

ISSN 1816-0301 (Print)
ISSN 2617-6963 (Online)

ИНФОРМАТИКА

ТОМ 16

2

АПРЕЛЬ-ИЮНЬ
2019

ОТ РЕДАКЦИИ

В журнале «Информатика» публикуются оригинальные и обзорные статьи, описывающие результаты фундаментальных и прикладных исследований специалистов академического и вузовского профиля в области информатики и информационных технологий. Основной целью журнала является публикация наиболее значимых новых результатов в указанной области. Приветствуются статьи, описывающие заключительные результаты научных проектов и диссертационных исследований, открывающие новые направления исследований, которые находятся на стыке информатики и других наук.

Основные разделы журнала: математическое моделирование; обработка сигналов, изображений и речи; прикладные информационные технологии; интеллектуальные системы; космические информационные технологии и геоинформатика; параллельные вычисления; системы, приборы и устройства; распознавание образов; информационная безопасность; автоматизация проектирования.

Журнал «Информатика» включен Высшей аттестационной комиссией Республики Беларусь в список научных изданий для опубликования результатов диссертационных исследований. В декабре 2017 г. журнал включен в базу данных Российского индекса научного цитирования (РИНЦ). С помощью инструментов и сервисов, доступных на платформе eLIBRARY (раздел «Личный кабинет»), можно самостоятельно корректировать список своих публикаций и цитирований в РИНЦ.

Журнал рассчитан на широкий круг специалистов в области информатики и информационных технологий.

Адрес редакции:

ул. Сурганова, 6, к. 305, г. Минск, Беларусь

Тел. +375(017)284 26 22

E-mail: rio@newman.bas-net.by

Сайт журнала: inf.grid.by

THE EDITOR'S NOTE

The journal «Informatics» is a scientific publication in computer sciences and information technologies which reviews the results in basic and applied research of scientists from the universities and academies in the given field. The journal focuses on the most significant and modern papers such as research projects results and PhD/DSc papers in computer sciences, IT and at the boundaries.

The journal covers the following topics: mathematical modeling; processing and recognition of signals, images and speech; applied information technology; intelligent systems; space information technology and GIS technologies; parallel computing; systems, devices and equipment; image recognition; information security; computer aided design.

The journal «Informatics» is in the list of scientific publications recommended by the Higher Attestation Commission of the Republic of Belarus for scientists to publish the results of PhD/DSc research. In December 2017 the journal was included in the database of the Russian Science Citation Index (RISC) and provides the free access to reviewed electronic scientific paper, improving scientific information traffic and also raising quotation of works of the authors who are published in this journal (please use <https://elibrary.ru> or section for authors https://elibrary.ru_author_tools).

The journal is edited for a wide range of specialists in IT and computer sciences.

For further information:

Phone +375 (017) 284 26 22

E-mail: rio@newman.bas-net.by

Office 305, Surganova 6, 220012

Minsk, Belarus

Learn more at: <https://inf.grid.by/jour>

ОБЪЕДИНЕННЫЙ ИНСТИТУТ ПРОБЛЕМ ИНФОРМАТИКИ
НАЦИОНАЛЬНОЙ АКАДЕМИИ НАУК БЕЛАРУСИ

ИНФОРМАТИКА

Том 16, № 2, апрель-июнь 2019

Ежеквартальный научный журнал

Издается с января 2004 г.

Учредитель и издатель – Объединенный институт проблем информатики
Национальной академии наук Беларуси

Г л а в н ы й р е д а к т о р

Тузиков Александр Васильевич, д-р физ.-мат. наук, профессор, член-корреспондент
Национальной академии наук Беларуси, генеральный директор Объединенного института
проблем информатики Национальной академии наук Беларуси, Минск, Беларусь

З а м е с т и т е л ь г л а в н о г о р е д а к т о р а

Ковалев Михаил Яковлевич, д-р физ.-мат. наук, профессор, член-корреспондент
Национальной академии наук Беларуси, Объединенный институт проблем информатики
Национальной академии наук Беларуси, Минск, Беларусь

Р е д а к ц и о н н а я к о л л е г и я

Абламейко Сергей Владимирович, д-р техн. наук, профессор, академик Национальной академии наук
Беларуси, Белорусский государственный университет, Минск, Беларусь

Анищенко Владимир Викторович, канд. техн. наук, доцент, ООО «СофтКлуб», Минск, Беларусь

Бибило Петр Николаевич, д-р техн. наук, профессор, Объединенный институт проблем информатики
Национальной академии наук Беларуси, Минск, Беларусь

Бобов Михаил Никитич, д-р техн. наук, профессор, ОАО «АГАТ – системы управления» – управляющая
компания холдинга «Геоинформационные системы управления», Минск, Беларусь

Долгий Александр Борисович, д-р техн. наук, профессор, Высшая инженерная школа Бретани, Нант,
Франция

Дудин Александр Николаевич, д-р физ.-мат. наук, профессор, Белорусский государственный университет,
Минск, Беларусь

Карпов Алексей Анатольевич, д-р техн. наук, доцент, Санкт-Петербургский институт информатики
и автоматизации Российской академии наук, Санкт-Петербург, Россия

Килин Сергей Яковлевич, д-р физ.-мат. наук, профессор, академик Национальной академии наук
Беларуси, Президиум Национальной академии наук Беларуси, Минск, Беларусь

Краснопрошин Виктор Владимирович, д-р техн. наук, профессор, Белорусский государственный
университет, Минск, Беларусь

Крот Александр Михайлович, д-р техн. наук, профессор, Объединенный институт проблем информатики
Национальной академии наук Беларуси, Минск, Беларусь

Кругликов Сергей Владимирович, д-р воен. наук, канд. техн. наук, доцент, Объединенный институт проблем информатики Национальной академии наук Беларуси, Минск, Беларусь

Кундас Семен Петрович, д-р техн. наук, профессор, Белорусский национальный технический университет, Минск, Беларусь

Лиходед Николай Александрович, д-р физ.-мат. наук, профессор, Белорусский государственный университет, Минск, Беларусь

Матус Петр Павлович, д-р физ.-мат. наук, профессор, Институт математики Национальной академии наук Беларуси, Минск, Беларусь

Скляр Валерий Анатольевич, д-р техн. наук, профессор, Университет Авейру, Португалия

Сотсков Юрий Назарович, д-р физ.-мат. наук, профессор, Объединенный институт проблем информатики Национальной академии наук Беларуси, Минск, Беларусь

Стемпковский Александр Леонидович, д-р техн. наук, профессор, академик Российской академии наук, Институт проблем проектирования в микроэлектронике Российской академии наук, Москва, Россия

Харин Юрий Семенович, д-р физ.-мат. наук, профессор, член-корреспондент Национальной академии наук Беларуси, Научно-исследовательский институт прикладных проблем математики и информатики Белорусского государственного университета, Минск, Беларусь

Чернявский Александр Федорович, д-р техн. наук, профессор, академик Национальной академии наук Беларуси, Институт прикладных физических проблем им. А. Н. Севченко Белорусского государственного университета, Минск, Беларусь

Ярмолик Вячеслав Николаевич, д-р техн. наук, Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники, Минск, Беларусь

ИНФОРМАТИКА

Том 16, № 2, апрель-июнь 2019

Ответственный за выпуск *Мойсейчик Светлана Сергеевна*

Редактор *Гончаренко Галина Борисовна*

Корректор *Михайлова Анна Антоновна*

Компьютерная верстка *Бутевич Ольга Борисовна*

Сдано в набор 16.05.2019. Подписано в печать 18.06.2019. Формат 60×84 1/8. Бумага офсетная. Гарнитура Таймс. Ризография. Усл. печ. л. 14,4. Уч.-изд. л. 14,1. Тираж 50 экз. Заказ 7.

Государственное научное учреждение «Объединенный институт проблем информатики Национальной академии наук Беларуси».

Свидетельство о государственной регистрации издателя, изготовителя, распространителя печатных изданий № 1/274 от 04.04.2014. ЛП № 02330/444 от 18.12.13. Ул. Сурганова, 6, 220012, Минск, Беларусь.

ISSN 1816-0301 (Print)
ISSN 2617-6963 (Online)

THE UNITED INSTITUTE OF INFORMATICS PROBLEMS
OF THE NATIONAL ACADEMY OF SCIENCES OF BELARUS

INFORMATICS

Vol. 16, no. 2, April-June 2019

Published quarterly

Issued since January 2004

Founder and publisher – the United Institute of Informatics Problems
of the National Academy of Sciences of Belarus

Editor-in-Chief

Alexander V. Tuzikov, Dr. Sci. (Phys.-Math.), Professor, Corresponding Member of the National Academy of Sciences of Belarus, General Director of the United Institute of Informatics Problems of the National Academy of Sciences of Belarus, Minsk, Belarus

Deputy Editor-in-Chief

Mikhail Y. Kovalyov, Dr. Sci. (Phys.-Math.), Professor, Corresponding Member of the National Academy of Sciences of Belarus, the United Institute of Informatics Problems of the National Academy of Sciences of Belarus, Minsk, Belarus

Editorial Board

Sergey V. Ablameyko, Dr. Sci. (Eng.), Professor, Academician of the National Academy of Sciences of Belarus, Belarusian State University, Minsk, Belarus

Uladimir V. Anishchanka, Cand. Sci. (Eng.), Associate Professor, SoftClub Ltd., Minsk, Belarus

Petr N. Bibilo, Dr. Sci. (Eng.), Professor, the United Institute of Informatics Problems of the National Academy of Sciences of Belarus, Minsk, Belarus

Mikhail N. Bobov, Dr. Sci. (Eng.), Professor, Open Joint-Stock Company "AGAT – Control Systems – Managing Company of Geoinformation Control Systems Holding", Minsk, Belarus

Alexandre B. Dolgui, Dr. Sci. (Eng.), Professor, IMT Atlantique, Nantes, France

Alexander N. Dudin, Dr. Sci. (Phys.-Math.), Professor, Belarusian State University, Minsk, Belarus

Alexey A. Karpov, Dr. Sci. (Eng.), Associate Professor, St. Petersburg Institute of Informatics and Automation of the Russian Academy of Sciences, Saint Petersburg, Russia

Sergey Ya. Kilin, Dr. Sci. (Phys.-Math.), Professor, Academician of the National Academy of Sciences of Belarus, Presidium of the National Academy of Sciences of Belarus, Minsk, Belarus

Viktor V. Krasnoproshin, Dr. Sci. (Eng.), Professor, Belarusian State University, Minsk, Belarus

Alexander M. Krot, Dr. Sci. (Eng.), Professor, the United Institute of Informatics Problems of the National Academy of Sciences of Belarus, Minsk, Belarus

Sergey V. Kruglikov, Dr. Sci. (Milit.), Cand. Sci. (Eng.), Associate Professor, the United Institute of Informatics Problems of the National Academy of Sciences of Belarus, Minsk, Belarus

Semen P. Kundas, Dr. Sci. (Eng.), Professor, Belarusian National Technical University, Minsk, Belarus

Nikolai A. Likhoded, Dr. Sci. (Phys.-Math.), Professor, Belarusian State University, Minsk, Belarus

Petr P. Matus, Dr. Sci. (Phys.-Math.), Professor, Institute of Mathematics of the National Academy of Sciences of Belarus, Minsk, Belarus

Valery A. Sklyarov, Dr. Sci. (Eng.), Professor, University of Aveiro, Portugal

Yuri N. Sotskov, Dr. Sci. (Phys.-Math.), Professor, the United Institute of Informatics Problems of the National Academy of Sciences of Belarus, Minsk, Belarus

Alexander L. Stempkovsky, Dr. Sci. (Eng.), Professor, Academician of the Russian Federation Academy of Sciences, the Institute for Design Problems in Microelectronics of the Russian Federation Academy of Sciences, Moscow, Russia

Yuriy S. Kharin, Dr. Sci. (Phys.-Math.), Professor, Corresponding Member of the National Academy of Sciences of Belarus, Research Institute for Applied Problems of Mathematics and Informatics of the Belarusian State University, Minsk, Belarus

Alexander F. Cherniavsky, Dr. Sci. (Eng.), Professor, Academician of the National Academy of Sciences of Belarus, A. N. Sevchenko Institute of Applied Physical Problems of the Belarusian State University, Minsk, Belarus

Vyacheslav N. Yarmolik, Dr. Sci. (Eng.), Belarusian State University of Informatics and Radioelectronics, Minsk, Belarus

INFORMATICS

Vol. 16, no. 2, April-June 2019

Issue Head *Sviatlana S. Maiseichyk*

Editor *Halina B. Hancharenka*

Corrector *Hanna A. Mikhailava*

Computer Imposition *Volha B. Butsevich*

Sent for press 16.05.2019. Output 18.06.2019. Format 60×84 1/8. Offset paper. Headset Times. Riesography. Printed sheets 14,4. Publisher's signatures 14,1. Circulation 50 copies. Order 7.

State Scientific Institution "The United Institute of Informatics Problems of the National Academy of Sciences of Belarus".

Certificate on the state registration of the publisher, manufacturer, distributor of printing editions

no. 1/274 dated 04.04.2014. License for the press no. 02330/444 dated 18.12.13.

6, Surganov Str., 220012, Minsk, Belarus.

ISSN 1816-0301 (Print)
ISSN 2617-6963 (Online)

СОДЕРЖАНИЕ

ОБРАБОТКА ИЗОБРАЖЕНИЙ И РАСПОЗНАВАНИЕ ОБРАЗОВ

- Лисица Е. В., Яцков Н. Н., Скакун В. В., Кривошеев П. Д., Апанасович В. В.** Отбор информативных геометрических признаков ядер клеток на люминесцентных изображениях раковых клеток 7
- Ковалев В. А., Левчук В. А., Калиновский А. А., Фридман М. В.** Сегментация опухолей на полнослайдовых гистологических изображениях с использованием технологии глубокого обучения 18
- Куль Т. П., Меженная М. М., Рушкевич Ю. Н., Осипов А. Н., Лихачев С. А., Рушкевич И. В.** Методическое и аппаратно-программное обеспечение для регистрации и обработки речевых сигналов с целью диагностики неврологических заболеваний 27

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

- Ерофеенко В. Т.** Математическая модель экранирования монохроматических электромагнитных полей плоскими экранами из пермаллоя 40
- Романчак В. М.** Оценивание методом рейтинга 52

ЛОГИЧЕСКОЕ ПРОЕКТИРОВАНИЕ

- Поттосин Ю. В., Романов В. И., Черемисинова Л. Д.** Верификация систем с параллелизмом поведения на основе графа достижимых состояний 62
- Бибило П. Н., Ланкевич Ю. Ю.** Логическая минимизация булевых сетей с использованием разложения Шеннона 73

ЗАЩИТА ИНФОРМАЦИИ И НАДЕЖНОСТЬ СИСТЕМ

- Тимофеев А. М.** Достоверность принятой информации при ее регистрации в однофотонном канале связи при помощи счетчика фотонов 90
- Иванюк А. А.** Синтез симметричных путей физически неклонированной функции типа арбитр на FPGA 99

БИОИНФОРМАТИКА

- Закирова В. Р., Сырокваш Д. А., Гилевский С. В., Назаров П. В., Яцков Н. Н.** Разработка алгоритмов и программных средств классификации кодирующих и не кодирующих нуклеотидных последовательностей 109

НАУЧНОЕ НАСЛЕДИЕ

- Вашкевич М. И., Азаров И. С., Вишняков В. А.** Научная школа профессора А. А. Петровского 119

ISSN 1816-0301 (Print)
ISSN 2617-6963 (Online)

CONTENTS

IMAGE PROCESSING AND PATTERN RECOGNITION

- Lisitsa Y. U., Yatskou M. M., Skakun V. V., Kryvasheyeu P. D., Apanasovich V. V.** Selection of geometrical features of nuclei on fluorescent images of cancer cells 7
- Kovalev V. A., Liauchuk V. A., Kalinovski A. A., Fridman M. V.** Tumor segmentation in whole-slide histology images using deep learning 18
- Kul T. P., Mezhennaya M. M., Rushkevich Y. N., Osipov A. N., Likhachev S. A., Rushkevich I. V.** Methodical and hardware-software for recording and processing speech signals for diagnosis of neurological diseases 27

MATHEMATICAL MODELING

- Erofeenko V. T.** Mathematical model of shielding monochromatic electromagnetic fields by means of plane screens made of permalloy 40
- Romanchak V. M.** Measurement by the method of rating 52

LOGICAL DESIGN

- Pottosin Y. V., Romanov V. I., Cheremisinova L. D.** Verification of systems with behavior parallelism on the basis of the graph of reachable states 62
- Bibilo P. N., Lankevich Y. Y.** Logical optimization of Boolean nets using Shannon expansion 73

INFORMATION PROTECTION AND SYSTEM RELIABILITY

- Timofeev A. M.** The reliability of the received information if it is registered in the single photon communication channel using the photon counter 90
- Ivaniuk A. A.** Synthesis of symmetric paths of arbiter physically unclonable function on FPGA 99

BIOINFORMATICS

- Zakirava V. R., Syrakvash D. A., Hileuski S. V., Nazarov P. V., Yatskou M. M.** Development of algorithms and software for classification of nucleotide sequences 109

SCIENTIFIC HARITAGE

- Vashkevich M. I., Azarov E. S., Vishniakou U. A.** Scientific school of professor A. A. Petrovsky 119

ISSN 1816-0301 (Print)
ISSN 2617-6963 (Online)

ОБРАБОТКА ИЗОБРАЖЕНИЙ И РАСПОЗНАВАНИЕ ОБРАЗОВ
IMAGE PROCESSING AND PATTERN RECOGNITION

УДК 303.732.4

Поступила в редакцию 20.09.2018
Received 20.09.2018

Принята к публикации 15.11.2018
Accepted 15.11.2018

**Отбор информативных геометрических признаков ядер
клеток на люминесцентных изображениях раковых клеток**

Е. В. Лисица[✉], Н. Н. Яцков, В. В. Скакун, П. Д. Кривошеев, В. В. Апанасович

Белорусский государственный университет, Минск, Беларусь

[✉]E-mail: ylisitsa@gmail.com

Аннотация. Рассмотрены методы отбора информативных признаков для выделения геометрических признаков при описании ядер на люминесцентных изображениях раковых клеток. Выполнен обзор существующих геометрических признаков, который включает в себя как признаки формы, устойчивые к повороту и перемещению изображения, так и признаки расположения в пространстве. Для отбора наиболее информативных признаков использованы шесть методов: медианный, корреляционный с расчетом коэффициента корреляции по Пирсону, корреляционный с расчетом коэффициента корреляции по Спирмену, метод логистической регрессии, случайного леса с CART-деревьями и критерием Gini, случайного леса с CART-деревьями и критерием минимизации ошибки. В результате исследования из 59 признаков отобраны 11 наиболее информативных, выполнен анализ качества классификации с помощью метода случайного леса и рассчитаны временные затраты в зависимости от количества признаков для описания объектов. Для метода случайного леса использование 11 признаков является достаточным по точности классификации и позволяет снизить временные затраты в 2,3 раза.

Ключевые слова: корреляция, случайный лес, логическая регрессия, медианный метод, классификация

Для цитирования. Отбор информативных геометрических признаков ядер клеток на люминесцентных изображениях раковых клеток / Е. В. Лисица [и др.] // Информатика. – 2019. – Т. 16, № 2. – С. 7–17.

**Selection of geometrical features of nuclei
on fluorescent images of cancer cells**

**Yauheniya U. Lisitsa[✉], Mikalai M. Yatskou, Victor V. Skakun, Pavel D. Kryvasheyev,
Vladimir V. Apanasovich**

Belarusian State University, Minsk, Belarus

[✉]E-mail: ylisitsa@gmail.com

Abstract. The methods of geometric informative features selection of nuclei on fluorescent images of cancer cells are considered. During the survey, a review of existing geometric features was carried out, including both the signs of rotation resisted shape and displacement of the image, as well as signs of location in space. For the selection of characteristics, the methods were used: median, correlation with calculation of the Pearson correlation coefficient, correlation with calculation of the Spearman correlation coefficient, logistic regression model, random forest with CART trees and Gini criterion, random forest with CART trees and error minimization criterion. As a result of the investigation 11 characteristics were selected from 59 features, the quality of classification and time costs were calculated depending on the number of features for describing

the objects. The use of 11 features is sufficient for the accuracy of classification as it allows to reduce time costs in 2,3 times.

Key words: correlation, random forest, logistic regression, median, classification

For citation. Lisitsa Y. U., Yatskou M. M., Skakun V. V., Kryvasheyev P. D., Apanasovich V. V. Selection of geometrical features of nuclei on fluorescent images of cancer cells. *Informatics*, 2019, vol. 16, no. 2, pp. 7–17 (in Russian).

Введение. Метод люминесцентной микроскопии получил широкое распространение в исследованиях, связанных с диагностикой раковых заболеваний [1]. Современные программные средства [2] используют автоматические методы сегментации изображений, что позволяет выявлять новые признаки у объектов, такие как эффективный радиус, центральные моменты, Ну-моменты и др., которые невозможно получить при визуальном анализе [3]. Однако использование чрезмерно большого количества признаков усложняет работу с данными. Одним из способов уменьшения вычислительных затрат, но при этом без потерь их информативности или с незначительными потерями, является отбор информативных признаков [4].

Методы отбора информативных признаков получили широкое распространение в предварительном анализе данных в медико-биологических исследованиях. В работе [5] рассмотрен mRMR-метод для отбора 23 белков из 187, которые затем использовались для классификации десяти типов рака [5]. Три различных метода: метод опорных векторов, случайного леса и классификатор на основе ближайшего центроида – использовались для отбора 10 информативных биомаркеров из 128 при классификации гормонального рецептор-положительного рака молочной железы [6]. Для отбора информативных признаков при классификации головной и шейной плоскоклеточной карцином были рассмотрены U-критерий Манна – Уитни, mRMR- и wgarreg-методы [7]. Дисперсионный анализ и тест Стьюдента позволили отобрать информативные признаки для классификации раковых заболеваний на основе иммуноподписи [8]. Методы на основе критерия Стьюдента, ROC-кривой, энтропии, соотношения сигнал-шум и U-критерий Манна – Уитни использовались для отбора информативных признаков при диагностике лимфомы, рака простаты и лейкемии [9, 10]. Методы случайного леса показали достаточно точные результаты ранжирования признаков при медико-биологических исследованиях [11–15]. Их применение позволяет увеличить скорость обработки данных, снизить ошибку классификации и еще больше автоматизировать процесс обработки. Наиболее распространенными алгоритмами отбора информативных признаков являются методы, основанные на корреляции, логистической регрессии и случайном лесе. Какой именно из этих методов будет использоваться, зависит от решаемой задачи.

Целью настоящей работы является отбор информативных геометрических признаков ядер раковых и нераковых клеток на люминесцентных изображениях рака груди. Для достижения поставленной цели необходимо решить ряд задач: выполнить обзор существующих геометрических признаков для описания объектов; реализовать ранжирование признаков по мере важности различными методами отбора информативных признаков; оценить ошибку классификации по количеству признаков в наборе для описания объектов, на основе которой отобрать информативные признаки; определить наиболее устойчивый метод отбора информативных признаков.

Экспериментальные данные. В работе рассматриваются девять микрочипов срезов тканей опухолей молочной железы [16]. Экспериментальная часть исследований проведена по методикам [17, 18]. Изображения представляют собой популяции клеток, окрашенные в зеленые, синие и красные цвета (трехканальные люминесцентные сигналы в системе RGB). В цитоплазмах раковых клеток регистрируются процессы с участием белка цитокератина [17]. Белок маркируется цианиновым красителем Cy3 и регистрируется в зеленом цветовом канале изображения. Красный канал изображения зарезервирован для индикации ядер раковых клеток.

В ядрах раковых клеток находится белок эстроген-рецептор [19], для маркировки которого использован краситель [17, 18]. Для маркировки ядер применен краситель 4,6-диамидино-2-фенилиндол дигидрохлорид (DAPI) [17] и зарезервирован синий канал. Размер изображений – 2048×2048 пикселей в каждом из трех каналов, разрешающая способность 0,2 мкм/пиксел [20].

Перед сравнительным анализом алгоритмов клетки были размечены на раковые и нераковые экспертным путем. На рис. 1 показаны изображения, взятые для анализа.

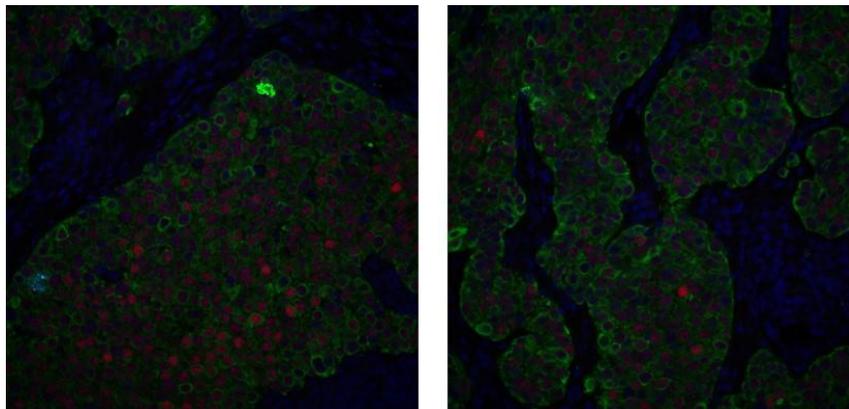


Рис. 1. Экспериментальные данные

Геометрические признаки объектов. Всего было рассмотрено 59 признаков [21–23]:

- площадь ($p1$) – количество пикселей, составляющих объект;
- минимальный ($p2, p3$) и максимальный ($p4, p5$) номера строк и столбца прямоугольника, ограничивающего области выбора;
- площадь ограничивающего прямоугольника ($p6$);
- координаты центра масс ($p7$ и $p8$);
- площадь выпуклой оболочки, описанной вокруг объекта ($p9$);
- эксцентриситет эллипса ($p10$), который имеет такие же центральные моменты инерции, что и объект;
- эквивалентный диаметр ($p11$) – диаметр круга с той же площадью, что и область выбора;
- экстенд $p12 = p1/p6$;
- площадь объекта после заполнения его пустот ($p13$);
- матрица тензора инерции ($p14, p15, p16, p17$) и собственные значения матрицы тензора инерции ($p18, p19$);
- координаты центра масс ограничивающего прямоугольника ($p20, p21$);
- длины большой ($p22$) и малой ($p23$) осей эллипса, который имеет такие же нормированные вторые центральные моменты, что и объект;
- пространственные моменты до третьего порядка μ_{jk} ($p24 = \mu_{00}, p25 = \mu_{01}, p26 = \mu_{02}, p27 = \mu_{10}, p28 = \mu_{11}, p29 = \mu_{12}, p30 = \mu_{20}, p31 = \mu_{21}, p32 = \mu_{22}$), которые вычисляются как

$$\mu_{jk} = \sum_{(x,y) \in S} x^j y^k,$$

где $j = 0, 1, 2$ и $k = 0, 1, 2$;

- центральные моменты $m\mu_{jk}$ ($p33 = m\mu_{00}, p34 = m\mu_{01}, p35 = m\mu_{02}, p36 = m\mu_{10}, p37 = m\mu_{11}, p38 = m\mu_{12}, p39 = m\mu_{20}, p40 = m\mu_{21}, p41 = m\mu_{22}$), рассчитанные по формуле

$$m\mu_{jk} = \sum_{(x,y) \in S} (x - p7)^j (y - p8)^k,$$

где $j = 0, 1, 2$ и $k = 0, 1, 2$;

- Ну-моментные инварианты [24]

$$p42 = m\mu_{20} + m\mu_{02},$$

$$p43 = (m\mu_{20} - m\mu_{02})^2 + 4m\mu_{11}^2,$$

$$p45 = (m\mu_{30} + m\mu_{12})^2 + (m\mu_{30} + m\mu_{21})^2,$$

$$p46 = (m\mu_{30} - 3m\mu_{12})(m\mu_{30} + m\mu_{12})[(m\mu_{30} + m\mu_{12})^2 - 3(m\mu_{21} + m\mu_{03})^2] + \\ + (3m\mu_{21} - m\mu_{03})(m\mu_{03} + m\mu_{21})[3(m\mu_{12} + m\mu_{30})^2 - (m\mu_{30} + m\mu_{12})^2],$$

$$p47 = (m\mu_{20} - m\mu_{02})(m\mu_{30} + m\mu_{12})^2 - (m\mu_{03} + m\mu_{21})^2 + \\ + 4m\mu_{11} (m\mu_{30} + m\mu_{12})(m\mu_{03} + m\mu_{21}),$$

$$p48 = (3m\mu_{21} + m\mu_{03})(m\mu_{30} + m\mu_{12})[(m\mu_{12} + m\mu_{30})^2 - 3(m\mu_{03} + m\mu_{21})^2] - \\ - (m\mu_{30} - 3m\mu_{12})(m\mu_{03} + m\mu_{21})[3(m\mu_{30} + m\mu_{12})^2 - (m\mu_{21} + m\mu_{03})^2];$$

– нормированные центральные моменты $n\mu_{jk}$ ($p49 = n\mu_{01}$, $p50 = n\mu_{02}$, $p51 = n\mu_{10}$, $p52 = n\mu_{11}$, $p53 = n\mu_{12}$, $p54 = n\mu_{20}$, $p55 = n\mu_{21}$, $p56 = n\mu_{22}$), рассчитанные по формуле

$$n\mu_{jk} = m\mu_{jk} / \mu_{00}^{\frac{j+k}{2}+1},$$

где $j = 0, 1, 2$ и $k = 0, 1, 2$;

– ориентация $p57$, представляющая собой угол между осью X и главной осью эллипса, который имеет те же самые моменты, что и объект, и диапазон от $-pi/2$ до $pi/2$ в направлении против часовой стрелки;

– периметр $p58$;

– коэффициент плотности $p59 = p1/p9$.

