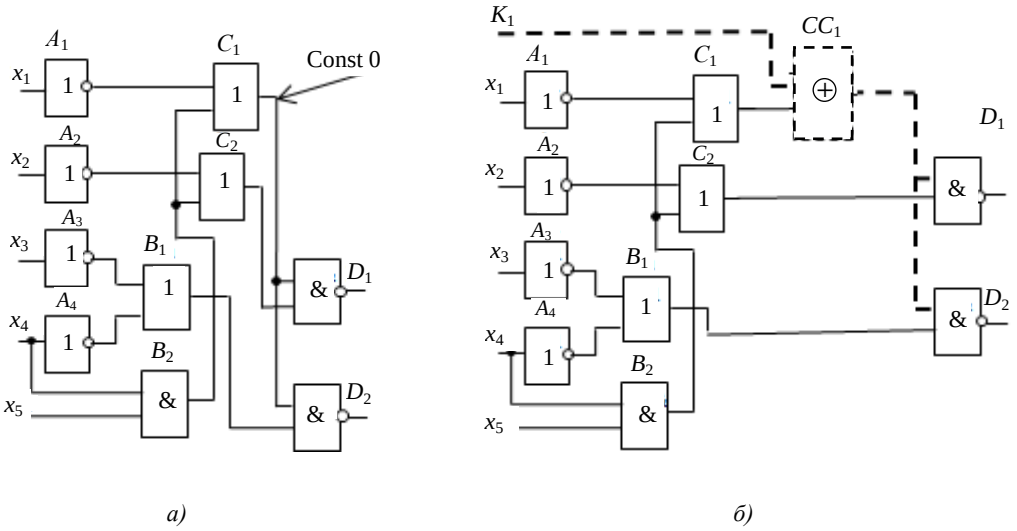
Обфускация и логическое кодирование цифрового устройства на структурном уровне. Для блокирования попыток внешнего вмешательства в проект цифровой системы на структурном уровне одним из методов является логическое кодирование структурной реализации, которое обеспечивает доступ к объекту только авторизованным пользователям [6]. Метод предполагает сокрытие функциональности проекта и использование ключа, применение которого выводит систему в область правильного функционирования. Кроме логического шифрования комбинационной схемы, известен метод внедрения новых внутренних состояний в граф перехода для последовательностных устройств, эффективность практического применения которого, к сожалению, не установлена [7].

Метод логического кодирования основан на включении в логическую сеть дополнительных вентилей, управляемых внешними логическими ключами, т. е. на применении обфускации структуры объекта. Таким образом, если злоумышленник не владеет ключом, то ему недоступна внутренняя реализация объекта. Задача структурной обфускации и логического кодирования заключается в том, чтобы затруднить или сделать невозможным получение правильного ключа.

Чтобы защитить комбинационную схему с помощью *k*-разрядного ключа, предлагается простая процедура, которая требует включения в схему k дополнительных вентилей [6]. Во-первых, выбираются и сопоставляются с битами $\{y\}$ ключа k линий схемы $\{w_i\}$. Каждая выбранная линия w_i отключается от приемников сигнала, а на место обрыва подключается вентиль XOR или XNOR с выходной линией связи w'_i, на которой формируется сигнал, управляющий соответствующими приемниками сигнала вентиля w_i. При подключении вентиля XOR (XNOR) $w'_i = w_i \oplus y_i$ ($w'_i = w_i \overline{\oplus} y_i$), где y_i – соответствующий бит ключа. Выбор вентиля XOR или XNOR зависит от выбранного значения бита ключа: если выбранное значение $y_i = 0$, то $w'_i = w_i \oplus y_i$; если $y_i = 1$, то $w'_i = w_i \overline{\oplus} y_i$.

На рис. 1, *а* показан фрагмент логической схемы, а на рис. 1, *б* проиллюстрирована основная идея логического кодирования. Выход элемента C_1 отключен от нагрузки (элементы D_1

и D_2) и подключен к одному из входов дополнительного «ключевого» элемента типа XOR CC_1, на второй вход которого поступает внешний входной сигнал K_1 однобитового ключа. Схема будет работать в требуемом режиме только в том случае, если сигнал на входе K_1 будет равен 0. В противном случае на выходе элемента XOR CC_1 будет формироваться сигнал, инверсный правильному.



а) *б)*

Рис. 1. Фрагмент логической сети: *а)* исходная комбинационная схема; *б)* схема с однобитовым ключом

Вместо элемента CC_1 типа XOR может быть установлен элемент XNOR. В этом случае однобитовый правильный ключ, поступающий на вход K_1, равен 1. Заметим, что применение неправильного ключа равносильно появлению неисправности константного типа const 0 (const 1) на выходе элемента C_1 в зависимости от входного набора и истинного значения сигнала на C_1, равного 1 (0). Этот факт является важным, так как позволяет формализовать задачу обфускации на основе применения методов и средств тестового контроля цифровых устройств.

При подаче входного набора X = (00000) и неправильного ключа K_1 = 1 (рис. 1, *б*) на выходах схемы D_1, D_2 формируются сигналы (11), в то время как при правильном ключе K_1 = 0 – сигналы (00). Так же поведет себя схема при неисправности const 0 на выходе элемента C_1. Следовательно, входной набор X = (00000) является тестом контроля данной неисправности. В то же время при отсутствии неисправности он искажает выходное состояние схемы при подаче неправильного ключа.

Таким образом, для сокрытия функциональности схемы необходимо добавить в некоторые ее линии дополнительные элементы и определить правильный код, искажение которого выводит схему из области правильного функционирования. Заметим, что при воздействии входного набора X = (01110) и неправильного ключа K_1 = 1 (рис. 1) на выходах схемы D_1, D_2 появятся сигналы (11), как и при правильном ключе, так как входной набор X = (01110) не является тестом контроля неисправности const 0 на выходе элемента C_1.

Основная задача, которая должна быть решена при практической реализации данной общей идеи, заключаются в том, чтобы определить оптимальное множество внутренних линий схемы и количество ключевых элементов с целью создания максимальных трудностей для злоумышленника при поиске правильного ключа.

Положим, что цифровое устройство состоит из n первичных входов, m первичных выходов и k бит ключа шифрования. При воздействии входного вектора $X \in 2^n$ на выходах устройства формируется соответствующий правильный выходной вектор $Z \in 2^m$. Пусть $K \in 2^k$ – правильные значения ключевых сигналов (правильный ключ). Возможны два сценария функционирования устройства при разных значениях переменных шифрования. Функция производит правильные выходы для всех тестовых шаблонов ввода при использовании действительного секретного ключа K либо неправильные – при неправильных значениях секретного ключа:

$$F(x, k) = \begin{cases} Z \ \forall X \in 2^n, \ \ Z \in 2^m; \\ Z' \ \forall X \in 2^n, \ \ Z' \in 2^m, \ Z' \neq Z, \end{cases}$$

где Z – правильный выходной вектор, Z' – неправильный.

Для определения степени защищенности устройства при его кодировании принимается расстояние Хэмминга (HD), которое для кодовых комбинаций булевых векторов A и B определяется как вес $V(C)$ такой третьей кодовой комбинации C, которая получается сложением по mod 2 исходных комбинаций A и B: A = 011011100, B = 100111001, C = 111100101, $V(C = A + B) = 6$ (расстояние Хэмминга).

Таким образом, расстояние Хэмминга – это число, используемое для обозначения меры различия между двумя двоичными строками. При кодировании структурных реализаций цифровых устройств расстояние Хэмминга позволяет количественно определить степень отличия правильной реакции устройства от ошибочной. Если HD (Z, Z') = 0, то это означает, что реакция закодированной схемы не зависит от ключа блокировки. При HD (Z, Z') = m Z' дополняет Z, что упрощает злоумышленнику поиск правильного ключа. Для того чтобы затруднить восстановление правильного ключа, необходимо обеспечить наименьшую корреляцию между правильными и неправильными выходными векторами. Это достигается при HD (Z, Z') = m/2, когда на каждом входном воздействии около 50 % выходных сигналов в случае применения неправильного ключа принимают логические значения, инверсные правильным.

Применение методов и средств тестового диагностирования для защиты цифровых устройств от вредоносных искажений. При включении очередного вентиля при кодировании логических устройств необходимо проводить анализ на появление эффекта маскирования неисправностей, который способен блокировать эффект кодирования. В работе [6] при кодировании логических устройств ключевые вентили помещались в схему случайным образом. При таком подходе использование неправильного ключевого бита не гарантирует появления неправильного выходного сигнала и не может должным образом затруднить злоумышленнику доступ к структуре устройства. Во-первых, возможен эффект маскирования неисправностей (рис. 2). Схема, зашифрованная тремя битами ключа K_1, K_2, K_3, на входном наборе 00000 при подаче как правильного ключа 000, так и неправильного 111 вырабатывает одинаковую выходную реакцию 00. Это происходит по причине маскирования неисправностей const 0, которые одновременно возникают на выходах элементов C_1, D_1 и D_2. Во-вторых, для некоторых линий отсутствует возможность активизации пути от данной линии к выходам устройства.

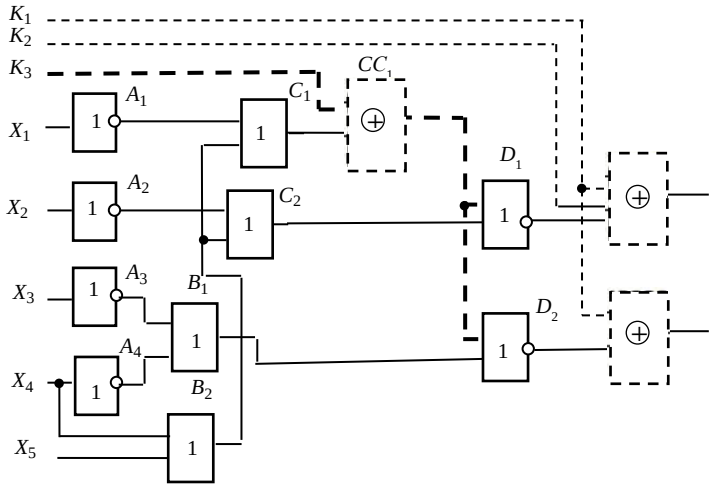


Рис. 2. Влияние маскирования неисправностей на результаты кодирования

На рис. 3 изображена структура цифрового устройства, реализующего систему булевых функций $D_1 = \overline{x}_1 x_3 x_4 x_5 \vee \overline{x}_2 x_3 x_4 x_5$, $F_1 = \overline{x_1 x_3} \vee \overline{x_2 x_3} \vee \overline{x_1 x_4} \vee \overline{x_2 x_4} \vee x_6 \vee x_7$. Как было сказано выше, кодирование схемы путем случайного подбора мест вставки в структуру ключевых вентилей оказывается недостаточно эффективным. К примеру, добавление вентиля XOR на выходе эле-

мента B_3 не принесет ожидаемого эффекта, так как для неисправности const 0 на выходе B_3 не существует проверяющего теста и применение неправильного ключа, равного 1, не приведет к изменению реакции схемы при подаче любой входной последовательности. Поэтому при кодировании структуры устройства необходимо отслеживать эффективность каждого шага. При решении основной задачи – затруднить злоумышленнику доступ к структурной реализации устройства – необходимо обеспечить оптимизацию объема необходимого дополнительного оборудования, учесть влияние задержек дополнительно включенных элементов на функционирование устройства.

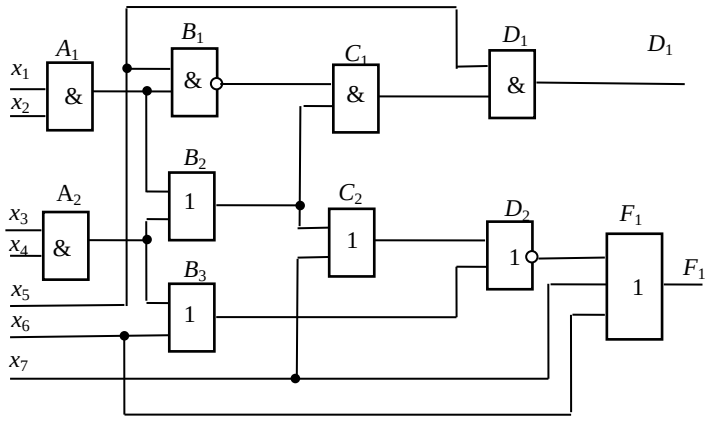


Рис. 3. Структурная реализация цифрового устройства

В работе [8] предложен подход к определению множества линий структуры для кодирования, основанный на моделировании схемы с внесенной *i*-й неисправностью и вычислении признака $P_i = X_i \cdot Y_i$, который характеризует линию с точки зрения эффективности ее выбора при кодировании схемы. Здесь X_i – количество входных наборов, которые покрывают анализируемую неисправность, Y_i – количество выходных переменных, которые искажаются при появлении данной неисправности. По результатам анализа полученных признаков определяется множество внутренних линий схемы для кодирования.

Очевидно, что данный подход требует моделирования схемы $M = 2s \cdot 2^n$ раз, где s – общее количество линий схемы (переменных полного состояния схемы), n – количество входных переменных схемы. Для схемы на рис. 3 $M = 128 \cdot 34 = 4352$. Для реальных схем подобный подход практически неприемлем по причине высоких вычислительных затрат. С целью оптимизации вычислительных процедур предлагается эвристическое решение – сократить количество моделируемых входных наборов до 100 [8] (в этом случае $M = 200k$).

Сведем задачу кодирования к поиску неисправностей константного типа кодируемой структуры, обнаруживаемых на большем количестве выходных линий и на максимальном количестве входных векторов.

