ISSN 1816-0301

4(56)

ОКТЯБРЬ-ДЕКАБРЬ **2017**

Редакционная коллегия:

Главный редактор

А.В. Тузиков

Заместитель главного редактора

М.Я. Ковалев

Члены редколлегии

С.В. Абламейко, В.В. Анищенко, П.Н. Бибило, М.Н. Бобов, А.Б. Долгий (Франция), А.Н. Дудин, А.А. Карпов (Россия), С.Я. Килин, В.В. Краснопрошин, А.М. Крот, С.В. Кругликов, С.П. Кундас, Н.А. Лиходед, П.П. Матус, А.А. Петровский, В.А. Скляров (Португалия), Ю.Н. Сотсков, А.Л. Стемпковский (Россия), Ю.С. Харин, А.Ф. Чернявский, В.Н. Ярмолик Н.А. Рудая (заведующая редакцией)

Адрес редакции:

220012, Минск, ул. Сурганова, 6, к. 305 тел. (017) 284-26-22 e-mail: rio@newman.bas-net.by http://uiip.bas-net.by

ИНФОРМАТИКА

ЕЖЕКВАРТАЛЬНЫЙ НАУЧНЫЙ ЖУРНАЛ

Издается с января 2004 г.

№ 4(56) • октябрь-декабрь 2017

СОДЕРЖАНИЕ

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

| Ерофеенко В.Т., Бондаренко В.Ф. Экранирование электромагнитных волн плоским однослойным экраном из материалов с пространственной дисперсией | | | | |
|---|----|--|--|--|
| Андрушкевич И.Е. Метод построения аналитических решений нелинейных уравнений частными производными и алгоритм решения уравнений третьего порядка специального вида | | | | |
| АВТОМАТИЗАЦИЯ ПРОЕКТИРОВАНИЯ | | | | |
| Красновская С.В., Напрасников В.В. Идентификация прижимных усилий креплений конструкции с использованием нейронных сетей на основе конечно-элементной модели для компрессорно-конденсаторной установки | 31 | | | |
| Кочуров В.А. Методика создания баз распределенных инженерных знаний | 43 | | | |
| Воронин О.В., Потетенко С.В., Кругликов С.В. Совершенствование комплексов средств автоматизации управления формированием тактической противоракетной обороны | | | | |

ОБРАБОТКА СИГНАЛОВ, ИЗОБРАЖЕНИЙ И РЕЧИ

| Гецэвіч Ю.С., Рэентовіч І.В. Лінгвістычны аналіз для беларускага корпуса тэкстаў з прымяненнем метадаў апрацоўкі натуральнай мовы і машыннага навучання | 70 |
|--|-----|
| Сидоренко А.В., Шишко М.С. Шифрование изображений на основе хаотических отображений с использованием параллельных вычислений | 78 |
| Герасимович В.Ю., Петровский Ал.А. Психоакустически мотивированное построение словаря частотно-временных функций универсального масштабируемого аудиокодера на основе разреженной аппроксимации | 89 |
| ЛОГИЧЕСКОЕ ПРОЕКТИРОВАНИЕ | |
| Черемисинова Л.Д. Построение тестов полного перебора для оценки энергопотребления последовательностных схем | 104 |
| Правила для авторов | 111 |

Редактор Г.Б. Гончаренко Корректор А.А. Михайлова Компьютерная верстка О.Б. Бутевич

Сдано в набор 24.10.2017. Подписано в печать 04.12.2017. Формат 60×84 1/8. Бумага офсетная. Гарнитура Таймс. Ризография. Усл. печ. л. 13,0. Уч.-изд. л. 12,8. Тираж 60 экз. Заказ 13.

Государственное научное учреждение «Объединенный институт проблем информатики Национальной академии наук Беларуси». Свидетельство о государственной регистрации издателя, изготовителя, распространителя печатных изданий № 1/274 от 04.04.2014. ЛП № 02330/444 от 18.12.13. Ул. Сурганова, 6, 220012, Минск.

