

ISSN 1816-0301 (Print)
ISSN 2617-6963 (Online)

ИНФОРМАТИКА

ТОМ 15



4

ОКТАБРЬ-ДЕКАБРЬ

2018

ОТ РЕДАКЦИИ

В журнале «Информатика» публикуются оригинальные и обзорные статьи, описывающие результаты фундаментальных и прикладных исследований специалистов академического и вузовского профиля в области информатики и информационных технологий. Основной целью журнала является публикация наиболее значимых новых результатов в указанной области. Приветствуются статьи, описывающие заключительные результаты научных проектов и диссертационных исследований, открывающие новые направления исследований, которые находятся на стыке информатики и других наук.

К публикации приглашаются отечественные и зарубежные авторы, специалисты в области информационных технологий и молодые ученые.

В декабре 2017 г. журнал включен в базу данных Российского индекса научного цитирования (РИНЦ). С помощью инструментов и сервисов, доступных на платформе eLIBRARY (раздел «Личный кабинет»), можно самостоятельно корректировать список своих публикаций и цитирований в РИНЦ.

Журнал рассчитан на широкий круг специалистов в области информатики и информационных технологий.

Сайт журнала: <http://inf.grid.by>

Адрес редакции:

ул. Сурганова, 6, к. 305, г. Минск, Республика Беларусь

Тел. +375(017)284 26 22

E-mail: rio@newman.bas-net.by

ОБЪЕДИНЕННЫЙ ИНСТИТУТ ПРОБЛЕМ ИНФОРМАТИКИ
НАЦИОНАЛЬНОЙ АКАДЕМИИ НАУК БЕЛАРУСИ

ИНФОРМАТИКА

Том 15, № 4, октябрь-декабрь 2018

Ежеквартальный научный журнал

Издается с января 2004 г.

Учредитель – Объединенный институт проблем информатики
Национальной академии наук Беларуси

Г л а в н ы й р е д а к т о р

Александр Васильевич Тузиков – генеральный директор Объединенного института проблем информатики Национальной академии наук Беларуси, Минск, Республика Беларусь

Р е д а к ц и о н н а я к о л л е г и я

- | | |
|---------------------------|---|
| М. Я. Ковалев | – Объединенный институт проблем информатики Национальной академии наук Беларуси, Минск, Республика Беларусь (<i>заместитель главного редактора</i>) |
| С. В. Абламейко | – Белорусский государственный университет, Минск, Республика Беларусь |
| В. В. Анищенко | – Компания «СофтКлуб», Минск, Республика Беларусь |
| П. Н. Бибило | – Объединенный институт проблем информатики Национальной академии наук Беларуси, Минск, Республика Беларусь |
| М. Н. Бобов | – ОАО «АГАТ – системы управления» – управляющая компания холдинга «Геоинформационные системы управления», Минск, Республика Беларусь |
| А. Б. Долгий | – Высшая инженерная школа Бретани, Нант, Франция |
| А. Н. Дудин | – Белорусский государственный университет, Минск, Республика Беларусь |
| А. А. Карпов | – Институт информатики и автоматизации Российской академии наук (СПИИРАН), Санкт-Петербург, Российская Федерация |
| С. Я. Килин | – Президиум Национальной академии наук Беларуси, Минск, Республика Беларусь |
| В. В. Краснопрошин | – Белорусский государственный университет, Минск, Республика Беларусь |
| А. М. Крот | – Объединенный институт проблем информатики Национальной академии наук Беларуси, Минск, Республика Беларусь |
| С. В. Кругликов | – Объединенный институт проблем информатики Национальной академии наук Беларуси, Минск, Республика Беларусь |
| С. П. Кундас | – Белорусский национальный технический университет, Минск, Республика Беларусь |

- Н. А. Лиходед** – Белорусский государственный университет, Минск, Республика Беларусь
- П. П. Матус** – Институт математики Национальной академии наук Беларуси, Минск, Республика Беларусь
- А. А. Петровский** – Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники, Минск, Республика Беларусь
- В. А. Скляр** – Университет Авейру, Португалия
- Ю. Н. Сотсков** – Объединенный институт проблем информатики Национальной академии наук Беларуси, Минск, Республика Беларусь
- А. Л. Стемповский** – Институт проблем проектирования в микроэлектронике Российской академии наук, Москва, Российская Федерация
- Ю. С. Харин** – Научно-исследовательский институт прикладных проблем математики и информатики Белорусского государственного университета, Минск, Республика Беларусь
- А. Ф. Чернявский** – Институт прикладных физических проблем им. А. Н. Севченко Белорусского государственного университета, Минск, Республика Беларусь
- В. Н. Ярмолик** – Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники, Минск, Республика Беларусь

ИНФОРМАТИКА

Том 15, № 4, октябрь-декабрь 2018

Ответственный за выпуск *С. С. Мойсейчик*
Редактор *Г. Б. Гончаренко*
Корректор *А. А. Михайлова*
Компьютерная верстка *О. Б. Бутевич*

Сдано в набор 05.11.2018. Подписано в печать 17.12.2018.
Формат 60×84 1/8. Бумага офсетная. Гарнитура Таймс. Ризография.
Усл. печ. л. 13,5. Уч.-изд. л. 13,2. Тираж 50 экз. Заказ 12.

Государственное научное учреждение «Объединенный институт проблем информатики Национальной академии наук Беларуси».
Свидетельство о государственной регистрации издателя, изготовителя, распространителя печатных изданий № 1/274 от 04.04.2014.
ЛП № 02330/444 от 18.12.13.
Ул. Сурганова, 6, 220012, Минск.

THE UNITED INSTITUTE OF INFORMATICS PROBLEMS
OF THE NATIONAL ACADEMY OF SCIENCES OF BELARUS

INFORMATICS

Vol. 15, no. 4, October-December 2018

Published quarterly
Issued since January 2004

Founder – the United Institute of Informatics Problems
of the National Academy of Sciences of Belarus

Editor-in-Chief

Alexander V. Tuzikov – General Director of the United Institute of Informatics Problems
of the National Academy of Sciences of Belarus, Minsk, Republic of Belarus

Editorial Board

- | | |
|--------------------------------|---|
| Mikhail Y. Kovalyov | – the United Institute of Informatics Problems of the National Academy of Sciences of Belarus, Minsk, Republic of Belarus (<i>Deputy Editor-in-Chief</i>) |
| Sergey V. Ablameyko | – Belarusian State University, Minsk, Republic of Belarus |
| Uladimir V. Anishchanka | – SoftClub Ltd., Minsk, Republic of Belarus |
| Petr N. Bibilo | – the United Institute of Informatics Problems of the National Academy of Sciences of Belarus, Minsk, Republic of Belarus |
| Mikhail N. Bobov | – Open Joint-Stock Company “AGAT – Control Systems – Managing Company of Geoinformation Control Systems Holding”, Minsk, Republic of Belarus |
| Alexandre B. Dolgui | – IMT Atlantique, Nantes, France |
| Alexander N. Dudin | – Belarusian State University, Minsk, Republic of Belarus |
| Alexey A. Karpov | – Institute of Informatics and Automation of the Russian Academy of Sciences (SPIIRAS), St. Petersburg, Russian Federation |
| Sergey Ya. Kilin | – Presidium of the National Academy of Sciences of Belarus, Minsk, Republic of Belarus |
| Viktor V. Krasnoproshin | – Belarusian State University, Minsk, Republic of Belarus |
| Alexander M. Krot | – the United Institute of Informatics Problems of the National Academy of Sciences of Belarus, Minsk, Republic of Belarus |
| Sergey V. Kruglikov | – the United Institute of Informatics Problems of the National Academy of Sciences of Belarus, Minsk, Republic of Belarus |
| Semen P. Kundas | – Belarusian National Technical University, Minsk, Republic of Belarus |

- Nikolai A. Likhoded** – Belarusian State University, Minsk, Republic of Belarus
Petr P. Matus – Institute of Mathematics of the National Academy of Sciences of Belarus, Minsk, Republic of Belarus
Alexander A. Petrovsky – Belarusian State University of Informatics and Radioelectronics, Minsk, Republic of Belarus
Valery A. Sklyarov – University of Aveiro, Portugal
Yuri N. Sotskov – the United Institute of Informatics Problems of the National Academy of Sciences of Belarus, Minsk, Republic of Belarus
Alexander L. Stempkovsky – the Institute for Design Problems in Microelectronics of the Russian Federation Academy of Sciences, Moscow, Russian Federation
Yuriy S. Kharin – Research Institute for Applied Problems of Mathematics and Informatics of the Belarusian State University, Minsk, Republic of Belarus
Alexander F. Cherniavsky – A. N. Sevchenko Institute of Applied Physical Problems of the Belarusian State University, Minsk, Republic of Belarus
Vyacheslav N. Yarmolik – Belarusian State University of Informatics and Radioelectronics, Minsk, Republic of Belarus

INFORMATICS

Vol. 15, no. 4, October-December 2018

Issue Head *S. S. Maiseichyk*
Editor *H. B. Hancharenka*
Corrector *H. A. Mikhailava*
Computer Imposition *V. B. Butsevich*

Sent for press 05.11.2018. Output 17.12.2018.
Format 60×84 1/8. Offset paper. Headset Times. Riesography.
Printed sheets 13,5. Publisher's signatures 13,2. Circulation 50 copies. Order 12.

State Scientific Institution «The United Institute of Informatics Problems of the National Academy of Sciences of Belarus».
Certificate on the state registration of the publisher, manufacturer, distributor of printing editions no. 1/274 dated 04.04.2014.
License for the press no. 02330/444 dated 18.12.13.
6, Surganov Str., 220012, Minsk, Republic of Belarus.

ISSN 1816-0301 (Print)
ISSN 2617-6963 (Online)

СОДЕРЖАНИЕ

ПРИКЛАДНЫЕ ИНФОРМАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ

- Лапицкий В. А., Том И. Э.** Электронное здравоохранение Беларуси: состояние и перспективы.....7
- Кульбак Л. И., Мартинович Т. С.** Расчет показателей надежности восстанавливаемых объектов с учетом погрешностей исходных данных16
- Стрижнев А. Г., Шихов А. А.** Управление положением опорных агрегатов автоматической системы подъема и горизонтирования платформы26

ОБРАБОТКА СИГНАЛОВ, ИЗОБРАЖЕНИЙ И РЕЧИ

- Романчук В. М.** Сингулярные вейвлеты на конечном интервале39
- Ходасевич Л. А.** Генерация реалистичных изображений для обучения искусственных нейронных сетей в задаче навигации робота.....50

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

- Швед О. Л.** Вычисление изменения состояния упругопластического материала Мурнагана в условиях течения при известных скоростях перемещений59

ЛОГИЧЕСКОЕ ПРОЕКТИРОВАНИЕ

- Ефанов Д. В., Сапожников В. В., Сапожников Вл. В., Пивоваров Д. В.** Синтез самопроверяемых схем встроенного контроля на основе метода логического дополнения до равновесного кода «2 из 4»71

СТАТЬИ ПО МАТЕРИАЛАМ ВОСЬМОЙ МЕЖДУНАРОДНОЙ НАУЧНОЙ КОНФЕРЕНЦИИ «ТАНАЕВСКИЕ ЧТЕНИЯ»

- Черемисинов Д. И.** Использование языка ПРАЛУ для верификации цифровых устройств.....86
- Найденко В. Г.** Логическая характеристика класса сложности задач, разрешимых вероятностными алгоритмами за полиномиальное время99
- Лубашева Т. В.** Характеризация и распознавание графов пересечений ребер трихроматических гиперграфов ограниченной кратности в классе расщепляемых графов.....102
- Поттосин Ю. В.** Эвристический метод многоблочной параллельной декомпозиции системы частичных булевых функций.....109

ISSN 1816-0301 (Print)
ISSN 2617-6963 (Online)

CONTENTS

APPLIED INFORMATION TECHNOLOGIES

Lapicky V. A., Tom I. E. E-health of Belarus: current state and perspective	7
Kulbak L. I., Martinovich T. S. Reliability parameters calculation of restorable objects with regard to inaccuracies in the initial data.....	16
Strizhnev A. G., Shykhau A. A. Positioning control of reference units of automatic raising and leveling system of support platform	26

SIGNAL, IMAGE AND SPEECH PROCESSING

Romanchak V. M. Singular wavelets on a finite interval.....	39
Khodasevich L. A. Realistic images generation for training artificial neural networks in robot navigation problem.....	50

MATHEMATICAL MODELING

Shved O. L. Calculation of changes in state of Murnaghan's elastic-plastic material under conditions of flow with known movement speeds	59
--	----

LOGICAL DESIGN

Efanov D. V., Sapozhnikov V. V., Sapozhnikov Vl. V., Pivovarov D. V. The self-checking integrated control circuits synthesis based on the Boolean complement method to "2-out-of-4" constant-weight code.....	71
--	----

ARTICLES ON THE MATERIALS OF EIGHTH INTERNATIONAL SCIENTIFIC CONFERENCE "TANAYEVSKY READING"

Cheremisinov D. I. PRALU language – the tool for verifying digital devices.....	86
Naidenko V. G. Logical characterization of complexity class of problems solvable by probabilistic algorithms in polynomial time.....	99
Lubasheva T. V. Characterization and recognition of edge intersection graphs of trichromatic hypergraphs with finite multiplicity in the class of split graphs.....	102
Pottosin Yu. V. A heuristic method for multi-block parallel decomposition of a system of partial Boolean functions	109

ISSN 1816-0301 (Print)
ISSN 2617-6963 (Online)

ПРИКЛАДНЫЕ ИНФОРМАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ

APPLIED INFORMATION TECHNOLOGIES

УДК 004.9

Поступила в редакцию 27.08.2018
Received 27.08.2018

В. А. Лапицкий, И. Э. Том

*Объединенный институт проблем информатики
Национальной академии наук Беларуси, Минск, Беларусь*

ЭЛЕКТРОННОЕ ЗДРАВООХРАНЕНИЕ БЕЛАРУСИ: СОСТОЯНИЕ И ПЕРСПЕКТИВЫ

Аннотация. Статья подготовлена по материалам доклада, представленного на II Съезде ученых Республики Беларусь. Предлагается краткая информация о рынке информационных технологий для здравоохранения, роли Национальной академии наук Беларуси в информатизации здравоохранения, экономических и социальных аспектах информатизации. Рассматриваются современное состояние электронного здравоохранения Беларуси и перспективное направление его развития – обеспечение единого информационного пространства системы здравоохранения посредством создания централизованной информационной системы здравоохранения, реализующей интеграционный подход на основе международных стандартов HL7 FHIR, DICOM и др.

Ключевые слова: электронное здравоохранение, интеграционный подход, интегрированная электронная медицинская карта, стандарт HL7 FHIR

Для цитирования. Лапицкий, В. А. Электронное здравоохранение Беларуси: состояние и перспективы / В. А. Лапицкий, И. Э. Том // Информатика. – 2018. – Т. 15, № 4. – С. 7–15.

V. A. Lapicky, I. E. Tom

*The United Institute of Informatics Problems
of the National Academy of Science of Belarus, Minsk, Belarus*

E-HEALTH OF BELARUS: CURRENT STATE AND PERSPECTIVE

Abstract. The article is based on the report at the 2nd Congress of scientists of the Republic of Belarus. It considers the issues of national e-health and briefly reviews the market of information technologies for healthcare, the role of the National Academy of Sciences of Belarus in the informatization of healthcare, and the economic and social aspects of informatization. The article reviews current state of e-health in Belarus and perspective direction of e-health development in Belarus to provide a common information area for the healthcare by creating a centralized health information system by integration approach based on international standards HL7 FHIR, DICOM and others.

Keywords: e-health, integration approach, integrated electronic health record, standard HL7 FHIR

For citation. Lapicky V. A., Tom I. E. E-health of Belarus: current state and perspective. *Informatics*, 2018, vol. 15, no. 4, pp. 7–15 (in Russian).

Введение. Информационные технологии (ИТ) и средства коммуникации, развивающиеся стремительными темпами, создают благоприятные предпосылки для ускорения процессов информатизации в отечественном здравоохранении. Благодаря внедрению в повседневную практику здравоохранения все большего числа электронных сервисов и услуг уже сегодня есть основания называть его электронным здравоохранением (e-health). Из всего многообразия существующих определений, на взгляд авторов, наиболее корректно электронное здравоохра-

нение определить как совокупность информационно-коммуникационных технологий (ИКТ), направленных на совершенствование потока информации медицинского содержания с целью поддержки предоставления медицинских услуг и управления системой здравоохранения. Развитие электронного здравоохранения в Беларуси является одним из приоритетов государственной политики, что нашло отражение в Стратегии развития информатизации в Республике Беларусь на 2016–2022 гг. и разработанной для ее выполнения Государственной программе развития цифровой экономики и информационного общества на 2016–2020 гг. С учетом многолетнего опыта работы в области информатизации здравоохранения в последующих разделах статьи рассматриваются роль и вклад Объединенного института проблем информатики Национальной академии наук Беларуси (ОИПИ НАН Беларуси) в информатизацию отрасли, экономические и социальные аспекты электронного здравоохранения, текущее состояние и ближайшие перспективы развития электронного здравоохранения Беларуси.

Рынок ИТ для здравоохранения. ИТ с каждым годом оказывают все большее влияние как на экономику, так и на повседневную жизнь людей. Современный этап развития большинства отраслей экономики и социальной сферы связан с внедрением ИТ, которые открывают новые перспективы для повышения эффективности экономики и качества жизни граждан.

Как неоднократно отмечалось авторитетными специалистами различных стран, индексы развития человеческого потенциала и конкурентоспособности экономики государства имеют значительную корреляцию с индексом развития ИТ. Роль сектора ИТ в глобальной экономике с каждым годом растет. На него приходится примерно 5,5 % мирового ВВП, а к 2020 г., по прогнозам компании McKinsey, этот показатель достигнет 9 %. Объем мирового рынка ИТ в 2016 г. оценивался в 1,7 трлн долл. США, и прогнозируется его рост в среднем не менее чем на 5 % в год. В объеме мирового рынка ИТ не менее 15 % приходится на электронное здравоохранение, т. е. на создание и использование ИКТ в интересах здравоохранения и связанных с ним областей.

Роль НАН Беларуси в информатизации отечественного здравоохранения. НАН Беларуси в лице ОИПИ НАН Беларуси выступает одним из ведущих участников на рынке создания информационных продуктов и предоставления услуг для отечественного здравоохранения. Только в 2015 г. были заключены и выполнены договоры с 18 учреждениями здравоохранения общей стоимостью более 6,5 млрд неденоминир. руб. на поставку и внедрение информационных систем и технологий для развития электронного здравоохранения. Аналогичная динамика сохранилась и в последующие годы.

Необходимо подчеркнуть, что ОИПИ НАН Беларуси не только является одним из основных в Беларуси разработчиков медицинских информационных систем (МИС), но и играет важную роль в формировании стратегии Министерства здравоохранения в области информатизации. Так, в 2008 г. был заключен договор о научно-техническом сотрудничестве между Министерством здравоохранения Республики Беларусь и Национальной академией наук Беларуси в области информатизации отрасли здравоохранения нашей страны, в рамках которого ОИПИ НАН Беларуси участвует в научно-методическом обеспечении процессов информатизации в системе здравоохранения республики. Ведущие специалисты института входят в состав рабочих групп и советов министерства по вопросам создания электронного здравоохранения.

В 2015 г. был подписан договор о научно-техническом сотрудничестве между комитетом по здравоохранению Мингорисполкома и ОИПИ НАН Беларуси в области информатизации системы здравоохранения города Минска.

Практически все проекты ОИПИ НАН Беларуси, реализуемые в интересах отечественного здравоохранения, выполняются в рамках государственных научно-технических и национальных программ и стратегий:

Стратегии развития информационного общества в Республике Беларусь на период до 2015 г.;

Национальной программы ускоренного развития услуг в сфере информационно-коммуникационных технологий на 2011–2015 гг.;

ГНТП «Информационные технологии» на 2011–2015 гг.;

ГНТП «Новые технологии диагностики, лечения и профилактики» на 2011–2015 гг.;

ГНТП «Интеллектуальные информационные технологии» на 2016–2020 гг.;

Стратегии развития информатизации в Республике Беларусь на 2016–2022 гг.;
Государственной программы развития цифровой экономики и информационного общества на 2016–2020 гг.;

Государственной программы «Здоровье народа и демографическая безопасность на 2016–2020 гг.».

Эффективность ИТ в здравоохранении. К сожалению, все еще распространено мнение, что вложение средств в информатизацию здравоохранения не окупается. Это в корне неверно. Можно выделить две группы показателей для оценки эффективности информатизации здравоохранения: социальные и экономические.

Социальные показатели эффективности информатизации здравоохранения:

- 1) повышение оперативности и качества принимаемых решений, сокращение издержек на управление за счет создания соответствующих информационно-аналитических систем;
- 2) совершенствование лечебно-диагностических и профилактических мероприятий на всех уровнях оказания медицинской помощи;
- 3) рост эффективности медицинской помощи за счет улучшения качества постановки диагноза и повышения обоснованности принимаемых медицинских решений;
- 4) повышение доступности высококвалифицированной медицинской помощи;
- 5) создание (развитие) систем мониторинга состояния здоровья населения;
- 6) рост эффективности труда медицинского персонала за счет автоматизации трудоемких и рутинных операций, повышения достоверности данных и оперативности информационного обслуживания;
- 7) улучшение взаимодействия медицинских служб и учреждений.

Экономические показатели эффективности внедрения ИТ в системе здравоохранения:

- 1) снижение расходов, связанных с оказанием медицинской помощи пациентам, благодаря уменьшению числа ошибочных диагнозов и неправильно выбранных схем лечения;
- 2) повышение объема использования трудоемких лабораторных и диагностических методов исследований без увеличения штатной численности персонала за счет роста производительности труда в автоматизированных лабораториях, диагностических кабинетах и других медицинских подразделениях.

Главный социально-экономический эффект информатизации в здравоохранении заключается в предотвращении потерь трудовых ресурсов, связанных с преждевременной смертностью, заболеваемостью населения с временной утратой трудоспособности, необоснованной летальностью и инвалидизацией.

Направления развития электронного здравоохранения Беларуси. В последние годы при непосредственном участии НАН Беларуси информатизация здравоохранения Беларуси осуществлялась по следующим направлениям:

- комплексная автоматизация учреждений здравоохранения;
- создание автоматизированных регистров заболеваний, определяющих демографическую безопасность страны;
- создание информационных диагностических систем по различным заболеваниям, в том числе с использованием элементов искусственного интеллекта;
- разработка информационно-аналитических систем для специализированных учреждений здравоохранения;
- развитие телемедицины по различным заболеваниям;
- вхождение в международные регистры и межгосударственное информационное взаимодействие для подбора доноров, совершенствования национальных и международных протоколов лечения, совершенствования ранней диагностики тяжелых заболеваний.

Уже сейчас по большинству направлений информатизации в Беларуси имеется хороший задел, который следует развивать и стимулировать. В учреждениях здравоохранения внедряются комплексные медицинские автоматизированные системы, автоматизированные диагностические рабочие места и рабочие места врачей общей практики. Созданы и действуют информационные системы национального уровня, позволяющие осуществлять мониторинг состояния здоровья различных групп населения и принимать оперативные решения по управлению здравоохранением.

Примерами уже созданных и активно используемых МИС являются следующие:

1) автоматизированная информационная система учреждений здравоохранения стационарного типа (АИС «Клиника»);

2) автоматизированная информационная система учреждений здравоохранения амбулаторно-поликлинического типа (АИС «Web-поликлиника»);

3) автоматизированная информационная система «Патологоанатомическое бюро»;

4) распределенная автоматизированная информационная система медико-реабилитационной экспертной комиссии (АИС «Освидетельствование»);

5) распределенная телемедицинская система для проведения дистанционных консультаций по цифровым флюорографическим исследованиям;

6) распределенная телемедицинская система для проведения дистанционных консультаций по цифровым маммографическим исследованиям;

7) автоматизированная информационная система корпоративной сети учреждений здравоохранения региона для электронного обмена медицинской информацией, нормативными и организационно-распорядительными документами (АИС «MeDoc»);

8) республиканская информационно-аналитическая система ведения регистра пациентов с коагулопатиями, расчета необходимого количества диагностических средств, заместительных препаратов и формирования отчетных материалов для Министерства здравоохранения Республики Беларусь (ИАС РГ);

9) информационно-аналитическая система «Республиканский эпидемиологический регистр пациентов с гематологическими заболеваниями» (ИАС РЭРГЗ), обеспечивающая централизованный сбор, накопление, обработку и предоставление информации, связанной с учетом всех случаев гематологической патологии в Республике Беларусь;

10) информационная система «Регистр лиц, потребляющих наркотические средства» (ИС РПНС), обеспечивающая сбор, накопление и предоставление информации о лицах, потребляющих наркотические средства, психотропные вещества и их аналоги;

11) информационно-аналитическая система планирования и контроля централизованных государственных закупок лекарственных средств для учреждений здравоохранения Республики Беларусь (ИАС «Лекарственное обеспечение»). Основное назначение системы – формирование плана закупок; регистрация результатов закупок, заключенных контрактов на поставку, поступлений и распределений лекарственных средств; формирование необходимой отчетности.

Из последних масштабных пилотных разработок следует выделить проект информационной системы накопления и обработки данных листков временной нетрудоспособности пациентов (ИС «Временная нетрудоспособность»), а также проект АИС «Электронный рецепт».

Перечисленные выше МИС наряду с информационными системами других организаций-разработчиков активно используются во всех специализированных учреждениях здравоохранения Беларуси, для автоматизации деятельности которых они создавались.

Необходимо подчеркнуть, что в целом на сегодняшний день уровень информатизации отечественного здравоохранения достаточно высокий:

– создана корпоративная телекоммуникационная сеть системы здравоохранения города Минска, ведутся работы по созданию республиканской телекоммуникационной сети;

– создан ряд медицинских регистров и систем национального масштаба, таких как Государственный регистр лиц, подвергшихся воздействию радиации вследствие катастрофы на Чернобыльской АЭС; Белорусский канцер-регистр; республиканский регистр «Сахарный диабет»; регистр «Туберкулез», республиканский регистр ВИЧ-инфицированных пациентов; республиканский регистр пациентов с коагулопатиями и гематологическими заболеваниями; регистр пациентов с гастроэнтерологическими заболеваниями; регистр лиц, потребляющих наркотические средства; информационно-аналитические системы «Здравоохранение», «Кадры» и ряд других;

– обеспечена высокая степень локальной информатизации учреждений здравоохранения;

– на конец 2017 г. автоматизация клиническими информационными системами составила в Минске около 85 %, в регионах – около 50 %;

– созданы и все более активно применяются электронные сервисы для населения: интернет-запись на прием к врачу, запись на прием к врачу через инфокиоск (терминал

самозаписи), интернет-вызов врача на дом, обслуживание пациента в регистратуре поликлиники и диспансера с использованием пластиковой карточки пациента (ПКП), обслуживание пациента в приемном отделении больницы с использованием ПКП, обслуживание пациентов льготной категории по системе электронной очереди с использованием ПКП, выписка и отоваривание электронного рецепта.

Даже при всех перечисленных достижениях Беларусь значительно отстает от стран, наиболее продвинутых в области электронного здравоохранения, таких как Эстония, Республика Корея и ряд других. Существуют различные точки зрения о направлениях дальнейшего развития информатизации отечественного здравоохранения. Авторам представляется, что наиболее востребованными направлениями являются создание и постоянное совершенствование следующих видов МИС:

- автоматизации деятельности клинических и поликлинических учреждений, которые имеют встроенные средства аналитики и обеспечивают накопление ценной лабораторной и клинической информации для оперативного или отложенного анализа, а также, конечно, МИС, переводящих в электронный вид такие широко используемые населением страны документы, как рецепты, листки временной нетрудоспособности и др.;

- поддержки принятия решений врачами-практиками при диагностике заболеваний. Это направление МИС достаточно специфично, так как оно в большей мере базируется на результатах научных исследований в соответствующих отраслях медицины, биологии и является более наукоемким;

- эпидемиологических и клинических регистров различных нозологий с встроенными средствами аналитики; информационно-аналитических систем, которые включают регистры в качестве неотъемлемых компонентов или имеют с ними удаленное информационное взаимодействие. Результаты анализа данных из таких регистров имеют особую ценность для идентификации факторов, обусловивших тенденцию к росту соответствующих заболеваний, и являются доказательной базой для выработки организационных и профилактических мероприятий в масштабе всей страны.

Особое внимание, на взгляд авторов, следует сосредоточить на создании единого информационного пространства (ЕИП) системы здравоохранения Беларуси, базирующегося на международных стандартах обмена медицинскими данными и позволяющего обеспечить: информационное взаимодействие уже используемых и создаваемых МИС, относящихся к каждому из приведенных выше видов; функционирование национальной системы хранения медицинской информации; оперативный доступ и обмен медицинской информацией; автоматизацию обработки данных на всех уровнях системы здравоохранения.

К сожалению, до последнего времени созданию ЕИП системы здравоохранения уделялось недостаточно внимания. На сегодняшний день первостепенная значимость этой задачи стала очевидна не только для большинства ИТ-специалистов, работающих в области здравоохранения, но и для органов государственного управления; ряд важных действий со стороны Министерства здравоохранения Республики Беларусь для решения упомянутой задачи уже предпринимается.

Вместе с тем надо понимать, что создание ЕИП системы здравоохранения преследует наряду с перечисленными выше сугубо практические цели повышения качества медико-санитарной помощи населению, удовлетворенности населения медицинским обслуживанием и экономической эффективности здравоохранения. Далее более подробно остановимся именно на этой задаче как наиболее важной и определяющей стратегическую линию развития электронного здравоохранения в Беларуси.

Единое информационное пространство системы здравоохранения. Переход от автоматизации деятельности отдельных учреждений здравоохранения к ЕИП системы здравоохранения становится насущной задачей электронного здравоохранения Беларуси. Для обеспечения ЕИП системы здравоохранения Республики Беларусь к концу 2022 г. планируется создать централизованную информационную систему здравоохранения (ЦИСЗ), что предполагает решение следующих основных задач:

- разработки и принятия единых стандартов, справочников, форматов заполнения и обмена медицинской информацией;

- завершения комплексной информатизации лечебно-диагностического процесса в организациях здравоохранения с целью осуществления постепенного перехода к ведению медицинских документов в электронном виде;
- формирования и ведения интегрированной электронной медицинской карты (ИЭМК) пациента, электронного взаимодействия субъектов системы здравоохранения, а также предоставления электронных сервисов;
- обеспечения оперативного доступа к ИЭМК с использованием электронной цифровой подписи (ЭЦП);
- создания государственного информационного ресурса электронного здравоохранения как основы для полноценного оказания электронных услуг, выполнения государственных и административных процедур;
- создания системы поддержки принятия клинических решений для повышения качества оказания медицинской помощи и системы поддержки принятия управленческих решений;
- интеграции услуг электронного здравоохранения с общегосударственной автоматизированной информационной системой (ОАИС) и Белорусской интегрированной сервисно-расчетной системой (БИСРС).

Главное достоинство ЦИСЗ – применение интеграционного подхода, сервис-ориентированной архитектуры и международных стандартов обмена медицинскими данными (HL7 FHIR (Health Level Seven Fast Healthcare Interoperability Resources), DICOM и др.), которые обеспечат не слишком затратную интеграцию с внешними системами, программными комплексами и сервисами. К числу основных преимуществ интеграционного подхода с созданием центральной платформы и построением обмена медицинской информацией через интеграционную шину следует отнести следующие:

1. Преемственность и последовательность, т. е. будет сохранен весь ранее накопленный опыт и уже достигнутые значительные результаты информатизации здравоохранения.
2. Планомерную реализацию как разделение задач верхнего и нижнего уровней. При использовании интеграционного подхода достигается баланс: руководители учреждений здравоохранения развивают функциональность информационных систем на своем уровне, органы управления решают задачи координации и управления с получением необходимой для этого аналитики.
3. Разделение ответственности и обеспечение контроля. Руководители учреждений здравоохранения имеют четкую мотивацию использовать МИС, максимально полно удовлетворяющие потребности конкретного учреждения.
4. Учет потребностей различных типов медицинских учреждений, т. е. адаптивность на уровне отдельных учреждений. Информационные системы постоянно развиваются в связи с изменениями законодательства и растущими потребностями учреждений здравоохранения. При интеграционном подходе есть возможность реализации индивидуальных требований конкретного учреждения здравоохранения, а при единой универсальной информационной системе это невозможно в принципе. Кроме того, при необходимости апробации новых функций в МИС можно определить пилотную зону, провести доработку и опытную эксплуатацию отдельных МИС на нескольких объектах, а полученный положительный результат утвердить и перенести на остальные МИС.
5. Исключение монополии и сопутствующих рисков. Один разработчик программного решения – это всегда высокие риски, и в тех или иных ситуациях он может использовать свое монопольное положение – диктовать высокую цену, оказывать некачественные услуги и др.
6. Оперативность реализации ЦИСЗ и получения результатов. При использовании интеграционного подхода значительно сократятся сроки как реализации проекта по созданию ЦИСЗ, так и получения практических результатов. В полной мере будут использованы результаты информатизации медицинских учреждений Минска и регионов за многие годы, а также накопленный опыт реализации интеграционных проектов республиканского уровня, таких как АИС «Электронный рецепт».

Из уже накопленного международного опыта следует, что ЦИСЗ должна представлять собой двухуровневую систему сбора, обработки и анализа медицинской информации (рис. 1).

На верхнем уровне ЦИСЗ будут осуществляться функционирование подсистем электронного здравоохранения, хранение и обработка информации, обеспечение оперативного доступа к информации через центральную платформу посредством интеграционной шины. Будет создан единый информационный архив пациентов с обеспечением к нему круглосуточного скоростного доступа учреждений здравоохранения и иных медицинских служб в режиме реального времени. Нижний уровень будет предназначен для автоматизации лечебно-диагностического процесса в учреждениях здравоохранения различной ведомственной принадлежности и различных форм собственности, сбора информации для верхнего уровня ЦИСЗ и использования сервисов верхнего уровня пользователями МИС.

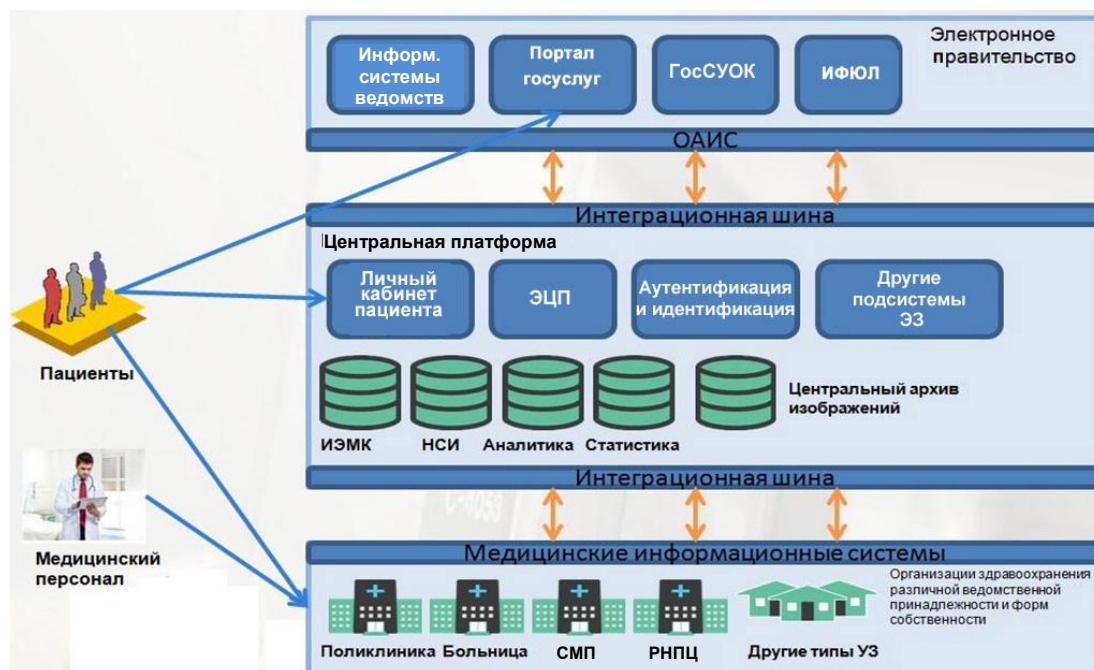


Рис. 1. Обобщенная структура двухуровневой ЦИСЗ: ГосСУОК – государственная система управления открытыми ключами, ИФЮЛ – система идентификации юридических и физических лиц, ИЭМК – интегрированная электронная медицинская карта, НСИ – нормативно-справочная информация, ЭЗ – электронное здравоохранение, СМП – скорая медицинская помощь, РНПЦ – республиканские научно-практические центры, УЗ – учреждения здравоохранения

ЦИСЗ должна создаваться с использованием ресурсов республиканской платформы, действующей на основе технологий облачных вычислений. При этом ЦИСЗ будет осуществлять межведомственную интеграцию услуг электронного здравоохранения с ОАИС, БИСРС и другими государственными и межгосударственными информационными системами.

Информационное взаимодействие МИС, других информационных систем, внутренних и внешних сервисов должно осуществляться через интеграционную шину по стандартизированным протоколам.

Структура и семантика всех электронных медицинских документов должна удовлетворять требованиям отраслевых стандартов, которые необходимо разрабатывать с учетом требований международного стандарта HL7 CDA (Health Level Seven Clinical Document Architecture). При этом форма внешнего представления электронных медицинских документов должна определяться нормативными правовыми актами Министерства здравоохранения Республики Беларусь.

Информационное взаимодействие, процедуры, сервисы, структуры баз данных, наименования и значения полей должны разрабатываться в соответствии со стекком стандартов HL7 FHIR.

Ключевым аспектом создания и ведения единого информационного архива пациентов является технология формирования стандартизированных электронных медицинских документов, к числу которых относится интегрированная электронная медицинская карта (ИЭМК) пациента (рис. 2).

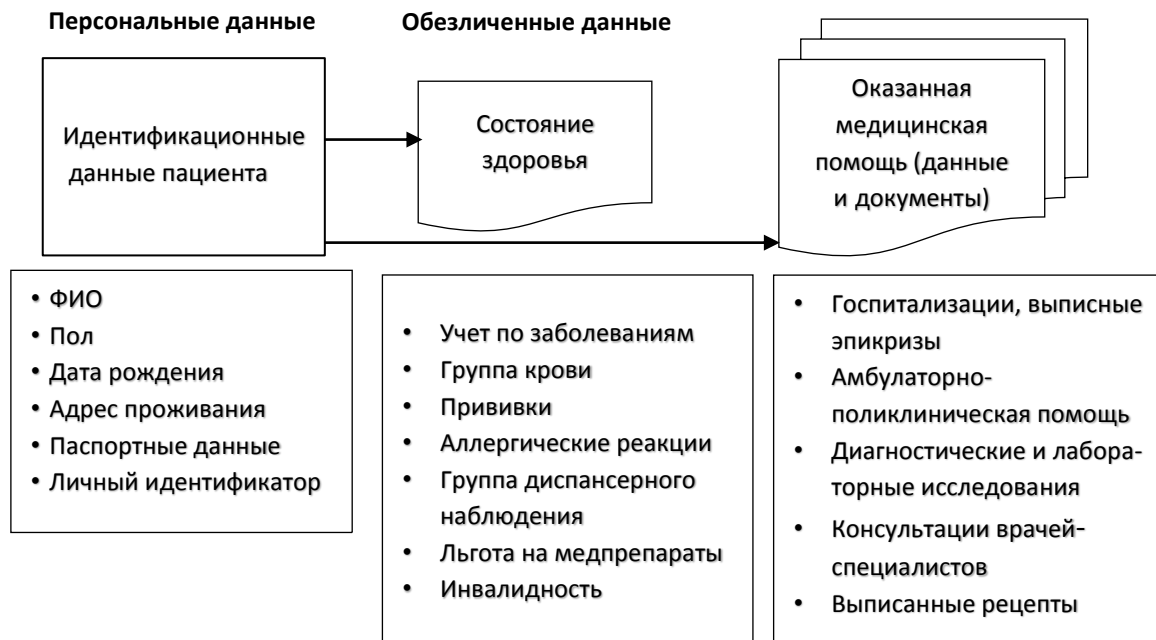


Рис. 2. Визуальное представление структуры ИЭМК

Одним из основных компонентов ЦИСЗ для пациента станет сервис «Личный кабинет пациента», который должен обеспечить ему доступ к следующим базовым сервисам:

- 1) записи на прием к врачу-специалисту в электронном виде по направлению и без него;
- 2) вызова врача-специалиста на дом;
- 3) заказа выписки из медицинских документов;
- 4) использования электронного рецепта (просмотра выписанных рецептов, заказа на продление рецепта);
- 5) доступа к своей медицинской информации, включая просмотр:
 - результатов лабораторных исследований;
 - заключений по диагностическим исследованиям;
 - индивидуального плана диспансеризации;
 - прививочного анамнеза, календаря прививок и другой информации;
- 6) установления обратной связи и получения уведомлений от учреждений здравоохранения.

Заключение. Резюмируя изложенное выше, можно с большой долей уверенности утверждать, что в конечном итоге создание полноценного электронного здравоохранения Беларуси в виде централизованной информационной системы обеспечит повышение качества медико-санитарной помощи населению, удовлетворенности населения медицинским обслуживанием, экономической эффективности здравоохранения и будет способствовать реализации новых возможностей отечественной медицины:

- внедрению единой ИЭМК гражданина и различных сервисов доступа к ее данным;
- обеспечению перемещения ИЭМК за пациентом в масштабе страны;
- запуску единого сервиса электронной записи к врачу и вызова врача на дом во всех регионах республики;
- созданию национального медицинского информационного ресурса;
- формированию единой медицинской сети информационного обмена;
- созданию персонального кабинета пациента с широкими возможностями персональных электронных услуг.

Информация об авторах

Латицкий Владимир Анатольевич – кандидат технических наук, заместитель генерального директора по научной работе, Объединенный институт проблем информатики НАН Беларуси (ул. Сурганова, 6, 220012, Минск, Республика Беларусь).

E-mail: asc_med@newman.bas-net.by

Том Игорь Эдуардович – кандидат технических наук, доцент, заведующий лабораторией биоинформатики, Объединенный институт проблем информатики НАН Беларуси (ул. Сурганова, 6, 220012, Минск, Республика Беларусь).

E-mail: ietom143@gmail.com

Information about the authors

Vladimir A. Lapicky – Cand. Sci. (Eng.), Deputy General Director for Research, The United Institute of Informatics Problems of the National Academy of Sciences of Belarus (6, Sarganova Str., 220012, Minsk, Republic of Belarus).

E-mail: asc_med@newman.bas-net.by

Igor E. Tom – Cand. Sci. (Eng.), Assistant Professor, Head of Laboratory of Bioinformatics, The United Institute of Informatics Problems of the National Academy of Sciences of Belarus (6, Sarganova Str., 220012, Minsk, Republic of Belarus).

E-mail: ietom143@gmail.com

ISSN 1816-0301 (Print)

ISSN 2617-6963 (Online)

УДК 004.3; 519.718.2; 519.873; 629.78

Поступила в редакцию 13.03.2018

Received 13.03.2018

Л. И. Кульбак, Т. С. Мартинович*Объединенный институт проблем информатики
Национальной академии наук Беларуси, Минск, Беларусь***РАСЧЕТ ПОКАЗАТЕЛЕЙ НАДЕЖНОСТИ ВОССТАНАВЛИВАЕМЫХ
ОБЪЕКТОВ С УЧЕТОМ ПОГРЕШНОСТЕЙ ИСХОДНЫХ ДАННЫХ**

Аннотация. Предлагается методика расчета показателей надежности объектов с учетом погрешностей исходных данных. При этом рассматриваются только восстанавливаемые объекты, надежность которых обеспечивается путем структурного резервирования с ограниченной кратностью. К числу восстанавливаемых объектов относится бортовая аппаратура малогабаритных космических аппаратов. Рассматриваются такие свойства надежности, как безотказность, ремонтпригодность, и их комбинации.

Анализируется модель надежности восстанавливаемого объекта с принятыми допущениями и ограничениями, а также простые и сложные восстанавливаемые блоки структурных схем надежности с учетом погрешностей исходных данных, даются формулы расчета показателей надежности блоков структурных схем надежности.

В качестве примера использования методики приводятся результаты оценки надежности типового восстанавливаемого объекта, состоящего из простых и сложных блоков с нагруженными и ненагруженными резервами.

Ключевые слова: надежность, показатели надежности, расчет надежности, восстанавливаемый объект, структурное резервирование, бортовая аппаратура, малогабаритные космические аппараты

Для цитирования. Кульбак, Л. И. Расчет показателей надежности восстанавливаемых объектов с учетом погрешностей исходных данных / Л. И. Кульбак, Т. С. Мартинович // Информатика. – 2018. – Т. 15, № 4. – С. 16–25.

L. I. Kulbak, T. S. Martinovich*The United Institute of Informatics Problems of the National Academy
of Sciences of Belarus, Minsk, Belarus***RELIABILITY PARAMETERS CALCULATION OF RESTORABLE
OBJECTS WITH REGARD TO INACCURACIES IN THE INITIAL DATA**

Abstract. The method of reliability parameters calculation of objects with regard to inaccuracies of source data is provided. In this case, only restorable objects are considered, the reliability of which is ensured by structural redundancy with limited multiplicity. Such objects include on-board equipment of small spacecraft. Such reliability properties as uninterrupted operation, maintainability and their combinations are considered.

The model of reliability of restorable object with assumptions and restrictions is given. The analysis of simple and complex recoverable blocks of structural schemes of reliability taking into account the inaccuracies of initial data is carried out, and formulas for reliability calculation of blocks of structural schemes of reliability are given.

As an example of using the method, the results of reliability evaluation of a typical restorable object consisting of simple and complex blocks with loaded and unloaded reserves are presented.

Keywords: reliability, reliability measure, reliability calculation, restorable object, structural redundancy, on-board equipment, small spacecraft

For citation. Kulbak L. I., Martinovich T. S. Reliability parameters calculation of restorable objects with regard to inaccuracies in the initial data. *Informatics*, 2018, vol. 15, no. 4, pp. 16–25 (in Russian).

Введение. В работе [1] приведен расчет надежности невосстанавливаемых объектов с учетом погрешностей исходных данных, при этом учитывалось лишь одно из свойств надежности – безотказность. Настоящая статья посвящена аналогичному вопросу для восстанавливаемых объектов с рассмотрением свойств безотказности, ремонтпригодности и их комбинаций.

Принцип расчета показателей надежности (ПН) объекта в равной мере распространяется на восстанавливаемые и невосстанавливаемые объекты. Как и в работе [1], под погрешностью

ПН объекта будем понимать погрешность реального значения ПН объекта от его истинного значения.

Расчет ПН объекта состоит в вычислении функции (ПН объекта) по ее аргументам (ПН комплектующих объект элементов). Как и при любом расчете, его характеристикой является погрешность (точность) вычислений.

В работе [1] показано, что если зависимость ПН объекта от ПН его элементов выражается функцией

$$R = f(\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_m), \quad (1)$$

то результаты расчета ПН объекта следует вычислять по формулам

$$R = R_{\text{CP}} \pm \Delta R(\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_m), \quad (2)$$

$$R_{\text{CP}} = f(\lambda_{\text{CP},1}, \lambda_{\text{CP},2}, \dots, \lambda_{\text{CP},m}), \quad (3)$$

$$\Delta R(\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_m) \leq \sum_{i=1}^m \left| \frac{\partial f}{\partial \lambda_i} \right| \Delta \lambda_i, \quad (4)$$

где R – ПН объекта; R_{CP} – среднее значение ПН объекта; $\Delta R(\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_m)$ – погрешность определения ПН R ; $f(\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_m)$ – функциональная зависимость ПН объекта R от ПН его элементов λ_i ; $\lambda_{\text{CP},1}, \lambda_{\text{CP},2}, \dots, \lambda_{\text{CP},m}$ – средние значения ПН элементов объекта; $\frac{\partial f}{\partial \lambda_i}$ – первая производная от функции f по аргументу λ_i , вычисленная в точке $\lambda_{\text{CP},1}, \lambda_{\text{CP},2}, \dots, \lambda_{\text{CP},m}$ без учета знака; $\Delta \lambda_i$ – погрешность определения λ_i .

Модель надежности восстанавливаемого объекта. В работе приняты следующие допущения и ограничения:

- принимается экспоненциальный с параметром λ закон распределения наработки до отказа элементов объекта;
- принимается экспоненциальный с параметром μ закон распределения времени восстановления блоков объекта;
- анализу подлежит резервирование элементов структуры объекта при нагруженном и ненагруженном восстанавливаемом резерве с кратностью не более двух при ограниченном восстановлении резерва;
- обнаружение отказа резервного элемента происходит за пренебрежимо малое время;
- элементы, подключающие резерв при замещении, имеют пренебрежимо малую интенсивность отказов;
- исследованию подлежат лишь два свойства надежности – безотказность и ремонтпригодность;
- отказы элементов объекта являются независимыми событиями;
- элементы объекта и резервные элементы при отсутствии нагрузки не отказывают;
- в качестве показателей безотказности элементов принимаются интенсивность отказов λ и вероятность безотказной работы (ВБР) $P(t)$;
- в качестве показателей ремонтпригодности элементов принимаются интенсивность восстановления μ и среднее время восстановления t_B ;
- в качестве показателей безотказности составных частей объекта и объекта в целом принимаются интенсивность отказов Λ , ВБР $P(t)$ и средняя наработка на отказ T_0 ;
- в качестве показателей ремонтпригодности составных частей объекта и объекта в целом принимается среднее время восстановления T_B ;
- в качестве показателя безотказности и ремонтпригодности (комплексного показателя) составных частей объекта и объекта в целом принимается коэффициент готовности K_T ;
- интенсивности отказов элементов объекта задаются в виде граничных интервальных оценок нижнего λ_H и верхнего λ_B значений;

– интенсивности восстановления блоков объекта задаются в виде граничных интервальных оценок нижнего μ_H и верхнего μ_B значений.

В качестве модели надежности восстанавливаемого объекта согласно ГОСТ 27.301–95 «Надежность в технике. Расчет надежности. Основные положения» и ГОСТ Р 51901.14–2007 «Менеджмент риска. Структурная схема надежности и булевы методы» используются структурные схемы надежности (ССН).

Установлено, что подавляющее число структур объектов, ПН которых подлежат расчету, можно привести к последовательной ССН. На рис. 1 показана ССН объекта последовательного типа, состоящая из m блоков. По аналогии с [1] примем, что блоки ССН (B_i) могут быть простыми (без резервирования элементов) и сложными, состоящими из резервируемых различными способами элементов.

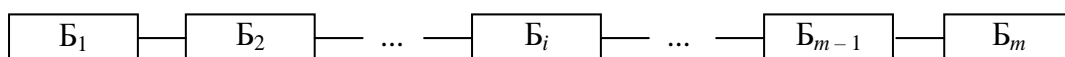


Рис. 1. Обобщенная последовательная структурная схема надежности объекта

На рис. 2 изображены основные блоки ССН, из которых строится ССН объекта в целом.

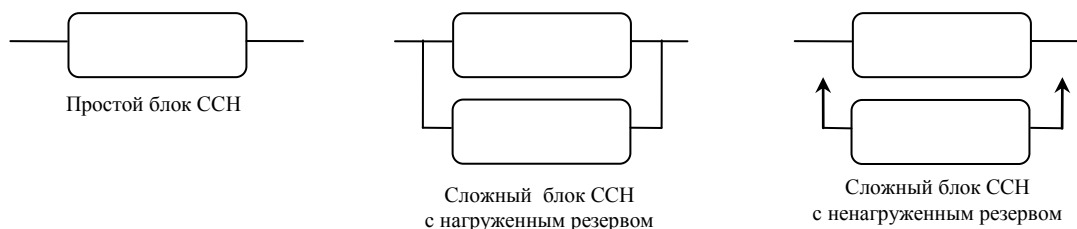


Рис. 2. Графическое представление основных блоков ССН

Анализ надежности блоков ССН восстанавливаемых объектов с учетом погрешностей исходных данных. В качестве первичных исходных данных с учетом их погрешности для расчета безотказности блоков ССН используются граничные оценки интенсивностей отказов элементов блока в виде $(\lambda_{i,H}, \lambda_{i,B})$, где $\lambda_{i,H}, \lambda_{i,B}$ – нижнее и верхнее значения интенсивности отказов i -го элемента блока ССН соответственно.

В качестве первичных исходных данных с учетом их погрешности для расчета ремонтнопригодности блоков ССН используются граничные оценки интенсивности восстановления блока в виде $(\mu_{i,H}, \mu_{i,B})$, где $\mu_{i,H}, \mu_{i,B}$ – нижнее и верхнее значения интенсивности восстановления блока ССН соответственно.

Среднее значение интенсивности отказов i -го элемента блока рассчитывается по формулам

$$\lambda_{i,CP} = \lambda_{i,H} + \Delta\lambda_i, \quad (5)$$

$$\Delta\lambda_i = \frac{\lambda_{i,B} - \lambda_{i,H}}{2}, \quad (6)$$

а среднее значение интенсивности восстановления блока ССН – по формулам

$$\mu_{CP} = \mu_H + \Delta\mu, \quad (7)$$

$$\Delta\mu = \frac{\mu_B - \mu_H}{2}, \quad (8)$$

где $\Delta\lambda_i$ – погрешность интенсивности отказов i -го элемента; $\Delta\mu$ – погрешность интенсивности восстановления блока ССН.

Математическая модель простых восстанавливаемых блоков ССН с учетом погрешностей исходных данных. Простые блоки ССН объединяют элементы с одинаковыми

значениями интенсивности отказов и коэффициентов интенсивности эксплуатации. ПН таких блоков являются:

- интенсивность отказов $\Lambda_{П}$;
- средняя наработка на отказ $T_{О,П}$;
- среднее время восстановления $T_{В,П}$;
- вероятность безотказной работы $P(t)_{П}$;
- коэффициент готовности $K_{Г,П}$.

Среднее значение интенсивности отказов j -го простого блока ССН ($\Lambda_{П,j,CP}$) в соответствии с принятыми допущениями вычисляется по формуле

$$\Lambda_{П,j,CP} = n_j \kappa_{ИЭ,j} \lambda_{j,CP}, \quad j = 1, 2, \dots, m_{П}, \quad (9)$$

где n_j – количество элементов в j -м простом блоке ССН; $\kappa_{ИЭ,j}$ – коэффициент интенсивности эксплуатации j -го элемента простого блока ССН; $\lambda_{j,CP}$ – среднее значение интенсивности отказов элементов j -го простого блока ССН; $m_{П}$ – количество простых блоков в ССН объекта.

Среднее значение ВБР j -го простого блока ССН определяется как

$$P(t)_{П,j,CP} = \exp(-\Lambda_{П,j,CP} t), \quad j = 1, 2, \dots, m_{П}. \quad (10)$$

Так как поток отказов простых блоков ССН является стационарным, среднюю наработку на отказ j -го простого блока ССН следует вычислять по формуле

$$T_{О,П,j,CP} = \frac{1}{\Lambda_{П,j,CP}}, \quad j = 1, 2, \dots, m_{П}. \quad (11)$$

Среднее время восстановления j -го простого блока ССН согласно определению $T_{В}$ рассчитывается следующим образом:

$$T_{В,П,j,CP} = \frac{1}{\mu_{П,j,CP}}, \quad j = 1, 2, \dots, m_{П}; \quad (12)$$

где $\mu_{П,j,CP}$ – средняя интенсивность восстановления j -го простого блока ССН, вычисляемая по формулам (7) и (8).

Среднее значение коэффициента готовности j -го простого блока ССН объекта определяется как

$$K_{Г,П,j,CP} = \frac{T_{О,П,j,CP}}{T_{О,П,j,CP} + T_{В,П,j,CP}}, \quad j = 1, 2, \dots, m_{П}. \quad (13)$$

Погрешность интенсивности отказов j -го простого блока ССН в соответствии с (4) и (9) вычисляется по формуле

$$\Delta \Lambda_{П,j} = n_j \kappa_{ИЭ,j} \Delta \lambda_j, \quad j = 1, 2, \dots, m_{П}. \quad (14)$$

Погрешность средней наработки на отказ j -го простого блока ССН в соответствии с (4) и (11) рассчитывается как

$$\Delta T_{О,П,j} = \frac{\Delta \lambda}{n_j \kappa_{ИЭ,j} \lambda_{j,CP}^2}, \quad j = 1, 2, \dots, m_{П}. \quad (15)$$

Погрешность среднего времени восстановления j -го простого блока ССН в соответствии с (4) и (12) можно найти по выражению

$$\Delta T_{В,П,j} = \frac{\Delta \mu_{П,j,CP}}{(\mu_{П,j,CP})^2}, \quad j = 1, 2, \dots, m_{П}, \quad (16)$$

где $\Delta\mu_{Пj,CP}$ – погрешность интенсивности восстановления j -го простого блока ССН, вычисляемая по формуле (8).

Погрешность ВБР j -го простого блока ССН в соответствии с (4) и (10) определяется как

$$\Delta P(t)_{Пj} = P_{Пj,CP}(t) \cdot (n_j \kappa_{иэj} t \Delta\lambda_j), \quad j = 1, 2, \dots, m_{П}. \quad (17)$$

Погрешность коэффициента готовности j -го простого блока ССН в соответствии с (4) и (13) рассчитывается по формуле

$$\Delta K_{Г,Пj} = \frac{T_{В,Пj,CP} \Delta T_{О,Пj} + T_{О,Пj,CP} \Delta T_{В,Пj}}{(T_{О,Пj,CP} + T_{В,Пj,CP})^2}, \quad j = 1, 2, \dots, m_{П}. \quad (18)$$

Математическая модель сложных восстанавливаемых блоков ССН с учетом погрешностей исходных данных. В качестве моделей безотказности и ремонтпригодности восстанавливаемых сложных блоков ССН будем использовать те, которые приведены в литературе по расчету надежности [2, 3].

Основными ПН сложных восстанавливаемых блоков ССН примем:

- среднюю наработку на отказ T_0 ;
- среднее время восстановления T_B ;
- вероятность безотказной работы $P(t)$;
- коэффициент готовности K_G .

В качестве дополнительного ПН возьмем интенсивность отказов $\Lambda(t)$.