В отличие от решения, принятого в работе [8], рассмотрим более эффективный подход, который основан на применении метода сквозного вычисления неисправностей, покрываемых входным вектором, т. е. конкурентно-дедуктивного моделирования вместо моделирования каждой неисправной модификации схемы на определенном множестве случайных входных наборов с целью оценки степени влияния неисправностей на выходы схемы [9]. Метод конкурентно-дедуктивного моделирования неисправностей основан на моделировании исправной схемы и позволяет за один проход моделирования определить все неисправности константного типа, обнаруживаемые на моделируемом входном наборе. За счет того что моделируется только исправная схема, эффективность решения существенно повышается по сравнению с моделированием одиночной неисправности на множестве входных векторов.

Вначале вычисляются неисправности, обнаруживаемые на моделируемом ограниченном множестве случайных входных наборов. Затем по результатам анализа определяются те неисправности, которые обнаруживаются наибольшим числом наборов и указывают преимуще-

ственные линии схемы для вставки ключевых вентилей. В то же время численное ограничение количества моделируемых входных воздействий [10] сужает возможность поиска наиболее эффективного решения.

В настоящей работе предлагается другой подход, основанный на построении теста в классе неисправностей константного типа [9] и его применении на первом этапе кодирования. В рамках данного подхода вместо заранее определенного числа случайных входных воздействий (как, например, 100 в работе [10]) применяется тестовая последовательность входных векторов, которая обеспечивает близкое к полному покрытие неисправностей константного типа кодируемой структуры.

В табл. 1 приведены результаты построения теста для схемы на рис. 3 и единичные значения разностных неисправных функций. Первый столбец таблицы содержит входные наборы теста, последующие (согласно идентификаторам неисправностей константного типа всех линий схемы) – единичные значения разностных неисправных функций, реализуемых на соответствующем выходе схемы. Здесь X_1^0 – неисправность типа const 0 на входе X_1, а A_1^1 – неисправность типа const 1 на выходе элемента A_1. Верхний индекс при единичном значении разностной неисправной функции указывает, на каком выходе схемы реализуется данная функция. В данном случае значение 1^1 относится к функции, реализуемой на первом выходе схемы, т. е. на выходе элемента D_1. Верхний индекс в обозначении разностной неисправной функции (1^2) указывает, что функция относится ко второму выходу схемы, т. е. F_1. (Если неисправность обнаруживается, к примеру, на трех выходах, то верхний индекс может иметь вид $1^{2,3,5}$.)

Таблица 1

Единичные значения разностных неисправных функций
для структурной реализации цифрового устройства

Тест-векторы	X_1^0	X_1^1	X_2^0	X_2^1	X_3^0	X_3^1	X_4^0	X_4^1	X_5^0	X_5^1	X_6^0	X_6^1	X_7^0	X_7^1	A_1^0	A_1^1	A_2^0
1010100				1^2				1^1								1^2	
1011100				1^1	1^1		1^1		1^1			1^2		1^2		1^1	1^1
1101100	1^2		1^2									1^2		1^2	1^2		
0101111		1^2				1^2										1^2	
0111010										1^1	1^2						
0011101					1^1		1^1		1^1				1^2			1^1	1^1
Тест-векторы	A_2^1	B_1^0	B_1^1	B_2^0	B_2^1	B_3^0	B_3^1	C_1^0	C_1^1	C_2^0	C_2^1	D_1^0	D_1^1	D_2^0	D_2^1	F_1^0	F_1^1
1010100	1^1				1^1		1^2		1^1		1^2		1^1	1^2		1^2	
1011100		1^1		1^1				1^1				1^1			1^2		1^2
1101100			1^1	1^2					1^1	1^2			1^1		1^2		1^2
0101111	1^2				1^2		1^2				1^2		1^1	1^2		1^2	
0111010													1^1			1^2	
0011101		1^1		1^1				1^1				1^1				1^2	

Из табл. 1 видно, что размещение ключевого вентиля XOR на выходе элемента B_3 не имеет смысла, так как тест контроля неисправности const 0 на выходе элемента B_3 отсутствует. Наиболее целесообразно выбрать вначале для последующего кодирования выходы элементов A_1, D_1, F_1, так как столбцы, соответствующие неисправностям A_1^1, D_1^1, F_1^0 данных элементов, содержат большее число единичных значений разностных неисправных функций. Это свидетельствует о том, что большее число входных векторов в случае применения неправильного ключа приведет к искажению реакции схемы.

На рис. 4 показана схема с внесенными ключевыми элементами PS_1, PS_2, PS_3 и ключевыми входами K_1, K_2, K_3. В схеме ключевой элемент PS_3 имеет тип XOR, так как неисправность const 0 на выходе элемента F_1 обнаруживается бóльшим числом входных сигналов по сравнению с неисправностью const 1. Ключевые элементы PS_1 и PS_2 имеют тип XNOR, так как соответствуют столбцам с неисправностями типа const 1.

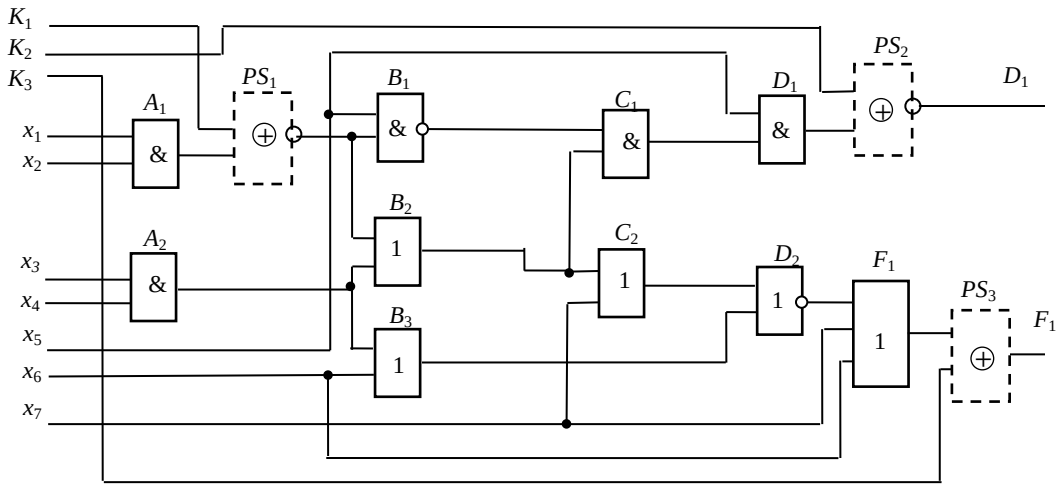


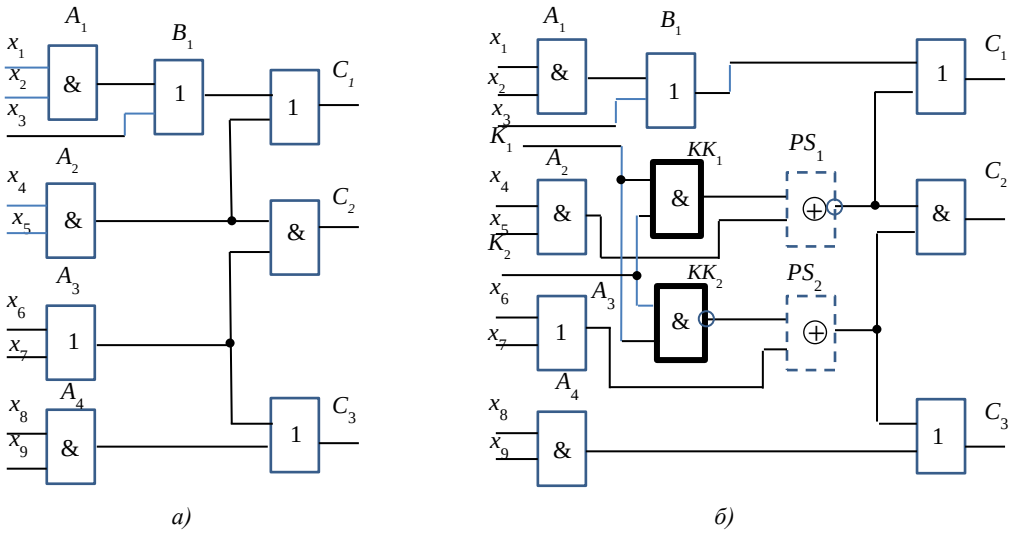
Рис. 4. Схема с вентилями PS_1, PS_2 и PS_3 для логического шифрования

После добавления ключевых элементов в структуру необходимо проанализировать полученные результаты кодирования, используя моделирование имеющейся частично закодированной структуры на наборах теста на всем булевом интервале множества ключевых входов и сравнение в каждом случае выходных реакций схемы с результатами моделирования исходной схемы. Как было показано выше, для максимального затруднения доступа к получению структуры схемы необходимо обеспечить кодовое расстояние Хэмминга между выходными состояниями схемы в условиях применения правильных и ошибочных ключевых кодов, близкое к 0,5 числа переменных выходного состояния [6].

Управляемое кодирование цифровых устройств на структурном уровне. Очевидно, что результат кодирования проявляется на выходах схемы в зависимости от числа неправильных битов кода [8]. Если ключевой вентиль управляется одним битом ключевого кода, вероятность того, что данный вентиль будет приведен в действие, $P = 0{,}5$. Это означает, что только половина ключевых вентилей повлияет на результат функционирования схемы при применении неправильного ключа. Для того чтобы увеличить вероятность P и усилить влияние неправильного бита кодового слова на результат функционирования схемы, применим управляющие вентили, с помощью которых можно объединить биты кодового слова в группы, использовав при этом их выходы в качестве входов ключевых вентилей. В таком случае будет реализовано групповое воздействие нескольких битов кодового слова на активизацию ключевого вентиля. Если хотя бы один из ключевых входов, включенных в группу, принимает неправильное значение, ключевой вентиль окажется активированным. Для этого с каждым ключевым вентилем используется управляющий вентиль. Если применяется двухвходовый управляющий вентиль, то вероятность активизации ключевого вентиля возрастает с 0,5 до 0,75; в случае трехвходового вентиля вероятность составляет 0,88, а пятивходового – 0,97 (только один ключевой вектор из 32 векторов данной группы является правильным).

На рис. 5, *а* показан фрагмент схемы с тремя выходами, на рис. 5, *б* – пример двухуровневого кодирования. В соответствии с полученными результатами (табл. 2) в качестве линий для первоочередного ввода ключевых вентилей для кодирования выбраны выходы элементов A_2 (вентиль PS_1 типа XNOR) и A_3 (вентиль PS_2 типа XOR). Тип ключевого вентиля XNOR на выходе элемента A_2 выбирается в соответствии с неисправностью const 1, которая покрывается четырьмя из семи входных векторов и обнаруживается на двух из трех выходов. Выбор неисправности A_3^0 обусловлен тем, что по сравнению с неисправностью C_2^1 неисправность A_3^0 приводит к изменению логического состояния двух выходов.

Дополнительно в схему включены управляющие двухвходовые вентили KK_1 и KK_2, которые усилили влияние на функционирование схемы каждого бита ключевого входа.



а) *б)*

Рис. 5. Пример схемы с двухуровневым кодированием: *а)* логическая структура с тремя выходами; *б)* двухуровневое кодирование схемы

Таблица 2

Единичные значения разностных неисправных функций для схемы с двухуровневым кодированием

Тест-векторы	X_1^0	X_1^1	X_2^0	X_2^1	X_3^0	X_3^1	X_4^0	X_4^1	X_5^0	X_5^1	X_6^0	X_6^1	X_7^0	X_7^1	X_8^0	X_8^1	X_9^0
100100101				1^1		1^1				$1^{1,2}$			1^3				
110010001	1^1		1^1									1^3		1^3		1^3	
001111001							1^2		1^2		$1^{2,3}$						
000010011						1^1		1^1							1^3		1^3
000110010							1^1		1^1			$1^{2,3}$		$1^{2,3}$			
101000110					1^1								1^3				
010001100		1^1				1^1											
Тест-векторы	X_9^1	A_1^0	A_1^1	A_2^0	A_2^1	A_3^0	A_3^1	A_4^0	A_4^1	B_1^0	B_1^1	C_1^0	C_1^1	C_2^0	C_2^1	C_3^0	C_3^1
100100101			1^1		$1^{1,2}$	1^3					1^1		1^1		1^2	1^3	
110010001		1^1					1^3		1^3	1^1		1^1			1^2		1^3
001111001				1^2		$1^{2,3}$						1^1		1^2		1^3	
000010011			1^1		1^1			1^3			1^1		1^1		1^2	1^3	
000110010	1^3			1^1			$1^{2,3}$		1^3			1^1			1^2		1^3
101000110					1^2	1^3				1^1		1^1			1^2	1^3	
010001100			1^1		$1^{1,2}$	1^3					1^1		1^1		1^2	1^3	

Рассмотрим основные этапы управляемого логического кодирования комбинационных структур при использовании двухвходовых управляющих вентилей.

Исходные данные: описание кодируемой структуры схемы. Результаты: описание закодированной структуры схемы, правильный ключ. Алгоритм управляемого кодирования цифровых устройств включает следующие шаги:

1. Построить тест контроля структуры в классе неисправностей константного типа методом случайного поиска на основе применения метода конкурентно-дедуктивного моделирования неисправностей.

2. Упорядочить множество *FN* обнаруживаемых на наборах теста неисправностей по убыванию числа покрывающих входных наборов и активизированных выходов схемы.

3. $J := 1$.

4. Из множества *FN* выбрать *j*-ю неисправность, в соответствии с типом неисправности включить в структуру схемы ключевой элемент (типа XOR, если неисправность const 0, и типа XNOR, если неисправность const 1), включить управляющий вентиль с ключевым входом k_j, на второй вход управляющего вентиля подключить дополнительный ключевой вход.