THE UNITED INSTITUTE OF INFORMATICS PROBLEMS OF THE NATIONAL ACADEMY OF SCIENCES OF BELARUS

INFORMATICS

PUBLISHED QUATERLY

Issued since 2004

 N_2 4(56) • October-December 2017

CONTENTS

MATHEMATICAL MODELING

| Erofeenko V.T., Bondarenko V.F. Electromagnetic waves shielding by the plane one-layer creen made from materials with space dispersion | | | |
|--|----|--|--|
| Andrushkevich I.E. A method for the analitical solutions of nonlinear equations with partial derivatives and the algoritm for solving the third-order special equation | | | |
| DESIGN AUTOMATION | | | |
| Krasnovskaya S.V., Naprasnikov V.V. Detection of clamping forces on mounting a construction via neural network for the finite-element model of compressor-condensing unit | 31 | | |
| Kochurov V.A. A method of creating distributed engineering knowledge databases | 43 | | |
| Voronin O.V., Potetenko S.V., Kruglikov S.V. The development of automation management tools by the divisions of tactical missile defense | 54 | | |

SIGNAL, IMAGE AND SPEECH PROCESSING

| Hetsevich Yu.S., Reentovich I.V. Linguistic analysis for the belarusian corpus with the application of natural language processing and machine learning techniques | 70 |
|--|-----|
| Sidorenko A.V., Shishko M.S. Encryption of images on the basis of chaotic mapping and parallel computing | 78 |
| Herasimovich V.Y., Petrovsky Al.A. Psychoacoustically motivated time-frequency | |
| dictionary building for universal scalable audiocoder based on the sparse approximation | 89 |
| LOGICAL DESIGN | |
| Cheremisinova L.D. Tests generation for power consumption estimation of sequential circuits | 104 |
| Dules for the outhors | 111 |

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

УДК 517.958:537.876.4

В.Т. Ерофеенко, В.Ф. Бондаренко

ЭКРАНИРОВАНИЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН ПЛОСКИМ ОДНОСЛОЙНЫМ ЭКРАНОМ ИЗ МАТЕРИАЛОВ С ПРОСТРАНСТВЕННОЙ ДИСПЕРСИЕЙ

Разрабатывается методика решения краевой задачи проникновения плоских монохроматических электромагнитных полей через экран, выполненный из материала с пространственной дисперсией. Постановка краевой задачи основывается на использовании дифференциальной математической модели среды с пространственной дисперсией, классических граничных условий непрерывности тангенциальных составляющих полей и дополнительных граничных условий на лицевых поверхностях экрана. Строится аналитическое решение краевой задачи и численно исследуется коэффициент эффективности экранирования, характеризующий ослабление поля при прохождении через экран. Представляются графики эффективности экранирования в зависимости от частоты поля.

Введение

В настоящее время актуальным является конструирование экранов для защиты от воздействия внешних электромагнитных полей, которые используются для решения проблем электромагнитной совместимости технических систем. Тонкостенные экраны и оболочки применяются для ослабления внешних полей в экранируемых областях. Для этого вычисляются коэффициенты эффективности экранирования – величины, указывающие на степень ослабления внешних электромагнитных полей различных типов экранирующей структурой. Актуальным также является исследование электромагнитных свойств композитных материалов [1], поэтому развиваются математические методы моделирования экранов из композитных материалов: изучаются однослойные и многослойные плоские экраны из анизотропных и биизотропных материалов [2, 3], из композитов с проводящими спиралями [4] и биизотропными частицами [5], из фокусирующих материалов [6]; исследуются экранирующие свойства экранов из биизотропных и киральных метаматериалов при воздействии монохроматических электромагнитных полей электрических и магнитных диполей [7, 8], пучков электромагнитных волн [9] и затухающих волн [10]. Одним из классов композитных материалов являются среды с пространственной дисперсией [11-14]. Для изучения таких сред в статье исследуются экранирующие свойства плоского экрана из материала с пространственной дисперсией. Для аналитического решения краевой задачи экранирования использована система линейно независимых базисных плоских электромагнитных полей, число которых вдвое больше, чем в обычных магнитодиэлектрических средах. Выведены дополнительные граничные условия, накладываемые на магнитное поле на плоскостях экрана, которые обеспечивают единственность решения краевой задачи. Численно исследовано электромагнитное поле, проникшее через экран при воздействии внешнего ТЕ-поляризованного поля.