В табл. 1 приведены формулы расчетов основных ПН для сложных блоков ССН из k рабочих и одного резервного элементов с коэффициентом нагрузки $0 \leq \nu \leq 1$ при ограниченном восстановлении. При этом следует иметь в виду, что при нагруженном резерве $\nu = 1$, при ненагруженном резерве $\nu = 0$, при облегченном резерве $0 < \nu < 1$.

Таблица 1

Сложный блок ССН из k рабочих и одного резервного элементов с коэффициентом нагрузки $0 \leq \nu \leq 1$ при ограниченном восстановлении

Показатель	Точное значение	Приближенное значение	Погрешность формулы
T_0	$\frac{1}{k\lambda} \cdot \frac{1+(k+\nu)\gamma}{(k+\nu)\gamma}, \quad \gamma = \frac{\lambda}{\mu}$	$\frac{1}{k\lambda(k+\nu)\gamma}$	$\delta = \frac{1}{k\lambda}$
T_B	$1/\mu$	–	–
$P(t)$	$\frac{\chi_1 e^{-\chi_2 t} - \chi_2 e^{-\chi_1 t}}{\chi_1 - \chi_2},$ $\chi_{1,2} = \frac{\lambda}{2\gamma} \{ [1 + (2k + \nu)\gamma] \pm \sqrt{1 + 2(2k + \nu)\gamma + \mu^2 \gamma^2} \}$	$\exp\left[-\frac{k(k+\nu)\lambda^2 t}{\mu + (2k + \nu)\lambda}\right]$	$\delta \approx (k+1)\gamma^2$
K_G	$\frac{1}{1 + \gamma_c}, \quad \gamma_c = \frac{k(k+\nu)\gamma^2}{2[1 + (k+\nu)\gamma]}$	$1 - k(k+\nu)\gamma^2$	$\delta \approx k(k+\nu)^2 \gamma^3$

Из табл. 1 следует, что точные формулы ПН достаточно сложны для дифференцирования, а погрешности их определения по формулам приближенного значения достаточно малы, что будет показано на реальных примерах. Поэтому для получения формул расчета ПН сложных блоков ССН с учетом погрешностей исходных данных воспользуемся приближенными формулами из табл. 1.

В качестве ПН сложных восстанавливаемых блоков ССН с учетом погрешностей исходных данных примем:

- среднее ($T_{О,С,CP}$), нижнее ($T_{О,С,Н}$) и верхнее ($T_{О,С,В}$) значения средней наработки на отказ;
- среднее ($P(t)_{С,CP}$), нижнее ($P(t)_{С,Н}$) и верхнее ($P(t)_{С,В}$) значения вероятности безотказной работы;

- среднее ($K_{Г.С.СР}$), нижнее ($K_{Г.С.Н}$) и верхнее ($K_{Г.С.В}$) значения коэффициента готовности;
- среднее ($\Lambda(t)_{С.СР}$), нижнее ($\Lambda(t)_{С.Н}$) и верхнее ($\Lambda(t)_{С.В}$) значения интенсивности отказов.

Для средней наработки на отказ согласно табл. 1 и принятому допущению среднее значение следует определять по формуле

$$T_{О.С.СР} = \frac{\mu_{СР}}{k(k+\nu)\lambda_{СР}^2}, \quad j = 1, 2, \dots, m_C. \quad (19)$$

Погрешность средней наработки на отказ j -го сложного блока ССН в соответствии с формулами (4) и (19) вычисляется как

$$\Delta T_{О.С.СР} = \frac{2\mu_{СР,j}\Delta\lambda_j}{k(k+\nu)\lambda_{СР,j}^3} + \frac{\Delta\mu_j}{k(k+\nu)\lambda_{СР,j}^2}, \quad j = 1, 2, \dots, m_C. \quad (20)$$

Среднее время восстановления j -го сложного блока ССН (см. табл. 1) рассчитывается следующим образом:

$$T_{В.С.СР} = \frac{1}{\mu_{С.СР}}, \quad j = 1, 2, \dots, m_C, \quad (21)$$

где $\mu_{С.СР}$ – среднее значение интенсивности восстановления j -го сложного блока ССН, вычисляемое по формулам (7) и (8).

Погрешность среднего времени восстановления j -го сложного блока ССН в соответствии с формулами (4) и (11) определяется как

$$\Delta T_{В.С.СР} = \frac{\Delta\mu_{С.СР}}{(\mu_{С.СР})^2}, \quad j = 1, 2, \dots, m_C, \quad (22)$$

где $\Delta\mu_{С.СР}$ – погрешность интенсивности восстановления j -го сложного блока ССН, вычисляемая по формуле (8).

Среднее значение ВБР согласно табл. 1 и принятому допущению можно найти по выражению

$$P(t)_{С.СР,j} = \exp\left[-\frac{k(k+\nu)\lambda_{С.СР,j}^2 t}{\mu_{СР,j} + (2k+\nu)\lambda_{СР,j}}\right], \quad j = 1, 2, \dots, m_C. \quad (23)$$

Погрешность ВБР сложного блока ССН в соответствии с (4) и (23) вычисляется как

$$\Delta P(t)_{С.СР,j} = P(t)_{С.СР,j} \left[\frac{k(2k+\nu)\lambda_{СР,j} t [2\mu_{СР,j} + (3k+\nu)\lambda_{СР,j}] \Delta\lambda_{СР,j} + k(k+\nu)\lambda_{СР,j}^2 t \Delta\mu_{СР,j}}{[\mu_{СР,j} + (2k+\nu)\lambda_{СР,j}]^2} \right], \quad j = 1, 2, \dots, m_C. \quad (24)$$

Среднее значение коэффициента готовности согласно табл. 1 и принятому допущению определяется согласно выражению

$$K_{Г.С.СР,j} = 1 - \frac{k(k+\nu)\lambda_{СР,j}^2}{\mu_{СР,j}^2}, \quad j = 1, 2, \dots, m_C. \quad (25)$$

Погрешность коэффициента готовности сложного блока ССН в соответствии с (4) и (25) следует рассчитывать как

$$\Delta K_{Г.С.СР,j} = \frac{k(k+\nu)\lambda_{СР,j} [2\mu_{СР,j} \Delta\lambda_{СР,j} + \lambda_{СР,j} \Delta\mu_{СР,j}]}{\mu_{СР,j}^3}, \quad j = 1, 2, \dots, m_C. \quad (26)$$

Интенсивность отказов в общем случае определяется по формулам

$$\Lambda(t) = f(t) / P(t), \quad (27)$$

$$f(t) = -dP(t)/dt, \quad (28)$$

где $\Lambda(t)$ – интенсивность отказов; $f(t)$ – плотность распределения наработки до отказа; $P(t)$ – вероятность безотказной работы.

В соответствии с выражениями (27) и (28) плотность распределения наработки до отказа запишем следующим образом:

$$f(t) = P(t)_{C.CP} \cdot \frac{k(k+\nu)\lambda_{CP,j}\mu_{CP,j}}{\mu_{CP,j} + (2k+\nu)\lambda_{CP,j}}. \quad (29)$$

После подстановки (29) в (27) получим интенсивность отказов:

$$\Lambda(t)_{C.CP,j} = \frac{k(k+\nu)\lambda_{CP,j}^2}{\mu_{CP,j} + (2k+\nu)\lambda_{CP,j}}, \quad j = 1, 2, \dots, m_C. \quad (30)$$

Как следует из материалов [4], поток отказов сложных блоков ССН является стационарным.

Погрешность интенсивности отказов сложного блока ССН в соответствии с (4) и (30) следует вычислять как

$$\Delta\Lambda_{C,j} = \frac{k(k+\nu)\lambda_{CP,j} \{ [2\mu_{CP,j} + (2k+\nu)\lambda_{CP,j}] \Delta\lambda_{CP,j} + \lambda_{CP,j} \Delta\mu_{CP,j} \}}{[\mu_{CP,j} + (2k+\nu)\lambda_{CP,j}]^2}, \quad j = 1, 2, \dots, m_C. \quad (31)$$

Анализ надежности восстанавливаемого объекта по его ССН с учетом погрешностей исходных данных. ПН восстанавливаемых объектов являются: интенсивность отказов Λ_{OB} , средняя наработка на отказ $T_{O,OB}$, вероятность безотказной работы $P_{OB}(t)$, среднее время восстановления $T_{B,OB}$, коэффициент готовности $K_{Г,OB}$.

В общем случае, как указывалось выше, в ССН объекта могут входить как простые, так и сложные блоки с различными видами резервирования. Простые и сложные блоки ССН образуют стационарные потоки отказов. Следовательно, поток отказов объекта с такими блоками также будет стационарным.

В работе [4] установлено, что если поток отказов образуется группами элементов, то параметр суммарного потока отказов будет равен сумме параметров групп элементов. В этом случае формула расчета среднего значения интенсивности отказов объекта $\Lambda_{OB,CP}$ с ССН (см. рис. 1) примет вид

$$\Lambda_{OB,CP} = \sum_{i=1}^{m_{П}} \Lambda_{П,i,CP} + \sum_{j=1}^{m_C} \Lambda_{C,H,i,CP}, \quad (32)$$

где $\Lambda_{П,i,CP}$ – среднее значение интенсивности отказов i -го простого блока ССН объекта, вычисляемое по формуле (9); $\Lambda_{C,H,i,CP}$ – среднее значение интенсивности отказов j -го сложного блока ССН объекта, вычисляемое по формуле (30); $m_{П}$ – количество простых блоков в ССН объекта, m_C – количество блоков с нагруженным резервом в ССН объекта,

$$m_{П} + m_C = m. \quad (33)$$

Погрешность интенсивности отказов объекта от своего среднего значения $\Delta\Lambda_{OB}$ определяется как

$$\Delta\Lambda_{OB} = \sum_{i=1}^{m_{П}} \Delta\Lambda_{П,j} + \sum_{j=1}^{m_C} \Delta\Lambda_{C,j}, \quad (34)$$

где $\Delta\Lambda_{П,j}$ и $\Delta\Lambda_{C,j}$ вычисляются по формулам (14) и (31) соответственно.

Граничные значения интервальной оценки интенсивности отказов объекта рассчитываются согласно выражениям

$$\Lambda_{\text{ОБ.Н}} = \Lambda_{\text{СР.ОБ}} - \Delta\Lambda_{\text{ОБ}}, \quad (35)$$

$$\Lambda_{\text{ОБ.В}} = \Lambda_{\text{СР.ОБ}} + \Delta\Lambda_{\text{ОБ}}, \quad (36)$$

где $\Lambda_{\text{ОБ.Н}}$, $\Lambda_{\text{ОБ.В}}$ – соответственно нижнее и верхнее значения интервала интенсивности отказов объекта.

Средняя наработка на отказ объекта $T_{\text{О.ОБ.СР}}$, имеющего стационарный поток отказов, определяется как

$$T_{\text{О.ОБ.СР}} = 1 / \Lambda_{\text{ОБ.СР}}, \quad (37)$$

где $\Lambda_{\text{ОБ.СР}}$ вычисляется по формуле (32).

Погрешность средней наработки на отказ объекта от своего среднего значения рассчитывается согласно выражению

$$\Delta T_{\text{О.ОБ}} = \Delta\Lambda_{\text{ОБ}} / \Lambda_{\text{ОБ.СР}}^2, \quad (38)$$

где $\Delta\Lambda_{\text{ОБ.СР}}$ вычисляется по формуле (31).

Среднее значение времени восстановления объекта $T_{\text{В.ОБ.СР}}$ определяется следующим образом:

$$T_{\text{В.ОБ.СР}} = \frac{1}{\Lambda_{\text{ОБ.СР}}} \cdot \left(\sum_{i=1}^{m_{\text{П}}} \frac{\Lambda_{\text{П.}j\text{.СР}}}{\mu_{\text{П.}i\text{.СР}}} + \sum_{i=1}^{m_{\text{С}}} \frac{\Lambda_{\text{С.}j\text{.СР}}}{\mu_{\text{С.}i\text{.СР}}} \right), \quad (39)$$

где $\Lambda_{\text{ОБ.СР}}$ рассчитывается согласно формуле (32); $\mu_{\text{П.}i\text{.СР}}$, $\mu_{\text{С.}i\text{.СР}}$ – средние значения интенсивности восстановления i -го простого и сложного блоков ССН объекта соответственно, вычисляемые согласно формулам (7) и (8).

Погрешность среднего времени восстановления объекта $\Delta T_{\text{В.ОБ}}$ определяется как

$$\Delta T_{\text{В.ОБ}} = \frac{1}{\Lambda_{\text{ОБ.СР}}} \left(\sum_{i=1}^{m_{\text{П}}} \frac{\Lambda_{\text{П.}j\text{.СР}} \Delta\mu_{\text{П.}i}}{\mu_{\text{П.}i\text{.СР}}^2} + \sum_{j=1}^{m_{\text{С}}} \frac{\Lambda_{\text{С.}j\text{.СР}} \Delta\mu_{\text{С.}j}}{\mu_{\text{С.}j\text{.СР}}^2} \right). \quad (40)$$

Для объекта со стационарным потоком отказов формула расчета среднего значения ВБР объекта $P_{\text{ОБ.СР}}(t)$ за наработку t согласно [4] примет вид

$$P(t)_{\text{ОБ.СР}} = \exp(-\Lambda_{\text{ОБ.СР}}t). \quad (41)$$

Погрешность ВБР объекта $\Delta P_{\text{ОБ}}(t)$ в соответствии с (4) и (41) рассчитывается как

$$\Delta P_{\text{ОБ}}(t) = \frac{\partial P_{\text{ОБ}}(t)}{\partial \Lambda_{\text{ОБ.СР}}} \Delta\Lambda_{\text{ОБ}} = \exp(-\Lambda_{\text{ОБ.СР}}t) \Delta\Lambda_{\text{ОБ}} t. \quad (42)$$

Нижнее и верхнее значения интервальной оценки ВБР объекта вычисляются по формулам

$$P_{\text{ОБ.Н}}(t) = P_{\text{ОБ.СР}}(t) - \Delta P_{\text{ОБ}}(t), \quad (43)$$

$$P_{\text{ОБ.В}}(t) = P_{\text{ОБ.СР}}(t) + \Delta P_{\text{ОБ}}(t). \quad (44)$$

Среднее значение коэффициента готовности объекта $K_{\text{Г.ОБ.СР}}$ в соответствии с [3] можно определить следующим образом:

$$K_{Г.ОБ.СР} = \frac{T_{О.ОБ.СР}}{T_{О.ОБ.СР} + T_{В.ОБ.СР}}. \quad (45)$$

Погрешность коэффициента готовности объекта согласно (4) и (45) рассчитывается как

$$\Delta K_{Г.ОБ} = \frac{T_{В.ОБ.СР} \Delta T_{О.ОБ} + T_{О.ОБ.СР} \Delta T_{В.ОБ}}{(T_{О.ОБ.СР} + T_{В.ОБ.СР})^2}. \quad (46)$$

Нижнее и верхнее значения коэффициента готовности объекта вычисляются по формулам

$$K_{Г.ОБ.Н} = K_{Г.ОБ.СР} - \Delta K_{Г.ОБ}, \quad (47)$$

$$K_{Г.ОБ.В} = K_{Г.ОБ.СР} + \Delta K_{Г.ОБ}. \quad (48)$$

Пример расчета ПН восстанавливаемого объекта с учетом погрешностей ПН элементов. Произведем расчет ПН восстанавливаемого объекта с ССН, приведенной на рис. 3, с учетом погрешностей ПН элементов объекта. ССН объекта состоит из одного простого и двух сложных блоков ССН с нагруженным ($V = 1$) и ненагруженным ($V = 0$) резервами.

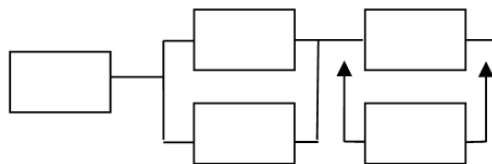


Рис. 3. Структурная схема расчета надежности объекта

Исходные данные для расчета:

Простой блок. Количество элементов в блоке $n_{П} = 3$; интенсивности отказов элементов: нижнее значение $\lambda_{П.Н} = 1,0 \cdot 10^{-6}$ 1/ч, верхнее значение $\lambda_{П.В} = 1,2 \cdot 10^{-6}$ 1/ч; коэффициент интенсивности эксплуатации блока $k_{ИЭ.П} = 0,70$; интенсивности восстановления: нижнее значение $\mu_{П.Н} = 1,0$ 1/ч, верхнее значение $\mu_{П.В} = 2,0$ 1/ч.

Сложный блок 1. Интенсивности отказов элементов: нижнее значение $\lambda_{С.1.Н} = 2,0 \cdot 10^{-3}$ 1/ч, верхнее значение $\lambda_{С.1.В} = 2,2 \cdot 10^{-3}$ 1/ч; коэффициент интенсивности эксплуатации блока $k_{ИЭ.С.1} = 1,0$; интенсивности восстановления: нижнее значение $\mu_{С.1.Н} = 0,125$ 1/ч; верхнее значение $\mu_{С.1.В} = 0,2$ 1/ч; коэффициент нагрузки резерва $v_1 = 1$.

Сложный блок 2. Интенсивности отказов элементов: нижнее значение $\lambda_{С.2.Н} = 2,0 \cdot 10^{-3}$ 1/ч, верхнее значение $\lambda_{С.2.В} = 2,2 \cdot 10^{-3}$ 1/ч; коэффициент интенсивности эксплуатации блока $k_{ИЭ.С.2} = 1,0$; интенсивности восстановления: нижнее значение $\mu_{С.2.Н} = 0,125$ 1/ч, верхнее значение $\mu_{С.2.В} = 0,2$ 1/ч; коэффициент нагрузки резерва $v_2 = 0$.

Нарботка объекта: $t = 1000$ ч.

Результаты необходимых расчетов по блокам приведены в табл. 2.

Таблица 2

Результаты расчетов			
Блоки ССН	$\Lambda_{СР} \cdot 10^{-6}, 1/ч$	$\Delta \Lambda \cdot 10^{-6}, 1/ч$	$T_{О.СР}, ч$
Простой	2,31	0,210	402 890
Сложный 1	51,49	16,136	18 424
Сложный 2	26,40	8,458	36 848

Результаты вычислений по объекту в целом: $\Lambda_{\text{ОБ.Н}} = 55,3945 \cdot 10^{-6}$ 1/ч; $\Lambda_{\text{ОБ.СР}} = 80,1986 \times 10^{-6}$ 1/ч; $\Lambda_{\text{ОБ.В}} = 105,0 \cdot 10^{-6}$ 1/ч; $T_{\text{О.ОБ.Н}} = 4386$ ч; $T_{\text{О.ОБ.СР}} = 12\,469$ ч; $T_{\text{О.ОБ.В}} = 20\,552$ ч; $P(1000)_{\text{ОБ.Н}} = 0,896\,985$; $P(1000)_{\text{ОБ.СР}} = 0,919\,801$; $P(1000)_{\text{ОБ.В}} = 0,920\,010$; $K_{\text{Г.ОБ.Н}} = 0,999\,5688$, $K_{\text{Г.ОБ.СР}} = 0,999\,8155$, $K_{\text{Г.ОБ.В}} = 1,0$.

Заключение. В теории надежности по свойствам восстанавливаемости работоспособности технических объектов после их отказов различают две категории – восстанавливаемые и невосстанавливаемые объекты. Исходя из этого, в настоящей работе и работе [1] представлены методики расчета ПН этих категорий объектов. Следует заметить, что действующие справочники по расчету надежности не содержат аналогичных методик.

Предлагаемая в настоящей работе методика расчета ПН восстанавливаемых объектов учитывает погрешности ПН их составных частей, приводящих, в свою очередь, к погрешности ПН объекта. При этом рассматриваются только восстанавливаемые объекты, надежность которых обеспечивается путем применения структурного резервирования с ограниченной кратностью. В качестве примера использования методики приведены результаты оценки надежности типового восстанавливаемого объекта, состоящего из простых и сложных блоков с нагруженными и ненагруженными резервами. Данная методика может применяться для расчета надежности бортовой аппаратуры малогабаритных космических аппаратов. В дальнейшем предполагается ее доработка в части снятия ограничений на кратность резервирования.

Список использованных источников

1. Кульбак, Л. И. Расчет показателей надежности невосстанавливаемых объектов с учетом погрешностей исходных данных / Л. И. Кульбак // Информатика. – 2017. – № 1(53). – С. 92–104.
2. Козлов, Б. А. Краткий справочник по расчету надежности радиоэлектронной аппаратуры / Б. А. Козлов, И. А. Ушаков. – М.: Сов. радио, 1966. – 472 с.
3. Викторова, В. С. Модели и методы расчета надежности технических систем / В. С. Викторова, А. С. Степанынц. – Изд. 2-е, испр. – М.: Ленанд, 2016. – 256 с.
4. Шор, Я. Б. Статистические методы анализа и контроля качества и надежности / Я. Б. Шор. – М.: Сов. радио, 1962. – 553 с.

References

1. Kulbak L. I. Raschet pokazatelej nadezhnosti nevosstanavlivaemykh ob"ektov s uchetom pogreshnostej iskhodnyh dannyh [Reliability parameters calculation of non-restorable objects with regard to errors in the initial data]. *Informatika [Informatics]*, 2017, no. 1(53), pp. 92–104 (in Russian).
2. Kozlov B. A., Ushakov I. A. Kratkij spravochnik po raschetu nadezhnosti radioelektronnoj apparatury. *A Short Guide to Calculating the Reliability of Electronic Equipment*. Moscow, Sovetskoe radio Publ., 1966, 472 p. (in Russian).
3. Viktorova V. S., Stepanyanc A. S. Modeli i metody rascheta nadezhnosti tekhnicheskikh sistem. *Models and methods of reliability calculation of technical systems*. Moscow, Lenand Publ., 2016, 256 p. (in Russian).
4. Shor Ya. B. Statisticheskie metody analiza i kontrolya kachestva i nadezhnosti. *Statistical Methods of Analysis and Quality and Reliability Control*. Moscow, Sovetskoe radio Publ., 1962, 553 p. (in Russian).

Информация об авторах

Кульбак Леонид Игоревич – кандидат технических наук, доцент, ведущий научный сотрудник, Объединенный институт проблем информатики Национальной академии наук Беларуси (ул. Сурганова, 6, 220012, Минск, Республика Беларусь).

E-mail: lkulbak@yandex.ru

Мартинович Татьяна Сергеевна – научный сотрудник, Объединенный институт проблем информатики Национальной академии наук Беларуси (ул. Сурганова, 6, 220012, Минск, Республика Беларусь).

E-mail: martintan@newman.bas-net.by

Information about the authors

Leonid I. Kulbak – Cand. Sci. (Eng.), Associate Professor, The United Institute of Informatics Problems of the National Academy of Sciences of Belarus (6, Sarganova Str., 220012, Minsk, Republic of Belarus).

E-mail: lkulbak@yandex.ru

Tatyana S. Martinovich – Researcher, The United Institute of Informatics Problems of the National Academy of Sciences of Belarus (6, Sarganova Str., 220012, Minsk, Republic of Belarus).

E-mail: martintan@newman.bas-net.by

ISSN 1816-0301 (Print)
ISSN 2617-6963 (Online)
УДК 621.87; 681.5

Поступила в редакцию 14.04.2018
Received 14.04.2018

А. Г. Стрижнев, А. А. Шихов

НПООО «ОКБ ТСП», Минск, Беларусь

УПРАВЛЕНИЕ ПОЛОЖЕНИЕМ ОПОРНЫХ АГРЕГАТОВ АВТОМАТИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ ПОДЪЕМА И ГОРИЗОНТИРОВАНИЯ ПЛАТФОРМЫ

Аннотация. Рассмотрены вопросы управления положением опорных агрегатов, входящих в состав автоматической системы подъема и горизонтирования платформы. Для гидравлических опорных агрегатов определен состав функционально необходимых элементов, позволяющих провести их исследование в различных рабочих состояниях (разгруженном и нагруженном). Построены регулировочные характеристики для различных состояний нагруженности. Сняты логарифмические амплитудно-фазовые частотные характеристики, определена передаточная функция гидропривода и осуществлен синтез цифрового корректирующего устройства. Проведены моделирование и экспериментальная проверка работы гидропривода в составе системы горизонтирования и выполнен сравнительный анализ их работы. В результате проделанной работы создана система управления гидроприводом и получена адекватная его поведению модель.

Ключевые слова: система подъема и горизонтирования, регулировочные характеристики, логарифмические амплитудно-фазовые частотные характеристики, передаточная функция, корректирующее устройство, моделирование

Для цитирования. Стрижнев, А. Г. Управление положением опорных агрегатов автоматической системы подъема и горизонтирования платформы / А. Г. Стрижнев, А. А. Шихов // Информатика. – 2018. – Т. 15, № 4. – С. 26–38.

A. G. Strizhnev, A. A. Shykhau

Scientific Production Limited Liability Company "OKB TSP", Minsk, Belarus

POSITIONING CONTROL OF REFERENCE UNITS OF AUTOMATIC RAISING AND LEVELING SYSTEM OF SUPPORT PLATFORM

Abstract. The questions of positioning control of reference units of automatic raising and leveling system of support platform were considered in the article. The list of functional elements which are needed for analyzing the hydraulic reference units behavior in different working states (unloaded and loaded) was specified. Adjusted characteristics for different load states were constructed. Logarithmic amplitude-frequency responses and phase-frequency responses were measured and the transfer function of hydraulic reference unit was identified. The digital controller was synthesized. Modeling and experimental verification of hydraulic reference unit behavior within automatic raising were made. The comparative analysis of their functioning was done. As a result the closed loop system for hydraulic reference unit was made and adequate model of its behavior was created.

Keywords: raising and leveling system, adjusted characteristics, logarithmic amplitude-frequency responses, the transfer function, digital controller, modelling

For citation. Strizhnev A. G., Shykhau A. A. Positioning control of reference units of automatic raising and leveling system of support platform. *Informatics*, 2018, vol. 15, no. 4, pp. 26–38 (in Russian).

Введение. Существует большое разнообразие методов и способов подъема и горизонтирования опорных платформ различного назначения [1–5], однако в настоящее время вопросы управления положением опорных агрегатов с учетом их загруженности не освещены. В работе [6] предложен новый способ автоматического подъема и горизонтирования опорной платформы, основанный на применении двух контуров управления по усилию и положению. При реализации системы подъема и горизонтирования необходимо, чтобы все опорные агрегаты имели независимое от нагрузки управление и обеспечивали высокое качество работы. В настоящей статье дополняется предложенный способ и рассматриваются вопросы управления положением опорных агрегатов. Независимо от количества управляемых опорных агрегатов, содержащих электрические или гидравлические двигатели, каждый из них

представляет собой исполнительный привод следящей системы. В дальнейшем на примере гидравлического привода рассмотрены вопросы организации управления и экспериментальной проверки его работы. С целью формирования практических рекомендаций была разработана структурная схема, которая позволяет исследовать гидравлический привод, определить его нелинейные свойства и осуществить идентификацию, синтезировать корректирующие устройства и провести моделирование и экспериментальную проверку работы системы управления.

Структурная схема для исследования гидропривода. Для экспериментальных исследований гидропривода разработана структурная схема (рис. 1), которая содержит задающее устройство (ЗУ); контролирующее устройство (КУ); цифровой пропорциональный гидрораспределитель (ЦПГР) типа D1FB; исполнительный механизм (ИМ), представляющий собой гидроцилиндр-домкрат (объем поршневой полости 8,64 л, объем штоковой полости 3,11 л, максимальная длина выдвижения штока 1,1 м); нагрузку (Н), в качестве которой выступают опорная платформа с установленным на ней оборудованием; цифровой датчик положения (ЦДП) типа BTL5 штока цилиндра и насосную станцию (НС). В качестве ЗУ и КУ использован персональный компьютер (ПК) со специальным программным обеспечением (СПО). ИМ (гидроцилиндр-домкрат) может работать в диапазоне перемещений 30–1100 мм, что соответствует изменению выходного цифрового сигнала y , снимаемого с ЦДП, в пределах 3000–110 000 делений (далее – дел). Величину входного цифрового сигнала x можно изменять в диапазоне $\pm 16 000$ дел.

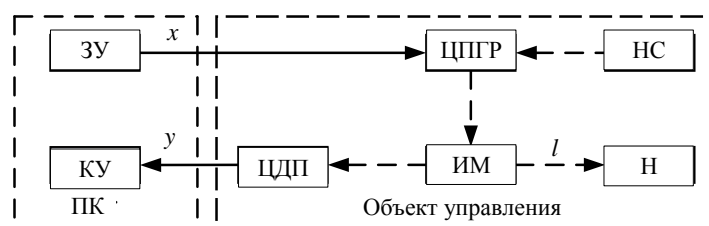


Рис. 1. Структурная схема исследования гидропривода

Элементы ЦПГР, ИМ, НС, Н и ЦДП образуют объект управления (ОУ), который имеет цифровые вход и выход. Такое построение схемы позволяет с помощью ПК управлять работой ОУ. Используя ЦДП, можно контролировать положение штока цилиндра и определять различные характеристики, необходимые для организации управления гидроприводом.

Снятие и построение регулировочной характеристики. Для снятия регулировочной характеристики (РХ) использованы разработанные ранее [7–9] алгоритмы и программы в среде C++ Builder 6. На вход ОУ подавались ступенчатые сигналы x_i с равномерно изменяемой амплитудой 1000–16 000 дел и шагом 1000 дел в соответствии с ранее разработанной и проверенной методикой [7–9]. РХ снимались для двух рабочих состояний опорного агрегата: разгруженного и нагруженного. При этом определялись установившиеся значения скорости \dot{y}_i , дел/с, и вычислялся коэффициент преобразования $k_i = \dot{y}_i/x_i$, c^{-1} (табл. 1).

Таблица 1

Результаты определения установившейся скорости и коэффициента преобразования ОУ

x_i^+ , дел	1000	2000	3000	4000	5000	6000	7000	8000
$\dot{y}_{\text{разр}}^+$, дел/с	–	260	341	601	721	1042	1202	1603
$k_{\text{разр}}^+$, c^{-1}	–	0,13	0,1137	0,1503	0,1442	0,1737	0,1717	0,2004
$\dot{y}_{\text{нагр}}^+$, дел/с	–	288	360	648	863	1367	1583	2230
$k_{\text{нагр}}^+$, c^{-1}	–	0,144	0,12	0,162	0,1726	1367	0,2278	0,2786
x_i^+ , дел	9000	10 000	11 000	12 000	13 000	14 000	15 000	16 000
$\dot{y}_{\text{разр}}^+$, дел/с	1864	2245	2665	3166	3467	4028	4249	4609

Окончание табл. 1

$k_{\text{разр}}^+$, с^{-1}	0,2071	0,2245	0,2423	0,2638	0,2667	0,2877	0,2833	0,2881
$\dot{y}_{\text{нагр}}^+$, дел/с	2446	3022	3381	3813	4173	4460	4604	4389
$k_{\text{нагр}}^+$, с^{-1}	0,2718	0,3022	0,3074	0,3178	0,321	0,3186	0,3069	0,2743
x_i^- , дел	-1000	-2000	-3000	-4000	-5000	-6000	-7000	-8000
$\dot{y}_{\text{разр}}^-$, дел/с	–	-361	-601	-721	-1042	-1222	-1643	-2004
$k_{\text{разр}}^-$, с^{-1}	–	0,1805	0,2003	0,1803	0,2084	0,2037	0,2347	0,2505
$\dot{y}_{\text{нагр}}^-$, дел/с	–	-504	-863	-1151	-1655	-2086	-2878	-3381
$k_{\text{нагр}}^-$, с^{-1}	–	0,252	0,2877	0,2878	0,331	0,3477	0,4111	0,4226
x_i^- , дел	-9000	-10 000	-11 000	-12 000	-13 000	-14 000	-15 000	-16 000
$\dot{y}_{\text{разр}}^-$, дел/с	-2545	-2886	-3487	-3707	-4208	-4449	-4890	-5030
$k_{\text{разр}}^-$, с^{-1}	0,2828	0,2886	0,317	0,3089	0,3237	0,3178	0,326	0,3144
$\dot{y}_{\text{нагр}}^-$, дел/с	-4532	-5396	-6691	-7050	-8705	-9425	-9784	-9568
$k_{\text{нагр}}^-$, с^{-1}	0,5036	0,5396	0,6083	0,5875	0,6696	0,6732	0,6523	0,598

С помощью табл. 1 для различных состояний опорных агрегатов были построены РХ, которые показаны на рис. 2.

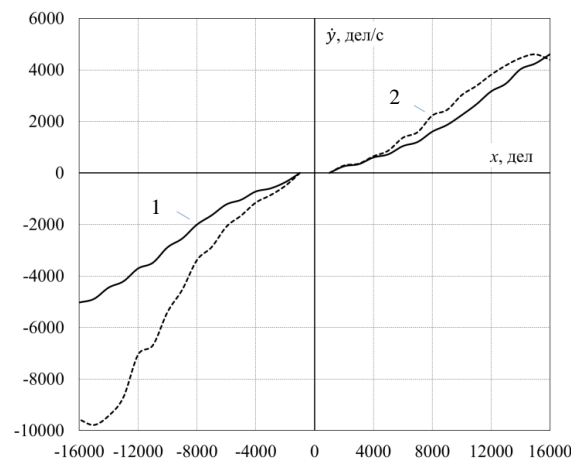


Рис. 2. Регулируемые характеристики для различных состояний ОУ:
1 – разгруженного, 2 – нагруженного

Отсутствие выходного сигнала при входном сигнале $x_i = \pm 1000$ дел отражает наличие в гидроприводе нелинейности типа «зона нечувствительности». РХ гидравлического агрегата нелинейны, что свидетельствует о непостоянстве коэффициента преобразования, который изменяется в пределах $0,1137\text{--}0,3237 \text{ с}^{-1}$ (2,85 раза) для разгруженного состояния и в пределах $0,12\text{--}0,6732 \text{ с}^{-1}$ (5,61 раза) для нагруженного. Здесь и далее оценка проводилась в диапазоне изменений входного сигнала $x_i = \pm(3000\text{--}16\ 000)$ дел. В разгруженном состоянии опорного агрегата РХ практически симметрична, в нагруженном состоянии несимметрична и имеет нелинейность типа «зона насыщения», которая проявляется при входном сигнале $x_i > 15\ 000$ дел и $x_i < -15\ 000$ дел. Сильная зависимость коэффициента передачи от состояния опорного агрегата требует применения предварительной коррекции. Одним из способов коррекции является реализация принципа подчиненного регулирования [10], суть которого заключается в создании дополнительных контуров регулирования и проведении настройки (коррекции) отдельных контуров, продвигаясь от внутреннего контура к внешнему.

Реализация принципа подчиненного регулирования. Для реализации принципа подчиненного регулирования экспериментальная схема (см. рис. 1) была преобразована в схему, представленную на рис. 3.

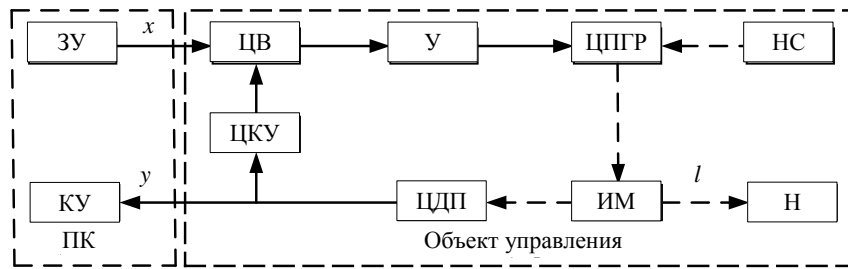


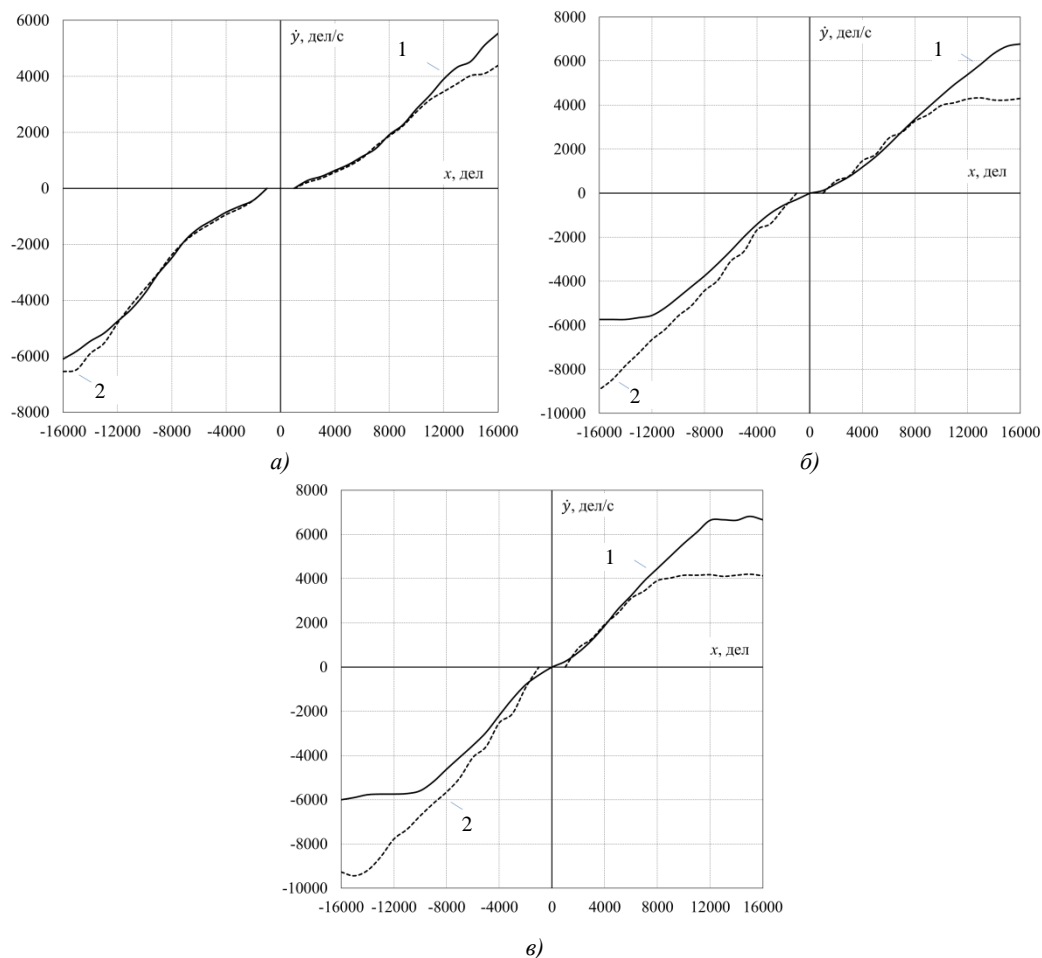
Рис. 3. Преобразованная структурная схема исследования гидропривода

Преобразованная схема в отличие от схемы на рис. 1 дополнительно содержит цифровой вычитатель (ЦВ), цифровое корректирующее устройство (ЦКУ) и усилитель (У), которые отнесены к ОУ. ОУ является замкнутым по скорости и содержит в цепи обратной связи ЦКУ в виде цифрового дифференцирующего звена первого порядка с передаточной функцией [11]:

$$W_1(z) = \frac{1 - z^{-1}}{h}, \quad (1)$$

где h – период дискретности, $h = 0,01$ с.

В прямую цепь ОУ включен усилитель с коэффициентом усиления K , подбираемым при настройке. С помощью преобразованной схемы, как и ранее, снимались и строились РХ опорного агрегата для разгруженного и нагруженного состояний. Результаты экспериментальных исследований при различных значениях коэффициента усиления K показаны на рис. 4.

Рис. 4. Регулировочные характеристики для разгруженного (1) и нагруженного (2) состояний ОУ при различных значениях коэффициента усиления: а) $K = 1$; б) $K = 2$; в) $K = 3$

На рис. 4, а видно, что при значении $K = 1$ РХ остаются нелинейными, но поведение ОУ в разгруженном и нагруженном состояниях опорного агрегата практически одинаково. При значении $K = 3$ на РХ появляется ярко выраженная зона нечувствительности (рис. 4, в), что приводит к уменьшению диапазона линейного регулирования (линейного участка РХ) и появлению значительных переколебаний при подаче ступенчатых входных воздействий. При $K = 2$ РХ (рис. 4, б) обладает лучшей линейностью и меньшей зоной нечувствительности, поведение ОУ в разгруженном и нагруженном состояниях имеет схожий характер, а переколебания отсутствуют. Поэтому в дальнейшем использована РХ (рис. 4, б), а для идентификации ОУ выбрана амплитуда тестовых сигналов $x_i = \pm 8000$ дел, которая соответствует линейной зоне РХ для различных состояний. Результаты, полученные при снятии параметров РХ для двух рабочих состояний опорного агрегата (разгруженного и нагруженного), для случая на рис. 4, б представлены в табл. 2.

Таблица 2

Результаты определения установившейся скорости и коэффициента преобразования ОУ при реализации принципа подчиненного управления

x_i^+ , дел	1000	2000	3000	4000	5000	6000	7000	8000
$\dot{y}_{\text{разгр}}^+$, дел/с	122	429	755	1184	1653	2204	2796	3367
$k_{\text{разгр}}^+$, с^{-1}	0,122	0,2145	0,2517	0,296	0,3306	0,3673	0,3994	0,4209
$\dot{y}_{\text{нагр}}^+$, дел/с	–	562	782	1467	1760	2494	2763	3276
$k_{\text{нагр}}^+$, с^{-1}	–	0,281	0,2607	0,3668	0,352	0,4157	0,3947	0,4096
x_i^+ , дел	9000	10 000	11 000	12 000	13 000	14 000	15 000	16 000
$\dot{y}_{\text{разгр}}^+$, дел/с	3898	4429	4939	5388	5857	6347	6673	6776
$k_{\text{разгр}}^+$, с^{-1}	0,4331	0,4429	0,449	0,449	0,4505	0,4534	0,4489	0,4235
$\dot{y}_{\text{нагр}}^+$, дел/с	3570	3985	4108	4279	4328	4230	4230	4303
$k_{\text{нагр}}^+$, с^{-1}	0,3967	0,3985	0,3735	0,3566	0,3329	0,3021	0,282	0,2689
x_i^- , дел	–1000	–2000	–3000	–4000	–5000	–6000	–7000	–8000
$\dot{y}_{\text{разгр}}^-$, дел/с	–286	–551	–918	–1408	–1980	–2612	–3204	–3755
$k_{\text{разгр}}^-$, с^{-1}	0,286	0,2755	0,306	0,352	0,396	0,4553	0,4577	0,4694
$\dot{y}_{\text{нагр}}^-$, дел/с	–	–685	–1394	–1663	–2641	–3081	–3961	–4425
$k_{\text{нагр}}^-$, с^{-1}	–	0,3425	0,4647	0,4158	0,5282	0,5135	0,5659	0,5531
x_i^- , дел	–9000	–10 000	–11 000	–12 000	–13 000	–14 000	–15 000	–16 000
$\dot{y}_{\text{разгр}}^-$, дел/с	–4245	–4735	–5204	–5551	–5653	–5735	–5735	–5735
$k_{\text{разгр}}^-$, с^{-1}	0,4717	0,4735	0,4731	0,4626	0,4349	0,4096	0,3823	0,3584
$\dot{y}_{\text{нагр}}^-$, дел/с	–5110	–5575	–6186	–6650	–7262	–7824	–8460	–8924
$k_{\text{нагр}}^-$, с^{-1}	0,5678	0,5575	0,5624	0,5542	0,5586	0,5589	0,564	0,5578

РХ гидравлического агрегата (рис. 4, б) имеют лучшую линейность, что свидетельствует о постоянстве коэффициента передачи, который изменяется в более узких пределах: $0,2517\text{--}0,4735 \text{ с}^{-1}$ (1,88 раза) для разгруженного состояния и $0,2607\text{--}0,5678 \text{ с}^{-1}$ (2,18 раза) для нагруженного, что значительно лучше (1,52–2,57 раза) предыдущих результатов.

С помощью табл. 2 определены амплитуды насыщения выходного сигнала: $\dot{y}_{\text{разгр}}^+ = 6776$ дел/с, $\dot{y}_{\text{разгр}}^- = -5735$ дел/с, $\dot{y}_{\text{нагр}}^+ = 4303$ дел/с, $\dot{y}_{\text{нагр}}^- = -8924$ дел/с.

Для определения «зоны нечувствительности» аппроксимируем закон изменения РХ линейной зависимостью для разгруженного состояния в виде $\dot{y}_{\text{разгр}}^+ = K_1^+ x_i + b_1$, где

$$K_1^+ = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{755 - 122}{3000 - 1000} = 0,3165 \text{ с}^{-1}, \quad b_1 = \dot{y}_{\text{разгр}}^+ - K_1^+ x_i = 755 - 0,3165 \cdot 3000 = -195 \text{ дел/с}; \quad \dot{y}_{\text{разгр}}^- =$$

$$= K_1^- x_i + b_2 \quad (\text{где} \quad K_1^- = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{918 - 286}{3000 - 1000} = 0,316 \text{ с}^{-1}, \quad b_2 = \dot{y}_{\text{разгр}}^- - K_1^- x_i = -918 + 0,316 \cdot 3000 =$$

$$= 30 \text{ дел/с}). \text{ Из условия } \dot{y}_{\text{разгр}}^{\pm} = 0 \text{ вычислим «зоны нечувствительности»}: x_{\text{н}}^+ = -b_1 / K_1^+ =$$

$$= 195 / 0,3165 = 616 \text{ дел}, \quad x_{\text{н}}^- = -b_2 / K_1^- = -30 / 0,316 = -95 \text{ дел}.$$

Аналогичным образом поступим и для нагруженного состояния: $\dot{y}_{\text{нагр}} = K_1^+ x_i + b_1$,

$$K_1^+ = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{1467 - 562}{4000 - 2000} = 0,4525 \text{ с}^{-1}, \quad b_1 = \dot{y}_{\text{разгр}}^+ - K_1^+ x_i = 1467 - 0,4525 \cdot 4000 = -343 \text{ дел/с}, \quad x_{\text{н}}^+ = -b_1 /$$

$$/ K_1^+ = 343 / 0,4525 = 758 \text{ дел}; \quad \dot{y}_{\text{разгр}}^- = K_1^- x_i + b_2, \quad K_1^- = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{1663 - 685}{4000 - 2000} = 0,489 \text{ с}^{-1}, \quad b_2 = \dot{y}_{\text{разгр}}^- -$$

$$- K_1^- x_i = -1663 + 0,489 \cdot 4000 = 293 \text{ дел/с}, \quad x_{\text{н}}^- = -b_2 / K_1^- = -293 / 0,489 = -599 \text{ дел}.$$

Для определения «зоны нечувствительности» использованы три начальных значения из табл. 2.

Снятие и построение логарифмических амплитудно-фазовых частотных характеристик. Для снятия логарифмических амплитудно-фазовых частотных характеристик (ЛАФЧХ) для нагруженного состояния использован комбинированный метод, состоящий из авторского и классического методов [6–10], с ранее выбранной амплитудой $U_i = \pm 8000$ дел тестовых сигналов. Применяя авторский метод (с программным изменением координат точек реверсирования), удалось использовать входные сигналы в виде меандра $x_i = U_i \text{sign}(\sin(\omega t))$ только в диапазоне частот 2,1–6 рад/с. Применяя классический метод [12], удалось использовать синусоидальные тестовые сигналы $x_i = U_i \sin(\omega t)$ высокой частоты 10–60 рад/с. Авторский метод позволил определить поведение ОУ на низких частотах без угрозы повреждения опорных агрегатов в нагруженном состоянии. При этом диапазон переключения (координаты точек реверсирования) был выбран $l_y = \pm 50$ мм. Для классического метода частоты выбраны с учетом отсутствия «уходов» координат в процессе тестирования. Симметричность РХ в разгруженном состоянии опорного агрегата позволила снять ЛАФЧХ классическим методом в диапазоне рабочих частот 1–60 рад/с.

Формирование входных сигналов, определение параметров первых гармоник входного и выходного сигналов (для сигналов в виде меандра), а также построение ЛАФЧХ осуществлялись с помощью СПО, разработанного в среде MATLAB [6–10]. ЛАФЧХ, снятые различными методами при амплитуде входного сигнала $U_i = \pm 8000$ дел и $K = 2$, приведены на рис. 5.

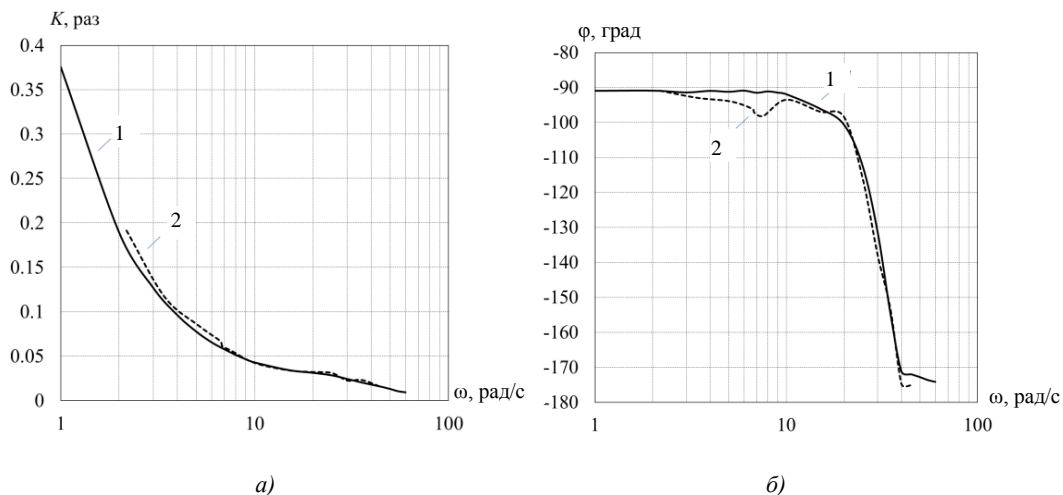


Рис. 5. ЛАЧХ (а) и ЛФЧХ (б), снятые различными методами: 1 – классическим для разгруженного состояния, 2 – комбинированным для нагруженного состояния

Характеристики, снятые различными методами для разных состояний опорных агрегатов (разгруженного и нагруженного), практически совпадают. Это свидетельствует о том, что при таком построении системы управления гидроприводом его характеристики несущественно зависят от рабочего состояния.

Определение передаточной функции гидропривода. С использованием методик [13–15] по результирующей ЛАФЧХ (полученной при амплитуде входного сигнала $U_i = \pm 8000$ дел и $K = 2$) проведена идентификация исследуемого гидропривода и определена его передаточная функция:

$$G(z) = \frac{k(T_2 s + 1)e^{-0,03s}}{s(T_1^2 s^2 + 2\xi T_1 s + 1)}, \quad (2)$$

где $k = 0,37$ дел/с, $T_1 = 0,03$ с, $\xi = 0,7$, $T_2 = 0,08$ с.

ОУ (2) является астатическим, содержит колебательное и форсирующее звенья и имеет запаздывание. Передаточная функция (2) позволяет синтезировать различные корректирующие устройства и оценивать качество их работы в составе следящей системы.

Синтез корректирующего устройства для системы управления гидроприводом. Для обеспечения требуемых динамических свойств системы управления гидроприводом можно использовать различные типы корректирующих устройств (регуляторов) [16–18]: цифровые ПИД-регуляторы, оптимальные по быстродействию цифровые регуляторы, цифровые регуляторы на основе нечеткой логики функционирования, цифровые регуляторы в цепи гибкой обратной связи и др. С учетом того что передаточная функция (2) гидропривода содержит форсирующее звено, которое ограничивает применение известных корректирующих устройств, использован метод придания одноконтурной замкнутой системе автоматического управления требуемых фильтрующих свойств [19]. Суть метода состоит в применении специального ЦКУ, которое формирует требуемую полосу пропускания и показатели качества работы системы управления гидроприводом. Для определения передаточной функции ЦКУ в аналоговом виде $W(s)$ необходимо использовать выражение

$$W(s) = \frac{F(s)}{G(s)[1 - F(s)]}, \quad (3)$$

где $G(s)$ – передаточная функция ОУ, $F(s)$ – передаточная функция эталонного фильтра низкой частоты (ФНЧ).

Для гидропривода (2) использован ФНЧ ($F(s) = \frac{1}{(Ts + 1)^3}$, $T = \frac{1}{\omega} \sqrt{\frac{1}{N^2} - 1}$, $\omega = 16$ с⁻¹, $N = 0,890899$) и определена передаточная функции КУ в аналоговом виде:

$$W(s) = V_0 \frac{s^2 + c_1 s + c_2}{s^3 + d_1 s^2 + d_2 s + d_3}, \quad (4)$$

где $V_0 = 939,8327$, $c_1 = 46,6667$, $c_2 = 1111,1111$, $d_1 = 106,6502$, $d_2 = 4131,6297$, $d_3 = 36\,934,4055$.

Применяя к выражению (4) билинейную аппроксимацию [20], т. е. преобразование Тастина (Tustin), $s \approx \frac{2}{h} \cdot \frac{1 - z^{-1}}{1 + z^{-1}}$, где h – шаг квантования ($h = 0,01$ с), получим передаточную функцию ЦКУ:

$$W(z) = K_0 \frac{1 + b_1 z^{-1} + b_2 z^{-2} + b_3 z^{-3}}{1 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2} + a_3 z^{-3}}, \quad (5)$$

где $K_0 = 3,6110$, $b_1 = -0,5419$, $b_2 = -0,9119$, $b_3 = 0,63$, $a_1 = -2,0815$, $a_2 = 1,4486$, $a_3 = -0,3445$.

Синтез ЦКУ осуществлен без учета времени запаздывания гидропривода. Полученные результаты нужно проверить путем моделирования и экспериментально.

Моделирование работы системы управления гидроприводом. Для проверки работы системы управления гидроприводом были составлены схемы моделирования в среде Simulink пакета программ MATLAB [21–23] (рис. 6).

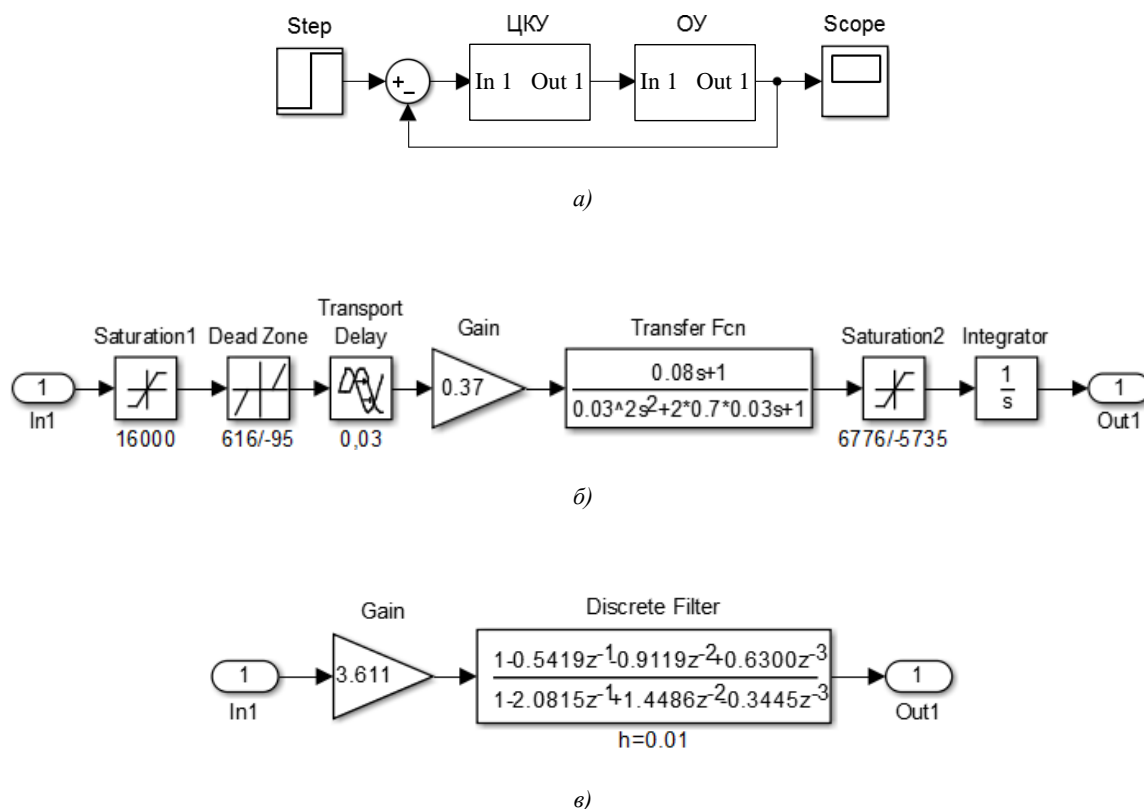


Рис. 6. Схемы моделирования: а) системы управления; б) гидропривода; в) цифрового корректирующего устройства

Система управления (рис. 6, а) содержит модели ЦКУ и ОУ (гидропривода). Схема модели гидропривода (рис. 6, б) представлена блоками Gain и Transfer Fcn для реализации выражения (2); блоком Saturation для реализации нелинейности типа «зона насыщения» с параметрами $u = \pm 16\,000$ дел, $v = 6776/-5735$ дел/с для разгруженного и $v = 4303/-8924$ дел/с для нагруженного состояний; блоком Dead Zone для реализации нелинейности типа «зона нечувствительности» с параметрами $u = 616/-95$ дел для разгруженного и $u = 758/-599$ дел для нагруженного состояний. Схема ЦКУ (рис. 6, в) реализована с помощью блоков Gain и Discrete Filter с параметрами из выражения (5). В качестве источника входных воздействий использован генератор ступенчатого сигнала Step.

Моделирование и оценка качества работы системы управления гидроприводом осуществлены для ступенчатых $x_i = U_i$ входных воздействий различной амплитуды ($U_1 = \pm 100$ дел, $U_2 = \pm 1000$ дел, $U_3 = \pm 10\,000$ дел) и совмещены с экспериментальной проверкой.

Экспериментальная проверка работы системы управления гидроприводом. Экспериментальная проверка работы системы управления гидроприводом проведена в составе реальной системы подъема и горизонтирования. Результаты обработки ступенчатых воздействий различной амплитуды для разных состояний (разгруженного и нагруженного) представлены на рис. 7.