5. Смоделировать полученную структуру на всех наборах теста при всех возможных комбинациях значений ключа.

6. Проанализировать кодовое расстояние Хэмминга между реакциями исходной схемы и частично закодированной при неправильных битах ключа.

7. Если результат анализа кодирования неудовлетворителен, то $J := J + 1$, перейти к п. 4.

8. Выход.

В приведенном алгоритме отсутствуют этапы анализа закодированной схемы на предмет влияния включенных дополнительных аппаратных средств на временные параметры и алгоритмическую устойчивость схемы.

Заключение. В работе обоснована необходимость развития таксономии отклонений, возникающих по разным причинам в проектах СБИС типа СнК на разных этапах проектирования и изготовления.

Предложенный алгоритм управляемого кодирования описаний цифровых устройств комбинационного типа на структурном уровне на основе применения средств тестового контроля требует меньших вычислительных затрат и времени, проявляет устойчивость к восстановлению правильного ключа на основе «атаки SAT» [10]. Это обусловлено тем, что ключевые входы устройства не связаны напрямую с ключевыми вентилями, а ключевые вентили активизируются не одним ключевым входом. Применение метода сквозного вычисления множества покрываемых неисправностей на основе моделирования исправной схемы существенно сокращает объем вычислительных процедур.

Список использованных источников

1. Security analysis of integrated circuit camouflaging / J. Rajendran [et al.] // ACM SIGSAC Conf. on Computer & Communications Security (CCS'13). – Berlin, 2013. – P. 709–720.

2. Сергейчик, В. В. Методы лексической обфускации VHDL-описаний / В. В. Сергейчик, А. А. Иванюк // Information Technologies and Systems 2013 (ITS 2013) : Proc. of the Intern. Conf. – Minsk, 2013. – С. 198–199.

3. Benchmarking of hardware Trojans and maliciously affected circuits / B. Shakya [et al.] // J. of Hardware and Systems Security. – 2017. – Vol. 1(1). – P. 85–102.

4. Hardware Trojans: lessons learned after one decade of research / K. Xiao [et al.] // ACM Transactions on Design Automation of Electronic System. – 2016. – Vol. 22, no. 1. – P. 1– 23.

5. New testing procedure for finding insertion sites of stealthy hardware Trojans / S. Dupuis [et al.] // Design, Automation & Test in Europe Conference & Exhibition (DATE'2015), Grenoble, France, 9–13 Mar. 2015. – Grenoble, 2015. – P. 776–781.

6. Roy, J. A. EPIC: Ending Piracy of Integrated Circuits / J. A. Roy, F Koushanfar, I. L. Markov // IEEE Computer. – 2010. – Vol. 43, no. 10. – P. 30–38.

7. Chakraborty, R. S. Security against hardware Trojan through a novel application of design obfuscation / R. S. Chakraborty, S. Bhunia // IEEE/ACM Intern. Conf. on Computer-Aided Design. – San Jose, 2009. – P. 113–116.

8. Weighted logic locking: a new approach for IC piracy protection / N. Karousos [et al.] // IEEE 23rd Intern. Symp. on On-Line Testing and Robust System Design (IOLTS). – Thessaloniki, 2017. – P. 221–226.

9. Золоторевич, Л. А. Исследование методов и средств верификации проектов и генерации тестов МЭС / Л. А. Золоторевич // Сб. науч. тр. Всерос. науч.-техн. конф. «Проблемы разработки перспективных микроэлектронных систем» (МЭС–2006) / под общ. ред. А. Л. Стемпковского. – М. : ИППМ РАН, 2006. – С. 163–168.

10. On improving the security of logic locking / M. Yasin [et al.] // IEEE Transactions on Computer-Aided Design of Integrated Circuits and Systems. – 2016. – Vol. 35, no. 9. – P. 1411–1424.

References

1. Rajendran J., Sam M., Sinanoglu O., Karri R. Security analysis of integrated circuit camouflaging. *ACM SIGSAC Conference on Computer & Communications Security*. Berlin, 2013, pp. 709–720.

2. Sergejchik V. V., Ivanjuk A. A. Metody leksicheskoj obfuskacii VHDL-opisanij [Methods of lexical obfuscation of VHDL descriptions]. *Information Technologies and Systems 2013 (ITS 2013) : Proceedings of the International Conference*. Minsk, 2013, pp. 198–199 (in Russian).

3. Shakya B., Salmani T. H., Forte D., Bhunia S., Tehranipoor M. Benchmarking of hardware Trojans and maliciously affected circuits. *Journal of Hardware and Systems Security*, 2017, vol. 1(1), pp. 85–102.

4. Xiao K, Forte D, Jin Y, Karri R, Bhunia S., Tehranipoor M. Hardware Trojans: lessons learned after one decade of research. *ACM Transactions on Design Automation of Electronic System*, 2016, vol. 22, no. 1, pp. 1–23.

5. Dupuis S., Rouzeyre B., Flottes M.-L., Natale G. D., Ba P.-S. New testing procedure for finding insertion sites of stealthy hardware Trojans. *Design, Automation & Test in Europe Conference & Exhibition (DATE'2015), Grenoble, France, 9–13 March 2015*. Grenoble, 2015, pp. 776–781.

6. Roy J. A., Koushanfar F., Markov I. L. EPIC: Ending Piracy of Integrated Circuits. *IEEE Computer*, 2010, vol. 43, no. 10, pp. 30–38.

7. Chakraborty R. S., Bhunia S. Security against hardware Trojan through a novel application of design obfuscation. *IEEE/ACM International Conference on Computer-Aided Design*. San Jose, 2009, pp. 113–116.

8. Karousos N., Pexaras K., Karybali I. G., Kalligeros E. Weighted logic locking: a new approach for IC piracy protection. *IEEE 23rd International Symposium on On-Line Testing and Robust System Design (IOLTS)*. Thessaloniki, 2017, pp. 221–226.

9. Zolotorevich L. A. Issledovanie metodov i sredstv verifikacii proektov i generacii testov MJeS [Research of methods and means of project verification and test generation of MES]. Sbornik nauchnyh trudov Vserossijskoj nauchno-tehnicheskoj konferencii "Problemy razrabotki perspektivnyh mikrojelektronnyh sistem (MJeS–2006)" [*Collection of scientific papers of the all-russian scientific and technical conference "Problems of Development of Promising Microelectronic Systems" (MES–2006)*], Moscow, Institut problem proektirovanija v mikrojelektronike Rossijskoj akademii nauk, 2006, pp. 163–168 (in Russian).

10. Yasin M., Rajendran J., Sinanoglu O., Karri R. On improving the security of logic locking. *IEEE Transactions on Computer-Aided Design of Integrated Circuits and Systems*, 2016, vol. 35, no. 9, pp. 1411–1424.

Информация об авторе

Золоторевич Людмила Андреевна, кандидат технических наук, доцент, Белорусский государственный университет радиоэлектроники и информатики, Минск, Беларусь.
E-mail: zolotorevichLA@bsuir.by

Information about the author

Lyudmila A. Zolotorevich, Cand. Sci. (Eng.), Assoc. Prof., Belarusian State University of Informatics and Radioelectronics, Minsk, Belarus.
E-mail: zolotorevichLA@bsuir.by

ISSN 1816-0301 (Print)
ISSN 2617-6963 (Online)
УДК 004.052.32+681.518.5

Поступила в редакцию 30.01.2019
Received 30.01.2019

Принята к публикации 09.04.2019
Accepted 09.04.2019

Способ построения семейства кодов с суммированием с наименьшим общим количеством необнаруживаемых ошибок в информационных векторах

Д. В. Ефанов[1]✉, В. В. Сапожников[2], Вл. В. Сапожников[2]

[1]ООО «ЛокоТех-Сигнал», Российский университет транспорта, Москва, Россия
✉E-mail: TrES-4b@yandex.ru
[2]Петербургский государственный университет путей сообщения Императора Александра I, Санкт-Петербург, Россия

Аннотация. Изложены результаты исследований способов построения разделимых кодов с суммированием с наименьшим общим количеством необнаруживаемых ошибок в информационных векторах. Приведены формулы подсчета числа необнаруживаемых ошибок в информационных векторах и свойства данного класса кодов. Представлен универсальный способ построения таких кодов, дающий для каждого значения длины информационного вектора возможность получения целого семейства кодов, обладающих к тому же различными распределениями необнаруживаемых ошибок по видам и кратностям. Приведены примеры построения кодов, методология анализа их характеристик, а также дано сравнение кодов между собой. Предложен метод синтеза кодеров разработанных кодов с суммированием.

Ключевые слова: техническая диагностика, обнаружение неисправностей, код с суммированием, необнаруживаемая ошибка, минимальное количество необнаруживаемых ошибок, модифицированный код с суммированием, семейство кодов

Для цитирования. Ефанов, Д. В. Способ построения семейства кодов с суммированием с наименьшим общим количеством необнаруживаемых ошибок в информационных векторах / Д. В. Ефанов, В. В. Сапожников, Вл. В. Сапожников // Информатика. – 2019. – Т. 16, № 3. – С. 101–118.

Sum code family formation method with undetectable error minimum in data vectors

Dmitry V. Efanov[1]✉, Valery V. Sapozhnikov[2], Vladimir V. Sapozhnikov[2]

[1]"LocoTech-Signal" LLC, Russian University of Transport, Moscow, Russia
✉E-mail: TrES-4b@yandex.ru
[2]Emperor Alexander I St. Petersburg State Transport University, Saint Petersburg, Russia

Abstract. The research results of the methods for formation of separable sum codes with the minimum number of undetectable errors in data vectors are presented. A formula for counting the number of undetectable errors in data vectors and codes family properties are given. A universal method for formation of such codes is shown, which makes it possible for each value of the data vector length to obtain a whole family of codes that also have different distributions of undetectable errors by type and multiplicity. An example of codes formation, methods for analyzing characteristics, code comparison are presented. A method for synthesizing coders of developed sum codes is suggested.

Keywords: technical diagnostics, fault detector, sum code, undetectable error, undetectable error minimum, modified sum code, codes family

For citation. Efanov D. V., Sapozhnikov V. V., Sapozhnikov Vl. V. Sum code family formation method with undetectable error minimum in data vectors. *Informatics*, 2019, vol. 16, no. 3, pp. 101–118 (in Russian).

Введение. В процессе разработки диагностического обеспечения современных микроэлектронных систем автоматического управления широко используют избыточное кодирование. При этом свое применение находят как коды с корректирующими свойствами (например, коды Хэмминга, Рида – Соломона или Рида – Маллера [1–5]), так и коды со свойствами идентификации ошибок (например, разнообразные коды с суммированием [6–8]). Использование кодов с обнаружением ошибок оправдано с позиции решаемой задачи диагностики: необходимо обеспечить процедуру диагностирования с минимальными временными и аппаратурными затратами или же реализовать такое устройство, структура которого будет наделена свойствами самопроверяемости или самотестируемости. Для того чтобы код обладал свойством обнаружения ошибок, требуется меньшая избыточность, чем для реализации свойства коррекции ошибок. Избыточность кода напрямую влияет на сложность кодирующего и декодирующего оборудования, а также на аппаратурные затраты при построении устройств автоматики, снабженных техническими средствами диагностирования. Следует отметить, что во многих приложениях технической диагностики не требуется коррекция ошибочного сигнала, необходимо обеспечить только фиксацию данного события, а затем выявить причину его возникновения [9–12]. За счет этого исключается накопление дефектов.

Известно большое количество способов построения кодов, ориентированных на обнаружение искажений в кодовых словах или же только в информационных векторах [13]. Приложениям данных кодов в задачах синтеза технических средств диагностирования и контролепригодных устройств автоматики и вычислительной техники посвящено множество публикаций, например [14–16]. В ряде публикаций, например [17–19], исследуются возможности модификации разделимых кодов с суммированием и устанавливаются их свойства, а также возможности построения кодов с суммированием с заданными характеристиками обнаружения ошибок в информационных векторах. Такие коды могут эффективно применяться при решении задач технической диагностики.

Одной из характеристик разделимых кодов, или (m, k)-кодов (m и k – длины информационных и контрольных векторов кодовых слов), является эффективность использования контрольных разрядов, оцениваемая по общему количеству необнаруживаемых ошибок в информационных векторах (числу $N_{m,k}$) для конкретного (m, k)-кода. Любой разделимый код удобно сравнивать с некоторым абстрактным (m, k)-кодом, обладающим теоретическим минимумом общего количества необнаруживаемых ошибок (числом $N_{m,k}^{\min}$) [20]. Чем ближе число $N_{m,k}$ для конкретного (m, k)-кода к числу $N_{m,k}^{\min}$, тем эффективнее он использует свои контрольные разряды для обнаружения ошибок.

Существует ряд способов построения (m, k)-кодов, для которых достигается теоретический минимум общего числа необнаруживаемых ошибок в информационных векторах [21–23]. Настоящая публикация посвящена описанию нового способа построения целого семейства таких кодов с суммированием.

Коды с суммированием с наименьшим общим количеством необнаруживаемых ошибок. Для определения общего количества необнаруживаемых любым (m, k)-кодом ошибок в информационных векторах необходимо знать распределение всех информационных векторов между всеми контрольными векторами. Так как правила построения любого (m, k)-кода формализованы, то фактически его можно задать в виде таблицы. В столбцах этой таблицы будут расположены контрольные векторы (они образуют контрольные группы), в которые распределятся все информационные векторы [24]. Ошибка будет необнаруживаемой в том случае, если в результате ее возникновения информационный вектор заданной контрольной группы перейдет в информационный вектор той же контрольной группы. Следовательно, по числу вза-

имных переходов информационных векторов внутри каждой контрольной группы можно вычислить общее количество необнаруживаемых ошибок.