1. Экран из материала с пространственной дисперсией

В пространстве R^3 с электрической и магнитной постоянными ε_0 , μ_0 размещен плоский экран $D(0 < z < \Delta, -\infty < x, y < \infty)$ толщиной Δ , Oxyz- декартова система координат. Экран D ограничен плоскостями $\Gamma_1(z=0)$, $\Gamma_2(z=\Delta)$. Слой экрана выполнен из материала с пространственной дисперсией (рис. 1). В полупространстве $D_1(z<0)$ возбуждается первичное монохроматическое электромагнитное поле $\vec{\mathbf{E}}_0$, $\vec{\mathbf{H}}_0$ с временной зависимостью $\exp(-i\omega t)$, где $\omega=2\pi\,f$ – круговая частота, f – частота поля.

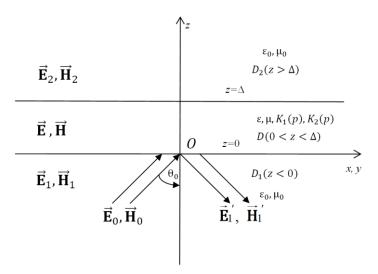


Рис. 1. Экран из материала с пространственной дисперсией под воздействием плоского электромагнитного поля

Обозначим поля: $\vec{\mathbf{E}}_1', \vec{\mathbf{H}}_1'$ – отраженное поле в области D_1 ; $\vec{\mathbf{E}}_1 = \vec{\mathbf{E}}_0 + \vec{\mathbf{E}}_1', \quad \vec{\mathbf{H}}_1 = \vec{\mathbf{H}}_0 + \vec{\mathbf{H}}_1'$ – суммарное поле в области D_1 ; $\vec{\mathbf{E}}_2, \vec{\mathbf{H}}_2$ – поле, проникшее в полупространство $D_2(z > \Delta)$; $\vec{\mathbf{E}}, \vec{\mathbf{H}}$ – поле в слое D. Комплексные амплитуды $\vec{\mathbf{E}}, \vec{\mathbf{H}}$ в среде с пространственной дисперсией подчиняются уравнениям

$$\operatorname{rot}\vec{\mathbf{H}} = -i\omega(\varepsilon\vec{\mathbf{E}} + \vec{\mathbf{P}}), \operatorname{rot}\vec{\mathbf{E}} = i\omega(\mu\vec{\mathbf{H}} + \vec{\mathbf{m}}), \tag{1}$$

где электрическая и магнитная поляризации определяются объемными интегралами по пространственным переменным $\vec{r}_0 = (x_0, y_0, z_0)$:

$$\vec{\mathbf{P}}(\vec{r}) = \frac{\varepsilon_0}{V_1} \int_{D_{1M}} K_1(|\vec{r} - \vec{r_0}|/R_1) \vec{\mathbf{E}}(\vec{r_0}) d\vec{r_0};$$

$$\vec{\mathbf{m}}(\vec{r}) = \frac{\mu_0}{V_2} \int_{D_{1M}} K_2(|\vec{r} - \vec{r_0}|/R_2) \vec{\mathbf{H}}(\vec{r_0}) d\vec{r_0}.$$
(2)

Здесь $D_{jM}=\left\{\vec{r}_0/\middle|\vec{r}-\vec{r}_0\middle|< R_j\right\}$ — шар радиуса R_j , описанный вокруг точки M(x,y,z), точка $M_0(x_0,y_0,z_0)\in D_{jM}, \ \vec{r}=(x,y,z); \ V_j=\frac{4}{3}\pi R_j^3; \ K_j\left(p\right)$ —заданные функции, определяющие характер пространственной дисперсии; $\varepsilon=\varepsilon_0\varepsilon_r, \mu=\mu_0\mu_r; \ \varepsilon_0, \mu_0$ —электрическая и магнитная постоянные.

2. Дифференциальная модель среды с пространственной дисперсией

Для решения задачи проникновения электромагнитных волн через экран воспользуемся дифференциальной моделью, предложенной в статье [14]. Уравнения (1), (2), записанные для композитных материалов, состоящих из частиц, размеры которых значительно меньше длины волны, будут иметь вид

$$\operatorname{rot} \vec{H} = -i\omega \left(\varepsilon_{\Pi} \vec{E} + P \Delta \vec{E} \right), \quad \operatorname{rot} \vec{E} = i\omega \left(\mu_{\Pi} \vec{H} + m \Delta \vec{H} \right) \operatorname{B} D, \tag{3}$$