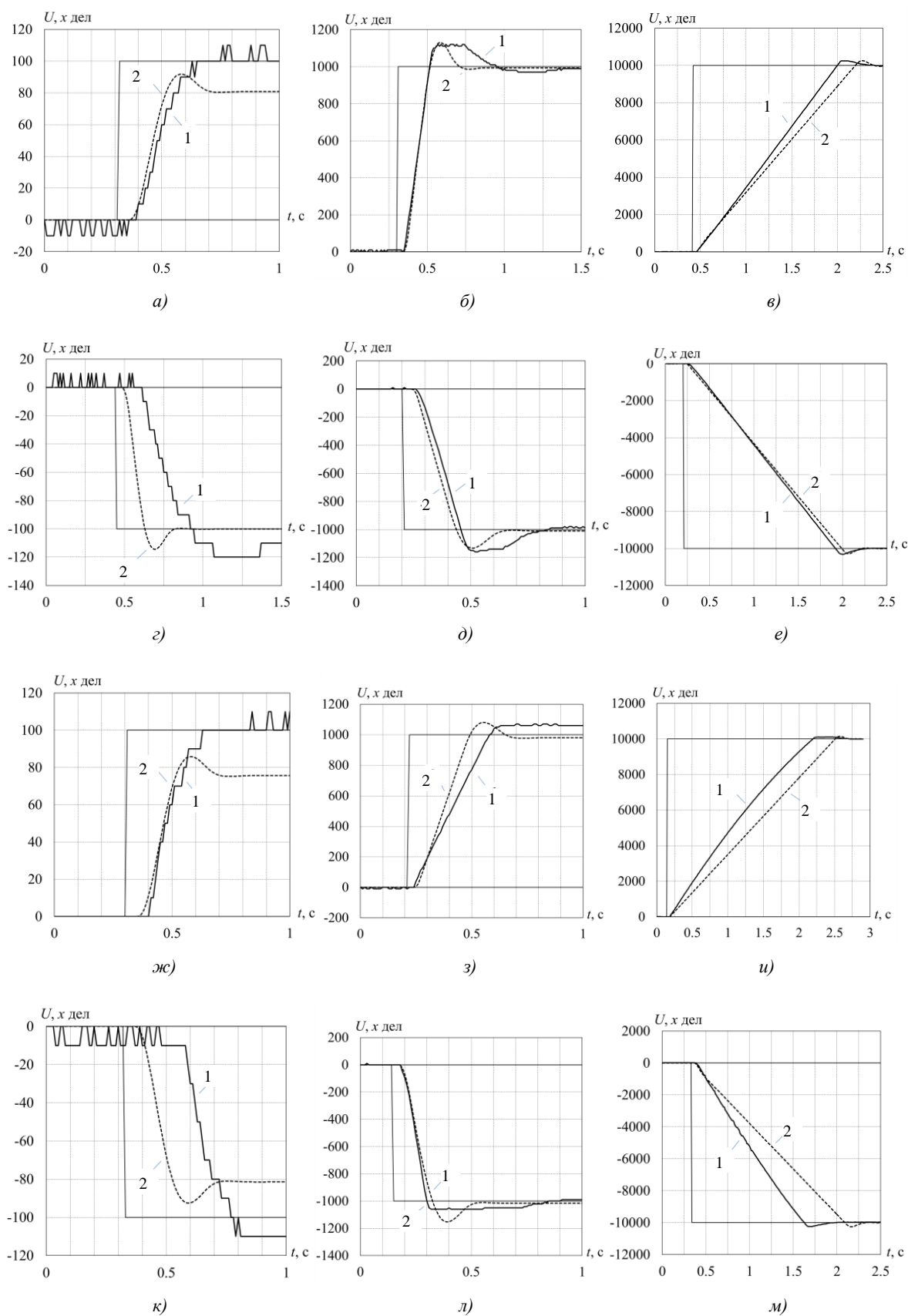


Рис. 7. Обработка ступенчатых воздействий (1 – объекта, 2 – модели) различной амплитуды: а), ж) $U_1 = 100$ дел; г), к) $U_1 = -100$ дел; б), з) $U_2 = 1000$ дел; д), л) $U_2 = -1000$ дел; в), и) $U_3 = 10\,000$ дел; е), м) $U_3 = -10\,000$ дел – и для различных состояний: а)–е) разгруженного; ж)–м) нагруженного

Переходные процессы (рис. 7) при отработке ступенчатых воздействий различной амплитуды имеют близко аperiodический вид.

По результатам моделирования и экспериментальной проверки определены параметры переходных характеристик (табл. 3). Время установления T_y переходного процесса зафиксировано при достижении уровня установившегося значения.

Таблица 3

Параметры переходных характеристик

U_i , дел	Выходная величина, дел		Амплитуда переколебания, дел		Время T_y , с	
	Модель	Объект	Модель	Объект	Модель	Объект
<i>Разгруженное состояние</i>						
100	80	110	12	0	0,2	0,3
-100	-100	-110	14	10	0,18	0,47
1000	993	990	138	130	0,205	0,21
-1000	-1010	-980	123	180	0,23	0,25
10 000	9986	9990	277	260	1,8	1,6
-10 000	-10 005	-9990	272	320	1,78	1,71
<i>Нагруженное состояние</i>						
100	76	110	10	0	0,2	0,3
-100	-81	-110	11	0	0,2	0,48
1000	980	1000	100	70	0,28	0,36
-1000	-1016	-990	137	70	0,19	0,17
10 000	10 007	9990	136	110	2,36	2,05
-10 000	-10 013	-9970	250	280	1,75	1,3

Анализируя данные табл. 3, можно сделать следующие выводы. Отработка сигналов малой амплитуды ($U_1 = \pm 100$ дел) осуществляется со статической ошибкой не более 24 дел, что составляет 24 % задающего воздействия. Амплитуда переколебаний не превышает 14 дел, что составляет 14 % установившегося значения и существенного влияния на точность горизонтирования не оказывает. Наблюдается значительное расхождение (1,5–2,6 раза) времени установления модели и объекта при малых значениях амплитуды и незначительное расхождение (1,12–1,35 раза) при средних ($U_2 = \pm 1000$ дел) и больших ($U_3 = \pm 10 000$ дел) значениях амплитуды входных сигналов. Отработка сигналов средней и большой амплитуды ($U_i \geq 1000$ дел и $U_i \leq -1000$ дел) осуществляется со статической ошибкой не более 20 дел, что составляет менее 2 % задающего воздействия.

Следует заметить, что перемещению в 1 мм соответствует изменение снимаемого с ЦДП выходного цифрового сигнала, равное 100 дел, и реальная ошибка не превышает значения $\Delta l = 0,25$ мм. С учетом базовых опорных расстояний ($A = 5300$ мм, $B = 4870$ мм) ошибка горизонтирования не превысит значение для продольного $|\varphi_{пр}| \leq \arctg \frac{2\Delta l}{A} = 0,0055^\circ$ и поперечного

$$|\varphi_{п}| \leq \arctg \frac{2\Delta l}{B} = 0,0059^\circ \text{ углов наклона.}$$

С помощью данных рис. 7 проведена оценка совпадения результатов моделирования с работой реального привода (табл. 4).

Таблица 4

Оценка совпадения результатов моделирования с работой реального привода

Параметры	Разгруженное состояние						Нагруженное состояние					
	100	-100	-1000	-1000	10 000	-10 000	100	-100	1000	-1000	10 000	-10 000
E , %	91,34	67,35	99,21	97,97	98,37	99,8	83,89	60,73	95,59	98,93	90,92	88,35

Оценка осуществлена с помощью критерия Нэша – Сатклифа (Nash – Sutcliffe) по формуле [24]

$$E = \left(1 - \frac{\sum_i (Y_{Pi} - Y_{Mi})^2}{\sum_i (Y_{Pi} - Y_{CP})^2} \right) \times 100, \quad (6)$$

где Y_{Pi} и Y_{Mi} – реальные и модельные значения соответственно, Y_{CP} – среднее реальное значение.

Значение выражения (6) изменяется от 0 до 100 %, и чем оно больше, тем выше достоверность разработанной модели. Для оценки использованы данные, которые определены с временным шагом в 0,01 с на выбранном интервале времени. Так, например, при оценке совпадения отработки входного сигнала +100 дел (рис. 7, а) использован интервал времени 1 с и получено 100 отсчетов ($i = 100$) для вычисления выражения (6). В этом случае Y_{CP} представляет собой сумму из 100 реальных значений, деленную на 100. В другом случае при оценке совпадения отработки входного сигнала –10 000 дел (рис. 7, е) выбран интервал времени 2,9 с и получено 290 отсчетов ($i = 290$) для вычисления выражения (6). Тогда Y_{CP} представляет собой сумму из 290 реальных значений, деленную на 290. Различные временные интервалы для разных входных воздействий выбраны исходя из наличия установившегося значения модели и реального объекта до и после подачи входного воздействия. Согласно данным табл. 4 совпадение разработанной модели и реального ОУ высокое, что соответствует изменению коэффициента достоверности (6) в пределах 67,35–99,21 %.

Заключение. На примере гидропривода рассмотрены вопросы управления положением опорных агрегатов автоматической системы подъема и горизонтирования платформы. Для исследования гидропривода разработана экспериментальная схема, которая позволила выявить сильную зависимость коэффициента передачи (2,85–5,61 раза) от нагруженности опорного агрегата. Для снижения данной зависимости реализован принцип подчиненного регулирования с применением обратной связи по скорости, что позволило значительно уменьшить диапазон изменения коэффициента передачи (1,52–2,57 раза).

С использованием комбинированного метода (состоящего из авторского и классического методов) осуществлено снятие ЛАФЧХ в диапазонах частот 2,1–6 и 10–60 рад/с для нагруженного и 1–60 рад/с для разгруженного состояний опорных агрегатов. Наблюдается совпадение характеристик, снятых разными методами для различной нагруженности опорных агрегатов. С помощью полученных характеристик проведена идентификация и определены параметры передаточной функции гидропривода в виде астатического объекта, содержащего колебательное, форсирующее и запаздывающее звенья.

С учетом наличия в гидроприводе форсирующего звена применен численный метод придания одноконтурной замкнутой системе требуемых фильтрующих свойств и определена передаточная функция специального цифрового корректирующего устройства. Образованная система управления гидроприводом была проверена путем моделирования и экспериментально при отработке ступенчатых воздействий различной амплитуды. Отличия в точности отработки и амплитуде переколебаний не превышают 24 и 14 % соответственно. Наблюдается расхождение (1,5–2,6 раза) времени установления модели и реального гидропривода при малых амплитудах входных сигналов ($U_1 \leq 100$ дел и $U_1 \geq -100$ дел), которые не являются определяющими. С учетом базовых опорных расстояний ($A = 5300$ мм, $B = 4870$ мм) ошибки горизонтирования не превышают значений для продольного $|\varphi_{np}| \leq 0,0055^\circ$ и поперечного $|\varphi_n| \leq 0,0059^\circ$ углов наклона. Соответствие разработанной модели реальному гидроприводе оценено коэффициентом достоверности Нэша – Сатклифа, который изменялся в пределах 67,35–99,21 %.

Список использованных источников

1. Способ ориентации установки несущей грузовой платформы и устройство для его осуществления : пат. (РФ) 2367762, E21B7/02, B66F7/20 / В. В. Артемов, Н. С. Говоров, С. Н. Говоров, Ю. В. Молокин, В. Ф. Хрипченко, Д. А. Чурзин. – Опубл. 20.09.2009.
2. Способ автоматического горизонтирования несущей платформы с буровым агрегатом и устройство для его реализации : пат. (РФ) 2196893, МПК E21B44/00, E21B7/02 / И. А. Сидоров, В. Н. Чухлебов. – Опубл. 20.01.2003.
3. Щербаков, В. С. Метод автоматического подъема, выравнивания опорной платформы строительной машины в горизонтальной плоскости и контроля отрыва выносных опор от грунта / В. С. Щербаков, М. С. Корытов, М. Г. Григорьев // Известия вузов. Поволжский регион. Технические науки. – 2010. – № 1(13). – С. 146–154.
4. Aktives federungssystem : pat. DE 3408292 A1, B 60 G 17/00 / R. Schuessler, B. Acker. – 29.08.1985.
5. Verfahren und einrichtung zur aktiven regelung des aufhaengesystems eines fahrzeugaufbaus : pat. DE 4123706 A1, B 60 G 17/00, F 15 B 1/00 / E. Hees, U. Adler, M. Wagner, R. Zhang, J. Floerchinger. – 21.01.1993.
6. Стрижнев, А. Г. Способ автоматического подъема и горизонтирования опорной платформы / А. Г. Стрижнев // Информатика. – 2017. – № 3(55). – С. 32–39.
7. Стрижнев, А. Г. Метод исследования нелинейных объектов управления, работающих в заданном диапазоне выходных координат / А. Г. Стрижнев, А. А. Шихов, А. Н. Русакович // Информатика. – 2015. – № 3(47). – С. 81–89.
8. Стрижнев, А. Г. Исследование вентильного электропривода, работающего в заданном диапазоне значений выходных координат / А. Г. Стрижнев, А. А. Шихов, А. Н. Русакович // Электроника ИНФО. – 2015. – № 7. – С. 47–54.
9. Стрижнев, А. Г. Исследование электропривода с двухфазным асинхронным двигателем, работающего в заданном диапазоне выходных координат / А. Г. Стрижнев, А. А. Шихов, А. Н. Русакович // Новости науки и технологий. – 2015. – № 3(34). – С. 17–29.
10. Справочник по автоматизированному электроприводу / под ред. В. А. Елисеева, А. В. Шкнянского. – М. : Энергоатомиздат, 1983. – 616 с.
11. Цифровые электроприводы с транзисторными преобразователями / С. Г. Герман-Галкин [и др.]. – Л. : Энергоатомиздат, 1986. – 248 с.
12. Пупков, К. А. Методы классической и современной теории автоматического управления : в 5 т. / К. А. Пупков, Н. Д. Егупов. – М. : Изд-во МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2004. – Т. 2 : Статистическая динамика и идентификация систем автоматического управления. – 640 с.
13. Марков, А. В. Параметрическая идентификация динамических объектов по фазочастотным характеристикам / А. В. Марков, В. И. Симаньков // Доклады БГУИР. – 2015. – № 3(89). – С. 29–35.
14. Ljung, L. System Identification: Theory for the User / L. Ljung. – New Jersey : Prentice Hall, 1999. – 672 p.
15. Ljung, L. System Identification Toolbox: User's Guide / L. Ljung. – Natick : Mathworks, 2005. – 886 p.
16. Гостев, В. И. Синтез цифровых регуляторов систем автоматического управления параметрами теплоэнергетических объектов / В. И. Гостев, В. В. Крайнев, С. Н. Скуртов. – Киев : Радиоаматор, 2007. – 264 с.
17. Гостев, В. И. Синтез нечетких регуляторов систем автоматического управления / В. И. Гостев. – Киев : Радиоаматор, 2005. – 708 с.
18. Хаджинов, М. К. Система автоматизированного проектирования квазимодального регулятора / М. К. Хаджинов // Доклады БГУИР. – 2010. – № 8. – С. 33–37.
19. Стрижнев, А. Г. Метод придания одноконтурной замкнутой системе автоматического управления требуемых фильтрующих свойств / А. Г. Стрижнев // Системный анализ и прикладная информатика. – 2016. – № 4 (12). – С. 31–37.
20. Гостев, В. И. Системы автоматического управления с цифровыми регуляторами : справочник / В. И. Гостев, В. К. Стеклов. – Киев : Радиоаматор, 1998. – 704 с.
21. Терехин, В. В. Основы моделирования в MATLAB : учеб. пособие в 2 ч. / В. В. Терехин. – Новокузнецк : Кузбассвузиздат, 2004. – Ч. 2 : Simulink. – 376 с.
22. Tewari, A. Modern Control Design with MATLAB and Simulink / A. Tewari. – Weinheim : Wiley, 2002. – 503 p.
23. Nuruzzaman, M. Modeling and Simulation in Simulink for Engineers and Scientists / M. Nuruzzaman. – Bloomington : AuthorHouse, 2005. – 240 p.
24. Корсак, В. В. Моделирование переносов влаги и растворенных в ней веществ в почве : в 2 ч. / В. В. Корсак, В. Т. Морковин. – Саратов : СГТУ, 2008. – Ч. 1 : Методические указания к практическим занятиям. – 26 с.

Reference

1. Artemov V. V., Govorov N. S., Govorov S. N., Molokin Ju. V., Hripchenko V. F., Churzin D. A. Sposob orientacii ustanovki nesushhej gruzovoj platformy i ustrojstvo dlja ego osushhestvlenija. *The way of orientation of installation of a loading platform and the device for solving this issue*. Patent RF no. 2367762, E21B7/02, B66F7/20, 20.09.2009 (in Russian).
2. Sidorov I. A., Chuhlebov V. N. Sposob avtomaticheskogo gorizontirovaniya nesushhej platformy s burovym agregatom i ustrojstvo dlja ego realizacii. *The way of automatic levelling of a carrier platform with drilling unit and the device for solving this issue*. Patent RF no. 2196893, E21B44/00, E21B7/02, 20.01.2003 (in Russian).
3. Shherbakov V. S., Korytov M. S., Grigor'ev M. G. Metod avtomaticheskogo pod"ema, vyravnivaniya opornoj platformy stroitel'noj mashiny v gorizontal'noj ploskosti i kontrolja otryva vynosnyh opor ot grunta [The method of automatic rising and levelling of a support platform of a construction machine in horizontal plane and to control tearing of outriggers from the ground]. *Izvestija vuzov. Povolzhskij region. Tehniceskie nauki [Proceedings of Institutions of Higher Education. Volga Region. Technics]*, 2010, no. 1(13), pp. 146–154 (in Russian).

4. Schuessler R., Acker B. Aktivnaja podveska. *Active suspension*. Patent DE no. 3408292 A1, B 60 G 17/00, 29.08.1985 (in German).
5. Hees E., Adler U., Wagner M., Zhang R., Floerchinger J. Podveska podvizhnogo transporta. *Suspension of mobile transport*. Patent DE no. 4123706 A1, B 60 G 17/00, F 15 B 1/00, 21.01.1993 (in German).
6. Strizhnev A. G. Sposob avtomaticheskogo pod"ema i gorizontirovanija opornoj platformy [Method for automatic raising and levelling of support platform]. *Informatika [Informatics]*, 2017, no. 3(55), pp. 32–39 (in Russian).
7. Strizhnev A. G., Shihov A. A., Rusakovich A. N. Metod issledovanija nelinejnyh ob"ektov upravlenija, rabotajushhij v zadannom diapazone vyhodnyh koordinat [Method of investigation of nonlinear objects operating within specified range of output coordinates]. *Informatika [Informatics]*, 2015, no. 3(47), pp. 81–89 (in Russian).
8. Strizhnev A. G., Shihov A. A., Rusakovich A. N. Issledovanie ventil'nogo jelektroprivoda, rabotajushhego v zadannom diapazone znachenij vyhodnyh koordinat [The investigation of BLDC drive operating within specified range of output coordinates]. *Jelektronika INFO [Electronics INFO]*, 2015, no. 7, pp. 47–54 (in Russian).
9. Strizhnev A. G., Shihov A. A., Rusakovich A. N. Issledovanie jelektroprivoda s dvuhfaznym asinhronnym dvigatelem, rabotajushhego v zadannom diapazone vyhodnyh koordinat [Identification of two-phase induction motor drive within the specified range of output coordinates values]. *Novosti nauki i tehnologij [News of Science and Technologies]*, 2015, no. 3(34), pp. 17–29 (in Russian).
10. Eliseeva V. A. (ed.), Shknjanskij A. V. (ed.) Spravochnik po avtomatizirovannomu jelektroprivodu. *Automatic Electrical Drive Handbook*. Moscow, Jenergoatomizdat Publ., 1983, 616 p. (in Russian).
11. German-Galkin S. G., Lebedev V. D., Markov B. A., Chicherin N. I. Cifrovye jelektroprivody s tranzistornymi preobrazovateljami. *Digital Electrical Drives with Transistor Converters*. Leningrad, Jenergoatomizdat Publ., 1986, 248 p. (in Russian).
12. Pupkov K. A., Egupov N. D. Metody klassicheskoj i sovremennoj teorii avtomaticheskogo upravlenija. T. 2: Statisticheskaja dinamika i identifikacija sistem avtomaticheskogo upravlenija. *Methods of Classical and Modern Theory of Automatic Control. T. 2: Statistical Dynamics and Identification of Automatic Control Systems*. Moscow, Moskovskij gosudarstvennyj tehnikeskij universitet im. N. Je. Bauman, 2004, 640 p. (in Russian).
13. Markov A. V., Siman'kov V. I. Parametricheskaja identifikacija dinamičeskij ob"ektov po fazochastotnym harakteristikam [Parametrical identification of dynamic objects by phase-frequency characteristics]. *Doklady Belorusskogo gosudarstvennogo universiteta informatiki i radiojelektroniki [Papers of Belarusian State University of Informatics and Radioelectronics]*, 2015, no. 3(89), pp. 29–35 (in Russian).
14. Ljung L. *System Identification: Theory for the User*. New Jersey, Prentice Hall, 1999, 672 p.
15. Ljung L. *System Identification Toolbox: User's Guide*. Natick, Mathworks, 2005, 886 p.
16. Gostev V. I., Krajnev V. V., Skurtov S. N. Sintez cifrovijh reguljatorov sistem avtomaticheskogo upravlenija parametrami teploenergetičeskijh ob"ektov. *Synthesis of Digital Controllers of Automatic Control Systems for Parametric Controlling of Heat-and-Power Engineering Objects*. Kiev, Radioamator Publ., 2007, 264 p. (in Russian).
17. Gostev V. I. Sintez nechetkijh reguljatorov sistem avtomaticheskogo upravlenija. *Synthesis of Fuzzy Logic Controllers of Automatic Control Systems*. Kiev, Radioamator Publ., 2005, 708 p. (in Russian).
18. Hadzhinov M. K. Sistema avtomatizirovannogo proektirovanija kvazimodal'nogo reguljatora [System of automated design of quasimodal controller]. *Doklady Belorusskogo gosudarstvennogo universiteta informatiki i radiojelektroniki [Papers of Belarusian State University of Informatics and Radioelectronics]*, 2010, no. 8, pp. 33–37 (in Russian).
19. Strizhnev A. G. Metod pridaniija odnokonturnoj zamknutoj sisteme avtomaticheskogo upravlenija trebuemyh fil'trujuščijh svojstv [The method of imparting desired filtering properties for closed-loop control system]. *Sistemnyj analiz i prikladnaja informatika [System Analysis and Applied Information Science]*, 2016, no. 4(12), pp. 31–37 (in Russian).
20. Gostev V. I. Sistemy avtomaticheskogo upravlenija s cifrovymi reguljatorami. *Automatic Control Systems with Digital Controllers*. Kiev, Radioamator Publ., 1998, 704 p. (in Russian).
21. Terehin V. V. Osnovy modelirovanija v MATLAB. Chast 2. Simulink. *Basics of MATLAB Modelling. Part 2. Simulink*. Novokuzneck, Kuzbassvuzizdat, 2004, 376 p. (in Russian).
22. Tewari A. *Modern Control Design with MATLAB and Simulink*. Weinheim, Wiley, 2002, 503 p.
23. Nuruzzaman M. *Modeling and Simulation in Simulink for Engineers and Scientists*. Bloomington, AuthorHouse, 2005, 240 p.
24. Korsak V. V., Morkovin V. T. Modelirovanie perenosov vlagi i rastvorenyh v nej veshhestv v pochve. Chast 1. Metodicheskie ukazanija k praktičeskijh zanjatijam. *Modelling of Liquid Transference and Transference of Dissolved in Liquid Substances through the Soil. Part 1. Methodological Guidance for Practical Trainings*. Saratov, Saratovskij gosudarstvennyj tehnikeskij universitet im. Ju. A. Gagarina, 2008, 26 p. (in Russian).

Информация об авторах

Стрижнев Александр Гаврилович – кандидат технических наук, доцент, ведущий научный сотрудник, НПО «ОКБ ТСП» (пр. Независимости, 115, 220114, Минск, Беларусь).

E-mail: strizhnev.ag@gmail.com

Шихов Алексей Александрович – ведущий инженер-конструктор, НПО «ОКБ ТСП» (пр. Независимости, 115, 220114, Минск, Беларусь).

E-mail: shihovalex@gmail.com

Information about the authors

Alexander G. Strizhnev – Cand. Sci. (Eng.), Associate Professor, Lead Researcher, Scientific Production Limited Liability Company "OKB TSP" (115, Nezavisimosti Ave., 220114, Minsk, Belarus).

E-mail: strizhnev.ag@gmail.com

Aleksey A. Shykhau – Lead Engineer, Scientific Production Limited Liability Company "OKB TSP" (115, Nezavisimosti Ave., 220114, Minsk, Belarus).

E-mail: shihovalex@gmail.com

ISSN 1816-0301 (Print)
ISSN 2617-6963 (Online)

ОБРАБОТКА СИГНАЛОВ, ИЗОБРАЖЕНИЙ И РЕЧИ
SIGNAL, IMAGE AND SPEECH PROCESSING

УДК 51-7

Поступила в редакцию 30.01.2018
Received 30.01.2018

В. М. Романчук

Белорусский национальный технический университет, Минск, Беларусь

СИНГУЛЯРНЫЕ ВЕЙВЛЕТЫ НА КОНЕЧНОМ ИНТЕРВАЛЕ

Аннотация. Непараметрические методы применяются в сложных случаях, когда информации о модели недостаточно. В работе развивается новый метод непараметрической аппроксимации – метод сингулярных вейвлетов. Он включает в себя численный алгоритм, основанный на суммировании рекуррентной последовательности функций. Поясняется идея метода сингулярных вейвлетов объединить теорию вейвлетов с ядерными оценками регрессии Надарая – Ватсона. Это объединение реализовано путем регуляризации вейвлет-преобразования. Обычно ядерные оценки рассматривают как пример непараметрического оценивания. Однако один параметр – размытости – все же присутствует в традиционном алгоритме ядерной регрессии. При аппроксимации методом сингулярных вейвлетов происходит суммирование ядерных оценок Надарая – Ватсона по параметру размытости. Рассматривается вариант регуляризации вейвлет-преобразования для конечного интервала. Доказываются теоремы, которые формулируют свойства вейвлет-преобразования с сингулярным вейвлетом. Предлагается алгоритм аппроксимации функции, заданной на конечном интервале, последовательностью вейвлет-преобразований.

Ключевые слова: вейвлет-преобразование, окно Парзена – Розенблатта, непараметрическая аппроксимация, ядерная оценка Надарая – Ватсона

Для цитирования. Романчук, В. М. Сингулярные вейвлеты на конечном интервале / В. М. Романчук // Информатика. – 2018. – Т. 15, № 4. – С. 39–49.

V. M. Romanchuk

Belarusian National Technical University, Minsk, Belarus

SINGULAR WAVELETS ON A FINITE INTERVAL

Abstract. Nonparametric methods are used in complex cases where model information is insufficient. A new method of nonparametric approximation, the singular wavelet method, is developed. The method includes a numerical algorithm based on the summation of a recurrent sequence of functions. The introduction explains the idea of the singular wavelet method to combine the theory of wavelets with kernel regression estimation of the Nadaraya – Watson type. This integration is realized by regularizing the wavelet transform. Usually kernel estimation is considered as an example of nonparametric estimation. However, one parameter – the blur parameter – is still present in the traditional kernel regression algorithm. In the approximation by the method of singular value wavelet, the summation of kernel estimation of the type Nadaraya – Watson using the blur parameter takes place. In the main part of the work, the variant of wavelet transform regularization for the finite interval is considered. Theorems that formulate the properties of a wavelet transform with a singular wavelet are proved, an algorithm for approximating a function defined on a finite interval by a sequence of wavelet transforms is proposed.

Keywords: wavelet transform, the Parzen – Rosenblatt window method, nonparametric estimator, Nadaraya – Watson kernel regression

For citation. Romanchuk V. M. Singular wavelets on a finite interval. *Informatics*, 2018, vol. 15, no. 4, pp. 39–49 (in Russian).

Введение. Широкое распространение методов непараметрической аппроксимации объясняется возможностью их применения для построения различных математических моделей [1]. В прикладных работах используется аппроксимация ядерными функциями [2–5] и аппроксимация вейвлетами [6–8]. В настоящей работе развивается метод сингулярных вейвлетов, в котором применяются вейвлет-преобразования с ядерными функциями.

Метод сингулярных вейвлетов объединяет теорию вейвлетов с ядерными оценками Надарая – Ватсона [9, 10]. Это объединение реализуется с помощью регуляризованного вейвлет-преобразования. Обычно ядерные оценки рассматриваются как пример непараметрического оценивания, однако параметр размытости все же присутствует в традиционном алгоритме ядерного оценивания Надарая – Ватсона. Выбор оптимального значения этого параметра является сложной математической задачей, которой посвящены многочисленные работы. При аппроксимации методом сингулярных вейвлетов происходит суммирование ядерных оценок Надарая – Ватсона по параметру размытости, поэтому отпадает необходимость решать задачу оптимального выбора этого параметра.

Пусть $\psi(x)$ – базисный вейвлет (дословный перевод англ. wavelet – «маленькая волна») [6]. В вейвлете варьируются значения параметра масштабирования a и параметра сдвига b :

$$\frac{1}{a} \psi\left(\frac{t-b}{a}\right). \quad (1)$$

В теории вейвлетов рассматривают скалярное произведение действительной функции $f(t)$ и вейвлет-функции (1), которое называют вейвлет-преобразованием:

$$Wf(b, a) = \frac{1}{a} \int_{-\infty}^{\infty} f(t) \psi\left(\frac{t-b}{a}\right) dt. \quad (2)$$

Можно показать, что если функция $\psi(x)$ в среднем равна нулю:

$$\int_{-\infty}^{\infty} \psi(t) dt = 0, \quad (3)$$

то в преобразовании (2) функция $Wf(b, a)$ для малых a будет близка к нулю [7]. Если базисный вейвлет $\psi(t)$ в среднем не равен нулю, то назовем такой вейвлет сингулярным. Если вейвлет является сингулярным, то преобразование $Wf(b, a)$ не будет стремиться к нулю при малых a .

Аппроксимация сингулярными вейвлетами основывается на регуляризации вейвлет-преобразования (2) по формуле

$$W(f - f(b))(b, a) = \frac{1}{a} \int_{-\infty}^{\infty} (f(t) - f(b)) \psi\left(\frac{t-b}{a}\right) dt, \quad (4)$$

где $b \in \mathbb{R}$. Если вейвлет не является сингулярным, то регуляризованное вейвлет-преобразование (4) совпадает с вейвлет-преобразованием (2). В случае сингулярного вейвлета функция $W(f - f(b))(b, a)$ для малых a будет близка к нулю.

В качестве вейвлета в преобразовании $W(f - f(b))(b, a)$ можно взять дельта-функции, которые применяют при ядерной оценке Надарая – Ватсона [2]. Например, вейвлетом может быть функция плотности стандартного нормального распределения. Тогда, если интеграл в выражении (4) заменить суммой и считать преобразование $W(f - f(b))(b, a)$ достаточно малой величиной, получим непараметрическую ядерную оценку Надарая – Ватсона [3, 4]:

$$f(b) \approx \frac{\sum_{i=1}^n f(t_i) \psi\left(\frac{t_i-b}{a}\right)}{\sum_{i=1}^n \psi\left(\frac{t_i-b}{a}\right)}, \quad (5)$$

где $\psi(x)$ – ядро (ядерная функция), $x \in \mathbb{R}$.

Сингулярный вейвлет. Для ядерной оценки (5) важным является условие положительности ядра. Видно, что регуляризация вейвлет-преобразования позволяет объединить теорию вейвлетов с непараметрическими ядерными оценками Надарая – Ватсона. Такое объединение называется методом сингулярных вейвлетов.

Пусть для $\psi(t)$ выполняется условие на бесконечности

$$|\psi(t)| \leq \frac{q}{1+t^2}, \quad (6)$$

где q – некоторая константа, $q > 0$, и для функции $\psi(t)$ существует конечное среднее значение $\int_{-\infty}^{\infty} \psi(t) dt$. Такую функцию назовем *базисным вейвлетом*. Базисный вейвлет будем называть *классическим*, если

$$\int_{-\infty}^{\infty} \psi(t) dt = 0, \quad (7)$$

и *сингулярным*, если

$$\int_{-\infty}^{\infty} \psi(t) dt \neq 0. \quad (8)$$

Сингулярный вейвлет, удовлетворяющий условию нормировки

$$\int_{-\infty}^{\infty} \psi(t) dt = 1, \quad (9)$$

будем называть *дельта-вейвлетом*.

Из неравенства (6) следует, что ψ – ограниченная функция, которая убывает как q/t^2 или быстрее для больших по модулю значений t . Из условий (6) и (7) следует, что $\psi(t) \in L^1(\mathbb{R})$.

Пусть определены вейвлет-преобразование $Wf(b, a)$ функции $f(t)$ по формуле (2) и регуляризация вейвлет-преобразования $W(f-f(b))(b, a)$ по формуле (4). Тогда для дельта-вейвлета регуляризация (4) равна разности вейвлет-преобразования и значения функции $f(b)$: $W(f-f(b))(b, a) = Wf(b, a) - f(b)$. Для классического вейвлета регуляризация (4) совпадет с вейвлет-преобразованием: $W(f-f(b))(b, a) = Wf(b, a)$.

Пусть ψ – произвольный базисный вейвлет, для которого выполняется

$$C = 2\pi \int_0^{\infty} \frac{(\Psi(-ax) - \Psi(0))\Psi(ax)}{a} da = 2\pi \int_0^{\infty} \frac{(\Psi(ax) - \Psi(0))\Psi(-ax)}{a} da, \quad (10)$$

причем

$$|C| < \infty, \quad (11)$$

где $\Psi(x)$ – преобразование Фурье для функций $\psi(t)$: $\Psi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} \psi(t)e^{ixt} dt$.

Условие (10) означает, что функция $\Psi(x)$ такая, что оба интеграла в формуле (10) совпадают. Условие (10), (11) назовем условием допустимости. В работе [10] доказана следующая теорема.

Теорема 1. Пусть ψ – произвольный базисный вейвлет, для которого выполняется условие допустимости (10), (11), тогда для любой непрерывной в точке t функции $f(t)$ из $L^2(\mathbb{R})$ верно

$$f(t) = \frac{1}{C} \int_0^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{a^2} W(f-f(b))f(b, a) \psi\left(\frac{t-b}{a}\right) db da.$$

Следует особо отметить два случая, упрощающих выполнение условия допустимости:

1) если функция $\Psi(u)$ четная, $\Psi(u) \in L^2$, $u\Psi(u) \in L^1$, то $\Psi(u) = \Psi(-u)$, $\Psi(u)$ непрерывно дифференцируемая и условие допустимости (10), (11) выполняется. Постоянная C вычисляется по формуле

$$C = 2\pi \int_0^{\infty} \frac{(\Psi(u) - \Psi(0))\Psi(u)}{u} du;$$

2) если функция $\Psi(u)$ нечетная, $\Psi(u) \in L^2$, $u\Psi(u) \in L^1$, $\Psi(0) = 0$, $\Psi(u)\Psi(-u) = |\Psi(u)|^2$, то $\Psi(u)$ непрерывно дифференцируемая и условие допустимости (10), (11) выполняется. Постоянная C вычисляется по формуле

$$C = 2\pi \int_0^{\infty} \frac{|\Psi(u)|^2}{u} du.$$

Первый случай соответствует регуляризованному вейвлет-преобразованию с сингулярным вейвлетом, второй случай – с классическим вейвлетом.

Вейвлет-преобразование на конечном интервале. Будем считать, что сингулярный вейвлет для конечного интервала должен удовлетворять условиям на бесконечности (6), условию сингулярности (8) и условиям

$$\int_0^{\infty} \psi(t) dt \neq 0, \int_{-\infty}^0 \psi(t) dt \neq 0. \quad (12)$$

Определим вейвлет-преобразование на конечном интервале $[A, B]$ для сингулярного вейвлета $\psi(u)$. Для этого выберем нормирующий множитель

$$C(b, a) = \frac{1}{a} \int_A^B \psi\left(\frac{t-b}{a}\right) dt, \quad (13)$$

где $b \in [A, B]$, $\psi(t)$ – сингулярный вейвлет, для которого выполняется условие на бесконечности (6) и сингулярности (8) и (12).

Лемма 1. Существует такое a_0 , что для любого $0 < a \leq a_0$ и $b \in [A, B]$ выполняется $|C(b, a)| \geq C_1 > 0$, где C_1 – некоторая постоянная.

В рассматриваемом случае

$$C(b, a) = \int_{-\infty}^{\infty} \psi(u) du - \int_{-\infty}^{(A-b)/a} \psi(u) du - \int_{(B-b)/a}^{\infty} \psi(u) du. \quad (14)$$

Выбрав $A < b < B$ и достаточно малое a , второй и третий интегралы в формуле (14) можно сделать сколь угодно малыми, при этом первый интеграл не равен нулю в силу условия сингулярности (8). Если $b = B$ ($b = A$ рассматривается аналогично), то второй интеграл можно сделать сколь угодно малым, при этом разность первого и третьего интегралов будет равна второму интегралу в условии сингулярности (12) и не равна нулю. Следовательно, существует такое a_0 , что для любого $0 < a \leq a_0$ и $b \in [A, B]$ будет выполняться $|C(b, a)| \geq C_1 > 0$, где C_1 – некоторая постоянная.

Вейвлет-преобразование на конечном интервале $[A, B]$ зададим формулой

$$Wf(b, a) = \frac{1}{aC(b, a)} \int_A^B f(t) \psi\left(\frac{t-b}{a}\right) dt, \quad (15)$$

где $b \in [A, B]$, $C(b, a) \neq 0$, $0 < a < a_0$, $\psi(t)$ – сингулярный вейвлет. Если $A \rightarrow \infty$ и $B \rightarrow \infty$, то вейвлет-преобразование для конечного интервала (15) стремится к вейвлет-преобразованию

для бесконечного интервала (2), поэтому используются одинаковые обозначения для вейвлет-преобразования в случае конечного или бесконечного интервала. Аналогично не будем вводить новое обозначение для регуляризованного вейвлет-преобразования на конечном интервале, а воспользуемся обозначением (4):

$$W(f - f(b))(b, a) = \frac{1}{aC(b, a)} \int_A^B (f(t) - f(b)) \Psi\left(\frac{t-b}{a}\right) dt, \quad (16)$$

где $b \in [A, B]$, $C(b, a) \neq 0$, $0 < a < a_0$.

Теорема 2. Пусть $f(t) \in L^1[A, B]$, $\Psi(t)$ – сингулярный вейвлет для конечного интервала, тогда преобразование $W(f - f(b))(b, a)$ в каждой точке $b \in [A, B]$ непрерывности функции $f(b)$ на $[A, B]$ при $a \rightarrow 0$, $a > 0$ стремится к нулю: $W(f - f(b))(b, a) \rightarrow 0$.

Доказательство. Представим функцию $\Psi(t)$ в виде $\Psi(t) = \Psi_1(t) + \Psi_2(t)$, где $\Psi_1(t) = \Psi(t)$, если $|t| \leq M$, и $\Psi_1(t) = 0$, если $|t| > M$. Кроме того, $\Psi_2(t) = \Psi(t)$, если $|t| > M$, и $\Psi_2(t) = 0$, если $|t| \leq M$. Выражение (16) можно записать в виде

$$\begin{aligned} W(f - f(b))(b, a) &= \frac{1}{aC(b, a)} \int_{A-b}^{B-b} (f(b+u) - f(b)) \Psi\left(\frac{u}{a}\right) du = \\ &= \frac{1}{aC(b, a)} \int_{A-b}^{B-b} (f(b+u) - f(b)) \Psi_1\left(\frac{u}{a}\right) du - \frac{f(b)}{aC(b, a)} \int_{A-b}^{B-b} \Psi_2\left(\frac{u}{a}\right) du + \\ &\quad + \frac{1}{C(b, a)} \int_{(A-b)/a}^{(B-b)/a} f(wa+b) \Psi_2(w) dw. \end{aligned}$$

Обозначим $\omega_x(\delta) = \sup_{|y| \leq \delta} |f(x+y) - f(x)|$, где x, y и $x+y \in [A, B]$, тогда справедливо выражение

$$\begin{aligned} |W(f - f(b))(b, a)| &\leq \\ &\leq \frac{\omega_b(aM)}{aC_1} \int_{A-b}^{B-b} \left| \Psi_1\left(\frac{u}{a}\right) \right| du + \frac{|f(b)|}{aC_1} \int_{A-b}^{B-b} \left| \Psi_2\left(\frac{u}{a}\right) \right| du + \frac{1}{C_1} \int_{(A-b)/a}^{(B-b)/a} |f(wa+b)| |\Psi_2(w)| dw \leq \quad (17) \\ &\leq \frac{\omega_b(aM)}{aC_1} \int_{-\infty}^{\infty} \left| \Psi\left(\frac{u}{a}\right) \right| du + \frac{|f(b)|}{C_1} \int_{-\infty}^{\infty} |\Psi_2(v)| dv + \frac{q}{C_1 M^2} \int_A^B |f(t)| dt. \end{aligned}$$

При оценке третьего интеграла в (17) учтено условие (6), из которого следует, что $|\Psi_2(w)| \leq \frac{q}{1+M^2} < \frac{q}{M^2}$. Следовательно,

$$\begin{aligned} |W(f - f(b))(b, a)| &\leq \\ &\leq \frac{\omega_b(aM)}{C_1} \int_{-\infty}^{\infty} |\Psi(v)| dv + \frac{|f(b)|}{C_1} \int_{|v| \geq M} |\Psi(v)| dv + \frac{q}{C_1 M^2} \int_A^B |f(t)| dt < \varepsilon. \quad (18) \end{aligned}$$

Второе и третье слагаемые в неравенстве (18) можно сделать сколь угодно малыми, выбрав достаточно большое M . После этого первое слагаемое сделаем сколь угодно малым, выбрав достаточно малое a .

Теперь докажем непрерывность преобразования $W(f - f(x))(x, a)$ по переменной x для $0 < a \leq a_0$. Обозначим $F(x) = W(f - f(x))(x, a)$ и будем считать, что a выбрано достаточно малым, так что выполняется $|C(x, a)| \geq C_1 > 0$, где функция $C(x, a)$ определена формулой (13). Тогда справедлива следующая лемма.

Лемма 2. Если функция $f(x) \in L^1[A, B]$ и непрерывна в точке $x \in [A, B]$, то функция $F(x) = W(f - f(x))(x, a)$ непрерывна в точке $x \in [A, B]$ и $F(x) \in L^1[A, B]$.

Доказательство. Запишем преобразование $F(x) = W(f - f(x))(x, a)$ в виде

$$F(x) = W(f - f(x))(x, a) = \frac{I(x)}{C(x, a)} - f(x), \quad (19)$$

$$\text{где } I(x) = \frac{1}{a} \int_A^B f(t) \psi\left(\frac{t-x}{a}\right) dt, \quad C(x, a) = \frac{1}{a} \int_A^B \psi\left(\frac{t-x}{a}\right) dt.$$

Интегралы $I(x)$ и $C(x, a)$ в (19) непрерывны по переменной $x \in [A, B]$. Действительно, пусть $x \in [A, B]$, $x + \Delta x \in [A, B]$ и для определенности $\Delta x > 0$ (случай $\Delta x < 0$ рассматривается аналогично), тогда верно выражение

$$I(x) = \int_{(A-x)/a}^{(B-x)/a} f(au+x)\psi(u)du = \int_{(A-x)/a}^{(B-x-\Delta x)/a} f(au+x)\psi(u)du + \int_{(B-x-\Delta x)/a}^{(B-x)/a} f(au+x)\psi(u)du,$$

$$I(x+\Delta x) = \int_{(A-x-\Delta x)/a}^{(A-x)/a} f(au+x+\Delta x)\psi(u)du + \int_{(A-x)/a}^{(B-x-\Delta x)/a} f(au+x+\Delta x)\psi(u)du.$$

Следовательно,

$$I(x+\Delta x) - I(x) = \Delta I_1 + \Delta I_2 + \Delta I_3,$$

где

$$\Delta I_1 = \int_{(A-x)/a}^{(B-x-\Delta x)/a} (f(au+x+\Delta x) - f(au+x))\psi(u)du,$$

$$\Delta I_2 = \int_{(A-x-\Delta x)/a}^{(A-x)/a} f(au+x+\Delta x)\psi(u)du,$$

$$\Delta I_3 = - \int_{(B-x-\Delta x)/a}^{(B-x)/a} f(au+x)\psi(u)du.$$

Докажем, что выражения ΔI_1 , ΔI_2 , ΔI_3 можно сделать сколь угодно малыми. Пусть $\omega_x(\delta) = \sup_{|y| \leq \delta} |f(x+y) - f(x)|$, где x, y и $x+y \in [A, B]$. Тогда $|\Delta I_1| \leq \omega_x(\Delta x) \int_{-\infty}^{\infty} |\psi(t)| dt \leq \varepsilon_1$, если вы-

брать достаточно малое Δx . Кроме того, $|\psi(t)| \leq q$ (q – постоянная в (8)), поэтому

$$|\Delta I_2| \leq \frac{q}{a} \int_{A-\Delta x}^A |f(t+\Delta x)| dt \leq \varepsilon_2 \quad \text{и} \quad |\Delta I_3| \leq \frac{q}{a} \int_{B-\Delta x}^B |f(t)| dt \leq \varepsilon_3 \quad \text{для достаточно малого } \Delta x.$$

Таким образом, показана непрерывность интеграла $I(x)$ для любого фиксированного a , аналогично интеграл $C(x, a)$ также непрерывен. Из непрерывности функции $f(x)$ и интегралов $I(x)$ и $C(x, a)$ следует непрерывность функции $F(x) = W(f - f(x))(x, a)$ в точке x . Теперь докажем, что $F(x) \in L^1[A, B]$. Запишем $F(x)$ в виде

$$F(x) = -f(x) + \frac{1}{aC(x,a)} \int_A^B f(t) \psi\left(\frac{t-x}{a}\right) dt,$$

тогда

$$\begin{aligned} \int_A^B |F(x)| dx &\leq \int_A^B |f(x)| dx + \int_A^B \int_A^B \frac{|f(t)|}{a|C(x,a)|} \left| \psi\left(\frac{t-x}{a}\right) \right| dx dt \leq \\ &\leq \int_A^B |f(x)| dx + \frac{1}{C_1 a} \int_A^B |f(t)| \int_{-\infty}^{\infty} \left| \psi\left(\frac{t-x}{a}\right) \right| dx dt \leq \left(1 + \frac{1}{C_1} \int_{-\infty}^{\infty} |\psi(u)| du \right) \int_A^B |f(x)| dx. \end{aligned}$$

Из леммы 2 следует, что последовательное применение вейвлет-преобразования приводит к последовательности непрерывных в точке x функций из пространства $L^1[A, B]$.

Покажем, что можно аппроксимировать функцию $f(x)$ с помощью последовательности регуляризованных вейвлет-преобразований

$$F^{k+1}(x) = F^k(x) - WF^k(x, a_k); \quad (20)$$

$$WF^k(x, a_k) = \frac{1}{C(x, a_k)} \int_A^B F^k(t) \psi\left(\frac{t-x}{a_k}\right) dt, \quad (21)$$

где $k = 0, 1, 2, \dots, K-1$; $F^0(x) = f(x)$ – начальное значение.

Пусть $\psi(t)$ – сингулярный вейвлет для конечного интервала, непрерывная функция на множестве действительных чисел R и a_0 выбрана так, что $C(x, a) \geq C_1 > 0$ для любого $x \in [A, B]$ и $a, 0 < a \leq a_0$. Тогда справедлива следующая теорема.

Теорема 3. Для непрерывной в точке $x \in [A, B]$ функции $f(x) \in L^1[A, B]$ существует разложение по формуле

$$f(x) = \sum_{k=0}^{K-1} WF^k(x, a_k) + F^K(x), \quad (22)$$

где a_k – произвольная последовательность действительных чисел, $0 < a_k \leq a_0$;

k – номер преобразования, $0 \leq k \leq K$;

$F^k(x)$ – последовательность регуляризованных вейвлет-преобразований (20);

$F^K(x) = W(F^{K-1} - F^{K-1}(x))(x, a_{K-1})$ – остаточный член, $F^K(x) \rightarrow 0$ при $a_{K-1} \rightarrow 0$;

K – порядок аппроксимации, $K \geq 1$.

Доказательство. Рассмотрим пример разложения второго порядка для $K = 2$. Выберем достаточно малое a_0 так, чтобы выполнялось $C(x, a_k) \geq C_1 > 0$. В этом случае согласно рекуррентным формулам (20) справедливы равенства

$$F^1(x) = F^0(x) - WF^0(x, a_0),$$

$$F^2(x) = F^1(x) - WF^1(x, a_1).$$

Сложив данные равенства, получим $F^2(x) = F^0(x) - WF^0(x, a_0) - WF^1(x, a_1)$. Учитывая, что $F^0(x) = f(x)$, будет выполняться

$$f(x) = WF^0(x, a_0) + WF^1(x, a_1) + F^2(x). \quad (23)$$

Таким образом доказано, что равенство (22) выполняется тождественно для случая $K = 2$. Остаточный член $F^2(x) = W(F^1 - F^1(x))(x, a_1)$ в формуле (23) можно сделать сколь угодно малым путем подходящего выбора a_1 на основании теоремы 2, так как функция $F^1(x)$ принадлежит пространству $L^1[A, B]$ и непрерывна в точке x (на основании леммы 2). Для произвольного порядка K формула (22) доказывается аналогично.

Определение. Пусть $F_k(x)$ – последовательность вейвлет-преобразований (20) с начальной функцией $F_0(x) = f(x)$. Ряд

$$\sum_{k=0}^{\infty} WF^k(x, a_k) \quad (24)$$

будем называть рядом вейвлет-преобразований функции $f(x)$.

В разложении (22) значение функции $f(x)$ равно частичной сумме вейвлет-ряда (24) и остаточного члена $F^K(x)$. Определим условия, при которых остаточный член $F^K(x)$ в формуле (22) равномерно стремится к нулю с ростом K . В этом случае ряд вейвлет-преобразований (24) сходится равномерно к функции $f(x)$.

Теорема 4 (достаточное условие равномерной сходимости). Пусть в функции $f(x)$ для $x, y \in [A, B]$ выполняется условие Липшица $|f(x) - f(y)| < L|x - y|$, где L – постоянная и $\Psi(u)$ – неотрицательный сингулярный вейвлет, $|u|/\Psi(u) \in L^1$. Тогда ряд вейвлет-преобразований (24) функции $f(x)$ сходится равномерно для всех $x \in [A, B]$, если $a_k = a_0 q^k$, $k = 0, 1, \dots$, где $0 < q < 1/2$ и a_0 выбрано так, что $C(x, a_k) \geq C_1 > 0$ для любого $x \in [A, B]$.

Доказательство (фрагмент). Запишем регуляризованное вейвлет-преобразование (20) в виде

$$F^{k+1}(x) = \frac{1}{C(x, a_k)} \int_{m_k(x)}^{M_k(x)} (F^k(x) - F^k(x + a_k u)) \Psi(u) du, \quad (25)$$

где $k = 0, 1, \dots$; $F^0(x) = f(x)$; $m_k(x) = \frac{A-x}{a_k}$; $M_k(x) = \frac{B-x}{a_k}$; $C(x, a_k) = \int_{m_k(x)}^{M_k(x)} \Psi(u) du$.

Используя условие Липшица и формулу (25), получим

$$|F^1(x + \Delta x) - F^1(x)| \leq 2L_1 |\Delta x|, \quad (26)$$

где $L_1 = L(1 + ca_0)$, c – постоянная, L – постоянная Липшица. Аналогично в общем случае выполняется неравенство

$$|F^k(x + \Delta x) - F^k(x)| < 2^k L_k |\Delta x|, \quad (27)$$

где $L_k = L(1 + ca_0)(1 + ca_1) \dots (1 + ca_{k-1})$, $k = 1, 2, \dots$. Следовательно, для функции $F_{k+1}(x)$ с учетом неравенства (27) верна оценка

$$|F^{k+1}(x)| \leq \frac{1}{C(x, a_k)} \int_{m_k(x)}^{M_k(x)} |F^k(x) - F^k(x + a_k u)| \Psi(u) du \leq 2^k a_k \frac{L_k}{C_1} \int_{-\infty}^{\infty} |u| \Psi(u) du, \quad (28)$$

из которой непосредственно следует доказательство теоремы 4.

Аппроксимация дельта-вейвлетами (22) может служить обоснованием численного алгоритма аппроксимации. Однако можно определить дискретное вейвлет-преобразование и самостоятельно. В качестве примера рассмотрим аппроксимацию непрерывной функции, заданной на дискретном множестве точек. Пусть x_i , $i = 1, \dots, n$, принадлежат интервалу $[A, B]$ и известны значения функции $y_i = f(x_i)$ в этих точках.

Пример дискретной аппроксимации:

1. Присваиваем начальные значения y_i коэффициентам вейвлета нулевого порядка W_i^0 :

$$W_i^0 = y_i, \quad i = 1, \dots, n.$$

2. Вычисляем коэффициенты регуляризованного вейвлет-преобразования, используя дискретный аналог формулы (20):

$$W_j^k = W_j^{k-1} - \frac{\sum_i W_i^{k-1} \Psi\left(\frac{x_i - x_j}{a_{k-1}}\right)}{\sum_i \Psi\left(\frac{x_i - x_j}{a_{k-1}}\right)}, \quad (29)$$

где $k = 1, \dots, K - 1$; W_i^k – значения коэффициентов вейвлета k -го порядка в точке x_i , $i, j = 1, \dots, n$; $a_k = \alpha 2^{-k}$, α – постоянная.

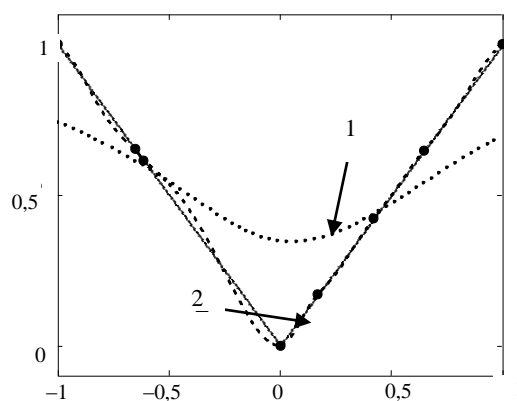
3. Восстанавливаем функцию $f_k(x) \approx f(x)$ во всех точках интервала $[A, B]$, используя аналог формулы (22):

$$f_k(x) = \frac{\sum_{i=0}^{k-1} W_i^k \Psi\left(\frac{x_i - x}{a_k}\right)}{\sum_i \Psi\left(\frac{x_i - x}{a_k}\right)}. \quad (30)$$

Рассмотрим частный случай $\psi(t) = \frac{1}{1+t^2}$, $x_i \in [-1, 1]$, $y_i = |x_i|$. Значения коэффициентов вейвлетов W_i^k , найденные по формуле (29), представлены в таблице. Номеру строки m , $m = 1, 2, \dots, 8$, соответствует номер преобразования $k = m - 1$. Номер столбца i , $i = 1, 2, \dots, 8$, совпадает с номером точки x_i .

Коэффициенты вейвлетов W_i^k

1,00	0,61	0,17	0,00	0,65	0,65	0,42	1,00
0,44	0,06	-0,37	-0,54	0,11	0,10	-0,12	0,45
0,38	0,06	-0,31	-0,48	0,12	0,09	-0,07	0,43
0,26	0,02	-0,18	-0,35	0,11	0,04	-0,01	0,31
0,12	-0,01	-0,05	-0,18	0,05	0,00	0,02	0,12
0,03	-0,01	0,01	-0,06	0,01	0,00	0,01	0,02
0,00	-0,01	0,01	-0,01	0,00	0,01	0,00	0,00
0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00



Аппроксимация функции $y = |x|$: 1 – график $f_3(x)$, 2 – график $f_6(x)$

Значения аппроксимирующей функции были рассчитаны по формуле (30). На рисунке изображены график функции $f_k(x)$, $x \in [-1, 1]$, для $K = 3$ и $K = 6$, график функции $y = |x|$ и точки, в которых заданы значения функции $y_i = |x_i|$, $i = 1, 2, \dots, 8$.

Аппроксимацию функцией $f_3(x)$ можно интерпретировать как результат сглаживания данных, аппроксимацию $f_6(x)$ – как интерполяцию (квазиинтерполяцию). Используя разные порядки аппроксимации K , можно получить различные степени сглаживания функции или, при необходимости, интерполировать экспериментальные данные. Результаты расчета подтверждают целесообразность продолжения исследования дискретного варианта вейвлет-преобразования.

Заключение. В работе исследован новый метод непараметрической аппроксимации – метод сингулярных вейвлетов. Доказано, что его можно использовать для аппроксимации функциональных зависимостей на конечном промежутке.

Приводится пример сглаживания и квазиинтерполяции функции в дискретном случае для нерегулярного расположения узлов.

Список использованных источников

1. Хардле, В. Прикладная непараметрическая регрессия : пер. с англ. / В. Хардле. – М. : Мир, 1993. – 349 с.
2. Parzen, E. On estimation of a probability density function and mode / E. Parzen // *The Annals of Mathematical Statistics*. – 1962. – Vol. 33, no. 3. – P. 1065–1076.
3. Watson, G. S. Smooth regression analysis / G. S. Watson // *Sankhya, The Indian Journal of Statistics. Ser. A.* – 1964. – Vol. 26. – P. 359–372.
4. Надарая, Э. А. Об оценке регрессии / Э. А. Надарая // *Теория вероятностей и ее применение*. – 1964. – Т. 9, № 1. – С. 157–159.
5. Деврой, Л. Непараметрическое оценивание плотности. L1 подход : пер. с англ. / Л. Деврой, Л. Дьерфи. – М. : Мир, 1988. – 407 с.
6. Чуи, К. Введение в вейвлеты : пер. с англ. / К. Чуи. – М. : Мир, 2001. – 412 с.
7. Добеши, И. Десять лекций по вейвлетам : пер. с англ. / И. Добеши. – Ижевск : НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», 2001. – 464 с.
8. Фрейзер, М. Введение в вейвлеты в свете линейной алгебры : пер. с англ. / М. Фрейзер. – М. : БИНОМ. Лаборатория знаний, 2008. – 487 с.
9. Серенков, П. С. Система сбора данных о качестве как техническая основа функционирования эффективных систем менеджмента качества / П. С. Серенков, В. М. Романчак, В. Л. Соломахо // *Доклады Национальной академии наук Беларуси*. – 2006. – Т. 50, № 4. – С. 100–104.
10. Романчак, В. М. Аппроксимация экспертных оценок сингулярными вейвлетами / В. М. Романчак, П. М. Лаппо // *Вестник Гродненского гос. ун-та. Сер. 2. Математика. Физика. Информатика, вычислительная техника и управление*. – 2017. – Т. 7, № 1. – С. 132–139.