Теорема 1. *Разделимый двоичный код будет обладать минимальным общим количеством необнаруживаемых ошибок при условии, что все* 2^m *информационных вектора будут равномерно распределены между всеми* 2^k *контрольными векторами, а общее число необнаруживаемых ошибок в таком коде будет определяться по формуле*

$$N_{m,k}^{\min} = 2^m \left(2^{m-k} - 1\right). \tag{1}$$

Доказательство. Каждому из 2^k контрольных векторов поставим в соответствие контрольную группу $i \in \left\{0, 1, ..., 2^k\right\}$ (фактически номер группы соответствует десятичному представлению двоичного числа, записываемого в контрольный вектор). В каждой контрольной группе будет находиться q_i информационных векторов (табл. 1).

Таблица 1

Задание (*m*, *k*)-кода в табличной форме

Контрольная группа				
0	1	…	$2^k - 1$	2^k
Число информационных векторов				
$2C_{q_0}^2$	$2C_{q_1}^2$	…	$2C_{q_{2^k-1}}^2$	$2C_{q_{2^k}}^2$

Так как необнаруживаемой будет только ошибка, которая переводит информационный вектор одной контрольной группы в информационный вектор той же контрольной группы, то число необнаруживаемых ошибок в каждой контрольной группе будет определяться удвоенным числом всех возможных переходов каждого вектора в каждый:

$$2C_{q_i}^2 = q_i \left(q_i - 1\right). \tag{2}$$

Общее же количество необнаруживаемых кодов ошибок будет вычисляться по формуле

$$N_{m,k} = \sum_{i=0}^{2^k} 2C_{q_i}^2 = \sum_{i=0}^{2^k} q_i \left(q_i - 1\right). \tag{3}$$

Если все 2^m информационных вектора распределены равномерно между всеми 2^k контрольными векторами, т. е. $q_0 = q_1 = ... = q_{2^k} = q$, то в каждой контрольной группе будет присутствовать по $q = \frac{2^m}{2^k} = 2^{m-k}$ информационных векторов. Из формулы (2) следует, что число необнаруживаемых ошибок в каждой группе будет определяться величиной

$$2C_q^2 = q\left(q - 1\right) = 2^{m-k}\left(2^{m-k} - 1\right). \tag{4}$$

Суммируя выражения (4) 2^k раз (умножая на величину 2^k), приходим к формуле (1). Покажем, что именно формула (1) определяет минимум общего количества необнаруживаемых ошибок в информационных векторах при заданных параметрах *m* и *k*.

Предположим, что код с неравномерным распределением всех информационных векторов между всеми контрольными векторами не будет обнаруживать меньшее количество ошибок в информационных векторах, чем код с равномерным их распределением. Так как общее количество информационных векторов неизменно и равно 2^m, в каких-то контрольных группах будет присутствовать большее их количество, а в каких-то – меньшее.

Пусть в одной контрольной группе вместо $q = 2^{m-k}$ информационных векторов присутствует $(q-b)$ информационных векторов, а b информационных векторов по одному распределены между всеми остальными контрольными группами. В этом случае число необнаруживаемых ошибок в контрольной группе с уменьшенным числом информационных векторов будет находиться из выражения

$$(q-b)(q-b-1) = (q-b)^2 - (q-b) = q^2 - 2qb + b^2 - q + b = (q^2 - q) + (b^2 + b - 2qb). \quad (5)$$

Сравнивая формулы (5) и (4), отмечаем, что с уменьшением числа информационных векторов в контрольной группе на величину b число необнаруживаемых ошибок, возникающих внутри рассматриваемой контрольной группы, изменилось на величину $(b^2 + b - 2qb) = b(b+1-2q)$. Число $b \in \{1, 2, ..., 2^{m-k} - 1\}$, а число $q = 2^{m-k}$. Выражение $b(b+1-2q)$ при отмеченных значениях b и q всегда меньше нуля. Например, положим $b = 2^{m-k} - 1$ (максимальное значение), тогда $(2^{m-k} - 1)((2^{m-k} - 1) + 1 - 2 \cdot 2^{m-k}) = (2^{m-k} - 1)(-2^{m-k}) < 0$. Число необнаруживаемых ошибок в контрольной группе уменьшилось на величину $|b(b+1-2q)|$.

В других контрольных группах число необнаруживаемых ошибок увеличивается, поскольку общее число информационных векторов увеличилось на единицу. Тогда в группах с увеличенным числом векторов количество необнаруживаемых ошибок определяется формулой

$$(q+1)(q+1-1) = (q+1)^2 - (q+1) = q^2 + 2q + 1 - q - 1 = q^2 + q. \quad (6)$$

Сравнивая (6) и (4), отмечаем, что добавление одного вектора в контрольную группу увеличило число необнаруживаемых ошибок на величину $2q$. Так как число групп с увеличенным числом информационных разрядов на единицу равно b, общее увеличение числа необнаруживаемых ошибок составляет $2qb$. В остальных контрольных группах (в которых осталось по q информационных векторов) число необнаруживаемых ошибок сохранилось.

Из приведенных рассуждений следует, что произошло уменьшение числа необнаруживаемых ошибок за счет уменьшения числа векторов в одной контрольной группе на величину $|b(b+1-2q)|$ и увеличение числа необнаруживаемых ошибок при добавлении векторов в другие контрольные группы на величину $2q$. За счет этого число необнаруживаемых ошибок стало больше на величину $2q + b(b+1-2q) = b^2 + b$. При b = 1 число необнаруживаемых ошибок увеличивается на 2, при b = 2 – на 6, при b = 3 – на 12 и т. д. Добавление в одну контрольную группу двух и более информационных векторов приводит к еще большему увеличению числа необнаруживаемых ошибок.

Таким образом, даже минимальное нарушение равномерности распределения всех 2^m информационных векторов между всеми 2^k контрольными векторами приводит к увеличению числа не обнаруживаемых кодом ошибок. Отсюда следует, что при неравномерном распределении информационных векторов между контрольными векторами невозможно уменьшение числа необнаруживаемых ошибок, а высказанное предположение о том, что код с минимальным общим количеством необнаруживаемых ошибок может иметь неравномерное распределение, неверно. ■

Рассмотрим некоторые особенности таких (m, k)-кодов, которые имеют равномерное распределение информационных векторов между всеми контрольными векторами.

Пусть код имеет постоянное количество контрольных разрядов вне зависимости от длины информационного вектора. Установим, во сколько раз увеличивается число необнаруживаемых ошибок в нем при увеличении длины информационного вектора.

Число не обнаруживаемых (m, k)-кодом ошибок определяется по формуле (1), а число не обнаруживаемых (m+p, k)-кодом ошибок – по формуле

$$N_{m+p,k}^{\min} = 2^{m+p}(2^{m+p-k} - 1). \tag{7}$$

Запишем отношение величины (7) к (1) и определим значение предела при $m \to \infty$:

$$\lim_{m\to\infty} \frac{2^{m+p}(2^{m+p-k} - 1)}{2^m(2^{m-k} - 1)} = \lim_{m\to\infty} 2^p \cdot \frac{2^{m+p-k} - 1}{2^{m-k} - 1} = 2^p \lim_{m\to\infty} \frac{2^p - \frac{1}{2^{m-k}}}{1 - \frac{1}{2^{m-k}}} = 2^{2p} = 4^p. \tag{8}$$

Свойство 1. *Число не обнаруживаемых (m+p, k)-кодом ошибок по сравнению с числом не обнаруживаемых (m, k)-кодом ошибок с ростом значения m и при $m \to \infty$ увеличивается в 4^p раз.*

В частности, для двух кодов, длины информационных векторов которых различаются на единицу, числа необнаруживаемых ошибок различаются в четыре раза.

Рассмотрим два разделимых кода с минимальным общим числом необнаруживаемых ошибок в информационных векторах, длины которых равны, а длины контрольных векторов различаются на величину r. Для $(m, k+r)$-кода число необнаруживаемых ошибок находится по формуле

$$N_{m,k+r}^{\min} = 2^m(2^{m-(k+r)} - 1). \tag{9}$$

Записывая отношение величины (9) к (1) и определяя значение предела при $m \to \infty$, получаем

$$\lim_{m\to\infty} \frac{2^m(2^{m-(k+r)} - 1)}{2^m(2^{m-k} - 1)} = \lim_{m\to\infty} \frac{2^{m-k-r} - 1}{2^{m-k} - 1} = \lim_{m\to\infty} \frac{2^{-r} - \frac{1}{2^{m-k}}}{1 - \frac{1}{2^{m-k}}} = 2^{-r}. \tag{10}$$

Свойство 2. *Число не обнаруживаемых (m, k+r)-кодом ошибок по сравнению с числом не обнаруживаемых (m, k)-кодом ошибок с ростом значения m и при $m \to \infty$ уменьшается в 2^r раз.*

В частности, для двух кодов, длины контрольных векторов которых различаются на единицу, числа необнаруживаемых ошибок будут различаться вдвое.

В заключение рассмотрим два кода с минимальным общим количеством необнаруживаемых ошибок для своих длин информационных и контрольных векторов – коды (m, k) и $(m+p, k+r)$. Для последнего кода число необнаруживаемых ошибок определяется выражением

$$N_{m+p,k+r}^{\min} = 2^{m+p}(2^{m+p-(k+r)} - 1). \tag{11}$$

Записывая отношение (11) к (1) и переходя к пределу при $m \to \infty$, получаем

$$\lim_{m\to\infty} \frac{2^{m+p}\left(2^{m+p-(k+r)} - 1\right)}{2^m\left(2^{m-k} - 1\right)} = \lim_{m\to\infty} 2^p \cdot \frac{2^{m+p-k-r} - 1}{2^{m-k} - 1} = 2^p \lim_{m\to\infty} \frac{2^{p-r} - \frac{1}{2^{m-k}}}{1 - \frac{1}{2^{m-k}}} = 2^p 2^{p-r} = 2^{2p-r}. \tag{12}$$

Свойство 3. *Число не обнаруживаемых (m+p, k+r)-кодом ошибок по сравнению с числом не обнаруживаемых (m, k)-кодом ошибок с ростом значения m и при $m \to \infty$ изменяется в 2^{2p-r} раз.*

К примеру, для $(m+1, k+1)$- и (m, k)-кодов получаем, что вне зависимости от значений m и k общее число необнаруживаемых ошибок в первом сравниваемом коде вдвое больше общего числа необнаруживаемых ошибок во втором сравниваемом коде.

Сравнивая общее количество не обнаруживаемых рассматриваемыми (m, k)-кодами ошибок с общим количеством возможных ошибок в информационных векторах и переходя к пределу при $m \to \infty$, получаем

$$\lim_{m\to\infty}\frac{2^m(2^{m-k}-1)}{2^m(2^m-1)}=\lim_{m\to\infty}\frac{2^{m-k}-1}{2^m-1}=\lim_{m\to\infty}\frac{2^{-k}-\frac{1}{2^m}}{1-\frac{1}{2^m}}=2^{-k}. \quad (13)$$

Свойство 4. *Число не обнаруживаемых (m, k)-кодом ошибок при $m\to\infty$ в 2^k раз больше общего числа допустимых искажений в информационных векторах данной длины.*

Обратимся к способам построения (*m*, *k*)-кодов рассматриваемого класса.

Способ синтеза семейства кодов с суммированием с наименьшим общим количеством необнаруживаемых ошибок в информационных векторах. Кодами с равномерным распределением всех информационных векторов между всеми контрольными векторами являются любые линейные коды, к которым относятся, например, классические и модифицированные коды паритета [25], классические и модифицированные коды Хэмминга [26], полиномиальные коды [27] и др. Вообще, любые коды, для которых предполагается подсчет ряда контрольных проверок в виде сверток по модулю два части информационных разрядов, принадлежат к кодам с равномерным распределением информационных векторов между всеми контрольными векторами. Это следует из особенностей самой функции сложения по модулю два. Примерами нелинейных кодов с суммированием, для которых достигнута величина $N_{m,k}^{\min}$, являются модульный и модифицированный коды с суммированием взвешенных информационных разрядов с последовательностью весовых коэффициентов, образующей натуральный ряд чисел. Контрольному вектору первого кода соответствует суммарный вес

$$W=\sum_{i=1}^{m}w_i f_i(\mathrm{mod}\,2^{\lceil\log_2(m+1)\rceil}), \quad (14)$$

где f_i и w_i – значение и вес *i*-го информационного разряда, $2^{\lceil\log_2(m+1)\rceil}$ – предустановленное значение модуля, а каждое слагаемое представляет собой наименьший неотрицательный вычет значения весового коэффициента, умноженный на значение соответствующего разряда информационного вектора.

Контрольному вектору второго кода соответствует число

$$W=\sum_{i=1}^{m}w_i f_i(\mathrm{mod}\,2^{\lceil\log_2(m+1)\rceil-1})+\alpha\cdot 2^{\lceil\log_2(m+1)\rceil-1}, \quad (15)$$

где $2^{\lceil\log_2(m+1)\rceil-1}$ – предустановленное значение модуля, первое слагаемое представляет собой наименьший неотрицательный вычет суммы весовых коэффициентов значащих разрядов информационного вектора, коэффициент α является сверткой по модулю два заранее установленных информационных разрядов, а второе слагаемое фактически определяет значение старшего контрольного разряда.

Коды, для которых суммарный вес определяется по формуле (14), описаны в работе [22], а коды, для которых суммарный вес определяется по формуле (15) с различными способами образования числа α, исследованы в [28, 29]. Коды, получаемые с использованием формул (14) и (15), обладают избыточностью классического кода с суммированием (кода Бергера [30]): число контрольных разрядов в них определено величиной $k=\lceil\log_2(m+1)\rceil$.