Алгоритмы отбора информативных признаков

Для отбора информативных признаков был рассмотрен ряд методов [25]:

1. Медианный (Median), в основе которого лежит U-критерий Манна – Уитни [26]. Нулевая гипотеза H_0 заключается в следующем: если med_0 и med_1 – медианы двух выборок, то $H_0: med_0 = med_1$. Полученные p -значения используются в качестве уровня важности признаков. Следовательно, чем меньше p , тем более информативен признак. Для того чтобы ранжировать объекты по мере убывания их важности, применяется специальная нормировка [27].

2. Корреляционный. Корреляция между любыми двумя признаками может быть описана как количественная оценка степени статистической линейной зависимости между ними, которая может быть определена различными коэффициентами корреляции. В основе отбора лежит исключение тех признаков, которые имеют высокий коэффициент корреляции с исследуемым признаком, но при этом показывают низкую корреляцию при сравнении с другими признаками [27–30]. В работе рассмотрены два критерия: Пирсона, который используется для работы со случайными величинами с нормальным законом распределения, и Спирмена, который устойчив к наличию выбросов в данных и может применяться для случайных величин с различными законами распределения. Расчет корреляции по Пирсону и Спирмену задается формулами

$$r_{xy} = \frac{\sum_{j=1}^n (x_j - \bar{x})(y_j - \bar{y})}{\sqrt{\sum_{j=1}^n (x_j - \bar{x})^2 \sum_{j=1}^n (y_j - \bar{y})^2}},$$

$$\rho = 1 - 6 \sum_{j=1}^n \frac{rk(x_j) - rk(y_j)}{n(n^2 - 1)},$$

где $X = (x_1, \dots, x_n)$ и $Y = (y_1, \dots, y_n)$ – наборы двух признаков, rk – ранговый набор.

3. Логистической регрессии (LR, logistic regression). В этом методе весовые β -коэффициенты логистической модели описывают важность признаков, однако для их использования необходимо предварительно выполнить нормировку признаков [31].

4. Случайного леса (RF, random forest) – метод машинного обучения, который представляет собой ансамбль деревьев. Прогноз получается как результат объединения ответов множества деревьев. При этом деревья обучаются независимо друг от друга и на разных подмножествах данных. В работе были рассмотрены только CART-деревья [32] с двумя критериями обучения: Gini [31] и ER (error-rate, скорость изменения ошибки) [25].

Оценка качества ранжирования признаков. Стандартным методом проверки качества ранжирования и отбора признаков является исследование изменения ошибки классификации (er) известным классификатором на основе выборок, упорядоченных методом отбора информативных признаков [33, 34]. Эта ошибка рассчитывается как доля неверно классифицированных объектов (E) от общего количества объектов (T), участвовавших в классификации: $er = E/T$.

Предварительная экспертная оценка деления клеток на раковые и нераковые позволяет вычислять ошибку классификации с тем или иным набором информативных признаков.

Описание эксперимента. Для оценки качества ранжирования признаков в роли эталонного алгоритма выступает случайный выбор признаков R (от англ. random), когда для заданного количества признаков производился их случайный выбор по равномерному закону распределения из общего набора признаков для описания объектов. Такая процедура повторялась 10 раз. Для метода P_cor коэффициент корреляции был установлен 0,9, для метода S_cor – 0,8. Количество деревьев для Gini_RF (CART-деревьев с критерием обучения Gini) и ER_RF (CART-деревьев с критерием обучения ER) было установлено равным 30. Поскольку некоторые методы, учитывающие расчет расстояний между объектами, являются чувствительными к выбросам, исследование проводилось на ненормированном и нормированном наборах данных. Для кластеризации использовался алгоритм случайного леса с критерием Джинни [35], количество деревьев равнялось 100. В качестве критерия было взято значение ошибки классификации. Исследования выполнялись с использованием библиотек scikit-learn и Pandas языка Python.

Результаты. На рис. 2 показаны результаты исследования методов отбора информативных признаков на ненормированных и нормированных данных. Как следует из полученных результатов, нормировка признаков не дает значимого преимущества при их ранжировании.

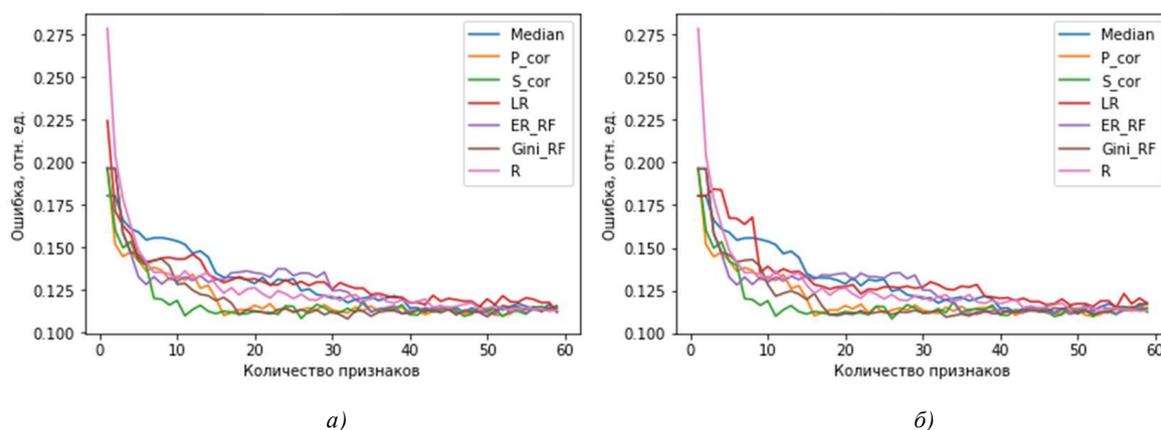


Рис. 2. Изменение ошибки классификации в зависимости от количества признаков в ранжированном наборе: а) ненормированные данные; б) нормированные данные

Согласно полученным результатам устойчивыми к наличию выбросов являются все методы, кроме Gini_RF и LR. Ошибка классификации уменьшается быстрее на нормированном наборе данных для метода Gini_RF, в то время как для метода LR ошибка классификации убывает быстрее на ненормированном наборе. Худшие результаты показали три метода отбора информативных признаков:

1) для метода LR ошибка всегда больше, чем для R, за исключением случая, когда для описания используется только один признак;

2) ошибка классификации в методе Median убывает медленнее, чем в методе случайного выбора признаков R, в результате чего применение ранжирования по методу Median становится рациональным только в случае, когда для описания используется около 40 признаков;

3) метод ER_RF показывает удовлетворительную ошибку классификации в случае использования 30–40 информативных признаков, упорядоченных по степени важности согласно этому методу.

При использовании признаков, ранжированных методами P_cor и Gini_RF, результаты классификации сопоставимы. Ошибка классификации резко изменяется с 0,12 до 0,11, когда размер выборки признаков, ранжированных по методу P_cor, равняется 17, после этого значительных изменений не происходит. Для метода Gini_RF резкое изменение происходит чуть позже, когда количество признаков достигает значения 19, затем аналогично предыдущему методу ошибка классификации почти не изменяется и колеблется около значения 0,11.

Лучшие результаты были получены при ранжировании признаков методом S_cor. В этом случае на графике видно резкое изменение ошибки классификации до 0,110 по мере увеличения размера выборки до 11, затем ошибка классификации медленно возрастает до значения 0,112, вокруг которого в дальнейшем по мере увеличения размера обучающей выборки она и варьируется. Метод S_cor является нечувствительным к нормировке, и его можно применять для данных с выбросами.

Таким образом, оптимальным набором для описания исследуемых изображений является набор из 11 признаков с их уровнями важности: $p_{19} - 0,167$, $p_{20} - 0,131$, $p_{21} - 0,121$, $p_{18} - 0,109$, $p_{42} - 0,099$, $p_{56} - 0,087$, $p_{59} - 0,072$, $p_{44} - 0,067$, $p_{46} - 0,043$, $p_{54} - 0,034$, $p_5 - 0,025$. Использование этих 11 признаков позволяет получить наименьшую ошибку классификации. Из них только три признака были отобраны и другими методами: p_{19} был отобран методами ER_RF и Gini_RF, p_{20} – методом P_cor, а p_{21} – методом LR. Результаты сравнения уровней важности для отобранных признаков приведены в таблице.

Сравнение уровней важности для отобранных признаков шестью методами отбора значимых признаков (N – номер признака при ранжировании выбранным методом, V – уровень важности при ранжировании)

Признак	Median		P_cor		S_cor		LR		ER_RF		Gini_RF	
	N	V	N	V	N	V	N	V	N	V	N	V
p_{19}	35	0,167	44	0,000	1	0,167	30	4E-10	1	0,167	2	0,163
p_{20}	38	0,167	3	0,760	2	0,131	19	5E-07	29	0,021	39	0,021
p_{21}	37	0,167	4	0,677	3	0,121	7	3E-05	28	0,023	49	0,017
p_{18}	39	0,167	43	0,000	4	0,109	32	2E-10	24	0,025	44	0,019
p_{42}	13	0,167	9	0,520	5	0,099	48	1E-16	21	0,032	26	0,029
p_{56}	20	0,167	10	0,397	6	0,087	56	0E+00	31	0,020	28	0,028
p_{59}	40	0,167	16	0,089	7	0,072	59	0E+00	30	0,021	12	0,054
p_{44}	15	0,167	21	0,033	8	0,067	40	3E-14	32	0,019	14	0,041
p_{46}	17	0,167	35	0,000	9	0,043	38	6E-14	40	0,012	27	0,028
p_{54}	19	0,167	11	0,327	10	0,034	54	0E+00	39	0,012	51	0,017
p_5	27	0,167	15	0,143	11	0,025	15	1E-06	36	0,016	20	0,035

Для классификации использовался метод случайного леса с критерием Джинни [34], количество деревьев равнялось 100. Как показано на рис. 3, общей особенностью зависимости времени обучения классификации методом случайного леса от количества признаков объектов является ступенчатое возрастание времени обучения по мере увеличения количества признаков. Резкие скачки изменения времени происходят при увеличении количества признаков для описания объектов до 4 (с 5,18 до 8,09 с), до 9 (с 8,00 до 11,10 с), до 16 (с 11,22 до 14,31 с), до 25 (с 14,46 до 17,69 с), до 36 (с 17,36 до 20,45 с), до 49 (с 20,97 до 24,04 с). Общей закономерностью поведения времени обучения внутри этих интервалов является его колебание вокруг

одного значения. Размеры интервалов, когда время обучения не изменяется, увеличиваются по мере возрастания количества признаков в наборе для описания объектов. Такое поведение временных затрат обусловлено способом построения деревьев в методе случайного леса: количество признаков, которое используется для обучения одного дерева, определяется как целая часть квадратного корня от общего количества признаков для описания объектов. Наименьшие временные затраты на обучение были при отборе признаков методом Gini_RF, в то время как наибольшие временные затраты наблюдались при отборе признаков методом P_cor. При использовании 11 признаков, отобранных методом S_cor, время обучения составляло 10,7 с, а время обучения случайного леса при использовании всех признаков составляло 24,2 с, что почти в два раза больше.

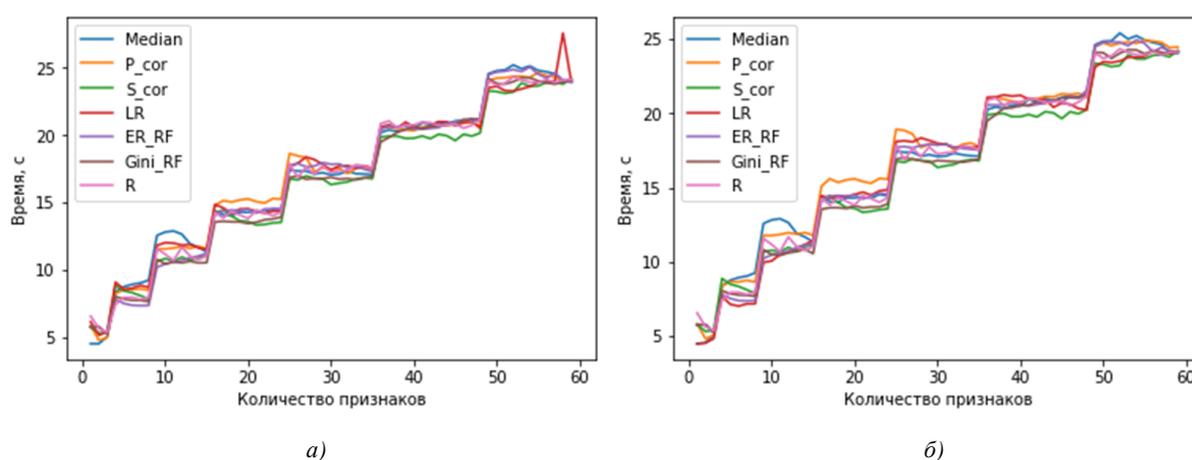


Рис. 3. Зависимость времени обучения классификатора на основе метода случайного леса от количества признаков: а) ненормированные данные; б) нормированные данные

Заключение. В результате выполненной работы из 59 геометрических признаков формы были отобраны 11 наиболее информативных признаков (ошибка классификации 0,110) для описания ядер на люминесцентных изображениях раковых клеток с сохранением точности классификации объектов: второе собственное значение матрицы тензора инерции, координата центра масс по оси абсцисс, координата центра масс по оси ординат, первое собственное значение матрицы тензора инерции, первый Ну-момент, нормированный центральный момент μ_{22} , коэффициент плотности, третий Ну-момент, пятый Ну-момент, нормированный центральный момент μ_{20} , площадь выпуклой оболочки. Временные затраты в результате уменьшения количества признаков для описания объектов были сокращены в 2,3 раза.

Из шести рассмотренных методов отбора информативных признаков лучшие результаты показал метод на основе расчета корреляции по Спирмену, худшие результаты получены для медианного метода, а метод на основе логистической регрессии оказался наименее устойчивым к выбросам в обучающей выборке. Нормировка признаков не оказывает существенного влияния на эффективность работы алгоритмов отбора.

Временные затраты на обучение случайного леса ступенчато возрастают по мере увеличения количества признаков для описания. Ошибка классификации уменьшается по мере увеличения количества признаков, однако при верном их ранжировании можно наблюдать эффект переобучения, когда ошибка либо возрастает, либо остается неизменной по мере увеличения количества признаков в наборе для описания объектов.

Использование 11 признаков вместо 59 позволяет сократить временные затраты при реализации различных алгоритмов классификации и кластеризации, упростить визуализацию результатов. В дальнейшем отобранные признаки будут использоваться для автоматического анализа в программном пакете CellDataMiner.

Список использованных источников

1. Stewart, B. World Cancer Report 2014 / B. Stewart, C. P. Wild. – Geneva : WHO Press, 2015. – 512 p.
2. Программный пакет CellDataMiner для анализа люминесцентных изображений раковых клеток / E. В. Лисица [и др.] // Информатика. – 2015. – № 4(48). – С. 73–84.
3. Spatial quantitative analysis of fluorescently labeled nuclear structures: problems, methods, pitfalls / O. Ronneberger [et al.] // Chromosome Research. – 2008. – No. 3. – P. 523–562.
4. Supervised, unsupervised, and semi-supervised feature selection: a review on gene selection / J. C. Ang [et al.] // IEEE/ACM Transactions on Computational Biology and Bioinformatics. – 2016. – No. 5. – P. 971–989.
5. Classifying ten types of major cancers based on reverse phase protein array profiles / P. W. Zhang [et al.] // PLoS One. – 2015. – No. 5. – P. 3–7.
6. Reverse phase protein array based tumor profiling identifies a biomarker signature for risk classification of hormone receptor-positive breast cancer / J. Sonntag [et al.] // Translational Proteomics. – 2014. – No. 2. – P. 52–59.
7. Kaddi, C. Models for predicting stage in head and neck squamous cell carcinoma using proteomic and transcriptomic data / C. Kaddi, M. D. Wang // IEEE J. of Biomedical and Health Informatics. – 2017. – No. 1. – P. 246–253.
8. Immunosignature system for diagnosis of cancer / P. Stafford [et al.] // Proc. of the National Academy of Sciences of the United States of America. – 2014. – No. 30. – P. 3072–3080.
9. Nguyen, T. Modified AHP for gene selection and cancer classification using type-2 fuzzy logic / T. Nguyen, S. Nahavandi // IEEE Transactions on Fuzzy Systems. – 2016. – No. 2. – P. 273–287.
10. Hierarchical gene selection and genetic fuzzy system for cancer microarray data classification / T. Nguyen [et al.] // PLoS One. – 2015. – No. 3.
11. 3-phosphoadenosine 5-phosphosulfate (paps) synthases, naturally fragile enzymes specifically stabilized by nucleotide binding / J. Van den Boom [et al.] // J. of Biological Chemistry. – 2012. – No. 21. – P. 17645–17655.
12. Insights into the classification of small GTPases / D. Heider [et al.] // Advances and Applications in Bioinformatics and Chemistry. – 2010. – No. 3. – P. 15–24.
13. Data mining in the Life Sciences with Random Forest: a walk in the park or lost in the jungle? / W. G. Touw [et al.] // Briefings in Bioinformatics. – 2013. – No. 3. – P. 315–326.
14. Improved Bevirimat resistance prediction by combination of structural and sequence-based classifiers / J. N. Dybowski [et al.] // BioData Mining. – 2011. – No. 4. – P. 26–39.
15. Exploiting HIV-1 protease and reverse transcriptase cross-resistance information for improved drug resistance prediction by means of multi-label classification / M. Riemenschneider [et al.] // BioData Mining. – 2016. – No. 9. – P. 10–16.
16. Expression profiling reveals novel pathways in the transformation of melanocytes to melanomas / H. Hoek [et al.] // Cancer Research. – 2004. – No. 15. – P. 5270–5282.
17. Quantitative analysis of estrogen receptor heterogeneity in breast cancer / G. G. Chung [et al.] // Laboratory Investigation. – 2007. – No. 7. – P. 662–669.
18. Camp, R. L. Automated subcellular localization and quantification of protein expression in tissue microarrays / R. L. Camp, G. G. Chung, D. L. Rimm // Nature Medicine. – 2002. – No. 11. – P. 1323–1327.
19. Quantifying estrogen and progesterone receptor expression in breast cancer by digital imaging / M. K. Szesze [et al.] // J. of Histochemistry and Cytochemistry. – 2005. – No. 6. – P. 753–762.
20. Имитационная модель трехканальных люминесцентных изображений популяций раковых клеток / E. В. Лисица [и др.] // Журнал прикладной спектроскопии. – 2014. – № 6. – С. 907–913.
21. Burger, W. Principles of Digital Image Processing: Core Algorithms / W. Burger, M. Burge. – London : Springer-Verlag, 2009. – 332 p.
22. Jähne, B. Digital Image Processing. Iss. 5 / B. Jähne. – Berlin, Heidelberg : Springer, 2002. – 585 p.
23. Reiss, Th. H. Recognizing Planar Objects using Invariant Image Features / Th. H. Reiss. – Berlin : Springer, 1993. – 186 p.
24. Hu, M. K. Visual pattern recognition by moment invariants / M. K. Hu // IEEE Transactions on Information Theory. – 1962. – No. 8. – P. 179–187.
25. Neumann, U. EFS: an ensemble feature selection tool implemented as R-package and web-application / U. Neumann // BioData Mining. – 2017. – No. 10. – P. 21–30.
26. Bauer, D. F. Constructing confidence sets using rank statistics / D. F. Bauer // J. of the American Statistical Association. – 1972. – No. 67. – P. 687–690.
27. Yu, L. Efficient feature selection via analysis of relevance and redundancy / L. Yu // J. of Machine Learning Research. – 2004. – No. 5. – P. 1205–1224.

28. Suzuki, N. Developing landscape habitat models for rare amphibians with small geographic ranges: a case study of Siskiyou Mountains salamanders in the western USA / N. Suzuki, D. H. Olson, E. C. Reilly // *J. of Machine Learning Research*. – 2008. – No. 17. – P. 2197–2218.
29. Novel methods improve prediction of species distributions from occurrence data / J. Elith [et al.] // *J. of Space and Time in Ecology*. – 2006. – No. 29. – P. 129–151.
30. Yu, L. Efficient feature selection via analysis of relevance and redundancy / L. Yu, H. Liu // *J. of Machine Learning Research*. – 2004. – No. 5. – P. 1205–1224.
31. Compensation of feature selection biases accompanied with improved predictive performance for binary classification by using a novel ensemble feature selection approach / U. Neumann [et al.] // *BioData Mining*. – 2016. – No. 9. – P. 36–50.
32. Breiman, L. Random forests / L. Breiman // *Machine Learning*. – 2001. – No. 5. – P. 5–32.
33. Feature selection based on quality of information / J. Liu [et al.] // *Neurocomputing*. – 2017. – No. 225. – P. 11–22.
34. Measures of rule quality for feature selection in text categorization / E. Montañés [et al.] // *Advances in Intelligent Data Analysis V*. – 2003. – No. 225. – P. 589–598.
35. Scikit-learn: Machine learning in Python / F. Pedregosa [et al.] // *J. of Machine Learning Research*. – 2011. – No. 12. – P. 2825–2830.

References

1. Stewart B., Wild C. P. *World Cancer Report 2014*. Geneva, WHO Press, 2015, 512 p.
2. Lisitsa Y. U., Yatskou M. M., Apanasovich V. V., Apanasovich T. V. Programmnyj paket CellDataMiner dlja analiza ljuminescentnyh izobrazhenij rakovyh kletok [The software package CellDataMiner for data mining of fluorescent images of cancer cells]. *Informatics*, 2015, no. 4(48), pp. 73–84 (in Russian).
3. Ronneberger O., Baddeley D., Scheipl F., Verveer P. J., Burkhardt H., ..., Joffe B. Spatial quantitative analysis of fluorescently labeled nuclear structures: problems, methods, pitfalls. *Chromosome Research*, 2008, no. 3, pp. 523–562.
4. Ang J. C., Mirzal A., Haron H., Hamed H. N. Supervised, unsupervised, and semi-supervised feature selection: a review on gene selection. *IEEE/ACM Transactions on Computational Biology and Bioinformatics*, 2016, no. 5, pp. 971–989.
5. Zhang P. W., Chen L., Huang T., Zhang N., Kong X.Y., Cai Y. D. Classifying ten types of major cancers based on reverse phase protein array profiles. *PLoS One*, 2015, no. 5, pp. 3–7.
6. Sonntag J., Bender C., Soons Z., Heyde S. von der, König R., ..., Korf U. Reverse phase protein array based tumor profiling identifies a biomarker signature for risk classification of hormone receptor-positive breast cancer. *Translational Proteomics*, 2014, no. 2, pp. 52–59.
7. Kaddi C., Wang M. D. Models for predicting stage in head and neck squamous cell carcinoma using proteomic and transcriptomic data. *IEEE Journal of Biomedical and Health Informatics*, 2017, no. 1, pp. 246–253.
8. Stafford P., Cichacz Z., Woodbury N. W., Johnston S. A. Immunosignature system for diagnosis of cancer. *Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America*, 2014, no. 30, pp. 3072–3080.
9. Nguyen T., Nahavandi S. Modified AHP for gene selection and cancer classification using type-2 fuzzy logic. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 2016, no. 2, pp. 273–287.
10. Nguyen T., Khosravi A., Creighton D., Nahavandi S. Hierarchical gene selection and genetic fuzzy system for cancer microarray data classification. *PloS One*, 2015, no. 3.
11. Boom J. Van den, Heider D., Martin S. R., Pastore A., Mueller J. W. 3-phosphoadenosine 5-phosphosulfate (paps) synthases, naturally fragile enzymes specifically stabilized by nucleotide binding. *Journal of Biological Chemistry*, 2012, no. 21, pp. 17645–17655.
12. Heider D., Hauke S., Pyka M., Kessler D. Insights into the classification of small GTPases. *Advances and Applications in Bioinformatics and Chemistry*, 2010, no. 3, pp. 15–24.
13. Touw W. G., Bayjanov J. R., Overmars L., Backus L., Boekhorst J., Wels M., Hijum van S. A. Data mining in the Life Sciences with Random Forest: a walk in the park or lost in the jungle? *Briefings in Bioinformatics*, 2013, no. 3, pp. 315–326.
14. Dybowski J. N., Riemenschneider M., Hauke S., Pyka M., Verheyen J., Hoffmann D., Heider D. Improved Bevirimat resistance prediction by combination of structural and sequence-based classifiers. *BioData Mining*, 2011, no. 4, pp. 26–39.
15. Riemenschneider M., Senge R., Neumann U., Hüllermeier E., Heider D. Exploiting HIV-1 protease and reverse transcriptase cross-resistance information for improved drug resistance prediction by means of multi-label classification. *BioData Mining*, 2016, no. 9, pp. 10–16.

16. Hoek H., Rimm D. L., Williams K. R., Zhao H., Ariyan S., ..., Halaban R. Expression profiling reveals novel pathways in the transformation of melanocytes to melanomas. *Cancer Research*, 2004, no. 15, pp. 5270–5282.
17. Chung G. G., Zerkowski M. P., Ghosh S., Camp R. L., Rimm D. L. Quantitative analysis of estrogen receptor heterogeneity in breast cancer. *Laboratory Investigation*, 2007, no. 7, pp. 662–669.
18. Camp R. L., Chung G. G., Rimm D. L. Automated subcellular localization and quantification of protein expression in tissue microarrays. *Nature Medicine*, 2002, no. 11, pp. 1323–1327.
19. Szesze M. K., Crisman C. L., Crow L., McMullen S., Major J. M., ..., Wasserman L. M. Quantifying estrogen and progesterone receptor expression in breast cancer by digital imaging. *Journal of Histochemistry and Cytochemistry*, 2005, no. 6, pp. 753–762.
20. Lisitsa Y. U., Yatskou M. M., Apanasovich V. V., Apanasovich T. V., Shitik M. M. Imitacionnaja model' trehkanal'nyh ljuminescentnyh izobrazhenij populjacij rakovyh kletok [Simulation model for three-channel luminescent images of cancer cell populations]. *Zhurnal prikladnoj spektroskopii [Journal of Applied Spectroscopy]*, 2014, no. 6, pp. 907–913 (in Russian).
21. Burger W., Burge M. *Principles of Digital Image Processing: Core Algorithms*. London, Springer-Verlag, 2009, 332 p.
22. Jähne B. *Digital Image Processing*. Iss. 5. Berlin, Heidelberg, Springer, 2002, 585 p.
23. Reiss Th. H. *Recognizing Planar Objects using Invariant Image Features*. Berlin, Springer, 1993, 186 p.
24. Hu M. K. Visual pattern recognition by moment invariants. *IEEE Transactions on Information Theory*, 1962, no. 8, pp. 179–187.
25. Neumann U. EFS: an ensemble feature selection tool implemented as R-package and web-application. *BioData Mining*, 2017, no. 10, pp. 21–30.
26. Bauer D. F. Constructing confidence sets using rank statistics. *Journal of the American Statistical Association*, 1972, no. 67, pp. 687–690.
27. Yu L. Efficient feature selection via analysis of relevance and redundancy. *Journal of Machine Learning Research*, 2004, no. 5, pp. 1205–1224.
28. Suzuki N., Olson D. H., Reilly E. C. Developing landscape habitat models for rare amphibians with small geographic ranges: a case study of Siskiyou Mountains salamanders in the western USA. *Journal of Machine Learning Research*, 2008, no. 17, pp. 2197–2218.
29. Elith J., Graham C. H., Anderson R. P., Dudík M., Ferrier S., ..., Zimmermann N. E. Novel methods improve prediction of species distributions from occurrence data. *Journal of Space and Time in Ecology*, 2006, no. 29, pp. 129–151.
30. Yu L., Liu H. Efficient feature selection via analysis of relevance and redundancy. *Journal of Machine Learning Research*, 2004, no. 5, pp. 1205–1224.
31. Neumann U., Riemenschneider M., Sowa J.-P., Baars T., Kälsch J., Canbay A., Heider D. Compensation of feature selection biases accompanied with improved predictive performance for binary classification by using a novel ensemble feature selection approach. *BioData Mining*, 2016, no. 9, pp. 36–50.
32. Breiman L. Random forests. *Machine Learning*, 2001, no. 5, pp. 5–32.
33. Liu J., Lin Y., Lin M., Wu S., Zhang J. Feature selection based on quality of information. *Neurocomputing*, 2017, no. 225, pp. 11–22.
34. Montañés E., Fernández J., Díaz I., Combarro E. F., Ranilla J. Measures of rule quality for feature selection in text categorization. *Advances in Intelligent Data Analysis V*, 2003, no. 225, pp. 589–598.
35. Pedregosa F., Varoquaux G., Gramfort A., Michel V., Thirion B., ..., Duchesnay É. Scikit-learn: Machine learning in Python. *Journal of Machine Learning Research*, 2011, no. 12, pp. 2825–2830.