References

1. Hardle W. *Prikladnaja neparametricheskaja regressija. Applied Nonparametric Regression*. Moscow, Mir Publ., 1993, 349 p.
2. Parzen E. On estimation of a probability density function and mode. *The Annals of Mathematical Statistics*, 1962, vol. 33, no. 3, pp. 1065–1076.
3. Watson G. S. Smooth regression analysis. *Sankhya, The Indian Journal of Statistics. Ser. A.*, 1964, vol. 26, pp. 359–372.
4. Nadaraya E. A. Ob ocenke regressii [About a regression assessment]. *Teoriya veroyatnostej i ee primenenie [Probability Theory and Its Application]*, 1964, vol. 9, no. 1, pp. 157–159 (in Russian).
5. Devroye L., D'erfi L. Neparametricheskoe ocenivanie plotnosti. L1 podhod. *Nonparametric Density Estimation. The L1 View*. Moscow, Mir Publ., 1988, 407 p.
6. Chui K. Vvedenie v vejvlety. *Introduction in Wavelet*. Moscow, Mir Publ., 2001, 412 p.
7. Daubechies I. Desjat' lekcij po vejvletam. *Ten Lectures on Wavelets*. Izhevsk, NIC "Reguljarnaja i haoticheskaja dinamika", 2001, 464 p.
8. Frazier M. Vvedenie v vjevlety v svete linejnoj algebrj. *An Introduction to Wavelet Through Linear Algebra*. Moscow, BINOM, Laboratorija znaniy Publ., 2008, 487 p.
9. Serenkov P. S., Ramanchak V. M., Solomakho V. L. Sistema sbora dannyh o kachestve kak tehniceskaja osnova funkcionirovanija jeffektivnyh sistem menedzhmenta kachestva [System of collection of data on quality as technical basis of functioning of effective systems of quality management]. *Doklady Nacional'noj akademii nauk Belarusi [Doklady of the National Academy of Sciences of Belarus]*, 2006, vol. 50, no. 4, pp. 100–104 (in Russian).
10. Ramanchak V. M., Lappo P. M. Approksimacija jekspertnyh ocenok singuljarnymi vejvletami [Approximation of expert estimates by singular wavelets]. *Vestnik Grodnenskogo gosudarstvennogo universiteta Ser. 2. Matematika. Fizika. Informatika, vychislitel'naja tehnik a i upravlenie [Bulletin of the Grodno State University. Ser. 2. Mathematics. Physics. Informatics, Computer Science and Management]*, 2017, vol. 7, no. 1, pp. 132–139 (in Russian).

Информация об авторе

Романчак Василий Михайлович – доцент кафедры «Инженерная математика», Белорусский национальный технический университет (пр. Независимости, 65, 220013, Минск, Республика Беларусь).
E-mail: Romanchak@bntu.by

Information about the author

Vasily M. Romanchak – Associate Professor "Engineering Mathematics", Belarusian National Technical University (65, Nezavisimosti Ave., 220013, Minsk, Republic of Belarus).
E-mail: Romanchak@bntu.by

ISSN 1816-0301 (Print)
ISSN 2617-6963 (Online)
УДК 004.931; 004.932

Поступила в редакцию 25.06.2018
Received 25.06.2018

Л. А. Ходасевич

*Объединенный институт проблем информатики
Национальной академии наук Беларуси, Минск, Беларусь*

ГЕНЕРАЦИЯ РЕАЛИСТИЧНЫХ ИЗОБРАЖЕНИЙ ДЛЯ ОБУЧЕНИЯ ИСКУССТВЕННЫХ НЕЙРОННЫХ СЕТЕЙ В ЗАДАЧЕ НАВИГАЦИИ РОБОТА

Аннотация. На конкретном практическом примере рассмотрена и решена проблема формирования обучающей выборки для настройки нейросетевого детектора, предназначенного для распознавания дверей на цифровых изображениях помещений. Разработан метод генерации реалистичных синтетических данных, заключающийся в замене на цифровых изображениях априори известных объектов-мишеней новыми объектами, которые были получены путем проективного преобразования эталонных объектов. Метод предназначен для формирования обучающей выборки, необходимой для обучения и тестирования искусственных нейронных сетей, которые впоследствии применяются в системе управления мобильными роботами для решения задач автономной навигации. Эффективность предложенного метода была подтверждена экспериментально.

Ключевые слова: генерация реалистичных изображений, нейронная сеть, детектор, обучение, набор данных
Для цитирования. Ходасевич, Л. А. Генерация реалистичных изображений для обучения искусственных нейронных сетей в задаче навигации робота / Л. А. Ходасевич // Информатика. – 2018. – Т. 15, № 4. – С. 50–58.

L. A. Khodasevich

*The United Institute of Informatics Problems of the National Academy
of Sciences of Belarus, Minsk, Belarus*

REALISTIC IMAGES GENERATION FOR TRAINING ARTIFICIAL NEURAL NETWORKS IN ROBOT NAVIGATION PROBLEM

Abstract. The problem of obtaining training dataset for setting weights of neural network designed for indoor detection of doors is considered and solved on the particular example. A method for generating realistic synthetic data is developed. The method involves replacing a priori known target objects on digital images with new reference objects that were obtained by projective transformation of reference objects. The method is designed to obtain training dataset for training and testing of artificial neural networks, which will be used in the mobile robot control system to solve autonomous navigation problem. The effectiveness of the proposed method was confirmed experimentally.

Keywords: realistic images generation, neural network, detector, training, dataset

For citation. Khodasevich L. A. Realistic images generation for training artificial neural networks in robot navigation problem. *Informatics*, 2018, vol. 15, no. 4, pp. 50–58 (in Russian).

Введение. Важнейшим этапом решения задачи распознавания образов методами машинного обучения является подготовка обучающей выборки. Несмотря на наличие эффективного метода распознавания, при отсутствии хороших обучающих данных удовлетворительные результаты достигнуты не будут. В связи с этим при обучении моделей машинного обучения подготовка обучающей выборки является наиболее трудоемким процессом, особенно если они реализованы на основе искусственных нейронных сетей (ИНС). Современные ИНС, имеющие многослойную архитектуру, требуют не только больших вычислительных мощностей, но и колоссальных объемов обучающей выборки (десятки тысяч цифровых изображений для каждого из распознаваемых классов) [1]. Для оптимизации процесса формирования обучающей выборки создаются открытые базы данных миллионов цифровых изображений, которые содержат искомые графические объекты. Однако при решении конкретных практических задач

с использованием ИНС распространены ситуации, когда в базах данных отсутствуют изображения с распознаваемыми объектами. Эти случаи требуют использования других методов формирования обучающей выборки.

Существуют следующие подходы к формированию обучающей выборки:

- 1) на основе реальных изображений;
- 2) на основе синтетических изображений;
- 3) из синтетических данных, сгенерированных на основе реальных изображений.

При использовании первого подхода собираются реальные цифровые изображения интересных объектов (в данном случае помещений с дверьми), которые проверяются на соответствие определенным требованиям, таким, например, как наличие дверей на изображениях, корректность выделения ограничивающих прямоугольников, если изображения были предварительно размечены, и т. п. Как правило, далее следует процесс разметки собранных изображений: для задачи классификации – приписывание метки класса каждому изображению, для задачи детектирования – выделение координат прямоугольников, ограничивающих объекты, и приписывание им метки класса. Очевидным недостатком этого подхода является трата большого количества времени на сбор и разметку обучающих данных. К его преимуществам следует отнести то, что обучающие данные будут максимально подобны данным, которые будут поступать на вход ИНС в процессе функционирования, и по ним в процессе тестирования можно будет судить об эффективности обученной ИНС на реальных сценах.

При формировании выборки вторым методом обучающие данные генерируются искусственно. Например, большинство объектов можно представить в виде геометрических примитивов с добавлением линий различной толщины для имитации фактуры и наложить на подходящее фоновое изображение. Затем к таким изображениям требуется применить, к примеру, преобразование яркости и контрастности, аффинное и проективное преобразования, добавление шума и т. д. Очевидным недостатком такого подхода является отдаленность синтетических изображений от реальных, вследствие чего ИНС хотя и будет показывать высокие результаты тестирования на синтетических данных, но при работе с реальными данными результаты распознавания будут низкими. Достоинством такого подхода является то, что по сравнению с предыдущим методом время, необходимое на формирование обучающей выборки, значительно уменьшается.

Третий подход представляет собой комбинацию первых двух. Для генерации обучающих данных за основу берутся реальные изображения. На них показаны распознаваемые объекты, класс которых априори известен (далее – объекты-мишени). Затем эти объекты замещают эталонными объектами, к которым применяются пространственные преобразования для получения наибольшего соответствия контуров эталонного объекта и объекта-мишени, причем типы применяемых преобразований определяются путем анализа существующего набора реальных изображений. Такой подход совмещает достоинства двух предыдущих.

Необходимость использования того или иного подхода зависит от решаемой задачи. Если реальных изображений много и легко получить для них разметку, то для формирования обучающей выборки используется первый подход; если реальные изображения отсутствуют, – второй подход. В случае, когда реальные изображения присутствуют в небольшом количестве и (или) не покрывают все возможные типы и конфигурации объекта, то оптимальным будет использование третьего подхода для формирования обучающей выборки. Третий подход хорошо себя зарекомендовал при решении задач распознавания различных типов объектов на изображениях. Так, в работах [2, 3] приводятся результаты сравнения обучения ИНС на выборке, сформированной из реальных изображений, и на выборке, сформированной из реальных и синтетических изображений. Второй набор обучающих данных позволил увеличить качество распознавания объектов.

Постановка задачи. Цель работы – сформировать обучающую выборку для настройки параметров ИНС при решении задачи детектирования дверей на изображениях внутри помещений. Эта ИНС будет применяться в системе технического зрения автономного мобильного робота, описанного в работе [4]. Указанный мобильный робот должен строить маршрут в заранее неизвестном помещении, опираясь на расположение и порядок следования дверей.

Детектор – это ИНС, реализующая алгоритм генерации ограничивающих прямоугольников, в которых потенциально располагаются искомые объекты (например, алгоритм выборочного поиска [5] или ИНС RPN [6]), и классификатор, который применяется для классификации областей, ограниченных сгенерированными прямоугольниками. Для проведения экспериментов был выбран классический детектор Faster R-CNN [6] на основе сверточной нейронной сети Inception V2 [7].

В сети Интернет представлено большое количество баз данных, содержащих наборы изображений для решения задач классификации, детектирования, сегментации, анализа сцены и т. д. (например, ImageNet (URL: <http://www.image-net.org>), MNIST [8], COCO dataset [9]). Для задачи детектирования объектов требуются размеченные изображения, т. е. изображения, на которых искомые объекты выделены ограничивающими прямоугольниками. Координаты ограничивающих прямоугольников хранятся в отдельном файле, называемом аннотацией. Аннотации могут записываться в различных форматах. В работе используется широко известный формат PASCAL VOC, который применяется в том числе и в базе данных ImageNet.

Необходимость разметки изображений значительно усложняет поиск и формирование обучающей выборки. Из-за специфики детектируемых объектов, необходимых для решения задачи навигации мобильного робота, размеченные изображения были найдены только в базе данных ImageNet. Обучающая выборка содержала 1000 изображений дверей, сфотографированных под прямым углом (рис. 1). Из них разметку имели только 700 изображений. Остальные были размечены вручную с помощью открытого программного инструмента LabelImg [10], который использует формат PASCAL VOC для чтения и записи аннотаций к изображениям.

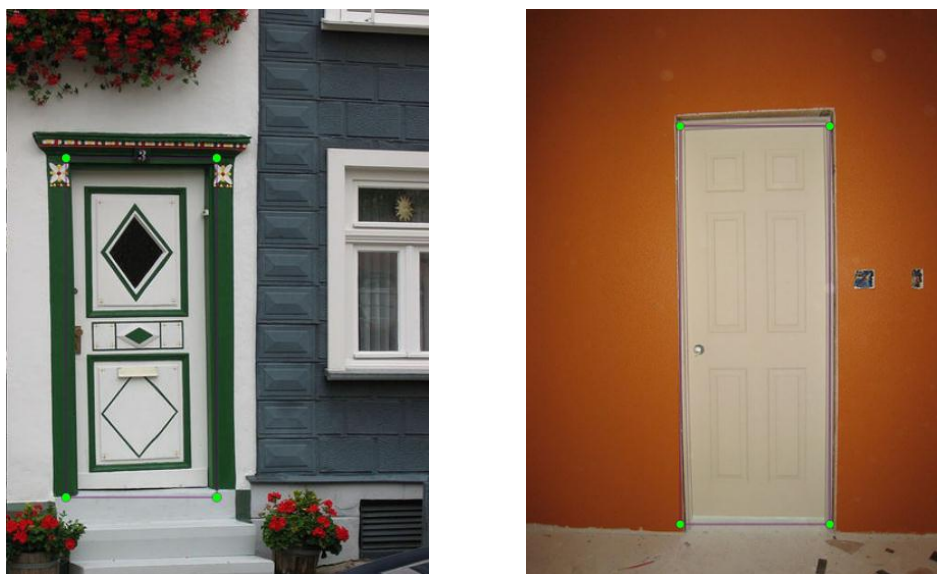


Рис. 1. Размеченные обучающие изображения из базы данных ImageNet

Проблема обучения детектора на данных, представленных на рис. 1, состоит в том, что в процессе выполнения роботом заложенной программы он двигается вдоль коридоров и стен, в результате двери чаще располагаются не прямо, а слева или справа от направления взгляда, что искажает их первоначальную геометрическую форму. Стала очевидной необходимость использования третьего подхода к формированию обучающей выборки – генерации синтетических данных на основе реальных изображений.

Генерация синтетических обучающих данных на основе реальных изображений. Для генерации изображений дверей, расположенных слева и справа от направления взгляда, к каждому исходному изображению дважды было применено проективное преобразование, при котором прямые линии остаются прямыми, однако параллельные линии не обязательно являются таковыми. При использовании проективного преобразования изображение сжимается, сверху и снизу образуются «пустоты», которые автоматически заполняются черным цветом.

Из-за этого детектор может обучиться распознавать лишь двери, расположенные на таком черном фоне. Для устранения данной проблемы черный цвет сверху и снизу на преобразованных изображениях был закрасен усредненным цветом, вычисленным по наборам цветов верхней и нижней частей изображения соответственно (рис. 2).



Рис. 2. Результат применения проективного преобразования для дверей, расположенных слева, и для дверей, расположенных справа

Результаты проведенных экспериментов показали, что детектор, обученный на данных рис. 2, способен распознавать лишь двери на изображениях с такими же пропорциями, как у изображений из обучающей выборки, т. е. двери, занимающие значительную площадь изображения, у которого ширина приблизительно в два-три раза меньше длины. Для устранения этого недостатка преобразованные изображения были наложены на размытые по Гауссу с размером ядра (31, 31) и стандартным отклонением 10 исходные изображения, причем изображения накладывались со смещением от центра влево или вправо в зависимости от типа преобразования (рис. 3).

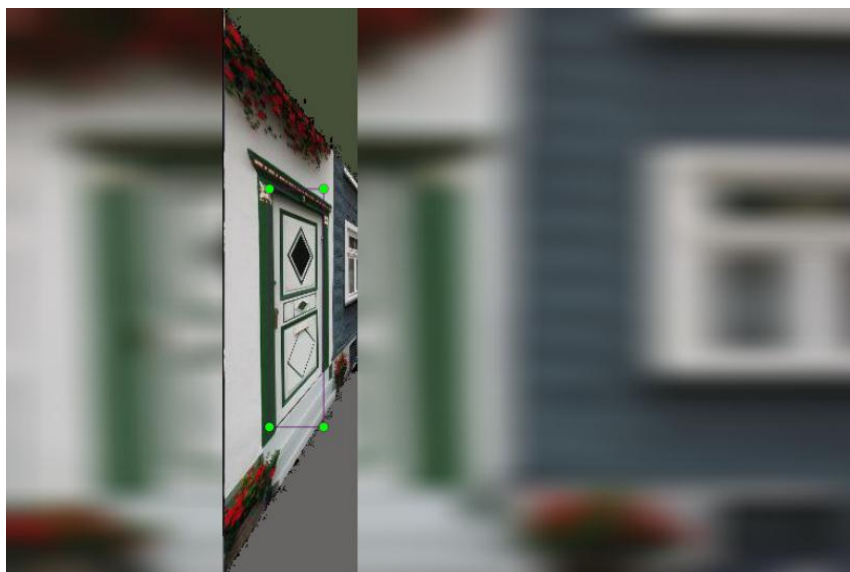


Рис. 3. Преобразованное обучающее изображение

Тем не менее обучение детектора на новых данных не дало удовлетворительных результатов, поэтому возникла необходимость подготовить более правдоподобные синтетические данные.

Генерация реалистичных синтетических данных. Для генерации реалистичных синтетических данных за основу был взят набор видеопоследовательностей, на которых запечатлено движение вдоль коридора. Для реализации метода генерации размеченных обучающих данных из видеопоследовательностей следует выполнить следующие действия:

- 1) разбить видеопоследовательность на набор последовательных кадров;
- 2) для первого кадра вручную выделить прямоугольники, ограничивающие двери, которые будут служить шаблонами для распознавания дверей;
- 3) для оставшихся кадров применить метод поиска объектов по шаблону для генерации ограничивающих прямоугольников;
- 4) при необходимости вручную подкорректировать границы ограничивающих прямоугольников.

Было использовано 11 видеопоследовательностей, причем на одной видеопоследовательности при смене кадров типы дверей не меняются. Это может привести к тому, что детектор обучится распознавать только те типы дверей, которые представлены на используемом наборе видеопоследовательностей. Для решения данной проблемы была предложена идея замены дверей, которые присутствуют на изображениях коридоров и для которых найдены ограничивающие прямоугольники (далее – двери-мишени), на другие двери различных типов и дизайна (далее – эталонные двери). Для того чтобы контуры эталонных дверей совпадали с контурами дверей-мишеней, к ним требуется применить проективное преобразование. Для вычисления матрицы проективного преобразования необходимо знать координаты четырех точек (x_{01}, y_{01}) , (x_{02}, y_{01}) , (x_{01}, y_{02}) , (x_{02}, y_{02}) исходного изображения и координаты четырех точек (x_1, y_1) , (x_2, y_2) , (x_1, y_3) , (x_2, y_4) целевого изображения. Координаты точек (x_{01}, y_{01}) , (x_{02}, y_{01}) , (x_{01}, y_{02}) , (x_{02}, y_{02}) известны из значений ширины w и высоты h изображений эталонных дверей: $x_{01}=0$, $y_{01}=0$, $x_{02}=w$, $y_{02}=h$. Также из координат ограничивающих прямоугольников x_{\min} , y_{\min} , x_{\max} , y_{\max} известны координаты точек (x_1, y_1) , (x_1, y_3) целевого изображения для дверей, расположенных слева: $x_1=x_{\min}$, $y_1=y_{\min}$, $y_3=y_{\max}$, и координаты двух точек (x_2, y_2) , (x_2, y_4) целевого изображения для дверей, расположенных справа: $x_2=x_{\max}$, $y_2=y_{\min}$, $y_4=y_{\max}$. Координаты оставшихся двух точек целевого изображения необходимо найти. На рис. 4 красным цветом отмечены известные координаты, зеленым – неизвестные.

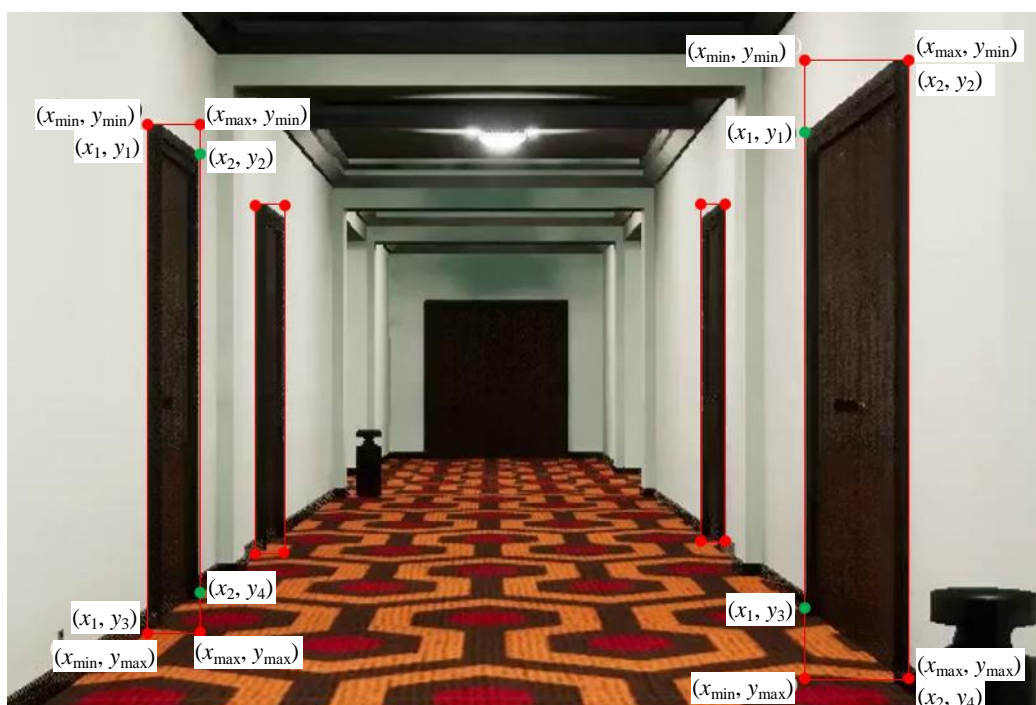


Рис. 4. Проблема нахождения целевых точек для вычисления матрицы проективного преобразования

Предлагаются три способа нахождения координат двух неизвестных точек:

1. Применение проективного преобразования с постоянными углами с изменением при этом ширины и высоты изображений эталонных дверей по ширине и высоте ограничивающего дверь-мишень прямоугольника. Использование данного метода оправдано, так как видеочамера на борту автономного мобильного робота, для навигации которого применяется обучаемый детектор, расположена на постоянной высоте и движется по центру коридоров, вследствие чего двери расположены под одним углом к полю зрения автономного мобильного робота. Недостаток метода заключается в том, что контуры эталонных дверей не будут в точности совпадать с контурами дверей-мишеней.

2. Использование метода выделения и анализа контуров для поиска горизонтальных линий контуров дверей-мишеней. Данный метод следует применять не ко всему изображению, а к части изображения внутри ограничивающего прямоугольника в том случае, когда цвет дверей-мишеней контрастирует с цветом стен. Действительно, на большинстве видеопоследовательностей стены светлого цвета, а двери-мишени – темного. Однако напольное покрытие в коридорах чаще всего имеет темный цвет, вследствие чего двери сливаются с напольным покрытием и становится невозможно выделить контуры дверей-мишеней снизу. Решением этой проблемы является использование в качестве нижнего контура зеркального отображения верхнего. Недостаток данного метода такой же, как и у предыдущего: контуры эталонной двери не будут совпадать с контурами двери-мишени.

3. Использование свойств линейной перспективы, при которой горизонтальные линии контуров дверей-мишеней одинаковой высоты при перспективном искажении находятся на одной прямой линии. Для вычисления параметров этой линии достаточно наличия известных координат точек (x_{\min}, y_{\min}) двух ограничивающих прямоугольников, расположенных слева, и координат точек (x_{\max}, y_{\min}) двух ограничивающих прямоугольников, расположенных справа, для верхних горизонтальных линий и соответственно координат точек (x_{\min}, y_{\max}) двух ограничивающих прямоугольников, расположенных слева, и (x_{\max}, y_{\max}) двух ограничивающих прямоугольников, расположенных справа, для нижних горизонтальных линий. Тогда точки (x_2, y_2) , (x_2, y_4) , (x_1, y_1) , (x_1, y_3) пересечения таких четырех нижних и верхних горизонтальных линий дверей-мишеней, расположенных справа и слева, с вертикальными линиями дверей-мишеней (известными из координат ограничивающих прямоугольников) будут недостающими точками для вычисления матриц проективного преобразования.

Опишем алгоритм вычисления координат точек пересечения двух прямых, заданных общим уравнением.

Пусть известны координаты двух точек (x_{10}, y_{10}) и (x_{20}, y_{20}) , которые лежат на прямой, заданной уравнением

$$Ax + By + C = 0. \quad (1)$$

Тогда параметры A, B, C прямой находятся следующим образом:

$$A = y_{10} - y_{20}, \quad B = x_{20} - x_{10}, \quad C = x_{10}y_{20} - x_{20}y_{10}. \quad (2)$$

Пусть заданы две прямые по формуле (1) с параметрами A_1, B_1, C_1 и A_2, B_2, C_2 . Тогда координаты точки пересечения прямых $M_0 = (x_0, y_0)$ вычисляются по формулам

$$x_0 = \frac{B_2C_1 - B_1C_2}{A_2B_1 - A_1B_2}, \quad y_0 = \frac{A_1C_2 - A_2C_1}{A_2B_1 - A_1B_2}. \quad (3)$$

При $A_2B_1 - A_1B_2 = 0$ прямые либо совпадают, либо параллельны. Если $A_1C_2 - A_2C_1 = 0$ и $B_2C_1 - B_1C_2 = 0$, то прямые совпадают; если $A_1C_2 - A_2C_1 \neq 0$ и $B_2C_1 - B_1C_2 \neq 0$, то параллельны.

Третий метод не имеет недостатков двух предыдущих, однако на него накладываются некоторые ограничения: для вычисления параметров линии необходимо наличие двух ограничивающих прямоугольников на одной стороне изображения.

Если при записи видеопоследовательности камера перемещалась ровно и не тряслась, то ограничения можно снять следующим образом:

1) в множестве изображений, полученных из видеопоследовательности, найти изображение, на котором присутствуют две двери на одной стороне. По ограничивающим двери прямоугольникам найти параметры линий, а затем использовать эти параметры при вычислении неизвестных координат двух точек для остальных изображений;

2) для каждого изображения, на котором недостаточно ограничивающих прямоугольников для вычисления параметров линий, взять координаты ограничивающего прямоугольника предыдущего или следующего изображения. Если таких прямоугольников несколько, то следует брать тот из них, у которого расстояние от соответствующих координат ограничивающего прямоугольника текущего изображения наибольшее.

Для вычисления координат неизвестных точек использовался третий метод, так как он позволяет получить наиболее реалистичные изображения.

При наложении на изображения, полученные из видеопоследовательностей, были использованы 28 различных изображений эталонных дверей. Для вставки в каждый ограничивающий прямоугольник изображение эталонной двери выбиралось случайным образом по равномерному распределению.

Перед применением проективного преобразования изображения эталонных дверей конвертировались в формат RGBA. «Пустоты», образующиеся при использовании преобразования, заполнялись цветом (0, 0, 0, 0), т. е. прозрачным цветом. Вставка осуществлялась следующим образом: каждый пиксел изображения эталонной двери проверялся на прозрачность. Если прозрачность пиксела равнялась 255, то соответствующий пиксел исходного изображения заменялся пикселом изображения эталонной двери; если 0, то никакие изменения не производились.

В результате были сгенерированы 2180 реалистичных изображений, на которых изображены 5713 дверей (рис. 5).

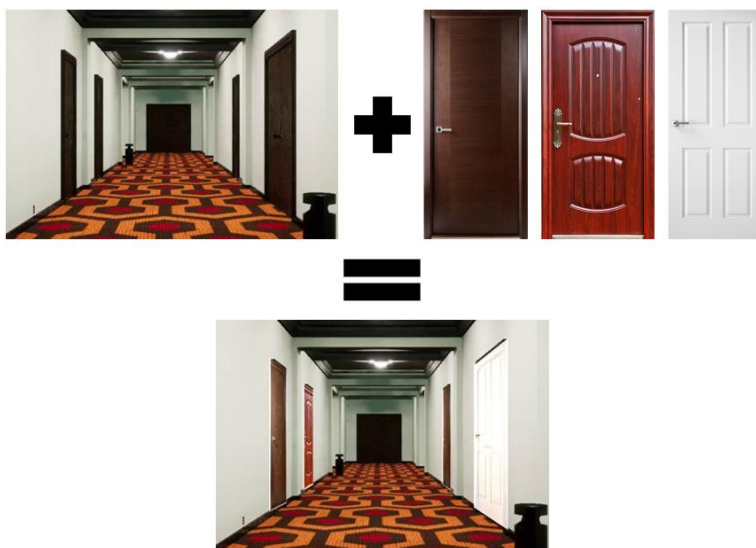


Рис. 5. Получение реалистичных синтетических данных путем замены четырех объектов-мишеней эталонными объектами

Проведение экспериментов. Для проведения численных экспериментов использовались изображения базы данных ImageNet, преобразованные изображения базы данных ImageNet, сгенерированные реалистичные изображения и фотографии коридоров. Данные были разделены на обучающую и тестовую выборки в соотношении четыре к одному.

Обучение детектора Faster R-CNN Inception V2 проводилось на компьютере с двумя графическими процессорами NVIDIA GeForce 1080 и занимало несколько часов. Параллельно с процессом обучения сети запускался процесс тестирования. Когда точность детектирования объектов на тестовой выборке достигала своего наибольшего значения, а затем начинала падать, обучение останавливалось.

Детектор обучался распознавать четыре класса: `straightDoor` – двери, расположенные прямо; `leftDoor` – двери, расположенные слева; `rightDoor` – двери, расположенные справа; `openDoor` – открытые двери.

По итогам тестирования лучшие результаты показало обучение детектора на сгенерированных правдоподобных синтетических данных (таблица).

Численные характеристики обученного детектора Faster R-CNN

Класс	Средняя точность
<code>leftDoor</code>	0,958
<code>rightDoor</code>	0,967
<code>openDoor</code>	0,775
<code>straightDoor</code>	0,885
Общая	0,896

Средняя точность детектирования класса открытых дверей значительно ниже средней точности детектирования остальных классов, так как обучающих примеров открытых дверей значительно меньше, чем остальных (около 200 против более 1000).

Заключение. В работе рассмотрена проблема формирования обучающей выборки для обучения ИНС на примере задачи детектирования дверей на изображениях реальных помещений. В ходе выполнения работы для формирования обучающей выборки был использован подход, при котором синтетические данные генерируются путем модификации реальных изображений. Предложен метод генерации обучающих данных для настройки параметров детектора Faster R-CNN Inception V2. В результате обученный детектор с достаточно высокой точностью (88,5–96,7 %) распознает двери, расположенные прямо, слева и справа, и открытые двери. Проведенные эксперименты позволяют сделать вывод о том, что использование синтетических данных для обучения нейронных сетей оправдано и позволяет получить результаты, сопоставимые с обучением на реальных данных.

Список использованных источников

1. What is the best multi-stage architecture for object recognition? / Y. LeCun [et al.] // The 12th Intern. Conf. on Computer Vision, Kyoto, 27 Sept. – 4 Oct. 2009. – Kyoto, 2009. – P. 2146–2153.
2. Training deep face recognition systems with synthetic data [Electronic resource] / A. Kortylewski [et al.] // Cornell University Library. – 2018. – Mode of access: <https://arxiv.org/pdf/1802.05891.pdf>. – Date of access: 16.04.2018.
3. Чигорин, А. Классификация автодорожных знаков на основе сверточной нейросети, обученной на синтетических данных / А. Чигорин, Б. Моисеев // Труды 22 Междунар. конф. по компьютерной графике и машинному зрению ГрафиКон'2012, Москва, 1–5 окт. 2012 г. – М., 2012. – С. 284–287.
4. Прокопович, Г. А. Разработка системы технического зрения для сервисного мобильного робота / Г. А. Прокопович // Третий Всерос. науч.-практ. семинар «Беспилотные транспортные средства с элементами искусственного интеллекта», Иннополис, 22–23 сент. 2015 г. – Иннополис : Ун-т Иннополис, 2016. – С. 127–136.
5. Selective search for object recognition [Electronic resource] / J. R. R. Uijlings [et al.]. – Mode of access: <http://www.huppelen.nl/publications/selectiveSearchDraft.pdf>. – Date of access: 28.04.2018.
6. Faster R-CNN: towards real-time object detection with region proposal networks [Electronic resource] / S. Ren [et al.] // Cornell University Library. – 2015. – Mode of access: <https://arxiv.org/pdf/1506.01497.pdf>. – Date of access: 15.05.2018.
7. Rethinking the inception architecture for computer vision [Electronic resource] / C. Szegedy [et al.] // Cornell University Library. – 2015. – Mode of access: <https://arxiv.org/pdf/1512.00567.pdf>. – Date of access: 15.05.2018.
8. LeCun, Y. The MNIST database [Electronic resource] / Y. LeCun, C. Cortes, C. J. C. Burges. – Mode of access: <http://yann.lecun.com/exdb/mnist/>. – Date of access: 16.03.2018.
9. Microsoft COCO: Common objects in context [Electronic resource] / T. Lin [et al.]. – 2018. – Mode of access: <http://cocodataset.org/#home>. – Date of access: 16.03.2018.
10. Tzutalin / labelImg [Electronic resource]. – 2015. – Mode of access: <https://github.com/tzutalin/labelImg>. – Date of access: 18.06.2018.

References

1. LeCun Y., Jarrett K., Kavukcuoglu K., Ranzato M. What is the best multi-stage architecture for object recognition? *The 12th International Conference on Computer Vision, Kyoto, 27 September – 4 October 2009*. Kyoto, 2009, pp. 2146–2153.
2. Kortylewski A., Schneider A., Gerig T., Egger B., Morel-Foster A., Vetter T. *Training deep face recognition systems with synthetic data*. Available at: <https://arxiv.org/pdf/1802.05891.pdf> (accessed 16.04.2018).

3. Chigorin A., Moiseev B. Klassifikatsiya avtorozhnykh znakov na osnove svertochnoi neuroseti, obuchennoi na sinteticheskikh dannykh [Road signs classification based on convolutional neural network that trained on synthetic data]. Trudy 22 Mezhdunarodnoj konferencii po komp'yuternoj grafike i mashinnomu zreniju GrafiKon'2012 [*Proceedings of the 22nd International Conference on Computer Graphics and Computer Vision GraphiCon 2012, Moscow, 1–5 October 2012*]. Moscow, 2012, pp. 284–287 (in Russian).
4. Prokopovich G. A. Razrabotka sistemy tehnikeskogo zrenija dlja servisnogo mobil'nogo robota [Development of technical vision system for service mobile robot]. Tretiy Vserossiyskiy naychno-prakticheskiy seminar "Bespilotnye transportnye sredstva s elementami isskustvennogo intellekta" [*The Third All-Russian Scientific and Practical Seminar "Unmanned Vehicles with Artificial Intelligence Elements", Innopolis, 22–23 September 2015*]. Innopolis, Universitet Innopolis, 2016, pp. 127–136 (in Russian).
5. Uijlings J. R. R., Sande K. E. A., Gevers T., Smeulders A. W. M. *Selective search for object recognition*. Available at: <http://www.huppelen.nl/publications/selectiveSearchDraft.pdf> (accessed 28.04.2018).
6. Ren S., He K., Girshick R., Sun J. *Faster R-CNN: Towards real-time object detection with region proposal networks*. Available at: <https://arxiv.org/pdf/1506.01497.pdf> (accessed 15.05.2018).
7. Szegedy C., Vanhoucke V., Ioffe S., Shlens J. *Rethinking the inception architecture for computer vision*. Available at: <https://arxiv.org/pdf/1512.00567.pdf> (accessed 15.05.2018).
8. LeCun Y., Cortes C., Burges C. J. C. *The MNIST database*. Available at: <http://yann.lecun.com/exdb/mnist/> (accessed 16.03.2018).
9. Lin T., Patterson G., Ronchi M. R., Cui Y., ..., Dollar P. *Microsoft COCO: Common objects in context*. Available at: <http://cocodataset.org/#home> (accessed 16.03.2018).
10. *Tzatalin / labelImg*. Available at: <https://github.com/tzatalin/labelImg> (accessed 18.06.2018).

Информация об авторе

Ходасевич Любовь Александровна – стажер младшего научного сотрудника лаборатории робототехнических систем, Объединенный институт проблем информатики НАН Беларуси (ул. Сурганова, 6, 220012, Минск, Республика Беларусь).

E-mail: liubov.hodasevich@gmail.com

Information about the author

Liubov A. Khodasevich – Trainee of Junior Researcher, The United Institute of Informatics Problems of the National Academy of Sciences of Belarus (6, Surganova Str., 220012, Minsk, Republic of Belarus).

E-mail: liubov.hodasevich@gmail.com

ISSN 1816-0301 (Print)
ISSN 2617-6963 (Online)

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

MATHEMATICAL MODELING

УДК 539.3

Поступила в редакцию 05.04.2018
Received 05.04.2018

О. Л. Швед

*Объединенный институт проблем информатики
Национальной академии наук Беларуси, Минск, Беларусь*

ВЫЧИСЛЕНИЕ ИЗМЕНЕНИЯ СОСТОЯНИЯ УПРУГОПЛАСТИЧЕСКОГО МАТЕРИАЛА МУРНАГАНА В УСЛОВИЯХ ТЕЧЕНИЯ ПРИ ИЗВЕСТНЫХ СКОРОСТЯХ ПЕРЕМЕЩЕНИЙ

Аннотация. Для обобщенного упругопластического материала Мурнагана рассмотрена задача определения скоростей левой меры упругих искажений и параметра роста упругой деформационной анизотропии при известных скоростях перемещений. Сформулированы определяющие уравнения в конечном виде для удельной потенциальной энергии упругой деформации и тензора напряжений Коши. Представлены дифференциальные определяющие уравнения при течении для потенциала напряжений, напряжений и параметров анизотропии. Рассмотрены три возможных случая, когда точка девиаторного сечения поверхности текучести будет регулярная или сингулярная. Получена система уравнений для определения скоростей правой меры упругих искажений и параметра роста упругой анизотропии. Ортогональным преобразованием с использованием собственно ортогонального тензора поворота, сопровождающего упругую деформацию, система сведена к системе уравнений для определения искомым неизвестных. При помощи средств символьных вычислений системы MathCAD 8 найдены необходимые аналитические представления величин для разрабатываемого комплекса программ на языке Фортран. Изложена процедура минимизации параметра роста упругой деформационной анизотропии. Получена программная реализация решения указанной задачи, которая является необходимым элементом системы численного моделирования для рассматриваемого материала.

Ключевые слова: упругопластический материал Мурнагана, определяющие уравнения, упругопластический процесс, условия течения, численное моделирование, комплекс программ

Для цитирования. Швед, О. Л. Вычисление изменения состояния упругопластического материала Мурнагана в условиях течения при известных скоростях перемещений / О. Л. Швед // Информатика. – 2018. – Т. 15, № 4. – С. 59–70.

O. L. Shved

*The United Institute of Informatics Problems of the National Academy
of Sciences of Belarus, Minsk, Belarus*

CALCULATION OF CHANGES IN STATE OF MURNAGHAN'S ELASTIC-PLASTIC MATERIAL UNDER CONDITIONS OF FLOW WITH KNOWN MOVEMENT SPEEDS

Abstract. For the generalized elastic-plastic material of Murnaghan, the problem of determining the velocities of the left measure of elastic distortions and the growth parameter of elastic deformation anisotropy at known displacement velocities is considered. The defining equations are formulated in a finite form for the specific potential energy of elastic deformation and the Cauchy stress tensor. Differential defining equations are presented for the stresses potential, stresses and anisotropy parameters. Three possible cases when the point of the deviator section of the yield surface will be regular or singular are considered. A system of equations for determining the velocities of the right-hand measure of elastic distortions and the growth parameter for elastic anisotropy is obtained. Using an orthogonal transformation with proper orthogonal rotation tensor that accompanies an elastic deformation, the system is reduced to a system of equations for determining unknown parameters. With the help of the symbolic calculation tools of the MathCAD 8 system, the necessary analytical representations of the values for the developed program complex in the FORTRAN language are found. The procedure for minimizing the growth parameter of elastic deformation anisotropy is described. A software implementation of the solution of this problem is obtained, which is an essential element of the numerical simulation system for the material under consideration.

Keywords: elastic-plastic material of Murnaghan, defining equations, elastic-plastic process, flow conditions, numerical modeling, complex of programs

For citation. Shved O. L. Calculation of changes in state of Murnaghan's elastic-plastic material under conditions of flow with known movement speeds. *Informatics*, 2018, vol. 15, no. 4, pp. 59–70.

Введение. Модель упругого материала Мурнагана [1, 2] обобщается на упругопластический материал [3]. Предполагается, что для неидеального материала активный процесс происходит попеременным чередованием пластических и упругих состояний. Деформационный градиент заменяется неособенным тензором, и записываются определяющие уравнения в конечном виде. В дополнение к постулату Грина о существовании потенциала напряжений предполагается существование потенциала скорости напряжений, для которой однозначно находится объективная производная по времени. Эта производная получается модификацией производной Грина – Нахди [4], где спин тензора поворота, сопровождающего общую деформацию, заменяется спином тензора поворота, сопровождающего упругую деформацию. Определяется девиаторное сечение поверхности текучести в пространстве напряжений, и формулируются дифференциальные определяющие уравнения. Описывается отсутствующее в существующих теориях упругопластичности явление роста упругой деформационной анизотропии в пластическом состоянии (при течении), приводящей к возможному возникновению макротрещины.

Определяющие уравнения для неидеального материала в силу ослабления жесткого условия несжимаемости, вероятно, опишут проблемные течения при обработке металлов давлением, в которых, по словам А. Э. Треска, «материал течет подобно жидкости» [5–7].

Решается ряд известных проблем в области геометрически нелинейной упругопластичности [8]: определяется поверхность текучести, которая образуется своими девиаторными сечениями с учетом экспериментальных данных, однозначно находится объективная производная по времени, понятие пластической деформации не используется, нестандартно определяется момент разрушения в пластическом состоянии. Однако возникает новая проблема – решение краевой задачи для неидеального материала. В любом случае необходимым элементом системы численного моделирования будет решение на основе программной реализации рассматриваемой ниже задачи.

Разработка обобщенного материала Мурнагана выполнялась при последовательном усложнении вида упругой деформационной анизотропии: трансверсальная, ортотропная [9], моноклиная [10] и затем триклиная [3, 11–13]. При этом уточнялось дифференциальное определяющее уравнение для параметров анизотропии. Расчеты рассмотренных в данных работах примеров проводились с использованием экспериментальных комплексов программ для перечисленных видов анизотропии, разработанных по принципу от частного к общему. Число задействованных параметров анизотропии, частью которых пренебрегалось, для первых двух видов и третьего составляло соответственно 22 и 32 параметра. Для триклиной анизотропии полностью введены в рассмотрение все 77 параметров и установлено, что возможных ненулевых параметров для трансверсальной и ортотропной анизотропии будет 29, а для моноклиной – 45 [13]. Для одноосных нагружений изотропного материала найдены 12 нетривиальных ограничений на параметры в виде однородных линейных уравнений. Разработка программных модулей осуществляется по принципу от общего к частному. Поэтому требуется провести проверку и оптимизацию вычислительных процедур. Например, величина относительной части рассеиваемой удельной мощности деформации составила 0,65 % при растяжении и 1,68 % при сжатии, а величина параметра роста упругой анизотропии уменьшилась на почти три порядка [12]. Аналитическая проверка состоит в получении с помощью средств символьных вычислений точных соотношений для их программирования. Для численной проверки используется вычисление меры упругих искажений обращением закона Мурнагана.

Определяющие уравнения и постановка задачи. Подход Мурнагана заключается в представлении удельной потенциальной энергии упругой деформации (потенциала напряжений, имеющего смысл запасенной энергии) полиномом по степеням компонент тензора Коши – Грина $\mathbf{C} = 2^{-1}(\mathbf{G} - \mathbf{E})$ [1, 2]. Удобно записать ее в следующем виде:

$$\vartheta = \vartheta_0 + \vartheta_{23} + c \quad (\vartheta_{23} = \vartheta_2 + \vartheta_3); \quad (1)$$

$$\begin{aligned} \vartheta_0 = & 4^{-1}(4^{-1}(-12\lambda - 8\mu + 9\nu_1 + 18\nu_2 + 8\nu_3)I_1 + 4^{-1}(2\lambda + 4\mu - 3\nu_1 - 10\nu_2 - 8\nu_3)I_1^2 + \\ & + (-2\mu + 3\nu_2 + 4\nu_3)I_2 - (\nu_2 + 2\nu_3)I_1I_2 + 12^{-1}(\nu_1 + 6\nu_2 + 8\nu_3)I_1^3 + 2\nu_3I_3); \end{aligned} \quad (2)$$

$$\begin{aligned} \vartheta_2 = & 4^{-1}(\sum \delta_i((\mathbf{c}_i \cdot \mathbf{G} \cdot \mathbf{c}_i - 1)^2 - 1) + \sum (\mathbf{c}_i \cdot \mathbf{G} \cdot \mathbf{c}_i - 1)(\delta_{3+i}\mathbf{c}_1 \cdot \mathbf{G} \cdot \mathbf{c}_2 + \delta_{11+i}\mathbf{c}_1 \cdot \mathbf{G} \cdot \mathbf{c}_3 + \delta_{15+i}\mathbf{c}_2 \cdot \mathbf{G} \cdot \mathbf{c}_3) + \\ & + \delta_7(\mathbf{c}_1 \cdot \mathbf{G} \cdot \mathbf{c}_2)^2 + \delta_{11}(\mathbf{c}_1 \cdot \mathbf{G} \cdot \mathbf{c}_3)^2 + \delta_{15}(\mathbf{c}_2 \cdot \mathbf{G} \cdot \mathbf{c}_3)^2 + \delta_8((\mathbf{c}_1 \cdot \mathbf{G} \cdot \mathbf{c}_1 - 1)(\mathbf{c}_2 \cdot \mathbf{G} \cdot \mathbf{c}_2 - 1) - 1) + \\ & + \delta_9((\mathbf{c}_2 \cdot \mathbf{G} \cdot \mathbf{c}_2 - 1)(\mathbf{c}_3 \cdot \mathbf{G} \cdot \mathbf{c}_3 - 1) - 1) + \delta_{10}((\mathbf{c}_1 \cdot \mathbf{G} \cdot \mathbf{c}_1 - 1)(\mathbf{c}_3 \cdot \mathbf{G} \cdot \mathbf{c}_3 - 1) - 1) + \\ & + \delta_{19}\mathbf{c}_1 \cdot \mathbf{G} \cdot \mathbf{c}_2\mathbf{c}_1 \cdot \mathbf{G} \cdot \mathbf{c}_3 + \delta_{20}\mathbf{c}_1 \cdot \mathbf{G} \cdot \mathbf{c}_2\mathbf{c}_2 \cdot \mathbf{G} \cdot \mathbf{c}_3 + \delta_{21}\mathbf{c}_1 \cdot \mathbf{G} \cdot \mathbf{c}_3\mathbf{c}_3 \cdot \mathbf{G} \cdot \mathbf{c}_2); \end{aligned} \quad (3)$$

$$\begin{aligned} \vartheta_3 = & 8^{-1}(\sum \delta_{21+i}((\mathbf{c}_i \cdot \mathbf{G} \cdot \mathbf{c}_i - 1)^3 + 1) + \delta_{25}((\mathbf{c}_1 \cdot \mathbf{G} \cdot \mathbf{c}_1 - 1)^2(\mathbf{c}_2 \cdot \mathbf{G} \cdot \mathbf{c}_2 - 1) + 1) + \delta_{26}((\mathbf{c}_1 \cdot \mathbf{G} \cdot \mathbf{c}_1 - 1)^2(\mathbf{c}_3 \cdot \mathbf{G} \cdot \mathbf{c}_3 - 1) + 1) + \\ & + \delta_{27}((\mathbf{c}_2 \cdot \mathbf{G} \cdot \mathbf{c}_2 - 1)^2(\mathbf{c}_1 \cdot \mathbf{G} \cdot \mathbf{c}_1 - 1) + 1) + \delta_{28}((\mathbf{c}_2 \cdot \mathbf{G} \cdot \mathbf{c}_2 - 1)^2(\mathbf{c}_3 \cdot \mathbf{G} \cdot \mathbf{c}_3 - 1) + 1) + \delta_{29}((\mathbf{c}_3 \cdot \mathbf{G} \cdot \mathbf{c}_3 - 1)^2(\mathbf{c}_1 \cdot \mathbf{G} \cdot \mathbf{c}_1 - 1) + \\ & + 1) + \delta_{30}((\mathbf{c}_3 \cdot \mathbf{G} \cdot \mathbf{c}_3 - 1)^2(\mathbf{c}_2 \cdot \mathbf{G} \cdot \mathbf{c}_2 - 1) + 1) + \delta_{31}((\mathbf{c}_1 \cdot \mathbf{G} \cdot \mathbf{c}_1 - 1)(\mathbf{c}_2 \cdot \mathbf{G} \cdot \mathbf{c}_2 - 1)(\mathbf{c}_3 \cdot \mathbf{G} \cdot \mathbf{c}_3 - 1) + 1) + (\mathbf{c}_1 \cdot \mathbf{G} \cdot \mathbf{c}_3)^2 \times \\ & \times \sum \delta_{31+i}(\mathbf{c}_i \cdot \mathbf{G} \cdot \mathbf{c}_i - 1) + (\mathbf{c}_1 \cdot \mathbf{G} \cdot \mathbf{c}_2)^2(\delta_{35}\mathbf{c}_1 \cdot \mathbf{G} \cdot \mathbf{c}_3 + \delta_{36}\mathbf{c}_2 \cdot \mathbf{G} \cdot \mathbf{c}_3) + (\mathbf{c}_1 \cdot \mathbf{G} \cdot \mathbf{c}_3)^2(\delta_{37}\mathbf{c}_1 \cdot \mathbf{G} \cdot \mathbf{c}_2 + \delta_{38}\mathbf{c}_2 \cdot \mathbf{G} \cdot \mathbf{c}_3) + \\ & + (\mathbf{c}_2 \cdot \mathbf{G} \cdot \mathbf{c}_3)^2(\delta_{39}\mathbf{c}_1 \cdot \mathbf{G} \cdot \mathbf{c}_2 + \delta_{40}\mathbf{c}_1 \cdot \mathbf{G} \cdot \mathbf{c}_3) + \delta_{41}\mathbf{c}_1 \cdot \mathbf{G} \cdot \mathbf{c}_2\mathbf{c}_1 \cdot \mathbf{G} \cdot \mathbf{c}_3\mathbf{c}_2 \cdot \mathbf{G} \cdot \mathbf{c}_3 + \mathbf{c}_1 \cdot \mathbf{G} \cdot \mathbf{c}_2 \sum \delta_{39+3i}(\mathbf{c}_i \cdot \mathbf{G} \cdot \mathbf{c}_i - 1)^2 + \\ & + \mathbf{c}_1 \cdot \mathbf{G} \cdot \mathbf{c}_3 \sum \delta_{40+3i}(\mathbf{c}_i \cdot \mathbf{G} \cdot \mathbf{c}_i - 1)^2 + \mathbf{c}_2 \cdot \mathbf{G} \cdot \mathbf{c}_3 \sum \delta_{41+3i}(\mathbf{c}_i \cdot \mathbf{G} \cdot \mathbf{c}_i - 1)^2 + (\mathbf{c}_1 \cdot \mathbf{G} \cdot \mathbf{c}_2)^2 \sum \delta_{50+i}(\mathbf{c}_i \cdot \mathbf{G} \cdot \mathbf{c}_i - 1) + \\ & + \delta_{54}(\mathbf{c}_1 \cdot \mathbf{G} \cdot \mathbf{c}_2)^3 + \delta_{55}(\mathbf{c}_1 \cdot \mathbf{G} \cdot \mathbf{c}_3)^3 + \delta_{56}(\mathbf{c}_2 \cdot \mathbf{G} \cdot \mathbf{c}_3)^3 + (\mathbf{c}_2 \cdot \mathbf{G} \cdot \mathbf{c}_3)^2 \sum \delta_{56+i}(\mathbf{c}_i \cdot \mathbf{G} \cdot \mathbf{c}_i - 1) + (\mathbf{c}_1 \cdot \mathbf{G} \cdot \mathbf{c}_1 - 1) \times \\ & \times (\mathbf{c}_2 \cdot \mathbf{G} \cdot \mathbf{c}_2 - 1)(\delta_{60}(\mathbf{c}_1 \cdot \mathbf{G} \cdot \mathbf{c}_2 + \delta_{61}\mathbf{c}_1 \cdot \mathbf{G} \cdot \mathbf{c}_3 + \delta_{62}\mathbf{c}_2 \cdot \mathbf{G} \cdot \mathbf{c}_3) + (\mathbf{c}_1 \cdot \mathbf{G} \cdot \mathbf{c}_1 - 1)(\mathbf{c}_3 \cdot \mathbf{G} \cdot \mathbf{c}_3 - 1)(\delta_{63}\mathbf{c}_1 \cdot \mathbf{G} \cdot \mathbf{c}_2 + \\ & + \delta_{64}\mathbf{c}_1 \cdot \mathbf{G} \cdot \mathbf{c}_3 + \delta_{65}\mathbf{c}_2 \cdot \mathbf{G} \cdot \mathbf{c}_3) + (\mathbf{c}_2 \cdot \mathbf{G} \cdot \mathbf{c}_2 - 1)(\mathbf{c}_3 \cdot \mathbf{G} \cdot \mathbf{c}_3 - 1)(\delta_{66}\mathbf{c}_1 \cdot \mathbf{G} \cdot \mathbf{c}_2 + \delta_{67}\mathbf{c}_1 \cdot \mathbf{G} \cdot \mathbf{c}_3 + \delta_{68}\mathbf{c}_2 \cdot \mathbf{G} \cdot \mathbf{c}_3) + \mathbf{c}_1 \cdot \mathbf{G} \cdot \mathbf{c}_2 \times \\ & \times \mathbf{c}_1 \cdot \mathbf{G} \cdot \mathbf{c}_3 \sum \delta_{66+3i}(\mathbf{c}_i \cdot \mathbf{G} \cdot \mathbf{c}_i - 1) + \mathbf{c}_1 \cdot \mathbf{G} \cdot \mathbf{c}_2\mathbf{c}_2 \cdot \mathbf{G} \cdot \mathbf{c}_3 \sum \delta_{67+3i}(\mathbf{c}_i \cdot \mathbf{G} \cdot \mathbf{c}_i - 1) + \mathbf{c}_1 \cdot \mathbf{G} \cdot \mathbf{c}_3\mathbf{c}_2 \cdot \mathbf{G} \cdot \mathbf{c}_3 \sum \delta_{68+3i}(\mathbf{c}_i \cdot \mathbf{G} \cdot \mathbf{c}_i - 1)), \end{aligned} \quad (4)$$

где $\mathbf{c}_1, \mathbf{c}_2, \mathbf{c}_3$ – неподвижный ортонормированный триэдр; ϑ_2, ϑ_3 – анизотропные структуры второй и третьей степени; c – минимальная постоянная, обеспечивающая условие $\vartheta \geq 0$; начальные значения параметров анизотропии $\delta_j = 0, j = \overline{1, 77}, i = \overline{1, 3}$ (в этом случае ϑ с точностью до постоянной переходит в изотропный потенциал ϑ_0 [3]); \mathbf{G} – мера упругой деформации Коши – Грина; I_1, I_2, I_3 – первый, второй и третий главные инварианты меры $\mathbf{G} = \mathbf{F}_e^T \cdot \mathbf{F}_e$ и меры упругой деформации Фингера $\mathbf{F} = \mathbf{F}_e \cdot \mathbf{F}_e^T$; λ, μ – постоянные Ляме второго и ν_1, ν_2, ν_3 – третьего порядков.

Используя теорему Гамильтона – Кэли $\mathbf{V}^3 = L_3\mathbf{E} - L_2\mathbf{V} + L_1\mathbf{V}^2$ ($\mathbf{V}^2 = \mathbf{F}$) и соотношения $I_1 = L_1^2 - 2L_2, I_2 = L_2^2 - 2L_1L_3, I_3 = L_3^2, \frac{\partial}{\partial \mathbf{G}}(\mathbf{c}_i \cdot \mathbf{G} \cdot \mathbf{c}_k) = 2^{-1}(\mathbf{c}_i\mathbf{c}_k + \mathbf{c}_k\mathbf{c}_i), \mathbf{F}_e = \mathbf{V} \cdot \mathbf{O}^T, \mathbf{F}_e^T = \mathbf{O} \cdot \mathbf{V}, \mathbf{C}_i = \mathbf{O}^T \cdot \mathbf{c}_i = \mathbf{c}_i \cdot \mathbf{O}, \mathbf{F}_e \cdot (\mathbf{c}_i\mathbf{c}_k + \mathbf{c}_k\mathbf{c}_i) \cdot \mathbf{F}_e^T = \mathbf{V} \cdot (\mathbf{C}_i\mathbf{C}_k + \mathbf{C}_k\mathbf{C}_i) \cdot \mathbf{V}$ ($i, k = \overline{1, 3}$), из (1)–(4) находим определяющее уравнение для тензора напряжений Коши [1]:

$$\mathbf{T} = 2L_3^{-1}\mathbf{F}_e \cdot \frac{\partial \vartheta}{\partial \mathbf{G}} \cdot \mathbf{F}_e^T = \mathbf{T}_0 + \sum \delta_j \mathbf{T}_j, \quad \mathbf{T}_0 = 2L_3^{-1}\mathbf{F}_e \cdot \frac{\partial \vartheta_0}{\partial \mathbf{G}} \cdot \mathbf{F}_e^T, \quad \sum \delta_j \mathbf{T}_j = 2L_3^{-1}\mathbf{F}_e \cdot \frac{\partial \vartheta_{23}}{\partial \mathbf{G}} \cdot \mathbf{F}_e^T; \quad (5)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{T}_0 = & 2(\sqrt{I_3})^{-1}(\varphi_0\mathbf{E} + \varphi_1\mathbf{F} + \varphi_2\mathbf{F}^2) \quad (\varphi_0 = a_0I_3, \varphi_1 = b_0 + b_1I_1 + b_2I_1^2 + b_3I_2, \varphi_2 = c_0 + c_1I_1), \\ & a_0 = 2^{-1}\nu_3, \quad b_0 = 16^{-1}(-12\lambda - 8\mu + 9\nu_1 + 18\nu_2 + 8\nu_3), \quad b_1 = 8^{-1}(2\lambda - 3\nu_1 - 4\nu_2), \\ & b_2 = 16^{-1}(\nu_1 + 2\nu_2), \quad b_3 = -4^{-1}(\nu_2 + 2\nu_3), \quad c_0 = 4^{-1}(2\mu - 3\nu_2 - 4\nu_3), \quad c_1 = -b_3; \end{aligned} \quad (6)$$

можных случаев, когда точка девиаторного сечения поверхности текучести будет регулярная или сингулярная [3]. Оператор $\mathbf{Q}(\mathbf{D})$ вводится как $\overset{\Omega}{\text{dev}}\mathbf{T} = \text{dev}\mathbf{T} - \mathbf{\Omega} \cdot \text{dev}\mathbf{T} + \text{dev}\mathbf{T} \cdot \mathbf{\Omega}$ – О-производная $\text{dev}\mathbf{T}$, вычисленная по соотношению $\dot{\mathbf{F}}_e = \nabla\mathbf{v}^T \cdot \mathbf{F}_e$ при условии несжимаемости.