Пользуясь формулой (15), но изменяя последовательности весовых коэффициентов разрядов информационного вектора, а также фиксируя способ подсчета коэффициента α, можно строить семейства модифицированных взвешенных кодов с суммированием с минимальным числом необнаруживаемых ошибок в информационных векторах для конкретных значений *m* и *k*.

Способ построения семейства кодов с суммированием с минимальным общим числом необнаруживаемых ошибок в информационных векторах основан на следующем алгоритме.

Алгоритм 1. Правила вычисления значений разрядов контрольных векторов модифицированных кодов с суммированием:

1. Для заданного значения m определяется число $k = \lceil \log_2(m+1) \rceil$.

2. Устанавливается последовательность весовых коэффициентов, образующая следующий ряд натуральных чисел:

$$[w_i] = [w_m; w_{m-1}; \ldots w_{k+2}; w_{k+1}; k; k-1; \ldots; 3; 2; 1], \quad (16)$$

где значения k младших разрядов информационного вектора образуют ряд последовательно возрастающих натуральных чисел, а значения $w_m; w_{m-1}; \ldots w_{k+2}; w_{k+1}$, соответствующие $m–k$ старшим разрядам, представляют собой заранее установленные произвольные натуральные числа.

3. Устанавливается значение модуля $M = 2^{\lceil \log_2(m+1) \rceil - 1}$.

4. Определяется сумма весовых коэффициентов единичных разрядов информационного вектора – число $W = \sum_{i=1}^{m} w_i f_i$.

5. Определяется наименьший неотрицательный вычет числа W по модулю M: $W_M = W(\mathrm{mod}\, M)$.

6. Вычисляется свертка по модулю два значений $m – k$ старших разрядов:

$$\alpha = \bigoplus_{i=m-k}^{m} f_i. \quad (17)$$

7. Формируется число

$$W^* = W_M + \alpha M. \quad (18)$$

8. Число W^* представляется в двоичном виде и записывается в разряды контрольного вектора.

Введем специальное обозначение кодов с суммированием, получаемых по представленному алгоритму, – *RWS*(*m*, *k*)-коды (redesigned weight-based sum code).

На рис. 1 показан принцип построения описываемых кодов на примере *RWS*(8, 4)-кода с последовательностью весовых коэффициентов [4; 2; 5; 1; 4; 3; 2; 1].

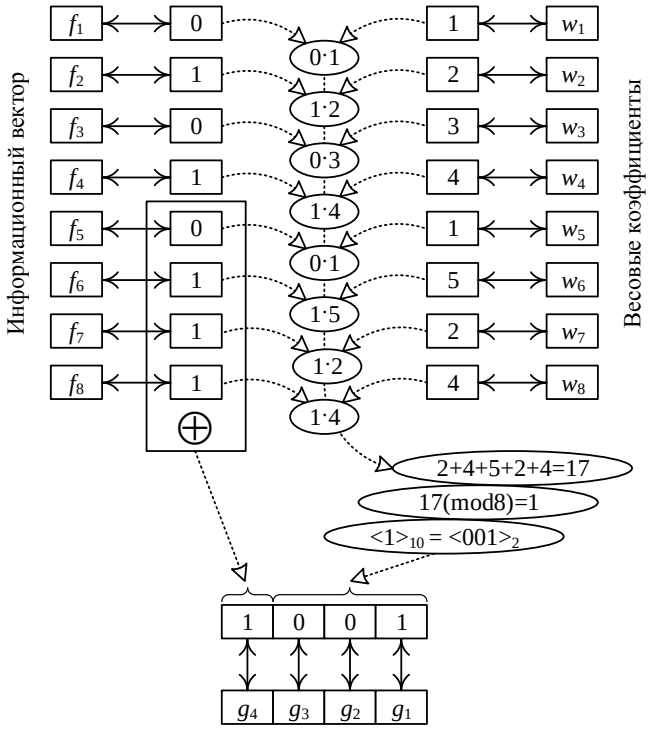


Рис. 1. Получение разрядов контрольных векторов *RWS*(*m*, *k*)-кодов

Теорема 2. *RWS(m, k)-код имеет равномерное распределение информационных векторов между всеми контрольными векторами и не обнаруживает минимальное общее количество ошибок в информационных разрядах.*

Доказательство. При построении *RWS*(*m, k*)-кода все информационные векторы делятся на две группы: для которых значение коэффициента α = 0 и для которых α = 1. При этом все информационные векторы разбиваются на 2^{m-k} контрольные группы, для которых значения *k* младших разрядов информационного вектора одинаковы. Поскольку значения весовых коэффициентов этих разрядов образуют ряд натуральных возрастающих чисел, хотя бы по одному разу формируются числа из множества $\{1, 2, \ldots, w_1+w_2+\ldots+w_k\}$, входящие в суммарный вес информационного вектора. Для каждого числа из множества $\{1, 2, \ldots, w_1+w_2+\ldots+w_k\}$ при построении *RWS*(*m, k*)-кода определяется наименьший неотрицательный вычет по модулю $M = 2^{\lceil \log_2(m+1) \rceil - 1} = 2^{k-1}$ и формируются вычеты из множества $\{0;\ 1;\ 2;\ \ldots;\ 2^{k-1}-2;\ 2^{k-1}-1\}$. В каждой из 2^{m-k} контрольных групп формируются «полные» подгруппы вычетов из обозначенного множества. Таким образом, данные вычеты распределяются равномерно между информационными векторами каждой контрольной группы. На следующем этапе построения *RWS*(*m, k*)-кода к полученным вычетам либо добавляется, либо нет значение того или иного весового коэффициента из *m* – *k* старших разрядов. Равномерность получаемых вычетов также не нарушается. При дальнейшей модификации по п. 7 алгоритма 1 половина векторов занимает контрольные группы, соответствующие числам $\{0; 1; 2; \ldots; 2^{k-1}-2;\ 2^{k-1}-1\}$, а половина – контрольные группы, соответствующие числам $\{M; M+1; M+2; \ldots; M+2^{k-1}-2;\ M+2^{k-1}-1\}$. Распределение информационных векторов между контрольными векторами равномерное, а сам *RWS*(*m, k*)-код является кодом с минимальным общим числом необнаруживаемых ошибок. ■

Количество способов построения *RWS*(*m, k*)-кодов для заданного значения *m* определяется числом вариантов взвешиваний *m* – *k* старших разрядов информационного вектора. Это число ограничено значением модуля $M = 2^{\lceil \log_2(m+1) \rceil - 1}$. Для каждого значения старшего разряда значение весового коэффициента может быть выбрано из множества

$$w_i \in \{1;\ 2;\ \ldots;\ M-1\},\ i = \overline{k+1, m}. \tag{19}$$

Таким образом, общее число *RWS*(*m, k*)-кодов в одном семействе значения *m* находится из выражения

$$L = (M-1)^{m-k} = (M-1)^{m-\lceil \log_2(m+1) \rceil}. \tag{20}$$

В табл. 2 приводятся значения, рассчитанные для общего числа *RWS*(*m, k*)-кодов в одном семействе. С увеличением *m* это число стремительно возрастает. Следует, однако, отметить, что это только верхняя оценка мощности множества кодов каждого семейства, где не исключены коды с одинаковыми характеристиками обнаружения ошибок. Например, *RWS*(5, 3)-коды со значениями весовых коэффициентов из последовательностей [2; 4; 3; 2; 1] и [4; 2; 3; 2; 1] в силу равнозначности разрядов f_4 и f_5 будут иметь одинаковые характеристики обнаружения ошибок. Таких кодов достаточно много.

Следует также отметить, что согласно алгоритму 1 возможно взвешивание каждого из *m* – *k* старших разрядов информационного вектора числами $w_i = M$. Это на самом деле приводит к отсутствию значений соответствующих разрядов в контрольной сумме, получаемой в п. 5 алгоритма 1, так как $(w_i = M) (\mathrm{mod}\, M) = 0$ вне зависимости от значения f_i. Тем не менее в соответствии с формулой (16) на итоговый вес влияет значение поправочного коэффициента α, вычисляемого как свертка по модулю два *m* – *k* старших разрядов. В данном случае старший контрольный разряд предназначен только для контроля *m* – *k* старших разрядов информационного вектора. Представленный способ построения кода аналогичен выбору двух подмножеств разрядов и определению значений контрольных разрядов для каждого из них, причем первое подмножество контролируется только одним разрядом, а второе – $\lceil \log_2(m+1) \rceil - 1$ разрядами контрольного вектора. Такой код относится к двухмодульным взвешенным кодам, простейшие из которых описаны в работе [31] и далее не рассматриваются.

Таблица 2

Мощность семейств *RWS*(*m*, *k*)-кодов

m	*M*	*k*	*m* – *k*	*L*
4	4	3	1	3
5	4	3	2	9
6	4	3	3	27
7	4	3	4	81
8	8	4	4	2401
9	8	4	5	16 807
10	8	4	6	117 649
11	8	4	7	823 543
12	8	4	8	5 764 801
13	8	4	9	40 353 607
14	8	4	10	282 475 249
15	8	4	11	1 977 326 743
16	16	5	11	$8{,}649\,76\cdot10^{12}$
17	16	5	12	$1{,}297\,46\cdot10^{14}$
18	16	5	13	$1{,}9462\cdot10^{15}$
19	16	5	14	$2{,}919\,29\cdot10^{16}$
20	16	5	15	$4{,}378\,94\cdot10^{17}$
…	…	…	…	…
50	32	6	44	$4{,}167\,87\cdot10^{65}$
…	…	…	…	…
100	64	7	93	$2{,}1811\cdot10^{167}$

Синтез кодеров *RWS*(*m, k*)-кодов. Кодеры *RWS*(*m, k*)-кодов имеют достаточно простые структуры, состоящие из двух параллельных каскадов (рис. 2). Первый каскад выполняет функцию определения наименьшего неотрицательного вычета суммы весовых коэффициентов единичных разрядов информационного вектора по модулю *M*, второй реализует свертку по модулю два *m* – *k* старших разрядов информационного вектора.

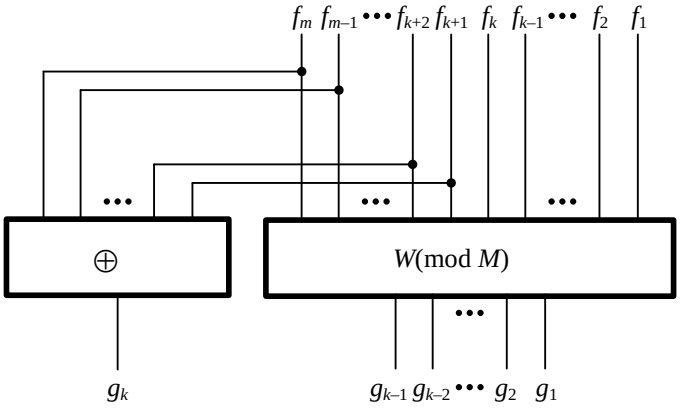


Рис. 2. Структурная схема кодеров *RWS*(*m*, *k*)-кодов

Способ реализации обоих каскадов кодера *RWS*(*m, k*)-кода зависит от того, какая именно элементная база используется в системе автоматики и вычислительной техники. Например, если требуется аппаратная реализация, то могут быть применены стандартные схемы сумматоров единичных разрядов (полных сумматоров (*FA*), полусумматоров (*HA*), сумматоров по модулю

два), имеющиеся во всех стандартных библиотеках функциональных элементов [32]. В этом случае кодер реализуется по следующему алгоритму.

Алгоритм 2. Правила синтеза кодеров модифицированных кодов с суммированием на основе стандартных схем сумматоров:

1. Реализуется сумматор весовых коэффициентов информационного вектора.
   1.1. Выполняется разложение весовых коэффициентов на суммы степеней числа 2.
   1.2. Определяется количество повторений чисел i-й степени числа 2 (1, 2, 4, …) – числа N_i.
   1.3. Устанавливается значение $i = 0$.
   1.4. Реализуется i-й каскад генератора, содержащий $\left\lfloor \frac{N_i - 1}{2} \right\rfloor$ полных сумматоров и $\frac{N_i - 1}{2} (\mathrm{mod}\, 2)$ полусумматоров.
   1.5. Значение i увеличивается на единицу: $i = i + 1$.
   1.6. Проверяется условие $i = i_{\max}$? Если да, то генератор построен; если нет, то реализуется следующий шаг.
   1.7. Определяется число выходов переноса каждого сумматора (i–1)-го каскада – число $N_{C_{i-1}}$.
   1.8. Корректируется число N_i: $N_i = N_i + N_{C_{i-1}}$.
   1.9. Повторяются операции 1.4–1.6.
2. За счет удаления неприменяемых выходов полученного устройства и сумматоров, а также замены полных сумматоров (полусумматоров) с одним используемым выходом на сумматор по модулю два с тремя (двумя для замены полусумматора) входами реализуется сумматор весовых коэффициентов по установленному модулю $M = 2^{\lceil \log_2 (m+1) \rceil - 1}$.
3. Реализуется функция свертки по модулю два m–k старших разрядов информационного вектора.

На рис. 3 приведен пример построения кодера *RWS*(8, 4)-кода с последовательностью весовых коэффициентов [4; 2; 5; 1; 4; 3; 2; 1] в выбранном элементном базисе. Для сравнения на рис. 4 изображен кодер классического кода Бергера, реализованный по тому же принципу. Для обоих устройств смоделирована работа на каждой линии при поступлении на входы информационного вектора $<f_8\, f_7 f_6\, f_5 f_4\, f_3\, f_2\, f_1>$ = <11101010>. Для реализации кодера *RWS*(8, 4)-кода потребовалось три полных сумматора, один полусумматор, один сумматор по модулю два на три входа и один сумматор по модулю два на четыре входа. Для реализации кодера кода Бергера потребовалось четыре полных сумматора и три полусумматора. Если реализовывать сумматоры на полевых транзисторах, то для реализации полного сумматора потребуется 24 транзистора, полусумматора – 9 транзисторов, сумматора по модулю два с тремя входами – 6 транзисторов и сумматора по модулю два с четырьмя входами – 12 транзисторов [32]. Воспользовавшись этими данными, получим, что кодер *RWS*(8, 4)-кода будет иметь 99 транзисторов, тогда как кодер классического кода Бергера – 123 транзистора (примерно в 1,24 раза больше).