где

$$\varepsilon_{\Pi} = \varepsilon_{0} \left(\varepsilon_{r} + 3 \int_{0}^{1} K_{1}(p) p^{2} dp \right), \quad \mu_{\Pi} = \mu_{0} \left(\mu_{r} + 3 \int_{0}^{1} K_{2}(p) p^{2} dp \right),$$

$$P = \frac{1}{2} \varepsilon_{0} R_{1}^{2} \int_{0}^{1} K_{1}(p) p^{4} dp, \quad m = \frac{1}{2} \mu_{0} R_{2}^{2} \int_{0}^{1} K_{2}(p) p^{4} dp.$$

Поля в областях D_1 и D_2 удовлетворяют уравнениям Максвелла

$$\operatorname{rot}\vec{H}_{1} = -i\omega\varepsilon_{0}\vec{E}_{1}, \quad \operatorname{rot}\vec{E}_{1} = i\omega\mu_{0}\vec{H}_{1} \text{ B } D_{1}; \tag{4}$$

$$\operatorname{rot} \vec{H}_{2} = -i\omega \varepsilon_{0} \vec{E}_{2}, \quad \operatorname{rot} \vec{E}_{2} = i\omega \mu_{0} \vec{H}_{2} \text{ B } D_{2}. \tag{5}$$

Для формулировки краевой задачи экранирования воспользуемся классическими граничными условиями непрерывности тангенциальных составляющих полей на плоскостях Γ_1 и Γ_2 :

$$\left(\vec{E}_{1\tau} - \vec{E}_{\tau}\right)\Big|_{\tau=0} = 0, \qquad \left(\vec{H}_{1\tau} - \vec{H}_{\tau}\right)\Big|_{\tau=0} = 0;$$
 (6)

$$\left(\vec{E}_{2\tau} - \vec{E}_{\tau}\right)\Big|_{\tau=\Lambda} = 0, \qquad \left(\vec{H}_{2\tau} - \vec{H}_{\tau}\right)\Big|_{\tau=\Lambda} = 0. \tag{7}$$

Так как уравнения (3) являются дифференциальными уравнениями второго порядка, необходимо ввести дополнительные граничные условия на поверхностях Γ_1 , Γ_2 .

Вторые уравнения формул (3), (4) в окрестности поверхности Γ_1 запишем одним уравнением:

$$\operatorname{rot}\vec{E}_{c} = i\omega\mu_{c}\vec{H}_{c} + \vec{M}, \tag{8}$$

где

$$ec{E}_c = ec{E}, \quad ec{H}_c = ec{H}, \quad ec{M} = i \omega m \Delta ec{H}, \quad \mu_c = \mu_\Pi \quad \text{при} \quad z > 0 \; ,$$
 $ec{E}_c = ec{E}_1, \quad ec{H}_c = ec{H}_1, \quad ec{M} = 0, \quad \mu_c = \mu_0 \quad \text{при} \; z < 0 \; .$

Из условия ${
m div}\,\vec{H}=0$ следует ${
m \Delta}\vec{H}=-{
m rotrot}\vec{H}.$ Обозначим $\vec{h}=i\omega m\,{
m rot}\,\vec{H}$ при z>0 и $\vec{h}=0$ при z<0, тогда уравнение (8) примет вид

$$\operatorname{rot}(\vec{E}_c + \vec{h}) = i\omega\mu_c \vec{H}_c. \tag{9}$$

Применяя к уравнению (9) методику вывода граничных условий сопряжения на поверхности Γ_1 , предложенную в [13, с. 185, 190], придем к граничному условию, которое связывает поля по обе стороны плоскости Γ_1 , обозначаемые знаками +, – :

$$\left[\vec{n},\left(\left(\vec{E}_{c}^{+}+h^{+}\right)-\left(\vec{E}_{c}^{-}+h^{-}\right)\right)\right]\Big|_{z=0}=0,\quad \vec{n}=\vec{e}_{z},$$

или

$$\left[\vec{n}, \left(\vec{E}_1 - \vec{E}\right)\right]_{z=0} = i\omega m \left[\vec{n}, \operatorname{rot} \vec{H}\right]_{z=0}.$$
 (10)

Правая часть (10) описывает поверхностные токи магнитных зарядов. В силу их отсутствия положим правую часть равной нулю.

Получим граничное условие

$$\left(\operatorname{rot}\vec{H}\right)_{1}\Big|_{r=0} = 0,\tag{11}$$

где $\vec{A}_{\tau} = \left[\vec{e}_z, \left[\vec{A}, \vec{e}_z\right]\right]$.