Информация об авторах

Лисица Евгения Владимировна, научный сотрудник, факультет радиофизики и компьютерных технологий, Белорусский государственный университет, Минск, Беларусь.
E-mail: ylisitsa@gmail.com

Яцков Николай Николаевич, кандидат физико-математических наук, доцент, факультет радиофизики и компьютерных технологий, Белорусский государственный университет, Минск, Беларусь.
E-mail: yatskou@bsu.by

Information about the authors

Yauheniya U. Lisitsa, Researcher, the Faculty of Radiophysics and Computer Technologies of the Belarusian State University, Minsk, Belarus.
E-mail: ylisitsa@gmail.com

Mikalai M. Yatskou, Cand. Sci. (Phys.-Math.), Assoc. Prof., the Faculty of Radiophysics and Computer Technologies of the Belarusian State University, Minsk, Belarus.
E-mail: yatskou@bsu.by

Скакун Виктор Васильевич, кандидат физико-математических наук, доцент, факультет радиофизики и компьютерных технологий, Белорусский государственный университет, Минск, Беларусь.
E-mail: skakun@bsu.by

Кривошеев Павел Дмитриевич, студент, факультет радиофизики и компьютерных технологий, Белорусский государственный университет, Минск, Беларусь.
E-mail: kryvasheyeu.pavel@gmail.com

Апанасович Владимир Владимирович, доктор физико-математических наук, профессор, первый проректор, Институт информационных технологий и бизнес-администрирования, Минск, Беларусь.
E-mail: apanasovichv@gmail.com

Victor V. Skakun, Cand. Sci. (Phys.-Math.), Assoc. Prof., the Faculty of Radiophysics and Computer Technologies of the Belarusian State University, Minsk, Belarus.
E-mail: skakun@bsu.by

Pavel D. Kryvasheyeu, Student, the Faculty of Radiophysics and Computer Technologies of the Belarusian State University, Minsk, Belarus.
E-mail: kryvasheyeu.pavel@gmail.com

Vladimir V. Apanasovich, Dr. Sci. (Phys.-Math.), Professor, First Vice-Rector, Institute of IT & Business Administration, Minsk, Belarus.
Email: apanasovichv@gmail.com

ISSN 1816-0301 (Print)
ISSN 2617-6963 (Online)
УДК 004.9

Поступила в редакцию 10.01.2019
Received 10.01.2019

Принята к публикации 12.03.2019
Accepted 12.03.2019

Сегментация опухолей на полнослайдовых гистологических изображениях с использованием технологии глубокого обучения

В. А. Ковалев¹✉, В. А. Левчук¹, А. А. Калиновский¹, М. В. Фридман²

¹Объединенный институт проблем информатики
Национальной академии наук Беларуси, Минск, Беларусь
✉E-mail: vassili.kovalev@gmail.com

²Минский городской клинический онкологический диспансер, Минск, Беларусь

Аннотация. Рассматривается проблема обнаружения и сегментации опухолей на полнослайдовых гистологических изображениях с целью компьютерной поддержки процессов диагностики рака молочной железы. В качестве базовых инструментов используются технология глубокого обучения и классификационные сверточные нейронные сети. Основу используемого метода сегментации составляет процедура отнесения фрагментов изображений к классу «норма» либо «опухоль» в каждой позиции скользящего окна. Данная процедура базируется на методах глубокого обучения (Deep Learning) и реализуется сверточной нейронной сетью, предварительно обученной на представительном наборе из 600 000 небольших фрагментов цветных изображений размером 256×256 пикселей. Получаемая в результате карта вероятностей принадлежности каждого элементарного фрагмента сканируемого полнослайдового изображения к классу «опухоль» обрабатывается известными методами с целью получения выходных бинарных масок патологических участков. Предложенный алгоритм сегментации опухолей на полнослайдовых гистологических изображениях может использоваться для автоматизации процессов диагностики онкологических заболеваний. Одним из важных преимуществ алгоритма является возможность автоматического обнаружения небольших агломератов раковых клеток.

Ключевые слова: полнослайдовые гистологические изображения, глубокое обучение, сверточные нейронные сети, сегментация, диагностика онкологических заболеваний

Благодарности. Работа выполнена при частичной финансовой поддержке в рамках представленного гранта Президента Республики Беларусь (по распоряжению Президента Республики Беларусь № 32рп от 19 января 2018 г.), а также согласно проекту БРФФИ «Разработка высокопроизводительных средств интеллектуальной программной поддержки для решения трудоемких задач информатики и биоинформатики» (по договору № Ф18Р-178 от 30 мая 2018 г.).

Для цитирования. Сегментация опухолей на полнослайдовых гистологических изображениях с использованием технологии глубокого обучения / В. А. Ковалев [и др.] // Информатика. – 2019. – Т. 16, № 2. – С. 18–26.

Tumor segmentation in whole-slide histology images using deep learning

Vassili A. Kovalev¹✉, Vitali A. Liauchuk¹, Alexander A. Kalinovski¹, Mikhail V. Fridman²

¹The United Institute of Informatics Problems of the National Academy
of Sciences of Belarus, Minsk, Belarus
✉E-mail: vassili.kovalev@gmail.com

²Minsk City Clinical Oncologic Dispensary, Minsk, Belarus

Abstract. The paper addresses the problem of segmentation of malignant tumors in large whole-slide histology images in the context of computer-assisted diagnosis of breast cancer. The method presented in this study is based on image classification procedure of norm/tumor type. The procedure calculates probability of belonging

of each particular elementary image region of 256×256 pixels to the "tumor" class, which are isolated by corresponding sliding-window technique. The procedure capitalizes on convolutional neural networks and Deep Learning methods. The neural networks being employed were trained on a representative dataset of 600 000 fragments sampled from whole slide images and representing the morphological and colorimetric variability of two classes. The resultant probability maps were post-processed using conventional image processing algorithms to obtain the final binary masks of pathological regions. The proposed algorithm of segmentation of whole slide histological images can be used in computerized diagnosis of cancer for detection and segmentation of malignant tumors.

Keywords: whole-slide histology images, deep learning, convolutional neural networks, image segmentation, computerized cancer diagnosis

Acknowledgements. The work was done with partial financial support in the framework of the presented grant of the President of the Republic of Belarus (by order of the President of the Republic of Belarus no. 32rp dated January 19, 2018), as well as according to the BRFFR project "Development of high-performance means of intellectual software support for solving labor-intensive informatics and bioinformatics problems" (under the contract number F18R-178 dated May 30, 2018).

For citation. Kovalev V. A., Liauchuk V. A., Kalinovski A. A., Fridman M. V. Tumor segmentation in whole-slide histology images using deep learning. *Informatics*, 2019, vol. 16, no. 2, pp. 18–26 (in Russian).

Введение. До сих пор анализ гистологических изображений, получаемых с помощью оптической микроскопии, является одним из основных инструментов, используемых для диагностики злокачественных опухолей. Высокая достоверность постановки диагноза путем визуального анализа образцов тканей на клеточном уровне объясняет тот факт, что указанный метод фактически представляет собой «золотой стандарт» в онкологии [1]. Тем не менее очевидным недостатком данного метода является его зависимость от квалификации врача-гистопатолога. В настоящее время ситуация осложняется в связи с широким распространением нового поколения гистологических изображений, получаемых с помощью так называемой полнослайдовой (whole-slide imaging) цифровой микроскопии [2, 3]. В основе полнослайдовой технологии съемки изображений лежит сканирование средствами оптической микроскопии всего образца ткани, находящегося на предметном стекле. Результатом сканирования являются цветные RGB-изображения высокого разрешения, имеющие чрезвычайно большие размеры. Так, например, в зависимости от размера образца ткани размер изображений может варьировать от $50\,000 \times 50\,000$ до $200\,000 \times 200\,000$ пикселей и более. Однако, как справедливо отмечают доктор В. Луо и профессор Л. Хассел [2], несмотря на то что современные полнослайдовые изображения несут огромное количество информации, необходимой для качественной постановки диагноза, без соответствующей компьютерной поддержки их практическое использование может оказаться неэффективным, дорогостоящим и требующим неприемлемо больших временных затрат.

Весь комплекс проблем по использованию полнослайдовых гистологических изображений можно условно разделить на две группы: инженерно-технические и проблемы диагностики как таковой. К первой группе относятся задачи технической поддержки процессов диагностики. Их решение обеспечивает эффективное накопление, архивирование и хранение изображений, поиск в базах данных, качественную визуализацию и навигацию по изображениям (перемещение поля зрения, выбор подходящего увеличения), текстовую и цветовую аннотации, надежное функционирование соответствующего вычислительного и коммуникационного оборудования и др. Ко второй группе относится широкий спектр задач распознавания и классификации изображений. Их решение необходимо для автоматического выделения ключевых морфологических структур, обнаружения и сегментации опухолей, детектирования клеток, находящихся в состоянии митоза, с целью оценки степени агрессивности опухоли и т. п. Очевидно, что детальный визуальный анализ изображений нового поколения, имеющих гигапиксельные размеры, врачом-патологом практически невозможен и разработка набора соответствующих методов и программных средств компьютеризированного анализа абсолютно необходима.

Целью настоящего исследования является рассмотрение методов автоматического обнаружения и сегментации опухолей на полнослайдовых гистологических изображениях для компьютерной поддержки процессов диагностики рака молочной железы. Задача заключается в разработке автоматизированной процедуры поиска и оценки площади микро- и макромета-

стазов в лимфатических узлах, что весьма важно при диагностике, оценке степени распространения и прогнозе исхода онкологических заболеваний различных органов, таких как простата, толстая кишка, молочная железа и др. Известно, что для врача-гистопатолога указанная диагностическая процедура является длительной, утомительной и может привести к ошибочной интерпретации изучаемого материала [1]. С точки зрения специалистов по информатике и распознаванию образов, данная задача рассматривается также в виде способа практической проверки таких новых и многообещающих методов, как классификационные сверточные нейронные сети и технологии глубокого обучения.

Исходные изображения, формат их представления и порядок использования. В качестве исходных данных при проведении исследований и разработок использовались 340 полнослайдовых изображений общим объемом около 0,6 ТБ в сжатом виде. Изображения были получены с помощью оптических сканирующих микроскопов 3DHitech и Hamamatsu NDPI. Изображения с различных микроскопов анализировались независимо по идентичной схеме. Типичный пример исходного изображения в низком разрешении показан на рис. 1, а.

Как правило, полнослайдовые изображения хранятся в виде пирамиды из нескольких уровней, каждый из которых представляет собой изображение одного и того же образца ткани в различном разрешении [4]. При этом нижний уровень Level-0 является RGB-изображением образца, полученным на максимальном увеличении оптического микроскопа, а все остальные уровни – последовательно уменьшенными копиями нулевого уровня, вплоть до небольшого обзорного снимка. Каждый уровень, включая нулевой, представляет собой композицию, составленную из относительно небольших фрагментов квадратной формы («плиток») размером порядка 512×512 пикселей каждая. Видимые границы между элементарными плитками отсутствуют. Такая структура представления обеспечивает высокую скорость доступа к любому участку изображения произвольного размера на любом уровне разрешения. В качестве программного инструмента используется библиотека OpenSlide (URL: <http://openslide.org/>), предоставляющая как эффективный доступ к изображениям из прикладных программ, так и средства навигации, просмотра и разметки полнослайдовых изображений самим пользователем в интерактивном режиме.

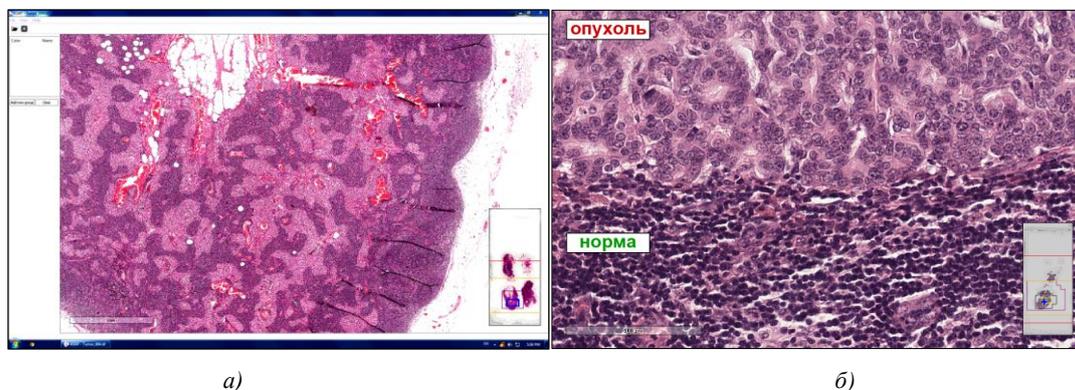


Рис. 1. Примеры исходных изображений: а) крупный фрагмент полнослайдового гистологического изображения; б) участок изображения со здоровой тканью (внизу) и опухолью (вверху)

Для понимания порядка использования исходных полнослайдовых изображений следует учитывать следующие ключевые моменты:

1. Все 340 изображений, использованных в настоящем исследовании, были предоставлены организаторами Международного соревнования CAMELYON16 (URL: <https://camelyon16.grand-challenge.org/results/>).

2. Из общего набора, включающего 340 изображений, 210 были размечены специалистами-патологами со стороны организаторов соревнования и использовались для обучения (тренировки) нейронных сетей.

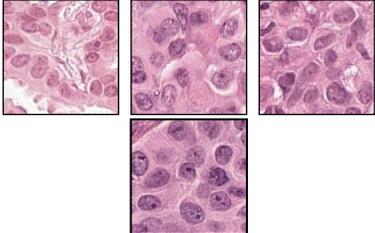
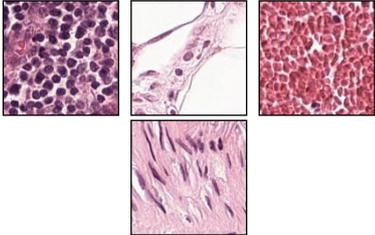
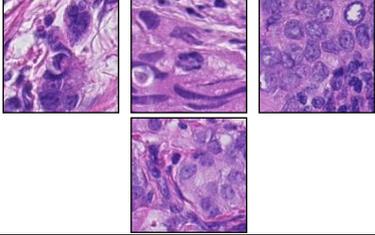
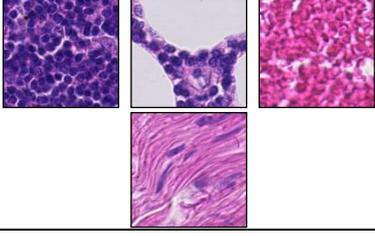
3. Экспертная разметка 210 обучающих изображений выполнялась специалистами путем ручной обводки участков здоровой ткани и патологии. Обводка осуществлялась на самом верхнем уровне пирамиды изображений, имеющем минимальное разрешение, так как ручная разметка на высоком разрешении (уровне Level-0) практически невозможна из-за огромных размеров обводимых участков.

4. Разметка остальных 130 из 340 исходных полнослайдовых изображений была известна только организаторам соревнования. Эти изображения использовались для тестирования разработанных участниками методов и алгоритмов. Следует также иметь в виду, что на изображениях тканей с опухолями, как правило, присутствуют как пораженные, так и здоровые участки, которые могут использоваться в качестве образцов нормы (см. рис. 1, б).

Из-за большого размера и значительной пространственной неоднородности полнослайдовые изображения обычно не анализируются целиком. Вместо этого распознавание типа ткани выполняется последовательно, участок за участком, сравнительно небольшими порциями со значительным перекрытием скользящего окна. В данной работе размер скользящего окна (элементарного обрабатываемого участка) был выбран равным 256×256 пикселей. Такой размер достаточно мал, чтобы обеспечить относительно высокую точность определения границ метастазов и доброкачественной ткани, и при этом достаточно велик для того, чтобы содержать представительный участок ткани для решения задачи распознавания «норма – опухоль».

В качестве обучающей выборки использовались 600 000 фрагментов исходных изображений размером 256×256 пикселей. Таким образом, для каждого из двух типов микроскопов обучающая выборка включала 300 000 фрагментов (по 150 000 на каждый класс). Отбор фрагментов из размеченных экспертами участков исходных изображений выполнялся на уровне Level-0 также с помощью методики скользящего окна размером 256×256 пикселей с шагом (перекрытием) в 128 пикселей. Обучающие выборки представляли классы «опухоль» и «норма». К норме относились участки, представляющие собственно здоровую ткань, а также участки с материалом типа слизи, эпителиальной ткани, скопления эритроцитов крови и с отсутствием какого-либо материала (фона). В таблице представлены примеры изображений обеих обучающих выборок.

Характеристики и примеры изображений обучающих выборок

Обучающая выборка 1	Класс 1 (опухоль)	Фрагменты ткани с метастазами	
	Класс 2 (норма)	Фрагменты здоровой ткани, эпителия, скоплений эритроцитов, слизи и фона	
Обучающая выборка 2	Класс 1 (опухоль)	Фрагменты ткани с метастазами	
	Класс 2 (норма)	Фрагменты здоровой ткани, эпителия, скоплений эритроцитов, слизи и фона	

Тестовые выборки, необходимые для оценки качества решения задачи распознавания обучаемыми нейронными сетями, формировались аналогично описанному выше обучающим выборкам. Как правило, на практике невозможно достичь желаемого качества распознавания за один сеанс обучения и процедура обучения повторяется многократно с различными параметрами, той или иной модификацией данных, выбором различных условий останова процесса обучения и др. В силу отсутствия надежной теории процесса обучения сверточных нейронных сетей указанный процесс носит в значительной степени эмпирический характер.

Необходимо также подчеркнуть следующее: несмотря на то что участки опухолей и нормы имеют некоторые характерные calorиметрические и морфологические признаки, позволяющие решать задачу распознавания «норма – опухоль», во многих случаях они могут выглядеть очень похожими. Различать такие участки достаточно трудно как для компьютерных методов распознавания изображений, так и для экспертов-патологов (рис. 2).

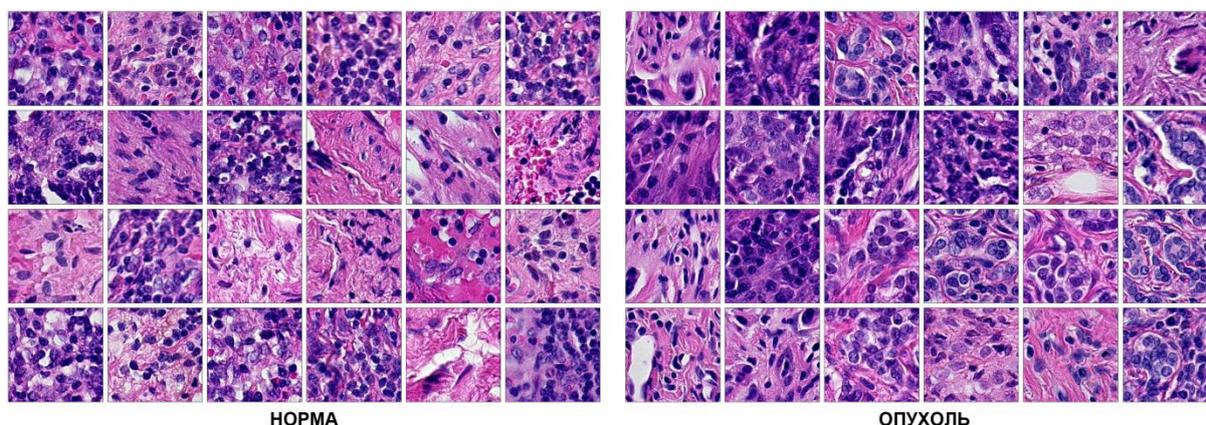


Рис. 2. Примеры трудноразличимых участков нормальной ткани и опухоли

Обучение сверточных нейронных сетей. С целью сегментации опухолей путем решения задачи распознавания в каждой позиции скользящего окна на соответствующих обучающих выборках были натренированы две нейронные сети. Задача решалась с помощью интерфейсной системы Nvidia Learning GPU Training System (DIGITS). Система DIGITS интегрирует известный фреймворк глубокого обучения Caffe (разработан в Berkeley Learning and Vision Center), который поддерживает графический ускоритель (Graphics Processing Unit, GPU) с массивным параллелизмом и тем самым позволяет значительно сократить время обучения нейронных сетей. Обучение проводилось на базе персонального компьютера с центральным процессором Intel i7 и GPU Nvidia TITAN X с 3072 CUDA-ядрами и 12 ГБ памяти GDDR5. При этом использовались следующие значения ключевых параметров:

- архитектура нейронной сети GoogLeNet [5];
- размер батча 64 (минимальный размер батча, размещаемый в памяти GPU);
- решатель SGD Caffe solver;
- примерное количество итераций 100 000;
- 30 эпох обучения.

В зависимости от значений управляющих параметров время, затраченное на обучение нейронной сети, составляло от 6 до 10 ч.

Алгоритм обнаружения и сегментации опухолей. Как отмечалось выше, основным элементом используемого метода сегментации была процедура классификации фрагментов изображений в каждой позиции скользящего окна, реализуемая обученной нейронной сетью. Результатом выполнения данной процедуры являлась карта вероятностей отнесения каждого элементарного участка изображения к опухоли либо норме. Каждый пиксел карты вероятностей соответствовал фрагменту изображения размером 256×256 пикселей на уровне Level-0. Таким образом, размер карты вероятностей был в 256 раз меньше по каждому измерению в сравнении с размером исходного полнослайдового изображения на нижнем уровне Level-0 с максимальным разрешением. Алгоритм сегментации полностью автоматический.

Главной целью постобработки является получение координат и вероятностей (степени уверенности) наличия участков опухолей. В качестве исходных данных использовались карты вероятностей на уровне Level-9 пирамиды изображений полнослайдового скана. Основные шаги алгоритма постобработки представлены ниже:

Шаг 1. Преобразовать карту вероятностей в бинарную карту (маску) опухолей путем бинаризации с использованием минимального значения вероятности опухоли MIN_{PROB} в качестве управляющего параметра (порога бинаризации).

Шаг 2. Выделить связанные компоненты бинарной карты опухолей.

Шаг 3. Удалить связанные компоненты, площадь которых слишком мала, чтобы представлять опухоль с использованием параметра MIN_{SIZE} .

Шаг 4. Вычислить вероятность опухоли P_{TUM} , т. е. общую вероятность того, что выделенный участок в целом принадлежит к классу «опухоль». В результате дополнительной серии экспериментов, проведенных с использованием обучающих, размеченных экспертами изображений, было установлено, что вероятность опухоли P_{TUM} может считаться равной 1.0, когда анализируемый участок равен или превышает некоторый достаточно большой размер $LARGE_{SIZE}$. В противном случае эта вероятность может быть аппроксимирована как $SIZE/LARGE_{SIZE}$, т. е.

$$P_{TUM} = \begin{cases} SIZE \geq LARGE_{SIZE} & (1.0), \\ SIZE < LARGE_{SIZE} & (SIZE/LARGE_{SIZE}). \end{cases}$$

Шаг 5. Вычислить координаты выделенного участка изображения с опухолью. Поскольку выделенный участок может иметь сложную форму, его координаты не могут быть определены просто как центр охватывающего прямоугольника или центр тяжести его бинарной маски, так как полученная точка может лежать вне опухоли. По указанным причинам в качестве искомой точки выбиралась точка на скелетоне области, которая находится ближе всех к центру тяжести.

Результаты сегментации. Процесс обучения обеих нейронных сетей занял по 8 ч для каждой из них при 8 ГБ используемой оперативной памяти GPU. Возможности корректного распознавания нейронными сетями изображений опухоли и нормы оценивались на наборе из 300 000 фрагментов изображений тестовой выборки. В результате тестирования оказалось, что в обоих случаях достигнуто высокое качество распознавания с площадью под ROC(Receiver Operating Characteristic)-кривой более 0,999. На рис. 3 видно, что в случае сканера 3D Histech качество распознавания слегка хуже (кривая синего цвета). Однако следует обратить внимание на то, что графики ROC-кривых представлены здесь в увеличенном виде для наглядности (показан только начальный участок горизонтальной оси).

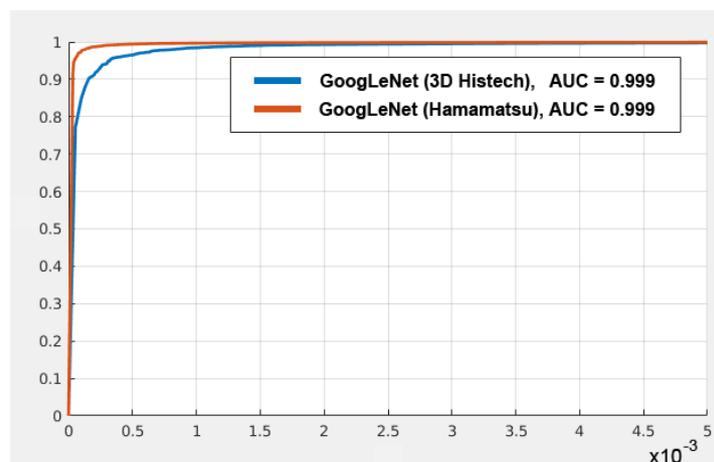


Рис. 3. Стандартные ROC-кривые, выражающие качество распознавания участков полнослайдовых гистологических изображений

После оценки качества распознавания на тестовой выборке фрагментов изображений была проведена сегментация полнослайдовых изображений тестового набора по методике скользящего окна, в результате чего были получены вероятностные карты участков опухолей (рис. 4).

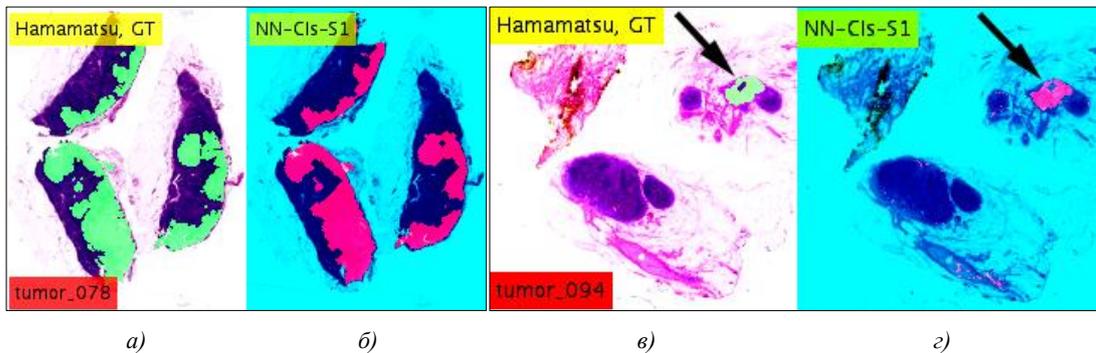


Рис. 4. Примеры картирования участков опухолей: а), в) участки опухолей, отмеченные экспертом (выделены зеленым); б), г) вероятностные карты опухолей, полученные нейронной сетью (выделены розовым)

Вероятностные карты превращались в бинарные маски участков опухолей путем бинаризации по порогу $MIN_{PROB} = 0,99$. Примеры результатов бинаризации показаны на рис. 5. Следует заметить, что, поскольку применялись весьма высокие значения порога бинаризации, исходные полутоновые и результирующие бинарные карты опухолей выглядят очень похожими.

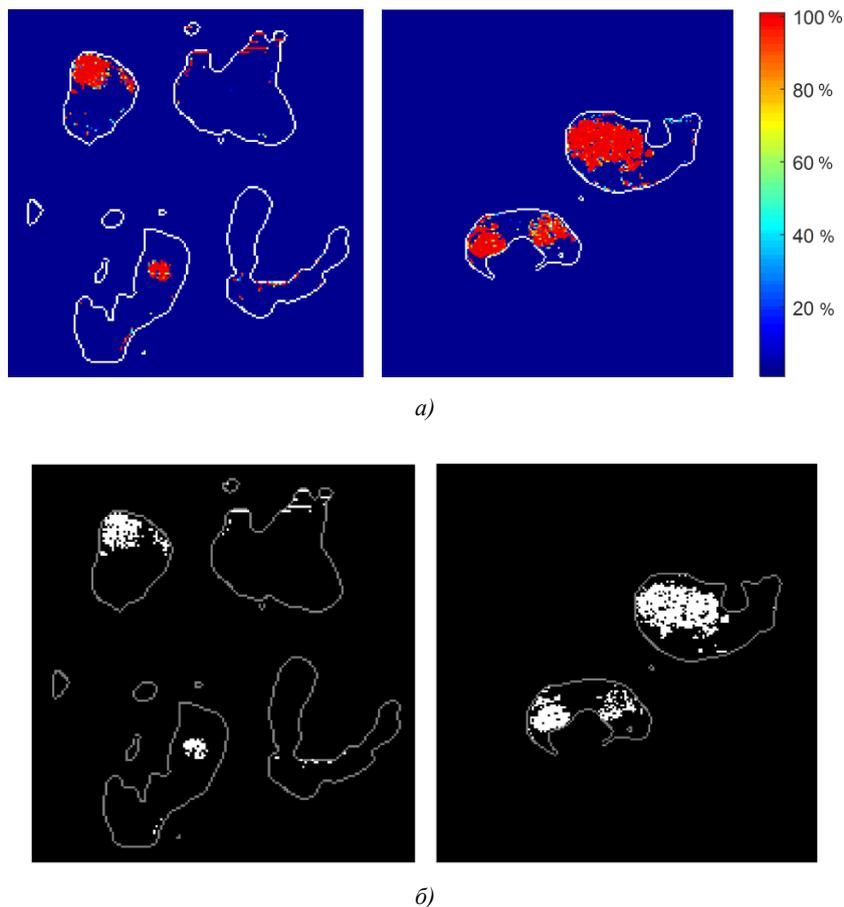


Рис. 5. Примеры вычисленных карт опухолей: а) цветокодированные карты вероятности; б) бинаризованные версии карт вероятности

Выделение связанных компонентов на бинарных картах осуществлялось известными методами морфологической фильтрации с использованием восьмисвязного соседства. Значение управляющего параметра MIN_{SIZE} , позволяющего исключить участки, которые с высокой вероятностью не являются опухолями в силу своей малости, был принят равным пяти пикселям. На шаге вычисления вероятности P_{TUM} того, что весь выделенный участок является опухолью, в качестве наиболее подходящего значения общей площади достаточно крупных опухолей было принято значение $LARGE_{SIZE}$, равное 30 пикселям изображения на уровне низкого разрешения Level-9. На рис. 7 показаны примеры референтных точек для участков опухолей, цвет которых отражает степень уверенности в процентах.