Случай 1. Пусть точка регулярная и выполняется условие $(\mathbf{T} \cdot \mathbf{D} > 0) \wedge (\mathbf{N} \cdot \mathbf{D} > 0)$. Тогда справедливы следующие соотношения:

$$\begin{aligned} (L_3^{-1}\dot{\varepsilon}) &= (1 - \alpha_i)\mathbf{T} \cdot \mathbf{D}, \quad \overset{\Omega}{\mathbf{T}} = K(\mathbf{Q} - \mathbf{Q} \cdot \mathbf{N}\mathbf{N}), \\ \dot{\delta}_j &= \beta k_j \mathbf{N} \cdot \mathbf{T}_j \|\mathbf{T}_j\|^{-1} (\mathbf{T}_j \neq 0, \beta \rightarrow \min, \beta \geq 0, (k_j = \pm 1) \vee (k_j = 0)), \quad \dot{\delta}_j = 0 \quad (\mathbf{T}_j = 0), \end{aligned} \quad (9)$$

где $\|\mathbf{T}_j\| = \sqrt{\mathbf{T}_j \cdot \mathbf{T}_j}$, K – достаточно малое положительное число (в вычислительных экспериментах выбиралось $K = 0,000\,001$), скаляр α_i ($i = 1, 2$) является относительной частью рассеиваемой удельной мощности деформации на одной из двух частей девиаторного сечения, девиатор \mathbf{N} – единичный вектор внешней нормали к поверхности девиаторного сечения (при векторной интерпретации девиатора симметричного тензора), скаляр β характеризует скорость роста деформационной упругой анизотропии. Третье уравнение в (9) сохраняется в остальных случаях.

Случай 2. Пусть точка регулярная и выполняется условие $(\mathbf{T} \cdot \mathbf{D} \leq 0) \wedge (\mathbf{N} \cdot \mathbf{D} > 0)$. Это особый случай, так как удельная мощность деформации становится неположительной. Тогда имеют место соотношения

$$(L_3^{-1}\dot{\varepsilon}) = \mathbf{T} \cdot \mathbf{D}, \quad \overset{\Omega}{\mathbf{T}} = (K + K_0)(\mathbf{Q} - \mathbf{Q} \cdot \mathbf{N}\mathbf{N}), \quad (10)$$

где $K_0 = K_0(\mathbf{D})$. Для определения K_0 в уравнениях (9) необходимо заменить $1 - \alpha_i$ на 1, K на K_0 , β на 0 и из системы уравнений (1)–(7), (9) найти K_0 . Материал становится недиссипативным (10) и теряется потенциальность в скоростях напряжений.

Случай 3. Пусть точка сингулярная и выполняется условие $(\mathbf{N}_1 \cdot \mathbf{D} > 0) \wedge (\mathbf{N}_2 \cdot \mathbf{D} > 0)$. Тогда в третьем уравнении (9) величина \mathbf{N} выбирается из двух векторов внешних нормалей к регулярным участкам поверхности сечения и для нее находится соответствующее α_i в первом уравнении [3]. Второе уравнение запишется как

$$\overset{\Omega}{\mathbf{T}} = 0. \quad (11)$$

Удобно дальше обозначить правые части первых и вторых дифференциальных уравнений во всех трех случаях символами E и P :

$$\begin{aligned} E &= (1 - \alpha_i)\mathbf{D} \cdot \mathbf{T}, \quad P = K(\mathbf{Q} - \mathbf{Q} \cdot \mathbf{N}\mathbf{N}); & E &= \mathbf{D} \cdot \mathbf{T}, \quad P = (K + K_0)(\mathbf{Q} - \mathbf{Q} \cdot \mathbf{N}\mathbf{N}); \\ E &= (1 - \alpha_i)\mathbf{D} \cdot \mathbf{T}, \quad P = 0. \end{aligned} \quad (12)$$

Постановка задачи. Предполагается, что известно напряженно-деформированное состояние материала и скорости перемещений \mathbf{v} (следовательно, известны тензоры скорости деформаций \mathbf{D} , вихря \mathbf{W} и упругого спина $\mathbf{\Omega}$ [3]). Требуется определить численно изменения состояния материала, а именно скорости правой $\overset{\Omega}{\mathbf{V}}$ или левой $\dot{\mathbf{U}}$ мер упругих искажений и скорость роста упругой анизотропии β .

Головная программа комплекса и основные подпрограммы. Рассмотрим процедуру формирования и решения системы уравнений. Вычисляя из (5)–(8) тензор $\overset{\Omega}{\mathbf{T}}$, из (1)–(4) скаляр $\dot{\varepsilon}$ и умножая первое уравнение на $2^{-1}L_3$, а второе на L_3 , с учетом (9)–(12) получаем систему уравнений относительно неизвестных $\overset{\Omega}{\mathbf{V}}$ и β :

$$\begin{aligned} & -2^{-1}\dot{L}_3\overset{\Omega}{\mathbf{T}} + \dot{\psi}_0\mathbf{E} + \dot{\psi}_1\mathbf{V} + \dot{\psi}_2\mathbf{F} + \psi_1\overset{\Omega}{\mathbf{V}} + \psi_2(\mathbf{V} \cdot \overset{\Omega}{\mathbf{V}} + \overset{\Omega}{\mathbf{V}} \cdot \mathbf{V}) + \\ & + \sum_{j=1}^{77} \delta_j (2^{-1}L_3\overset{\Omega}{\mathbf{T}}_j) + 2^{-1}L_3 \sum_{j=1}^{77} \dot{\delta}_j \overset{\Omega}{\mathbf{T}}_j = 2^{-1}L_3\mathbf{P}; \end{aligned} \quad (13)$$

$$\begin{aligned} & -\dot{L}_3L_3^{-1}\varepsilon + 2((\varphi_0 + L_1L_3\varphi_2)\mathbf{F} \cdot \overset{\Omega}{\mathbf{V}} + (\varphi_0L_2L_3^{-1} + \varphi_2L_3)\mathbf{E} \cdot \overset{\Omega}{\mathbf{V}} + (-\varphi_0L_1L_3^{-1} + \varphi_1 - \varphi_2L_2)\mathbf{V} \cdot \overset{\Omega}{\mathbf{V}}) + \\ & + \sum_{j=1}^{77} \delta_j \dot{\varepsilon}_{23j} + \sum_{j=1}^{77} \dot{\delta}_j \varepsilon_{23j} = L_3E. \end{aligned} \quad (14)$$

При выводе уравнения (14) используется теорема Гамильтона – Кэли и соотношения $\mathbf{T}_0 = 2^{-1}L_3\mathbf{F} \cdot \frac{\partial \varepsilon_0}{\partial \mathbf{F}}$, $\dot{\varepsilon}_0 = \frac{\partial \varepsilon_0}{\partial \mathbf{F}} \cdot \dot{\mathbf{F}} = 2^{-1}L_3\mathbf{F}^{-1} \cdot \mathbf{T}_0 \cdot \dot{\mathbf{F}} = 2^{-1}L_3\mathbf{F}^{-1} \cdot \mathbf{T}_0 \cdot \overset{\Omega}{\mathbf{F}}$ [1].

В пространстве напряжений, полученном ортогональным преобразованием тензора напряжений Коши $\mathbf{t} = \mathbf{O} \cdot \mathbf{T} \cdot \mathbf{O}^T$ (\mathbf{O} – собственно ортогональный тензор упругого поворота), система уравнений (13), (14) запишется в более удобном виде относительно неизвестных $\dot{\mathbf{U}}$ и β :

$$\begin{aligned} & -2^{-1}\dot{L}_3\mathbf{t} + \dot{\psi}_0\mathbf{E} + \dot{\psi}_1\mathbf{U} + \dot{\psi}_2\mathbf{G} + \psi_1\dot{\mathbf{U}} + \psi_2(\mathbf{U} \cdot \dot{\mathbf{U}} + \dot{\mathbf{U}} \cdot \mathbf{U}) + \sum_{j=1}^{77} \delta_j (2^{-1}L_3\mathbf{t}_j) + \\ & + 2^{-1}L_3 \sum_{j=1}^{77} \dot{\delta}_j \mathbf{t}_j = 2^{-1}L_3\mathbf{p}, \end{aligned} \quad (15)$$

$$\begin{aligned} & -\dot{L}_3L_3^{-1}\varepsilon + 2((\varphi_0 + L_1L_3\varphi_2)\mathbf{G} \cdot \dot{\mathbf{U}} + (\varphi_0L_2L_3^{-1} + \varphi_2L_3)\mathbf{E} \cdot \dot{\mathbf{U}} + (-\varphi_0L_1L_3^{-1} + \varphi_1 - \varphi_2L_2)\mathbf{U} \cdot \dot{\mathbf{U}}) + \\ & + \sum_{j=1}^{77} \delta_j \dot{\varepsilon}_{23j} + \sum_{j=1}^{77} \dot{\delta}_j \varepsilon_{23j} = L_3E. \end{aligned} \quad (16)$$

Инвариантные тензоры в (15), (16) связаны с индифферентными тензорами в (12)–(14) тем же ортогональным преобразованием: $\mathbf{U} = \mathbf{O} \cdot \mathbf{V} \cdot \mathbf{O}^T$, $\mathbf{G} = \mathbf{O} \cdot \mathbf{F} \cdot \mathbf{O}^T$, $\mathbf{q} = \mathbf{O} \cdot \mathbf{Q} \cdot \mathbf{O}^T$, $\mathbf{n} = \mathbf{O} \cdot \mathbf{N} \cdot \mathbf{O}^T$, $\mathbf{t}_j = \mathbf{O} \cdot \mathbf{T}_j \cdot \mathbf{O}^T$, $\mathbf{d} = \mathbf{O} \cdot \mathbf{D} \cdot \mathbf{O}^T$, $\mathbf{p} = \mathbf{O} \cdot \mathbf{P} \cdot \mathbf{O}^T$. Имеют место также соотношения $\dot{\mathbf{U}} = \mathbf{O} \cdot \overset{\Omega}{\mathbf{V}} \cdot \mathbf{O}^T$, $\dot{\mathbf{t}}_j = \mathbf{O} \cdot \overset{\Omega}{\mathbf{T}}_j \cdot \mathbf{O}^T$ и $\dot{\mathbf{t}} = \mathbf{O} \cdot \overset{\Omega}{\mathbf{T}} \cdot \mathbf{O}^T$. Из первого соотношения можно найти тензор $\overset{\Omega}{\mathbf{V}}$.

Система уравнений для определения величины K_0 в (10) имеет, соответственно, вид

$$\begin{aligned} & -2^{-1}\dot{L}_3\mathbf{t} + \dot{\psi}_0\mathbf{E} + \dot{\psi}_1\mathbf{U} + \dot{\psi}_2\mathbf{G} + \psi_1\dot{\mathbf{U}} + \psi_2(\mathbf{U} \cdot \dot{\mathbf{U}} + \dot{\mathbf{U}} \cdot \mathbf{U}) + \sum_{j=1}^{77} \delta_j (2^{-1}L_3\mathbf{t}_j) - \\ & - 2^{-1}L_3K_0(\mathbf{q} - \mathbf{q} \cdot \mathbf{nn}) = 0, \\ & -\dot{L}_3L_3^{-1}\varepsilon + 2((\varphi_0 + L_1L_3\varphi_2)\mathbf{G} \cdot \dot{\mathbf{U}} + (\varphi_0L_2L_3^{-1} + \varphi_2L_3)\mathbf{E} \cdot \dot{\mathbf{U}} + (-\varphi_0L_1L_3^{-1} + \varphi_1 - \varphi_2L_2)\mathbf{U} \cdot \dot{\mathbf{U}}) + \\ & + \sum_{j=1}^{77} \delta_j \dot{\varepsilon}_{23j} = L_3\mathbf{d} \cdot \mathbf{t}. \end{aligned} \quad (17)$$

Система уравнений (15), (16) сводится к системе семи линейных скалярных уравнений относительно неизвестных скалярных величин \dot{U}_i ($i = \overline{1,6}$) и β . Матрицу системы обозначим через $M = (M_{ik})_{\substack{i=\overline{1,7} \\ k=\overline{1,7}}}$.

Запишем покомпонентные представления тензоров:

$$\begin{aligned} \mathbf{U} &= U_1 \mathbf{c}_1 \mathbf{c}_1 + U_2 \mathbf{c}_2 \mathbf{c}_2 + U_3 \mathbf{c}_3 \mathbf{c}_3 + U_4 (\mathbf{c}_1 \mathbf{c}_2 + \mathbf{c}_2 \mathbf{c}_1) + U_5 (\mathbf{c}_1 \mathbf{c}_3 + \mathbf{c}_3 \mathbf{c}_1) + U_6 (\mathbf{c}_2 \mathbf{c}_3 + \mathbf{c}_3 \mathbf{c}_2), \\ \dot{\mathbf{U}} &= \dot{U}_1 \mathbf{c}_1 \mathbf{c}_1 + \dot{U}_2 \mathbf{c}_2 \mathbf{c}_2 + \dot{U}_3 \mathbf{c}_3 \mathbf{c}_3 + \dot{U}_4 (\mathbf{c}_1 \mathbf{c}_2 + \mathbf{c}_2 \mathbf{c}_1) + \dot{U}_5 (\mathbf{c}_1 \mathbf{c}_3 + \mathbf{c}_3 \mathbf{c}_1) + \dot{U}_6 (\mathbf{c}_2 \mathbf{c}_3 + \mathbf{c}_3 \mathbf{c}_2), \\ \mathbf{G} = \mathbf{U}^2 &= G_1 \mathbf{c}_1 \mathbf{c}_1 + G_2 \mathbf{c}_2 \mathbf{c}_2 + G_3 \mathbf{c}_3 \mathbf{c}_3 + G_4 (\mathbf{c}_1 \mathbf{c}_2 + \mathbf{c}_2 \mathbf{c}_1) + G_5 (\mathbf{c}_1 \mathbf{c}_3 + \mathbf{c}_3 \mathbf{c}_1) + G_6 (\mathbf{c}_2 \mathbf{c}_3 + \mathbf{c}_3 \mathbf{c}_2), \\ G_1 &= U_1^2 + U_4^2 + U_5^2, \quad G_2 = U_2^2 + U_4^2 + U_6^2, \quad G_3 = U_3^2 + U_5^2 + U_6^2, \\ G_4 &= U_4(U_1 + U_2) + U_5 U_6, \quad G_5 = U_5(U_1 + U_3) + U_4 U_6, \quad G_6 = U_6(U_2 + U_3) + U_4 U_5. \end{aligned}$$

Отсюда получим

$$\begin{pmatrix} \dot{G}_1 \\ \dot{G}_2 \\ \dot{G}_3 \\ \dot{G}_4 \\ \dot{G}_5 \\ \dot{G}_6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2U_1 & 0 & 0 & 2U_4 & 2U_5 & 0 \\ 0 & 2U_2 & 0 & 2U_4 & 0 & 2U_6 \\ 0 & 0 & 2U_3 & 0 & 2U_5 & 2U_6 \\ U_4 & U_4 & 0 & U_1 + U_2 & U_6 & U_5 \\ U_5 & 0 & U_5 & U_6 & U_1 + U_3 & U_4 \\ 0 & U_6 & U_6 & U_5 & U_4 & U_2 + U_3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \dot{U}_1 \\ \dot{U}_2 \\ \dot{U}_3 \\ \dot{U}_4 \\ \dot{U}_5 \\ \dot{U}_6 \end{pmatrix}. \quad (18)$$

Вычисляя тензоры из соотношений (8), входящие в выражения для $\mathbf{t}_j = \mathbf{O} \cdot \mathbf{T}_j \cdot \mathbf{O}^T$:

$$\mathbf{U} \cdot \mathbf{c}_n \mathbf{c}_n \cdot \mathbf{U} = \begin{pmatrix} B_{1n} \\ B_{2n} \\ B_{3n} \\ B_{4n} \\ B_{5n} \\ B_{6n} \end{pmatrix} \quad (n = \overline{1,3}), \quad \mathbf{U} \cdot (\mathbf{c}_1 \mathbf{c}_2 + \mathbf{c}_2 \mathbf{c}_1) \cdot \mathbf{U} = \begin{pmatrix} B_{14} \\ B_{24} \\ B_{34} \\ B_{44} \\ B_{54} \\ B_{64} \end{pmatrix}, \quad \mathbf{U} \cdot (\mathbf{c}_1 \mathbf{c}_3 + \mathbf{c}_3 \mathbf{c}_1) \cdot \mathbf{U} = \begin{pmatrix} B_{15} \\ B_{25} \\ B_{35} \\ B_{45} \\ B_{55} \\ B_{65} \end{pmatrix}, \quad \mathbf{U} \cdot (\mathbf{c}_2 \mathbf{c}_3 + \mathbf{c}_3 \mathbf{c}_2) \cdot \mathbf{U} = \begin{pmatrix} B_{16} \\ B_{26} \\ B_{36} \\ B_{46} \\ B_{56} \\ B_{66} \end{pmatrix},$$

находим матрицу

$$\mathbf{B} = (B_{ik})_{\substack{i=\overline{1,6} \\ k=\overline{1,6}}} = \begin{pmatrix} U_1^2 & U_4^2 & U_5^2 & 2U_1 U_4 & 2U_1 U_5 & 2U_4 U_5 \\ U_4^2 & U_2^2 & U_6^2 & 2U_2 U_4 & 2U_4 U_6 & 2U_2 U_6 \\ U_5^2 & U_6^2 & U_3^2 & 2U_5 U_6 & 2U_3 U_5 & 2U_3 U_6 \\ U_1 U_4 & U_2 U_4 & U_5 U_6 & U_4^2 + U_1 U_2 & U_4 U_5 + U_1 U_6 & U_2 U_5 + U_4 U_6 \\ U_1 U_5 & U_4 U_6 & U_3 U_5 & U_4 U_5 + U_1 U_6 & U_5^2 + U_1 U_3 & U_3 U_4 + U_5 U_6 \\ U_4 U_5 & U_2 U_6 & U_3 U_6 & U_2 U_5 + U_4 U_6 & U_3 U_4 + U_5 U_6 & U_6^2 + U_2 U_3 \end{pmatrix}. \quad (19)$$

Матрица B вычисляется подпрограммой Е66. Наиболее громоздким в (15) является вычисление тензора $\sum_{j=1}^{77} \delta_j (2^{-1} L_3 \mathbf{t}_j \dot{})$, который представляется в виде двух сумм:

$$\sum_{j=1}^{77} \delta_j (2^{-1} L_3 \mathbf{t}_j \dot{}) = \sum_{i=1}^6 A_i (\dot{B}_{1i}, \dot{B}_{2i}, \dot{B}_{3i}, \dot{B}_{4i}, \dot{B}_{5i}, \dot{B}_{6i})^T + \sum_{i=1}^6 \dot{A}_i (B_{1i}, B_{2i}, B_{3i}, B_{4i}, B_{5i}, B_{6i})^T. \quad (20)$$

Обозначим $G_{mn} = G_n - 1$, $n = \overline{1, 3}$. Шесть коэффициентов A_i в (20) находятся из соотношений (8):

$$\begin{aligned} A_1 &= 2^{-1} (2^{-1} (2\delta_1 G_{11} + \delta_8 G_{22} + \delta_{10} G_{33} + \delta_4 G_4 + \delta_{12} G_5 + \delta_{16} G_6) + \dots), \\ A_2 &= 2^{-1} (2^{-1} (\delta_8 G_{11} + 2\delta_2 G_{22} + \delta_9 G_{33} + \delta_5 G_4 + \delta_{13} G_5 + \delta_{17} G_6) + \dots), \\ A_3 &= 2^{-1} (2^{-1} (\delta_{10} G_{11} + \delta_9 G_{22} + 2\delta_3 G_{33} + \delta_6 G_4 + \delta_{14} G_5 + \delta_{18} G_6) + \dots), \\ A_4 &= 2^{-1} (4^{-1} (\delta_4 G_{11} + \delta_5 G_{22} + \delta_6 G_{33} + 2\delta_7 G_4 + \delta_{19} G_5 + \delta_{20} G_6) + \dots), \\ A_5 &= 2^{-1} (4^{-1} (\delta_{12} G_{11} + \delta_{13} G_{22} + \delta_{14} G_{33} + \delta_{19} G_4 + 2\delta_{11} G_5 + \delta_{21} G_6) + \dots), \\ A_6 &= 2^{-1} (4^{-1} (\delta_{16} G_{11} + \delta_{17} G_{22} + \delta_{18} G_{33} + \delta_{20} G_4 + \delta_{21} G_5 + 2\delta_{15} G_6) + \dots). \end{aligned} \quad (21)$$

В (21) многочотия означают опущенные громоздкие выражения с величинами δ_j , $j = \overline{22, 77}$.

Первая сумма в равенстве (20) вычисляется с учетом соотношений (18), (19), (21):

$$\sum_{i=1}^6 A_i \begin{pmatrix} \dot{B}_{1i} \\ \dot{B}_{2i} \\ \dot{B}_{3i} \\ \dot{B}_{4i} \\ \dot{B}_{5i} \\ \dot{B}_{6i} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} P_{11} & 0 & 0 & 2P_{42} & 2P_{53} & 0 \\ 0 & P_{22} & 0 & 2P_{41} & 0 & 2P_{63} \\ 0 & 0 & P_{33} & 0 & 2P_{51} & 2P_{62} \\ P_{41} & P_{42} & 0 & P_{44} & P_{63} & P_{53} \\ P_{51} & 0 & P_{53} & P_{62} & P_{55} & P_{42} \\ 0 & P_{62} & P_{63} & P_{51} & P_{41} & P_{66} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \dot{U}_1 \\ \dot{U}_2 \\ \dot{U}_3 \\ \dot{U}_4 \\ \dot{U}_5 \\ \dot{U}_6 \end{pmatrix}, \quad (22)$$

где ненулевые элементы матрицы в (22) имеют вид

$$\begin{aligned} P_{11} &= 2(A_1 U_1 + A_4 U_4 + A_5 U_5), P_{22} = 2(A_2 U_2 + A_4 U_4 + A_6 U_6), \\ P_{33} &= 2(A_3 U_3 + A_5 U_5 + A_6 U_6), P_{44} = A_1 U_1 + A_2 U_2 + 2A_4 U_4 + A_5 U_5 + A_6 U_6, \\ P_{55} &= A_1 U_1 + A_3 U_3 + A_4 U_4 + 2A_5 U_5 + A_6 U_6, P_{66} = A_2 U_2 + A_3 U_3 + A_4 U_4 + A_5 U_5 + 2A_6 U_6, \\ P_{41} &= A_1 U_4 + A_4 U_2 + A_5 U_6, P_{51} = A_1 U_5 + A_4 U_6 + A_5 U_3, P_{42} = A_2 U_4 + A_4 U_1 + A_6 U_5, \\ P_{62} &= A_2 U_6 + A_4 U_5 + A_6 U_3, P_{53} = A_3 U_5 + A_5 U_1 + A_6 U_4, P_{63} = A_3 U_6 + A_5 U_4 + A_6 U_2. \end{aligned}$$

Соответствующая подпрограмма комплекса называется SAKO0.

Для вычисления второй суммы в равенстве (20) находим из (18), (19), (21)

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^6 \dot{A}_i (B_{1i}, B_{2i}, B_{3i}, B_{4i}, B_{5i}, B_{6i})^T &= \sum_{i=1}^6 \sum_{k=1}^6 A_{ik} \dot{U}_k (B_{1i}, B_{2i}, B_{3i}, B_{4i}, B_{5i}, B_{6i})^T = \\ &= B \cdot A \cdot (\dot{U}_1, \dot{U}_2, \dot{U}_3, \dot{U}_4, \dot{U}_5, \dot{U}_6)^T, A = (A_{ik})_{\substack{i=\overline{1,6} \\ k=1,6}}. \end{aligned} \quad (23)$$

Аналитическое громоздкое представление матрицы A в соотношении (23) получено с использованием системы MathCAD 8 и программно реализовано в виде подпрограмм SAKO1, SAKO2, SAKO3, SAKO4, SAKO5 и SAKO6 для вычисления шести строчек матрицы A . Матрица $B \cdot A$ вычисляется подпрограммой SAK, с помощью которой находится также выражение из (15):

$$-2^{-1} \dot{L}_3 \mathbf{t}_0 + \dot{\psi}_0 \mathbf{E} + \dot{\psi}_1 \mathbf{U} + \dot{\psi}_2 \mathbf{G} + \psi_1 \dot{\mathbf{U}} + \psi_2 (\mathbf{U} \cdot \dot{\mathbf{U}} + \dot{\mathbf{U}} \cdot \mathbf{U}).$$

Подпрограмма E55 вычисляет массив размерности (6×77) . Эта процедура связана с определением величины $\sum_{j=1}^{77} \dot{\delta}_j \mathbf{t}_j$ в седьмом столбце матрицы M . Если столбец массива с номером j является нулевым с точностью до малого ε ($\|\mathbf{t}_j\| < \varepsilon$), то полагается $\dot{\delta}_j = 0$. Если столбец ненулевой, вычисляются коэффициенты $\mathbf{n} \cdot \mathbf{t}_j \|\mathbf{t}_j\|^{-1} = \mathbf{N} \cdot \mathbf{T}_j \|\mathbf{T}_j\|^{-1}$ при β согласно третьему уравнению в (9).

Подпрограмма DTE вычисляет массив размерности (1×77) для нахождения элемента M_{77} матрицы M согласно формуле $\sum \dot{\delta}_j \varepsilon_{23j}$. Величины ε_{23j} находятся по соотношениям (3), (4), а сумма $\sum \dot{\delta}_j \varepsilon_{23j}$ вычисляется с использованием равенства (18). Элементы седьмой строчки матрицы M согласно выражению $-\dot{L}_3 L_3^{-1} \varepsilon + 2((\varphi_0 + L_1 L_3 \varphi_2) \mathbf{G} \cdot \dot{\mathbf{U}} + (\varphi_0 L_2 L_3^{-1} + \varphi_2 L_3) \mathbf{E} \cdot \dot{\mathbf{U}} + (-\varphi_0 L_1 L_3^{-1} + \varphi_1 - \varphi_2 L_2) \mathbf{U} \cdot \dot{\mathbf{U}})$ из выражения (16) вычисляются головной программой DFTAUP. Первое слагаемое в (16) находится после определения потенциала напряжений $\varepsilon = \varepsilon_0 + \varepsilon_{23} + c$ подпрограммой ANERGI, которая сначала вычисляет зависящую от упругой анизотропии величину c при $\mathbf{G} = \mathbf{E}$. Правые части уравнений (15), (16) определяются входными данными в программе DFTAUP. Эти соотношения более громоздкие, чем вышеизложенные, и программная реализация их вычислений требует отдельного рассмотрения.

Решение системы $M \cdot (x_i)_{i=1,7} = (d_i)_{i=1,7}$ ($x_i = \dot{U}_i$ ($i = \overline{1,6}$), $x_7 = \beta$) находим по методу Крамера. Считаем, что определитель системы $\Delta \neq 0$. Элементы седьмого столбца матрицы системы представляются в виде $M_{i7} = \sum_{j=1}^{77} F_{ij} k_j$. Скаляр $\mathbf{n} \cdot \mathbf{t}_j \|\mathbf{t}_j\|^{-1}$ входит в выражения для F_{ij} .

Обозначим D_{i7} – алгебраические дополнения элементов седьмого столбца, $\Delta_7 = \sum_{i=1}^7 D_{i7} d_i$,

$C_j = \sum_{i=1}^7 D_{i7} F_{ij}$. Получаем

$$\Delta = \sum_{i=1}^7 D_{i7} M_{i7} = \sum_{i=1}^7 D_{i7} \sum_{j=1}^{77} F_{ij} k_j = \sum_{j=1}^{77} k_j \left(\sum_{i=1}^7 D_{i7} F_{ij} \right) = \sum_{j=1}^{77} k_j C_j, \quad \beta = \Delta_7 \Delta^{-1}.$$

Если $\Delta_7 = 0$, то $\beta = 0$. Пусть $\Delta_7 \neq 0$, тогда

$$\beta = \Delta_7 \left(\sum_{j=1}^{77} k_j C_j \right)^{-1} = \left(\sum_{j=1}^{77} k_j \Delta_7^{-1} C_j \right)^{-1}.$$

Полагаем $k_j = \text{sign}(\Delta_7^{-1} C_j)$. Значение β получается положительным и минимальным по всем наборам k_j как и требуется в (9), а величина определителя системы будет максимальной по абсолютной величине, что гарантирует выполнение условия $\Delta \neq 0$.

После определения величины β система уравнений сводится к системе линейных уравнений шестого порядка в программе DFTAUP и остальные неизвестные находятся также по методу Крамера подпрограммой SUB6. Формирование и решение системы уравнений (17), ко-

торая применяется только для нахождения скаляра K_0 , осуществляются аналогичным образом подпрограммой DFTAU с использованием подпрограмм SAKA, SAK и SUB6.

С целью проверки численного решения системы (15), (16) используются подпрограммы KOSI для вычисления тензора \mathbf{T} по (5)–(8) и SAKON. Последняя подпрограмма выполняет обращение закона, т. е. вычисляет тензор \mathbf{V} с использованием градиентного метода и подпрограмм KOSI, SAKO0, SAKO1, SAKO2, SAKO3, SAKO4, SAKO5 и SAKO6. Подпрограммы KOSI и SAKON можно применять и для вычисления тензоров \mathbf{t} и \mathbf{U} . Процесс численного моделирования производится в квазистатическом режиме, т. е. малыми шагами по времени. После вычисления $\dot{\mathbf{U}}$ из (15) и (16) определяется новое значение \mathbf{U} . Из определяющего уравнения для $\dot{\mathbf{t}}$ определяется новое значение \mathbf{t} . Затем подпрограммой SAKON вычисляется другое новое значение \mathbf{U} . Проверка показала, что разность вычисленных значений \mathbf{U} имеет допустимую погрешность. Отметим, что новое значение собственно ортогонального тензора поворота \mathbf{O} , сопровождающего упругую деформацию, определяется дифференциальным уравнением $\dot{\mathbf{O}} = -\mathbf{\Omega} \cdot \mathbf{O}$, которое решается методом рядов и реализуется подпрограммой ORT. Решения системы (15), (16) разработанным комплексом программ для одноосных и двухосных нагружений совпадают с решениями, полученными экспериментальным комплексом программ [12].

Заключение. Рассмотрены определяющие уравнения в конечном виде (1)–(8) и в дифференциальном виде при течении (9)–(11). Из них получены системы одного тензорного и одного скалярного уравнений (13)–(17) при известных скоростях перемещений. Система уравнений (15), (16) сведена к системе семи скалярных линейных уравнений с матрицей M относительно неизвестных шести компонент скорости левой меры упругих искажений и величины скорости роста упругой анизотропии. Представлены процедуры программной реализации формирования матрицы M с использованием соотношений (1)–(9) и решения системы уравнений на основе разработанных основных 16 программных модулей. Используются также соотношения (18)–(23) и др. Изложена процедура минимизации скорости роста упругой анизотропии, и пояснена процедура решения системы при неположительной удельной мощности деформации. Как уже отмечено во введении, оптимизация величины β по всем возможным наборам k_j в (9) обеспечивает приемлемую устойчивость материала. Выполнена возможная проверка вычисления скорости левой меры упругих искажений. Полученные выше соотношения с использованием средств символьных вычислений обеспечивают достоверное определение величины β в рамках принятых модельных предположений.

Список использованных источников

1. Лурье, А. И. Нелинейная теория упругости / А. И. Лурье. – М. : Наука, 1980. – 512 с.
2. Murnaghan, F. D. Finite deformation of an elastic solid / F. D. Murnaghan. – N. Y. : Dover, 1951. – 140 p.
3. Швед, О. Л. Уругопластический материал Мурнагана / О. Л. Швед // Материалы X Всерос. конф. по механике деформируемого твердого тела, 18–22 сент. 2017 г., Самара, Россия. – Самара, 2017. – Т. 2. – С. 283–286.
4. Naghdi, P. M. A critical review of the state of finite plasticity / P. M. Naghdi // ZAMP. – 1990. – Vol. 41, no. 3. – P. 315–394.
5. Жилин, П. А. Основные уравнения теории неупругих сред / П. А. Жилин // Тр. XXVIII летней школы «Актуальные проблемы механики». – СПб., 2001. – С. 14–58.
6. Белл, Дж. Ф. Экспериментальные основы механики деформируемых твердых тел : в 2 ч. Ч. 2. Конечные деформации / Дж. Ф. Белл. – М. : Наука, 1984. – 432 с.
7. Швед, О. Л. Математическое моделирование процесса прямого выдавливания свинца / О. Л. Швед, А. А. Абрамов // Информатика. – 2007. – № 4(16). – С. 133–136.
8. Поздеев, А. А. Большие уругопластические деформации: теория, алгоритмы, приложения / А. А. Поздеев, П. В. Трусов, Ю. И. Няшин. – М. : Наука, 1986. – 232 с.
9. Швед, О. Л. Численное моделирование эффекта увеличения пластичности металла при растяжении под действием высокого гидростатического давления / О. Л. Швед // Вес. Нац. акад. наук Беларусі. Сер. фіз.-тэхн. навук. – 2014. – № 4. – С. 18–23.
10. Швед, О. Л. Критерий разрушения в модели моноклинного уругопластического материала / О. Л. Швед // Вес. Нац. акад. наук Беларусі. Сер. фіз.-тэхн. навук. – 2015. – № 4. – С. 46–53.

11. Швед, О. Л. К вопросу описания явления «запирания» области высокого давления / О. Л. Швед // Сб. тр. IX Всерос. конф. по механике деформируемого твердого тела, 12–15 сент. 2016 г., Воронеж. – Воронеж, 2016. – С. 202–205.
12. Швед, О. Л. Выбор параметров определяющих уравнений при течении нелинейно упругопластического материала / О. Л. Швед // Вес. Нац. акад. наук Беларуси. Сер. физ.-техн. наук. – 2017. – № 3. – С. 47–55.
13. Швед, О. Л. Учет упругой анизотропии триклинного упругопластического материала / О. Л. Швед // Вес. Нац. акад. наук Беларуси. Сер. физ.-мат. наук. – 2017. – № 1. – С. 89–97.

References

1. Lurie A. I. Nelinejnaja teorija uprugosti. *Nonlinear Theory Elasticity*. Moscow, Nauka, 1980, 512 p. (in Russian).
2. Murnaghan F. D. *Finite Deformation of an Elastic Solid*. New York, Dover, 1951, 140 p.
3. Shved O. L. Uprugoplasticheskiy material Murnagana [Murnaghan's elastic-plastic material]. Materialy X Vserossijskoj konferencii po mehanike deformiruемого твердого тела [*Proceedings of X All-Russian Conference on Solid Mechanics, 18–22 September 2017, Samara, Russia*]. Samara, 2017, vol. 2, pp. 283–286 (in Russian).
4. Naghdi P. M. A critical review of the state of finite plasticity. *Zeitschrift für Angewandte Mathematik und Physik*, 1990, vol. 41, no. 3, pp. 315–394.
5. Zhilin P. A. Osnovnye uravnenija teorii neuprugih sred [Basic equations theory of inelastic media]. Trudy XXVIII letnej shkoly «Aktual'nye problemy mehaniki» [*Proceedings of the XXVIII Summer School. Actual Problems of Mechanics*]. Saint Petersburg, 2001, pp. 14–58 (in Russian).
6. Bell J. F. Jeksperimental'nye osnovy mehaniki deformiruемых твердых тел. Chast 2. Konechnye deformacii. *Experimental Foundations of Mechanics of Deformable Solids. Part 2. Finite deformations*. Moscow, Nauka, 1984, 432 p. (in Russian).
7. Shved O. L. Matematicheskoe modelirovanie processa prjamoogo vydavlivanija svinca [Mathematical modeling of the process of direct extrusion of lead]. Informatika [*Informatics*], 2007, no. 4(16), pp. 133–136 (in Russian).
8. Pozdeev A. A. Bol'shie uprugoplasticheskie deformacii: teorija, algoritmy, prilozhenija. *Large Elastic-Plastic Deformations: Theory, Algorithms, Applications*. Moscow, Nauka, 1986, 232 p. (in Russian).
9. Shved O. L. Chislennoe modelirovanie jeffekta uvelichenija plastichnosti metalla pri rastjazhenii pod dejstviem vysokogo gidrostatičeskogo davlenija [Numerical simulation of the effect of increasing the ductility of a metal under tension due to high hydrostatic pressure]. Vestsi Natsyjanal'naj akademii navuk Belarusi. Seryya fizika-techničnykh navuk [*Proceedings of the National Academy of Sciences of Belarus. Physical-technical series*], 2014, no. 4, pp. 18–23 (in Russian).
10. Shved O. L. Kriterij razrushenija v modeli monoklinnogo uprugoplastičeskogo materiala [Criterion of failure in the model of a monoclinic elastic-plastic material]. Vestsi Natsyjanal'naj akademii navuk Belarusi. Seryya fizika-techničnykh navuk [*Proceedings of the National Academy of Sciences of Belarus. Physical-technical series*], 2015, no. 4, pp. 46–53 (in Russian).
11. Shved O. L. K voprosu opisanija javlenija "zapiranija" oblasti vysokogo davlenija [On the question of describing the phenomenon of "blocking" high pressure area]. Sbornik trudov IX Vserossijskoj konferencii po mehanike deformiruемого твердого тела [*Proceedings of the IX All-Russian Conference on Solid Mechanics, 12–15 September 2016, Voronezh*]. Voronezh, 2016, pp. 202–205 (in Russian).
12. Shved O. L. Vybor parametrov opredeljadušhijh uravnenij pri tečenii nelinejno uprugoplastičeskogo materiala [The choice of the parameters of the determining equations for the flow of a nonlinearly elastic-plastic material]. Vestsi Natsyjanal'naj akademii navuk Belarusi. Seryya fizika-techničnykh navuk [*Proceedings of the National Academy of Sciences of Belarus. Physical-technical series*], 2017, no. 3, pp. 47–55 (in Russian).
13. Shved O. L. Uchet uprugoj anizotropii triklinnogo uprugoplastičeskogo materiala [Allowance for elastic anisotropy of triclinic elastic-plastic material]. Vestsi Natsyjanal'naj akademii navuk Belarusi. Seryya fizika-matematičnykh navuk [*Proceedings of the National Academy of Sciences of Belarus. Physics and Mathematics series*], 2017, no. 1, pp. 89–97 (in Russian).

Информация об авторе

Швед Олег Лаврентьевич – кандидат технических наук, ведущий научный сотрудник лаборатории идентификации систем, Объединенный институт проблем информатики НАН Беларуси (ул. Сурганова, 6, 220012, Минск, Республика Беларусь). E-mail: swed@newman.bas-net.by

Information about the author

Oleg L. Shved – Cand. Sci. (Eng.), Associate Professor, Leading Researcher, The United Institute of Informatics Problems of the National Academy of Sciences of Belarus (6, Sarganova Str., 220012, Minsk, Republic of Belarus). E-mail: swed@newman.bas-net.by

ISSN 1816-0301 (Print)
ISSN 2617-6963 (Online)

ЛОГИЧЕСКОЕ ПРОЕКТИРОВАНИЕ

LOGICAL DESIGN

УДК 004.052.32+681.518.5

Поступила в редакцию 30.05.2018
Received 30.05.2018

Д. В. Ефанов¹, В. В. Сапожников², Вл. В. Сапожников², Д. В. Пивоваров²

¹ООО «ЛокоТех-Сигнал», Российский университет транспорта (МИИТ),
Москва, Россия

²Петербургский государственный университет путей сообщения Императора Александра I,
Санкт-Петербург, Россия

СИНТЕЗ САМОПРОВЕРЯЕМЫХ СХЕМ ВСТРОЕННОГО КОНТРОЛЯ НА ОСНОВЕ МЕТОДА ЛОГИЧЕСКОГО ДОПОЛНЕНИЯ ДО РАВНОВЕСНОГО КОДА «2 ИЗ 4»

Аннотация. Исследуются особенности синтеза самопроверяемых схем встроенного контроля по методу логического дополнения на основе равновесного кода «2 из 4». Описываются особенности реализации схем встроенного контроля по методу логического дополнения. Отмечается возможность синтеза структур дискретных устройств, имеющих меньшую структурную избыточность, чем при реализации схемы контроля по методу дублирования. Эффект в снижении структурной избыточности достигается за счет минимизации сложности технической реализации блока контрольной логики и использования более простых по своим структурам тестеров, чем компаратор в системе дублирования. Предлагается способ организации схемы встроенного контроля, основанный на доопределении значений контрольных функций с учетом обеспечения тестируемости элементов сложения по модулю два в блоке логического дополнения и тестера кода «2 из 4».

Ключевые слова: самопроверяемая схема встроенного контроля, метод логического дополнения, равновесный код «2 из 4», тестер, элемент сложения по модулю два, тестируемость компонентов

Для цитирования. Ефанов, Д. В. Применение равновесного кода «2 из 4» при организации самопроверяемых схем встроенного контроля на основе метода логического дополнения / Д. В. Ефанов [и др.] // Информатика. – 2018. – Т. 15, № 4. – С. 71–85.

D. V. Efanov¹, V. V. Sapozhnikov², Vl. V. Sapozhnikov², D. V. Pivovarov²

¹"LocoTech-Signal" LLC, Russian University of Transport, Moscow, Russia
²Emperor Alexander I St. Petersburg State Transport University, Saint Petersburg, Russia

THE SELF-CHECKING INTEGRATED CONTROL CIRCUITS SYNTHESIS BASED ON THE BOOLEAN COMPLEMENT METHOD TO "2-OUT-OF-4" CONSTANT-WEIGHT CODE

Abstract. The article explores the peculiarities of self-checking integrated control circuits synthesis by the Boolean complement method based on the "2-out-of-4" constant-weight code. The article describes the features of integrated control circuits implementation by the Boolean complement method. It is noted that it is possible to synthesize the structures of discrete devices, which have less structural redundancy than in situation of the control circuit implementation by the method of duplication. The effect in structural redundancy reducing is achieved by minimizing the complexity of the control logic block technical implementation and using checkers that are simpler in their structures than the comparator in the system of duplication. The article proposes a method of the integrated control circuit organization based on determining the values of control functions taking into account the maintenance of testability of elements of addition by modulo two in the Boolean complement block and the checker of the "2-out-of-4" code.

Keywords: self-checking control circuit, Boolean complement method, "2-out-of-4" constant-weight code, checker, element of addition by modulo two, testability of components

For citation. Efanov D. V., Sapozhnikov V. V., Sapozhnikov Vl. V., Pivovarov D. V. The self-checking integrated control circuits synthesis based on the Boolean complement method to "2-out-of-4" constant-weight code. *Informatics*, 2018, vol. 15, no. 4, pp. 71–85 (in Russian).

Введение. При синтезе надежных компонентов систем автоматического управления на различных элементных базах широко используются самопроверяемые схемы встроенного контроля (ССВК) [1–4]. Их применение позволяет синтезировать устройства, наделенные свойством обнаружения и индикации наличия неисправностей, что, в свою очередь, дает возможность оперативного отключения от работы отказавших узлов в процессе эксплуатации с целью блокирования неверных результатов вычислений и запрета их передачи на последующие узлы или же непосредственно на объекты управления.

ССВК может быть построена различными способами. Одним из распространенных и повсеместно применяемых методов является метод дублирования [5–7]. Дублирование подразумевает применение в качестве схемы контроля копии объекта диагностирования и наличие самопроверяемого компаратора [8, 9]. Простота метода и возможность обнаружения любых неисправностей в объекте диагностирования определяют и повсеместное использование данной структурной схемы. Например, ее эффективно применяют при синтезе надежных компонентов систем управления движением поездов [10–12]. Альтернативой дублированию служит построение схемы контроля на основе заранее выбранного избыточного равномерного кода. В этом случае удастся уменьшить структурную избыточность ССВК, однако заметно снижаются возможности обнаружения различных видов неисправностей (например, полного множества сочетаний кратных неисправностей). На практике многие из них крайне маловероятны [13]. Учет этого фактора позволяет синтезировать более простые логические устройства с приемлемыми характеристиками обнаружения неисправностей. Например, если в качестве модели неисправностей выступает модель одиночной константной неисправности выходов внутренних логических элементов, то высокую эффективность при синтезе ССВК показывает применение равновесных кодов и разнообразных кодов с суммированием [14–17]. С учетом особенностей обнаружения данными кодами ошибок в кодовых словах (и информационных векторах) можно строить более простые структуры ССВК с обнаружением 100 % одиночных константных неисправностей. Примеры таких реализаций даны в работах [18, 19].

Одним из подходов к построению ССВК является метод логического дополнения, впервые, по всей видимости, описанный в [20]. Впоследствии данный метод исследовался во многих работах, например [4, 21–27]. Метод логического дополнения подразумевает преобразование в ССВК значений рабочих функций таким образом, чтобы их контроль можно было осуществить на основе использования какого-либо равновесного кода [28, 29] либо же с применением контроля по особым признакам получаемого сигнала, например контроля самодвойственного сигнала [4, 20].

Эффективным оказывается применение при синтезе ССВК равновесных кодов с малой длиной кодовых слов ($n \leq 6$). Это объясняется тем фактом, что тестеры равновесных кодов при отмеченном ограничении имеют простые структуры, требуют малого количества тестовых комбинаций для полной проверки, а количество элементов сложения по модулю два (*XOR's*), необходимых для преобразования значений рабочих функций, невелико.

Особое место среди всех равновесных кодов занимает код «2 из 4» (2/4-код), тестер которого имеет наиболее простую структуру из всех известных равновесных кодов и требует для полной проверки формирования всего четырех кодовых комбинаций. Кроме того, при построении ССВК потребуется преобразование всего двух из четырех рабочих функций объекта диагностирования. Исследованиям применения 2/4-кода при организации ССВК посвящен ряд публикаций авторов данной статьи, в том числе [26, 27]. В настоящей работе описывается новый способ получения значений контрольных функций при синтезе ССВК по методу логического дополнения до 2/4-кода.

Основные структурные схемы организации самопроверяемых логических устройств. В этих схемах объект диагностирования – блок $F(x)$, реализующий некоторую систему булевых функций, – снабжается специализированной ССВК, позволяющей в процессе эксплуатации конечного устройства косвенно обнаруживать неисправности по их проявлениям в виде искажений рабочих сигналов.

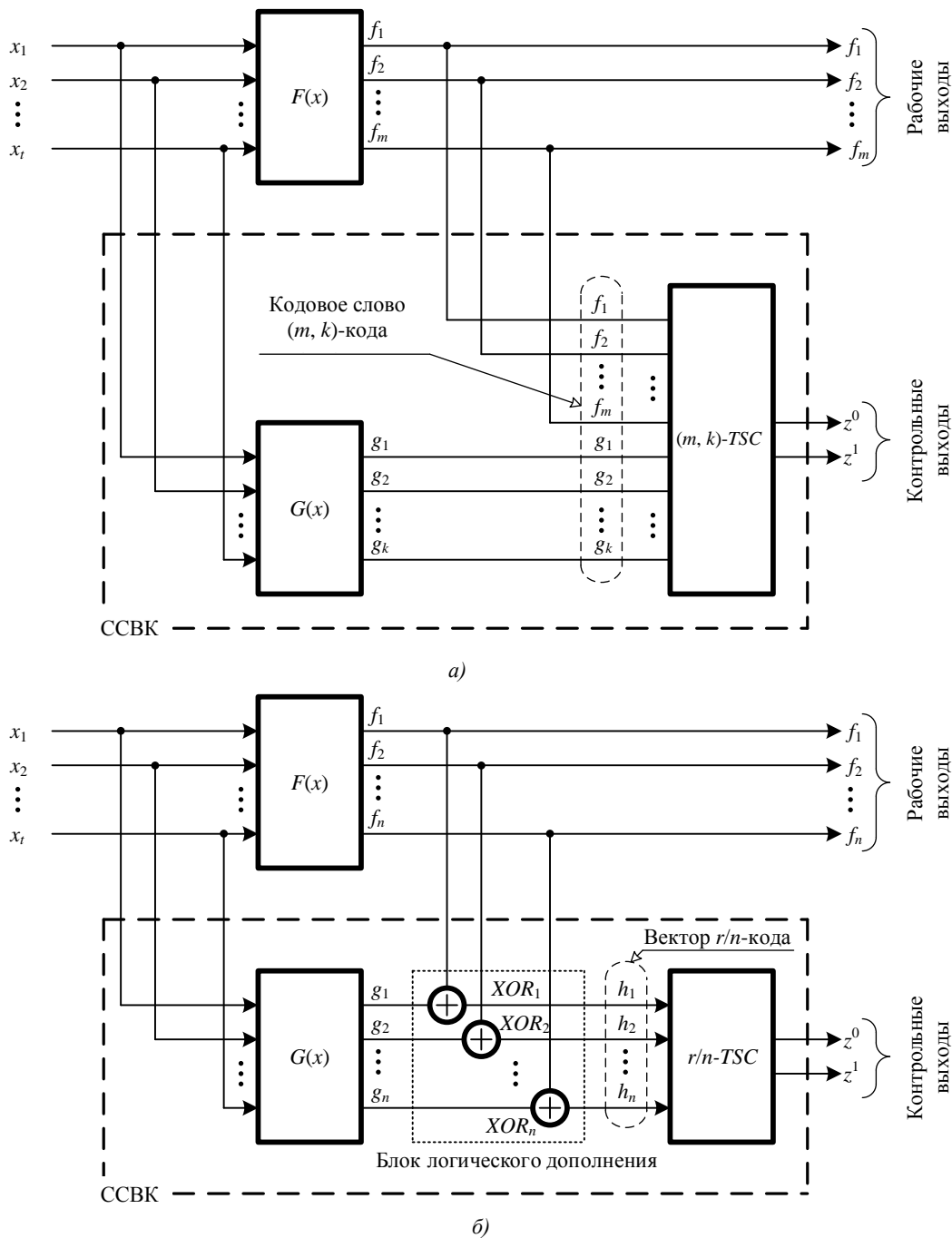


Рис. 1. Структурная схема организации контроля по методу вычисления контрольных разрядов (а) и по методу логического дополнения (б)

Широко применяемый метод вычисления контрольных разрядов (рис. 1, а) подразумевает синтез ССВК по правилам, определяемым правилами построения заранее выбранного разделимого (m, k) -кода (m и k – количество информационных и контрольных разрядов в кодовом слове кода). Информационный вектор (m, k) -кода отождествляется с вектором функций, формируемым на выходах блока $F(x)$, а контрольный вектор (m, k) -кода формируется в ССВК на выходах блока контрольной логики $G(x)$. В ССВК для контроля принадлежности формируемого на выходах обоих блоков $F(x)$ и $G(x)$ в любой момент времени кодового слова заранее выбранному (m, k) -коду используется тестер (m, k) -TSC (*totally self-checking checker*). При исправности всех

компонентов конечного устройства на выходах (m, k) -TSC формируется парафазный сигнал $\langle 01 \rangle$ или $\langle 10 \rangle$. Неисправности в элементах структур блоков $F(x)$ и $G(x)$ искажают значения разрядов информационного или контрольного векторов. Это приводит к установлению на выходах тестера непарафазных сигналов $\langle 00 \rangle$ или $\langle 11 \rangle$. Сам тестер реализуется в виде самопроверяемой схемы, что позволяет при любой его внутренней неисправности из заданного класса на выходах также формировать непарафазный сигнал $\langle 00 \rangle$ или $\langle 11 \rangle$.

Часто при синтезе ССВК по методу вычисления контрольных разрядов применяют коды с повторением (схему дублирования), а также разнообразные коды с суммированием (коды Бергера и их модификации) [1, 2].

Альтернативным вариантом реализации ССВК является ее синтез по методу логического дополнения (рис. 1, б). Данный метод подразумевает преобразование (дополнение) любого информационного вектора, формируемого на выходах блока $F(x)$, в кодовое слово заранее выбранного неразделимого кода (например, равновесного) либо преобразование сигнала каждой рабочей функции в сигнал специального вида (например, самодвойственный). Для преобразования значений рабочих функций в ССВК применяется блок логического дополнения, реализующий функции дополнения по формуле

$$h_i = f_i \oplus g_i, \quad i = \overline{1, n}. \quad (1)$$

Из формулы (1) следует, что блок логического дополнения образуется каскадом параллельно установленных элементов сложения по модулю два (элементов XOR). На каждый такой элемент поступают значения рабочей и контрольной функций. При этом значения контрольных функций подбираются таким образом, чтобы на выходе блока логического дополнения формировались функции заранее определенного вида, например функции вычисления разрядов равновесного кода « r из n » (r/n -кода, где r – число единичных разрядов в кодовом слове длиной n).

Если при реализации ССВК по методу вычисления контрольных разрядов возможно ее построение только одним вариантом для выбранного на этапе проектирования (m, k) -кода (при этом тестер и блок контрольной логики могут быть синтезированы различными способами), то при использовании метода логического дополнения появляется возможность синтеза весьма большого числа структур ССВК (это число определяется возможностями доопределения значений контрольных функций). Данная особенность метода логического дополнения позволяет разработчику ССВК варьировать характеристики конечного устройства и оптимизировать их структуры по различным критериям, например по минимуму сложности реализации ССВК (по структурной избыточности), по максимуму быстродействия ССВК и т. д.

При синтезе ССВК определяющее значение имеют два фактора – число входов объекта диагностирования $F(x)$ и число его выходов. Число входов устройства $F(x)$ определяет число возможных кодовых комбинаций, формируемых на его выходах, и в общем случае (при подаче на входы всех возможных воздействий) определяется величиной 2^t . Таким образом, при синтезе ССВК по методу вычисления контрольных разрядов потребуется минимизация функций максимум от t переменных, а при использовании метода логического дополнения – сначала дополнение значений контрольных функций на 2^t входных наборах, а затем минимизация этих функций. Подобное обстоятельство свидетельствует о явных ограничениях на возможности использования обоих методов при доопределении значений контрольных функций: методы применимы при малом числе входных переменных. Оно ограничено вычислительной мощностью компьютерной техники, используемой при проектировании (как правило, число t не превышает 30–35 входов). При большем числе переменных следует использовать методы декомпозиции логических устройств и организации отдельных подсхем контроля с объединением их выходов на входах самопроверяемого компаратора либо ограничиваться методом дублирования, не требующим анализа структуры блока $F(x)$. Однако на практике дублирование может быть не всегда оправданным и несколько избыточным с позиции обнаружения возникающих ошибок. К примеру, для того чтобы на всех выходах блока $F(x)$ одновременно возникло искажение, необходимо, чтобы в его структуре был хотя бы один логический элемент, связанный путями со всеми выходами, и чтобы хотя бы на одном наборе не происходили компенсации

выходных сигналов [6]. Еще одним недостатком метода дублирования может оказаться сложность и даже невозможность обеспечения полной самопроверяемости компаратора [1]. Таким образом, использование структурных схем, приведенных на рис. 1, в ряде случаев оправдано.

Остановимся на рассмотрении метода логического дополнения и использования при контроле логических устройств равновесных кодов «2 из 4» (2/4-кодов).

Контроль логических устройств на основе 2/4-кода. Так как тестеры равновесных кодов с небольшой длиной кодовых слов имеют наиболее простые структурные схемы, а для их полной проверки требуется малое количество кодовых комбинаций, именно такие коды оказываются эффективными с позиции структурной избыточности синтезируемых логических устройств и обнаружения ошибок на их выходах.

Для использования приведенной на рис. 2 схемы на практике выходы объекта диагностирования разбиваются на подмножества, содержащие по четыре выхода. При этом подмножества выходов могут пересекаться. Далее для каждого подмножества синтезируется своя схема контроля на основании структурной схемы на рис. 2, а выходы отдельных схем контроля объединяются на входах самопроверяемого компаратора, реализуемого в виде самопроверяемой схемы сжатия парафазных сигналов [30].