Аналогично для плоскости Г₂

$$\left(\operatorname{rot}\vec{H}\right)_{\tau}\Big|_{\tau=\Lambda}=0. \tag{12}$$

Сформулируем краевую задачу.

Краевая задача. Для заданного первичного поля \vec{E}_0 , \vec{H}_0 требуется определить поля \vec{E}_1' , \vec{H}_1' ; \vec{E} , \vec{H} ; \vec{E}_2 , \vec{H}_2 , которые удовлетворяют дифференциальным уравнениям (3)–(5), граничным условиям непрерывности тангенциальных составляющих полей (6), (7), дополнительным граничным условиям (11), (12) и условиям излучения на бесконечность.

3. Аналитическое представление решения краевой задачи для *ТЕ*-поляризованного поля

В качестве первичного плоского поля, падающего на экран D, выберем TE-поле \vec{E}_0 , \vec{H}_0 (вектор \vec{E}_0 параллелен экрану D). Для задания плоских электромагнитных полей воспользуемся базисными волновыми полями вида [13, с. 96]

$$\vec{W}^{(\mp 1)}(\vec{r};\alpha_1,\alpha_2;k) = \frac{ik_0}{\lambda} \vec{V}_1 \Phi(x,y) \exp(\mp vz),$$

$$\vec{W}^{(\mp 2)}(\vec{r};\alpha_1,\alpha_2;k) = \frac{1}{k} \left(\mp \frac{iv}{\lambda} k_0 \vec{V}_2 + \lambda \vec{e}_z \right) \Phi(x,y) \exp(\mp vz),$$
(13)

где k – произвольная комплексная постоянная, $\vec{V}_1 = \frac{1}{k_0} \left(\alpha \ \vec{e}_x - \alpha \ \vec{e}_y \right), \quad \vec{V}_2 = \frac{1}{k_0} \left(\alpha \ \vec{e}_x + \alpha \ \vec{e}_y \right),$ $\alpha_1 = k_0 \sin \theta_0 \cos \phi_0, \quad \alpha_2 = k_0 \sin \theta_0 \sin \phi_0, \quad k_0 = \frac{\omega}{c}, \quad 0 \le \theta_0 < \frac{\pi}{2}, \quad 0 \le \phi_0 < 2\pi, \quad \lambda = \sqrt{\alpha_1^2 + \alpha_2^2} = k_0 \sin \theta_0,$ $v = v(k) = \sqrt{\lambda^2 - k^2}, \quad -\frac{\pi}{2} \le \arg v(k) < \frac{\pi}{2}, \quad \Phi(x,y) = \exp(i\alpha_1 x + i\alpha_2 y).$ Поля (13) в вакууме $(k = k_0)$ преобразуются к виду

$$\vec{W}^{(\mp 1)}(\vec{r}; \alpha_1, \alpha_2; k_0) = \vec{W}_0^{(\mp 1)}(\vec{r}, k_0) = \frac{i}{\sin \theta_0} \vec{V}_1 \Phi \exp(\pm i k_0 z \cos \theta_0),$$

$$\vec{W}^{(\mp 2)}(\vec{r}; \alpha_1, \alpha_2; k_0) = \vec{W}_0^{(\mp 2)}(\vec{r}, k_0) = \left(\mp \frac{\cos \theta_0}{\sin \theta_0} \vec{V}_2 + \sin \theta_0 \vec{e}_z\right) \Phi \exp(\pm i k_0 z \cos \theta_0).$$
(14)

Первичное ТЕ-поляризованное электромагнитное поле определим через поля (14):

$$\vec{E}_0 = A\vec{W}_0^{(-1)}(\vec{r}, k_0), \quad \vec{H}_0 = h_0 A\vec{W}_0^{(-2)}(\vec{r}, k_0), \tag{15}$$

где $h_0 = \frac{1}{iZ_0}, \ Z_0 = \sqrt{\mu_0/\epsilon_0}, A$ – заданная амплитуда.

Через поля (14) также определим электромагнитные поля (отраженное и прошедшее через экран D):

$$\vec{E}_1' = x_1 \vec{W}_0^{(+1)}(\vec{r}, k_0), \quad \vec{H}_1' = h_0 x_1 \vec{W}_0^{(+2)}(\vec{r}, k_0), \quad z < 0; \tag{16}$$

$$\vec{E}_2 = x_2 \vec{W}_0^{(-1)} (\vec{r}, k_0), \quad \vec{H}_2 = h_0 x_2 \vec{W}_0^{(-2)} (\vec{r}, k_0), \quad z > \Delta, \tag{17}$$

где x_1, x_2 – амплитуды, подлежащие определению.