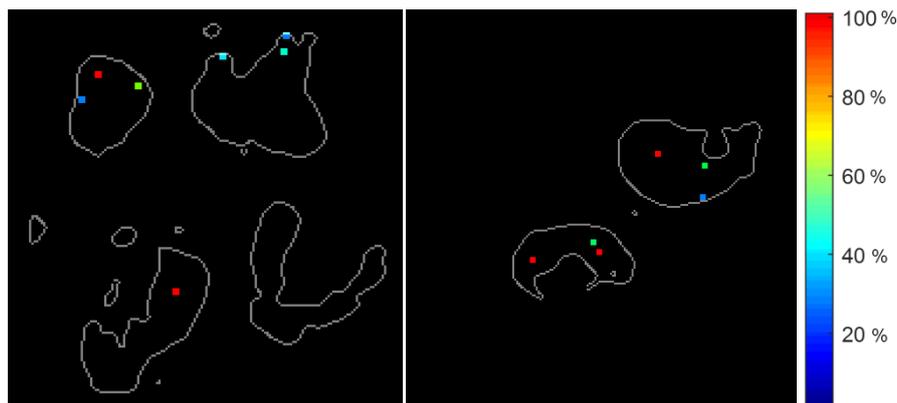


Рис. 6. Контуры краев образцов тканей (белые линии) и референтные точки выделенных опухолей в цветокодированной шкале уверенности

Заключение. По результатам масштабного Международного соревнования CAMELYON16, в котором принимали участие авторы, была поставлена задача и получены исходные данные для настоящей работы. Результаты решения родственной задачи по автоматической оценке агрессивности опухолей на основе количественного анализа скорости митоза клеток будут представлены в следующих работах авторов.

Предложенные методы решения задачи автоматического обнаружения опухолей (метастазов) на полнослайдовых гистологических изображениях с использованием сверточных нейронных сетей и технологии глубокого обучения могут быть использованы при решении практических задач аналогичных типов.

Список использованных источников

1. Данилов, Р. Гистология, эмбриология, цитология : учеб. / Р. Данилов, Т. Боровая. – М. : ГЭОТАР-Медиа, 2018. – 520 с.
2. Luo, W. Use cases for digital pathology / W. Luo, L. A. Hassell // Digital Pathology: Historical Perspectives, Current Concepts and Future Applications. – Springer Intern. Publ., 2016. – P. 5–15.
3. Beckwith, B. A. Standards for digital pathology and whole slide imaging / B. A. Beckwith // Digital Pathology: Historical Perspectives, Current Concepts and Future Applications. – Springer Intern. Publ., 2016. – P. 87–97.
4. Current status of whole-slide imaging in education / A. Saco [et al.] // Pathobiology. – 2016. – Vol. 83. – P. 79–88.
5. Going deeper with convolutions / C. Szegedy [et al.] // Proc. of the IEEE Conf. on Computer Vision and Pattern Recognition (CVPR 2015). – Boston, 2015. – P. 1–9.

References

1. Danilov R., Borovaja T. Gistologija, jembriologija, citologija. *Histology, Embryology, Cytology*. Moscow, GJeOTAR-Media, 2018, 520 p. (in Russian).
2. Luo W., Hassell L. A. Use cases for digital pathology. *Digital Pathology: Historical Perspectives, Current Concepts and Future Applications*. Springer International Publishing, 2016, pp. 5–15.
3. Beckwith B. A. Standards for digital pathology and whole slide imaging. *Digital Pathology: Historical Perspectives, Current Concepts and Future Applications*. Springer International Publishing, 2016, pp. 87–97.
4. Saco A., Bombi J. A., Garcia A., Ramirez J., Ordi J. Current status of whole-slide imaging in education. *Pathobiology*, 2016, vol. 83, pp. 79–88.
5. Szegedy C., Liu W., Jia Y., Sermanet P., Reed S., ..., Rabinovich A. Going deeper with convolutions. *Proceedings of the IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition (CVPR 2015)*. Boston, 2015, pp. 1–9.

Информация об авторах

Ковалев Василий Алексеевич, кандидат технических наук, заведующий лабораторией анализа биомедицинских изображений, Объединенный институт проблем информатики Национальной академии наук Беларуси, Минск, Беларусь.
E-mail: vassili.kovalev@gmail.com

Левчук Виталий Андреевич, научный сотрудник, Объединенный институт проблем информатики Национальной академии наук Беларуси, Минск, Беларусь.
E-mail: vitali.liauchuk@gmail.com

Калиновский Александр Александрович, научный сотрудник, Объединенный институт проблем информатики Национальной академии наук Беларуси, Минск, Беларусь.
E-mail: gakarak@gmail.com

Фридман Михаил Валерьевич, доктор медицинских наук, заведующий патологоанатомической лабораторией, Минский городской клинический онкологический диспансер, Минск, Беларусь.
E-mail: kupriyan@rambler.ru

Information about the authors

Vassili A. Kovalev, Cand. Sci. (Eng.), Head of the Laboratory of Biomedical Images Analysis, The United Institute of Informatics Problems of the National Academy of Sciences of Belarus, Minsk, Belarus.
E-mail: vassili.kovalev@gmail.com

Vitali A. Liauchuk, Researcher, The United Institute of Informatics Problems of the National Academy of Sciences of Belarus, Minsk, Belarus.
E-mail: vitali.liauchuk@gmail.com

Alexander A. Kalinovski, Researcher, The United Institute of Informatics Problems of the National Academy of Sciences of Belarus, Minsk, Belarus.
E-mail: gakarak@gmail.com

Mikhail V. Fridman, Dr. Sci. (Med.), Head of the Pathoanatomical Laboratory, Minsk City Clinical Oncologic Dispensary, Minsk, Belarus.
E-mail: kupriyan@rambler.ru

ISSN 1816-0301 (Print)
ISSN 2617-6963 (Online)
УДК 616-009.5; 004.934

Поступила в редакцию 17.10.2018
Received 17.10.2018

Принята к публикации 11.01.2019
Accepted 11.01.2019

Методическое и аппаратно-программное обеспечение для регистрации и обработки речевых сигналов с целью диагностики неврологических заболеваний

Т. П. Куль¹✉, М. М. Меженная¹, Ю. Н. Рушкевич², А. Н. Осипов¹, С. А. Лихачев²,
И. В. Рушкевич³

¹Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники,
Минск, Беларусь

✉E-mail: tatianakul81@tut.by

²РНПЦ неврологии и нейрохирургии, Минск, Беларусь

³Белорусский государственный медицинский университет, Минск, Беларусь

Аннотация. Предлагается методическое и аппаратно-программное обеспечение на основе цифровой обработки и анализа речевых сигналов для оперативной и объективной диагностики неврологических патологий, сопровождающихся нарушениями речевой функции. Апробация разработанных методических и программных средств была проведена на базе Республиканского научно-практического центра неврологии и нейрохирургии Министерства здравоохранения Республики Беларусь и Белорусского государственного университета информатики и радиоэлектроники. Результаты апробации выявили качественные (на основе полученных графиков спектрограмм, кепстрограмм, гистограмм) и количественные (на основе вычисленных параметров) различия между параметрами речевых сигналов в норме и при бульбарном синдроме. Предварительные результаты исследования подтвердили целесообразность использования разработанного авторами методического и аппаратно-программного обеспечения для регистрации и обработки речевых сигналов в диагностике неврологических заболеваний.

Ключевые слова: речевой сигнал, регистрация и обработка биомедицинских сигналов, неврология, бульбарный синдром, бульбарные нарушения, методическое и аппаратно-программное обеспечение

Для цитирования. Методическое и аппаратно-программное обеспечение для регистрации и обработки речевых сигналов с целью диагностики неврологических заболеваний / Т. П. Куль [и др.] // Информатика. – 2019. – Т. 16, № 2. – С. 27–39.

Methodical and hardware-software for recording and processing speech signals for diagnosis of neurological diseases

Tatiana P. Kul¹✉, Marina M. Mezhennaya¹, Yulia N. Rushkevich², Anatoly N. Osipov¹,
Sergey A. Likhachev², Irina V. Rushkevich³

¹Belarusian State University of Informatics and Radioelectronics, Minsk, Belarus

✉E-mail: tatianakul81@tut.by

²The Republican Scientific and Practical Center of Neurology and Neurosurgery, Minsk, Belarus

³Belarusian State Medical University, Minsk, Belarus

Abstract. The methodical and hardware-software on the basis of processing and analysis of speech signals for operative and objective diagnostics of neurological pathologies accompanied by speech function disorders are offered. The testing of developed methodological and software tools was carried out on the basis of the Republican Scientific and Practical Center of Neurology and Neurosurgery of the Ministry of Healthcare of Belarus and the Belarusian State University of Informatics and Radioelectronics. The results of testing revealed qualitative (based on the obtained spectrogram, kепstrogram, histogram) and quantitative (based on calculated

parameters) differences between the parameters of speech signals in normal and bulbar syndrome. Preliminary results of the research confirmed the feasibility of using the methodological and hardware-software for registration and processing speech signals for diagnosis of neurological diseases.

Keywords: speech signal, registration and processing of biomedical signals, neurology, bulbar syndrome, bulbar disorders, methodical and hardware-software

For citation. Kul T. P., Mezhennaya M. M., Rushkevich Y. N., Osipov A. N., Likhachev S. A., Rushkevich I. V. Methodical and hardware-software for recording and processing speech signals for diagnosis of neurological diseases. *Informatics*, 2019, vol. 16, no. 2, pp. 27–39 (in Russian).

Введение. Патологии речи являются симптомами целого ряда неврологических заболеваний, в том числе бульбарного синдрома. Одной из частых причин развития бульбарных нарушений является боковой амиотрофический склероз – нейродегенеративное, быстро прогрессирующее заболевание, характеризующееся развитием амиотрофий, мышечной слабости скелетной, дыхательной и бульбарной мускулатуры. У тяжелобольных с бульбарным синдромом, как правило, развиваются расстройства ритма дыхания и сердечной деятельности, что может привести к смерти [1–3].

Эффективная дифференциальная диагностика позволяет своевременно оказать медицинскую помощь пациентам с бульбарными нарушениями. К традиционным методам диагностики бульбарного синдрома относятся данные электромиографии и прямого осмотра ротоглотки [1–5]. Постановка диагноза в таких случаях требует полного неврологического и оториноларингологического обследования, в связи с чем диагностика на ранней стадии оказывается затруднительной.

К ранним проявлениям бульбарного синдрома относятся нарушения речевой функции: голос больных становится слабым, глухим, истощающимся вплоть до полной афонии, возникает гнусавость, звуки произносятся невнятно [4, 5]. В связи с этим перспективным направлением исследований неврологических патологий является анализ речевых сигналов [6–14], параметры которых могут служить диагностическим признаком бульбарного синдрома на ранней стадии.

Анализ речевых сигналов целесообразно выполнять по результатам применения методов цифровой обработки [15, 16]. Способы обработки сигналов на основе численных методов с применением цифровой вычислительной техники предлагается использовать для проведения быстрой и объективной диагностики бульбарных нарушений. С целью идентификации неврологических патологий необходимо разработать методическое и программное обеспечение для регистрации, цифровой обработки и анализа речевых сигналов.

Методика и аппаратно-программное обеспечение для регистрации речевых сигналов. Для идентификации патологических изменений речи при бульбарном синдроме, выражающихся в гнусавости, замедленности, быстрой утомляемости, авторами разработаны следующие речевые тесты:

1. Произнесение односложных слов: *шар, врач, фон, сон, чек, хек, жи, ши*.
2. Произнесение нот: *до, ре, ми, фа, соль, ля, си, до*.
3. Счет от одного до десяти: *раз, два, три, четыре, пять, шесть, семь, восемь, девять, десять*.
4. Длительное произнесение звука [u].

Счет и произнесение слов должны сопровождаться паузами для обеспечения возможности идентификации и анализа речевых фрагментов.

Для унификации условий проведения регистрации звуковых сигналов как для пациентов с бульбарным синдромом, так и для здоровых лиц в статье разработано визуальное сопровождение тестов (видеоряд). Такой подход позволяет выстроить речевые тесты в строго определенную последовательность, при которой сначала выполняется счет от одного до десяти, затем произносятся названия нот и слова и в завершение проводится тест на утомляемость посредством длительного удержания звука [u].

Каждый речевой тест начинается с общего информационного слайда, содержащего формулировку задания для данного теста, после чего на экране визуально отображаются собственно слова, названия нот, цифры по отдельности для произнесения испытуемым, чередующиеся

с паузами в виде пустых экранов. Это гарантирует воспроизведение пауз между речевыми фрагментами, что является обязательным условием последующего корректного выделения данных речевых фрагментов при цифровом анализе.

После каждого текстового сообщения с помощью пустого экрана создается пауза длительностью в 1 с, затем появляется следующий слайд для чтения. Таким образом обеспечивается чередование информационных и пустых экранов. Задержка текста на экране равна 1 с, общее время видеоряда – 2 мин. Цвет фона и текста выбраны по результатам консультаций с врачами и пациентами. Шрифт достаточно крупный и комфортный для восприятия пациентами в возрасте более 50 лет.

На рис. 1 показаны примеры визуального сопровождения тестов на произнесение односложных слов, названий нот, счет от одного до десяти. Следует отметить, что здоровый человек выполняет тесты без затруднений, произнося четко все речевые фонемы, выдерживая заданный ритм чередования речи и пауз. Искажение речевых фонем, пропуск пауз свидетельствуют об отклонении от нормы.

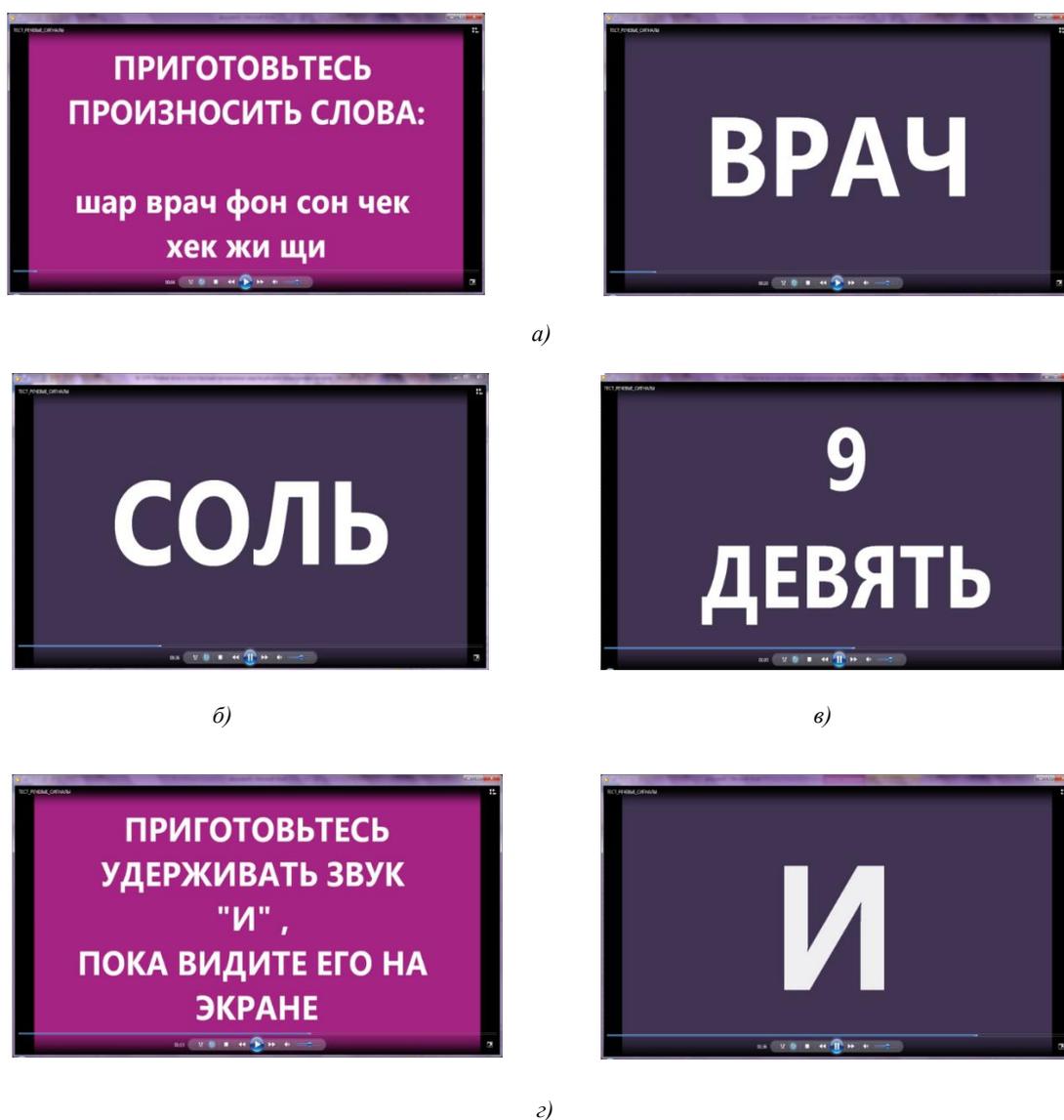


Рис. 1. Видеоряды для тестов: а) «произнесение односложных слов» (информация, предвещающая тест, и пример визуализации слова); б) «произнесение нот»; в) «счет от одного до десяти»; г) «произнесение звука [и]» (информация, предвещающая тест, и появление звука [и] на экране)

Для теста на длительное удержание звука [u] разработана анимация с изображением буквы *и* в течение максимально возможного для здорового человека времени, равного 50 с (установлено экспериментально). На экране (рис. 1, *з*) изображена увеличивающаяся буква *и*, исчезающая с него по истечении максимального времени теста. Следует отметить, что показатели длительности произнесения звука [u] у здоровых людей и пациентов, страдающих бульбарным синдромом, значительно отличаются по времени.

Для регистрации речевых сигналов используется следующее аппаратное обеспечение (рис. 2):

- беспроводная Bluetooth-гарнитура с чувствительным микрофоном для качественной записи речевых тестов;

- мобильное устройство со специально разработанным приложением для воспроизведения испытуемому видеоряда с речевыми тестами и одновременной регистрации данных с микрофона посредством Bluetooth-интерфейса.

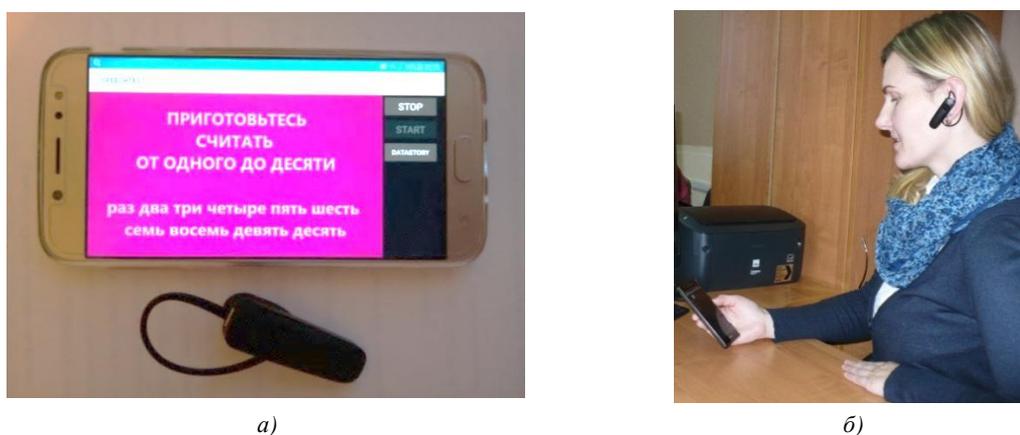


Рис. 2. Аппаратное обеспечение для регистрации речевых тестов при диагностике неврологических заболеваний (*а*) и пример его использования (*б*)

Bluetooth-гарнитура обеспечивает:

- одинаковое расстояние от речевого аппарата всех испытуемых до записывающего устройства (микрофона), что позволяет впоследствии анализировать абсолютные значения амплитуды речевого сигнала, а также его динамику в процессе теста;
- высокое качество записи речи при проведении диагностики;
- комфортные условия для испытуемых.

Разработанное под платформу Android мобильное приложение реализует следующие функции:

- воспроизведение испытуемому видеоряда с речевыми тестами;
- одновременную с воспроизведением видеоряда регистрацию данных с микрофона посредством Bluetooth-интерфейса;
- автоматическое сохранение записанных речевых сигналов в формате .wav;
- воспроизведение записи при необходимости;
- удаление записи при необходимости.

Записанный в единый файл речевой сигнал автоматически разделяется на отдельные временные отрезки, в течение которых выполняются различные речевые тесты. Каждый временной отрезок подвергается цифровой обработке посредством разработанного программного обеспечения в среде MatLab [17, 18].

Методика и программное обеспечение для обработки речевых сигналов. Последующая обработка речевых сигналов выполнялась в среде MatLab с помощью специально разработанного авторами программного обеспечения с графическим интерфейсом.

Предварительный этап обработки предусматривал автоматическое выделение каждого речевого теста из общей записи. Далее каждый речевой тест обрабатывался и анализировался в отдельности.

Обработка каждого речевого теста включала следующие этапы:

- автоматическое выделение в зарегистрированном сигнале речевых фрагментов;
- подсчет количества выделенных речевых фрагментов;
- построение спектрограммы зарегистрированного сигнала и кепстрограмм для выделенных речевых фрагментов;
- определение с помощью кепстральной функции частоты основного тона для каждого речевого фрагмента;
- расчет средней величины частоты основного тона и коэффициента вариации частоты основного тона;
- построение гистограммы для массива, представляющего собой результат «склейки» всех выделенных речевых фрагментов;
- вычисление средней амплитуды и общего времени выделенных речевых фрагментов;
- вычисление коэффициента асимметрии гистограммы и коэффициента эксцесса гистограммы.

Далее приводится подробная методика реализации перечисленных выше этапов.

Исходный зарегистрированный сигнал характеризовался частотой дискретизации 44,1 кГц и разрядностью 16 бит. Предварительно производилось усреднение зарегистрированного сигнала в окне без перекрытия для снижения исходной частоты дискретизации:

$$A[i] = \frac{1}{M} \sum_{j=0}^{M-1} x[i \cdot M + j],$$

где $A[i]$ – отсчеты, полученные из исходного сигнала x посредством усреднения; $i = 0 \dots \frac{N}{M} - 1$ –

номер окна; N – число отсчетов исходного речевого сигнала x ; M – длина окна (число усредняемых точек); j – номер временного отсчета внутри окна.

В результате усреднения при $M = 5$ частота дискретизации была понижена до 8,82 кГц. Это позволило впоследствии увеличить скорость обработки данных без потери полезной информации в сигнале.

Речь человека содержит паузы между словами. Традиционно для решения задачи разделения речевого сигнала на голосовые и неголосовые участки исходный сигнал разделяется на фрагменты длиной 5–100 мс. (С точки зрения динамики речи самые быстрые изменения могут происходить всего за несколько миллисекунд, в то время как некоторые гласные звуки остаются относительно стабильными в течение 100–200 мс.) Для классификации принадлежности фрагмента к сигналу или паузе рассчитывалась кратковременная энергия сигнала в данном фрагменте:

$$E_m = \sum_{j=0}^{L_{fr}-1} A[m \cdot L_{fr} + j]^2,$$

где L_{fr} – длина фрагмента; $m = 0 \dots \frac{N}{M \cdot L_{fr}} - 1$ – количество фрагментов; j – номер временного

отсчета усредненного сигнала внутри фрагмента. В качестве L_{fr} выбраны 400 отсчетов, что соответствует временной реализации сигнала в 45,4 мс.

На основе экспериментальных исследований речевых сигналов в норме было сформировано условие, при выполнении которого принималось решение о принадлежности m -го фрагмента к речи:

$$E_m \geq level_E \cdot \langle E \rangle,$$

где $\langle E \rangle$ – средняя кратковременная энергия всех фрагментов, $level_E$ – пороговый уровень кратковременной энергии.

Авторами установлено, что при $level_E = 0,2$ происходит автоматическое выделение слов и (или) отдельных фонем в сигнале.

Далее выполнялось построение спектрограммы сигнала. Для этого речевой сигнал разделялся на временные отрезки, в пределах которых его можно считать стационарным (5–100 мс). Исходный сигнал A на выбранном отрезке умножался на оконную функцию w и подвергался быстрому преобразованию Фурье в соответствии с выражением

$$STFT_A^w [f_k, \tau] = \sum_{i=0}^{L-1} A[i] \cdot w[i] \cdot e^{-\frac{j2\pi ki}{L}}, \quad f_k = \frac{k \cdot f_d}{L}, \quad k = 0 \dots (L-1)/2,$$

где L – длина окна, τ – величина перекрытия окон, f_d – частота дискретизации.

После данной операции путем возведения в квадрат амплитудной части оконного преобразования Фурье получали спектрограмму мощности для анализируемого окна:

$$\text{Спектрограмма } A [f, t] = |STFT_A^w [f_k, \tau]|^2.$$

Далее производилось смещение окна на величину τ и процедура повторялась. Подобным образом анализировались все подынтервалы сигнала и строилась результирующая спектрограмма, представляющая собой двумерную матрицу, строки которой соответствуют временным отсчетам t от 0 с до окончания времени регистрации речевого сигнала, столбцы – частотам f от 0 до 4,41 кГц, а в ячейках рассчитана амплитуда сигнала [17]. В качестве основных параметров частотно-временной обработки выбраны следующие: окно Хэмминга размером $L=512$ отсчетов, частота дискретизации $f_d=8,82$ кГц, перекрытие окон τ 50 %. Указанные характеристики обеспечивают качественное частотно-временное представление речевого сигнала, высокое разрешение по частоте $\Delta f = 17,2$ Гц и по времени $\Delta t = 29,0$ мс:

$$\Delta f = \frac{L \cdot (100 - \tau)}{f_d \cdot 100}, \quad \Delta t = \frac{f_d}{L}.$$

Для определения частоты основного тона сигнала использовался метод определения кепстра, заключающийся в применении к модулю спектральной плотности исследуемого сигнала обратного преобразования Фурье. При этом в кепстрограмме вокализованного отрезка звука появляется пик на расстоянии основного тона сигнала, что и является основополагающим фактором для последующего вычисления частоты основного тона.

Частота основного тона вычислялась для каждого выделенного вокализованного фрагмента сигнала. По итогам расчетов определяли среднее значение частоты основного тона, а также коэффициент вариации данного параметра – относительную меру разброса значений признака в статистической совокупности. Значения коэффициента вариации менее 10 % свидетельствуют о малом рассеянии, от 10 до 20 % – о среднем рассеянии, более 20 % – о сильном рассеянии относительно средней арифметической величины.

Для расчета статистических показателей выполнялась «склейка» всех выделенных речевых фрагментов в единый массив. Для полученного массива рассчитывалась средняя амплитуда, а также длительность, соответствующая общей продолжительности речи.

С целью визуализации данных на этапе статистической обработки выполнялось построение гистограммы для массива всех речевых фрагментов. Далее для оценки однородности распределения данных в речевых фрагментах рассчитывались показатели асимметрии и эксцесса гистограммы.

Коэффициент асимметрии может быть положительным (для правосторонней асимметрии) и отрицательным (для левосторонней асимметрии). Асимметрия выше 0,5 (независимо от знака) считается значительной, меньше 0,25 – незначительной.

Показатель эксцесса отражает, насколько резкий скачок имеет изучаемое явление. Если показатель эксцесса больше нуля, то распределение островершинное и скачок считается значительным; если коэффициент эксцесса меньше нуля, то распределение плосковершинное и скачок считается незначительным.

Разработанное в среде MatLab программное обеспечение имеет пользовательский интерфейс с элементами управления, областями вывода текстовой и графической информации (рис. 3).