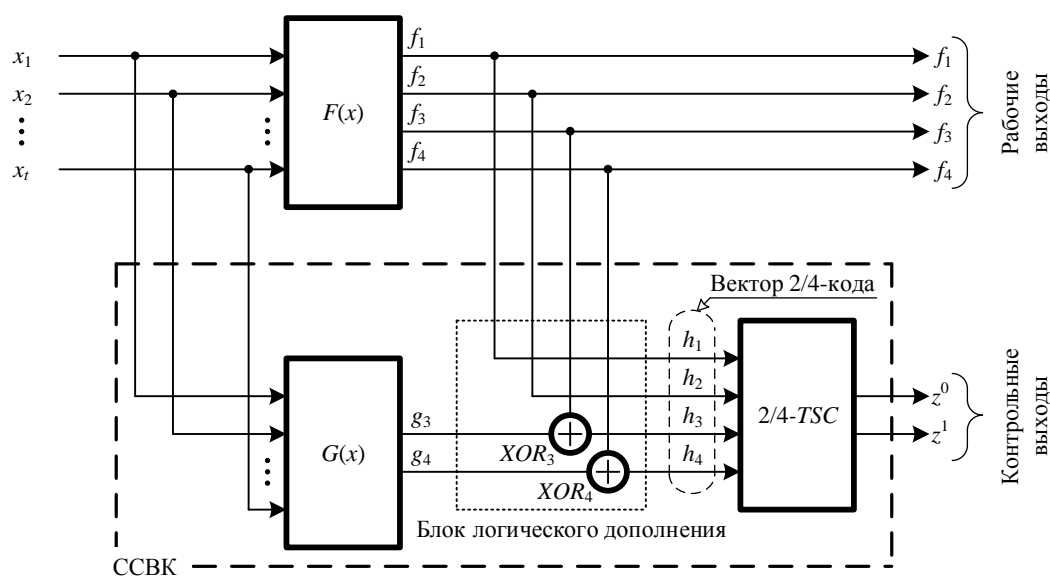


Рис. 2. Структурная схема организации контроля логического устройства на основе метода логического дополнения до равновесного кода «2 из 4»

Для преобразования любого информационного вектора $\langle f_1 f_2 f_3 f_4 \rangle$ в кодовое слово 2/4-кода требуется изменение значений максимум двух рабочих функций. Данные преобразования реализуются в схеме контроля за счет использования блока логического дополнения, включающего в себя каскад элементов сложения по модулю два:

$$\begin{cases} h_1 = f_1, \\ h_2 = f_2, \\ h_3 = f_3 \oplus g_3, \\ h_4 = f_4 \oplus g_4. \end{cases} \quad (2)$$

На входы 2/4-TSC поступает кодовое слово $\langle h_1 h_2 h_3 h_4 \rangle$, принадлежащее 2/4-коду. Если в элементах ССВК и объекте диагностирования $F(x)$ возникает неисправность, то хотя бы на одном входном наборе она должна проявиться в виде искажений сигналов рабочих или контрольных функций (или непосредственно разрядов кодового слова $\langle h_1 h_2 h_3 h_4 \rangle$), что приводит

к появлению некодового слова на входах $2/4$ -TSC. В этом случае на выходах последнего формируется непарафазный сигнал $\langle 00 \rangle$ или $\langle 11 \rangle$, что свидетельствует о наличии неисправности.

В качестве преобразуемых функций могут выступать любые две рабочие функции. Это приводит к тому, что для каждого множества, состоящего из четырех выходов, возможна реализация ССВК $C_4^2 = 6$ способами преобразования.

Для организации ССВК любого подмножества логического устройства, состоящего из четырех выходов, следует выполнить несколько условий:

1. Хотя бы по одному разу сформировать необходимые для полной проверки $2/4$ -TSC комбинации $2/4$ -кода. Для наиболее простого тестера (рис. 3) потребуется обеспечить формирование четырех кодовых комбинаций на его входах: $\{0011; 0110; 1001; 1100\}$ [30].

2. Для элементов XOR необходимо обеспечить появление хотя бы по разу всех тестовых комбинаций: $\{00; 01; 10; 11\}$ [31].

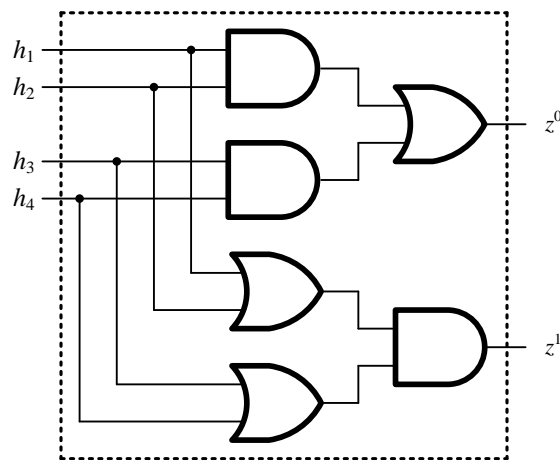


Рис. 3. Наиболее простая структурная схема $2/4$ -TSC

Важно отметить, что контрольные функции g_3 и g_4 должны быть наиболее простыми для сокращения сложности технической реализации блока контрольной логики. При этом необходимо обеспечить и сформулированные выше условия самопроверяемости структуры, приведенной на рис. 2.

Исследования показывают, что значения контрольных функций g_3 и g_4 на всех входных наборах могут быть доопределены произвольным образом, как это предложено в [26], или же могут быть выработаны специальные правила по «жесткому» доопределению значений, как это сделано в [27]. Возможности выбора двух доопределяемых функций из четырех в множестве выходов, выбора самих подмножеств выходов (при их числе, большем четырех), а также произвольного доопределения значений контрольных функций позволяют при организации ССВК варьировать показатели структурной избыточности конечного устройства. Таким образом, при реализации ССВК можно получать такие выражения для контрольных функций, которые будут давать наиболее простой блок $G(x)$ в выбранном элементном базисе.

Способ доопределения значений контрольных функций при синтезе ССВК. Как отмечалось выше, для преобразования любого информационного вектора $\langle f_1 f_2 f_3 f_4 \rangle$ в кодовое слово $2/4$ -кода потребуется дополнение максимум двух функций. Поэтому значения двух из четырех рабочих функций могут быть напрямую поданы на входы $2/4$ -TSC h_1 и h_2 . На две непреобразуемые функции при этом накладываются определенные ограничения: должны хотя бы по разу быть сформированы все возможные сочетания их значений $\langle f_1 f_2 \rangle = \langle 00 \rangle, \langle 01 \rangle, \langle 10 \rangle$ и $\langle 11 \rangle$. Это следует из анализа множества тестовых комбинаций $2/4$ -TSC.

В табл. 1 задано комбинационное логическое устройство, имеющее четыре входа и четыре выхода. Предположим, что $h_1=f_1$ и $h_2=f_2$. Тогда при значениях подвекторов $\langle h_1 h_2 \rangle = \langle 00 \rangle$ или $\langle h_1 h_2 \rangle = \langle 11 \rangle$ значения подвекторов $\langle h_3 h_4 \rangle$ кодового слова $\langle h_1 h_2 h_3 h_4 \rangle$ определяются

«автоматически», исходя из того, что конечный вектор должен принадлежать 2/4-коду. Для подвекторов $\langle h_1 h_2 \rangle = \langle 01 \rangle$ и $\langle h_1 h_2 \rangle = \langle 10 \rangle$ заполнение столбцов h_3 и h_4 может быть произвольным: либо $\langle h_3 h_4 \rangle = \langle 01 \rangle$, либо $\langle h_3 h_4 \rangle = \langle 10 \rangle$ (в таком случае кодовый вектор $\langle h_1 h_2 h_3 h_4 \rangle$ будет принадлежать 2/4-коду). Это определяет возможности произвольного дополнения функций h_3 и h_4 и возможности влияния тем самым на вид контрольных функций g_3 и g_4 .

Таблица 1

Таблица истинности исходного комбинационного устройства и «автоматически» определяемые значения контрольных функций

x_1	x_2	x_3	x_4	f_1	f_2	f_3	f_4	h_1	h_2	h_3	h_4	g_3	g_4
0	0	0	0	0	1	1	0	0	1				
0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	1	1	1	0
0	0	1	0	0	1	0	1	0	1				
0	0	1	1	1	0	1	1	1	0				
0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	1	1	0	1
0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1
0	1	1	0	0	1	1	0	0	1				
0	1	1	1	0	0	1	0	0	0	1	1	0	1
1	0	0	0	1	0	1	1	1	0				
1	0	0	1	1	1	0	1	1	1	0	0	0	1
1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1
1	0	1	1	1	0	0	1	1	0				
1	1	0	0	0	1	1	1	0	1				
1	1	0	1	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1
1	1	1	0	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0
1	1	1	1	0	0	1	0	0	0	1	1	0	1

Вариант с произвольным дополнением функций описан, к примеру, в работах [4, 21, 24] для использования при синтезе ССВК 1/4-кода. Аналогично в [25] предлагается для оптимизации сложности ССВК подбирать значения функций дополнения при формировании кодовых слов 1/3-кода. Такой же подход транслирован для 2/4-кода в [26].

Альтернативный вариант вычисления функций логического дополнения – формирование их по заранее установленным правилам. Системы контрольных функций, обеспечивающие такое дополнение, приведены в [4, 21–23] для применения 1/3- и 1/4-кодов и в [27] – для применения 2/4-кода. Недостатком «жесткой» фиксации правил формирования значений контрольных функций является необходимость подачи на входы устройства определенного множества входных комбинаций для полной проверки ССВК, а также невозможность во всех случаях для любых структур блока $F(x)$ сформировать контрольное множество комбинаций для полной проверки ССВК.

Способ доопределения логических функций, описанный в работе [26], не учитывает возможности подачи на входы 2/4-TSC (см. рис. 3) комбинаций $\langle 0101 \rangle$ и $\langle 1010 \rangle$, а также связан с одновременным доопределением значений функций g_3 и g_4 . Представленный далее способ доопределения значений контрольных функций основан на последовательном заполнении значений контрольных функций и не исключает возможности использования кодовых комбинаций $\langle 0101 \rangle$ и $\langle 1010 \rangle$ в векторе $\langle h_1 h_2 h_3 h_4 \rangle$. Это позволяет для реального множества информационных векторов, которое может содержать только часть возможных информационных векторов, а не все (как в общем случае в [27]), обеспечить тестируемость элементов XOR в блоке контрольной логики, а также выбрать способ логического дополнения, дающий наиболее простой по структуре блок $G(x)$.

Заполнение характеристической таблицы (аналогичной табл. 1) может вестись в следующей последовательности:

1. Для множества из четырех выходов логического устройства определяются такие два выхода, для которых как минимум по одному разу формируются все возможные сочетания значений $\langle f_1 f_2 \rangle = \{00; 01; 10; 11\}$. Эти выходы не будут преобразовываться в блоке логического дополнения.

2. Заполняются столбцы значений функций h_1 и h_2 , а затем производится однозначное доопределение значений функций h_3 и h_4 на тех входных наборах, для которых $\langle h_1 h_2 \rangle = \langle 01 \rangle$ и $\langle h_1 h_2 \rangle = \langle 10 \rangle$. Это позволяет также однозначно доопределить на данных наборах значения функций g_3 и g_4 . Кроме того, указанная операция позволяет сформировать на входах 2/4-TSC две тестовые комбинации из четырех: $\langle 0011 \rangle$ и $\langle 1100 \rangle$.

3. Осуществляется проверка формирования тестовых комбинаций для элементов XOR_3 и XOR_4 на входных наборах, на которых однозначно доопределены значения функций g_3 и g_4 , – фиксация комбинаций из множеств $M_3 = \{00; 01; 10; 11\}$ и $M_4 = \{00; 01; 10; 11\}$. Для каждого из элементов XOR_3 и XOR_4 как минимум по одной комбинации из множеств M_3 и M_4 должны сформироваться на однозначно доопределенных значениях на предыдущем шаге.

4. Рассматривается задача доопределения значений контрольной функции g_3 и значений функции h_3 с учетом обеспечения формирования тестовых комбинаций из множества M_3 . Из множества M_3 исключаются уже сформированные тестовые комбинации и осуществляется поиск таких значений f_3 , которые позволяют доопределить функцию g_3 с учетом формирования необходимых тестовых комбинаций. Для этого потребуется проанализировать возможности доопределения функции g_3 максимум на четырех входных наборах. На двух из данных наборов $f_3=0$ и на двух $f_3=1$. Заполняются значения функций g_3 , и однозначно определяются значения функции h_3 (см. формулу (2)).

5. На каждом из наборов, которые позволяют доопределить значение функции g_3 на предыдущем шаге, однозначно доопределяются значения функции h_4 и, соответственно, функции g_4 . Проверяется наличие на всех входных наборах, на которых доопределены все функции, тестовых комбинаций из множества M_4 , а также двух оставшихся комбинаций для проверки 2/4-TSC – комбинаций $\langle 1001 \rangle$ и $\langle 0110 \rangle$. Следует отметить, что их может и не оказаться (если были сформированы векторы $\langle h_1 h_2 h_3 h_4 \rangle = \langle 1010 \rangle$ или $\langle 0101 \rangle$).

6. Рассматривается задача доопределения значений контрольной функции g_4 и значений h_4 с учетом обеспечения формирования тестовых комбинаций из множества M_4 . Из множества M_4 удаляются уже сформированные тестовые комбинации и осуществляется поиск таких значений f_4 , которые позволяют доопределить функцию g_4 с учетом формирования необходимых тестовых комбинаций. Для этого потребуется проанализировать возможности доопределения функции g_4 максимум на четырех входных наборах. На двух из данных наборов $f_4=0$ и на двух $f_4=1$. Заполняются значения функции g_4 , и однозначно определяются значения функции h_4 (см. формулу (2)).

7. Аналогично п. 5 однозначно заполняются строки таблицы, на которых доопределены значения функции g_4 . Проверяется наличие тестовых комбинаций $\langle 1001 \rangle$ и $\langle 0110 \rangle$ для тестера.

8. Заполняются оставшиеся строки таблицы с учетом условий формирования всех тестовых комбинаций для 2/4-TSC. На этом этапе (а также на этапах 4 и 6) целесообразно учитывать возможности доопределения значений функций g_3 и g_4 таким образом, чтобы минимизировать их логические выражения (операция перебора с поиском соседних конъюнкций).

9. Если при доопределении функций g_3 или g_4 не удастся получить все тестовые комбинации для элементов XOR_3 и XOR_4 , то функции могут быть поменяны местами при доопределении. Если же эта процедура не дает результата, могут быть доопределены другие две функции из четырех. Если при полном переборе всех вариантов не удастся достичь результата, изменится само множество из четырех функций, реализуемых логическим устройством, или же выбирается другой способ синтеза ССВК.

Вернемся к примеру логического устройства, заданного в табличной форме (см. табл. 1). В данной таблице приведены реализуемые логическим устройством функции и перечислены все информационные векторы $\langle f_1 f_2 f_3 f_4 \rangle$, формируемые на всех входных комбинациях. Далее, в столбцах h_1, h_2, h_3, h_4 и g_3, g_4 представлены однозначно определяемые значения, полученные «автоматически».

На следующем шаге после автоматического заполнения столбцов g_3 и g_4 проверим формирование контрольного множества комбинаций $\{00; 01; 10; 11\}$ для элементов XOR_3 и XOR_4 .

Для табл. 1 проверка формирования тестовых комбинаций дает следующий результат:

$$\begin{aligned}
 p_{XOR_3}^{00} &= \overline{f_3} \overline{g_3} = \overline{x_1 x_2 x_3 x_4}, \\
 p_{XOR_3}^{01} &= \overline{f_3} g_3 = \overline{x_1 x_2 x_3 x_4} \vee \overline{x_1 x_2 x_3} x_4 \vee \overline{x_1 x_2} x_3 x_4 \vee \overline{x_1} x_2 x_3 x_4, \\
 p_{XOR_3}^{10} &= f_3 \overline{g_3} = x_1 x_2 x_3 x_4 \vee \overline{x_1 x_2 x_3} x_4 \vee \overline{x_1 x_2} x_3 x_4 \vee \overline{x_1} x_2 x_3 x_4, \\
 p_{XOR_3}^{11} &= f_3 g_3 = 0, \quad p_{XOR_4}^{00} = \overline{f_4} \overline{g_4} = 0, \\
 p_{XOR_4}^{01} &= \overline{f_4} g_4 = \overline{x_1 x_2 x_3 x_4} \vee \overline{x_1 x_2 x_3} x_4 \vee \overline{x_1 x_2} x_3 x_4 \vee \overline{x_1} x_2 x_3 x_4 \vee \overline{x_1} x_2 x_3 x_4 \vee \overline{x_1} x_2 x_3 x_4, \\
 p_{XOR_4}^{10} &= f_4 \overline{g_4} = x_1 x_2 x_3 x_4, \quad p_{XOR_4}^{11} = f_4 g_4 = \overline{x_1 x_2 x_3 x_4} \vee \overline{x_1 x_2 x_3} x_4.
 \end{aligned}$$

Так как $p_{XOR_3}^{11} = f_3 g_3 = 0$ и $p_{XOR_4}^{00} = \overline{f_4} \overline{g_4} = 0$, необходимо так доопределить значения оставшихся функций в табл. 1, чтобы хотя бы по разу были сформированы комбинации $\langle f_3 g_3 \rangle = \langle 11 \rangle$ и $\langle f_4 g_4 \rangle = \langle 00 \rangle$. Для удовлетворения этого условия следует найти те строки табл. 1, для которых в столбце f_3 будет записана 1, а в столбце f_4 – 0. На данных входных наборах необходимо хотя бы по разу обеспечить формирование «недостающей» тестовой комбинации.

В табл. 2 приведены варианты доопределения разрядов вектора $\langle h_1 h_2 h_3 h_4 \rangle$ с учетом необходимости формирования тестовых комбинаций элементов XOR_3 и XOR_4 . Знаком «+» отмечены те строки, доопределение которых единицами обеспечивает формирование тестовой комбинации $\langle 11 \rangle$ на входах элемента XOR_3 . Знаком «-» отмечены строки, доопределение которых нулями обеспечивает формирование тестовой комбинации $\langle 00 \rangle$ на входах элемента XOR_4 . Для формирования полного множества тестовых комбинаций для обоих элементов сложения по модулю два потребуется доопределить хотя бы одну клетку со знаком «+» до единицы и хотя бы одну клетку со знаком «-» до нуля. Ячейки в одной строке должны быть заполнены противоположными значениями, так как только в этом случае кодовый вектор $\langle h_1 h_2 h_3 h_4 \rangle$ будет принадлежать 2/4-коду. Далее значения функций h_3 и h_4 заполняются однозначно.

Таблица 2

Расширенная таблица с учетом необходимости тестирования XOR_3 и XOR_4

x_1	x_2	x_3	x_4	f_1	f_2	f_3	f_4	h_1	h_2	h_3	h_4	g_3	g_4
0	0	0	0	0	1	1	0	0	1	+	-		
0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	1	1	1	0
0	0	1	0	0	1	0	1	0	1				
0	0	1	1	1	0	1	1	1	0	+			
0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	1	1	0	1
0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1
0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	+	-		
0	1	1	1	0	0	1	0	0	0	1	1	0	1
1	0	0	0	1	0	1	1	1	0	+			
1	0	0	1	1	1	0	1	1	1	0	0	0	1
1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1
1	0	1	1	1	0	0	1	1	0				
1	1	0	0	0	1	1	1	0	1	+			
1	1	0	1	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1
1	1	1	0	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0
1	1	1	1	0	0	1	0	0	0	1	1	0	1

В табл. 3 представлен один из вариантов доопределения разрядов вектора $\langle h_1 h_2 h_3 h_4 \rangle$.

Таблица 3

Полностью определенные контрольные функции

x_1	x_2	x_3	x_4	f_1	f_2	f_3	f_4	h_1	h_2	h_3	h_4	g_3	g_4
0	0	0	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1
0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	1	1	1	0
0	0	1	0	0	1	0	1	0	1	0	1	0	0
0	0	1	1	1	0	1	1	1	0	0	1	1	0
0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	1	1	0	1
0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1
0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	0
0	1	1	1	0	0	1	0	0	0	1	1	0	1
1	0	0	0	1	0	1	1	1	0	1	0	0	1
1	0	0	1	1	1	0	1	1	1	0	0	0	1
1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1
1	0	1	1	1	0	0	1	1	0	1	0	1	1
1	1	0	0	0	1	1	1	0	1	0	1	1	0
1	1	0	1	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1
1	1	1	0	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0
1	1	1	1	0	0	1	0	0	0	1	1	0	1

Минимизируя полученные таким образом контрольные функции g_3 и g_4 (рис. 4), записываем выражения для полностью определенных контрольных функций, по которым синтезируется блок $G(x)$:

$$g_3 = x_1 x_2 \bar{x}_3 \vee x_2 x_3 x_4 \vee x_1 x_2 x_4 \vee x_1 x_2 x_3,$$

$$g_4 = x_2 x_4 \vee x_1 x_2 \vee x_1 x_3 x_4.$$

Для упрощения структуры блока $G(x)$ может быть использована скобочная форма записи функций g_3 и g_4 . Однако функции должны реализовываться отдельно.

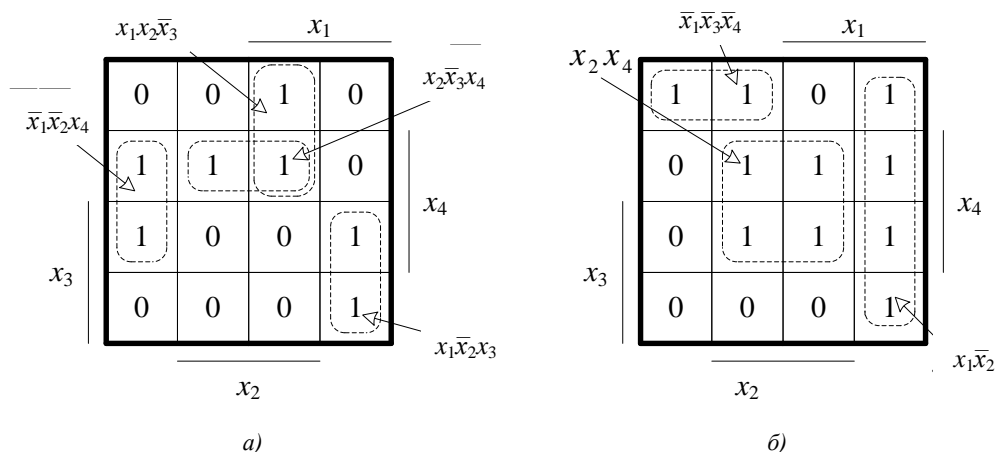


Рис. 4. Полностью определенные функции g_3 (а) и g_4 (б)

Алгоритм доопределения значений контрольных функций дает возможность построения ССВК для логических устройств. При этом чем больше входов у объекта диагностирования и чем чаще меняются значения в выходных векторах, тем проще обеспечить формирование

контрольного множества для блока логического дополнения и тестера в структуре ССВК. Если на каком-то этапе выполнения вычислительных процедур не удастся обеспечить формирование множества тестовых комбинаций для элемента сложения по модулю два, можно вернуться на шаг назад и выбрать другие неизменяемые функции, реализуемые блоком $F(x)$. Если блок $F(x)$ многовыходной, можно для обеспечения тестируемости компонентов ССВК произвести замену функций в подмножествах контролируемых выходов и т. д. Конечный вариант реализации, если не удастся обеспечить самопроверяемость структуры схемы контроля, – это выбор другого способа преобразования или, вообще, другого метода синтеза ССВК.

Приведем пример, демонстрирующий возможности предложенного способа синтеза ССВК. В табл. 4 даны результаты экспериментов по оценке сложности технической реализации ССВК, выполненных по представленному в настоящей статье методу, для одной контрольной комбинационной схемы с четырьмя выходами – схемы «b1» из набора LGSynth 89 [32]. Сама схема в данном наборе представлена в формате *.netblif, задающем ее структуру в виде списка логических элементов и конфигураций связей между входами и выходами схемы, а также входами и выходами внутренних логических элементов. Выбирая преобразуемые поочередно все возможные пары выходов схемы «b1», получаем шесть вариантов реализации ССВК (в каждом из них возможно, однако, различное доопределение контрольных функций, поэтому в реальности вариантов намного больше). При постановке экспериментов было принято решение выбрать произвольный вариант доопределения функций по представленному в данной работе способу. С использованием известного интерпретатора SIS [32] для каждой ССВК и ее компонентов был определен абсолютный показатель сложности технической реализации в условных единицах площади, занимаемой устройством на кристалле. В эксперименте использовалась стандартная библиотека функциональных элементов stdcell2_2.genlib. Получаемые характеристики ССВК на основе 2/4-кода сравнивались с характеристиками сложности технической реализации схемы контроля по методу дублирования. В предпоследнем столбце табл. 4 рассчитан показатель μ , характеризующий долю площади, занимаемой ССВК на основе 2/4-кода, по сравнению с площадью схемы контроля, реализованной по методу дублирования. Во всех случаях наблюдается существенное уменьшение площади ССВК, выполненной по предложенному методу, по сравнению с площадью системы дублирования. При этом в ряде случаев не удается обеспечить формирование полного множества тестовых комбинаций для 2/4-TSC.

Таблица 4

Результаты эксперимента с контрольной комбинационной схемой «b1»

Преобразуемые функции	Площади компонентов ССВК, у. е.				Площади конечных устройств, у. е.		μ , %	Тестируемость компонентов ССВК на основе 2/4-кода
	$F(x)$	$G(x)$	Блок логического дополнения	2/4-TSC	Система дублирования	ССВК на основе 2/4-кода		
f_3, f_4	224	192	80	192	1088	688	63,235	Тестируются все компоненты
f_2, f_4		144				640	58,824	Тестируются все компоненты
f_1, f_4		184				680	62,5	Не формируется комбинация <1100> для 2/4-TSC
f_2, f_3		144				640	58,824	Не формируются комбинации <1100> и <0011> для 2/4-TSC
f_1, f_3		184				680	62,5	Тестируются все компоненты
f_1, f_2		184				680	62,5	Тестируются все компоненты

Проведенные исследования показывают возможности представленного способа синтеза ССВК логических устройств: существует большое количество вариантов реализации ССВК для одного и того же объекта диагностирования, что позволяет выбрать вариант с наименьшей сложностью технической реализации при обеспечении тестирования всех компонентов конечного устройства.

Следует отметить, что результаты экспериментов демонстрируют только частный случай, но тем не менее сама процедура доопределения значений контрольных функций вариативна и дает гибкость выбора конечного способа реализации ССВК с учетом всех предъявляемых к ней требований. Сам алгоритм имеет экспоненциальную сложность: с увеличением числа входных переменных существенно увеличивается число операций по доопределению значений контрольных функций. Это ограничивает применение данного способа синтеза ССВК небольшим количеством входных переменных объекта диагностирования (до 30–35).

Заключение. При синтезе ССВК для логических устройств автоматики и вычислительной техники эффективным может оказаться использование метода логического дополнения и применения в качестве «основы схемы контроля» равновесного кода «2 из 4». В отличие от представленных ранее результатов исследования применения данного кода в задачах синтеза ССВК описанный в настоящей статье способ позволяет за счет использования при дополнении не-тестовых комбинаций $2/4-TSC$ $\langle 0101 \rangle$ и $\langle 1010 \rangle$ влиять на сложность блока контрольной логики. Это также упрощает процедуру подбора значений при тестировании элементов сложения по модулю два в блоке контрольной логики по сравнению с иными способами логического дополнения.

Наиболее эффективным способ синтеза ССВК может оказаться для многовыходных логических схем, на выходах которых при подаче входных воздействий часто изменяются значения рабочих функций.

Список использованных источников

1. Согомонян, Е. С. Самопроверяемые устройства и отказоустойчивые системы / Е. С. Согомонян, Е. В. Слабаков. – М.: Радио и связь, 1989. – 208 с.
2. Nicolaidis, M. On-line testing for VLSI: state of the art and trends / M. Nicolaidis // *Integration, the VLSI Journal*. – 1998. – Vol. 26, iss. 1–2. – P. 197–209.
3. Lala, P. K. Self-Checking and Fault-Tolerant Digital Design / P. K. Lala. – San Francisco: Morgan Kaufmann Publishers, 2001. – 216 p.
4. New Methods of Concurrent Checking / M. Goessel [et al.]. – Ed. 1. – Dordrecht: Springer Science+Business Media B.V., 2008. – 184 p.
5. Goessel, M. Error Detection Circuits / M. Goessel, S. Graf. – London: McGraw-Hill, 1994. – 261 p.
6. Новые структуры систем функционального контроля логических схем / В. В. Сапожников [и др.] // *Автоматика и телемеханика*. – 2017. – № 2. – С. 127–143.
7. Borecký, J. Parity driven reconfigurable duplex system / J. Borecký, M. Kohlík, H. Kubátová // *Microprocessors and Microsystems*. – 2017. – Vol. 52. – P. 251–260.
8. Self-checking comparator with one periodic output / S. Kundu [et al.] // *IEEE Transactions on Computers*. – 1996. – Vol. 45, iss. 3. – P. 379–380.
9. Metra, C. Highly testable and compact single output comparator / C. Metra, M. Favalli, B. Ricco // *Proc. of 15th IEEE VLSI Test Symp.*, 27 Apr. – 1 May 1997, Monterey, CA, USA. – Monterey, 1997. – P. 210–215.
10. Методы построения безопасных микроэлектронных систем железнодорожной автоматики / В. В. Сапожников [и др.]; под ред. Вл. В. Сапожникова. – М.: Транспорт, 1995. – 272 с.
11. Kubalík, P. Fault tolerant system design method based on self-checking circuits / P. Kubalík, P. Fišer, H. Kubátová // *Proc. of 12th Intern. On-Line Testing Symp. 2006 (IOLTS'06)*. – Como, Italy, 2006. – P. 185–186.
12. Theeg, G. Railway Signalling & Interlocking – International Compendium / G. Theeg, S. Vlasenko. – Eurailpress, 2009. – 448 p.
13. Исследование вероятностных методов оценки логической уязвимости комбинационных схем / А. Л. Стемповский [и др.] // *Проблемы разработки перспективных микро- и нанозлектронных систем (МЭС)*. – 2016. – № 4. – С. 121–126.
14. Piestrak, S. J. Design of Self-Testing Checkers for Unidirectional Error Detecting Codes / S. J. Piestrak. – Wrocław: Oficyna Wydawnicza Politechniki Wrocławskiej, 1995. – 111 p.
15. Nicolaidis, M. On-line testing for VLSI – a compendium of approaches / M. Nicolaidis, Y. Zorian // *Journal of Electronic Testing: Theory and Applications*. – 1998. – Vol. 12, iss. 1–2. – P. 7–20.
16. Das, D. Synthesis of circuits with low-cost concurrent error detection based on bose-lin codes / D. Das, N. A. Touba // *Journal of Electronic Testing: Theory and Applications*. – 1999. – Vol. 15, iss. 1–2. – P. 145–155.

17. Low cost concurrent error detection based on modulo weight-based codes / D. Das [et al.] // Proc. of IEEE 6th Intern. On-Line Testing Workshop (IOLTW), Spain, Palma de Mallorca, 3–5 July 2000. – Palma de Mallorca, 2000. – P. 171–176.
18. Busaba, F. Y. Self-checking combinational circuit design for single and unidirectional multibit errors / F. Y. Busaba, P. K. Lala // Journal of Electronic Testing: Theory and Applications. – 1994. – Vol. 5, iss. 1. – P. 19–28.
19. A new design method for self-checking unidirectional combinational circuits / V. V. Sapozhnikov [et al.] // Journal of Electronic Testing: Theory and Applications. – 1998. – Vol. 12, iss. 1–2. – P. 41–53.
20. Self-dual parity checking – a new method for on line testing / V. V. Sapozhnikov [et al.] // Proc. of 14th IEEE VLSI Test Symp., 28 April – 1 May 1996, Princeton, NJ, USA. – Princeton, 1996. – P. 162–168.
21. Организация функционального контроля комбинационных схем методом логического дополнения / В. В. Сапожников [и др.] // Электронное моделирование. – 2002. – Т. 24, № 6. – С. 52–66.
22. Логическое дополнение – новый метод контроля комбинационных схем / М. Гессель [и др.] // Автоматика и телемеханика. – 2003. – № 1. – С. 167–176.
23. Контроль комбинационных схем методом логического дополнения / М. Гессель [и др.] // Автоматика и телемеханика. – 2005. – № 8. – С. 161–172.
24. Sen, S. K. A Self-checking circuit for concurrent checking by 1-out-of-4 code with design optimization using constraint don't cares / S. K. Sen // National Conf. on Emerging Trends and Advances in Electrical Engineering and Renewable Energy (NCEEERE 2010) / Sikkim Manipal Institute of Technology. – Sikkim, 2010.
25. Constraint don't cares for optimizing designs for concurrent checking by 1-out-of-3 codes / D. K. Das [et al.] // Proc. of the 10th Intern. Workshops on Boolean Problems, Freiberg, Germany, Sept. 2012. – Freiberg, 2012. – P. 33–40.
26. Sapozhnikov, V. Concurrent error detection of combinational circuits by the method of Boolean complement on the base of "2-out-of-4" code / V. Sapozhnikov, V. Sapozhnikov, D. Efanov // Proc. of 14th IEEE East-West Design & Test Symp. (EWDTS'2016), Yerevan, Armenia, 14–17 Oct. 2016. – Yerevan, 2016. – P. 126–133.
27. Сапожников, В. В. Построение самопроверяемых структур систем функционального контроля на основе равновесного кода «2 из 4» / В. В. Сапожников, В. В. Сапожников, Д. В. Ефанов // Проблемы управления. – 2017. – № 1. – С. 57–64.
28. Tarnick, S. Design of embedded m-out-of-n code checkers using complete parallel counters / S. Tarnick // 13th IEEE Intern. On-Line Testing Symp. (IOLTS 2007), 8–11 July 2007, Crete, Greece. – Crete, 2007. – P. 285–292.
29. Piestrak, S. Design of minimal-level PLA self-testing checkers for m-out-of-n codes / S. Piestrak // IEEE Transactions on Very Large Scale Integration (VLSI) Systems. – 1996. – Vol. 4, iss. 2. – P. 264–272.
30. Сапожников, В. В. Самопроверяемые дискретные устройства / В. В. Сапожников, В. В. Сапожников. – СПб.: Энергоатомиздат, 1992. – 224 с.
31. Аксенова, Г. П. Необходимые и достаточные условия построения полностью проверяемых схем свертки по модулю 2 / Г. П. Аксенова // Автоматика и телемеханика. – 1979. – № 9. – С. 126–135.
32. Collection of Digital Design Benchmarks [Electronic resource]. – Mode of access: <http://ddd.fit.cvut.cz/prj/Benchmarks/>. – Date of access: 20.02.2018.
33. Sequential circuit design using synthesis and optimization / E. M. Sentovich [et al.] // Proc. IEEE Intern. Conf. on Computer Design: VLSI in Computers & Processors, 11–14 October 1992, Cambridge, MA, USA. – Cambridge, 1992. – P. 328–333.

References

1. Sogomonyan E. S., Slabakov E. V. Samoproveryaemye ustrojstva i otkazoustojchivye sistemy. *Self-Checking Devices and Fault-Tolerance Systems*. Moscow, Radio i svyaz' Publ., 1989, 208 p. (in Russian).
2. Nicolaidis M. On-line testing for VLSI: state of the art and trends. *Integration, the VLSI Journal*, 1998, vol. 26, iss. 1–2, pp. 197–209. doi: 10.1016/S0167-9260(98)00028-5
3. Lala P. K. *Self-Checking and Fault-Tolerant Digital Design*. San Francisco, Morgan Kaufmann Publishers, 2001, 216 p.
4. Goessel M., Ocheretny V., Sogomonyan E., Marienfeld D. *New Methods of Concurrent Checking*. Dordrecht, Springer Science+Business Media B.V., 2008, 184 p.
5. Goessel M., Graf S. *Error Detection Circuits*. London, McGraw-Hill, 1994, 261 p.
6. Sapozhnikov V. V., Sapozhnikov V. V., Efanov D. V., Dmitriev V. V. Novye struktury sistem funkcional'nogo kontrolya logicheskikh skhem [New structures of the concurrent error detection systems for logic circuits]. *Avtomatika i telemekhanika [Automation and Remote Control]*, 2017, no. 2, pp. 127–143 (in Russian).
7. Borecký J., Kohlík M., Kubátová H. Parity driven reconfigurable duplex system. *Microprocessors and Microsystems*, 2017, vol. 52, pp. 251–260. doi: 10.1016/j.micpro.2017.06.015
8. Kundu S., Sogomonyan E. S., Goessel M., Tarnick S. Self-checking comparator with one periodic output. *IEEE Transactions on Computers*, 1996, vol. 45, iss. 3, pp. 379–380. doi: 10.1109/12.485577
9. Metra C., Favalli M., Ricco B. Highly testable and compact single output comparator. *Proceedings of 15th IEEE VLSI Test Symposium, 27 April–1 May 1997, Monterey, CA, USA*, pp. 210–215. doi: 10.1109/VTEST.1997.600272

10. Sapozhnikov V. V., Sapozhnikov V. V., Hristov H. A., Gavzov D. V. Metody postroeniya bezopasnykh mikroelektronnykh sistem zheleznodorozhnoy avtomatiki. *Methods of Synthesis Safety Microelectronic Railway Automation Systems*. Moscow, Transport Publ., 1995, 272 p. (in Russian).
11. Kubalik P., Fišer P., Kubátová H. Fault tolerant system design method based on self-checking circuits. *Proceedings of 12th International On-Line Testing Symposium 2006 (IOLTS'06)*. Como, Italy, 2006, pp. 185–186.
12. Theeg G., Vlasenko S. *Railway Signalling & Interlocking – International Compendium*. Eurailpress, 2009, 448 p.
13. Stempkovsky A. L., Telpukhov D. V., Solovjov R. A., Telpukhova N. V. Issledovanie veroyatnostnykh metodov ocenki logicheskoy uyazvimosti kombinatsionnykh skhem [Probabilistic methods for reliability evaluation of combinational circuits]. *Problemy razrabotki perspektivnykh mikro- i nanoelektronnykh sistem (MES) [Problems of Development of Perspective Micro- and Nanoelectronic Systems (MES)]*, 2016, no. 4, pp. 121–126 (in Russian).
14. Piestrak S. J. *Design of Self-Testing Checkers for Unidirectional Error Detecting Codes*. Wrocław, Oficyna Wydawnicza Politechniki Wrocławskiej, 1995, 111 p.
15. Nicolaidis M., Zorian Y. On-line testing for VLSI – a compendium of approaches. *Journal of Electronic Testing: Theory and Applications*, 1998, vol. 12, iss. 1–2, pp. 7–20. doi: 10.1023/A:1008244815697
16. Das D., Toubá N. A. Synthesis of circuits with low-cost concurrent error detection based on bose-lin codes. *Journal of Electronic Testing: Theory and Applications*, 1999, vol. 15, iss. 1–2, pp. 145–155. doi: 10.1023/A:1008344603814
17. Das D., Toubá N. A., Seuring M., Gossel M. Low cost concurrent error detection based on modulo weight-based codes. *Proceedings of IEEE 6th International On-Line Testing Workshop (IOLTW), Spain, Palma de Mallorca, 3–5 July 2000*. Palma de Mallorca, 2000, pp. 171–176. doi: 10.1109/OLT.2000.856633
18. Busaba F. Y., Lala P. K. Self-checking combinational circuit design for single and unidirectional multibit errors. *Journal of Electronic Testing: Theory and Applications*, 1994, vol. 5, iss. 1, pp. 19–28. doi: 10.1007/BF00971960
19. Sapozhnikov V. V., Morosov A. V., Sapozhnikov V. V., Gessel' M. A New design method for self-checking unidirectional combinational circuits. *Journal of Electronic Testing: Theory and Applications*, 1998, vol. 12, iss. 1–2, pp. 41–53. doi: 10.1023/A:1008257118423
20. Sapozhnikov V. V., Dmitriev A. V., Gessel' M., Sapozhnikov V. V. Self-dual parity checking – a new method for on line testing. *Proceedings of 14th IEEE VLSI Test Symposium, 28 Apr. – 1 May 1996, Princeton, NJ, USA*. Princeton, 1996, pp. 162–168. doi: 10.1109/VTEST.1996.510852
21. Sapozhnikov V. V., Sapozhnikov V. V., Dmitriev A. V., Morozov A. V., Gessel' M. Organizatsiya funktsional'nogo kontrolya kombinatsionnykh skhem metodom logicheskogo dopolneniya [The organization of functional control of combinational circuits by the method of complement]. *Elektronnoe modelirovanie [Electronic Modeling]*, 2002, vol. 24, no. 6, pp. 52–66 (in Russian).
22. Gessel' M., Morozov A. V., Sapozhnikov V. V., Sapozhnikov V. V. Logicheskoe dopolnenie – novyj metod kontrolya kombinatsionnykh skhem [Logic complement, a new method of checking the combinational circuits]. *Avtomatika i telemekhanika [Automation and Remote Control]*, 2003, no. 1, pp. 167–176 (in Russian).
23. Gessel' M., Morozov A. V., Sapozhnikov V. V., Sapozhnikov V. V. Kontrol' kombinatsionnykh skhem metodom logicheskogo dopolneniya [Checking combinational circuits by the method of logic complement]. *Avtomatika i telemekhanika [Automation and Remote Control]*, 2005, no. 8, pp. 161–172 (in Russian).
24. Sen S. K. A Self-checking circuit for concurrent checking by 1-out-of-4 code with design optimization using constraint don't cares. *National Conference on Emerging Trends and Advances in Electrical Engineering and Renewable Energy (NCEEERE 2010), Sikkim Manipal Institute of Technology*. Sikkim, 2010.
25. Das D. K., Roy S. S., Dmitriev A. V., Morozov A. V., Gessel' M. Constraint don't cares for optimizing designs for concurrent checking by 1-out-of-3 codes. *Proceedings of the 10th International Workshops on Boolean Problems, Freiberg, Germany, September 2012*. Freiberg, 2012, pp. 33–40.
26. Sapozhnikov V., Sapozhnikov V., Efanov D. Concurrent error detection of combinational circuits by the method of Boolean complement on the base of "2-out-of-4" code. *Proceedings of 14th IEEE East-West Design & Test Symposium (EWDTS'2016), Yerevan, Armenia, 14–17 October 2016*. Yerevan, 2016, pp. 126–133, doi: 10.1109/EWDTS.2016.7807677
27. Sapozhnikov V. V., Sapozhnikov V. V., Efanov D. V. Postroenie samoproveryaemykh struktur sistem funktsional'nogo kontrolya na osnove ravnovesnogo koda "2 iz 4" [Design of self-checking concurrent error detection systems based on "2-out-of-4" constant-weight code]. *Problemy upravleniya [Control Sciences]*, 2017, no. 1, pp. 57–64 (in Russian).
28. Tarnick S. Design of embedded m-out-of-n code checkers using complete parallel counters. *13th IEEE International On-Line Testing Symposium (IOLTS 2007), 8–11 July 2007, Crete, Greece*. Crete, 2007, pp. 285–292. doi: 10.1109/IOLTS.2007.27
29. Piestrak S. Design of minimal-level PLA self-testing checkers for m-out-of-n codes. *IEEE Transactions on Very Large Scale Integration (VLSI) Systems*, 1996, vol. 4, iss. 2, pp. 264–272. doi: 10.1109/92.502198
30. Sapozhnikov V. V., Sapozhnikov V. V. Samoproveryaemye diskretnye ustrojstva. *Self-Checking Discrete Devices*. Saint Petersburg, Energoatomizdat Publ., 1992, 224 p. (in Russian).
31. Aksonova G. P. Neobhodimye i dostatochnye usloviya postroeniya polnost'yu proveryaemykh skhem svertki po modulyu 2 [Necessary and sufficient conditions for design of completely checkable modulo convolution circuits]. *Avtomatika i telemekhanika [Automation and Remote Control]*, 1979, no. 9, pp. 126–135 (in Russian).
32. *Collection of Digital Design Benchmarks*. Available at: <http://ddd.fit.cvut.cz/prj/Benchmarks/> (accessed 20.02.2018).
33. Sentovich E. M., Singh K. J., Moon C., Savoj H., Brayton R. K., Sangiovanni-Vincentelli A. Sequential circuit design using synthesis and optimization. *Proceedings IEEE International Conference on Computer Design: VLSI in Computers & Processors, 11–14 October 1992, Cambridge, MA, USA*. Cambridge, 1992, pp. 328–333. doi: 10.1109/ICCD.1992.276282

Информация об авторах

Ефанов Дмитрий Викторович – доктор технических наук, доцент, руководитель направления систем мониторинга и диагностики ООО «ЛокоТех-Сигнал» (ул. 3-я Рыбинская, 18, 107113, Москва, Российская Федерация); профессор кафедры «Автоматика, телемеханика и связь на железнодорожном транспорте» Российского университета транспорта (МИИТ) (ул. Образцова, 9, 127994, Москва, Российская Федерация). E-mail: TrES-4b@yandex.ru

Сапожников Валерий Владимирович – доктор технических наук, профессор, профессор кафедры «Автоматика и телемеханика на железных дорогах» Петербургского государственного университета путей сообщения Императора Александра I (Московский пр., 9, 190031, Санкт-Петербург, Российская Федерация). E-mail: port.at.pgups@gmail.com

Сапожников Владимир Владимирович – доктор технических наук, профессор, профессор кафедры «Автоматика и телемеханика на железных дорогах» Петербургского государственного университета путей сообщения Императора Александра I (Московский пр., 9, 190031, Санкт-Петербург, Российская Федерация). E-mail: at.pgups@gmail.com

Пивоваров Дмитрий Вячеславович – аспирант, ассистент кафедры «Автоматика и телемеханика на железных дорогах» Петербургского государственного университета путей сообщения Императора Александра I (Московский пр., 9, 190031, Санкт-Петербург, Российская Федерация). E-mail: pivovarov.d.v.spb@gmail.com

Information about the authors

Dmitry V. Efanov – Dr. Sci. (Eng.), Associate Professor, Head of the Direction of Monitoring and Diagnostic Systems at "LocoTech-Signal" LCC (18, 3ed Rybinskaya Str., 107113, Moscow, Russian Federation); Professor of "Automation, Remote Control and Communication on Railway Transport" Department, Russian University of Transport (9, Obraztsova Str., 127994, Moscow, Russian Federation). E-mail: TrES-4b@yandex.ru

Valery V. Sapozhnikov – Dr. Sci. (Eng.), Professor, Professor of "Automation and Remote Control on Railways" Department, Emperor Alexander I St. Petersburg State Transport University (9, Moscow Ave., 190031, Saint Petersburg, Russian Federation). E-mail: port.at.pgups@gmail.com

Vladimir V. Sapozhnikov – Dr. Sci. (Eng.), Professor, Professor of "Automation and Remote Control on Railways" Department, Emperor Alexander I St. Petersburg State Transport University (9, Moscow Ave., 190031, Saint Petersburg, Russian Federation). E-mail: at.pgups@gmail.com

Dmitry V. Pivovarov – Ph. D. Student, Assistant of "Automation and Remote Control on Railways" Department, Emperor Alexander I St. Petersburg State Transport University (9, Moscow Ave., 190031, Saint Petersburg, Russian Federation). E-mail: pivovarov.d.v.spb@gmail.com

ISSN 1816-0301 (Print)

ISSN 2617-6963 (Online)

**СТАТЬИ ПО МАТЕРИАЛАМ ВОСЬМОЙ МЕЖДУНАРОДНОЙ
НАУЧНОЙ КОНФЕРЕНЦИИ «ТАНАЕВСКИЕ ЧТЕНИЯ»****ARTICLES ON THE MATERIALS OF EIGHTH INTERNATIONAL
SCIENTIFIC CONFERENCE "TANAYEVSKY READING"**

УДК 50.51.17

Поступила в редакцию 05.06.2018

Received 05.06.2018

Д. И. Черемисинов*Объединенный институт проблем информатики
Национальной академии наук Беларуси, Минск, Беларусь***ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ЯЗЫКА ПРАЛУ ДЛЯ ВЕРИФИКАЦИИ
ЦИФРОВЫХ УСТРОЙСТВ**

Аннотация. Рассматривается задача создания испытательного стенда для функциональной верификации. В процессе верификации устанавливается сводимость (эквивалентность) спецификации устройства и модели уровня регистровых передач (register-transfer level, RTL) – логической сети, построенной в процессе синтеза. В универсальной методологии верификации (universal verification methodology, UVM), наиболее часто используемой в современном проектировании цифровых устройств для функциональной верификации, стратегией тестирования, определяющей способ построения тестового примера, является случайный выбор в пространстве входных воздействий (coverage-driven constrained-random transaction-level self-checking testbenches). Правила и рекомендации UVM содержат стандартизованную структуру испытательного стенда, которая ориентирована на разработку трансформационных устройств. В случае если моделью разрабатываемого устройства является алгоритм поведения, предлагается строить испытательный стенд как модель окружающей среды проектируемого устройства, представленную на языке ПРАЛУ. Модель среды разрабатываемого устройства позволяет избежать ситуаций, когда испытуемое устройство верифицируется с достаточным покрытием схемы тестами, но в неполном окружении. Для разработки испытательного стенда в среде симулятора языка описания аппаратуры модель окружающей среды на ПРАЛУ может быть автоматически преобразована в модель уровня транзакций.

Ключевые слова: верификация цифровых устройств, моделирование на уровне транзакций, испытательный стенд реактивных устройств, язык ПРАЛУ, барьерный механизм синхронизации

Для цитирования. Черемисинов, Д. И. Использование языка пралу для верификации цифровых устройств / Д. И. Черемисинов // Информатика. – 2018. – Т. 15, № 4. – С. 86–98.

D. I. Cheremisinov*The United Institute of Informatics Problems of the National Academy
of Sciences of Belarus, Minsk, Belarus***PRALU LANGUAGE – THE TOOL FOR VERIFYING DIGITAL DEVICES**

Abstract. The task of creating a testbench for functional verification is considered. This verification process establishes the reconvergence (equivalence) of the device specification and the register-transfer level (RTL) model – a logical network which was built in the synthesis process. In the UVM methodology, usually used in the modern design of digital devices for functional verification, a testing strategy, that determines the way in which a test case is constructed, is the random selection of space-driven constrained-random transaction-level self-checking testbenches. The rules and recommendations of UVM contain a standardized structure of the test bench, which is oriented towards the development of transformational devices. For the case where the model of the design is a behavior algorithm, it is proposed to build

a testbench as a model of the environment of the design presented in the language of PRALU. The environment model of the developed device allows to avoid situations when the device under test is verified with sufficient coverage, but in an incomplete environment. The environment model on PRALU can be automatically converted into a transaction level model to develop a testbench in the simulator environment of the hardware description language.

Keywords: hardware verification, transaction-level model, reactive system testbench, PRALU language, barrier synchronization method

For citation. Cheremisinov D. I. PRALU language – the tool for verifying digital devices. *Informatics*, 2018, vol. 15, no. 4, pp. 86–98 (in Russian).

Введение. Термин «испытательный стенд для верификации цифровых устройств» (testbench) обозначает программу для симулятора языка описания аппаратуры, которая используется для задания входной последовательности, подаваемой на испытуемое устройство, и, может быть, для наблюдения за его реакциями. Testbench разрабатывается на языке описания аппаратуры (специализированном языке), таком как SystemVerilog, или на обычном языке программирования, например С [1, 2]. В этом случае испытательный стенд является средством автоматизации процесса верификации.

Testbench представляет собой весьма специфичный тип программы, для разработки которой применяются специальные системы программирования. В настоящее время для создания испытательных стендов имеются методологии и программные средства, разработанные крупными компаниями [3]. Целью разработки testbench является решение задачи верификации определенного класса. Операция верификации связана с определенной операцией проектирования, они вместе создают модель процесса верификации, или модель сведения (от англ. reconvergence model) [3] (рис. 1). Модель сведения вместе с парными операциями определяет сводимые друг к другу модели проектируемого устройства. Далее будет рассматриваться задача создания испытательного стенда для функциональной верификации. В этом процессе верификации устанавливается сводимость (эквивалентность) спецификации устройства и модели уровня регистровых передач – логической сети, построенной в процессе синтеза. Важно отметить, что можно установить соответствие результата синтеза и спецификации, только если спецификация написана на формальном языке с точной семантикой. Процесс функциональной верификации представляет собой отладку RTL-модели.

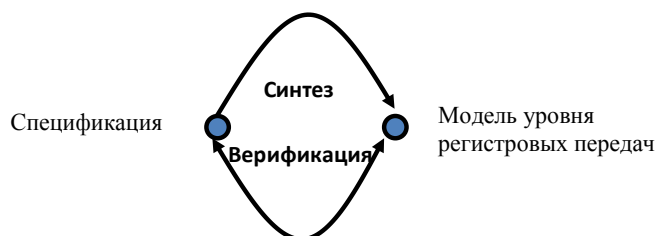


Рис. 1. Модель процесса функциональной верификации

Чтобы автоматизировать сравнение испытуемого устройства со спецификацией, они должны быть представлены в форме, которую можно выполнить на компьютере, используя некоторую программу. Симулятор является самым нетрудоемким способом выполнения обеих моделей. Отладка на симуляторе по методике применения полностью повторяет процесс отладки в программировании. Отладка RTL-моделей состоит в устранении ошибок, факт существования которых уже установлен [4]. Обнаружение ошибки устанавливается в ходе специально спроектированного эксперимента. Автоматическое выполнение такого эксперимента над моделью проектируемого устройства и обеспечивает testbench. Этот эксперимент называется тестом верификации. Дальнейшим этапом проектирования будет создание набора тестов, запускаемых на модели в автоматическом режиме. Другие технологии верификации, такие как статический анализ, проверка на модели и доказательства, обладают огромным потенциалом, но ни одна из них не является столь совершенной, чтобы заменить тесты как доминирующую технологию [4]. Цель проектирования на уровне RTL является продуктом тестирования и отладки в процессе верификации.

Testbench фактически представляет собой модель внешней среды проектируемого цифрового устройства. На рис. 2 показано, как испытательный стенд взаимодействует с верифицируемым устройством (design under verification, DUV). Вместе с верифицируемым устройством testbench образует полностью закрытую систему, не имеющую входов или выходов. Назначение теста верификации – выявление ошибки путем вызова сбоя. Сбоем является несоответствие ожидаемого результата для правильно работающего устройства с тем, который получен симулятором при подаче входных последовательностей, допустимых для разрабатываемого устройства. Тестирование, в отличие от отладки, не касается исправления ошибок, а служит только для их поиска.

Тестирование и отладка программ и схем в настоящее время являются одной из отраслей информатики (software engineering). Как научное знание эта отрасль использует набор терминов и понятий – онтологию тестирования и отладки. Термины и понятия англоязычной онтологии тестирования и отладки зафиксированы как профессиональные стандарты. Русскоязычная онтология тестирования и отладки еще не разработана. В настоящей статье используются переводы (может быть, не самые удачные) терминов и понятий англоязычной онтологии тестирования и отладки из работы [5]. Термины «ошибка», «отказ», «устранение отказа» понимаются в смысле работы [5].

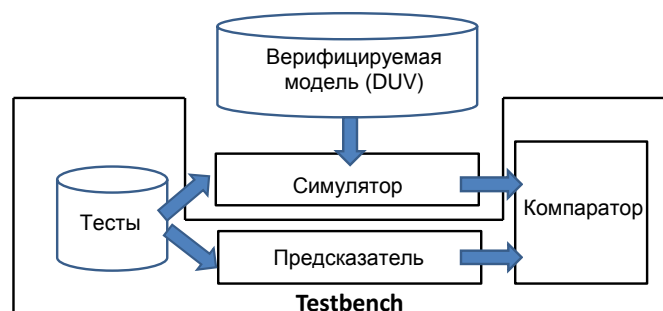


Рис. 2. Испытательный стенд на основе симулятора языка модели проектируемого устройства

Характерной особенностью неавтоматизированного проектирования является склонность исправленных в ходе отладки ошибок к реанимации. Проверка того, что после устранения очередной ошибки предыдущие исправления все еще работают, называется регрессионным тестированием. Каждый обнаруженный сбой дает тестовый пример, включаемый в набор тестов проекта для регрессионного тестирования. Успешное выполнение набора тестов косвенно свидетельствует о возможной эквивалентности моделей устройства, используемых в процессе верификации. Успешный тест может служить таким свидетельством только в том случае, если он ранее обнаруживал ошибку (тест не проходил). Прохождение теста свидетельствует об устранении отказа и исправлении ошибки.

В настоящее время имеются методология и программные средства для разработки testbench, ориентированные на случайные тесты с учетом ограничений для достижения покрытия путей распространения сигналов (coverage-driven constrained-random self-checking testbenches) [3]. Ключевой характеристикой этой методологии являются временные затраты на обнаружение ошибок. Характеристики окружающей среды учитываются косвенно через ограничения на пространство входных воздействий. Предполагается, что эти ограничения могут быть заданы явно в компактной форме. Например, если пространство входных воздействий – это пространство булевых векторов, то тестовый пример представляет собой определенный вектор, а ограничения могут быть заданы в виде булевой функции [3].

Существует большой класс устройств, условия использования которых формулируются с такой же или даже большей сложностью, чем функция устройства. В этом случае для построения testbench необходимо использовать модель внешней среды. Предлагается в качестве такой модели применять алгоритм управления на языке ПРАЛУ [6].

Методологии функциональной верификации. Первоначально методология разработки testbench рассматривалась как проблема создания компьютерной модели реального испытательного оборудования. Программы или аппаратура, создающие впечатление действительности и отображающие часть реальных явлений и свойств в виртуальной среде, называются симуляторами. Симуляторы имеют неустранимый недостаток – скорость моделирования. Скорость моделирования оборудования, в котором сигналы передаются со скоростью света и миллионы транзисторов переключаются более одного миллиарда раз в секунду, на компьютере общего назначения, способном выполнить порядка миллиарда последовательных инструкций в секунду, ниже скорости физического выполнения оборудования на много порядков. Один из способов оптимизировать производительность симулятора – это не моделировать то, что не нужно имитировать.

Современная методология разработки testbench появилась около 20 лет назад. В компании Verisity предложили рассматривать эту разработку (рис. 3) как проблему программирования. Был создан специальный язык программирования, называемый «е», и связанная с ним методология повторного использования – «е RM» [7]. Сейчас стандартная методология разработки testbench называется UVM [8]. Она представляет собой библиотеку языка программирования SystemVerilog с открытым исходным кодом, позволяющую создавать гибкие компоненты испытательного стенда.

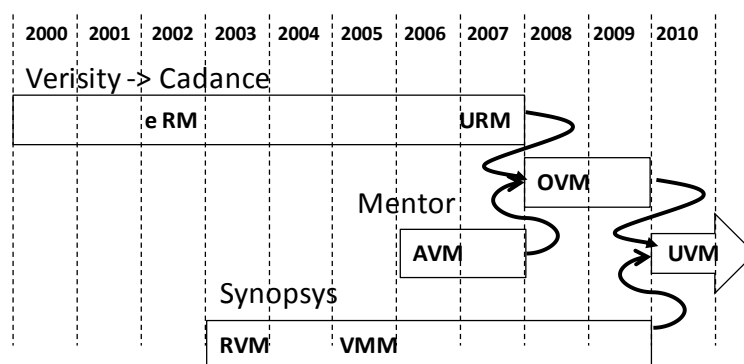


Рис. 3. История разработки методологий верификации

Основная цель UVM – сделать программу testbench более переносимой и создать рынок программных компонентов VIP (от англ. verification intellectual property, верификационные IP-ядра) для testbench. IP-ядра (IP cores), или IP-блоки, – это готовые блоки для проектирования микросхем. IP-блок представляет собой многократно используемый блок интегральной схемы, который является интеллектуальной собственностью некоторого лица.