Сложность реализации кодера *RWS*(*m, k*)-кода напрямую определяется значениями весовых коэффициентов разрядов информационного вектора. Анализ алгоритма 2 показывает, что наиболее сложные структуры имеют кодеры таких взвешенных кодов, последовательности весовых коэффициентов которых будут иметь большое количество нечетных чисел.

Свойства *RWS*(*m, k*)-кодов. Свойства обнаружения ошибок в информационных векторах *RWS*(*m, k*)-кодов определяются сочетанием весовых коэффициентов $m - k$ старших разрядов информационного вектора. Несмотря на то что для каждого значения m может быть построено целое семейство кодов (см. табл. 2), часть из них будет обладать одинаковыми характеристиками. Это определяется правилами построения кода и напрямую связано с сочетанием значений весовых коэффициентов $m - k$ старших разрядов информационного вектора. Кроме того, важным оказывается сочетание четных и нечетных значений весовых коэффициентов.

В табл. 3 и 4 приведены характеристики всех кодов из семейств *RWS*(5, 3) и *RWS*(6, 3). Для каждого семейства кодов даны все возможные сочетания весовых коэффициентов $m - k$ старших разрядов информационного вектора. Кодам с идентичными свойствами соответствует одна строка. Для каждого кода указаны распределения необнаруживаемых ошибок по их

кратностям и видам. Для каждой кратности (и для общего количества ошибок всех кратностей) указано несколько чисел: в верхней строке каждой клетки – общее число ошибок кратностью d (в последнем столбце – в общем всех кратностей), а в нижней строке клетки – три числа через наклонные линии, первое из которых обозначает количество монотонных, второе – симметричных и третье – асимметричных необнаруживаемых ошибок* соответственно данной кратностью (и всех кратностей в последнем столбце). Интерес к подробным характеристикам разделимых кодов связан с возможностью использования этой информации при синтезе технических средств диагностирования [8, 9, 19, 26].

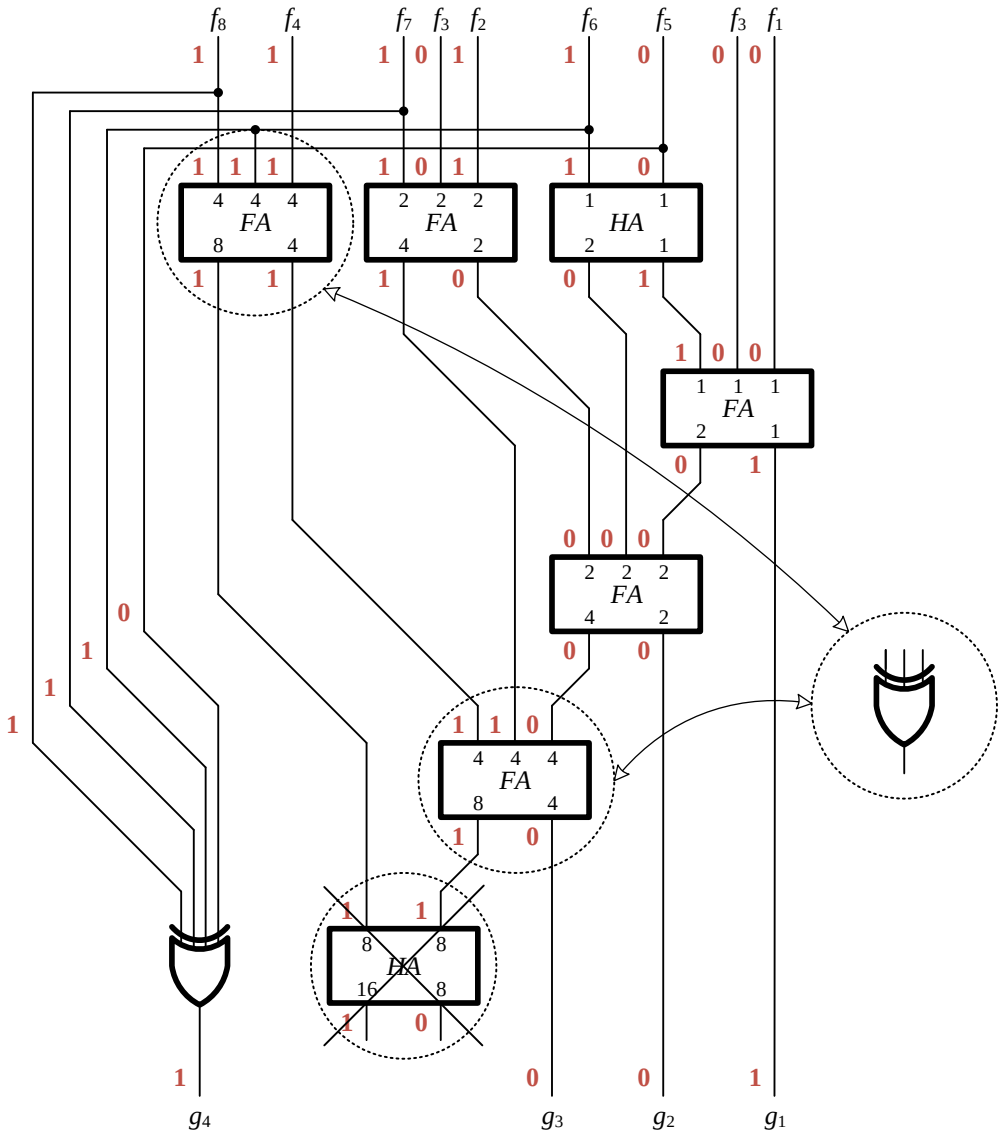


Рис. 3. Кодер *RWS*(8, 4)-кода

* Согласно классификации ошибок в информационных векторах [33] все ошибки делятся на четыре группы: одиночные, монотонные, симметричные и асимметричные. Одиночные ошибки связаны с искажением одного бита данных. К монотонным относятся ошибки, вызванные однонаправленными искажениями двух и более разрядов. Симметричные ошибки – это ошибки четной кратностью, содержащие группы разнонаправленных искажений {0→1; 1→0}. Асимметричные ошибки – это ошибки кратностью $d \geq 3$, имеющие неравное количество искажений нулевых и единичных разрядов.

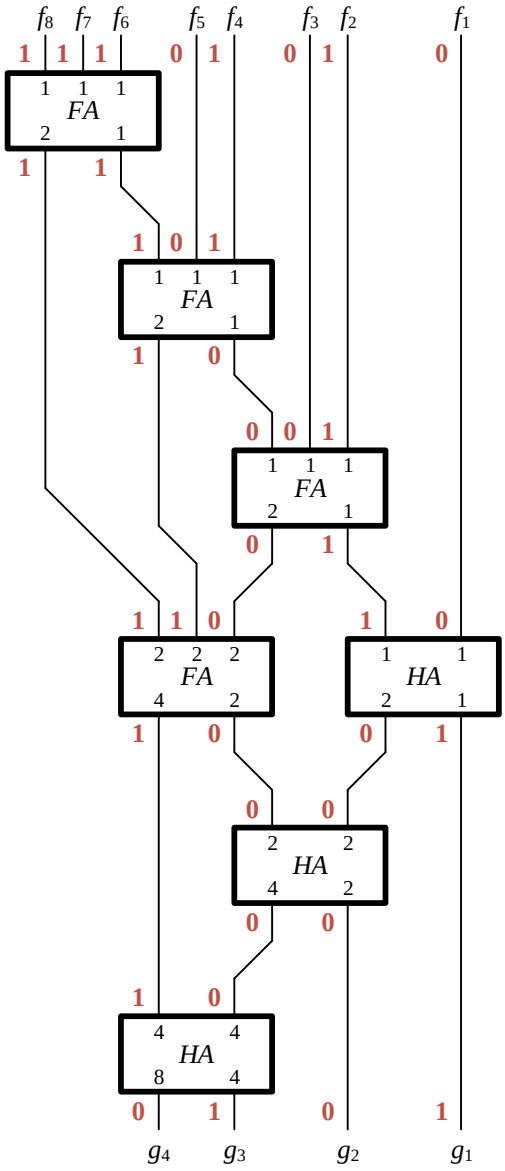


Рис. 4. Кодер классического кода Бергера

Таблица 3

Показатели обнаружения ошибок *RWS*(5, 3)-кодами

Тип кода	Набор весовых коэффициентов старших разрядов	Распределение необнаруживаемых ошибок по кратностям *d*				Всего
		2	3	4	5	
1	[1;1], [3;3]	32	32	16	16	96
		16 / 16 / 0	8 / 0 / 24	0 / 0 / 16	2 / 0 / 14	26 / 16 / 54
2	[1;2], [2;1], [2;3], [3;2]	16	48	32	0	96
		16 / 0 / 0	8 / 0 / 40	4 / 12 / 16	0 / 0 / 0	28 / 12 / 56
3	[1;3], [3;1]	32	32	16	16	96
		32 / 0 / 0	0 / 0 / 32	4 / 12 / 0	0 / 0 / 16	36 / 12 / 48
4	[2;2]	48	16	16	16	96
		32 / 16 / 0	0 / 0 / 16	4 / 4 / 8	0 / 0 / 16	36 / 20 / 0

Таблица 4

Показатели обнаружения ошибок *RWS*(6, 3)-кодами

Тип кода	Набор весовых коэффициентов старших разрядов	Распределение необнаруживаемых ошибок по кратностям *d*					Всего
		2	3	4	5	6	
1	[1;1;1], [3;3;3]	128	128	96	96	0	448
		32 / 96 / 0	48 / 0 /80	0 / 0 / 96	12 / 0 / 84	0 / 0 / 0	92 / 96 / 260
2	[1;1;2], [1;2;1], [2;1;1], [3;2;3], [3;3;2], [2;3;3]	64	192	160	32	0	448
		32 / 32 / 0	48 / 0 / 144	48 / 16 / 96	4 / 0 / 28	0 / 0 / 0	100 / 80 / 268
3	[1;2;2], [2;1;2], [2;2;1], [2;2;3], [2;3;2], [3;2;2]	96	160	160	32	0	448
		64 / 32 / 0	32 / 0 / 128	56 / 24 / 80	0 / 0 / 32	0 / 0 / 0	120 / 88 / 240
4	[1;3;2], [1;2;3], [2;1;3], [2;3;1], [3;1;2], [3;2;1]	64	192	160	32	0	448
		64 / 0 / 0	32 / 0 / 160	72 / 24 / 64	0 / 0 / 32	0 / 0 / 0	120 / 72 / 256
5	[1;3;1], [1;3;3], [1;1;3], [3;1;1], [3;1;3], [3;3;1]	128	128	96	96	0	448
		96 / 32 / 0	16 / 0 / 112	48 / 16 / 32	4 / 0 / 92	0 / 0 / 0	132 / 80 / 236
6	[2;2;2]	224	32	96	96	0	448
		128 / 96 / 0	0 / 0 / 32	24 / 24 / 48	0 / 0 / 96	0 / 0 / 0	152 / 120 / 176

Из табл. 3 и 4 следует, что, несмотря на большое количество способов сочетаний весовых коэффициентов старших разрядов информационных векторов, *RWS*(*m*, *k*)-кодов с различными характеристиками не так много: для семейства *RWS*(5, 3)-кодов – четыре варианта из возможных девяти и для семейства *RWS*(6, 3)-кодов – шесть вариантов из возможных 27.

В табл. 5 и 6 для сравнения характеристик обнаружения ошибок кодами между собой приводятся относительные показатели для модифицированных и классических кодов с суммированием: величины β_d представляют собой доли необнаруживаемых ошибок кратностью *d* от общего числа ошибок данной кратностью, а величины γ_m характеризуют долю необнаруживаемых ошибок от общего их числа.

Таблица 5

Доли необнаруживаемых *RWS*(5, 3)-кодами ошибок по кратностям, %

Код	Значения величин β_d				γ_m
	2	3	4	5	
RWS(5, 3)-1	10	10	10	50	9,677
RWS(5, 3)-2	5	15	20	0	9,677
RWS(5, 3)-3	10	10	10	50	9,677
RWS(5, 3)-4	15	5	10	50	9,677
S(5, 3)	50	0	37,5	0	22,177

Таблица 6

Доли необнаруживаемых *RWS*(6, 3)-кодами ошибок по кратностям, %

Код	Значения величин β_d					γ_m
	2	3	4	5	6	
RWS(6, 3)-1	13,333	10	10	25	0	11,111
RWS(6, 3)-2	6,667	15	16,667	8,333	0	11,111
RWS(6, 3)-3	10	12,5	16,667	8,333	0	11,111
RWS(6, 3)-4	6,667	15	16,667	8,333	0	11,111
RWS(6, 3)-5	13,333	10	10	25	0	11,111
RWS(6, 3)-6	23,333	2,5	10	25	0	11,111
S(6, 3)	50	0	37,5	0	31,25	21,329

В отличие от классических кодов Бергера предложенные в настоящей работе модифицированные взвешенные коды с суммированием относятся к кодам с наименьшим общим количеством необнаруживаемых ошибок для конкретных значений m и k. Существенным является также и то, что *RWS*(m, k)-коды обладают улучшенными возможностями обнаружения двукратных ошибок в информационных векторах, которые в дискретных системах по статистике более вероятны, чем ошибки бóльших кратностей [23]. Подобные свойства модифицированных кодов с суммированием обусловлены наличием необнаруживаемых ошибок различных видов (как симметричных, так и монотонных и асимметричных), а также ошибок с четными и нечетными кратностями. Кодами Бергера, к примеру, обнаруживаются любые ошибки в информационных векторах за исключением всех симметричных ошибок [30]. *RWS*(m, k)-кодами также не обнаруживаются некоторые симметричные ошибки, но гораздо меньшая их доля. Следует отметить, что в отличие от кодов Бергера у модифицированных кодов с суммированием используются все возможные контрольные векторы, что существенно упрощает процедуру построения самопроверяемых контрольных схем. У кодов Бергера же распределение информационных векторов между контрольными векторами крайне неравномерное, а все контрольные векторы применяются только в частных случаях длин информационных векторов $m = 2^p - 1,\ p \in \{2;\ 3;\ ...\}$.