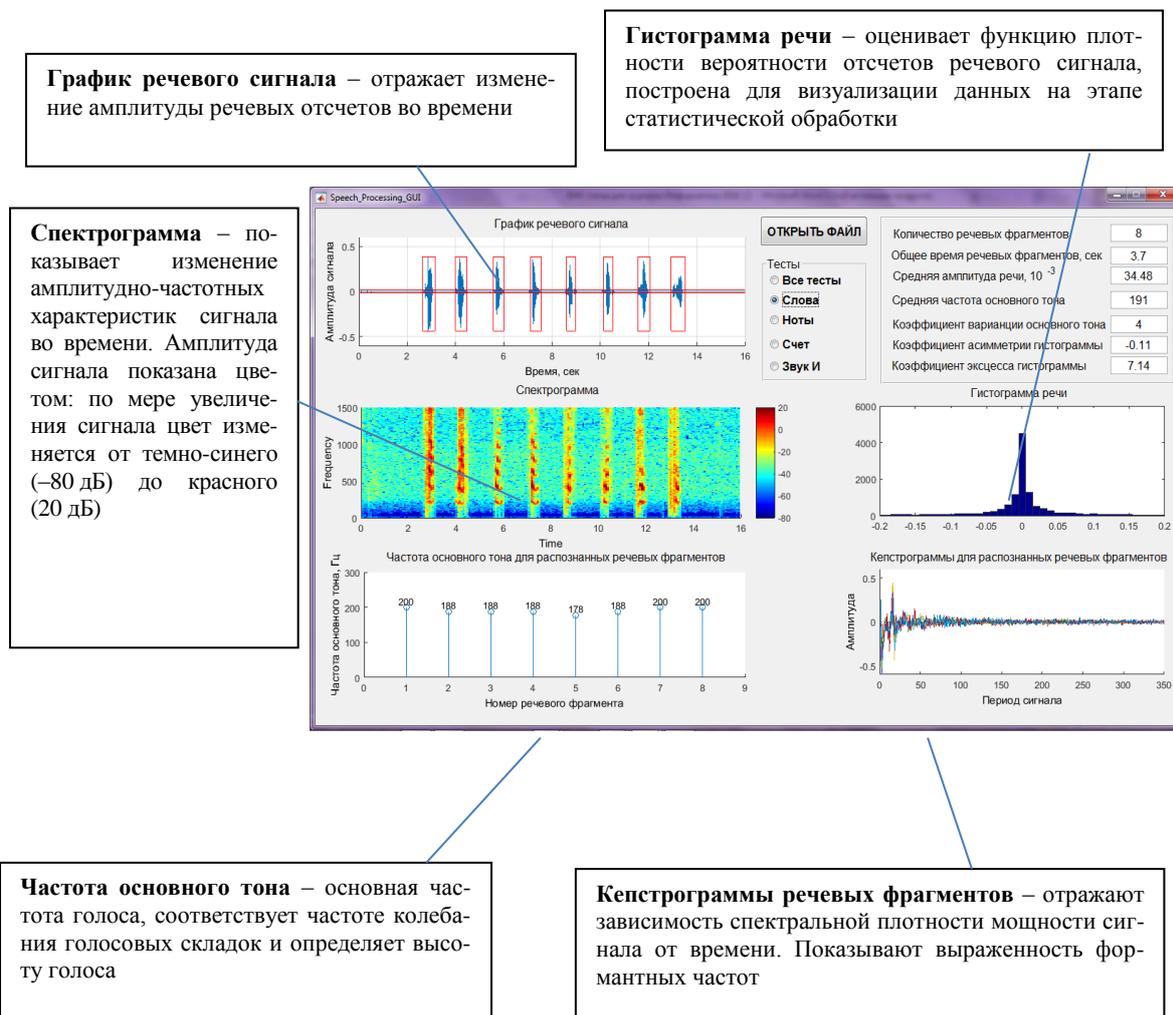


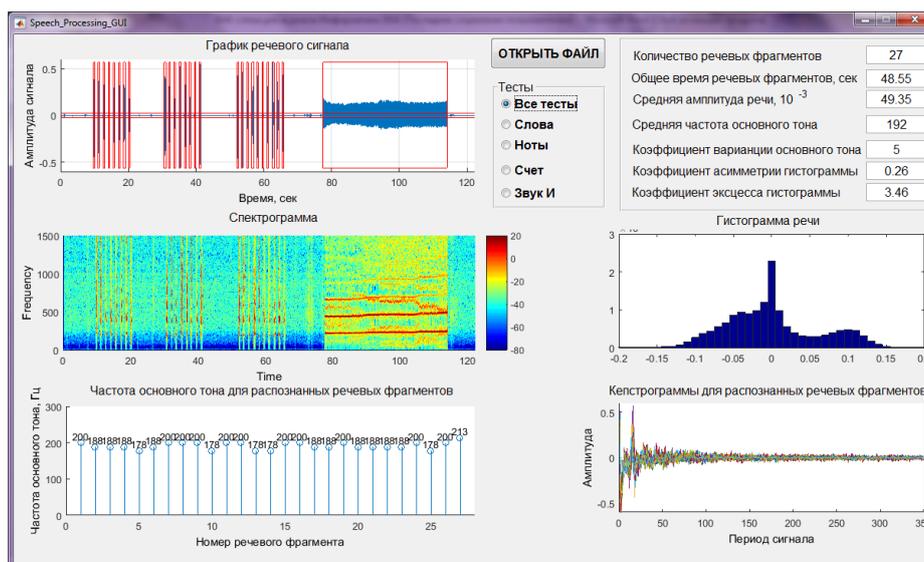
Рис. 3. Разработанное в среде MatLab программное обеспечение для анализа речевых сигналов

В частности, рабочее окно приложения позволяет автоматически выделить интересующий речевой тест из общей записи с последующей его обработкой. Графические результаты обработки включают: изменение амплитуды речевого сигнала во времени с отображением распознанных речевых фрагментов и изменение амплитудно-частотных характеристик сигнала во времени, частоты основного тона для распознанных речевых фрагментов, гистограммы речи и кепстрограмм для распознавания речевых фрагментов. К количественным результатам обработки относят: число распознанных речевых фрагментов, общее время речевых фрагментов, среднюю амплитуду речи, коэффициент вариации основного тона, коэффициент асимметрии гистограммы, коэффициент эксцесса гистограммы.

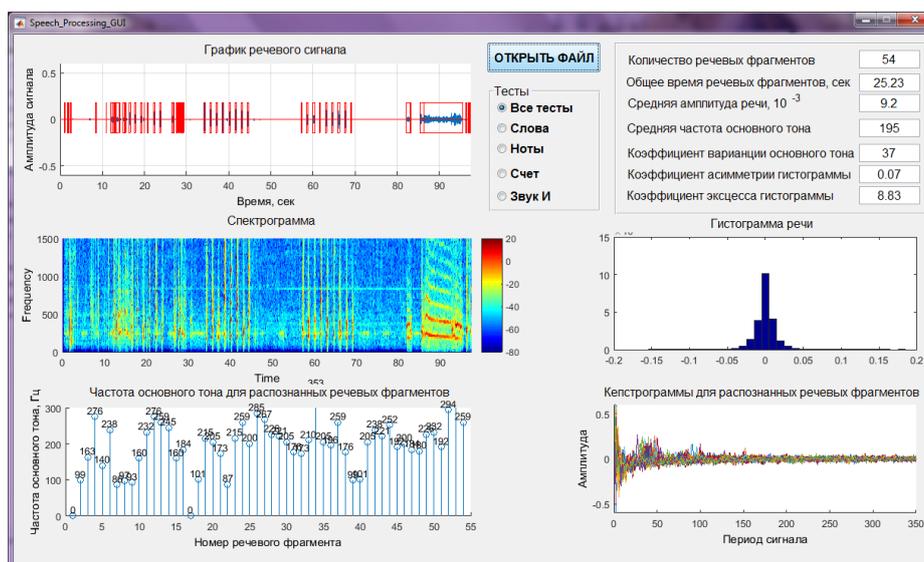
Разработанное в среде MatLab программное обеспечение с графическим интерфейсом реализует качественную и количественную оценки речевых сигналов в норме и при неврологических патологиях.

Апробация разработанных методических и аппаратно-программных средств. На базе РНПЦ неврологии и нейрохирургии проведены экспериментальные исследования речевых сигналов при бульбарном синдроме (24 испытуемых), на базе Белорусского государственного университета информатики и радиоэлектроники – экспериментальные исследования речевых сигналов в норме (36 испытуемых).

Запись всех четырех тестов здорового испытуемого показана на рис. 4, а, аналогичная запись тестов пациента с бульбарным синдромом – на рис. 4, б. Количество речевых фрагментов в норме равно 27, что соответствует суммарному значению речевых фонем в тестах, в то время как при патологии вследствие нарушений речи число распознанных речевых фрагментов повышается (54). Следует отметить высокую амплитуду речи в норме (среднее значение 49,3) по сравнению с амплитудой речи пациента, страдающего бульбарным синдромом (9,2). Показателем коэффициента вариации основного тона: в норме он низкий (5 %), при бульбарном синдроме степень рассеяния значений основного тона речи высокая (37 %).



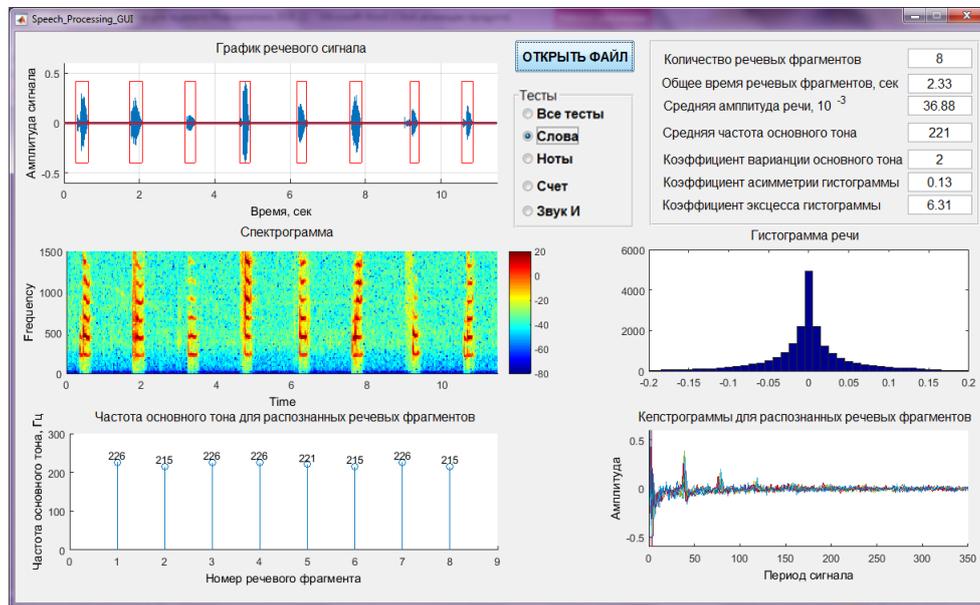
а)



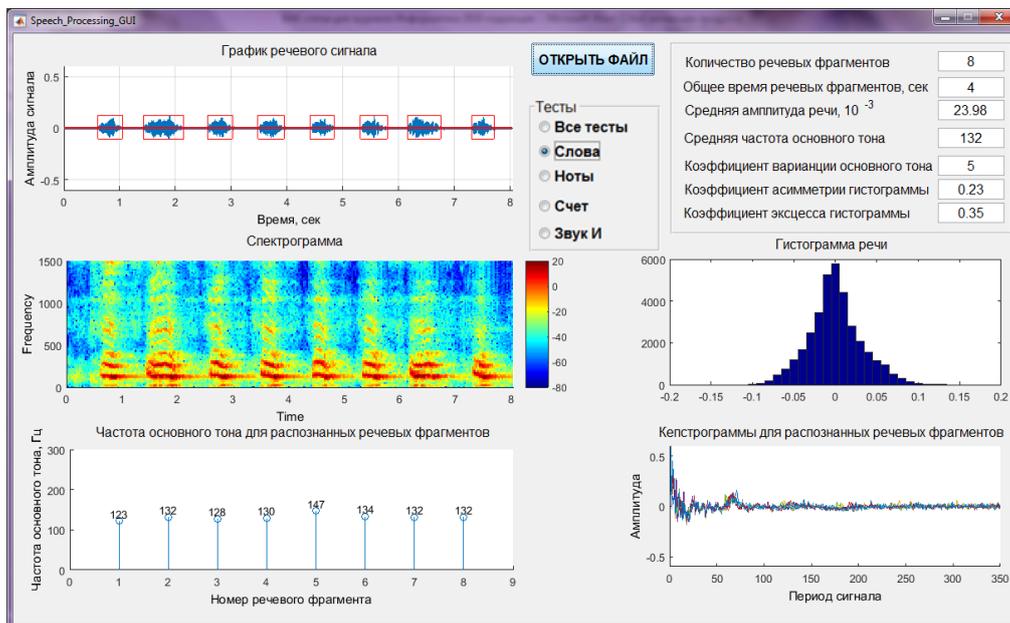
б)

Рис. 4. Результаты применения метода цифровой обработки речевых сигналов в норме (а) и для пациента с бульбарным синдромом (б): полный тестовый ряд

Результаты обработки теста на произнесение односложных слов здоровым испытуемым и пациентом, страдающим бульбарными нарушениями, представлены на рис. 5, *а* и 5, *б* соответственно.



а)



б)

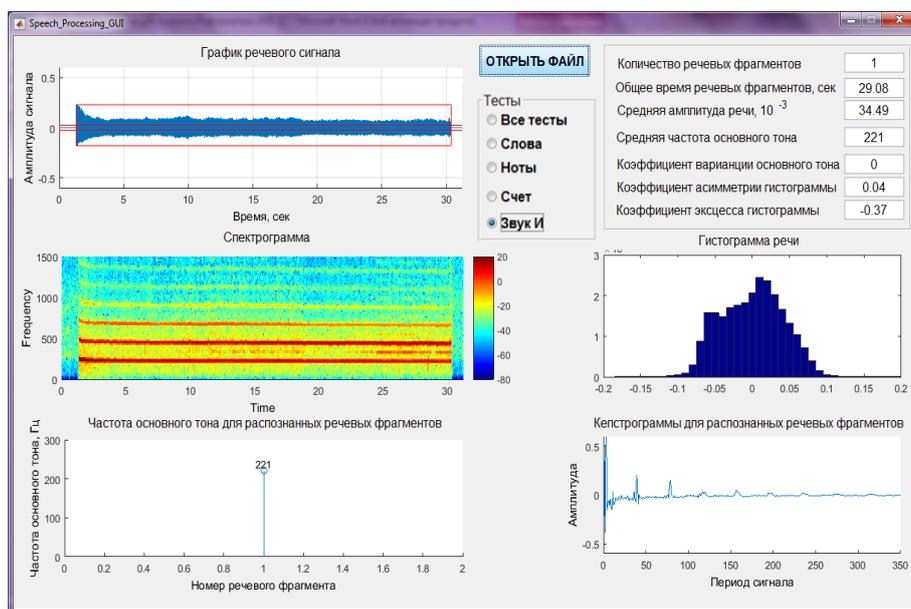
Рис. 5. Результаты применения метода цифровой обработки речевых сигналов в норме (*а*) и для пациента с бульбарным синдромом (*б*): тест на основе произнесения односложных слов

У здорового испытуемого (рис. 5, *а*) количество распознанных речевых фрагментов составляет 8 и однозначно соответствует количеству произносимых фонем (8). На спектрограмме отчетливо выделяются равностоящие друг от друга речевые фрагменты, наблюдаются высокочастотные составляющие в спектре. Кепстрограммы для распознанных речевых фрагментов имеют характерные пики в области основного тона и кратных ему формантных частот. Гистограмма речи характеризуется наличием пикового значения (коэффициент эксцесса равен 6,31).

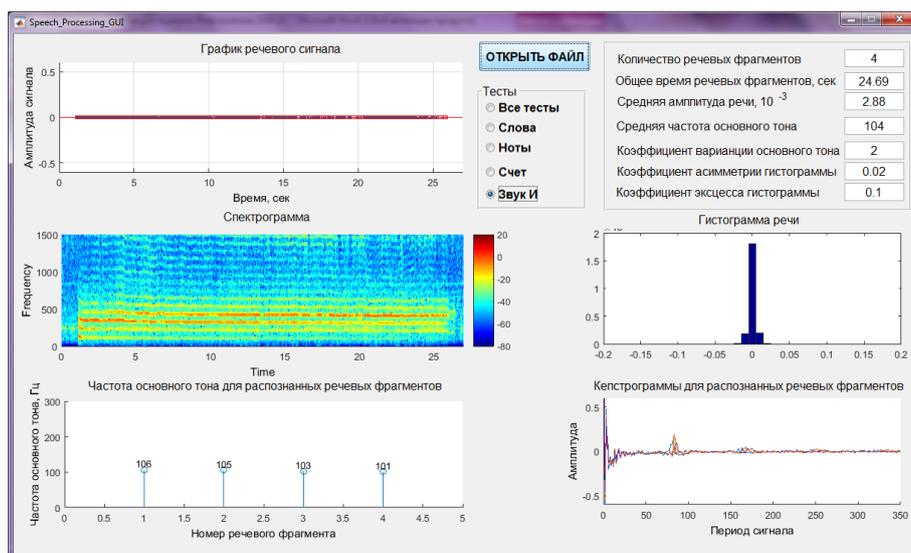
У пациента, страдающего бульбарным синдромом, речевые фрагменты на спектрограмме размыты, не имеют четкого очертания (рис. 5, б). Амплитуда речи (23,98) значительно слабее, чем в норме (36,88). Коэффициент эксцесса гистограммы низкий по сравнению с нормой (0,35).

Результаты обработки теста на длительное произнесение звука [u] здорового испытуемого и пациента, страдающего бульбарным синдромом, представлены на рис. 6, а и б соответственно. Длительность произнесения звука [u] у здорового испытуемого более 25 с, у пациента с бульбарными нарушениями – в пределах 25 с. Средняя амплитуда речи в норме высокая, соответствует значению 34,49, при патологии средняя амплитуда речи слабая, равна 2,88.

Количество выделенных речевых фрагментов у здорового испытуемого равно единице, что соответствует норме. У пациента с патологиями речи выделяются четыре фрагмента, что свидетельствует о наличии речевых отклонений (речь периодически прерывается). Показатели гистограммы речи у здорового испытуемого варьируются от $-0,2$ до $0,2$, у пациента с бульбарными нарушениями – от $-0,05$ до $0,05$.



а)



б)

Рис. 6. Результаты применения метода цифровой обработки речевых сигналов в норме (а) и для пациента с бульбарным синдромом (б): тест на основе длительного произнесения звука [u]

Заключение. В статье представлено методическое и аппаратно-программное обеспечение для регистрации и обработки речевых сигналов в диагностике неврологических заболеваний:

1. Для идентификации патологических изменений речи при бульбарном синдроме разработаны специальные речевые тесты: произнесение односложных слов, нот, счет от одного до десяти, длительное произнесение звука [и].

2. Для визуализации речевых тестов создан видеоряд. Каждый речевой тест начитается с общего информационного слайда, после этого отображаются собственно слова, наименования нот, цифры, чередующиеся с паузами в виде пустых экранов. Здоровый человек выполняет тесты без затруднений. Искажение речевых фонем, пропуск пауз свидетельствуют об отклонении от нормы.

3. Разработанное под платформу Android мобильное приложение реализует функции воспроизведения испытываемому видеоряда с речевыми тестами и одновременной регистрации данных с микрофона посредством Bluetooth-интерфейса. Мобильное приложение автоматически сохраняет записанные речевые сигналы, дает возможность воспроизводить и удалять записи. Bluetooth-гарнитура и мобильное приложение позволяют унифицировать условия диагностики, что обеспечивает сопоставимость и объективность результатов последующей обработки речевых сигналов.

4. Записанный речевой сигнал подвергается цифровой обработке посредством разработанного программного обеспечения в среде MatLab.

Апробация разработанных методических и программных средств выполнена на базе РНПЦ неврологии и нейрохирургии Министерства здравоохранения Республики Беларусь и Белорусского государственного университета информатики и радиоэлектроники. На базе Белорусского государственного университета информатики и радиоэлектроники проведены экспериментальные исследования речевых сигналов в норме (36 испытуемых), на базе РНПЦ неврологии и нейрохирургии Министерства здравоохранения Республики Беларусь – при бульбарном синдроме (24 испытуемых).

Результаты апробации выявили качественные (на основе полученных графиков спектрограмм, кепстрограмм, гистограмм) и количественные (на основе вычисленных параметров) различия между параметрами речевых сигналов в норме и при бульбарном синдроме.

Таким образом, предварительные результаты исследований подтвердили целесообразность использования разработанного авторами методического и аппаратно-программного обеспечения для регистрации и обработки речевых сигналов в диагностике неврологических заболеваний.

Список использованных источников

1. Завалишин, И. А. Боковой амиотрофический склероз / И. А. Завалишин. – М. : ГЭОТАР-Медиа, 2009. – 272 с.
2. EFNS guidelines on the clinical management of amyotrophic lateral sclerosis (MALS)-revised report of an EFNS task force / P. M. Andersen [et al.] // *European Journal of Neurology*. – 2012. – No. 19(3). – P. 360–375.
3. Practice parameter update: the care of the patient with amyotrophic lateral sclerosis. Drug, nutritional, and respiratory therapies (an evidence-based review): report of the Quality Standards Subcommittee of the American Academy of Neurology / R. Miller [et al.] // *Neurology*. – 2009. – No. 73(15). – P. 1218–1226.
4. Гусев, Е. И. Неврология и нейрохирургия : учебник / Е. И. Гусев, А. Н. Коновалов, Г. С. Бурд. – М. : Медицина, 2000. – 347 с.
5. Голубев, В. Л. Неврологические синдромы. Руководство для врачей / В. Л. Голубев, А. М. Вейн. – М. : Эйдос Медиа, 2002. – 832 с.
6. Алгоритм классификации речевых патологий при органических поражениях головного мозга [Электронный ресурс] / Н. П. Кузенков [и др.] // *Информационные процессы*. – 2009. – Т. 9, № 3. – С. 121–137. – Режим доступа: <http://www.jipr.ru/2009/121-137-2009.pdf>. – Дата доступа: 06.10.2013.
7. Статистическое описание речи человека при органических нарушениях центрального отдела речевого аппарата / Н. П. Кузенков [и др.] // *Нелинейный мир*. – 2012. – № 4. – С. 247–255.
8. Складов, О. П. V/U-ритм речи при чтении как индикатор состояния функции речевого дыхания у заикающихся / О. П. Складов // *Техническая акустика*. – 2004. – Т. 4, № 16. – С. 163–173.
9. Складов, О. П. Фракталы и крупномасштабная временная структура акустического речевого сигнала и музыки / О. П. Складов // *Техническая акустика*. – 2004. – Т. 4, № 21. – С. 224–233.

10. Nonlinear analyses and algorithms for speech processing / Gómez P. [et al.] // *Voice Pathology Detection by Vocal Cord Biomechanical Parameter Estimation*. – Berlin : Springer, 2005. – P. 242–256.
11. Characterization of healthy and pathological voice through measures based on nonlinear dynamics / P. Henriquez [et al.] // *IEEE Trans Audio Speech Lang Processing*. – 2009. – Vol. 17, no. 6. – P. 1186–1195.
12. Phonatory impairment in parkinson's disease: evidence from nonlinear dynamic analysis and perturbation analysis / M. Chou [et al.] // *Journal of Voice*. – 2007. – Vol. 21. – P. 64–71.
13. Relative entropy measures applied to healthy and pathological voice characterization / P. R. Scalassara [et al.] // *Applied Mathematics and Computation*. – 2009. – Vol. 207, iss. 1. – P. 95–108.
14. Malyska, N. Automatic dysphonia recognition using biologically-inspired amplitude-modulation features / N. Malyska, T. F. Quatieri, D. Sturim // *Acoustics, Speech, and Signal Processing : Proc. of IEEE Intern. Conf. (ICASSP)*. – Philadelphia, 2005. – Vol. 1. – P. 873–876.
15. Оппенгейм, Э. Применение цифровой обработки сигналов : пер. с англ. / Э. Оппенгейм ; под ред. А. М. Рязанцева. – М. : Мир, 1980. – 552 с.
16. Ахмад, Х. М. Введение в цифровую обработку речевых сигналов : учеб. пособие / Х. М. Ахмад, В. Ф. Жирков. – Владимир : Владим. гос. ун-т., 2007. – 192 с.
17. Райгайян, Р. М. Анализ биомедицинских сигналов. Практический подход / Р. М. Райгайян. – М. : Физматлит, 2007. – 440 с.
18. Куль Т. П. Алгоритм цифровой обработки речевых сигналов в норме и патологии / Т. П. Куль, М. М. Меженная, А. Н. Осипов // *Современные проблемы радиоэлектроники и телекоммуникаций : тез. докл. 13 Междунар. молодежной науч.-техн. конф.* – Севастополь, 2017. – С. 197.

References

1. Zavalishin I. A. *Bokovoy amiotroficheskiy skleroz. Amyotrophic Lateral Sclerosis*. Moscow, GEOTAR-Media, 2009, 272 p. (in Russian).
2. Andersen P. M., Abrahams Sh., Borasio G. D., Carvalho M. de, Chio A., ..., Weber M. EFNS guidelines on the clinical management of amyotrophic lateral sclerosis (MALS)-revised report of an EFNS task force. *European Journal of Neurology*, 2012, no. 19(3), pp. 360–375.
3. Miller R., Jackson C. E., Kasarskis E. J., England J. D., Forshew D., ..., Woolley S. C. Practice parameter update: the care of the patient with amyotrophic lateral sclerosis. Drug, nutritional, and respiratory therapies (an evidence-based review): report of the Quality Standards Subcommittee of the American Academy of Neurology. *Neurology*, 2009, no. 73(15), pp. 1218–1226. DOI: 10.1212/WNL.0b013e3181bc0141
4. Gusev Ye. I., Konovalov A. N., Burd G. S. *Nevrologiya i neyrokhirurgiya. Neurology and Neurosurgery*. Moscow, Meditsina, 2000, 347 p. (in Russian).
5. Golubev V. L., Veyn A. M. *Nevrologicheskiye sindromy. Rukovodstvo dlya vrachey. Neurological syndrome. Guide for doctors*. Moscow, Eydos Media, 2002, 832 p. (in Russian).
6. Kuzenkov N. P., Loginov V. M., Nikol'skaya O. N., Prokopenko S. V. Algoritm klassifikatsii rechevykh patologiy pri organicheskikh porazheniyakh golovnogo mozga [The algorithm for the classification of voice pathologies with organic lesions of the brain]. *Informatsionnyye protsessy [Information Processes]*, 2009, vol. 9, no. 3, pp. 121–137 (in Russian). Available at: <http://www.jip.ru/2009/121-137-2009.pdf> (accessed 06.10.2013).
7. Kuzenkov N. P., Loginov V. M., Prokopenko S. V., Mozheyko Ye. Yu. Statisticheskoye opisaniye rechi cheloveka pri organicheskikh narusheniyakh tsentral'nogo otdela rechevogo apparata [Statistical description of human speech in organic disorders of the central department of speech apparatus]. *Nelineynyy mir [Nonlinear World]*, 2012, no. 4, pp. 247–255 (in Russian).
8. Sklyarov O. P. V/U-ritm rechi pri chtenii kak indikator sostoyaniya funktsii rechevogo dykhaniya u zaikayushchikhsya [V/U-rhythm of speech when reading as an indicator of the state of speech breathing function in stuttering]. *Tekhnicheskaya akustika [Technical Acoustics]*, 2004, vol. 4, no. 16, pp. 163–173 (in Russian).
9. Sklyarov O. P. Fraktaly i krupnomasshtabnaya vremennaya struktura akusticheskogo rechevogo signala i muzyki [Fractals and large-scale temporal structure of acoustic speech signal and music]. *Tekhnicheskaya akustika [Technical Acoustics]*, 2004, vol. 4, no. 21, pp. 224–233 (in Russian).
10. Gómez P., Martínez R., Díaz F., Lázaro C., Álvarez A., Rodellar V., Nietro V. Nonlinear analyses and algorithms for speech processing. *Voice Pathology Detection by Vocal Cord Biomechanical Parameter Estimation*. Berlin, Springer, 2005, pp. 242–256.
11. Henriquez P., Alonso J. B., Ferrer M. A., Travieso C. M., Godino-Llorente J. I., Diaz-de-Maria F. Characterization of healthy and pathological voice through measures based on nonlinear dynamics. *IEEE Trans Audio Speech Lang Processing*, 2009, vol. 17, no. 6, pp. 1186–1195.

12. Chou M., Jiang J. J., Rahn D. A., Zhang Y. Phonatory impairment in parkinson's disease: evidence from nonlinear dynamic analysis and perturbation analysis. *Journal of Voice*, 2007, vol. 21, pp. 64–71.
13. Scalassara P. R., Dajer M. E., Maciel C. D., Guido R. C., Pereira J. C. Relative entropy measures applied to healthy and pathological voice characterization. *Applied Mathematics and Computation*, 2009, vol. 207, iss. 1, pp. 95–108.
14. Malyska N., Quatieri T. F., Sturim D. Automatic dysphonia recognition using biologically-inspired amplitude-modulation features. *Acoustics, Speech, and Signal Processing: Proceedings of IEEE International Conference (ICASSP)*, Philadelphia, 2005, vol. 1, pp. 873–876.
15. Oppenheim A. *Applications of Digital Signal Processing*. Prentice Hall, 1978, 499 p.
16. Akhmad Kh. M., Zhirkov V. F. Vvedeniye v tsifrovuyu obrabotku rechevykh signalov. *Introduction to Digital Voice Processing*. Vladimir, Vladimirskij gosudarstvennyj universitet, 2007, 192 p. (in Russian).
17. Raygayyan R. M. Analiz biomeditsinskikh signalov. Prakticheskiy podkhod. *Analysis of biomedical signals. Practical approach*. Moscow, Fizmatlit, 2007, 440 p. (in Russian).
18. Kul T. P., Mezhennaya M. M., Osipov A. N. Algoritm tsifrovoy obrabotki rechevykh signalov v norme i patologii [Algorithm of digital processing of speech signals in norm and pathology]. *Sovremennye problemy radioelektroniki i telekommunikacij : tezisy dokladov 13 Mezhdunarodnoj molodezhnoj nauchno-tehnicheskoy konferencii [Abstracts of the 13th International Youth Scientific-Technical Conference "Modern problems of radio electronics and telecommunications"]*. Sevastopol, 2017, p. 197.