Первой библиотекой верификации на основе SystemVerilog была OVM (open verification methodology, открытая методология верификации). Она состояла из объектов и процедур для генерации тестов, сбора данных и управления процессом верификации. Методология верификации VMM (verification methodology manual) оказалась успешной и широко применялась при создании испытательных стендов для верификации современных СБИС. VMM была разработана в фирме Synopsys, в методиках VMM предлагалось использовать такие методы программирования, как объектно-ориентированный подход, рандомизация и ограничения при генерации тестов, покрытие схемы тестами, которые позволяют повысить эффективность testbench.

Благодаря современным методам программирования возросла эффективность программирования вспомогательных компонентов testbench на основе общих шаблонов проектирования программ. Одним из достижений современной методологии разработки testbench является создание классов для подключения симулятора, обеспечивающего выполнение моделей верифицируемого устройства. Программирование testbench выполняется в специальной среде разработки и исполнения – Synopsys VCS. Эта среда позволяет разрабатывать и выполнять программы на смеси языков SystemVerilog, VHDL и SystemC. Компоненты на разных языках

скомпилированы в машинный код, а имитация моделей испытуемого устройства выполняется с использованием одного механизма моделирования.

Ключевой проблемой функциональной верификации является создание набора тестов (test suite), который достаточно ясно демонстрирует правильность совместной работы окружающей среды и проектируемого устройства. Создание теста – это искусство исследования проектируемого устройства, хотя по спецификации возможна и автоматическая генерация тестов. Недостаток данного способа состоит в том, что такие тесты не исследуют двусмысленности или пробелы спецификации. Стратегия тестирования с использованием знаний о проектируемом устройстве является проблемно-ориентированой (directed tests approach) [9].

Специфической для предлагаемого устройства задачей верификации является разработка генератора тестов, обеспечивающего покрытие схемы тестами. Покрытие тестами служит мерой, используемой для описания степени, в которой заданный набор тестов охватывает элементы схемы. Схема с высоким охватом тестированием имеет больше областей исходного кода, выполняющихся во время тестирования. Мера покрытия кода заимствована из методологии тестирования программ. Охват тестированием характеризует вероятность наличия необнаруженных ошибок проектирования программы. При высоком охвате тестированием такая вероятность меньше по сравнению с низким охватом. Для расчета покрытия тестами кода программы используются метрики программ [9]. Покрытие кода измеряет степень тестирования описания схемы в процентах. Информация о покрытии кода представляется в виде отчета о покрытии строк исходного кода при выполнении заданного набора тестов. Формирование этого отчета при верификации схем автоматизировано. Покрытие кода можно рассматривать как количественную меру продвижения процесса создания описания устройства.

В методологии UVM стратегией тестирования, определяющей способ построения тестового примера, является случайный выбор в пространстве входных воздействий (coverage-driven constrained-random transaction-level self-checking testbenches). Интуиция подсказывает, что любая стратегия тестирования, использующая знания о программе, должна быть лучше случайного выбора. Однако сравнение стратегий на основе «скорости» обнаружения отказов показывает, что случайное тестирование часто превосходит проблемно-ориентированную стратегию [9]. В современных симуляционных средах, основанных на UVM, используется настраиваемая генерация псевдослучайных тестов (constrained random) для автоматического исследования поведения проектируемого устройства. Полнота исследования контролируется на основе различных показателей покрытия тестами (coverage metric). На рис. 4 показана типичная среда UVM [10].

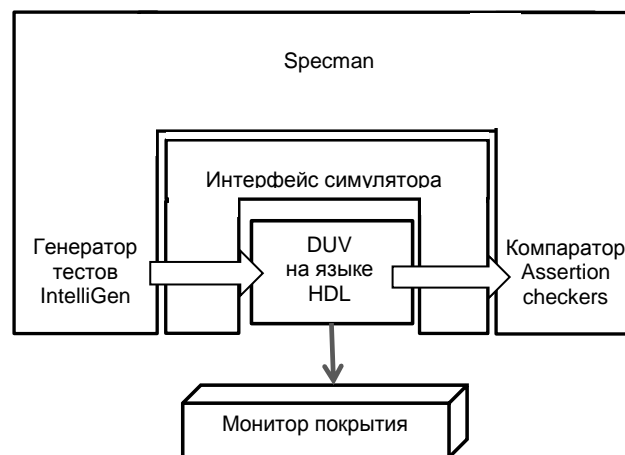


Рис. 4. Среда для выполнения компиляции и отладки testbench от компании Cadence Design Systems

Степень покрытия была принята в качестве критерия полноты исследования тестами из-за низкой стоимости ее вычисления. Вычисление данной метрики обеспечивается автоматически симулятором и не требует много дополнительных действий от пользователя. Обычно это задание дополнительной опции компиляции программы testbench. Стопроцентное покрытие не

является свидетельством такой же правильности или полноты верификации. Разумеется, любой метод, который выявляет правильность или полноту верификации, представляет большой интерес для всех заинтересованных сторон – от менеджеров до разработчиков и клиентов.

Трансформационные и реактивные устройства. В самой общей классификации цифровые устройства делятся на последовательные (с памятью) и комбинационные (без памяти, stateless). В работе [6] было предложено характеризовать цифровые устройства по типу алгоритмического описания. Устройства, моделью которых являются классические алгоритмы (алгоритмы планирования), относятся к трансформационному типу. Цель трансформационной системы – вычисление некоторого результата по заданным исходным данным посредством конечной последовательности шагов. С функциональной точки зрения устройства трансформационного типа – это устройства без памяти, так как результат работы алгоритма зависит только от известных в момент начала работы входных данных. Примерами таких устройств (систем) являются процессоры, компиляторы языков программирования, веб-серверы. В системах stateless элементы памяти могут иметься, но их состояние не сохраняется между операциями.

Цель реактивной системы состоит не в том, чтобы получать некий результат, а в том, чтобы осуществлять взаимодействие с окружающей средой. В англоязычной литературе для систем с трансформационным поведением используется слово *parallel*, для реактивных систем – слово *concurrent*. В книге [6] алгоритмическое описание реактивной системы называется алгоритмом управления. Функционирование реактивных систем в идеале никогда не заканчивается. Отсюда следует, что алгоритм реактивной системы не является алгоритмом в смысле классической теории алгоритмов (отсутствует признак конечного числа шагов). Примерами таких устройств являются контроллеры периферийных устройств компьютера, подключаемые к общей шине, встроенные системы, устройства управления оборудованием. Следует отметить, что в последнее время термин «реактивная система» употребляется часто и обозначает [11] программные системы, в которых асинхронно обрабатываются потоки данных с непредопределенным объемом. Тем не менее для формализации этих алгоритмов можно использовать тот же подход, что и для трансформационных систем, – описание путем задания формального языка и абстрактного механизма вычислений. Далее в качестве признака реактивной системы будет применяться именно способ задания требуемого поведения – алгоритм поведения.

Большая часть начального цикла верификации (отладки) цифровых устройств проводится в среде симулятора языка описания аппаратуры (см. рис. 2), так как на ранних стадиях проектирования схема устройства подвержена частым и крупным изменениям. В этих условиях испытательный стенд содержит кроме схемы проектируемого устройства и его образцовое описание (спецификацию), которое вычисляет ожидаемые ответы (предсказатель на рис. 2), сопоставляемые с результатами моделирования проектируемой схемы. Если сравнение неудачное, схема модифицируется, чтобы привести результат ее моделирования в соответствие с формальной спецификацией. Специфической частью такого испытательного стенда является генератор тестовых последовательностей (рис. 5, а).

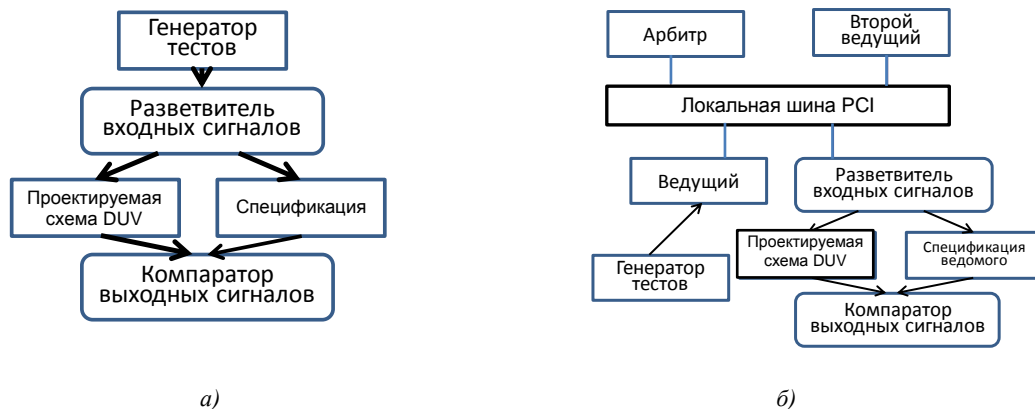


Рис. 5. Испытательные стенды: а) трансформационного устройства; б) ведомого устройства шины PCI

Испытательный стенд реактивных устройств. Одной из целей разработчиков инструментов проверки является снижение сложности программы испытательного стенда. Известны правила и рекомендации создания стандартизированной структуры испытательного стенда [12], которые ориентированы на разработку трансформационных устройств. Например, в методических материалах технологии верификации VMM [12] типовым примером использования технологии является разработка сумматора с плавающей запятой Single Precision. Рекомендации сводятся к использованию методов объектного программирования для создания генераторов тестовых последовательностей, табло результатов сравнения и среды интеграции компонентов испытательного стенда.

В качестве примера проблем, возникающих при верификации реактивных цифровых устройств, рассмотрим схему [13], осуществляющую индикацию принятого по шине PCI слова. Шина PCI (peripheral component interconnect, взаимосвязь периферийных компонентов) используется для организации взаимодействия устройств, составляющих компьютер (процессора, памяти, контроллеров жестких дисков и др.). Проектируемое устройство всегда является ведомым и выполняет единственную команду записи (в это устройство) одного слова. Для того чтобы выполнить передачу данных по шине, необходимы два устройства (ведущее и ведомое), поведение которых нужно скоординировать, причем ведущим может быть любое устройство, совместимое со стандартом PCI и способное выполнять эту роль. Закрытая система, являющаяся моделью испытательного стенда для верификации такого устройства [14], изображена на рис. 5, б.

На рис. 5 видна разница в сложности окружающей среды проектируемых устройств. Рассматриваемая закрытая система состоит из автономных частей (агентов взаимодействия), которые работают вместе [15]. Совместное поведение агентов описывается моделью, которая называется протоколом шины PCI. Именно этот протокол служит основой структуры и функций частей испытательного стенда на рис. 5, б. В стандарте PCI поведение демонстрируется неформально с помощью временных диаграмм. Формальные модели демонстрируют поведение автономных частей закрытой системы. Для встроенных систем работу по декомпозиции протокола на модели отдельных агентов нужно выполнять при проектировании.

Моделирование на уровне транзакций. В методологии UVM предполагается, что спецификации проектирования имеют уровень транзакций (уровень системы). Чтобы повысить производительность проектирования на этом более высоком уровне, потребовалась разработка методов моделирования и синтеза. Модели уровня транзакций (transaction-level model, TLM) [16] позволяют решить проблемы проектирования, интеграции и верификации для современных сложных цифровых устройств. TLM дает возможность, используя модели цифровых устройств на более высоком уровне абстракции, обеспечить быстрое моделирование, упрощая процесс комплексной отладки, а также исследовать несколько альтернативных проектных решений, так как при этом применяются менее объемные модели.

Модели уровня транзакций представляют цифровое устройство в виде компонентов с поведением, заданным как набор параллельных взаимодействующих процессов. Взаимодействие в этих моделях представляется как коммуникация, причем актом коммуникации служит «транзакция» через абстрактный канал. Моделирование на уровне транзакций в первую очередь является средством повышения эффективности, оно до 1000 раз быстрее, чем моделирование на уровне RTL [16] (рис. 6). Ускорение достигается за счет абстрагирования деталей взаимодействия, что неизбежно приводит к потере точности моделирования.

В проектировании на основе UVM предполагается, что VIP-ядра для создания testbench имеются для каждого используемого в устройстве IP-ядра. Это позволяет быстро перейти от набора алгоритмов к набору проверенных блоков RTL, которые необходимо интегрировать. Фактически стандартом для создания моделей системного уровня служит язык SystemC. Среди различных языков для системного уровня он является наиболее популярным и широко используемым ведущими компаниями в этой области. Кроме того, SystemC 2.1 является стандартом IEEE 1666 [16].

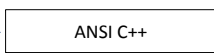
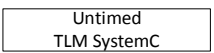
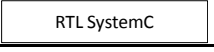
Среда моделирования	Тип модели	Относительная скорость моделирования	Длительность разработки модели
Функция и ее аргументы → 	Функциональная	10 000x (1 мин)	20x (2 дня)
Транзакции → 	Структурная	1000x	
Транзакции → 	Транзакционная	100x	
Протокол ↔ 	Параллельная	10x	2x (2 недели)
Протокол ↔ 	RTL	1x (7 дней)	1x (2 месяца)

Рис. 6. Скорость моделирования на уровне транзакций

Язык SystemC является расширением языка C++. Это расширение представлено в виде свободно доступной библиотеки классов и макросов, реализованных на C++ и описывающих классы файлами заголовков, и библиотеки функций, которая содержит ядро моделирования. Модель на языке SystemC может быть скомпилирована любым ANSI-совместимым компилятором C++. Результирующая исполняемая программа реализует симулятор с интегрированными средствами управления имитацией.

Поскольку язык SystemC является расширением базового языка, все возможности C++ доступны при моделировании, но разработчик должен придерживаться стиля программирования языка SystemC. Набор типов данных в SystemC содержит необходимые элементы модели системного уровня, такие как биты, битовые векторы, векторы и скаляры четырехзначной логики (низкий, высокий, неопределенный и высокий импеданс), и типы данных для арифметики с фиксированной точкой произвольного размера. Параллелизм в SystemC имеет семантику чередования операций последовательных процессов. Процесс представляет собой понятие языка SystemC, отличающееся от понятия, используемого в теории операционных систем. Параллельные процессы языка SystemC – это потоки (thread), которые планируются для последовательного выполнения собственным планировщиком SystemC на основе невытесняющего (non-preemptive) мультипрограммирования (cooperative multitasking) [17] по принципу «мгновенного» обслуживания [18].

Потоки являются методом адаптации последовательной модели вычислений языка C++ для параллельных систем. Для поддержки потоков не требуется сильных синтаксических изменений в языке программирования, а операционные системы и аппаратура компьютера обеспечивают их эффективную реализацию. В практике разработки программного обеспечения общего назначения этот подход к параллельному программированию доминирует над всеми другими. Хотя потоки кажутся небольшой модификацией последовательных вычислений, на самом деле они представляют собой огромный сдвиг в семантике. В многопоточной программе отсутствуют наиболее важные и привлекательные свойства последовательных вычислений: понятность, предсказуемость и детерминизм. Модель вычислений многопоточности обладает существенным недетерминизмом, и процессы языка SystemC имеют специальную организацию для устранения этого недетерминизма. Потоки – это последовательные процессы, которые имеют общую память. Процессы теории вычислений (составные действия [22]) называются на языке SystemC поведением (behavior). Таким образом, процессы SystemC – это синтаксическая конструкция, смыслом которой является поведение. Они имеют вид функций языка C++.

В RTL поведение элементов обычно синхронизируется по сигналу синхронизации. Сигналы RTL-модели изменяют свои значения по «тику часов» (генератора синхросигналов), что приводит к синхронизации поведения элементов. «Тик часов» – это условный интервал времени, за который выполняется одна простая команда. В TLM синхронизация происходит, когда между двумя блоками передается сообщение, т. е. выполняется транзакция, и отдельный сигнал синхронизации больше не нужен для моделирования.

Неблокирующая синхронизация. В SystemC различают два основных вида процессов: SC_THREAD и SC_METHOD. Процессы вида SC_THREAD можно приостановить, вызвав wait(.). Функция wait(.) вызывает переключение контекста процесса планировщиком SystemC [19]. В процессах вида SC_METHOD переключение контекста происходит при возврате из функции процесса. В целом testbench представляет собой многопоточную программу с неблокирующей синхронизацией, так как совместный доступ к данным потоки синхронизируют без использования блокирующих механизмов синхронизации.

Проще говоря, модель вычислений на уровне транзакций состоит из набора последовательных потоков управления, называемых процессами, которые взаимодействуют через общие структуры данных, называемые каналами. Каждый каналный объект имеет тип, определяющий набор возможных состояний и набор примитивных операций, которые предоставляют единственное средство для манипулирования этим объектом. Каждый процесс применяет последовательность операций к объектам, выдавая вызов и получая соответствующий ответ. Эти последовательности операций с каналным объектом называются транзакциями. Запросы транзакций выполняются путем вызова функций интерфейса каналов, которые в SystemC представлены библиотечными классами. Транзакции являются атомарными операциями.

Операция атомарна, если она выполняется целиком либо не выполняется вовсе, т. е. она не может быть частично выполнена и частично не выполнена. Атомарная операция выполняется только одним процессом. В параллельной системе процессы могут одновременно обращаться к общему объекту. Поскольку несколько процессов обращаются к одному объекту, может возникнуть ситуация, когда один процесс обращается к объекту, который изменяет другой процесс. Этот пример демонстрирует необходимость линейаризуемости. Линейаризуемость представляет собой свойство программы, в которой результат любого параллельного выполнения действий (операций) эквивалентен некоторому последовательному выполнению [20]. Для любого другого потока выполнение линейаризуемой операции является мгновенным: операция либо не начата, либо завершена. Линейаризуемость представляет собой сильное условие правильности, которое обеспечивает детерминированность результата при одновременном доступе к объекту несколькими процессами. Это свойство безопасности, которое гарантирует, что атомарные операции не будут завершены неожиданным или непредсказуемым образом.

Синхронизация процессов модели на уровне транзакций осуществляется барьерным механизмом [21]. Барьер – это точки исходного кода в группе процессов, в которых каждый процесс должен приостановиться и подождать достижения барьера процессами группы. В SystemC точки барьера задаются функцией wait (.). До достижения барьера изменений в общих структурах данных не происходит. После достижения барьера запланированные изменения в этих структурах происходят мгновенно.

Модели уровня транзакций могут использоваться для упрощения интеграции и тестирования, но в настоящее время такие модели не существуют. Попытки вручную создать TLM в SystemC, описав оборудование на ANSI C++, подвержены ошибкам и требуют много времени. Проектирование многопоточной программы с неблокирующей синхронизацией трудоемко потому, что неблокирующая синхронизация – это используемое для описания программы свойство, которое не связано с ее реализацией и которое трудно доказать. Критерий «неблокирующая синхронизация» состоит в том, что в бесконечном исполнении многопоточной программы вызов каждого метода бесконечно часто заканчивается [20]. С практической точки зрения невыполнение этого свойства означает ошибочную реализацию.

Моделирование встроенных систем с использованием языка ПРАЛУ. Алгоритмы на ПРАЛУ конструируются из операций ожидания и действия, содержательный смысл которых может быть довольно произвольным. Формально в описании языка ПРАЛУ [6] функции таких операций не определены, вместо этого регламентируются условия завершения ожиданий и действий. С завершением операции связывается наступление некоторого события в пространстве переменных алгоритма, причем для операции ожидания событие в пространстве переменных служит причиной ее завершения, а для операции действия, наоборот, завершение операции вызывает определенное событие в пространстве переменных.

Все переменные алгоритма на ПРАЛУ являются булевыми. События, связанные с завершением операций, должны быть представимы конъюнкциями переменных алгоритма. Эти конъюнкции составляют основу выражения языка ПРАЛУ, задающего операцию. Для описания порядка выполнения операций в алгоритмах на ПРАЛУ используется язык сетей Петри. Алгоритм на ПРАЛУ является совокупностью описаний переходов сети Петри. Описание перехода называется цепочкой и включает перечень меток позиций, из которых запускается переход, перечень операций ожидания и действия, задающих его интерпретацию, и перечень меток позиций, в которые происходит переход.

Алгоритм на ПРАЛУ описывает замкнутую систему, если все события в пространстве переменных вызываются реализацией операций действия алгоритма. В случае незамкнутых систем в множестве переменных алгоритма можно выделить подмножество, для которого значения переменных задаются внешней средой. Транзакции в алгоритмах на ПРАЛУ представлены операциями ожидания и действия, имеющими общую переменную и описывающими событие взаимодействия [22].

В модели уровня транзакций цепочки ПРАЛУ интерпретируются как процессы, что требует уточнения семантики операций ожидания и действия, так как в этом случае они оказываются неэлементарными. Суть уточнения состоит в организации вычислений таким образом, чтобы линейный порядок реализации операций алгоритма являлся доопределением частичного порядка, задаваемого исходным параллельным алгоритмом. При этом параллелизм понимается как возможность упорядочивать операции произвольным образом. В такой интерпретации алгоритмы на ПРАЛУ обладают свойством линеаризуемости, т. е. результат параллельного выполнения операций ПРАЛУ эквивалентен некоторому последовательному выполнению. Доопределяя операции ожидания и действия в модели уровня транзакций, опишем их в виде композиций более простых операций, выполняемых строго последовательно. Набор операций, образующих композиции, назовем базисом алгоритмического разложения параллельных алгоритмов.

В предлагаемом базисе барьерный механизм синхронизации составляют операции образования, приостановки и прекращения реализации ветви. Структура данных барьера синхронизации представлена в памяти очередью готовых ветвей (ОГ) и очередью ждущих ветвей (ОЖ). Ветвью является совокупность последовательных подпроцессов, начинающихся с некоторой заданной операции. Последовательным подпроцессом обычно называют максимальную цепь операций процесса, находящихся в отношении непосредственного следования. Операция образования ветви заключается в занесении первой операции ветви в ОГ. При приостановке ветвь, начинающаяся с операции, которая выполняется в текущей ветви следующей, заносится в ОЖ, затем из ОГ извлекается другая ветвь и выполняется ее первая операция. Смысл операции прекращения ветви ясен из ее названия: ветвь удаляется из ОГ. Алгоритм останавливает работу операций прекращения реализации. Дисциплина обслуживания очередей может быть любой. Она оказывает влияние на упорядоченность событий, взаимосвязь которых алгоритмом на ПРАЛУ не регламентируется (они параллельны).

Структурой данных в алгоритмах на ПРАЛУ является вектор переменных алгоритма. Чтобы до достижения барьера не происходило изменений значений переменных, компонентами этого вектора выступают пары, представляющие текущее значение переменной и ее планируемое значение. Доступ к компонентам вектора переменных осуществляется операциями установки значений переменных алгоритма, задающими планируемые значения, и операцией проверки условных переменных, читающей текущее значение.

Барьер в алгоритмах на ПРАЛУ состоит из операций приостановки. При выполнении процессом операции приостановки этот процесс ожидает достижения барьера другими процессами. Барьер достигнут, когда ОГ пуста. При достижении барьера запускается единственный процесс, задачами которого являются пересылка элементов из ОЖ в ОГ (ОЖ становится пустой), ввод очередных значений в планируемые значения, если система незамкнута, и пересылка планируемых значений в текущие для каждой компоненты вектора переменных. Этот процесс заканчивается запуском первой операции из ОГ.

Опуская детали, получим, что реализация операции ожидания состоит из последовательного выполнения операций приостановки и проверки переменных, операция действия – из операций установки переменных. Операции образования ветвей выполняются при обработке пе-

речня позиций перехода. Каждая из операций базиса может быть реализована в современных микропроцессорах одной командой, в том числе и приостановка – аналог функции `wait(.)` в SystemC. Отдельный планировщик не требуется. Возможна трансляция алгоритмов на ПРАЛУ на язык C (и C++), хотя в большинстве современных языков отсутствуют конструкции, аналогичные машинной операции «возврат после перехода с возвратом».

В языках описания системного уровня связь между компонентами реализуется через каналы. Неправильное использование типа канала или установка неправильного размера буфера в канале могут привести к ситуации взаимоблокировки. Для автоматического обнаружения взаимоблокировок в проекте на SpecC нужно выполнять статический анализ модели, извлекать временные отношения событий, а затем анализировать эти соотношения. Такие задачи в настоящее время не имеют удовлетворительного решения. Модели, первоначально представленные на ПРАЛУ, после автоматической проверки корректности и трансляции гарантированно свободны от недетерминизма поведения и взаимоблокировок.

Главное достоинство модели уровня транзакций на языке ПРАЛУ состоит в возможности автоматической проверки корректности модели. Для языка ПРАЛУ разработана теория корректности алгоритмов, содержащая ряд методов формальной верификации. Наиболее существенными свойствами «правильных» алгоритмов, наличие которых можно проверить формально, являются безызбыточность, восстанавливаемость, непротиворечивость, устойчивость и самосогласованность [5].

Заключение. Для описания поведения встроенных устройств требуются предположения об источнике входных воздействий, потому что для их работы критически важной является последовательность входных состояний, зависящая от среды, в которой работает устройство. Использование ПРАЛУ дает возможность описать временную упорядоченность событий, возникающих при работе системы целиком (встроенной системы и ее окружения), абстрагируясь от всех деталей, кроме тех, которые выражаются причинно-следственными и временными отношениями. Язык ПРАЛУ дает возможность описать поведение иерархически, отражая структуру частей системы и организацию их взаимодействия. Модель окружения встроенной системы в этом случае служит основой логической структуры испытательного стенда. Для разработки `testbench` в среде симулятора языка описания аппаратуры модель окружающей среды на ПРАЛУ может быть автоматически преобразована в модель на соответствующем языке. В настоящее время существуют синтезаторы языка ПРАЛУ в модели аппаратуры на языках Verilog и C [22].

Работа выполнена при финансовой поддержке БРФФИ (проект Ф17АРМ-008).

Список использованных источников

1. Bergeron, J. Writing Testbenches using SystemVerilog / J. Bergeron. – N. Y. : Springer Science + Business Media, 2006. – 411 p.
2. Бибило, П. Н. Моделирование и верификация цифровых систем на языке VHDL / П. Н. Бибило, Н. А. Авде-ев. – М. : URSS, 2017. – 342 с.
3. An Accellera Organization. Universal Verification Methodology (UVM) 1.1 Class Reference [Electronic resource]. – 2011. – Mode of access: http://www.accellera.org/images/downloads/standards/uvm/UVM_1.1_Class_Reference_Final_06062011.pdf. – Date of access: 10.02.2018.
4. Meyer, B. Seven principles of software testing / B. Meyer // Computer. – 2008. – Vol. 41, no. 8. – P. 99–101.
5. Glasser, M. Open Verification Methodology Cookbook / M. Glasser. – N. Y. : Springer, 2010. – 236 p.
6. Закревский, А. Д. Параллельные алгоритмы логического управления / А. Д. Закревский. – Минск : Ин-т техн. кибернетики НАН Беларуси, 1999. – 202 с.
7. Anderson, T. L. Verifying SoCs from the Inside Out / T. L. Anderson [Electronic resource]. – Mode of access: chipdesignmag.com/display.php?articleId=5153. – Date of access: 10.02.2018.
8. Open source VHDL verification methodology. User's Guide Rev. 1.2 [Electronic resource] / ed. J. Lewis. – Mode of access: <http://osvvm.org/downloads>. – Date of access: 02.09.2013.
9. Kaner, C. What is a good test case? / C. Kaner // Software Testing Analysis & Review Conference (STAR) East [Electronic resource]. – 2003. – Mode of access: <http://kaner.com/pdfs/GoodTest.pdf>. – Date of access: 10.02.2018.
10. Naveh, R. Cadence and Specman / R. Naveh // ACP summer school [Electronic resource]. – 2011. – Mode of access: <http://www.gecode.org/events/acp-summer-school-2011/slides/Cadence%20CSP.pdf>. – Date of access: 10.02.2018.
11. Halbwachs, N. Synchronous Programming of Reactive Systems / N. Halbwachs. – Springer-Verlag, 2010. – 192 p.
12. The development of advanced verification environments using System Verilog / M. Keaveney [et al.] // IET Irish Signals and Systems Conf., 2008. – Galway, 2008. – P. 303–308.

13. Черемисинов, Д. И. Моделирование локальной шины PCI с использованием языка ПРАЛУ / Д. И. Черемисинов // Танаевские чтения : докл. Четвертой Междунар. конф., 29–30 марта 2010 г., Минск. – Минск : ОИПИ НАН Беларуси, 2010. – С. 124–128.
14. Wang, D. Formal Verification of the PCI Local Bus: A Step Towards IP Core Based System-On-Chip Design Verification / D. Wang [Electronic resource]. – Mode of access: <https://www.cs.cmu.edu/~dongw/master-thesis.pdf>. – Date of access: 10.02.2018.
15. Cheremisinov, D. I. The specification of agent interaction in multi-agent systems / D. I. Cheremisinov // Intelligent Information Management. – 2009. – No. 1. – P. 65–72.
16. Grotker, T. System Design with SystemC / T. Grotker. – Kluwer Academic Publishers, 2002. – 219 p.
17. Liu, C. L. Scheduling algorithms for multiprogramming in a hard real time environment / C. L. Liu, J. W. Layland // J. of the ACM. – 1973. – Vol. 20, no. 1. – P. 44–61.
18. Закревский, А. Д. Система программирования ЛЯПАС-М / А. Д. Закревский, Н. Р. Торопов. – Минск : Наука и техника, 1978. – 220 с.
19. Muller, W. An ASM Based SystemC Simulation Semantics / W. Muller, J. Ruf, W. Rosenstiel // SystemC – Methodologies and Applications. – Kluwer Academic Publishers, 2003. – P. 97–126.
20. Herlihy, M. P. Linearizability: A correctness condition for concurrent objects / M. P. Herlihy, J. M. Wing // ACM Trans. Program. Lang. Syst. – 1990. – Vol. 12, no. 3. – P. 463–492.
21. Solihin, Y. Fundamentals of Parallel Multicore Architecture / Y. Solihin. – CRC Press, 2015. – 494 p.
22. Черемисинов, Д. И. Проектирование и анализ параллелизма в процессах и программах / Д. И. Черемисинов. – Минск : Беларус. навука, 2011. – 300 с.

References

1. Bergeron J. *Writing Testbenches using SystemVerilog*. New York, Springer, Science + Business Media, 2006, 411 p.
2. Bibilo P. N. Modelirovanie i verifikacija cifrovih sistem na jazyke VHDL. *Modeling and Verification of Digital Systems in the VHDL Language*. Moscow, URSS Publ., 2017, 342 p. (in Russian).
3. An Accellera Organization. *Universal Verification Methodology (UVM) 1.1 Class Reference*. Available at: http://www.accellera.org/images/downloads/standards/uvm/UVM_1.1_Class_Reference_Final_06062011.pdf. (accessed 10.02.2018).
4. Meyer B. Seven principles of software testing. *Computer*, 2008, vol. 41, no. 8, pp. 99–101.
5. Glasser M. *Open Verification Methodology Cookbook*. New York, Springer, 2010, 236 p.
6. Zakrevskij A. D. Parallelnye algoritmy logicheskogo upravlenija. *Parallel Logic Control Algorithms*, Minsk, Institut tehničkoj kibernetiki Nacional'noj akademii nauk Belarusi, 1999, 202 p. (in Russian).
7. Anderson T. L. *Verifying SoCs from the Inside Out*. Available at: chipdesignmag.com/display.php?articleId=5153 (accessed 10.02.2018).
8. Lewis J. (ed.) *Open source VHDL verification methodology. User's Guide Rev. 1.2*. Available at: <http://osvnm.org/downloads> (accessed 02.09.2013).
9. Kaner C. What is a good test case? *Software Testing Analysis & Review Conference (STAR) East*. Available at: <http://kaner.com/pdfs/GoodTest.pdf> (accessed 10.02.2018).
10. Naveh R. Cadence and Specman. *ACP Summer School*. Available at: <http://www.gecode.org/events/acp-summer-school-2011/slides/Cadence%20CSP.pdf> (accessed 10.02.2018).
11. Halbwachs N. *Synchronous Programming of Reactive Systems*. Springer-Verlag, 2010, 192 p.
12. Keaveney M., McMahon A., O'Keefe N., Keane K., O'Reilly J. The development of advanced verification environments using System Verilog. *IET Irish Signals and Systems Conference, 2008*. Galway, 2008, pp. 303–308.
13. Cheremisinov D. I. Modelirovanie lokal'noj shiny PCI s ispol'zovaniem jazyka PRALU [A local PCI bus modeling by the PRALU language]. Tanaevskie chtenija: doklady Chetvertoj Mezhdunarodnoj konferencii [Tanaev Readings: Reports of the Fourth International Conference, 29–30 Mar. 2010, Minsk]. Minsk, The United Institute of Informatics Problems of the National Academy of Sciences of Belarus, 2010, pp. 124–128 (in Russian).
14. Wang D. *Formal Verification of the PCI Local Bus: A Step Towards IP Core Based System-On-Chip Design Verification*. Available at: <https://www.cs.cmu.edu/~dongw/master-thesis.pdf> (accessed 10.02.2018).
15. Cheremisinov D. I. The specification of agent interaction in multi-agent systems. *Intelligent Information Management*, 2009, no. 1, pp. 65–72.
16. Grotker T. *System Design with SystemC*. Kluwer Academic Publishers, 2002, 219 p.
17. Liu C. L., Layland J. W. Scheduling algorithms for multiprogramming in a hard real time environment. *Journal of the ACM*, 1973, vol. 20, no. 1, pp. 44–61.
18. Zakrevskij A. D., Toropov N. R. Sistema programmirovanija LJAPAS-M. *Programming System LYaPAS-M*. Minsk, Nauka i tehnika Publ., 1978, 220 p. (in Russian).
19. Muller W., Ruf J., Rosenstiel W. An ASM Based SystemC Simulation Semantics. *SystemC – Methodologies and Applications*. Kluwer Academic Publishers, 2003, pp. 97–126.
20. Herlihy M. P., Wing J. M. Linearizability: A correctness condition for concurrent objects. *ACM Transactions on Programming Languages and Systems*, 1990, vol. 12, no. 3, pp. 463–492.
21. Solihin Y. *Fundamentals of Parallel Multicore Architecture*. CRC Press, 2015, 494 p.
22. Cheremisinov D. I. Proektirovanie i analiz paralelizma v processah i programmah. *Design and the Analysis of Parallelism in Processes and Programs*. Minsk, Belaruskaja Navuka Publ., 2011, 300 p. (in Russian).

Информация об авторе

Черемисинов Дмитрий Иванович – кандидат технических наук, ведущий научный сотрудник, Объединенный институт проблем информатики Национальной академии наук Беларуси (ул. Сурганова, 6, 220012, Минск, Республика Беларусь).

E-mail: cher@newman.bas-net.by

Information about the author

Dmitriy I. Cheremisinov – Cand. Sci. (Eng.), Leading Researcher, The United Institute of Informatics Problems of the National Academy of Sciences of Belarus, (6, Sarganova Str., 220012, Minsk, Republic of Belarus).

E-mail: cher@newman.bas-net.by

ISSN 1816-0301 (Print)
ISSN 2617-6963 (Online)
УДК 510.5

Поступила в редакцию 22.06.2018
Received 22.06.2018

В. Г. Найденко

Институт математики Национальной академии наук Беларуси, Минск, Беларусь

ЛОГИЧЕСКАЯ ХАРАКТЕРИЗАЦИЯ КЛАССА СЛОЖНОСТИ ЗАДАЧ, РАЗРЕШИМЫХ ВЕРОЯТНОСТНЫМИ АЛГОРИТМАМИ ЗА ПОЛИНОМИАЛЬНОЕ ВРЕМЯ

Аннотация. Рассмотрена проблема описания класса вычислительной сложности BPP (от англ. bounded-error probabilistic polynomial time) в терминах логического языка. BPP представляет собой класс вычислительных проблем в распознавательной постановке, которые эффективно решаются с помощью вероятностных машин Тьюринга за полиномиальное время. Класс BPP имеет важное прикладное значение, поскольку включает в себя самый широкий спектр практических проблем, которые могут быть быстро решены на современных компьютерах. В то же время до сих пор считалось, что BPP невозможно логически охарактеризовать ввиду семантических ограничений, наложенных на вероятностные машины Тьюринга, которые распознают языки в BPP. Используя новый метод характеристических множеств, в работе впервые получена логическая характеристика класса BPP в виде разрешимого фрагмента логики второго порядка.

Ключевые слова: теория моделей, вычислительная сложность, дескриптивная сложность, логическая характеристика, метод характеристических множеств

Для цитирования: Найденко, В. Г. Логическая характеристика класса сложности задач, разрешимых вероятностными алгоритмами за полиномиальное время / В. Г. Найденко // Информатика. – 2018. – Т. 15, № 4. – С. 99–101.

V. G. Naidenko

Institute of Mathematics of the National Academy of Sciences of Belarus, Minsk, Belarus

LOGICAL CHARACTERIZATION OF COMPLEXITY CLASS OF PROBLEMS SOLVABLE BY PROBABLISTIC ALGORITHMS IN POLYNOMIAL TIME

Abstract. A problem to describe the complexity class BPP in terms of a logical language is considered. BPP (abbreviation for bounded-error probabilistic polynomial time) represents the class of computational decision problems that are efficiently solvable in polynomial time. The class BPP has an important practical significance since as it includes the largest spectrum of applied problems. At the same time till now, it was supposed that BPP cannot be characterized because of semantic constraints imposed on Turing machines recognizing languages in BPP. Using a new method of characteristic sets we are the first to provide a logical characterization of the class BPP as a decidable fragment of the second-order logic.

Keywords: model theory, computational complexity, descriptive complexity, logical characterization, method of characteristic sets

For citation: Naidenko V. G. Logical characterization of complexity class of problems solvable by probabilistic algorithms in polynomial time. *Informatics*, 2018, vol. 15, no. 4, pp. 99–101 (in Russian).

Введение. Класс сложности BPP играет важную роль в теории вычислительной сложности, поскольку задачи из этого класса могут быть эффективно решены с помощью вероятностных алгоритмов.

Начиная с 1974 г. активно развивается теория дескриптивной сложности, в рамках которой вычислительная сложность характеризуется в терминах логических языков. R. Fagin первым показал, что класс сложности NP совпадает с множеством проблем, описываемых экзистенциональной логикой второго порядка [1]. L. Stockmeyer расширил этот результат на полиномиальную иерархию PH, охарактеризовав ее с помощью логики второго порядка [2]. Дальнейшие исследования выявили логические характеристики для многих классов сложности [3].

Между тем имеются классы сложности, например BPP, для которых до сих пор не было найдено никакой логической характеристики. Целью настоящей работы является установление логической характеристики для класса сложности BPP.

Основные результаты. Для удобства и без потери общности рассматриваются языки в алфавите $\{0, 1\}$. Напомним, что класс BPP можно определить как такое множество языков, что $L \in \text{BPP}$ тогда и только тогда, когда существует недетерминированная полиномиальная машина Тьюринга M , распознающая язык $L \subseteq \{0, 1\}^*$ таким образом, что для любого входа x длиной n выполняются два условия:

1) если x не принадлежит L , то существует не более $1/3$ путей вычислений машины M , которые бы достигли допускающего состояния;

2) если x принадлежит L , то по меньшей мере $2/3$ путей вычислений машины M достигают допускающего состояния.

Для построения логической характеристики класса BPP воспользуемся методом характеристических множеств [3], с помощью которого впервые были получены логические характеристики полных проблем в классах сложности NL, P, coNP, NP и PSPACE, а также логика для $\text{NP} \cap \text{coNP}$.

Пусть L_1, L_2, \dots – перечисление всех языков в полиномиальной иерархии, а M_1, M_2, \dots – перечисление всех недетерминированных полиномиальных машин Тьюринга. Тогда каждой паре (L_i, M_j) можно сопоставить характеристическое множество $\chi(L_i, M_j)$, определяемое следующим образом: слово $x \in \{0, 1\}^*$ длиной n принадлежит $\chi(L_i, M_j)$ в том и только в том случае, если любое слово $y \in \{0, 1\}^*$ длиной не больше $\log_2 \log_2 n$ принадлежит L_i тогда и только тогда, когда на входе y по меньшей мере $2/3$ путей вычислений машины M_j достигают допускающего состояния.

Из определения характеристического множества следует, что либо $\chi(L_i, M_j) = \{0, 1\}^*$, либо $\chi(L_i, M_j)$ – конечное множество, состоящее из всех слов, длина которых не превышает некоторого числа n_0 . Действительно, если для какого-то слова x длиной $n_0 + 1$ найдется слово y , не принадлежащее L_i , то это же слово y не позволит включить в $\chi(L_i, M_j)$ и все более длинные слова из $\{0, 1\}^*$.

Покажем, что $\{\chi(L_i, M_j) \cap L_i \mid i, j = 1, 2, \dots\}$ – перечисление всех языков в классе BPP. Пусть L_i – произвольный язык из BPP (отметим, что полиномиальная иерархия включает в себя весь класс BPP). Тогда найдется полиномиальная машина Тьюринга M_j , распознающая L_i в упомянутом выше смысле. В этом случае характеристическое множество $\chi(L_i, M_j)$ совпадает с множеством $\{0, 1\}^*$, т. е. $\chi(L_i, M_j) \cap L_i = L_i$ и $\chi(L_i, M_j) \cap L_i$ принадлежит классу BPP. Теперь допустим, что L_i не принадлежит классу BPP. Тогда для любой полиномиальной машины Тьюринга M_j характеристическое множество $\chi(L_i, M_j)$ будет конечным. Следовательно, язык $\chi(L_i, M_j) \cap L_i$ тоже будет конечным. Так как класс BPP включает в себя все конечные языки, то и в этом случае $\chi(L_i, M_j) \cap L_i$ будет принадлежать BPP.

Отметим, что для каждого языка $\chi(L_i, M_j)$ можно найти полиномиальный алгоритм его распознавания. Следовательно, для $\chi(L_i, M_j)$ можно построить формулу логики второго порядка (см. метод построения такой формулы в [4, с. 117, следствие 7.10]). Пусть $\Phi(L)$ обозначает формулу логики второго порядка, описывающую язык L . Тогда множество формул $\{\Phi(\chi(L_i, M_j)) \wedge \Phi(L_i) \mid i, j = 1, 2, \dots\}$ представляет собой фрагмент логики второго порядка, описывающий все языки в BPP.

Заключение. В работе впервые представлена логическая характеристика класса сложности ВРР, которая дает возможность по-новому исследовать данный класс задач. Полученный результат имеет важное практическое значение. Например, если какую-либо прикладную задачу можно сформулировать в рамках описанной выше логики, то для нее обязательно найдется эффективный метод решения.

Работа профинансирована Институтом математики НАН Беларуси в рамках Государственной программы фундаментальных исследований «Конвергенция–2020».

Список использованных источников

1. Fagin, R. Generalized first-order spectra and polynomial-time recognizable sets / R. Fagin // *Complexity of Computation, SIAM-AMS Proceedings*. – 1974. – Vol. 7. – P. 27–41.
2. Stockmeyer, L. The polynomial-time hierarchy / L. Stockmeyer // *Theoretical Computer Science*. – 1977. – Vol. 3. – P. 1–22.
3. Naidenko, V. Logics for complexity classes / V. Naidenko // *Logic Journal of the IGPL*. – 2014. – Vol. 22, no. 6. – P. 1075–1093.
4. Immerman, N. *Descriptive Complexity* / N. Immerman. – Springer, 1998. – 250 p.

References

1. Fagin R. Generalized first-order spectra and polynomial-time recognizable sets. *Complexity of Computation, SIAM-AMS Proceedings*, 1974, vol. 7, pp. 27–41.
2. Stockmeyer L. The polynomial-time hierarchy. *Theoretical Computer Science*, 1977, vol. 3, pp. 1–22.
3. Naidenko V. Logics for complexity classes. *Logic Journal of the IGPL*, 2014, vol. 22, no 6, pp. 1075–1093.
4. Immerman N. *Descriptive Complexity*. Springer, 1998, 250 p.

Информация об авторе

Найденко Владимир Григорьевич – кандидат физико-математических наук, ведущий научный сотрудник отдела комбинаторных моделей и алгоритмов, Институт математики Национальной академии наук Беларуси (ул. Сурганова, 11, 220072, Минск, Республика Беларусь). E-mail: naidenko@im.bas-net.by

Information about the author

Vladimir G. Naidenko – Cand. Sci. (Phys.-Math.), Leading Researcher of the Department of Combinatorial Models and Algorithms, Institute of Mathematics of the National Academy of Sciences of Belarus (11, Sarganova Str., 220072, Minsk, Republic of Belarus). E-mail: naidenko@im.bas-net.by

ISSN 1816-0301 (Print)
 ISSN 2617-6963 (Online)
 УДК 519.17

Поступила в редакцию 27.06.2018
 Received 27.06.2018

Т. В. Лубашева

Белорусский государственный экономический университет, Минск, Беларусь

ХАРАКТЕРИЗАЦИЯ И РАСПОЗНАВАНИЕ ГРАФОВ ПЕРЕСЕЧЕНИЙ РЕБЕР ТРИХРОМАТИЧЕСКИХ ГИПЕРГРАФОВ ОГРАНИЧЕННОЙ КРАТНОСТИ В КЛАССЕ РАСЩЕПЛЯЕМЫХ ГРАФОВ

Аннотация. Гиперграф, множество вершин которого можно разбить не более чем на k попарно непересекающихся подмножеств, каждое из которых имеет не более одной общей вершины с любым ребром гиперграфа, называется k -хроматическим. Кратность пары вершин гиперграфа – это число его ребер, содержащих обе вершины пары, тогда кратность гиперграфа – это максимальная кратность пар его вершин. Пусть $L^m(k)$ обозначает класс графов пересечений ребер k -хроматических гиперграфов кратности не выше m . Задача распознавания графов из $L^1(k)$ полиномиально разрешима при $k = 2$ и является NP-полной при $k = 3$. Вопрос о сложности распознавания графов из $L^m(k)$ при фиксированных $k \geq 2$ и $m \geq 2$ в настоящее время остается открытым.

Граф называется расщепляемым, если множество его вершин можно разбить на два непересекающихся подмножества, одно из которых является кликой, а другое – независимым множеством вершин. Для любого $k \geq 2$ графы из $L^1(k)$ характеризуются конечным списком запрещенных порожденных подграфов в классе расщепляемых графов.

Ранее было доказано [1], что для графов из $L^2(3)$ существует конечная характеристика в терминах запрещенных порожденных подграфов в классе расщепляемых графов. В настоящей работе этот результат обобщен на класс $L^m(3)$, где фиксированное $m \geq 2$. Важным следствием основного результата работы является полиномиальная разрешимость задачи распознавания $G \in L^m(3)$ в классе расщепляемых графов.

Ключевые слова: граф пересечений ребер гиперграфа, запрещенный порожденный подграф, характеристика, расщепляемый граф, k -хроматический гиперграф, раскраска

Для цитирования. Лубашева, Т. В. Характеризация и распознавание графов пересечений ребер трихроматических гиперграфов ограниченной кратности в классе расщепляемых графов / Т. В. Лубашева // Информатика. – 2018. – Т. 15, № 4. – С. 102–108.

T. V. Lubasheva

Belarus State Economic University, Minsk, Belarus

CHARACTERIZATION AND RECOGNITION OF EDGE INTERSECTION GRAPHS OF TRICHROMATIC HYPERGRAPHS WITH FINITE MULTIPLICITY IN THE CLASS OF SPLIT GRAPHS

Abstract. A hypergraph is called k -chromatic if its vertex set can be partitioned into at most k pairwise disjoint subsets when each subset has no more than two common vertices with every edge of the hypergraph. The multiplicity of a pair of vertices in a hypergraph is the number of hypergraph edges containing the pair of vertices. The multiplicity of a hypergraph is the maximum multiplicity of the pairs of vertices. Let $L^m(k)$ denote the class of edge intersection graphs of k -chromatic hypergraphs with multiplicity at most m . It is known that the problem of recognizing graphs from $L^1(k)$ is polynomially solvable if $k = 2$ and is NP-complete if $k = 3$. The complexity of the recognition of graphs from $L^m(k)$ for fixed $k \geq 2$ and $m \geq 2$ is currently unknown.

A split graph is a graph whose vertices can be partitioned into a clique and an independent set. It is known that for any $k \geq 2$ the graphs from $L^1(k)$ can be characterized by a finite list of forbidden induced subgraphs in the class of split graphs. It was earlier proved that there exists a finite characterization in terms of forbidden induced subgraphs for the graphs from $L^2(3)$ in the class of split graphs.

It is proved in the article that a finite characterization in terms of forbidden induced subgraphs for the graphs from $L^m(3)$ (for fixed $m \geq 2$) exists in the class of split graphs. In particular, it follows that the problem of recognizing graphs from $L^m(3)$, $m \geq 2$ is polynomially solvable in the class of split graphs.

Keywords: edge intersection graph of hypergraph, forbidden induced subgraph, characterization, split graph, k -chromatic hypergraph, coloring

For citation. Lubasheva T. V. Characterization and recognition of edge intersection graphs of trichromatic hypergraphs with finite multiplicity in the class of split graphs. *Informatics*, 2018, vol. 15, no. 4, pp. 102–108 (in Russian).

Введение. В работе рассматриваются конечные неориентированные графы без петель и кратных ребер. Множество вершин и множество (семейство) ребер графа (гиперграфа) G обозначаются через $V(G)$ и $E(G)$ соответственно. Если $N(v) = N_G(v)$ – окружение вершины v в графе G , то $\deg(v) = \deg_G(v) = |N(v)|$ – степень вершины v ; $E_G(v)$ – множество ребер графа G , инцидентных v . Если $X \subseteq V(G)$, то $G(X)$ – подграф, порожденный множеством X , $\deg_X(v) = |N(v) \cap X|$ – степень вершины v относительно X .

Пусть t – натуральное число. Тогда произвольные функции $\varphi : V(G) \rightarrow \{1, 2, \dots, t\}$ и $\psi : E(G) \rightarrow \{1, 2, \dots, t\}$ называются соответственно вершинной и реберной t -раскрасками графа G . Если любые две смежные вершины графа имеют в вершинной t -раскраске различные образы, то такая раскраска называется правильной. Далее $\chi(G)$ обозначает хроматическое число графа G , т. е. минимальное t , при котором существует правильная вершинная t -раскраска этого графа.

Граф $\Omega(F)$ пересечений семейства $F = (S_1, S_2, \dots, S_n)$ непустых множеств определяется следующими условиями:

- 1) $V(\Omega(F)) = F$;
- 2) вершины S_i и S_j , $i \neq j$, смежны в $\Omega(F)$, если и только если $S_i \cap S_j \neq \emptyset$.

Граф $L(H)$ пересечений ребер гиперграфа H определяется как граф пересечений $\Omega(E(H))$. Другими словами, вершины графа $L(H)$ биективно соответствуют ребрам гиперграфа H и две вершины в графе $L(H)$ смежны тогда и только тогда, когда соответствующие ребра гиперграфа H пересекаются. Известно, что каждый граф является графом пересечений ребер некоторого гиперграфа [2].

Гиперграф H называется k -хроматическим, если существует такое разбиение $V(H) = V_1 \cup V_2 \cup \dots \cup V_l$ множества его вершин на $l \leq k$ цветных классов V_i , что каждое ребро гиперграфа содержит не более одной вершины из каждого цветного класса. Класс графов пересечений ребер k -хроматических гиперграфов обозначается $L(k)$. В работе [3] доказано, что если рассмотреть на графе систему независимости, состоящую из всех независимых множеств графа и пустого множества, то минимальное k , при котором граф лежит в классе $L(k)$, – это минимальное число матроидов, в виде пересечения которых представима такая система независимости. Данный факт позволяет применять к оптимизационным задачам на системе независимости графа технику матроидов.

В работе [4] класс $L(2)$ графов пересечений ребер дихроматических гиперграфов охарактеризован посредством бесконечного списка запрещенных порожденных подграфов. Существование полиномиального алгоритма распознавания графов из этого класса доказано в [5]. Там же доказано, что задача распознавания графов пересечений ребер трихроматических гиперграфов является NP-полной.

Кратность пары вершин гиперграфа определяется как число его ребер, содержащих обе вершины пары. *Кратность гиперграфа* – это максимальная кратность пар его вершин. Класс графов пересечений ребер k -хроматических гиперграфов кратности не выше m обозначим через $L^m(k)$. В работе [6] класс $L^1(2)$ охарактеризован посредством бесконечного списка запрещенных порожденных подграфов. Известно, что задача распознавания графов из $L^1(k)$ полиномиально разрешима при $k = 2$ и является NP-полной при $k = 3$ [5]. Вопрос о сложности распознавания графов из класса $L^m(k)$ при фиксированных $k \geq 2$ и $m \geq 2$ в настоящее время остается открытым.

Множество попарно смежных вершин графа называется кликой, максимальная клика максимальна относительно включения. Граф G называется расщепляемым [7–9], если существует разбиение множества его вершин $V(G) = C \cup S$ на клику C и независимое множество S (полярное разбиение (C, S)). Расщепляемый граф G с фиксированным полярным разбиением (C, S) назовем расщепленным графом и обозначим $G(C, S)$. В дальнейшем, не ограничивая общности, будем считать, что в полярном разбиении (C, S) расщепляемого графа клика C является максимальной. Удалив из расщепленного графа $G(C, S)$ все ребра, содержащиеся в клике C , получим двудольный граф H с разбиением на доли (C, S) , который назовем графом, ассоциированным с $G(C, S)$, и обозначим $H(C, S)$.

Известно, что для любого k класс $L^1(k)$ может быть охарактеризован посредством конечного списка запрещенных порожденных подграфов в классе расщепляемых графов [10]. Также

известен ряд результатов [11–13], касающихся характеристики и распознавания класса $L^1(k)$ в некоторых расширениях расщепляемых графов, в том числе в подклассах полярных графов, введенных в [14]. В работе [1] доказано, что для графов из $L^2(3)$ также существует конечная характеристика в терминах запрещенных порожденных подграфов в классе расщепляемых графов.

В настоящей работе результат из [1] обобщен на класс $L^m(3)$, где $m \geq 2$. Отсюда, в частности, вытекает полиномиальная разрешимость задачи распознавания графов из $L^m(3)$ в классе расщепляемых графов.

Характеризация класса $L^m(3)$ в терминах степеней вершин в специальных классах расщепляемых графов. Конечное семейство $Q = (C_i; i \in I)$ клик графа G называется покрытием этого графа, если каждая вершина и каждое ребро (как пара вершин) графа G содержатся в некоторой клике C_i – кластере покрытия Q . Покрытие Q графа G называется k -хроматическим, если $\chi(\Omega(Q)) \leq k$, и m -ограниченным, если никакие два его кластера не имеют более чем m общих вершин. В дальнейшем k -хроматическое m -ограниченное покрытие будет называться (k, m) -покрытием.

Положим, не ограничивая общности, что в (k, m) -покрытии Q никакой кластер не является подмножеством другого. В частности, одновершинный кластер в Q можно образовать лишь изолированной вершиной графа.

Лемма 1 [1]. *Граф G принадлежит классу $L^m(k)$ тогда и только тогда, когда существует (k, m) -покрытие этого графа.*

Клику K графа назовем (k, m) -большой, если $|K| \geq m(k-1)^2 + 1$.

Лемма 2 [14] (о большой клике). *Любая максимальная (k, m) -большая клика графа G является кластером каждого его (k, m) -покрытия.*

Зафиксируем произвольное $m \geq 2$ и далее будем рассматривать класс $L^m(3)$. Из определения (k, m) -большой клики при $k = 3$ вытекает, что всякая $(3, m)$ -большая клика имеет порядок не меньше чем $m(3-1)^2 + 1 = 4m + 1$.

Теорема 1. *Пусть G – расщепляемый граф с полярным разбиением (C, S) , $|C| \geq 4m + 1$. Тогда $G \in L^m(3)$, если и только если выполнены условия:*

- 1) $\deg_S(v) \leq 2$ для любой вершины $v \in C$;
- 2) $\deg(v) \leq 2m$ для любой вершины $v \in S$.

Доказательство. Пусть G – расщепляемый граф с полярным разбиением (C, S) , $|C| \geq 4m + 1$. Не ограничивая общности, можно считать граф G связным.

Пусть $G \in L^m(3)$. Тогда в силу леммы 1 существует $(3, m)$ -покрытие Q графа G . Поскольку C является $(3, m)$ -большой кликой, то согласно лемме 2 $C \in Q$. Из определения $(3, m)$ -покрытия вытекает, что кластерами покрытия Q , отличными от C , являются клики порядка не выше $m + 1$, в которых одна вершина принадлежит S , а остальные – C . Кроме того, каждая вершина графа G входит не более чем в два кластера из Q , отличных от C . Действительно, если некоторая вершина $v \in S$ принадлежит трем кластерам C_1, C_2 и C_3 из Q , то они не являются одновершинными и, следовательно, пересекаются с C . Таким образом, кластеры C, C_1, C_2 и C_3 попарно пересекаются, что невозможно по определению $(3, m)$ -покрытия. Отсюда вытекает выполнение условий 1) и 2) теоремы 1.

Докажем теперь обратное утверждение. Пусть граф G удовлетворяет условиям 1) и 2) теоремы 1. Согласно лемме 1 достаточно доказать, что существует $(3, m)$ -покрытие этого графа.

По графу G построим граф G' : для каждой вершины v графа G , принадлежащей S и удовлетворяющей неравенству $\deg(v) < 2m$, добавим в клику C ровно $2m - \deg(v)$ новых вершин и соединим их ребрами с v . Полученный в результате расщепляемый граф G' с полярным разбиением (C', S) удовлетворяет следующим условиям:

- 1') $\deg_S(v) \leq 2$ для любой вершины $v \in C'$;
- 2') $\deg(v) = 2m$ для любой вершины $v \in S$.