Анализ характеристик *RWS*(m, k)-кодов с бóльшими длинами информационных векторов показывает сохранение обозначенных выше на частных примерах свойств.

Заключение. Представленные в настоящей статье *RWS*(m, k)-коды обладают следующими основными преимуществами, определяющими возможность их использования при решении задач синтеза контролепригодных дискретных систем. Во-первых, данные коды имеют простые правила построения и, соответственно, простые схемы кодирующих устройств. Во-вторых, они относятся к кодам с минимальным общим количеством необнаруживаемых ошибок в информационных векторах. В-третьих, описанный класс кодов обладает улучшенными по сравнению с классическими кодами Бергера характеристиками обнаружения двукратных ошибок. Отмеченные преимущества *RWS*(m, k)-кодов могут учитываться при выборе основы для синтеза диагностического обеспечения или же на этапе абстрактного синтеза дискретной системы.

В качестве недостатка *RWS*(m, k)-кодов следует отметить наличие в классе необнаруживаемых ошибок различных видов (монотонных, симметричных и асимметричных), что накладывает ограничения при их использовании.

В целом класс *RWS*(m, k)-кодов является перспективным для решения задач построения систем с обнаружением неисправностей.

Список использованных источников

1. Rahaman, H. Universal test set for detecting stuck-at and bridging faults in double fixed-polarity Reed-Muller programmable logic arrays / H. Rahaman, D. K. Das // Computers and Digital Techniques. – 2006. – Vol. 153, iss. 2. – P. 109–116.

2. Concurrent error detection in Reed – Solomon encoders and decoders / G. C. Cardarilli [et al.] // IEEE Transactions on Very Large Scale Integration (VLSI) Systems. – 2007. – Vol. 15, iss. 7. – P. 842–846.

3. Optimal testing of Reed-Muller codes / A. Bhattacharyya [et al.] // Proc. of IEEE 51st Annual Symp. on Foundations of Computer Science, Las Vegas, USA, 23–26 Oct. 2010. – Las Vegas, 2010. – P. 488–497.

4. Experimental study on Hamming and Hsiao codes in the context of embedded applications / G. Tshagharyan [et al.] // Proc. of 15th IEEE East-West Design & Test Symposium (EWDTS'2017), Novi Sad, Serbia, 29 Sept. – 2 Oct. 2017. – Novi Sad, 2017. – P. 25–28.

5. R-code for concurrent error detection and correction in the logic circuits / A. Stempkovskiy [et al.] // IEEE Conf. of Russian Young Researchers in Electrical and Electronic Engineering (EIConRus), 29 Jan. – 1 Febr. 2018, Moscow, Russia. – Moscow, 2018. – P. 1430–1433.

6. Piestrak, S. J. Design of Self-Testing Checkers for Unidirectional Error Detecting Codes / S. J. Piestrak. – Wrocław : Oficyna Wydawnicza Politechniki Wrocławskiej, 1995. – 111 p.

7. Fujiwara, E. Code Design for Dependable Systems: Theory and Practical Applications / E. Fujiwara. – John Wiley & Sons, 2006. – 720 p.

8. New Methods of Concurrent Checking : 1st ed. / M. Göessel [et al.]. – Dordrecht : Springer Science + Business Media B.V., 2008. – 184 p.

9. Согомонян, Е. С. Самопроверяемые устройства и отказоустойчивые системы / Е. С. Согомонян, Е. В. Слабаков. – М. : Радио и связь, 1989. – 208 с.

10. Pradhan, D. K. Fault-Tolerant Computer System Design / D. K. Pradhan. – N. Y. : Prentice Hall, 1996. – 560 p.

11. Рабочее диагностирование безопасных информационно-управляющих систем / А. В. Дрозд [и др.] ; под ред. А. В. Дрозда, В. С. Харченко. – Харьков : Национальный аэрокосмический университет им. Н. Е. Жуковского «ХАИ», 2012. – 614 с.

12. Kharchenko, V. Green IT engineering: concepts, models, complex systems architectures / V. Kharchenko, Yu. Kondratenko, J. Kacprzyk // Springer Book Series "Studies in Systems, Decision and Control". – Springer International Publishing Switzerland, 2017. – Vol. 74. – 305 p.

13. Efanov, D. Generalized algorithm of building summation codes for the tasks of technical diagnostics of discrete systems / D. Efanov, V. Sapozhnikov, Vl. Sapozhnikov // Proc. of 15th IEEE East-West Design & Test Symposium (EWDTS'2017), Novi Sad, Serbia, 29 Sept. – 2 Oct. 2017. – Novi Sad, 2017. – P. 365–371.

14. Nicolaidis, M. On-line testing for VLSI – a compendium of approaches / M. Nicolaidis, Y. Zorian // J. of Electronic Testing: Theory and Applications. – 1998. – No. 12. – P. 7–20.

15. Das, D. Synthesis of circuits with low-cost concurrent error detection based on Bose-Lin codes / D. Das, N. A. Touba // J. of Electronic Testing: Theory and Applications. – 1999. – Vol. 15, iss. 1–2. – P. 145–155.

16. Mitra, S. Which concurrent error detection scheme to choose? / S. Mitra, E. J. McCluskey // Proc. of Intern. Test Conf., Atlantic City, USA, 3–5 Oct. 2000. – Atlantic City, 2000. – P. 985–994.

17. Bose, B. Systematic unidirectional error-detection codes / B. Bose, D. J. Lin // IEEE Transaction on Computers. – 1985. – Vol. C-34. – P. 1026–1032.

18. Jha, N. K. A new class of symmetric error correcting/unidirectional error detecting codes / N. K. Jha // Computers and Mathematic with Application. – 1990. – Vol. 19, no. 5. – P. 95–104.

19. Efanov, D. The use of codes with fixed multiplicities of detected unidirectional and asymmetrical errors in the process of organizing combinational circuit testing / D. Efanov, V. Sapozhnikov, Vl. Sapozhnikov // Proc. of 16th IEEE East-West Design & Test Symposium (EWDTS'2018), Kazan, Russia, 14–17 Sept. 2018. – Kazan, 2018. – P. 114–122.

20. Построение модифицированного кода Бергера с минимальным числом необнаруживаемых ошибок информационных разрядов / А. А. Блюдов [и др.] // Электронное моделирование. – 2012. – Т. 34, № 6. – С. 17–29.

21. Модульные коды с суммированием взвешенных переходов с последовательностью весовых коэффициентов, образующей натуральный ряд чисел / В. В. Сапожников [и др.] // Труды СПИИРАН. – 2017. – № 1. – С. 137–164.

22. Сапожников, В. В. Модульно-взвешенные коды с суммированием с наименьшим общим числом необнаруживаемых ошибок в информационных векторах / В. В. Сапожников, Вл. В. Сапожников, Д. В. Ефанов // Электронное моделирование. – 2017. – Т. 39, № 4. – С. 69–88.

23. Коды с суммированием с эффективным обнаружением двукратных ошибок для организации систем функционального контроля логических устройств / В. В. Дмитриев [и др.] // Автоматика и телемеханика. – 2018. – № 4. – С. 105–122.

24. Ефанов, Д. В. О свойствах кода с суммированием в схемах функционального контроля / Д. В. Ефанов, В. В. Сапожников, Вл. В. Сапожников // Автоматика и телемеханика. – 2010. – № 6. – С. 155–162.

25. О кодах с суммированием единичных разрядов в системах функционального контроля / А. А. Блюдов [и др.] // Автоматика и телемеханика. – 2014. – № 8. – С. 131–145.

26. Сапожников, В. В. Коды Хэмминга в системах функционального контроля логических устройств / В. В. Сапожников, Вл. В. Сапожников, Д. В. Ефанов. – СПб. : Наука, 2018. – 151 с.

27. Experimental studies of polynomial codes in concurrent error detection systems of combinational logical circuits / D. Efanov [et al.] // Proc. of 16th IEEE East-West Design & Test Symposium (EWDTS'2018), Kazan, Russia, 14–17 Sept. 2018. – Kazan, 2018. – P. 184–190.

28. Мехов, В. Б. Контроль комбинационных схем на основе модифицированных кодов с суммированием / В. Б. Мехов, В. В. Сапожников, Вл. В. Сапожников // Автоматика и телемеханика. – 2008. – № 8. – С. 153–165.

29. Сапожников, В. В. Коды с суммированием с последовательностью весовых коэффициентов, образующей натуральный ряд чисел, в системах функционального контроля / В. В. Сапожников, Вл. В. Сапожников, Д. В. Ефанов // Электронное моделирование. – 2017. – Т. 39, № 5. – С. 37–58.

30. Berger, J. M. A note on error detection codes for asymmetric channels / J. M. Berger // Information and Control. – 1961. – Vol. 4, iss. 1. – P. 68–73.

31. Efanov, D. V. Two-modulus codes with summation of one-data bits for technical diagnostics of discrete systems / D. V. Efanov, V. V. Sapozhnikov, Vl. V. Sapozhnikov // Automatic Control and Computer Sciences. – 2018. – Vol. 52, iss. 1. – P. 1–12.

32. Harris, D. M. Digital Design and Computer Architecture : 2nd ed. / D. M. Harris, S. L. Harris. – Morgan Kaufmann, 2012. – 712 p.

33. Сапожников, В. В. Классификация ошибок в информационных векторах систематических кодов / В. В. Сапожников, Вл. В. Сапожников, Д. В. Ефанов // Известия вузов. Приборостроение. – 2015. – Т. 58, № 5. – С. 333–343.

References

1. Rahaman H., Das D. K. Universal test set for detecting stuck-at and bridging faults in double fixed-polarity Reed-Muller programmable logic arrays. *Computers and Digital Techniques*, 2006, vol. 153, iss. 2, pp. 109–116. DOI: 10.1049/ip-cdt:20050079

2. Cardarilli G. C., Pontarelli S., Re M., Salsano A. Concurrent error detection in Reed – Solomon encoders and decoders. *IEEE Transactions on Very Large Scale Integration (VLSI) Systems*, 2007, vol. 15, iss. 7, pp. 842–846. DOI: 10.1109/TVLSI.2007.899241

3. Bhattacharyya A., Kopparty S., Schoenebeck G., Sudan M., Zuckerman D. Optimal testing of Reed-Muller codes. *Proceedings of IEEE 51st Annual Symposium on Foundations of Computer Science, Las Vegas, USA, 23–26 October 2010*. Las Vegas, 2010, pp. 488–497. DOI: 10.1109/FOCS.2010.54

4. Tshagharyan G., Harutyunyan G., Shoukourian S., Zorian Y. Experimental study on Hamming and Hsiao codes in the context of embedded applications. *Proceedings of 15th IEEE East-West Design & Test Symposium (EWDTS'2017), Novi Sad, Serbia, 29 September – 2 October 2017*. Novi Sad, 2017, pp. 25–28. DOI: 10.1109/EWDTS.2017.8110065

5. Stempkovskiy A., Telpukhov D., Gurov S., Zhukova T., Demeneva A. R-code for concurrent error detection and correction in the logic circuits. *IEEE Conference of Russian Young Researchers in Electrical and Electronic Engineering (EIConRus), 29 January – 1 February 2018, Moscow, Russia*. Moscow, 2018, pp. 1430–1433. DOI: 10.1109/EIConRus.2018.8317365

6. Piestrak S. J. *Design of Self-Testing Checkers for Unidirectional Error Detecting Codes*. Wrocław, Oficyna Wydawnicza Politechniki Wrocławskiej, 1995, 111 p.

7. Fujiwara E. *Code Design for Dependable Systems: Theory and Practical Applications*. John Wiley & Sons, 2006, 720 p.

8. Göessel M., Ocheretny V., Sogomonyan E., Marienfeld D. *New Methods of Concurrent Checking*. Dordrecht, Springer Science+Business Media B.V., 2008, 184 p.

9. Sogomonyan E. S., Slabakov E. V. Samoproveryaemye ustrojstva i otkazoustojchivye sistemy. *Self-Checking Devices and Fault-Tolerance Systems*. Moscow, Radio i svyaz', 1989, 208 p. (in Russian).

10. Pradhan D. K. *Fault-Tolerant Computer System Design*. New York, Prentice Hall, 1996, 560 p.

11. Drozd A. V., Harchenko V. S., Antoshchuk S. G., Drozd Yu. V., Drozd M. A., Sulima Yu., eds. Drozd A. V., Kharchenko V. S. [Rabochee diagnostirovanie bezopasnyh informacionno-upravlyayushchih system. *Objects and Methods of On-Line Testing for Safe Instrumentation and Control Systems*. Kharkov, Nacional'nyj aehrokosmicheskij universitet im. N. E. Zhukovskogo «HAI», 2012, 614 p. (in Russian).

12. Kharchenko V., Kondratenko Yu., Kacprzyk J. Green IT engineering: concepts, models, complex systems architectures. *Springer Book Series "Studies in Systems, Decision and Control"*, Springer International Publishing Switzerland, 2017, vol. 74, 305 p.