Информация об авторах

Куль Татьяна Петровна, магистр технических наук, аспирант кафедры инженерной психологии и эргономики, Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники, Минск, Беларусь.
E-mail: tatianakul81@tut.by

Меженная Марина Михайловна, кандидат технических наук, доцент кафедры инженерной психологии и эргономики, Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники, Минск, Беларусь.
E-mail: mezhennaya@bsuir.by

Рущкевич Юлия Николаевна, кандидат медицинских наук, доцент, ведущий научный сотрудник неврологического отдела, РНПЦ неврологии и нейрохирургии, Минск, Беларусь. E-mail: rushkevich@tut.by

Осипов Анатолий Николаевич, кандидат технических наук, доцент, Белорусская инженерная академия, первый проректор, Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники, Минск, Беларусь.
E-mail: osipov@bsuir.by

Лихачев Сергей Александрович, доктор медицинских наук, профессор, заведующий неврологическим отделом, РНПЦ неврологии и нейрохирургии, Минск, Беларусь.
E-mail: likhachev@mail.ru

Рущкевич Ирина Вадимовна, лаборант, РНПЦ неврологии и нейрохирургии, студентка, Белорусский государственный медицинский университет, Минск, Беларусь.
E-mail: rina.rushkevich@gmail.com

Information about the authors

Tatiana P. Kul, Master Sci. (Eng.), Postgraduate Student of the Department of Engineering Psychology and Ergonomics, Belarusian State University of Informatics and Radioelectronics, Minsk, Belarus.
E-mail: tatianakul81@tut.by

Marina M. Mezhennaya, Cand. Sci. (Eng.), Assoc. Prof. of the Department of Engineering Psychology and Ergonomics, Belarusian State University of Informatics and Radioelectronics, Minsk, Belarus.
E-mail: mezhennaya@bsuir.by

Yulia N. Rushkevich, Cand. Sci. (Med.), Assoc. Prof., Leading Researcher of the Neurological Department, The Republican Scientific and Practical Center of Neurology and Neurosurgery, Minsk, Belarus.
E-mail: rushkevich@tut.by

Anatoly N. Osipov, Cand. Sci. (Eng.), Assoc. Prof., Belarusian Engineering Academy, the First Rector, Belarusian State University of Informatics and Radioelectronics, Minsk, Belarus.
E-mail: osipov@bsuir.by

Sergey A. Likhachev, Dr. Sci. (Med.), Prof., Head of the Neurological Department, The Republican Scientific and Practical Center of Neurology and Neurosurgery, Minsk, Belarus.
E-mail: likhachev@mail.ru

Irina V. Rushkevich, Laboratory Assistant, The Republican Scientific and Practical Center of Neurology and Neurosurgery, Student, Belarusian State Medical University, Minsk, Belarus.
E-mail: rina.rushkevich@gmail.com

ISSN 1816-0301 (Print)
ISSN 2617-6963 (Online)

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ
MATHEMATICAL MODELING

УДК 517.958:537.8

Поступила в редакцию 04.03.2019
Received 04.03.2019

Принята к публикации 01.04.2019
Accepted 01.04.2019

Математическая модель экранирования монохроматических электромагнитных полей плоскими экранами из пермаллоя

В. Т. Ерофеенко

*Учреждение БГУ «НИИ прикладных проблем математики и информатики»,
Минск, Беларусь
E-mail: bsu_erofeenko@tut.by*

Аннотация. Разработана методика решения краевой задачи проникновения плоских монохроматических электромагнитных полей через плоский однослойный экран, выполненный из пермаллоя. Постановка краевой задачи экранирования основывается на применении уравнений Максвелла и дополнительного нелинейного дифференциального уравнения для поля намагниченности, характеризующего пермаллой. Используются классические граничные условия непрерывности тангенциальных составляющих полей и дополнительные дифференциальные граничные условия для поля намагниченности на лицевых поверхностях экрана. Для упрощения решения задачи в результате исключения величин второго порядка малости, входящих в нелинейное уравнение, нелинейная задача преобразована в линейную. Построены корни (волновые числа) дисперсионного алгебраического уравнения четвертого порядка, которые характеризуют электромагнитные поля в слое из пермаллоя. Построена полная система четырех прямых и четырех обратных электромагнитных волн, распространяющихся в противоположных направлениях в слое пермаллоя. Получены двухсторонние граничные условия, связывающие электромагнитные поля по обе стороны экрана. Выполнено аналитическое решение краевой задачи с двухсторонними граничными условиями. Аналитически вычислены амплитуды отраженного и прошедшего через экран плоских электромагнитных полей.

Ключевые слова: математические модели, двухсторонние граничные условия, краевая задача, задача экранирования, поле намагниченности, дисперсионное уравнение, плоские электромагнитные волны, пермаллой, аналитическое моделирование, экран

Для цитирования. Ерофеенко, В. Т. Математическая модель экранирования монохроматических электромагнитных полей плоскими экранами из пермаллоя / В. Т. Ерофеенко // Информатика. – 2019. – Т. 16, № 2. – С. 7–18.

Mathematical model of shielding monochromatic electromagnetic fields by means of plane screens made of permalloy

Viktor T. Erofeenko

*Establishment of the Belarusian State University "Research Institute for Applied Problems
of Mathematics and Informatics", Minsk, Belarus
E-mail: bsu_erofeenko@tut.by*

Abstract. A method for solving a boundary-value problem of penetration of plane monochromatic electromagnetic fields through the plane screen made of permalloy is developed. Setting the boundary-value problem is based on the use of differential Maxwell equations and complementary nonlinear differential equation

for the field of magnetization, characterizing permalloy. The classical boundary conditions of continuity of the tangential components of the fields and complementary boundary conditions for the field of magnetization on the front surfaces of the screen are used. To simplify the solution of the boundary-value problem as a result of exclusion of the values of the second infinitesimal order, included in nonlinear equation, the nonlinear task is transformed into linear one. The roots (wave numbers) of dispersion algebraic equation of a fourth-order, characterizing the electromagnetic fields in the layer made of permalloy, are constructed. A complete system of four forward and four backward counter-propagating electromagnetic waves in the permalloy layer is formed. The two-sided boundary conditions connecting electromagnetic fields on both sides of the screen are obtained. An analytical solution of the boundary-value problem with two-sided boundary conditions is performed. The amplitudes of reflected and transmitted through the screen electromagnetic fields are analytically calculated.

Keywords: mathematical models, two-sided boundary conditions, boundary-value problem, shielding task, field of magnetization, dispersing equation, plane electromagnetic waves, permalloy, analytical modeling, screen

For citation. Erofeenko V. T. Mathematical model of shielding monochromatic electromagnetic fields by means of plane screens made of permalloy. *Informatics*, 2019, vol. 16, no. 2, pp. 7–18 (in Russian).

Введение. Разработка математических методов моделирования распространения излучений электромагнитных волн в композитных материалах является актуальным направлением исследований в математической физике. Как правило, композиты представляют собой однородные матрицы, содержащие материальные неоднородности (частицы), которые отличаются большим разнообразием. Анализ таких материалов требует применения специальных математических моделей, адекватно описывающих их электрические и магнитные свойства. В настоящее время актуально исследование экранирующих свойств пленок из пермаллоя [1]. Важным для приложений является внедрение пленочных экранов: однослойных [2, 3] и многослойных [4], биизотропных с использованием атомарных функций [5], с линейными и нелинейными [3, 6] свойствами материала, для моделирования которых применяются двухсторонние граничные условия, связывающие поля по обе стороны экрана [7, 8]. Материал из пермаллоя обладает свойством намагниченности, которое описывается дополнительным дифференциальным уравнением для поля намагниченности [1]. Для упрощения модели нелинейное уравнение намагниченности преобразовано в линейное уравнение. Чтобы обеспечить единственность решения краевой задачи для пермаллоидных материалов, требуются дополнительные граничные условия на поверхностях экрана. Такие граничные условия используются для моделирования электродинамического контакта двух материалов [9–11].

В настоящей статье разработана методика решения краевой задачи для системы уравнений Максвелла и дифференциального уравнения с частными производными второго порядка для поля намагниченности, в которой описывается экранирование плоских монохроматических полей плоским однослойным экраном из пермаллоя. В качестве плоского первичного поля, воздействующего на экран, выбрана комбинация базисных ТЕ- и ТН-поляризованных плоских полей, распространяющихся под произвольным углом к экрану. Используются двухсторонние граничные условия, которые позволяют построить аналитическое решение сформулированной задачи экранирования.

Система электродинамических уравнений. Для моделирования процессов распространения электромагнитных волн в слое пермаллоя воспользуемся системой дифференциальных уравнений

$$\operatorname{rot} \vec{E} = -\mu_0 \frac{\partial}{\partial t} (\vec{H} + \vec{M}); \quad (1)$$

$$\operatorname{rot} \vec{H} = \dot{\epsilon} \vec{E}; \quad (2)$$

$$\frac{1}{\dot{\gamma}} \frac{\partial \vec{M}}{\partial t} = \vec{M} \times (\vec{H} + \dot{\alpha} \Delta \vec{M} - \dot{g} \vec{M} \times \vec{H}), \quad (3)$$

где постоянные имеют физические размерности $[\dot{\gamma}] = \frac{\text{М}}{\text{А} \cdot \text{с}}$, $[\dot{a}] = \text{м}^2$, $[\dot{g}] = \frac{\text{М}}{\text{А}}$, $\dot{\sigma} = \frac{\text{См}}{\text{М}}$, $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{Гн}}{\text{М}}$; \times – векторное произведение.

Представляют практический интерес [1] решения уравнений (1)–(3) вида

$$\vec{\mathbf{H}} = \vec{H}_0 + \vec{H}e^{-i\omega t}, \quad \vec{\mathbf{M}} = \vec{M}_0 + \vec{M}e^{-i\omega t}, \quad \vec{\mathbf{E}} = \vec{E}e^{-i\omega t}, \quad (4)$$

где $\vec{H}_0 = \dot{H}_0 \vec{e}_z$, $\vec{M}_0 = \dot{M}_0 \vec{e}_z$; $\dot{H}_0, \dot{M}_0 - \text{const}$, $[\dot{H}_0] = [\dot{M}_0] = \frac{\text{А}}{\text{М}}$, $|\vec{H}| \ll \dot{H}_0$, $|\vec{M}| \ll \dot{M}_0$, $\omega = 2\pi f$ – круговая частота поля, $\vec{\mathbf{M}}$ – поле намагниченности.

Подставим (4) в (1)–(3) и преобразуем нелинейное уравнение (3) в линейное, пренебрегая величинами второго порядка малости: $\vec{M} \times \vec{H} \approx 0$, $\vec{M} \times \vec{M} \approx 0$.

В результате получим уравнения

$$\text{rot } \vec{E} = -i\omega\mu_0(\vec{H} + \vec{M}); \quad (5)$$

$$\text{rot } \vec{H} = \dot{\sigma}\vec{E}; \quad (6)$$

$$\begin{aligned} i\frac{\omega}{\dot{\gamma}}\vec{M} = \dot{H}_0\vec{e}_z \times \vec{M} - \dot{M}_0\vec{e}_z \times \vec{H} - \dot{a}\dot{M}_0\vec{e}_z \times \Delta\vec{M} - \\ - \dot{g}\dot{M}_0^2(\vec{e}_z \times \vec{H}) \times \vec{e}_z + \dot{g}\dot{H}_0\dot{M}_0(\vec{e}_z \times \vec{M}) \times \vec{e}_z. \end{aligned} \quad (7)$$

Исключим из уравнения (5) вектор \vec{E} с помощью (6) и применим оператор div к уравнению (5). Получим систему линейных уравнений для \vec{M} и \vec{H} :

$$\text{grad div } \vec{H} - \Delta\vec{H} = i\sigma k_0^2(\vec{H} + \vec{M}); \quad (8)$$

$$\text{div } \vec{H} = -\text{div } \vec{M}; \quad (9)$$

$$i\Omega\vec{M} = \eta\vec{e}_z \times \vec{M} - \vec{e}_z \times \vec{H} - \frac{a}{k_0^2}\vec{e}_z \times \Delta\vec{M} - g(\vec{e}_z \times \vec{H}) \times \vec{e}_z + \eta g(\vec{e}_z \times \vec{M}) \times \vec{e}_z, \quad (10)$$

где σ, η, a, g – безразмерные постоянные, Ω – безразмерная частота; $\sigma = \mu_0\dot{\sigma}c^2/\omega$, $\eta = \dot{H}_0/\dot{M}_0$, $a = \dot{a}k_0^2$, $g = \dot{g}\dot{M}_0$, $\Omega = \frac{\omega}{\dot{M}_0\dot{\gamma}}$, $k_0 = \frac{\omega}{c}$, c – скорость света в вакууме.

Плоские электромагнитные поля и поля намагниченности. Построим плоские электромагнитные поля с экспоненциальной зависимостью от пространственных координат x, y, z , которые удовлетворяют уравнениям (8)–(10):

$$\vec{E} = (e_1\vec{e}_x + e_2\vec{e}_y + e_3\vec{e}_z)\Phi F, \quad \vec{H} = (h_1\vec{e}_x + h_2\vec{e}_y + h_3\vec{e}_z)\Phi F, \quad \vec{M} = (m_1\vec{e}_x + m_2\vec{e}_y)\Phi F, \quad (11)$$

$$\Phi = \exp(ik_0(\alpha_1x + \alpha_2y)), \quad F = \exp(k_0vz),$$

где α_1, α_2 – произвольные постоянные; e_s, h_s ($s = 1, 2, 3$), m_j ($j = 1, 2$), v – величины, подлежащие определению.

После подстановки (11) в (6) определим компоненты вектора электрической напряженности поля:

$$e_1 = \dot{Z}(i\alpha_2 h_3 - v h_2), \quad e_2 = \dot{Z}(v h_1 - i\alpha_1 h_3), \quad e_3 = i\dot{Z}(\alpha_1 h_2 - \alpha_2 h_1), \quad (12)$$

где $\dot{Z} = \frac{k_0}{\dot{\sigma}}$, $[\dot{Z}] = \text{Ом}$.

Подставим (11) в уравнение (9) и определим коэффициент вектора \vec{H} :

$$h_3 = -\frac{i}{v}(\alpha_1(m_1 + h_1) + \alpha_2(m_2 + h_2)). \quad (13)$$

Таким образом, определение полей (11) свелось к определению величин h_1, h_2, m_1, m_2 для полей \vec{M}, \vec{H} , которые удовлетворяют уравнениям (8), (10). Подставим (11) в уравнение (8). Учитывая соотношение (9) и формулы $\Delta \vec{H} = k_0^2(v^2 - \lambda^2)\vec{H}$, $\lambda^2 = \alpha_1^2 + \alpha_2^2$, выразим компоненты вектора магнитной напряженности \vec{H} через компоненты вектора намагниченности \vec{M} :

$$h_1 = \frac{1}{K}((\alpha_1^2 - i\sigma)m_1 + \alpha_1\alpha_2 m_2), \quad h_2 = \frac{1}{K}(\alpha_1\alpha_2 m_1 + (\alpha_2^2 - i\sigma)m_2); \quad (14)$$

$$h_3 = -\frac{iv}{K}(\alpha_1 m_1 + \alpha_2 m_2), \quad K = v^2 - \lambda^2 + i\sigma. \quad (15)$$

После подстановки (14) в (13) получим соотношение (15). Это означает, что уравнения (13), (15) эквивалентны.

Для преобразования уравнения (10) введем векторы и матрицы:

$$\vec{h} = \begin{pmatrix} h_1 \\ h_2 \end{pmatrix}, \quad \vec{m} = \begin{pmatrix} m_1 \\ m_2 \end{pmatrix}, \quad \hat{J} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad \hat{S} = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix},$$

$$\hat{G} = \begin{pmatrix} g_{11} & g_{12} \\ g_{21} & g_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \alpha_1^2 - i\sigma & \alpha_1\alpha_2 \\ \alpha_1\alpha_2 & \alpha_2^2 - i\sigma \end{pmatrix},$$

тогда $\vec{e}_z \times \vec{M} = \hat{S}\vec{m}$, $\vec{e}_z \times \vec{H} = \hat{S}\vec{h}$, $(\vec{e}_z \times \vec{M}) \times \vec{e}_z = \hat{J}\vec{m}$, $(\vec{e}_z \times \vec{H}) \times \vec{e}_z = \hat{J}\vec{h}$, $\vec{e}_z \times \Delta \vec{M} = k_0^2(K - i\sigma)\hat{S}\vec{m}$.

Запишем уравнения (14), (10) в матричном виде:

$$\vec{h} = \frac{1}{K}\hat{G}\vec{m}; \quad (16)$$

$$i\Omega\hat{J}\vec{m} = \eta\hat{S}\vec{m} - \hat{S}\vec{h} - a(K - i\sigma)\hat{S}\vec{m} - g\hat{J}\vec{h} + \eta g\hat{J}\vec{m} = 0. \quad (17)$$

Подставим (16) в (17) и получим уравнение для определения вектора \vec{m} :

$$\hat{b}\vec{m} = 0, \quad (18)$$

где

$$\hat{b} = aK^2\hat{S} + K(\Omega\hat{J} - \sigma\hat{S}) + \hat{Z} = \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{pmatrix}, \quad \hat{Z} = \begin{pmatrix} z_{11} & z_{12} \\ z_{21} & z_{22} \end{pmatrix},$$

$$z_{11} = g(\alpha_1^2 - i\sigma) - \alpha_1\alpha_2, \quad z_{12} = g\alpha_1\alpha_2 - \alpha_2^2 + i\sigma,$$

$$z_{21} = g\alpha_1\alpha_2 + \alpha_1^2 - i\sigma, \quad z_{22} = g(\alpha_1^2 - i\sigma) + \alpha_1\alpha_2,$$

$$b_{11} = \bar{\Omega}K + z_{11}, b_{12} = -aK^2 + \bar{\sigma}K + z_{12}, \bar{\Omega} = i\Omega - \eta g,$$

$$b_{21} = aK^2 - \bar{\sigma}K + z_{21}, b_{22} = \bar{\Omega}K + z_{22}, \bar{\sigma} = \eta + ia\sigma.$$

Нетривиальное решение уравнения (18) существует, когда определитель матрицы \hat{b} равен нулю: $|\hat{b}| = b_{11}b_{22} - b_{12}b_{21} = 0$. В результате получим дисперсионное уравнение для определения величины K :

$$b_4 K^4 + b_3 K^3 + b_2 K^2 + b_1 K + b_0 = 0, \quad (19)$$

где $b_4 = a^2$, $b_3 = -2a\bar{\sigma}$, $b_2 = \bar{\sigma}^2 + \bar{\Omega}^2 + a(\lambda^2 - 2i\sigma)$, $b_1 = (\bar{\Omega}g - 1)(\lambda^2 - 2i\sigma)$, $b_0 = -\sigma(i\lambda^2 + \sigma)(1 + g^2)$.

Алгебраическое уравнение (19) имеет четыре комплексных корня K_s ($s = 1, 2, 3, 4$).

Определим величину $v = \pm v_s$, где $v_s = \sqrt{K_s + \lambda^2 - i\sigma}$, $-\frac{\pi}{2} \leq \arg v_s < \frac{\pi}{2}$.

Из уравнения (18) найдем компоненты вектора \vec{M} : $m_1 = -b_{12}$, $m_2 = b_{11}$.

В результате получим восемь линейно независимых плоских решений системы уравнений (5)–(7) в виде (11):

$$\vec{M} = \dot{m}_0 \vec{M}^{(\pm s)}, \vec{H} = \dot{m}_0 \vec{H}^{(\pm s)}, \vec{E} = \dot{m}_0 \vec{E}^{(\pm s)}, \quad s = 1, 2, 3, 4, \quad (20)$$

где \dot{m}_0 – амплитуда, $[\dot{m}_0] = \frac{\Lambda}{M}$, $\vec{M}^{(\pm s)}$, $\vec{H}^{(\pm s)}$, $\vec{E}^{(\pm s)}$ – безразмерные поля;

$$\vec{M}^{(\pm s)} = (m_1^{(s)} \vec{e}_x + m_2^{(s)} \vec{e}_y) \Phi F^{(\pm s)}, \quad \vec{H}^{(\pm s)} = (h_1^{(s)} \vec{e}_x + h_2^{(s)} \vec{e}_y \pm h_3^{(s)} \vec{e}_z) \Phi F^{(\pm s)},$$

$$\vec{E}^{(\pm s)} = [\pm (e_1^{(s)} \vec{e}_x + e_2^{(s)} \vec{e}_y) + e_3^{(s)} \vec{e}_z] \Phi F^{(\pm s)};$$

$$m_1^{(s)} = K_s (aK_s - \bar{\sigma}) - z_{12}, \quad m_2^{(s)} = \bar{\Omega}K_s + z_{11}, \quad F^{(\pm s)} = \exp(\pm k_0 v_s z),$$

$$h_1^{(s)} = \frac{1}{K_s} ((\alpha_1^2 - i\sigma)m_1^{(s)} + \alpha_1 \alpha_2 m_2^{(s)}), \quad h_2^{(s)} = \frac{1}{K_s} (\alpha_1 \alpha_2 m_1^{(s)} + (\alpha_2^2 - i\sigma)m_2^{(s)}),$$

$$h_3^{(s)} = \frac{v_s}{iK_s} (\alpha_1 m_1^{(s)} + \alpha_2 m_2^{(s)}),$$

$$e_1^{(s)} = \frac{i\sigma v_s}{K_s} m_2^{(s)}, \quad e_2^{(s)} = -\frac{i\sigma v_s}{K_s} m_1^{(s)}, \quad e_3^{(s)} = \frac{i\sigma}{K_s} (\alpha_2 m_1^{(s)} - \alpha_1 m_2^{(s)}).$$

Введем векторы

$$\vec{m}^{(s)} = \begin{pmatrix} m_1^{(s)} \\ m_2^{(s)} \end{pmatrix}, \quad \vec{h}^{(s)} = \begin{pmatrix} h_1^{(s)} \\ h_2^{(s)} \end{pmatrix}, \quad \vec{e}^{(s)} = \begin{pmatrix} e_1^{(s)} \\ e_2^{(s)} \end{pmatrix},$$

тогда

$$\vec{h}^{(s)} = \frac{1}{K_s} \hat{G} \vec{m}^{(s)}, \quad \vec{e}^{(s)} = \frac{\sigma v_s}{iK_s} \hat{S} \vec{m}^{(s)}, \quad (21)$$

$$\vec{M}^{(\pm s)} = \vec{m}^{(s)} \Phi F^{(\pm s)}, \quad \vec{H}^{(\pm s)} = \vec{h}^{(s)} \Phi F^{(\pm s)}, \quad \vec{E}^{(\pm s)} = \pm \vec{e}^{(s)} \Phi F^{(\pm s)}.$$

Постановка краевой задачи экранирования. В пространстве E^3 с электрической и магнитной постоянными ε_0, μ_0 расположен плоский экран $D(0 < z < \Delta)$ толщиной Δ , заполненный пермаллоем. Из полупространства $D_1(z < 0)$ на слой D воздействует первичное электромагнитное поле \vec{E}_0, \vec{H}_0 с временной зависимостью $\exp(-i\omega t)$ [8, с. 96]:

$$\vec{E}_0 = A\vec{W}^{(-1)} + B\vec{W}^{(-2)}, \quad \vec{H}_0 = h_0 \left(A\vec{W}^{(-2)} + B\vec{W}^{(-1)} \right), \quad z < 0, \quad (22)$$

где A, B – заданные амплитуды, $\tilde{h}_0 = \frac{1}{iZ_0}$, $Z_0 = \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}}$,

$$\vec{W}^{(\mp 1)} = \frac{i}{\sin\theta_0} (\alpha_2 \vec{e}_x - \alpha_1 \vec{e}_y) \Phi \exp(\pm ik_0 \cos\theta_0 z), \quad (23)$$

$$\vec{W}^{(\mp 2)} = \left(\mp \frac{\cos\theta_0}{\sin\theta_0} (\alpha_1 \vec{e}_x + \alpha_2 \vec{e}_y) + \sin\theta_0 \vec{e}_z \right) \Phi \exp(\pm ik_0 \cos\theta_0 z),$$

$$\Phi = \exp(ik_0 (\alpha_1 x + \alpha_2 y)).$$

Выберем постоянные $\alpha_1 = \cos\phi_0 \sin\theta_0$, $\alpha_2 = \sin\phi_0 \sin\theta_0$, $\alpha = \cos\theta_0$, $0 \leq \theta_0 < \frac{\pi}{2}$, $0 \leq \phi_0 < 2\pi$; θ_0, ϕ_0 – углы, характеризующие направление распространения плоского поля.

В результате взаимодействия поля (22) с экраном D образуются поля: \vec{E}'_1, \vec{H}'_1 – отраженное поле в D_1 ; $\vec{E}_1 = \vec{E}_0 + \vec{E}'_1$, $\vec{H}_1 = \vec{H}_0 + \vec{H}'_1$ – суммарное поле в D_1 ; \vec{E}_2, \vec{H}_2 – поле, проникшее в область D_2 ($z > \Delta$).

В слое D образуется высокочастотное электромагнитное поле \vec{E}, \vec{H} и поле намагниченности \vec{M} . На слой D также воздействует внешнее постоянное магнитное поле $\vec{H}_0 = \dot{H}_0 \vec{e}_z$, которое создает постоянную намагниченность слоя $\vec{M}_0 = \dot{M}_0 \vec{e}_z$, $\dot{M}_0 = \chi_0 \dot{H}_0$.

Сформулируем краевую задачу проникновения поля (22) через экран D , используя специальные граничные условия на плоскостях Γ_1 ($z = 0$), Γ_2 ($z = \Delta$).

Краевая задача 1. Для заданного поля (22) требуется определить поля $\vec{E}'_1, \vec{H}'_1, \vec{E}_2, \vec{H}_2$ соответственно в областях D_1, D_2 и поля \vec{H}, \vec{M} в области D , которые удовлетворяют следующим условиям:

– уравнениям Максвелла

$$\text{rot } \vec{E}'_1 = i\omega\mu_0 \vec{H}'_1, \quad \text{rot } \vec{H}'_1 = -i\omega\varepsilon_0 \vec{E}'_1, \quad z < 0, \quad (24)$$

$$\text{rot } \vec{E}_2 = i\omega\mu_0 \vec{H}_2, \quad \text{rot } \vec{H}_2 = -i\omega\varepsilon_0 \vec{E}_2, \quad z > \Delta;$$

$$\text{rot } \vec{E} = i\omega\mu_0 (\vec{H} + \vec{M}), \quad \text{rot } \vec{H} = \dot{\sigma} \vec{E}, \quad 0 < z < \Delta, \quad (25)$$

$$(i\Omega - \eta g) \vec{M} = \eta [\vec{n}, \vec{M}] - [\vec{n}, \vec{H}] - \frac{a}{k_0^2} [\vec{n}, \Delta \vec{M}] - g \vec{H}_\tau,$$

где $\vec{n} = \vec{e}_z$, $\vec{H}_\tau = [[\vec{n}, \vec{H}], \vec{n}]$;

– граничным условиям сопряжения на плоскости Γ_1

$$(\vec{E}_\tau - \vec{E}'_{1\tau})|_{z=0} = 0, \quad (\vec{H}_\tau - \vec{H}'_{1\tau})|_{z=0} = 0; \quad (26)$$

$$\left(\frac{d\vec{M}}{k_0 dz} + p\vec{M} \right) \Big|_{z=0} = 0; \quad (27)$$

– граничным условиям сопряжения на плоскости Γ_2

$$(\vec{E}_\tau - \vec{E}_{2\tau})|_{z=\Delta} = 0, \quad (\vec{H}_\tau - \vec{H}_{2\tau})|_{z=\Delta} = 0; \quad (28)$$

$$\left(\frac{d\vec{M}}{k_0 dz} - q\vec{M} \right) \Big|_{z=\Delta} = 0 \quad (29)$$

и условиям излучения на бесконечности.

Двухсторонние граничные условия на плоском экране. Решение задачи (24)–(29) представим в виде суперпозиции базисных полей (23):

$$\vec{E}'_1 = x_1 \vec{W}^{(+1)} + x_2 \vec{W}^{(+2)}, \quad \vec{H}'_1 = \frac{1}{iZ_0} (x_1 \vec{W}^{(+2)} + x_2 \vec{W}^{(+1)}), \quad z < 0; \quad (30)$$

$$\vec{E}_2 = y_1 \vec{W}^{(-1)} + y_2 \vec{W}^{(-2)}, \quad \vec{H}_2 = \frac{1}{iZ_0} (y_1 \vec{W}^{(-2)} + y_2 \vec{W}^{(-1)}), \quad z > \Delta; \quad (31)$$

$$\vec{E} = \sum_{s=1}^4 (z_s \vec{E}^{(+s)} + z_{-s} \vec{E}^{(-s)}), \quad \vec{H} = \sum_{s=1}^4 (z_s \vec{H}^{(+s)} + z_{-s} \vec{H}^{(-s)}), \quad (32)$$

$$\vec{M} = \sum_{s=1}^4 (z_s \vec{M}^{(+s)} + z_{-s} \vec{M}^{(-s)}), \quad 0 < z < \Delta,$$

где поля (30)–(32) удовлетворяют уравнениям (24), (25); коэффициенты x_j, y_j, z_s, z_{-s} ($j=1,2; s=1,2,3,4$) подлежат определению из условий (26)–(29). Удовлетворим граничному условию (27). Подставляя (32) в (27), получим соотношение

$$\left(\frac{d\vec{M}}{k_0 dz} + p\vec{M} \right) \Big|_{z=0} = \sum_{s=1}^4 ((v_s + p)z_s - (v_s - p)z_{-s}) \vec{m}^{(s)} \Phi = 0. \quad (33)$$

Аналогично из граничного условия (29) получим соотношение

$$\left(\frac{d\vec{M}}{k_0 dz} - q\vec{M} \right) \Big|_{z=\Delta} = \sum_{s=1}^4 ((v_s - q)F_0^{(+s)}z_s - (v_s + q)F_0^{(-s)}z_{-s}) \vec{m}^{(s)} \Phi = 0. \quad (34)$$

Введем векторы $\vec{z}_+ = (z_1, z_2, z_3, z_4)^T$, $\vec{z}_- = (z_{-1}, z_{-2}, z_{-3}, z_{-4})$ и запишем систему уравнений (33), (34) в матричном виде:

$$\hat{R}\vec{z}_+ = \hat{G}\vec{z}_-, \quad \vec{z}_- = \hat{G}^{-1}\hat{R}\vec{z}_+, \quad (35)$$

где $\hat{R} = \{R_{sl}\}$, $\hat{G} = \{G_{sl}\}$ – матрицы размерности 4×4 ($s, l = 1, 2, 3, 4$);

$$R_{1s} = (v_s + p)m_1^{(s)}, \quad R_{2s} = (v_s + p)m_2^{(s)}, \quad R_{3s} = (v_s - q)F_0^{(+s)}m_1^{(s)}, \quad R_{4s} = (v_s - q)F_0^{(+s)}m_2^{(s)};$$

$$G_{1s} = (v_s - p)m_1^{(s)}, \quad G_{2s} = (v_s - p)m_2^{(s)}, \quad G_{3s} = (v_s + q)F_0^{(-s)}m_1^{(s)}, \quad G_{4s} = (v_s + q)F_0^{(-s)}m_2^{(s)};$$

$F_0^{(\pm s)} = \exp(\pm k_0 v_s \Delta)$, T – знак транспонирования.