В работе [14] в рамках разработанной автором модели была построена полная система базисных плоских электромагнитных полей, распространяющихся в однородной среде с пространственной дисперсией. Здесь она представлена через волновые поля (13) при $k = k_+(R_1, R_2, \omega)$ и $k = k_-(R_1, R_2, \omega)$ [14, формулы (19)]. В результате TE-поляризованное поле в слое D аналитически запишем в виде комбинации базисных полей

$$\vec{E} = y_1 \vec{W}^{(-1)}(\vec{r}, k_+) + y_2 \vec{W}^{(+1)}(\vec{r}, k_+) + z_1 \vec{W}^{(-1)}(\vec{r}, k_-) + z_2 \vec{W}^{(+1)}(\vec{r}, k_-),$$

$$\vec{H} = y_1 \gamma_+ \vec{W}^{(-2)}(\vec{r}, k_+) + y_2 \gamma_+ \vec{W}^{(+2)}(\vec{r}, k_+) + z_1 \gamma_- \vec{W}^{(-2)}(\vec{r}, k_-) + z_2 \gamma_- \vec{W}^{(+2)}(\vec{r}, k_-),$$
(18)

где коэффициенты y_1, y_2, z_1, z_2 подлежат определению.

Заметим, что поля (15)–(17) удовлетворяют уравнениям Максвелла (4), (5), а поле (18) – уравнениям (3).

4. Граничные условия на экране

Удовлетворяя граничным условиям (6), (7), (11), (12) в совокупности, определим коэффициенты $x_j, y_j, z_j, j = 1$, 2, полей (16)–(18). Сначала удовлетворим граничным условиям (11), (12). Заметим, что для базисных полей (13) имеют место формулы [13, с. 98]: $\operatorname{rot} \vec{W}^{(\mp 1)}(\vec{r}, k) = k \vec{W}^{(\mp 2)}(\vec{r}, k)$, $\operatorname{rot} \vec{W}^{(\mp 2)}(\vec{r}, k) = k \vec{W}^{(\mp 1)}(\vec{r}, k)$.

Тогда для поля (18)

$$\begin{split} \operatorname{rot} \vec{H} &= \gamma_{+} \, k_{+} \Big(y_{1} \vec{W}^{(-1)} \left(\vec{r}, k_{+} \right) + y_{2} \vec{W}^{(+1)} \left(\vec{r}, k_{+} \right) \Big) + \gamma_{-} \, k_{-} \Big(z_{1} \vec{W}^{(-1)} \left(\vec{r}, k_{+} \right) + z_{2} \vec{W}^{(+1)} \left(\vec{r}, k_{-} \right) \Big), \\ & \Big(\operatorname{rot} \vec{H} \Big)_{\tau} = \frac{i}{\sin \theta_{0}} \Big[\gamma_{+} k_{+} \Big(y_{1} \exp(-v_{+}z) + y_{2} \exp(v_{+}z) \Big) + \\ & + \gamma_{-} k_{-} \Big(z_{1} \exp(-v_{-}z) + z_{2} \exp(v_{-}z) \Big) \Big] \Phi \vec{V}_{1}, \end{split}$$

где
$$v_+ = \sqrt{\lambda^2 - k_+^2}$$
, $v_- = \sqrt{\lambda^2 - k_-^2}$, $-\frac{\pi}{2} \le \arg v_+$, $v_- < \frac{\pi}{2}$, $\lambda = k_0 \sin \theta_0$.