13. Efanov D., Sapozhnikov V., Sapozhnikov Vl. Generalized algorithm of building summation codes for the tasks of technical diagnostics of discrete systems. *Proceedings of 15th IEEE East-West Design & Test Symposium (EWDTS'2017), Novi Sad, Serbia, 29 September – 2 October 2017*. Novi Sad, 2017, pp. 365–371. DOI: 10.1109/EWDTS.2017.8110126

14. Nicolaidis M., Zorian Y. On-line testing for VLSI – a compendium of approaches. *Journal of Electronic Testing: Theory and Applications*, 1998, no. 12, pp. 7–20. DOI: 10.1023/A:1008244815697

15. Das D., Touba N. A. Synthesis of circuits with low-cost concurrent error detection based on Bose-Lin codes. *Journal of Electronic Testing: Theory and Applications*, 1999, vol. 15, iss. 1–2, pp. 145–155. DOI: 10.1023/A:1008344603814

16. Mitra S., McCluskey E. J. Which concurrent error detection scheme to choose? *Proceedings of International Test Conference, Atlantic City, USA, 3–5 October 2000*. Atlantic City, 2000, pp. 985–994. DOI: 10.1109/TEST.2000.894311

17. Bose B., Lin D. J. Systematic unidirectional error-detection codes. *IEEE Transaction on Computers*, 1985, vol. C-34, pp. 1026–1032.

18. Jha N. K. A new class of symmetric error correcting/unidirectional error detecting codes. *Computers and Mathematic with Application*, 1990, vol. 19, no. 5, pp. 95–104. DOI 10.1016/0898-1221(90)90105-S

19. Efanov D., Sapozhnikov V., Sapozhnikov Vl. The use of codes with fixed multiplicities of detected unidirectional and asymmetrical errors in the process of organizing combinational circuit testing. *Proceedings of 16th IEEE East-West Design & Test Symposium (EWDTS'2018), Kazan, Russia, 14–17 September 2018*. Kazan, 2018, pp. 114–122. DOI: 10.1109/EWDTS.2018.8524768

20. Blyudov A. A., Efanov D. V., Sapozhnikov V. V., Sapozhnikov Vl. V. Postroenie modificirovannogo koda Bergera s minimal'nym chislom neobnaruzhivaemyh oshibok informacionnyh razryadov [Formation of the Berger modified code with minimum number of undetectable errors of data bits]. Electronnoe modelirovanie [*Electronic Modeling*], 2012, vol. 34, no. 6, pp. 17–29 (in Russian).

21. Sapozhnikov V. V., Sapozhnikov Vl. V., Efanov D. V., Kotenko A. G. Modul'nye kody s summirovaniem vzveshennyh perekhodov s posledovatel'nost'yu vesovyh koehfficientov, obrazuyushchej natural'nyj ryad chisel [Modulo codes with summation of weighted transitions with natural number sequence of weights]. Trudy SPIIRAN [*SPIIRAS Proceedings*], 2017, no. 1, pp. 137–164. DOI: 10.15622/SP.50.6 (in Russian).

22. Sapozhnikov V. V., Sapozhnikov Vl. V., Efanov D. V. Modul'no-vzveshennye kody s summirovaniem s naimen'shim obshchim chislom neobnaruzhivaemyh oshibok v informacionnyh vektorah [Modulo weighted codes with summation with minimum number of undetectable errors in data vectors]. Electronnoe modelirovanie [*Electronic Modeling*], 2017, vol. 39, no. 4, pp. 69–88 (in Russian).

23. Dmitriev V. V., Efanov D. V., Sapozhnikov V. V., Sapozhnikov Vl. V. Kody s summirovaniem s ehffektivnym obnaruzheniem dvukratnyh oshibok dlya organizacii sistem funkcional'nogo kontrolya logicheskih ustrojstv [Sum codes with efficient detection of twofold errors for organization of concurrent error detection systems of logical devices]. Avtomatika i telemekhanika [*Automation and Remote Control*], 2018, no. 4, pp. 105–122 (in Russian).

24. Efanov D. V., Sapozhnikov V. V., Sapozhnikov Vl. V. O svojstvah koda s summirovaniem v skhemah funkcional'nogo kontrolya [On summation code properties in functional control circuits]. Avtomatika i telemekhanika [*Automation and Remote Control*], 2010, no. 6, pp. 155–162 (in Russian).

25. Blyudov A. A., Efanov D. V., Sapozhnikov V. V., Sapozhnikov Vl. V. O kodah s summirovaniem edinichnyh razryadov v sistemah funkcional'nogo kontrolya [On codes with summation of unit bits in concurrent error detection systems]. Avtomatika i telemekhanika [*Automation and Remote Control*], 2014, no. 8, pp. 131–145 (in Russian).

26. Sapozhnikov V. V., Sapozhnikov Vl. V., Efanov D. V. Kody Hehmminga v sistemah funkcional'nogo kontrolya logicheskih ustrojstv. *Hamming Codes in Concurrent Error Detection Systems of Logic Devices*. Saint Petersburg, Nauka, 2018, 151 p. (in Russian).

27. Efanov D., Plotnikov D., Sapozhnikov V., Sapozhnikov Vl., Abdullaev R. Experimental studies of polynomial codes in concurrent error detection systems of combinational logical circuits. *Proceedings of 16th IEEE East-West Design & Test Symposium (EWDTS'2018), Kazan, Russia, 14–17 September 2018*. Kazan, 2018, pp. 184–190. DOI: 10.1109/EWDTS.2018.8524684

28. Mekhov V. B., Sapozhnikov V. V., Sapozhnikov Vl. V. Kontrol' kombinacionnyh skhem na osnove modificirovannyh kodov s summirovaniem [Checking of combinational circuits basing on modification sum codes]. Avtomatika i telemekhanika [*Automation and Remote Control*], 2008, no. 8, pp. 153–165 (in Russian).

29. Sapozhnikov V. V., Sapozhnikov Vl. V., Efanov D. V. Kody s summirovaniem s posledovatel'nost'yu vesovyh koehfficientov, obrazuyushchej natural'nyj ryad chisel, v sistemah funkcional'nogo kontrolya [Codes with summation with a sequence of weight coefficients, forming a natural series of numbers, in concurrent error detection systems]. Electronnoe modelirovanie [*Electronic Modeling*], 2017, vol. 39, no. 5, pp. 37–58 (in Russian).

30. Berger J. M. A note on error detection codes for asymmetric channels. *Information and Control*, 1961, vol. 4, iss. 1, pp. 68–73. DOI: 10.1016/S0019-9958(61)80037-5

31. Efanov D. V., Sapozhnikov V. V., Sapozhnikov Vl. V. Two-modulus codes with summation of one-data bits for technical diagnostics of discrete systems. *Automatic Control and Computer Sciences*, 2018, vol. 52, iss. 1, pp. 1–12. DOI: 10.3103/S0146411618010029

32. Harris D. M., Harris S. L. *Digital Design and Computer Architecture*. Morgan Kaufmann, 2012, 712 p.

33. Sapozhnikov V. V., Sapozhnikov Vl. V., Efanov D. V. Klassifikaciya oshibok v informacionnyh vektorah sistematicheskih kodov [Errors classification in information vectors of systematic codes]. Izvestiya vuzov. Priborostroenie [*Journal of Instrument Engineering*], 2015, vol. 58, no. 5, pp. 333–343. DOI: 10.17586/0021-3454-2015-58-5-333-343 (in Russian).

Информация об авторах

Ефанов Дмитрий Викторович, доктор технических наук, доцент, руководитель направления систем мониторинга и диагностики, ООО «ЛокоТех-Сигнал»; профессор кафедры «Автоматика, телемеханика и связь на железнодорожном транспорте», Российский университет транспорта, Москва, Россия.
E-mail: TrES-4b@yandex.ru

Сапожников Валерий Владимирович, доктор технических наук, профессор, профессор кафедры «Автоматика и телемеханика на железных дорогах», Петербургский государственный университет путей сообщения Императора Александра I, Санкт-Петербург, Россия.
E-mail: port.at.pgups@gmail.com

Сапожников Владимир Владимирович, доктор технических наук, профессор, профессор кафедры «Автоматика и телемеханика на железных дорогах», Петербургский государственный университет путей сообщения Императора Александра I, Санкт-Петербург, Россия.
E-mail: at.pgups@gmail.com

Information about the authors

Dmitry V. Efanov, D. Sci. (Eng.), Associate Professor, Head of the Direction of Monitoring and Diagnostic Systems, "LocoTech-Signal" LLC; Professor of "Automation, Remote Control and Communication on Railway Transport" Department, Russian University of Transport, Moscow, Russia.
E-mail: TrES-4b@yandex.ru

Valery V. Sapozhnikov, D. Sci. (Eng.), Professor, Professor of "Automation and Remote Control on Railways" Department, Emperor Alexander I St. Petersburg State Transport University, Saint Petersburg, Russia.
E-mail: port.at.pgups@gmail.com

Vladimir V. Sapozhnikov, D. Sci. (Eng.), Professor, Professor of "Automation and Remote Control on Railways" Department, Emperor Alexander I St. Petersburg State Transport University, Saint Petersburg, Russia.
E-mail: at.pgups@gmail.com

Правила для авторов

Редакция журнала «Информатика» просит авторов руководствоваться приведенными ниже правилами:

1. Статьи принимаются в редакцию через электронную систему подачи по адресу http://inf.grid.by в формате файлов текстовых редакторов Microsoft Word. Основной текст статьи не должен превышать 17 стр., включая рисунки, таблицы и достаточное количество наиболее актуальных ссылок; обзорной статьи – 10 стр., включая все основные ссылки. Текст набирается с переносами, шрифт Times New Roman 11 пт, интервал между строками одинарный, абзацный отступ 0,5 см, поля по 2,5 см со всех сторон.

Изложенный в статье материал должен быть четко структурированным: введение, цели и задачи, методы, результаты, заключение (выводы).

2. Статьи о результатах работ, проведенных в научных учреждениях, должны иметь разрешение на публикацию (сопроводительное письмо за подписью руководителя или выписку из заседания ученого совета, отдела или кафедры, акт экспертизы).

3. Статья в обязательном порядке должна иметь следующую структуру: индекс по универсальной десятичной классификации (УДК); инициалы и фамилии всех авторов, название статьи, полное название учреждений, где работают авторы, с указанием города, страны, аннотацию (150–250 слов), подрисуночные надписи, названия таблиц и ключевые слова (7–10) на русском и английском языках, адрес электронной почты контактного лица.

4. Аннотация (авторское резюме) должна кратко представлять результаты работы и быть информативной, содержательной. Приветствуется структура аннотации, повторяющая структуру статьи и включающая введение, цели и задачи, методы, результаты, заключение.

5. Формулы, рисунки, таблицы в статье нумеруются в соответствии с порядком их упоминания в тексте. Ссылки на рисунки и таблицы в тексте обязательны. Рисунки должны быть выполнены с хорошим разрешением в масштабе, позволяющем четко различать надписи и обозначения. Подрисуночные подписи с расшифровкой всех позиций, представленных на рисунке, набираются шрифтом гарнитуры основного текста размером 9 пт. Цветные иллюстрации печатаются только в том случае, когда это необходимо для понимания излагаемого материала.

6. Набор формул выполняется в формульном редакторе Microsoft Equation или Math Type. Прямым шрифтом набираются: греческие и русские буквы; математические символы (sin, lg, ∞); символы химических элементов (C, Cl, $CHCl_3$); цифры (римские и арабские); векторы; индексы (верхние и нижние), являющиеся сокращениями слов. Курсивом набираются латинские буквы, символы физических величин (в том числе и в индексе).

7. Сокращения в тексте статьи (за исключением единиц измерения) могут быть использованы только после упоминания полного термина. Единицы измерения физических величин следует приводить в Международной системе единиц (СИ).

8. Цитируемые в статье фамилии авторов теорем, теорий, законов и т. д. следует приводить в скобках на языке оригинала после русского написания. Например, теорема Эйлера (Euler).

9. Список использованной литературы оформляется в соответствии с требованиями Высшей аттестационной комиссии Республики Беларусь (ГОСТ 7.5–2008). Номер литературной ссылки в тексте дается порядковым номером в квадратных скобках. Ссылаться на неопубликованные работы не допускается.

10. Отдельно приводится список цитированных источников в *романском* (латинском) алфавите со следующей структурой: авторы (транслитерация), название статьи в транслитерированном варианте [перевод названия статьи на английский язык в квадратных скобках], название русскоязычного источника (транслитерация) [перевод названия источника на английский язык – парафраз (для журналов можно не делать)], выходные данные с обозначениями на английском языке.

11. Поступившие в редакцию статьи направляются на рецензирование специалистам. Основным критерием целесообразности публикации является новизна и информативность статьи. Если по рекомендациям рецензента статья возвращается автору на доработку, а переработанная рукопись вновь рассматривается редколлегией, датой поступления считается день получения редакцией ее окончательного варианта. Статьи не по профилю журнала возвращаются авторам после заключения редколлегии.

12. Статьи, направляемые на доработку, должны быть возвращены в исправленном виде с ответами на все замечания.

13. Редакция журнала предоставляет возможность первоочередного опубликования статей, представленных лицами, которые осуществляют послевузовское обучение (аспирантура, докторантура, соискательство) в год завершения обучения.

14. Авторы несут ответственность за направление в редакцию статей, уже опубликованных ранее или принятых к публикации другими изданиями.

15. Редакция оставляет за собой право на редакционные изменения, не искажающие основное содержание статьи. Окончательное решение о публикации принимается редакционной коллегией.

Индексы

00827

для индивидуальных подписчиков

008272

для предприятий и организаций

ИНФОРМАТИКА Т. 16, № 3 июль–сентябрь 2019