Вычислим тангенциальные составляющие полей \vec{E}, \vec{H} (32) в сечении $z = \text{const}$:

$$\vec{E}_\tau(z) = \sum_{s=1}^4 (z_s F^{(+s)}(z) - z_{-s} F^{(-s)}(z)) \vec{e}^{(s)} \Phi, \quad (36)$$

$$\vec{H}_\tau(z) = \sum_{s=1}^4 (z_s F^{(+s)}(z) + z_{-s} F^{(-s)}(z)) \vec{h}^{(s)} \Phi.$$

Запишем соотношения (36) в матричном виде, вводя матрицы $\hat{P}(z) = \{P_{sl}(z)\}$, $\hat{M}(z) = \{M_s(z)\}$

и вектор $\vec{W}(z) = (\vec{E}_x(z), \vec{E}_y(z), \vec{H}_x(z), \vec{H}_y(z))^T$:

$$\vec{W}(z) = (\hat{P}(z)\vec{z}_+ + \hat{M}(z)\vec{z}_-) \Phi, \quad (37)$$

где

$$\begin{aligned} P_{1s}(z) &= \dot{Z}F^{(+s)}(z)e_1^{(s)}, \quad P_{2s} = \dot{Z}F^{(+s)}(z)e_2^{(s)}, \quad P_{3s} = F^{(+s)}(z)h_1^{(s)}, \quad P_{4s} = F^{(+s)}(z)h_2^{(s)}, \\ M_{1s}(z) &= -\dot{Z}F^{(-s)}(z)e_1^{(s)}, \quad M_{2s}(z) = -\dot{Z}F^{(-s)}(z)e_2^{(s)}, \\ M_{3s}(z) &= F^{(-s)}(z)h_1^{(s)}, \quad M_{4s}(z) = F^{(-s)}(z)h_2^{(s)}. \end{aligned}$$

Удовлетворим граничным условиям (25). Учитывая (37), получим

$$\hat{P}_2\vec{z}_+ + \hat{M}_2\vec{z}_- = \frac{1}{\Phi}\vec{W}_2, \quad (38)$$

где

$$\hat{P}_2 = \hat{P}(\Delta), \quad \hat{M}_2 = \hat{M}(\Delta), \quad \vec{W}_2 = \vec{W}(\Delta) = (E_{2x}, E_{2y}, H_{2x}, H_{2y})^T.$$

С помощью (35) исключим из равенств (37), (38) вектор \vec{z}_- и вычислим векторы

$$\vec{W}(z) = (\hat{P}(z) + \hat{M}(z)\hat{G}^{-1}\hat{R})\vec{z}_+\Phi; \quad (39)$$

$$\vec{z}_+ = \frac{1}{\Phi}(\hat{P}_2 + \hat{M}_2\hat{G}^{-1}\hat{R})^{-1}\vec{W}_2. \quad (40)$$

Подставляя (40) в (39), зададим поле в слое D в виде формулы

$$\vec{W}(z) = (\hat{P}(z) + \hat{M}(z)\hat{G}^{-1}\hat{R})(\hat{P}_2 + \hat{M}_2\hat{G}^{-1}\hat{R})^{-1}\vec{W}_2, \quad 0 < z < \Delta. \quad (41)$$

Теорема 1. На поверхности плоского экрана из пермаллоя при воздействии плоского поля (22) выполнены двухсторонние нелокальные граничные условия, связывающие электромагнитные поля по обе стороны экрана D :

$$\vec{W}_1(M_1) = \hat{B}\vec{W}_2(M_2), \quad (42)$$

где

$$\begin{aligned} M_1(x, y, 0) \in \Gamma_1, \quad M_2(x, y, \Delta) \in \Gamma_2, \quad W_j = (E_{jx}, E_{jy}, H_{jx}, H_{jy})^T, \\ \hat{B} = \hat{B}(\theta_0, \phi_0, \omega; \dot{a}, \dot{g}, \dot{\gamma}, \dot{\sigma}, \Delta; \dot{H}_0, \dot{M}_0) = (\hat{P}_1 + \hat{M}_1\hat{G}^{-1}\hat{R})(\hat{P}_2 + \hat{M}_2\hat{G}^{-1}\hat{R})^{-1}, \quad \hat{P}_1 = \hat{P}(0), \quad \hat{M}_1 = \hat{M}(0), \\ \hat{B} = \{B_{sl}\}, \quad s, l = 1, 2, 3, 4. \quad \blacksquare \end{aligned}$$

Для доказательства воспользуемся преобразованиями данного раздела, применяя формулу (41), и удовлетворим граничным условиям (26). Получим требуемую формулу (41) $\vec{W}_1 = \vec{W}(0) = \hat{B}\vec{W}_2$.

Аналитическое решение задачи экранирования. Решение краевой задачи (24)–(29) предполагает определение полей в слое D . Наибольший практический интерес представляет определение полей, отраженных от экрана, и полей, прошедших через экран. В связи с этим сформулируем краевую задачу экранирования с использованием двухстороннего граничного условия (42). При такой формулировке поле в слое D исключается из рассмотрения.

Краевая задача 2. Для заданного поля (22) требуется определить поля (30), (31), которые удовлетворяют уравнениям (24), граничным условиям (42) и условиям излучения на бесконечность. ■

Сформулированная задача решается аналитически в соответствии с методикой [8].

Теорема 2. Амплитуды отраженного поля (30) и амплитуды поля (31), прошедшего через экран D , при воздействии плоского первичного поля (22) определяются выражениями

$$y_1 = \frac{2}{FQ}(Q_{22}A - Q_{12}B), \quad y_2 = \frac{2}{FQ}(Q_{11}B - Q_{21}A); \quad (43)$$

$$x_1 = \frac{1}{Q}[(Q_{22}Q'_{11} - Q_{21}Q'_{12})A + (Q_{11}Q'_{12} - Q_{12}Q'_{11})B], \quad (44)$$

$$x_2 = \frac{1}{Q}[(Q_{22}Q'_{21} - Q_{21}Q'_{22})A + (Q_{11}Q'_{22} - Q_{12}Q'_{21})B],$$

где $Q = Q_{11}Q_{22} - Q_{12}Q_{21}$,

$$\begin{aligned} Q_{11} &= (\hat{B}\vec{b}_1, \vec{a}_1), \quad Q_{12} = (\hat{B}\vec{b}_2, \vec{a}_1), \quad Q_{21} = (\hat{B}\vec{b}_1, \vec{a}_2), \quad Q_{22} = (\hat{B}\vec{b}_2, \vec{a}_2), \\ Q'_{11} &= (\hat{B}\vec{b}'_1, \vec{a}'_1), \quad Q'_{12} = (\hat{B}\vec{b}'_2, \vec{a}'_1), \quad Q'_{21} = (\hat{B}\vec{b}'_1, \vec{a}'_2), \quad Q'_{22} = (\hat{B}\vec{b}'_2, \vec{a}'_2); \end{aligned} \quad (45)$$

базисные векторы:

$$\begin{aligned} \vec{a}_1 &= i \left(-\bar{\alpha}_2, \bar{\alpha}_1, -Z_0 \frac{\bar{\alpha}_1}{\alpha}, -Z_0 \frac{\bar{\alpha}_2}{\alpha} \right)^T, \quad \vec{a}_2 = \left(-\frac{\bar{\alpha}_1}{\alpha}, -\frac{\bar{\alpha}_2}{\alpha}, Z_0 \bar{\alpha}_2, -Z_0 \bar{\alpha}_1 \right)^T, \\ \vec{a}'_1 &= i \left(-\bar{\alpha}_2, \bar{\alpha}_1, Z_0 \frac{\bar{\alpha}_1}{\alpha}, Z_0 \frac{\bar{\alpha}_2}{\alpha} \right)^T, \quad \vec{a}'_2 = \left(\frac{\bar{\alpha}_1}{\alpha}, \frac{\bar{\alpha}_2}{\alpha}, Z_0 \bar{\alpha}_2, -Z_0 \bar{\alpha}_1 \right)^T, \\ \vec{b}_1 &= i \left(\bar{\alpha}_2, -\bar{\alpha}_1, \frac{\alpha \bar{\alpha}_1}{Z_0}, \frac{\alpha \bar{\alpha}_2}{Z_0} \right)^T, \quad \vec{b}_2 = \left(-\alpha \bar{\alpha}_1, \alpha \bar{\alpha}_2, \frac{\bar{\alpha}_2}{Z_0}, -\frac{\bar{\alpha}_1}{Z_0} \right)^T, \\ \vec{b}'_1 &= i \left(\bar{\alpha}_2, -\bar{\alpha}_1, -\frac{\alpha \bar{\alpha}_1}{Z_0}, -\frac{\alpha \bar{\alpha}_2}{Z_0} \right)^T, \quad \vec{b}'_2 = \left(\alpha \bar{\alpha}_1, \alpha \bar{\alpha}_2, \frac{\bar{\alpha}_2}{Z_0}, -\frac{\bar{\alpha}_1}{Z_0} \right)^T, \\ &\bar{\alpha}_1 = \cos \phi_0, \quad \bar{\alpha}_2 = \sin \phi_0. \quad \blacksquare \end{aligned} \quad (46)$$

Доказательство. Искомые поля (30), (31) краевой задачи 2 удовлетворяют уравнениям (24). Для удовлетворения нелокальному граничному условию (42) вычислим касательные компоненты векторов (22), (30) на плоскости $z = 0$.

Для первичного поля

$$E_{\alpha x}|_{z=0} = (i\alpha_2 A - \alpha\alpha_1 B)\bar{\Phi}, \quad E_{\alpha y}|_{z=0} = (-i\alpha_1 A - \alpha\alpha_2 B)\bar{\Phi},$$

$$H_{\alpha x}|_{z=0} = \frac{1}{iZ_0}(-\alpha\alpha_1 A + i\alpha_2 B)\bar{\Phi}, \quad H_{\alpha y}|_{z=0} = \frac{1}{iZ_0}(-\alpha\alpha_2 A - i\alpha_1 B)\bar{\Phi},$$

где $\bar{\Phi} = \Phi/\sin \theta_0$.

Для отраженного поля

$$E'_{1x}|_{z=0} = (i\alpha_2 x_1 + \alpha\alpha_1 x_2)\bar{\Phi}, \quad E'_{1y}|_{z=0} = (-i\alpha_1 x_1 + \alpha\alpha_2 x_2)\bar{\Phi},$$

$$H'_{1x}|_{z=0} = \frac{1}{iZ_0}(\alpha\alpha_1 x_1 + i\alpha_2 x_2)\bar{\Phi}, \quad H'_{1y}|_{z=0} = \frac{1}{iZ_0}(\alpha\alpha_2 x_1 - i\alpha_1 x_2)\bar{\Phi}.$$

В терминах базисных векторов (46) получим

$$\vec{W}_1(M_1) = \vec{W}_0 + \vec{W}'_1, \quad (47)$$

$$\vec{W}_0 = (A\vec{b}_1 + B\vec{b}_2)\Phi, \quad \vec{W}'_1 = (x_1\vec{b}'_1 + x_2\vec{b}'_2)\Phi.$$

Касательные компоненты векторов (31) на плоскости $z = \Delta$ определяются формулами

$$E_{2x}|_{z=\Delta} = (i\alpha_2 y_1 - \alpha\alpha_1 y_2)F\bar{\Phi}, \quad E'_{2y}|_{z=\Delta} = (-i\alpha_1 y_1 - \alpha\alpha_2 y_2)F\bar{\Phi},$$

$$H_{2x}|_{z=\Delta} = \frac{1}{iZ_0}(-\alpha\alpha_1 y_1 + i\alpha_2 y_2)F\bar{\Phi}, \quad H_{2y}|_{z=\Delta} = \frac{1}{iZ_0}(-\alpha\alpha_2 y_1 - i\alpha_1 y_2)F\bar{\Phi},$$

где $F = \exp(ik_0\alpha\Delta)$.

В результате вектор \vec{W}_2 в терминах базисных векторов (46) примет вид

$$\vec{W}_2(M_2) = (y_1\vec{b}_1 + y_2\vec{b}_2)F\Phi. \quad (48)$$

После подстановки векторов (47), (48) в граничное условие (42) получим систему линейных алгебраических уравнений для определения амплитуд x_1, x_2, y_1, y_2 :

$$\hat{B}(y_1\vec{b}_1 + y_2\vec{b}_2)F = A\vec{b}_1 + B\vec{b}_2 + x_1\vec{b}'_1 + x_2\vec{b}'_2. \quad (49)$$

Для аналитического решения системы (49) воспользуемся свойствами векторов (46).

Лемма. Для базисных векторов (46) выполнены условия ортогональности. Скалярные произведения векторов определяются следующими формулами:

$$\begin{aligned} (\vec{b}_1, \vec{a}_1) &= 2, (\vec{b}_2, \vec{a}_1) = 0, (\vec{b}'_1, \vec{a}_1) = 0, (\vec{b}'_2, \vec{a}_1) = 0, \\ (\vec{b}_2, \vec{a}_2) &= 2, (\vec{b}_1, \vec{a}_2) = 0, (\vec{b}'_1, \vec{a}_2) = 0, (\vec{b}'_2, \vec{a}_2) = 0, \\ (\vec{b}'_1, \vec{a}'_1) &= 2, (\vec{b}'_2, \vec{a}'_1) = 0, (\vec{b}_1, \vec{a}'_1) = 0, (\vec{b}_2, \vec{a}'_1) = 0, \\ (\vec{b}'_1, \vec{a}'_2) &= 2, (\vec{b}'_2, \vec{a}'_2) = 0, (\vec{b}_1, \vec{a}'_2) = 0, (\vec{b}_2, \vec{a}'_2) = 0. \end{aligned} \quad (50)$$

Используя условия ортогональности (50) и умножая равенство (49) скалярно на векторы \vec{a}_1 и \vec{a}_2 , придем к системе алгебраических уравнений

$$Q_{11}y_1 + Q_{12}y_2 = 2\frac{A}{F}, \quad Q_{21}y_1 + Q_{22}y_2 = 2\frac{B}{F}.$$

Решая систему уравнений, вычислим коэффициенты y_1, y_2 (43). Аналогично, умножая (49) скалярно на векторы \vec{a}'_1 и \vec{a}'_2 , определим коэффициенты

$$x_1 = (y_1Q'_{11} + y_2Q'_{12})\frac{F}{2}, \quad x_2 = (y_1Q'_{21} + y_2Q'_{22})\frac{F}{2}. \quad (51)$$

После подстановки в (51) выражений (43) получим требуемые формулы (44), (45) для амплитуд отраженного поля, что завершает доказательство теоремы 2. ■

Заключение. В статье разработана методика моделирования процессов проникновения плоских монохроматических электромагнитных полей, распространяющихся под произвольным углом, через пленочный плоский однослойный экран, выполненный из пермаллоя. Построены двухсторонние граничные условия, связывающие поля по обе стороны экрана. Метод

двухсторонних граничных условий применен для аналитического вычисления амплитуд отраженного и прошедшего через экран электромагнитных полей. Новизна работы состоит в том, что амплитуды отраженного и прошедшего через экран полей вычислены с использованием восьми четырехмерных векторов, которые удовлетворяют условиям ортогональности. Также применены дополнительные граничные условия второго рода на поверхностях экрана для поля намагниченности, которые позволили увеличить степень дисперсионного уравнения. С помощью четырех комплексных корней дисперсионного уравнения определены четыре независимых плоских электромагнитных поля, распространяющихся в слое пермаллоя в прямом направлении, и четыре поля – в обратном направлении. Результаты работы могут быть использованы для практического создания экранов с намагниченностью.

Список использованных источников

1. Закономерности проникновения электромагнитных волн через металлические магнитные пленки / А. Б. Ринкевич [и др.] // Журнал технической физики. – 2009. – Т. 79, вып. 9. – С. 96–106.
2. Методы исследования тонких диэлектрических пленок миллиметрового диапазона / С. Н. Власов [и др.] // Журнал технической физики. – 2010. – Т. 80, вып. 12. – С. 73–79.
3. Громыко, Г. Ф. Численное исследование структуры магнитного поля в цилиндрическом пленочном экране / Г. Ф. Громыко, В. Т. Ерофеенко, Г. М. Заяц // Информатика. – 2016. – № 2(50). – С. 5–18.
4. Ерофеенко, В. Т. Экранирование магнитного импульса пленочным многослойным экраном с чередующимися магнитными и немагнитными слоями / В. Т. Ерофеенко, В. Ф. Бондаренко // Журнал технической физики. – 2017. – Т. 87, вып. 6. – С. 831–836.
5. Ерофеенко, В. Т. Искажение узкополосных электромагнитных сигналов при прохождении через бизотропный экран / В. Т. Ерофеенко, В. Ф. Бондаренко // Электроника ИНФО. – 2013 – № 6. – С. 176–180.
6. Эффективность экранирования постоянных магнитных полей цилиндрическим экраном с учетом нелинейных эффектов / Г. Ф. Громыко [и др.] // Физические основы приборостроения. – 2015. – Т. 4, № 4. – С. 30–39.
7. Аполлонский, С. М. Эквивалентные граничные условия в электродинамике / С. М. Аполлонский, В. Т. Ерофеенко. – СПб. : Безопасность, 1998. – 416 с.
8. Ерофеенко, В. Т. Аналитическое моделирование в электродинамике / В. Т. Ерофеенко, И. С. Козловская. – М. : Либроком, 2014. – 304 с.
9. Шевченко, В. В. О прохождении плоских волн через границу двух поглощающих сред / В. В. Шевченко // Радиотехника и электроника. – 2004. – Т. 49, № 9. – С. 1048–1053.
10. Резинкина, М. М. Использование численных расчетов для выбора средств экранирования от действия магнитного поля / М. М. Резинкина // Журнал технической физики. – 2007. – Т. 77, вып. 11. – С. 17–24.
11. Ерофеенко, В. Т. Моделирование электродинамического контакта двух материалов при воздействии электромагнитных волн / В. Т. Ерофеенко // Радиотехника и электроника. – 2012. – Т. 57, № 3. – С. 314–319.

References

1. Rinkevich A. B., Perov D. V., Vas'kovskiy V. O., Lepalovskiy V. N. Zakonomernosti proniknovenija jelektromagnitnyh voln cherez metallicheskie magnitnye plenki [Regularitys of a penetration electromagnetic waves across the metallic magnetic films]. Zhurnal tehnicheckoj fiziki [Technical Physics], 2009, vol. 79, no. 9, pp. 96–106 (in Russian).
2. Vlasov S. N., Parschin V. V., Serov E. A., Vas'kovskiy V. O., Lepalovskiy V. N. Metody issledovaniya tonkih dijelektricheskikh pljonok millimetrovogo diapazona [Methods investigation of a thin dielectric films of the millimeter range]. Zhurnal tehnicheckoj fiziki [Technical Physics], 2010, vol. 80, no. 12, pp. 73–79 (in Russian).
3. Gromyko G. F., Erofeenko V. T., Zayats G. M. Chislennoe issledovanie struktury magnitnogo polja v cilindricheskom plenochnom jekrane [Numerical simulation of magnetic field structure in cylindrical film screen]. Informatika [Informatics], 2016, no. 2(50), pp. 5–18 (in Russian).
4. Erofeenko V. T., Bondarenko V. F. Jekranirovaniye magnitnogo impul'sa plenochnym mnogoslajnym jekranom s cheredujushhimisja magnitnymi i nemagnitnymi slojami [Shielding of a magnetic pulse by the multilayer film shield with alternating magnetic and nonmagnetic layers]. Zhurnal tehnicheckoj fiziki [Technical Physics], 2017, vol. 87, no. 6, pp. 831–836 (in Russian).

5. Erofeenko V. T., Bondarenko V. F. Iskazhenie uzkopolosnyh jelektromagnitnyh signalov pri prohozhenii cherez biizotropnoy jekran. [Distortion narrow-band electromagnetic signal at pass through a biisotropic screen]. *Jelektronika INFO [Electronics INFO]*, 2013, no. 6, pp. 176–180 (in Russian).
6. Gromyko G. F., Grabchikov S. S., Erofeenko V. T., Zayats G. M. Jefferektivnost' jekranirovaniya postojannyh magnitnyh poleoj cilindricheskim jekranom s uchjotom nelineojnyh jefferktov [The shielding effectiveness of static magnetic fields by cylindrical screen taking into account nonlinear effects]. *Fizicheskie osnovy priborostroeniya [Physikal Base of the Apparatus Construction]*, 2015, vol. 4, no. 4, pp. 30–39 (in Russian).
7. Apollonskij S. M., Erofeenko V. T. Jekvivalentnye granichnye uslovija v jelektrodinamike. *Equivalent Boundary Conditions in Electrodynamics*. Saint-Petersburg, Bezopasnost', 1998, 416 p. (in Russian).
8. Erofeenko V. T., Kozlovskaja I. S. Analiticheskoe modelirovanie v jelektrodinamike. *Analytical Modeling in Electrodynamics*. Moscow, Librocom, 2014, 304 p. (in Russian).
9. Schevchenko V. V. O prohozhenii ploskih voln cherez granicu dvuh pogloshhajushih sred [About pass of a plane waves through a boundary of the two absorbing medium]. *Radiotekhnika i jelektronika [Journal of Communications Technology and Electronics]*, 2004, vol. 49, no. 9, pp. 1048–1053 (in Russian).
10. Rezikina M. M. Ispol'zovanie chislennyh raschjotov dlja vybora sredstv jekranirovaniya ot deojstvija magnitnogo polja [Use of the numerical calculations for choice means of shielding against action magnetic field]. *Zhurnal tehnichekoj fiziki [Technical Physics]*, 2007, vol. 77, no. 11, pp. 17–24 (in Russian).
11. Erofeenko V. T. Modelirovanie jelektrodinamicheskogo kontakta dvuh materialov pri vozdeojstvii jelektromagnitnyh voln [Modeling of the electrodynamic contact of two materials at the action of electromagnetic waves]. *Radiotekhnika i jelektronika [Journal of Communications Technology and Electronics]*, 2012, vol. 57, no. 3, pp. 314–319 (in Russian).

Информация об авторах

Ерофеенко Виктор Тихонович, доктор физико-математических наук, профессор, главный научный сотрудник научно-исследовательской лаборатории математических методов защиты информации, Учреждение БГУ «НИИ прикладных проблем математики и информатики».
E-mail: bsu_erofeenko@tut.by

Information about the authors

Viktor T. Erofeenko – Dr. Sci. (Phys.-Math.), Professor, Chief Researcher Associate of the Research Laboratory of Mathematical Methods of Information Security, Establishment of the Belarusian State University "Research Institute for Applied Problems of Mathematics and Informatics", Minsk, Belarus.
E-mail: bsu_erofeenko@tut.by

ISSN 1816-0301 (Print)
ISSN 2617-6963 (Online)
УДК 51-7

Поступила в редакцию 11.09.2018
Received 11.09.2018

Принята к публикации 15.01.2019
Accepted 15.01.2019

Оценивание методом рейтинга

В. М. Романчук

Белорусский национальный технический университет, Минск, Беларусь
E-mail: Romanchak@bntu.by

Аннотация. Приводится классическое определение рейтинга и с его помощью уточняется математическая модель нахождения значений величины объектов. Рейтинг позволяет с единых позиций рассматривать как объективные, так и субъективные измерения. Если предположить, что некоторая последовательность объектов упорядочена по величине и эта величина изменяется равномерно, то для такой последовательности в качестве рейтинга можно выбрать номер объекта.

Аксиоматическое определение рейтинга опирается на математическую модель измерения. Формализация процесса измерения произвольной величины начинается с уточнения понятия измерения. В ходе измерения сравниваются размеры объектов, аксиоматически определяется матрица парных сравнений, на основании которой находится рейтинг. Зная рейтинг, можно найти значения величины. Далее с помощью рейтинга анализируются законы Фехнера и Стивенса. Эквивалентность законов Фехнера и Стивенса является подтверждением алгоритма определения значений измеряемой величины на основании рейтинга. Субъективный метод нахождения рейтинга требует особого способа проверки надежности получаемой информации. Проверку надежности субъективного измерения предлагается выполнять методом альтернатив. В методе альтернатив каждый объект сравнивают с двумя альтернативными объектами. Критерием надежности субъективного измерения выступает статистическое совпадение значений рейтингов, полученных альтернативными способами сравнения.

Ключевые слова: экспертные оценки, рейтинг, закон Фехнера, закон Стивенса, функция полезности

Для цитирования. Романчук, В. М. Оценивание методом рейтинга / В. М. Романчук // Информатика. – 2019. – Т. 16, № 2. – С. 52–61.

Measurement by the method of rating

Vasily M. Romanchak

Belarusian National Technical University, Minsk, Belarus
E-mail: Romanchak@bntu.by

Abstract. The definition of rating is given and mathematical model of finding the values of object quantity by means of rating is specified. With the help of the rating it is possible to consider both objective and subjective measurements from a single point of view. If, as example, some sequence of objects is sorted by a varying uniformly magnitude an object number in the sequence could be considered as the rating.

The axiomatic definition of the rating is based on a mathematical model of measurement. The formalization of the process of measuring an arbitrary value begins with a clarification of the concept of measurement. During the measurement, the sizes of objects are compared, the matrix of paired comparisons is axiomatically determined, on the basis of this matrix the rating is located. Knowing the rating you can find the value. Then by means of a rating the laws of Fechner and Stevens are analyzed. The equivalence of Fechner and Stevens laws is a confirmation of the algorithm for determining the values of the measured value based on the rating.

The subjective method of finding the rating requires a special method of checking the reliability of the information received. Verification of the reliability of the subjective measurement is proposed to perform the method of alternatives. In the alternatives method, each object is compared twice, and different objects are

selected as the object for comparison. The criterion of reliability of subjective measurement is the statistical coincidence of rating values obtained by alternative methods of comparison.

Keywords: expert estimates, rating, Fechner's law, Stevens law, utility function

For citation. Romanchak V. M. Measurement by the method of rating. *Informatics*, 2019, vol. 16, no 2, pp. 52–61.

Введение. В классической теории измерений множество объектов эмпирической системы A_1, A_2, \dots, A_n отображается с помощью функции $q_i = q(A_i)$ на множество значений q_1, q_2, \dots, q_n числовой системы таким образом, что отношения между числами предопределяют отношения между объектами. При этом выбор типа шкалы зависит от вида и свойств функции q [1]. В настоящей работе рассматривается рейтинговая модель измерения [2, 3]. Это означает, что функция отображения q строится как композиция двух функций: $q_i = q(r(A_i))$. Вначале объекты A_1, A_2, \dots, A_n отображаются на промежуточное множество числовых значений (значения рейтинга) функцией $r_i = r(A_i)$ с сохранением отношения между самими объектами. Шкала значений рейтинга r фиксирована. Далее множество значений рейтинга r_1, r_2, \dots, r_n отображается на множество числовых значений q_1, q_2, \dots, q_n функцией $q_i = q(r_i) = q(r(A_i))$. При этом вид шкалы числовых значений определяется видом и свойствами функции $q(r)$. Введение рейтинга позволяет отделить процесс измерения величины от выбора шкалы измерения. В статье уточняется математическая модель измерения методом рейтинга [2, 3] и рассматривается метод альтернатив [4], который позволяет проверить надежность рейтинговых оценок.

Классическое определение рейтинга. Чтобы подчеркнуть особенность рейтинговой модели, обратимся к теории вероятностей.

В определении классической вероятности аксиоматически определяются понятия события и равновероятных событий. Например, при подбрасывании кубика эксперт может интуитивно считать, что грани кубика достаточно симметричны и будут выпадать с одинаковой вероятностью. Для того чтобы измерить произвольную величину, введем аксиоматически понятия пар объектов и равных по величине пар объектов. Будем считать, что величина объектов изменяется равномерно, если последовательные пары объектов одинаковы по величине. Величина последовательных пар объектов может быть определена как объективными, так и субъективными методами парных сравнений. Приведем примеры последовательностей таких объектов:

1. Положим на левую чашу равноплечных весов груз m_1 и груз с неизвестной массой M и уравновесим грузом m_2 на правой чаше. Далее груз m_2 положим на левую чашу весов вместо груза m_1 , уравновесим грузом m_3 и т. д. Абсолютное изменение массы объектов m_1, m_2, m_3, \dots будет равномерным: $m_2 - m_1 = m_3 - m_2 = \dots$

2. С помощью разноплечных весов построим последовательность объектов. Для этого положим на левую чашу разноплечных весов груз m_1 и уравновесим грузом m_2 , далее положим груз m_2 на левую чашу весов вместо груза m_1 , уравновесим грузом m_3 и т. д. Относительное изменение массы объектов m_1, m_2, m_3, \dots будет равномерным: $(m_2 - m_1)/m_1 = (m_3 - m_2)/m_2 = \dots$

3. Подберем объекты m_1, m_2, m_3, \dots , субъективное изменение веса которых равномерно, с точки зрения эксперта.