Легко показать, что графы G и G' одновременно либо принадлежат, либо не принадлежат классу $L^m(3)$. Поэтому далее, не ограничивая общности, считаем, что граф G удовлетворяет условиям 1') и 2').

Очевидно, что для расщепленного графа $G(C, S)$, $|C| \geq 4t + 1$, удовлетворяющего условиям 1') и 2'), существует $(3, t)$ -покрытие, если и только если для этого графа существует $(3, t)$ -покрытие, в котором любые два кластера, содержащие вершину из S , больше не имеют общих вершин. Отсюда вытекает

Утверждение 1. Для расщепленного графа $G(C, S)$, $|C| \geq 4t + 1$, удовлетворяющего условиям 1') и 2'), существует $(3, t)$ -покрытие, если и только если для ассоциированного с ним двудольного графа $H(C, S)$ существует реберная 2-раскраска, удовлетворяющая следующим условиям:

- а) каждая вершина из S инцидентна t ребрам одного цвета и t ребрам другого цвета;
- б) каждая вершина степени 2 из C инцидентна ребрам разного цвета.

Реберную 2-раскраску двудольного графа H с фиксированным разбиением на доли (C, S) назовем сбалансированной, если она удовлетворяет условиям утверждения 1. Осталось доказать

Утверждение 2. Если двудольный граф H с разбиением на доли (C, S) удовлетворяет условиям:

- 1) $\deg(v) \leq 2$ для любой вершины $v \in C$;
- 2) $\deg(v) = 2t$ для любой вершины $v \in S$,

то для него существует сбалансированная реберная 2-раскраска.

Доказательство проведем методом математической индукции относительно числа вершин в доле S . Существование сбалансированной реберной 2-раскраски для графа H очевидно, если $|S| = 1$. Далее считаем, что $|S| \geq 2$. Зафиксируем произвольную вершину $v \in S$ и возьмем некоторую сбалансированную реберную 2-раскраску $\varphi: E(H - v) \rightarrow \{1, 2\}$ графа $H - v$. Заметим, что если среди ребер графа $H - v$, смежных с ребрами из $E_H(v)$, есть не более t ребер каждого цвета относительно φ , то раскраска φ может быть распространена на ребра из $E_H(v)$ до сбалансированной реберной 2-раскраски графа H .

Пусть среди ребер графа $H - v$, смежных с ребрами из $E_H(v)$, есть $t + l$ ребер одного цвета (считаем для определенности, что это цвет 2) и не более чем $t - l$ ребер другого (цвета 1), где $1 \leq l \leq t$. Распространим раскраску φ на ребра из $E_H(v)$ так, чтобы каждая висячая вершина графа H из $N_H(v)$ была инцидентна ребрам разного цвета. Тогда из $2t$ ребер множества $E_H(v)$ в точности $t + l$ ребер получают цвет 1 и $t - l$ ребер – цвет 2 (ребрам множества $E_H(v)$, инцидентным концевым вершинам графа H из $N_H(v)$, присвоим цвет 2).

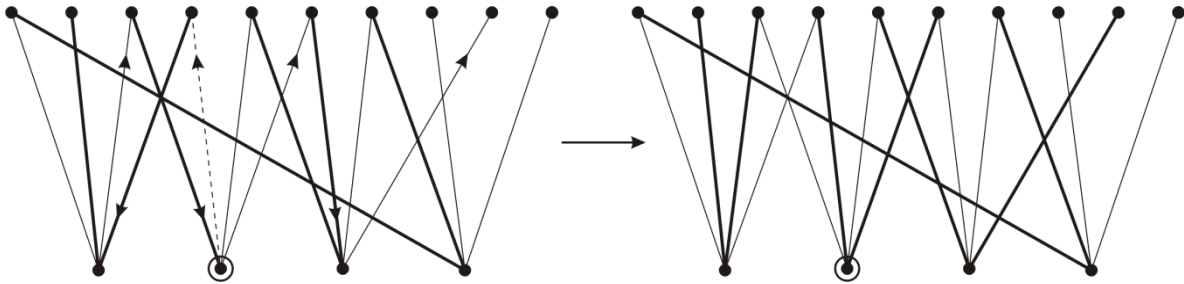
Построим в графе H цепь P , начинающуюся в вершине v , руководствуясь следующими правилами: в качестве первого ребра цепи выберем ребро цвета 1; каждое последующее ребро цепи будем выбирать цвета, отличного от цвета предыдущего ребра; процесс построения цепи продолжается, пока можно выбрать следующее ребро.

Процесс построения цепи P обязательно закончится, поскольку на каждом его шаге к текущей цепи добавляется новое ребро, а число ребер графа H конечно. Занумеруем ребра цепи в порядке их добавления. Тогда каждое ребро цепи с нечетным номером имеет цвет 1, а с четным – цвет 2. Поэтому цепь P не может завершиться в вершине из $S \setminus \{v\}$, поскольку каждая такая вершина имеет степень $2t$ и ей инцидентны t ребер каждого цвета. Эта цепь не может завершиться и в вершине v , поскольку в множестве $E_H(v)$ имеется $t - l$ ребер цвета 2 и, следовательно, в случае возврата в вершину v (а таких возвратов может быть не более $t - l$) остается возможность продолжить цепь за счет какого-либо из оставшихся ребер цвета 1 из $E_H(v)$.

Итак, построенная цепь P имеет нечетную длину, так как закончится в вершине из C . При этом последняя вершина цепи является висячей в графе H . (Висячая вершина в графе H обязательно существует, поскольку ребер, имеющих цвет 1, в этом графе больше, чем ребер, имеющих цвет 2.)

На ребрах построенной цепи P поменяем цвета 1 и 2 местами. Цвета остальных ребер оставим без изменения. Обозначим полученную реберную 2-раскраску графа H через ψ . Ясно, что сужение раскраски ψ на ребра графа $H - v$ остается сбалансированной реберной 2-раскраской этого графа, при этом первое ребро цепи P , принадлежащее $E_H(v)$, уже получит цвет 2 относительно ψ . Следовательно, среди ребер графа $H - v$, смежных с ребрами из $E_H(v)$, относительно раскраски ψ имеется в точности $t + (l - 1)$ ребер цвета 2 и не более чем $t - (l - 1)$ ребер цвета 1.

На рисунке изображен процесс построения описанной цепи и изменения раскраски вдоль нее. Снизу располагаются вершины из S , сверху – из C . Выделена вершина v . Ребра цвета 1 изображены обычными линиями, цвета 2 – жирными. Последовательность построения ребер цепи показана с помощью ориентированных ребер, пунктиром обозначено первое ребро цепи.



Построение сбалансированной раскраски графа H для $m = 2$ и $l = 1$

Повторим описанную выше процедуру построения начинающейся в вершине v цепи с чередующимися цветами ребер еще $l - 1$ раз для трансформации реберной 2-раскраски графа H . После этого в точности m ребер из $E_H(v)$ получат цвет 2 и будет построена сбалансированная реберная 2-раскраска графа H .

Утверждение 2 и, следовательно, теорема 1 доказаны.

Характеризация и распознавание класса $L^m(3)$ в классе расщепляемых графов.

Теорема 2. В классе расщепляемых графов существует конечная характеристика графов из $L^m(3)$ в терминах запрещенных порожденных подграфов.

Доказательство. Обозначим через F_i , $i = 1, 2, \dots, 2m$, граф, состоящий из полного графа K_{4m+1} и вершины, смежной с $i + 2m$ вершинами из K_{4m+1} . Используя леммы 1 и 2, легко убедиться в том, что расщепляемые графы $K_{1,4}$, F_1 , F_2, \dots, F_{2m} не принадлежат классу $L^m(3)$, а значит, являются запрещенными порожденными подграфами для графов из этого класса.

Пусть $G(C, S)$ – связный расщепленный граф, принадлежащий классу $L^m(3)$. Звезда $K_{1,4}$ является запрещенным порожденным подграфом для графов из $L^m(3)$, поэтому для любой вершины $w \in C$ имеем $\deg_S(w) < 4$. Пусть $N_S(w) = \{v_1, v_2, v_3\}$ для некоторой вершины $w \in C$. Поскольку графы F_1, F_2, \dots, F_{2m} являются запрещенными порожденными подграфами для графов

из $L^m(3)$, то $\left| \bigcup_i N(v_i) \right| \leq 1 + 3(2m - 1) = 6m - 2$ (здесь верхняя граница достигается в случае, когда

множества $N(v_i) \setminus \{w\}$, $i = 1, 2, 3$, попарно не пересекаются). Если бы выполнялось условие $|C| > 6m - 2$, то G содержал бы запрещенную звезду $K_{1,4}$, что невозможно. Поэтому $|C| \leq 6m - 2$. Поскольку для любой вершины $v \in C$ выполняется неравенство $\deg_S(v) < 4$, то $|S| \leq 3|C|$ и, следовательно, $|G| = |C| + |S| \leq |C| + 3|C| = 4|C| \leq 24m - 8$. Обозначим через Γ множество связных расщепляемых графов порядка не выше $24m - 8$, не принадлежащих классу $L^m(3)$.

Для связного расщепленного графа $G(C, S)$, такого, что $|C| \geq 6m - 1$, запрещение порожденных подграфов $K_{1,4}, F_1, F_2, \dots, F_{2m}$ обеспечивает выполнение условий теоремы 1. Таким образом, список запрещенных порожденных подграфов, определяющих принадлежность расщепляемого графа G классу $L^m(3)$, полностью исчерпывается графами из множества $\Gamma \cup \{K_{1,4}, F_1, F_2, \dots, F_{2m}\}$ и, следовательно, является конечным, что и требовалось доказать.

Следствие. Задача распознавания графов из класса $L^m(3)$ полиномиально разрешима в классе расщепляемых графов.

Заключение. Доказана конечная характеризованность класса графов пересечения ребер трихроматических гиперграфов ограниченной кратности в классе расщепляемых графов. Этот результат получен в терминах степеней вершин расщепляемых графов достаточно большой плотности. Приведена индукционная схема построения трихроматического m -ограниченного покрытия расщепляемого графа, если таковое существует. Существование конечного списка

запрещенных порожденных подграфов обеспечивает полиномиальное распознавание класса $L^m(3)$ в классе расщепляемых графов.

Список использованных источников

1. Лубашева, Т. В. Характеризация и распознавание графов пересечений ребер 3-хроматических гиперграфов кратности не выше 2 в классе расщепляемых графов / Т. В. Лубашева, Ю. М. Метельский // Журнал Бел. гос. ун-та. Математика. Информатика. – 2017. – № 3. – С. 94–99.
2. Berge, C. *Hypergraphs. Combinatorics of Finite Sets* / C. Berge. – Amsterdam, New-York, Oxford, Tokyo : North-Holland, 1989. – 528 p.
3. Tyshkevich, R. I. Matroidal decomposition of graph / R. I. Tyshkevich, O. P. Urbanovich, I. E. Zverovich // *Combinatorics and Graph Theory*. – 1989. – Vol. 25. – P. 195–205.
4. Тышкевич, Р. И. Графы с матроидным числом 2 / Р. И. Тышкевич, О. П. Урбанович // *Весті АН БССР. Сер. фіз.-мат. навук.* – 1989. – № 3. – С. 13–17.
5. Метельский, Ю. М. Пересечения матроидов и реберные гиперграфы / Ю. М. Метельский, Р. И. Тышкевич // *Тр. Ин-та математики НАН Беларуси.* – 2005. – Т. 13, № 2. – С. 44–54.
6. Harary, F. Line graphs of bipartite graphs / F. Harary, C. Holzmann // *Rev. Soc. Mat. Chile.* – 1974. – Vol. 1. – P. 19–22.
7. Тышкевич, Р. И. Каноническое разложение графа, определяемого степенями его вершин / Р. И. Тышкевич, А. А. Черняк // *Известия АН БССР. Сер. физ.-мат. наук.* – 1979. – Т. 5. – С. 14–26.
8. Földes, S. *Congressus numerantium* / S. Földes, P. L. Hammer // *Winnipeg: Utilitas Math.* – 1977. – Vol. XIX. – P. 311–315.
9. Földes, S. Split graphs having Dilworth number two / S. Földes, P. L. Hammer // *Canadian Journal of Mathematics.* – 1977. – Vol. 29, iss. 3. – P. 666–672.
10. Бабайцев, А. Ю. Линейная размерность расщепляемых графов / А. Ю. Бабайцев, Р. И. Тышкевич // *Вест. Нац. акад. навук Беларусі. Сер. фіз.-тэхн. навук.* – 1999. – № 1. – С. 112–115.
11. Еськов, В. В. К характеристике реберных графов линейных гиперграфов при дополнительных ограничениях / В. В. Еськов, Р. И. Тышкевич // *Вест. Нац. акад. навук Беларусі. Сер. фіз.-тэхн. навук.* – 2001. – № 2. – С. 122–126.
12. Лубашева, Т. В. О конечной характеризуемости графов с ограниченным числом эквивалентного разбиения в классах полярных графов / Т. В. Лубашева, Ю. М. Метельский // *Тр. Ин-та математики НАН Беларуси.* – 2011. – Т. 19, № 1. – С. 85–91.
13. Лубашева, Т. В. Характеризация графов с ограниченным сверху числом эквивалентного разбиения в классе U-расщепляемых графов / Т. В. Лубашева, Ю. М. Метельский // *Тр. Ин-та математики НАН Беларуси.* – 2007. – Т. 15, № 1. – С. 91–97.
14. Тышкевич, Р. И. Декомпозиция графов / Р. И. Тышкевич, А. А. Черняк // *Кибернетика.* – 1985. – № 2. – С. 67–74.

References

1. Lubasheva T. V., Metelsky Yu. M. Kharakterizatsiya i raspoznavanie grafov peresecheniy ryober 3-khromaticheskikh gipergrafov kratnosti ne vyshye 2 v klasse rasscheplyaemykh grafov [Characterization and recognition of edge intersection graphs of 3-chromatic hypergraphs with multiplicity at most then 2 in the class of split graphs]. *Zhurnal Belorusskogo gosudarstvennogo universiteta. Matematika. Informatika [Journal of the Belarussian State University. Mathematics and Informatics]*, 2017, no. 3, pp. 94–99 (in Russian).
2. Berge C. *Hypergraphs. Combinatorics of Finite Sets*. Amsterdam, New-York, Oxford, Tokyo, North-Holland, 1989, 528 p.
3. Tyshkevich R. I., Urbanovich O. P., Zverovich I. E. Matroidal decomposition of graph. *Combinatorics and Graph Theory*, 1989, vol. 25, pp. 195–205.
4. Tyshkevich R. I., Urbanovich O. P. Graphy s matroidnym chislom 2 [Graphs with matroidal number 2]. *Vesti akademii navuk BSSR. Seryia fizika-matematychnykh navuk [Proceedings of the Academy of Sciences of BSSR. Physics and Mathematics Series]*, 1989, no. 3, pp. 13–17 (in Russian).
5. Metelsky Yu. M., Tyshkevich R. I. Peresecheniya matroidov i ryobernyye gipergrafy [Matroid intersections and line hypergraphs]. *Trudy Instituta matematiki Natsyonalnoi akademii nauk Belarusi [Proceedings of the Institute of Mathematics of the National Academy of Sciences of Belarus]*, 2005, vol. 13, no. 2, pp. 44–54 (in Russian).
6. Harary F., Holzmann C. Line graphs of bipartite graphs. *Revista de la Sociedad Matematica de Chile*, 1974, vol. 1, pp. 19–22.
7. Tyshkevich R. I., Chernyak A. A. Kanonicheskoe razlozhenie grafa, opredelyaemogo stepenyami ego vershin [The canonical decomposition of a graph defined by the degrees of its vertices]. *Vesti akademii navuk BSSR. Seryia fizika-matematychnykh navuk [Proceedings of the Academy of Sciences of the BSSR. Physics and Mathematics Series]*, 1979, vol. 5, pp. 14–26 (in Russian).
8. Földes S., Hammer P. L. *Congressus numerantium. Winnipeg: Utilitas Math.*, 1977, vol. XIX, pp. 311–315.
9. Földes S., Hammer P. L. Split graphs having Dilworth number two. *Canadian Journal of Mathematics*, 1977, vol. 29, iss. 3, pp. 666–672.

10. Babaitsev A. Yu., Tyshkevich R. I. Lineynaya razmernost rasscheplyaemykh grafov [Linear dimension of split graphs]. Vestsi Natsyonal'nai akademii navuk Belarusi. Seryia fizika-technichnykh navuk [*Proceedings of the National Academy of Sciences of Belarus. Physical-technical series*], 1999, no. 1, pp. 112–115 (in Russian).

11. Eskov V. V., Tyshkevich R. I. K kharakterizatsii ryobernykh grafov lineynykh gipergrafov pri dopolnitelnykh ogranicheniyakh [On characterization of edge graphs of linear hypergraphs under additional constraints]. Vestsi Natsyonal'nai akademii navuk Belarusi. Seryia fizika-technichnykh navuk [*Proceedings of the National Academy of Sciences of Belarus. Physical-technical series*], 2001, no. 2, pp. 122–126 (in Russian).

12. Lubasheva T. V., Metelsky Yu. M. O konechnoy kharakterizuemosti grafov s ogranichennym chislom ekvivalentnogo razbieniya v klassakh polyarnykh grafov [About finite characterizability of graphs with a bounded number of equivalent decomposition in classes of polar graphs]. Trudy Instituta matematiki Natsyonal'noi akademii nauk Belarusi [*Proceedings of the Institute of Mathematics of the National Academy of Sciences of Belarus*], 2011, vol. 19, no. 1, pp. 85–91 (in Russian).

13. Lubasheva T. V., Metelsky Yu. M. Kharakterizatsiya grafov s ogranichennym sverkhу chislom ekvivalentnogo razbieniya v klasse U-rasscheplyaemykh grafov [Characterization of graphs with upper bound on the number of equivalent decomposition in the class of U-split graphs]. Trudy Instituta matematiki Natsyonal'noi akademii nauk Belarusi [*Proceedings of the Institute of Mathematics of the National Academy of Sciences of Belarus*], 2007, vol. 15, no. 1, pp. 91–97 (in Russian).

14. Tyshkevich R. I., Chernyak A. A. Dekompozitsiya grafov [Decomposition of graphs]. Kibernetika [*Cybernetics*], 1985, no. 2, pp. 67–74 (in Russian).

Информация об авторе

Лубашева Татьяна Владимировна – ассистент, Белорусский государственный экономический университет (пр. Партизанский, 26, 220070, Минск, Республика Беларусь). E-mail: lubasheva_t@mail.ru

Information about the author

Tatyana V. Lubasheva – Assistant, Belarus State Economic University (26, Partizanski Ave., 220070, Minsk, Republic of Belarus). E-mail: lubasheva_t@mail.ru

ISSN 1816-0301 (Print)
ISSN 2617-6963 (Online)
УДК 519.711

Поступила 30.08.2018
Received 30.08.2018

Ю. В. Поттосин

*Объединенный институт проблем информатики
Национальной академии наук Беларуси, Минск, Беларусь*

ЭВРИСТИЧЕСКИЙ МЕТОД МНОГОБЛОЧНОЙ ПАРАЛЛЕЛЬНОЙ ДЕКОМПОЗИЦИИ СИСТЕМЫ ЧАСТИЧНЫХ БУЛЕВЫХ ФУНКЦИЙ

Аннотация. Описывается эвристический метод многоблочной параллельной декомпозиции системы частичных булевых функций, минимизирующий число функций, которые составляют искомую суперпозицию. При этом накладывается ограничение на число аргументов получаемых функций. Метод предполагает задание функций в интервальной форме, т. е. в виде пары троичных матриц. Одна из матриц представляет интервалы булева пространства аргументов (матрица интервалов), другая матрица – значения функций на этих интервалах (матрица функций). Рассматриваются графы ортогональности строк указанных матриц, и задача декомпозиции функций сводится к задаче о кратчайшем покрытии множества ребер графа ортогональности строк матрицы функций полными двудольными подграфами (бикликами) графа ортогональности строк матрицы интервалов. Каждой биклике приписывается определенным образом дизъюнктивная нормальная форма (ДНФ), и рассматриваются только те биклики, у которых соответствующие ДНФ имеют элементарные конъюнкции ранга, не превышающего границы числа аргументов получаемых функций. Биклики, составляющие искомое покрытие, и само покрытие формируются последовательно по определенным правилам. По каждой из этих биклик строится функция, аргументами которой являются переменные из элементарной конъюнкции минимального ранга соответствующей ДНФ. Получаемые функции представляются также в интервальной форме.

Ключевые слова: система булевых функций, декомпозиция булевых функций, интервальное задание булевых функций, задача о покрытии, полный двудольный подграф графа

Для цитирования. Поттосин, Ю. В. Эвристический метод многоблочной параллельной декомпозиции системы частичных булевых функций / Ю. В. Поттосин // Информатика. – 2018. – Т. 15, № 4. – С. 109–116.

Yu. V. Pottosin

*The United Institute of Informatics Problems of the National Academy
of Sciences of Belarus, Minsk, Belarus*

A HEURISTIC METHOD FOR MULTI-BLOCK PARALLEL DECOMPOSITION OF A SYSTEM OF PARTIAL BOOLEAN FUNCTIONS

Abstract. A heuristic method for multi-block parallel decomposition of a system of partial Boolean functions is described. The method minimizes the number of functions forming the required superposition. The restriction on the number of arguments of the obtained functions is imposed. The method involves the specification of functions by interval form i. e. in the form of a pair of ternary matrices. One of the matrices represents intervals of Boolean space of the arguments (matrix of intervals), the other one represents the values of the functions at these intervals (matrix of functions). The graphs of rows orthogonality of those matrices are considered. The problem of functions decomposition is reduced to covering the edge set of the rows orthogonality graph of the matrix of functions by complete bipartite subgraphs (bicliques) of the row orthogonality graph of the matrix of intervals. Every biclique is assigned with a disjunctive normal form (DNF) by a certain way, and only those bicliques are taken into consideration whose DNFs have terms with the ranks not more than the bounds of the number of arguments of the obtained functions. The bicliques that form the desired cover and the cover itself are constructed sequentially by certain rules. Every biclique is used to construct the function whose arguments are the variables from the term of minimum rank from the corresponding DNF. The obtained functions are given also in interval form.

Key words: system of Boolean functions, Boolean function decomposition, interval representation of Boolean functions, cover problem, complete bipartite subgraph

For citation. Pottosin Yu. V. A heuristic method for multi-block parallel decomposition of a system of partial Boolean functions. *Informatics*, 2018, vol. 15, no. 4, pp. 109–116 (in Russian).

Введение. Задача декомпозиции системы булевых функций состоит в том, чтобы представить заданную систему функций в виде суперпозиции более простых функций. Фактически реализация булевой функции схемой из логических элементов, или синтез комбинационной схемы, сводится к задаче декомпозиции, когда получаемая суперпозиция должна содержать функции, реализуемые отдельными логическими элементами. Задача декомпозиции булевых функций, успешное решение которой непосредственно влияет на качество и стоимость проектируемых цифровых устройств, является одной из важных и сложных задач области логического проектирования. Декомпозиция системы булевых функций, описывающей поведение некоторого дискретного устройства, ведет к разбиению его на отдельные блоки, что облегчает дальнейшую процедуру логического синтеза. В настоящей статье данная задача рассматривается в следующей постановке.

Задана система частичных (не полностью определенных) булевых функций в виде векторной функции $f(\mathbf{x}) = (f_1(\mathbf{x}), f_2(\mathbf{x}), \dots, f_m(\mathbf{x}))$, где компонентами вектора $\mathbf{x} = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ являются булевы переменные, составляющие множество X . Требуется найти суперпозицию $f(\mathbf{x}) \leq \Phi(g_1(z_1), g_2(z_2), \dots, g_k(z_k))$, где z_1, z_2, \dots, z_k – векторные переменные, компонентами которых служат переменные из подмножеств Z_1, Z_2, \dots, Z_k (возможно, пересекающихся) множества $X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$, а символ \leq обозначает отношение реализации, т. е. значения компонент $\Phi_1, \Phi_2, \dots, \Phi_m$ векторной функции Φ совпадают со значениями компонент функции f везде, где эти значения определены. При этом мощность $|Z_i|$ ($i = 1, 2, \dots, k$) должна быть ограничена некоторой заданной величиной p , а число k должно быть минимальным и меньшим, чем n .

Указанная декомпозиция определяет структуру логической схемы (рис. 1), где блоки реализуют функции, составляющие искомую суперпозицию. Величина p может определяться, например, ограничением на число входных полюсов блоков, реализующих функции g_1, g_2, \dots, g_k . Такой вид декомпозиции назван *многоблочной параллельной декомпозицией* [1].

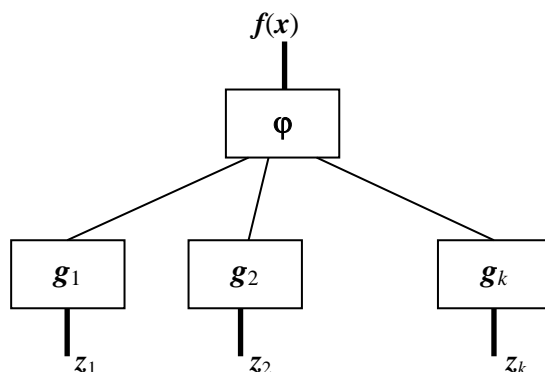


Рис. 1. Структура логической схемы

Задача декомпозиции в различных постановках решалась при заданных совокупностях множеств Z_1, Z_2, \dots, Z_k [1–3]. В статье [4] предложен метод, не требующий конкретного задания этих множеств. Он дает точное решение данной задачи, но не всегда гарантирует получение этого решения за приемлемое время. Здесь предлагается эвристический метод решения данной задачи декомпозиции, выполняемый за более короткое время.

Используемый подход. Предлагаемый метод решения рассматриваемой задачи требует интервального задания системы частичных булевых функций [3] в виде пары троичных матриц X, F размерности $l \times n$ и $l \times m$. Столбцы матрицы X соответствуют переменным x_1, x_2, \dots, x_n , а столбцы матрицы F – функциям $f_1(x), f_2(x), \dots, f_m(x)$. Строка матрицы X представляет интервал булева пространства, а соответствующая ей строка матрицы F – значения функций на этом интервале. Символ « \rightarrow » в i -й строке и j -м столбце матрицы F означает, что i -й интервал не используется для задания функции $f_j(x)$. Значения всех функций заданной системы не определены на той части булева пространства, которая не охвачена интервалами, представленными строками матрицы X . Строки матриц X и F имеют общую естественную нумерацию.

Рассмотрим графы $G_X = (V, E_X)$ и $G_F = (V, E_F)$, где множество вершин V является множеством общих номеров строк матриц X и F , а множества ребер E_X и E_F – множествами пар номеров ортогональных строк матриц X и F соответственно. Две строки троичной матрицы ортогональны, если имеется столбец, в котором в одной из этих строк расположен нуль, а в другой – единица [1]. Система функций задана корректно, если $E_F \subseteq E_X$, т. е. G_F является остовным подграфом графа G_X .

Замечание. Любая пара матриц (X, F) указанного вида может рассматриваться как представление некоторой системы частичных булевых функций, если граф G_F является остовным подграфом графа G_X .

Каждому ребру из множества E_X приписано множество переменных из множества $X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$, по которым соответствующие строки ортогональны. Полному двудольному подграфу, или биклике, графа G_X припишем множество переменных из X , взятых по одной из каждого ребра, принадлежащего данной биклике. Биклику назовем полезной, если число приписанных ей переменных не превышает p и она содержит хотя бы одно ребро из множества E_F .

Множество переменных, приписываемых биклике, определяется следующим образом. Пусть $\{x_i, x_j, \dots, x_k\}$ – множество переменных, по которым ортогональны две строки, соответствующие ребру из множества E_X . Образует элементарную дизъюнкцию $x_i \vee x_j \vee \dots \vee x_k$ из этих переменных. Получим конъюнктивную нормальную форму (КНФ), членами которой будут указанные дизъюнкции, взятые по всем ребрам, входящим в рассматриваемую биклику. После удаления возможных поглощаемых элементарных дизъюнкций преобразуем эту КНФ, раскрыв скобки, в ДНФ. Из полученной таким образом ДНФ выбирается любая элементарная конъюнкция минимального ранга, и составляющие ее переменные приписываются рассматриваемой биклике.

Утверждение. Для системы частичных булевых функций $f(x)$, заданной троичными матрицами X и F , существует реализующая ее суперпозиция $\Phi(g_1(z_1), g_2(z_2), \dots, g_k(z_k))$, если существует покрытие множества E_F полезными бикликами графа G_X , число которых k .

Пусть получено указанное покрытие бикликами B_1, B_2, \dots, B_k . Каждая биклика B_i может быть задана неупорядоченной парой множеств вершин $\langle V_i^1, V_i^2 \rangle$, поскольку каждая вершина из V_i^1 связана в биклике ребрами со всеми вершинами из V_i^2 . Каждая функция $g_i(z_i)$ задается матрицами X_i и F_i . Матрица X_i является минором матрицы X , образованным столбцами, которые соответствуют переменным, приписанным биклике B_i . Матрица F_i состоит из одного столбца, где в строке с номером, соответствующим вершине из V_i^1 , находится нуль, в строке с номером, соответствующим вершине из V_i^2 , – единица (или наоборот), а в строке, которой не соответствует ни одна из вершин множеств V_i^1 и V_i^2 , находится символ « \leftarrow ». Векторная функция Φ задается матрицами U и Φ . Матрица U состоит из столбцов, представляющих матрицы F_1, F_2, \dots, F_k , а матрица Φ совпадает с матрицей F . Действительно, согласно приведенному выше замечанию пара матриц (U, Φ) может рассматриваться как представление системы частичных булевых функций. Видно, что для любого значения вектора x , произвольно взятого из области определения любой функции f_i заданной системы, значения функций ϕ_i и f_i будут совпадать. Следовательно, пары матриц $(X_1 F_1), (X_2 F_2), \dots, (X_k F_k)$ и (U, Φ) представляют искомую суперпозицию. Это представление обладает избыточностью в виде поглощаемых и совпадающих строк матриц X_1, X_2, \dots, X_k , которую легко устранить.

Предлагаемый подход представлен в работе [5], а метод, который его использует, описан в статье [4]. Данный метод сводится к тому, что сначала в графе G_X находятся все максимальные полезные биклики, а потом получается кратчайшее покрытие ими ребер графа G_F . Такие действия не всегда приводят к решению задач практической размерности за приемлемое время. Верхней границей числа всех максимальных биклик в графе служит $2^{n-1} - 1$, где n – число вершин графа. Эта граница достигается, когда граф G_X полный. Кроме того, задача кратчайшего покрытия относится к числу NP-трудных задач, т. е. является задачей неполиномиальной сложности. Как сказано в статье [4], такой метод следует считать основой для разработки эвристических методов решения данной задачи. Описание одного из них представлено далее.

Описание метода. Метод заключается в последовательном выполнении следующих этапов, в результате чего получаются функции $g_1(z_1), g_2(z_2), \dots, g_k(z_k)$ и Φ , заданные в интервальной форме:

Этап 1. Определение нижней границы числа биклик, которые могут составить искомое покрытие, и формирование начального множества биклик в виде отдельных ребер графа G_F . В полном графе K_n мощность покрытия бикликами ребер графа не меньше чем $\lceil \log_2 n \rceil$, где $\lceil a \rceil$ – целое число, ближайшее сверху к a . Если взять раскраску вершин графа G_F и заменить каждое множество одноцветных вершин одной вершиной, сохранив все ребра, то получим полный граф, скажем K_m . Выделим $\lceil \log_2 m \rceil = k$ изолированных ребер и объявим их начальной совокупностью биклик B_1, B_2, \dots, B_k . (Поскольку метод не претендует на получение точного решения, можно воспользоваться последовательной раскраской графа, не гарантирующей минимума числа цветов.)

Этап 2. Расширение биклик за счет внесения вершин, не охваченных начальным множеством биклик, в множества V_i^1 и V_i^2 . На этом этапе перебираются вершины v_j из множества V , не вошедшие ни в одну из имеющихся биклик. Выбирается пара (v_j, V_i^1) или (v_j, V_i^2) , с тем чтобы заменить множество V_i^1 на $\{v_j\} \cup V_i^1$ или V_i^2 на $\{v_j\} \cup V_i^2$ соответственно. При этом в первом случае вершина v_j должна быть связана ребрами со всеми вершинами из V_i^2 , а во втором случае – со всеми вершинами из V_i^1 . Так вносятся новые ребра в биклику $B_i = \langle V_i^1, V_i^2 \rangle$. Внесение вершины v_j в множество V_i^t ($t = 1, 2$) сопровождается добавлением в КНФ, соответствующую биклике B_i , элементарных дизъюнкций, связанных с вносимыми ребрами. Разумеется, надо учитывать закон поглощения $(a \vee b) a = a$. Кроме того, необходимо, чтобы изменяемая биклика оставалась полезной, т. е. ДНФ, получаемая раскрытием скобок в КНФ, должна содержать хотя бы одну элементарную конъюнкцию ранга, не превышающего заданного p . Выбор пары (v_j, V_i^t) осуществляется последовательно согласно следующим критериям:

- 1) минимуму ребер графа G_F , которые не сможет покрыть биклика B_i . Такое ребро связывает пару вершин, присутствующую в той или другой доле биклики B_i ;
- 2) максимуму новых покрываемых ребер из множества E_F , вводимых в биклику B_i вместе с вершиной v_j ;
- 3) наименьшему минимальному рангу элементарной конъюнкции в соответствующей ДНФ;
- 4) максимуму числа элементарных конъюнкций минимального ранга в соответствующей ДНФ. Минимум определяется по всем ДНФ.

Выполнение этапа 2 заканчивается, когда каждая вершина из множества V окажется в какой-нибудь из имеющихся биклик.

Этап 3. Формирование покрытия множества E_F бикликами графа G_X за счет последовательного внесения новых ребер в имеющиеся биклики. Здесь так же, как и на этапе 2, выполняется последовательность шагов, на каждом из которых выбирается пара (v_i, V_j^s) , $v_i \notin V_j^1$, $v_i \notin V_j^2$, $s = 1, 2$, $j = 1, 2, \dots, k$, и вершина v_i связана ребрами из множества E_X со всеми вершинами из множества V_j^s . Вершина v_i вносится в множество V_j^t ($t \neq s$), и таким образом вносятся новые ребра в биклику $B_j = \langle V_j^1, V_j^2 \rangle$. Такое действие имеет смысл, когда среди этих ребер имеется хотя бы одно из ребер графа G_F , не присутствующее ни в одной из имеющихся биклик. Внесение вершины v_i в множество V_j^t также сопровождается добавлением в КНФ, соответствующую биклике B_j , элементарных дизъюнкций, связанных с вносимыми ребрами. При этом необходимо, чтобы изменяемая биклика оставалась полезной. Выбор пары (v_i, V_j^s) осуществляется по тем же критериям, которые применяются на этапе 2.

Если указанной пары найти не удастся, в искомую совокупность вносится новая биклика в виде одного ребра из E_F , не принадлежащего ни одной из имеющихся биклик. Процесс заканчивается, когда каждое ребро из E_F окажется хотя бы в одной из биклик B_1, B_2, \dots, B_k .

Этап 4. Определение булевых функций $g_1(z_1), g_2(z_2), \dots, g_k(z_k)$ и векторной функции Φ . Выполнение этого этапа дано в описании используемого подхода.

Пример. Пусть система частичных булевых функций $f(x)$ задана троичными матрицами

$$X = \begin{array}{cccccc|c} x_1 & x_2 & x_3 & x_4 & x_5 & x_6 & \\ \hline 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & - & - & 0 & 1 & - & 2 \\ 1 & - & 1 & 1 & 0 & 1 & 3 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 4 \\ 1 & - & 1 & - & 1 & 0 & 5 \\ 0 & 0 & - & 1 & 1 & - & 6 \end{array}, \quad F = \begin{array}{ccc|c} f_1 & f_2 & f_3 & \\ \hline 0 & 0 & 1 & 1 \\ - & 1 & 1 & 2 \\ 0 & - & 0 & 3 \\ 1 & 1 & - & 4 \\ - & 0 & 1 & 5 \\ 1 & 0 & - & 6 \end{array}.$$

Требуется получить суперпозицию $f(\mathbf{x}) \leq \Phi(g_1(\mathbf{z}_1), g_2(\mathbf{z}_2), \dots, g_k(\mathbf{z}_k))$ при минимальном k и числе p компонент каждого из векторов $\mathbf{z}_1, \mathbf{z}_2, \dots, \mathbf{z}_k$, не превышающем 3.

Граф $G_X = (V, E_X)$ с множеством вершин $V = \{v_1, v_2, v_3, v_4, v_5, v_6\}$ представим в виде перечня ребер. В табл. 1 приведены эти ребра и приписанные им переменные. Граф $G_F = (V, E_F)$ имеет то же множество вершин, а его множество ребер E_F отличается от E_X только тем, что в нем отсутствуют ребра v_2v_4 и v_5v_6 , которые соответствуют парам неортогональных строк матрицы F .

Таблица 1

v_1v_2	v_1v_3	v_1v_4	v_1v_6	v_2v_3	v_2v_4	v_2v_5	v_2v_6	v_3v_4	v_3v_5	v_3v_6	v_4v_5	v_4v_6	v_5v_6
x_1	$x_4x_5x_6$	$x_1x_2x_3x_4x_6$	x_1x_4	$x_1x_4x_5$	x_4	x_1	x_4	$x_1x_3x_5$	x_5x_6	x_1x_5	$x_1x_3x_6$	x_2	x_1

Для рассматриваемого примера перечисленные этапы выполняются следующим образом:

Этап 1. Хроматическое число графа G_F равно 4, следовательно, за начальную совокупность биклик возьмем два ребра с максимальным количеством приписанных переменных. Эти биклики с одноэлементными долями и соответствующие элементарные дизъюнкции имеют следующий вид:

$$\begin{aligned} \langle \{v_1\}, \{v_4\} \rangle &= (x_1 \vee x_2 \vee x_3 \vee x_4 \vee x_6), \\ \langle \{v_2\}, \{v_3\} \rangle &= (x_1 \vee x_4 \vee x_5). \end{aligned}$$

Этап 2. Пара $(v_5, \{v_4\})$ для варианта формирования биклики $\langle \{v_1, v_5\}, \{v_4\} \rangle$ оценивается по приведенным критериям как одна из лучших. Действительно, ребро v_1v_5 отсутствует в графе G_F . Число новых покрываемых ребер во всех случаях равно единице. Соответствующая КНФ имеет вид $(x_1 \vee x_2 \vee x_3 \vee x_4 \vee x_6)(x_1 \vee x_3 \vee x_6)$ и после преобразования по закону поглощения совпадает с ДНФ $x_1 \vee x_3 \vee x_6$, имеющей три элементарные конъюнкции ранга 1.

На следующем шаге из вариантов

$$\begin{aligned} \langle \{v_1, v_5, v_6\}, \{v_4\} \rangle &= x_2(x_1 \vee x_3 \vee x_6), \\ \langle \{v_1, v_5\}, \{v_4, v_6\} \rangle &= (x_1), \\ \langle \{v_2, v_6\}, \{v_3\} \rangle &= (x_1 \vee x_5), \\ \langle \{v_2\}, \{v_3, v_6\} \rangle &= (x_4) \end{aligned}$$

выбирается вариант $\langle \{v_2, v_6\}, \{v_3\} \rangle$. В одну из долей каждой биклики попадает пара вершин, связанных ребром из множества E_F , т. е. по первому критерию все варианты равнозначны. По второму критерию они также равнозначны, так как во всех вариантах вносится по одному новому ребру. По третьему критерию выигрывает вариант $\langle \{v_2, v_6\}, \{v_3\} \rangle$, так как в соответствующей ДНФ присутствуют две элементарные конъюнкции ранга 1. Это максимум среди всех вариантов.

Таким образом, исходными данными для этапа 3 являются биклики $\langle \{v_1, v_5\}, \{v_4\} \rangle$ и $\langle \{v_2, v_6\}, \{v_3\} \rangle$.

Этап 3. На первом шаге рассматриваются варианты, представленные в табл. 2. В правом крайнем столбце показаны величины, по которым делается выбор. Ясно, что первый вариант имеет преимущество по сравнению с остальными вариантами. Результатом выполнения этого шага являются биклики $\langle \{v_1, v_5\}, \{v_2, v_4\} \rangle$ и $\langle \{v_2, v_6\}, \{v_3\} \rangle$.

Таблица 2

Биклика	ДНФ	Критерии
$\{v_1, v_5\}, \{v_2, v_4\}$	x_1	0, 2, 1, 1
$\{v_1, v_3, v_5\}, \{v_4\}$	$x_1 \vee x_3 \vee x_5x_6$	2, 1, 1, 2
$\{v_1, v_5\}, \{v_3, v_4\}$	$x_1x_5 \vee x_3x_5 \vee x_6$	1, 2, 1, 1
$\{v_1, v_5, v_6\}, \{v_4\}$	$x_1x_2 \vee x_2x_3 \vee x_2x_6$	1, 1, 2, 0
$\{v_1, v_5\}, \{v_4, v_6\}$	x_1	1, 2, 1, 1
$\{v_1, v_2, v_6\}, \{v_3\}$	$x_1x_4 \vee x_1x_6 \vee x_5$	3, 1, 1, 1

Окончание табл. 2

Биклика	ДНФ	Критерии
$\{v_2, v_6\}, \{v_1, v_3\}$	x_1	2, 2, 1, 1
$\{v_2, v_4, v_6\}, \{v_3\}$	$x_1 \vee x_5$	2, 1, 1, 2
$\{v_2, v_6\}, \{v_3, v_4\}$	$x_1 x_2 x_4 \vee x_2 x_4 x_5$	2, 1, 3, 0
$\{v_2, v_5, v_6\}, \{v_3\}$	$x_5 \vee x_1 x_6$	2, 1, 1, 1
$\{v_2, v_6\}, \{v_3, v_5\}$	x_1	2, 1, 1, 1

Варианты, рассматриваемые на следующем шаге, представлены в табл. 3. Некоторые из них рассматриваются повторно, поскольку ребра, внесенные в биклику, следует исключить из непокрываемых и подлежащих покрытию. Применение критериев в установленном порядке приводит к выбору варианта биклики $\langle \{v_1, v_5\}, \{v_2, v_3, v_4\} \rangle$.

Таблица 3

Биклика	ДНФ	Критерии
$\{v_1, v_2, v_6\}, \{v_3\}$	$x_1 x_4 \vee x_1 x_6 \vee x_5$	2, 1, 1, 1
$\{v_2, v_6\}, \{v_1, v_3\}$	x_1	2, 1, 1, 1
$\{v_2, v_4, v_6\}, \{v_3\}$	$x_1 \vee x_5$	2, 1, 1, 2
$\{v_2, v_6\}, \{v_3, v_4\}$	$x_1 x_2 x_4 \vee x_2 x_4 x_5$	2, 1, 3, 0
$\{v_2, v_5, v_6\}, \{v_3\}$	$x_5 \vee x_1 x_6$	1, 1, 1, 1
$\{v_1, v_3, v_5\}, \{v_2, v_4\}$	x_1	2, 1, 1, 1
$\{v_1, v_5\}, \{v_2, v_3, v_4\}$	$x_1 x_5 \vee x_1 x_6$	1, 2, 2, 0
$\{v_1, v_5, v_6\}, \{v_2, v_4\}$	$x_1 x_2 x_4$	1, 2, 3, 0
$\{v_1, v_5\}, \{v_2, v_4, v_6\}$	x_1	2, 1, 1, 1

В табл. 4 представлены варианты, рассматриваемые на очередном шаге. Биклика предпоследнего варианта не является полезной, поскольку минимальный ранг элементарной конъюнкции в соответствующей ДНФ равен 4, т. е. превышает заданную величину $p = 3$. В данном случае выигрывает первый вариант – биклика $\langle \{v_2, v_6\}, \{v_1, v_3\} \rangle$.

Таблица 4

Биклика	ДНФ	Критерии
$\{v_2, v_6\}, \{v_1, v_3\}$	x_1	1, 1, 1, 1
$\{v_2, v_4, v_6\}, \{v_3\}$	$x_1 \vee x_5$	2, 1, 1, 2
$\{v_2, v_6\}, \{v_3, v_4\}$	$x_1 x_2 x_4 \vee x_2 x_4 x_5$	2, 1, 3, 0
$\{v_1, v_5, v_6\}, \{v_2, v_3, v_4\}$	$x_1 x_2 x_4 x_5 \vee x_1 x_2 x_4 x_6$	неполезная
$\{v_1, v_5\}, \{v_2, v_3, v_4, v_6\}$	$x_1 x_5 \vee x_1 x_6$	3, 1, 2, 0

На следующем шаге рассматриваются только два варианта – биклика $\langle \{v_2, v_4, v_6\}, \{v_1, v_3\} \rangle$ с элементарной конъюнкцией x_1 ранга 1 и биклика $\langle \{v_2, v_6\}, \{v_1, v_3, v_4\} \rangle$ с элементарной конъюнкцией $x_1 x_2 x_4$ ранга 3. Каждая из них содержит по одному новому покрываемому ребру и по две пары вершин, связанных ребром, в одной из долей. Выбирается биклика $\langle \{v_2, v_4, v_6\}, \{v_1, v_3\} \rangle$ с элементарной конъюнкцией меньшего ранга.

В ходе решения возникла ситуация, когда сформированы биклики $\langle \{v_1, v_5\}, \{v_2, v_3, v_4\} \rangle$ и $\langle \{v_2, v_4, v_6\}, \{v_1, v_3\} \rangle$ с соответствующими ДНФ $x_1 x_5 \vee x_1 x_6$ и x_1 и остались непокрытыми ребра $v_2 v_6$ и $v_4 x_6$. Ребро $v_2 v_6$ находится в одной из долей биклики $\langle \{v_2, v_4, v_6\}, \{v_1, v_3\} \rangle$, а расширение биклики $\langle \{v_1, v_5\}, \{v_2, v_3, v_4\} \rangle$ до $\langle \{v_1, v_5, v_6\}, \{v_2, v_3, v_4\} \rangle$ приводит к бесполезной биклике. Поэтому необходимо ввести новую биклику $\langle \{v_2\}, \{v_6\} \rangle$, покрывающую ребро $v_2 v_6$. В эту биклику введем оставшееся непокрытым ребро $v_4 x_6$. Таким образом, получено следующее покрытие бикликами графа G_X множества ребер E_F графа G_F :

$$\begin{aligned} &\langle \{v_1, v_5\}, \{v_2, v_3, v_4\} \rangle - x_1 x_5 \vee x_1 x_6, \\ &\langle \{v_2, v_4, v_6\}, \{v_1, v_3\} \rangle - x_1, \\ &\langle \{v_2, v_4\}, \{v_6\} \rangle - x_2 x_4. \end{aligned}$$

Этап 4. Представленные ниже матрицы задают искомую суперпозицию:

$$\mathbf{X}_1 = \begin{matrix} x_1 & x_5 \\ \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} & \begin{matrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \\ 6 \end{matrix} \end{matrix}, \mathbf{F}_1 = \begin{matrix} g_1 \\ \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \\ - \end{bmatrix} & \begin{matrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \\ 6 \end{matrix} \end{matrix}; \quad \mathbf{X}_2 = \begin{matrix} x_1 \\ \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} & \begin{matrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \\ 6 \end{matrix} \end{matrix}, \mathbf{F}_2 = \begin{matrix} g_2 \\ \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ - \\ 0 \end{bmatrix} & \begin{matrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \\ 6 \end{matrix} \end{matrix}; \quad \mathbf{X}_3 = \begin{matrix} x_2 & x_4 \\ \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ -0 & 2 \\ -1 & 3 \\ 1 & 1 \\ - & 5 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} & \begin{matrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \\ 6 \end{matrix} \end{matrix}, \mathbf{F}_3 = \begin{matrix} g_3 \\ \begin{bmatrix} - \\ 0 \\ - \\ 0 \\ - \\ 1 \end{bmatrix} & \begin{matrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \\ 6 \end{matrix} \end{matrix};$$

$$\mathbf{U} = \begin{matrix} g_1 & g_2 & g_3 \\ \begin{bmatrix} 0 & 1 & - \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & - \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & - & - \\ - & 0 & 1 \end{bmatrix} & \begin{matrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \\ 6 \end{matrix} \end{matrix}, \quad \mathbf{\Phi} = \begin{matrix} \Phi_1 & \Phi_2 & \Phi_3 \\ \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ -1 & 1 & 1 \\ 0 & - & 0 \\ 1 & 1 & - \\ - & 0 & 1 \\ 1 & 0 & - \end{bmatrix} & \begin{matrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \\ 6 \end{matrix} \end{matrix}.$$

В результате минимизации получим две системы ДНФ в матричном представлении:

$$\begin{matrix} x_1 & x_2 & x_4 & x_5 \\ \begin{bmatrix} 1 & - & - & 1 \\ 1 & - & - & - \\ - & 0 & 1 & - \end{bmatrix} & \begin{matrix} g_1 & g_2 & g_3 \\ \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \end{matrix} \end{matrix}; \quad \begin{matrix} g_1 & g_2 & g_3 \\ \begin{bmatrix} - & 0 & - \\ 1 & - & 0 \\ 0 & - & - \end{bmatrix} \end{matrix}, \quad \begin{matrix} \Phi_1 & \Phi_2 & \Phi_3 \\ \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \end{matrix}.$$

Заключение. Описанный метод, в отличие от метода, представленного в статье [4], не гарантирует получения минимального числа блоков в структурной реализации заданной системы булевых функций, но позволяет решать задачу за значительно более короткое время. Метод из статьи [4] не предполагает упрощения получаемых функций, составляющих искомую суперпозицию. Тогда получение такой суперпозиции сводилось бы к задаче о взвешенном покрытии, что усложнило бы и без того трудоемкую задачу. Весом биклики в этом случае следовало бы считать минимум ранга элементарной конъюнкции в соответствующей ДНФ. Применение критерия 3 незначительно усложняет эвристический метод, приводит к упрощению получаемых функций. Если довести решение рассматриваемого примера до получения минимальной системы ДНФ, что и сделано в настоящей статье, то нетрудно заметить, что представленный эвристический метод получил решение по качеству даже лучшее, чем решение в статье [4].

Список использованных источников

1. Закревский, А. Д. Логические основы проектирования дискретных устройств / А. Д. Закревский, Ю. В. Поттосин, Л. Д. Черемисинова. – М. : Физматлит, 2007. – 592 с.
2. Бибило, П. Н. Синтез комбинационных схем методом функциональной декомпозиции / П. Н. Бибило, С. В. Енин. – Минск : Наука и техника, 1987. – 189 с.
3. Поттосин, Ю. В. Табличные методы декомпозиции систем полностью определенных булевых функций / Ю. В. Поттосин, Е. А. Шестаков. – Минск : Беларуская навука, 2006. – 327 с.
4. Поттосин, Ю. В. Метод многоблочной параллельной декомпозиции системы частичных булевых функций / Ю. В. Поттосин // Информатика. – 2017. – № 3(55). – С. 92–98.

5. Поттосин, Ю. В. Декомпозиция системы частичных булевых функций с помощью покрытия графа полными двудольными подграфами / Ю. В. Поттосин, Е. А. Шестаков // Новые информационные технологии в исследовании дискретных структур : докл. Второй Всерос. конф., Екатеринбург, 1998. – Екатеринбург : УрО РАН, 1998. – С. 185–189.

References

1. Zakrevskij A. D., Pottosin Yu. V., Cheremisina L. D. Logicheskie osnovy proektirovaniya diskretnyh ustrojstv. *Logical Fundamentals for Design of Discrete Devices*. Moscow, Fismatlit Publ., 2007, 592 p. (in Russian).
2. Bibilo P. N., Enin S. V. Sintez kombinacionnyh shem metodom funkcional'noj dekompozicii. *Synthesis of Combinational Circuits by Functional Decomposition Method*. Minsk, Nauka i tehnika Publ., 1987, 189 p. (in Russian).
3. Pottosin Yu. V., Shestakov E. A. Tablichnye metody dekompozicii system polnost'ju opredelennyh bulevyh funkcyj. *Table Methods for Decomposition of Systems of Completely Specified Boolean Functions*. Minsk, Belaruskaja navuka Publ., 2006, 327 p. (in Russian).
4. Pottosin Yu. V. Metod mnogoblochnoj parallel'noj dekompozicii sistemy chastichnyh bulevyh funkcyj [A method for parallel multi-block decomposition of a system of partial Boolean functions]. *Informatika [Informatics]*, 2017, no. 3(55), pp. 92–98 (in Russian).
5. Pottosin Yu. V., Shestakov E. A. Dekompozicija sistemy chastichnyh bulevyh funkcyj s pomoshh'ju pokrytij grafa polnymi dvudol'nymi podgrafami [Decomposition of a system of partial Boolean functions using covering graph with bipartite complete subgraphs]. *Doklady Vtoroj Vserossijskoj konferencii "Novye informacionnye tehnologii v issledovanii diskretnyh struktur"*, Ekaterinburg, 1998 [*Proceedings of the Second All-Russian Conference "Novel Information Technologies in the Research of Discrete Structures"*, Ekaterinburg, 1998]. Ekaterinburg, Ural'skoe otdelenie Rossijskoj akademii nauk, 1998, pp. 185–189 (in Russian).

Информация об авторе

Поттосин Ю. В. – кандидат физико-математических наук, ведущий научный сотрудник, Объединенный институт проблем информатики Национальной академии наук Беларуси (ул. Сурганова, 6, 220012, Минск, Республика Беларусь). E-mail: pott@newman.bas-net.by

Information about the author

Yuri V. Pottosin – Cand. Sci. (Phys.-Math.), Leading Researcher, The United Institute of Informatics Problems of the National Academy of Sciences of Belarus (6, Surganova Str., 220012, Minsk, Republic of Belarus). E-mail: pott@newman.bas-net.by

Правила для авторов

Редакция журнала «Информатика» просит авторов руководствоваться приведенными ниже правилами:

1. Статьи принимаются в редакцию через электронную систему подачи по адресу <http://inf.grid.by> в формате файлов текстовых редакторов Microsoft Word. Основной текст статьи не должен превышать 17 стр., включая рисунки, таблицы и достаточное количество наиболее актуальных ссылок; обзорной статьи – 10 стр., включая все основные ссылки. Текст набирается с переносами, шрифт Times New Roman 11 пт, интервал между строками одинарный, абзацный отступ 1 см, поля по 2,5 см со всех сторон.

Изложенный в статье материал должен быть четко структурированным: введение, цели и задачи, методы, результаты, заключение (выводы).

2. Статьи о результатах работ, проведенных в научных учреждениях, должны иметь разрешение на публикацию (сопроводительное письмо за подписью руководителя или выписку из заседания ученого совета, отдела или кафедры, акт экспертизы).

3. Статья в обязательном порядке должна иметь следующую структуру: индекс по универсальной десятичной классификации (УДК); инициалы и фамилии всех авторов, название статьи, полное название учреждений, где работают авторы, с указанием города, страны, аннотацию (150–250 слов), подрисовочные надписи, названия таблиц и ключевые слова (7–10) на русском и английском языках, адрес электронной почты каждого автора и номер телефона.

4. Аннотация (авторское резюме) должна кратко представлять результаты работы и быть информативной, содержательной. Приветствуется структура аннотации, повторяющая структуру статьи и включающая введение, цели и задачи, методы, результаты, заключение.

5. Формулы, рисунки, таблицы в статье нумеруются в соответствии с порядком их упоминания в тексте. Ссылки на рисунки и таблицы в тексте обязательны. Рисунки должны быть выполнены с хорошим разрешением в масштабе, позволяющем четко различать надписи и обозначения. Подрисовочные подписи с расшифровкой всех позиций, представленных на рисунке, набираются шрифтом гарнитуры основного текста размером 9 пт. Цветные иллюстрации печатаются только в том случае, когда это необходимо для понимания излагаемого материала.

6. Набор формул выполняется в формульном редакторе Microsoft Equation или Math Type. Прямым шрифтом набираются: греческие и русские буквы; математические символы (\sin , \lg , ∞); символы химических элементов (C, Cl, CHCl_3); цифры (римские и арабские); векторы; индексы (верхние и нижние), являющиеся сокращениями слов. Курсивом набираются латинские буквы, символы физических величин (в том числе и в индексе).

7. Сокращения в тексте статьи (за исключением единиц измерения) могут быть использованы только после упоминания полного термина. Единицы измерения физических величин следует приводить в Международной системе единиц (СИ).

8. Цитируемые в статье фамилии авторов теорем, теорий, законов и т. д. следует приводить в скобках на языке оригинала после русского написания. Например, теорема Эйлера (Euler).

9. Список использованной литературы оформляется в соответствии с требованиями Высшей аттестационной комиссии Республики Беларусь (ГОСТ 7.5–2008). Номер литературной ссылки в тексте дается порядковым номером в квадратных скобках. Ссылаться на неопубликованные работы не допускается.

10. Отдельно приводится список цитированных источников в *романском* (латинском) алфавите со следующей структурой: авторы (транслитерация), название статьи в транслитерированном варианте [перевод названия статьи на английский язык в квадратных скобках], название русскоязычного источника (транслитерация) [перевод названия источника на английский язык – парафраз (для журналов можно не делать)], выходные данные с обозначениями на английском языке.

11. Поступившие в редакцию статьи направляются на рецензирование специалистам. Основным критерием целесообразности публикации является новизна и информативность статьи. Если по рекомендациям рецензента статья возвращается автору на доработку, а переработанная рукопись вновь рассматривается редколлегией, датой поступления считается день получения редакцией ее окончательного варианта. Статьи не по профилю журнала возвращаются авторам после заключения редколлегии.

12. Статьи, направляемые на доработку, должны быть возвращены в исправленном виде с ответами на все замечания.

13. Редакция журнала предоставляет возможность первоочередного опубликования статей, представленных лицами, которые осуществляют послевузовское обучение (аспирантура, докторантура, соискательство) в год завершения обучения.

14. Авторы несут ответственность за направление в редакцию статей, уже опубликованных ранее или принятых к публикации другими изданиями.

15. Редакция оставляет за собой право на редакционные изменения, не искажающие основное содержание статьи. Окончательное решение о публикации принимается редакционной коллегией.

Журнал «Информатика» включен Высшей аттестационной комиссией Республики Беларусь в список научных изданий для опубликования результатов диссертационных исследований.

Индексы

00827

для индивидуальных
подписчиков

008272

для предприятий и
организаций