Из условия (11) следует

$$\gamma_{+}k_{+}(y_{1}+y_{2})+\gamma_{-}k_{-}(z_{1}+z_{2})=0.$$
 (19)

Из условия (12) следует

$$\gamma_{\perp}k_{\perp}(y_1e_{\perp}^- + y_2e_{\perp}^+) + \gamma_{\perp}k_{\perp}(z_1e_{\perp}^- + z_2e_{\perp}^+) = 0,$$
 (20)

где

$$e_{\perp}^{-} = \exp(-v_{\perp}\Delta), \quad e_{\perp}^{+} = \exp(v_{\perp}\Delta), \quad e_{\perp}^{-} = \exp(-v_{\perp}\Delta), \quad e_{\perp}^{+} = \exp(v_{\perp}\Delta).$$

Для удовлетворения граничным условиям (6), (7) сначала вычислим тангенциальные составляющие полей (15)—(18), а именно

$$\vec{E}_{1\tau} = \vec{E}_{0\tau} + E'_{1\tau} = \frac{i}{\sin \theta_0} (A \exp(ik_0 z \cos \theta_0) + x_1 \exp(-ik_0 z \cos \theta_0)) \Phi \vec{V}_1,$$

$$\vec{H}_{1\tau} = \vec{H}_{0\tau} + \vec{H}'_{1\tau} = h_0 \frac{\cos \theta_0}{\sin \theta_0} (-A \exp(ik_0 z \cos \theta_0) + x_1 \exp(-ik_0 z \cos \theta_0)) \Phi \vec{V}_2;$$
(21)

$$\vec{E}_{2\tau} = \frac{ix_2}{\sin \theta_0} \Phi \exp(ik_0 z \cos \theta_0) \vec{V}_1, \quad \vec{H}_{2\tau} = -h_0 x_2 \frac{\cos \theta_2}{\sin \theta_0} \Phi \exp(ik_0 z \cos \theta_0) \vec{V}_2; \tag{22}$$

$$E_{\tau} = \frac{i}{\sin \theta_0} (y_1 \exp(-v_+ z) + y_2 \exp(v_+ z) + z_1 \exp(-v_- z) + z_2 \exp(v_- z)) \Phi \vec{V_1},$$

$$H_{\tau} = \frac{i}{\sin \theta_0} \left(\frac{\gamma_+ v_+}{k_+} \left(y_2 \exp(v_+ z) - y_1 \exp(-v_+ z) \right) + \frac{\gamma_- v_-}{k_-} \left(z_2 \exp(v_- z) - z_1 \exp(-v_- z) \right) \right) \Phi \vec{V}_2.$$
 (23)

Подставляя выражения (21), (23) в граничные условия (6), получим уравнения

$$y_1 + y_2 + z_1 + z_2 = x_1 + A;$$
 (24)

$$q_{+}(y_{1}-y_{2})+q_{-}(z_{1}-z_{2})=x_{1}-A,$$
 (25)

где

$$q_{+} = \frac{\gamma_{+} v_{+} Z_{0}}{k_{+} \cos \theta_{0}}, \quad q_{-} = \frac{\gamma_{-} v_{-} Z_{0}}{k_{-} \cos \theta_{0}}.$$

Далее удовлетворим граничным условиям (7), подставляя выражения (23), (24) в равенства (7). Придем к системе уравнений

$$y_1 e_+^- + y_2 e_+^+ + z_1 e_-^- + z_2 e_-^+ = x_2 F_0;$$
 (26)

$$q_{+}(y_{2}e_{+}^{+}-y_{1}e_{-}^{-})+q_{-}(z_{2}e_{-}^{+}-z_{1}e_{-}^{-})=x_{2}F_{0},$$
(27)

где

$$F_0 = \exp(ik_0\Delta\cos\theta_0).$$

Таким образом, из граничных условий (6), (7), (11), (12) получена система алгебраических уравнений (19), (20), (24)–(27).

5. Вычисление амплитуд электромагнитных полей

Вычисление неизвестных амплитуд $x_1, x_2, y_1, y_2, z_1, z_2$ электромагнитных полей (16)–(18), определяющих решение краевой задачи экранирования, сведено к решению линейной системы уравнений (19), (20), (24)–(27). Решим систему уравнений аналитически. Разрешая уравнения (19), (20) относительно y_1 и y_2 , получим

$$y_1 = \alpha_{11}z_1 + \alpha_{12}z_2, \quad y_2 = \alpha_{21}z_1 + \alpha_{22}z_2,$$
 (28)

где

$$\alpha_{11} = q(e_{-}^{-} - e_{+}^{+}), \quad \alpha_{12} = q(e_{-}^{+} - e_{+}^{+}), \quad \alpha_{21} = q(e_{-}^{-} - e_{-}^{-}), \quad \alpha_{22} = q(e_{+}^{-} - e_{-}^{+}), \quad q = \frac{\gamma_{-}k_{-}}{2\gamma_{+}k_{+} \operatorname{sh}(\nu_{+}\Delta)}.$$