Первые две последовательности получены с помощью объективного сравнения последовательных пар, третья последовательность получена субъективным оцениванием.

Предполагается, что можно построить последовательность объектов, величина которых изменяется равномерно. Порядковый номер объекта в такой последовательности будем называть рейтингом. Сравнение размеров опытным путем является единственным способом получения измерительной информации. Основных способов численного сравнения размеров всего два: разность размеров и отношение размеров величины [5]. Используется либо первый либо второй способ. Отметим, что здесь речь идет о размере величины как объективной характеристике. Значения величины появляются уже после измерения в результате обработки результатов измерения. Пусть для объектов A_1, A_2, \dots, A_n величина Q принимает значения $q_i, q_i = q(A_i)$. Можно предположить, что если величина Q для последовательности объектов изменяется равномерно, то разности (или отношения) последовательных значений величины постоянны. Для определенности счита-

ем, что значения величины Q расположены в порядке возрастания. Это означает, что будут выполняться равенства:

– для первого способа сравнения

$$q_{i+1} - q_i = \lambda, \quad q_i, q_{i+1} \in R, \quad \lambda > 0;$$

– для второго способа сравнения

$$\ln(q_{i+1}/q_i) = \lambda, \quad q_i, q_{i+1} \in R^+, \quad \lambda > 0,$$

где $i = 1, 2, \dots, n-1$; λ – неизвестная постоянная; R – множество всех действительных чисел; R^+ – множество всех положительных чисел.

Следовательно, если выбран первый способ сравнения, то верно выражение

$$q_i - q_j = d_{ij}, \quad q_i, q_j \in R, \quad \lambda > 0, \quad (1)$$

если выбран второй способ, то выражение

$$\ln(q_i/q_j) = d_{ij}, \quad q_i, q_j \in R^+, \quad \lambda > 0, \quad (2)$$

где $d_{ij} = \lambda(r_i - r_j)$, $r_i = i$, $r_j = j$, $i = 1, 2, \dots, n$, $j = 1, 2, \dots, n$; λ – неизвестная постоянная.

Значение d_{ij} будем называть элементом матрицы парных сравнений D , функцию $r_i = r(A_i)$ – рейтингом, r_i – рейтингом объекта A_i , в рассматриваемом случае $r_i = i$. Можно сформулировать обратную задачу: найти значения величины Q , если на основании наблюдений известна матрица парных сравнений и не определен способ сравнения (либо первый (1) либо второй (2)).

Определение 1. Пусть величина объектов A_1, A_2, \dots, A_n изменяется равномерно. Выполняется равенство (1) или (2), где $d_{ij} = \lambda(r_i - r_j)$, $r_i = i$, $r_j = j$, $\lambda > 0$, λ – неизвестная постоянная, $i = 1, 2, \dots, n$, $j = 1, 2, \dots, n$; $q_i = q(A_i)$ – значения величины Q ; d_{ij} – матрица парных сравнений. Тогда отображение $r_i = r(A_i) = i$ будем называть рейтингом объекта.

Последовательность значений q_i , $i=1, 2, \dots, n$, является в первом случае арифметической, а во втором случае геометрической прогрессией.

Таким образом, сформулировано классическое определение рейтинга и дано определение двух способов нахождения значений величины. Чтобы перейти к аксиоматическому определению рейтинга, необходимо определить модель получения измерительной информации.

Аксиоматическое определение рейтинга. Существуют два основных варианта численного сравнения размеров: сравнивают или отношения или разности размеров [5]. Измерить величину можно любым из них. Выберем разность размеров в качестве единственного способа получения измерительной информации. Будем считать, что на множестве пар объектов A_1, A_2, \dots, A_n можно определить действительную функцию парного сравнения $d_{ij} = d(A_i, A_j)$, для которой выполняется условие

$$d_{ij} = d_{ik} - d_{jk}, \quad (3)$$

где d_{ij} – элемент матрицы парных сравнений D , $i = 1, 2, \dots, n$, $j = 1, 2, \dots, n$; $k = 1, 2, \dots, n$.

Если определена матрица парных сравнений d_{ij} , которая удовлетворяет условию (3), то существует решение системы уравнений

$$\lambda d_{ij} = r_i - r_j, \quad (4)$$

где $\lambda > 0$; $i = 1, 2, \dots, n$; $j = 1, 2, \dots, n$. Действительно, в качестве решения можно выбрать $r_i = d_{i1} = \lambda d(x_i, x_1)$, $i = 1, 2, \dots, n$. Назовем функцию $r(A_i)$ рейтингом, а значение функции $r_i = r(A_i)$ – значениями рейтинга. Рейтинг определен с точностью до линейного преобразования, он характеризует размер объекта в шкале интервалов.

Определение 2. Если величина объектов A_1, A_2, \dots, A_n изменяется равномерно, то верно выражение

$$d(A_1, A_2) = d(A_2, A_3) = \dots = d(A_{n-1}, A_n) = \alpha, \quad (5)$$

причем $\alpha \neq 0$. Если величина объектов не изменяется, то в выражении (5) $\alpha = 0$.

Определение измерения в виде (3) позволяет отделить процесс измерения от процесса выбора шкалы измерения.

Значения величины. В качестве значения величины объекта A_i , $i = 1, 2, \dots, n$, если определен рейтинг, возьмем значение рейтинга $r_i = r(A_i)$. Тогда можно сравнивать значения величин любых двух объектов как разность двух рейтингов $r(A_i)$, и это не единственный способ сравнения значений. Например, можно сравнить разницу в массе двух грузов m_1 и m_2 или, после замены переменных $m_1 = \ln(q_1)$ и $m_2 = \ln(q_2)$, перейти от разности m_1 и m_2 к отношению значений q_1 и q_2 : $m_1 - m_2 = \ln(q_1 / q_2)$. Отношение значений q_1 и q_2 является вторым способом сравнения массы тела. Переход ко второму способу сравнения возможен благодаря изоморфизму $\ln(x)$, который существует между множеством всех вещественных чисел с заданной операцией вычитания и множеством положительных чисел с операцией деления. Согласно теории алгебры изоморфные группы имеют одни и те же свойства и их можно не различать. Это означает, что можно выбрать субъективно более привычный способ сравнения, но нельзя выбрать объективно лучший способ. Следовательно, при объективном измерении величины нет приоритета при выборе способа сравнения. Непосредственно значения величины при субъективном методе измерения обычно получить нельзя, способ сравнения в этом случае не определен. Поэтому будем считать, что при любом способе измерения значения величины определены с точностью до изоморфизма и следует рассматривать один из двух способов нахождения значений величины Q : либо $q(A) = r(A)$, $q(A) \in R$, либо $q(A) = \exp(r(A))$, $q(A) \in R^+$.

Определение 3. Пусть определен рейтинг объектов A_i , $i=1, 2, \dots, n$. Значения величины – это числовая функция $q_i=q(A_i)$, определенная на множестве объектов A_i , $i=1, 2, \dots, n$, для которой в зависимости от способа сравнения выполняется или разность

$$q_i - q_j = d_{ij} \quad (6)$$

или отношение

$$\ln(q_i / q_j) = d_{ij}, \quad (7)$$

где $\lambda d_{ij} = r(A_i) - r(A_j)$, $i = 1, 2, \dots, n$, $j = 1, 2, \dots, n$, λ – неизвестная постоянная. При этом способ сравнения выбирается априори.

Итак, если найден рейтинг величины объекта, то можно произвольно выбрать способ сравнения и найти значения величины с помощью выражения (6) или (7). В определении 3 отражена особенность измерения величины с помощью рейтинга. Первичным является рейтинг, значения величины определяются как функция рейтинга. Таким образом отделяется процесс измерения величины от выбора шкалы измерения, как это делает человек, вначале отсчитывая количество делений на шкале прибора, а потом переводя количество делений в значение измеряемой величины.

Пример 1. Пусть для множества объектов A_1, A_2, \dots, A_n величина Q изменяется равномерно: $r(A_{i+1}) - r(A_i) = \text{const}$, $i = 1, \dots, n-1$. Следовательно, $q_{i+1} - q_i = \lambda$ или $\ln(q_{i+1} / q_i) = \lambda$ для $i = 1, \dots, n-1$, λ – неизвестные постоянные.

Выполняется следующий порядок действий:

- 1) составляется матрица парных сравнений;
- 2) определяется рейтинг;
- 3) априори выбирается способ сравнения;
- 4) определяются значения величины.

При этом рейтинг величины может быть найден на основании парных сравнений. Парные сравнения можно проводить объективным или субъективным методом. Для физической величины способ вычисления ее значений определяется так, что массу тела принято считать аддитивной, а не мультипликативной величиной.

Если величина объектов A_1, A_2, \dots, A_n изменяется равномерно, то ее рейтинг $r_i = i$, а последовательность значений величины будет арифметической или геометрической. Этот случай соответствует классической схеме определения рейтинга. Определение рейтинга применимо к психофизическим законам Фехнера и Стивенса [1].

Законы Фехнера и Стивенса. Пусть для объектов A_1, A_2, \dots, A_n объективно получены значения величины $u_i = u(A_i)$, $u_i > 0$. Экспериментальный закон Фехнера связывает значения величины u_i , $i=1, 2, \dots, n$, полученные объективно, и значения величины $q_i = q(A_i)$, полученные субъективно. Закон Фехнера можно записать в виде

$$q_i - q_j = h \ln(u_i / u_j), \quad q_i, q_j \in R, \quad h > 0, \quad (8)$$

где $i = 1, 2, \dots, n$; $j = 1, 2, \dots, n$; h – известная постоянная, экспериментально определяемая для каждой физической величины; u_i – объективные значения величины Q ; q_i – субъективные значения величины Q . Закон Фехнера соответствует способу сравнения (1), если для формирования матрицы парных сравнений d_{ij} применяется формула

$$d_{ij} = h \ln(u_i / u_j). \quad (9)$$

Закон Стивенса имеет вид

$$\ln(q_i / q_j) = h \ln(u_i / u_j), \quad q_i, q_j \in R^+, \quad h > 0, \quad (10)$$

где $i = 1, 2, \dots, n$; $j = 1, 2, \dots, n$; h – известная постоянная. Закону Стивенса соответствует способ сравнения (2), если d_{ij} – матрица парных сравнений (9). Используя закон Фехнера (8) и равенство (6), получим зависимость

$$\lambda(r_i - r_j) = \ln(u_i / u_j), \quad \lambda > 0, \quad (11)$$

где $r_i = r(A_i)$, $i = 1, 2, \dots, n$; $r_j = r(A_j)$, $j = 1, 2, \dots, n$; λ – неизвестная постоянная. С другой стороны, если использовать закон Стивенса (10) и зависимость (7), получим это же соотношение (11). Следовательно, если эксперт правильно оценил рейтинг, будет выполняться соотношение (11) и, выбрав способ сравнения (6) или (7), можно найти значения величины Q . Данный результат соответствует алгоритму получения значений величины на основании рейтинга. Проиллюстрируем алгоритм измерения упрощенным примером. Выберем объекты A_1, A_2, \dots, A_n так, чтобы их величина изменялась равномерно с точки зрения эксперта. Пусть исследователь просит эксперта оценить, на сколько второй объект больше первого. Эксперт отвечает: «На условную единицу». Аналогично сравним третий объект со вторым. Поскольку величина объектов A_1, A_2, A_3 изменяется равномерно, эксперт должен ответить, что третий объект так же, как и первый, на условную единицу больше второго. Следовательно, выполняется $q_2 - q_1 = 1$ и $q_3 - q_2 = 1$. Продолжив сравнивать объекты, получим $q_1 = 1, q_2 = 2, q_3 = 3, \dots, q_n = n$ с точностью до константы. Допустим, что исследователь спрашивает эксперта: «Во сколько раз второй объект больше первого?» Эксперт отвечает: «В два раза». (Здесь эксперт может назвать любое другое число.) Это означает, что для выбранного исследователем способа сравнения выполняется $q_2/q_1 = 2$. Если исследователь попросит сравнить второй и третий объекты, то окажется, что $q_3/q_2 = 2$, поскольку величина объектов A_1, A_2, A_3 , с точки зрения эксперта, изменяется равномерно. Продолжая сравнивать, получим $q_1 = 2^1, q_2 = 2^2, q_3 = 2^3, \dots, q_n = 2^n$ с точностью до постоянного множителя. При этом независимо от вопроса исследователя рейтинг объекта оценивается одинаково: $r_1 = 1, r_2 = 2, r_3 = 3, \dots, r_n = n$. Таким образом, эксперт действительно оценивает рейтинг, а исследователь на основании рейтинга находит значения величины (в полном соответствии с алгоритмом нахождения значений величины по рейтингу). В первом случае исследователь получит, на сколько единиц больше оцениваемое значение, а во втором случае – на сколько порядков больше.

Надежность оценивания рейтинга. Надежностью называют один из критериев качества теста, его устойчивость по отношению к погрешностям измерения. Различают два вида надеж-

ности экспертных оценок: надежность как устойчивость и надежность как внутренняя согласованность [6]. Устойчивость экспертных оценок – это возможность получения одинаковых ответов эксперта при повторном проведении тестирования. Внутренняя согласованность определяется связью каждого конкретного элемента теста с общим результатом. В данной работе ограничимся оценкой устойчивости результатов теста к повторному тестированию.

При экспертном опросе бывает сложно определить, надежно ли предлагаемое измерение, поскольку значения переменных, которые необходимо найти, могут с течением времени изменяться под влиянием опыта или настроения эксперта. Когда ответы меняются, сложно отличить случайную ошибку от реального изменения мнения. Принято считать, что тестирование надежности следует проводить через максимально короткие промежутки времени. На первый взгляд, достаточно через короткий промежуток времени задать один и тот же вопрос и, если ответы эксперта не изменятся, измерение можно считать надежным. Однако субъективное измерение имеет свои особенности. Если промежуток времени небольшой и эксперт вспомнит свое предыдущее заключение, то, чтобы не выглядеть некомпетентным, он повторит свои ответы. Пытаясь избежать такого эффекта, можно повторить опрос через значительный промежуток времени. В этом случае имеют место организационные трудности, связанные с проведением повторного тестирования. Кроме того, мнение эксперта может измениться и тогда непонятно, как отличить устойчивое изменение мнения от случайной ошибки. Указанная проблема привела к созданию теста на надежность, который иногда называют методом альтернативной формы [6]. В соответствии с данным методом разные формы вопросов применяются к одной и той же группе объектов. В этом случае вопросы не повторяются, а задаются по-разному. В связи с тем что измерения не отделены друг от друга большим промежутком времени, их результаты заслуживают большего доверия. Отмечается, что успех такого подхода зависит от того, насколько хорошо сопоставимы друг с другом результаты, полученные с помощью альтернативных форм [6]. Если результаты измерений сопоставимы и близки, то появляется основание считать такое измерение надежным. Предлагается надежность нахождения рейтинга проверять с помощью варианта метода альтернативных форм, который назовем методом альтернатив. Частный случай метода альтернатив рассматривается в работе [4].

Особенности метода альтернатив:

1. Объекты A_1, A_2, \dots, A_n сравниваются попарно по величине и находятся некоторые элементы матрицы парных сравнений d_{ij} .
2. Парные сравнения проводятся последовательно: новый объект (из числа тех, что еще не выбирались) сравнивается с одним из двух объектов, которые участвовали в предыдущем сравнении.
3. Парные сравнения группируются в две альтернативные формы.
4. На основании альтернативных форм составляются две альтернативные системы линейных уравнений.
5. Решаются альтернативные системы уравнений и находятся рейтинги r_{1i} и $r_{2i}, i = 1, \dots, n$.
6. Сопоставляются значения рейтинга r_{1i} и $r_{2i}, i = 1, \dots, n$, и принимается или отвергается гипотеза о надежности измерения.

Возможны различные варианты реализации метода альтернатив, так как новый объект в каждой паре может выбираться произвольно. Чтобы сформулировать метод альтернатив в общем виде, понадобится определение альтернативной системы линейных уравнений.

Альтернативные системы. Рассмотрим произвольную систему линейных уравнений вида

$$M(x) = B, \quad (12)$$

где M – матрица коэффициентов системы линейных уравнений, x – вектор неизвестных, а вектор-столбец B – некоторый заданный вектор.

Определение 4. Выберем в системе линейных уравнений (12) строки, которые содержат базисный минор. Такую подсистему линейных уравнений будем называть альтернативной системой.

Число различных альтернативных систем в общем случае конечно. Рассмотрим для системы (12) все альтернативные системы $M_i(x) = B_i$, где M_i – матрица коэффициентов альтернатив-

ной системы линейных уравнений; x – вектор неизвестных; B_i – заданный вектор альтернативной системы, $i = 1, \dots, m$, m – число различных альтернативных систем системы (12). Множество альтернативных систем линейных уравнений образует систему линейных уравнений

$$\begin{cases} M_1(x) = B_1, \\ M_2(x) = B_2, \\ \dots \\ M_m(x) = B_m, \end{cases} \quad (13)$$

которая эквивалентна системе линейных уравнений (12). Если некоторые пары альтернативных систем неэквивалентны, то решения системы линейных уравнений (13) не существует. Если любые две альтернативные системы эквивалентны, то система (13) совместна. В отличие от исходной системы линейных уравнений (12) решение альтернативной системы всегда существует.

Теорема. Система линейных уравнений (12) эквивалентна системе (13) тогда и только тогда, когда все альтернативные системы эквивалентны.

Поскольку системы (12) и (13) эквивалентны, то теорема доказана. Вместо того чтобы рассматривать все альтернативные системы, можно выбрать только две из них и проверить эквивалентность. Если системы эквивалентны, то можно предположить, что это неслучайно.

Метод альтернатив. Рассмотрим систему линейных уравнений (4), где r_i, r_j – неизвестные значения рейтинга, подлежащие определению, $i = 1, 2, \dots, n, j = 1, 2, \dots, n$; λ – произвольная постоянная, $\lambda > 0$; d_{ij} – известный вектор правых частей. Докажем, что система уравнений

$$d_{i+1,i} = \lambda(r_{i+1} - r_i), \quad i = 1, 2, \dots, n-1, \quad (14)$$

является альтернативной по отношению к системе уравнений (4). Действительно, система линейных уравнений (14) является подсистемой системы уравнений (4) и любое уравнение системы (4) будет линейной комбинацией строк системы уравнений (14), так как

$$r_i - r_j = (r_i - r_{i-1}) + (r_{i-1} - r_{i-2}) + \dots + (r_2 - r_1) - (r_j - r_{j-1}) - (r_{j-1} - r_{j-2}) - \dots - (r_2 - r_1)$$

и

$$\lambda(r_{i+1} - r_i) = d_{i,i-1} + d_{i-1,i-1} + \dots + d_{2,1} - d_{j,j-1} - d_{j-1,j-2} - \dots - d_{2,1} = d_{i,1} - d_{j,1} = d_{ij}.$$

Таким образом доказано, что система линейных уравнений (14) является альтернативной к системе уравнений (4). Также можно показать, что система уравнений

$$d_{i+1,1} = \lambda(r_{i+1} - r_1), \quad i = 1, 2, \dots, n-1, \quad (15)$$

является подсистемой системы уравнений (4), альтернативной к системе уравнений (4). Аналогично можно рассматривать и другие альтернативные системы. Чтобы составить систему уравнений (4) и получить все альтернативные системы, необходимо найти все элементы матрицы парных сравнений d_{ij} . Для этого следует провести $n(n-1)/2$ парных сравнений. С целью минимизации объема экспериментальной работы будем рассматривать только альтернативные системы M_1 и M_2 . В этом случае достаточно провести $2(n-1)$ парных сравнений.

Сформулируем эмпирический критерий K_1 надежности оценок рейтинга, используя альтернативные системы. Оценки рейтинга надежны, если решения альтернативных систем M_1 и M_2 связаны статистически значимой адекватной возрастающей линейной зависимостью:

$$r_{i2} = a_1 r_{i1} + a_0 + \varepsilon_i,$$

где $i = 1, \dots, n$; a_1, a_0 – неизвестные постоянные, $a_1 \neq 0$; ε_i – случайные ошибки, независимые, нормально распределенные случайные величины с математическим ожиданием $E(\varepsilon_i) = 0$ и постоянной дисперсией; r_{i1} и r_{i2} – значения рейтинга (решения первой и второй альтернативных систем).

В дальнейшем второй индекс в обозначении значений рейтинга r_{i1} и r_{i2} будем пропускать, если это не создает трудности для понимания. В качестве альтернативных систем M_1 и M_2 можно рассматривать системы уравнений (14) и (15), причем константа λ для каждой из систем выбирается произвольно.

Чтобы найти рейтинг, можно использовать готовые результаты парных сравнений метода анализа иерархий [7]. Рассмотрим пример из работы [8] и применим метод альтернатив для анализа надежности оценок рейтинга.

Пример 2. Построим функцию принадлежности нечеткого множества «высокий мужчина» на универсальном множестве $M = \{170, 175, 180, 185, 190, 195\}$. Парные сравнения представим в виде матрицы H_i/H_j [8]

	170	175	180	185	190	195
170	1	1/2	1/4	1/6	1/8	1/9
175	2	1	1/3	1/5	1/7	1/8
180	4	3	1	1/4	1/4	1/5
185	6	5	4	1	1/3	1/3
190	8	7	4	3	1	1
195	9	8	5	3	1	1

Функцией принадлежности называется функция, которая позволяет вычислить степень принадлежности произвольного элемента универсального множества к нечеткому множеству. Исходной информацией для построения функций принадлежности являются экспертные парные сравнения. Для каждой пары элементов универсального множества эксперт оценивает преимущество одного элемента над другим. Поэтому можно построить вместо функции принадлежности рейтинг элементов универсального множества. Рейтинг, в отличие от функции принадлежности, определен с точностью до линейного преобразования. Элементы матрицы парных сравнений h_{ij} (h_{ij} – уровень преимущества элемента H_i над H_j по девятибалльной шкале Саати [8]) представлены в таблице. Например, элемент 195 в последней строке матрицы соответствует мужчине с ростом 195 см, элемент 170 во втором столбце таблицы – мужчине с ростом 170 см. Если $h_{61} = 9$, то рейтинг мужчины с ростом 195 см относится к рейтингу мужчины с ростом 170 см как 9 к 1. Соответственно, запись $h_{61} = 1/9$ означает, что рейтинг мужчины с ростом 170 см относится к рейтингу мужчины с ростом 195 см как 1 к 9. Выберем две альтернативные формы парных сравнений (14) и (15) и на основании матрицы парных сравнений составим таблицу. В третьем и четвертом столбцах таблицы находятся две альтернативные системы линейных уравнений, для которых определены разности значений рейтингов. Например, если в матрице стоит отношение значений рейтингов $9/1$, то в таблице находится разность значений $9 - 1$.

Проверка надежности рейтинговых оценок

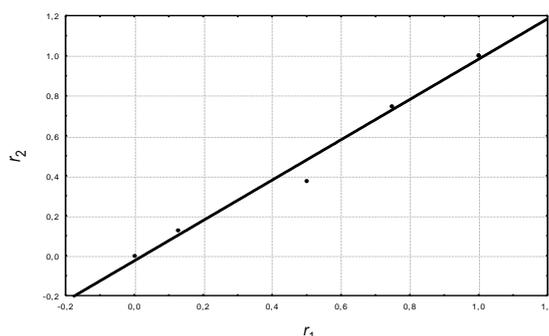
Значение i	Рост, H_i	Альтернативные системы		Рейтинги систем		Нормализованные рейтинги систем	
		$M_1, r_6 - r_i$	$M_2, r_{i+1} - r_i$	M_1, r_i	M_2, r_i	M_1, r_i	M_2, r_i
1	170	9 - 1	2 - 1	0	0	0,00	0,00
2	175	8 - 1	3 - 1	1	1	0,13	0,13
3	180	5 - 1	4 - 1	4	3	0,50	0,38
4	185	3 - 1	3 - 1	6	6	0,75	0,75
5	190	1 - 1	1 - 1	8	8	1,00	1,00
6	195	0	-	8	8	1,00	1,00

Получим следующие разности значений рейтингов альтернативных систем M_1 и M_2 соответственно:

$$r_6 - r_1 = 8, r_6 - r_2 = 7, r_6 - r_3 = 4, r_6 - r_4 = 2, r_6 - r_5 = 0;$$

$$r_2 - r_1 = 1, r_3 - r_2 = 2, r_4 - r_3 = 3, r_5 - r_4 = 2, r_6 - r_5 = 0.$$

Частные решения альтернативных систем при дополнительном условии $r_1 = 0$ расположены в пятом и шестом столбцах таблицы. При решении альтернативных систем можно предполагать, что $r_1 = 0$ и $r_6 = 1$, поскольку рейтинг определен с точностью до линейного преобразования. Константа λ в каждой из систем выбирается произвольно, хотя в данном случае константы совпали. С учетом преобразования получены нормализованные значения рейтингов r_1 и r_2 , которые находятся в седьмом и восьмом столбцах таблицы (рисунок).



Зависимость рейтинга r_2 от рейтинга r_1

Визуальный анализ графика показывает, что данные сгруппированы вблизи прямой $r_2 = -0,0256 + 1,008r_1$, причем значения статистики Фишера $F(1,4) = 291,89$ с p -уровнем 0,00007 подтверждают гипотезу об адекватности модели. Кроме того, коэффициент детерминации R^2 показывает, что на 98,6 % линейная регрессия объясняет зависимость между рейтингами r_2 и r_1 . Отсюда следует вывод, что измерение рейтинга надежно.

Заключение. В работе представлены аксиоматическая модель рейтинга и последовательность нахождения значений величины по ее рейтингу. Обоснован метод проверки надежности рейтинговых оценок – метод альтернатив. Математическую модель рейтинга и метод альтернатив можно использовать в задачах принятия решений, распознавания образов и управления качеством.

Список использованных источников

1. Гусев, А. Н. Психологические измерения. Теория. Методы / А. Н. Гусев, И. С. Уточкин. – М. : Аспект Пресс, 2011. – 317 с.
2. Романчук, В. М. Измерение нефизической величины / В. М. Романчук // Системный анализ и прикладная информатика. – 2017. – № 4. – С. 39–44.
3. Романчук, В. М. Субъективное оценивание вероятности / В. М. Романчук // Информатика. – 2018. – Т. 15, № 2. – С. 74–82.
4. Методы менеджмента качества. Методология управления риском стандартизации / П. С. Серенков [и др.]. – Минск : Новое знание; М. : ИНФРА-М, 2014. – 256 с.
5. Шишкин, И. Ф. Теоретическая метрология : учебник для вузов : в 2 ч. / И. Ф. Шишкин. – Ч. 1 : Общая теория измерений. – СПб. : Питер, 2010. – 192 с.
6. Мангейм, Дж. Б. Политология. Методы исследования : пер. с англ. / Дж. Б. Мангейм, Р. К. Рич. – М. : Весь Мир, 1997. – 544 с.
7. Саати, Т. Принятие решений. Метод анализа иерархий : пер. с англ. / Т. Саати. – М. : Радио и связь, 1989. – 316 с.
8. Штовба, С. Д. Введение в теорию нечетких множеств и нечеткую логику / С. Д. Штовба. – Винница : Континент-Прим, 2003. – 198 с.

References

1. Gusev A. N., Utochkin I. S. *Psikhologicheskie izmereniia. Teorija. Metody. Psychological Measurements. Theory. Methods.* Moscow, Aspekt Press, 2011, 317 p. (in Russian).
2. Romanchak V. M. Izmerenie nefizicheskoj velichiny [Model of rating of non physical quantity]. *Sistemnyj analiz i prikladnaja informatika [System Analysis and Applied Informatics]*, 2017, no. 4, pp. 39–44 (in Russian).
3. Romanchak V. M. Subjektivnoe ocenivanie verojatnosti [The measurement of subjective probability]. *Informatics*, 2018, vol. 15, no. 2, pp. 74–82 (in Russian).
4. Serenkov P. S., Gurevich V. L., Romanchak V. M., Janushkevich A. V. *Metody menedzhmenta kachestva. Metodologija upravlenija riskom standartizacii. Quality Management Methods. Methodology of Management of Risk of Standardization.* Minsk, Novoe znanie, Moscow, INFRA-M, 2014, 256 p. (in Russian).
5. Shishkin I. F. *Teoreticheskaia metrologiia. Chast' 1. Obshhaja teorija izmerenij [Theoretical Metrology. Part 1. General Theory of Measurements]*. Saint Petersburg, Piter, 2010, 192 p. (in Russian).
6. Manheim J. B., Rich R. C. *Empirical Political Analysis.* London, Longman, 1995, 162 p.
7. Saaty T. L. *The Analytic Hierarchy Process.* New York, McGraw Hill, 1980.
8. Shtovba S. D. *Vvedenie v teoriju nechetkih mnozhestv i nechetkuju logiku. Introduction to Fuzzy Set Theory and Fuzzy Logic.* Vinnitsa, Kontinent-Prim, 2003, 198 p. (in Russian).

Информация об авторе

Романчак Василий Михайлович, кандидат физико-математических наук, доцент кафедры инженерной математики, Белорусский национальный технический университет, Минск, Беларусь.
E-mail: Romanchak@bntu.by

Information about the author

Vasily M. Romanchak, Cand. Sci. (Phys.-Math.), Assoc. Prof. of the Department of Engineering Mathematics, Belarusian National Technical University, Minsk, Belarus.
E-mail: Romanchak@bntu.by