Вычитая равенства (24), (25), исключим x_1 и получим соотношение

$$y_1(1-q_+) + y_2(1+q_+) + z_1(1-q_-) + z_2(1+q_-) = 2A.$$
 (29)

Аналогично, вычитая равенства (26), (27), придем к соотношению

$$y_1 e_+^- (1 + q_+) + y_2 e_+^+ (1 - q_+) + z_1 e_-^- (1 + q_-) + z_2 e_-^+ (1 - q_-) = 0.$$
(30)

Далее подставим формулы (21) в уравнения (27), (30). Получим систему линейных алгебраических уравнений

$$\beta_{11}z_1 + \beta_{12}z_2 = 2A, \ \beta_{21}z_1 + \beta_{22}z_2 = 0, \tag{31}$$

где

$$\beta_{11} = 1 - q_{-} + \alpha_{11}(1 - q_{+}) + \alpha_{21}(1 + q_{+}),$$

$$\beta_{12} = 1 + q_{-} + \alpha_{12}(1 - q_{+}) + \alpha_{22}(1 + q_{+}),$$

$$\beta_{21} = e_{-}^{-}(1 + q_{-}) + \alpha_{11}e_{+}^{-}(1 + q_{+}) + \alpha_{21}e_{+}^{+}(1 - q_{+}),$$

$$\beta_{22} = e_{-}^{+} (1 - q_{-}) + \alpha_{12} e_{+}^{-} (1 + q_{+}) + \alpha_{22} e_{+}^{+} (1 - q_{+}).$$

Разрешая систему уравнений (31), определим амплитуды z_1, z_2 :

$$z_1 = 2A \frac{\beta_{22}}{d}, \quad z_2 = -2A \frac{\beta_{21}}{d}, \quad d = \beta_{11}\beta_{22} - \beta_{12}\beta_{21}.$$
 (32)

Далее из (28) определим амплитуды y_1, y_2 :

$$y_1 = \frac{2A}{d} (\alpha_{11}\beta_{22} - \alpha_{12}\beta_{21}), \quad y_1 = \frac{2A}{d} (\alpha_{21}\beta_{22} - \alpha_{22}\beta_{21}).$$
 (33)

Амплитуда отраженного поля x_1 определяется из формул (24), (32), (33):

$$x_1 = y_1 + y_2 + z_1 + z_2 - A$$
.

Для практического использования наибольший интерес представляет амплитуда x_2 поля, прошедшего через экран D. В соответствии с формулой (26) имеем

$$x_2 = \left(y_1 e_+^- + y_2 e_+^+ + z_1 e_-^- + z_2 e_+^+\right) / F_0. \tag{34}$$

6. Эффективность экранирования. Вычислительный эксперимент

На практике для оценки экранирующих свойств экранов используется эффективность экранирования

$$\Im = \frac{\left|\vec{\mathbf{E}}_{0}\right|}{\left|\vec{\mathbf{E}}_{2}\right|} = \frac{\left|A\right|}{\left|x_{2}\right|},\tag{35}$$

где A – амплитуда TE-поляризованного поля, падающего на экран; x_2 – амплитуда поля, проникшего через экран; величина x_2 (34) зависит от толщины Δ , радиусов частиц R_1, R_2 и круго-

вой частоты ω посредством величин e_+^- , e_+^+ e_-^- , e_-^+ (см. (20)), коэффициенты y_j , z_j также зависят от указанных параметров (см. (32), (33)) и от волновых чисел k_+ , k_- .

Коэффициент (35) означает, во сколько раз ослабевает внешнее электрическое поле (15) при прохождении через плоский экран из области D_1 в область D_2 . Для численного исследования экранирующих свойств экрана с пространственной дисперсией в качестве функций $K_j(p)$ выберем

$$K_{j}(p) = M_{j}\overline{K}_{j}(p), \quad \overline{K}_{j}(p) = \frac{\exp(a_{j}(1-p))-1}{\exp(a_{j})-1}, \quad 0 \le p \le 1, \quad j = 1, 2,$$
 (36)

где a_1, a_2, M_1, M_2 – исходные постоянные, в общем случае комплексные.

Для функций (36) положим $a_1=2, a_2=1, M_1=1+i\,\sigma, M_2=1$. Величину σ будем интерпретировать как безразмерную удельную электрическую проводимость на частоте ω , так как в соответствии с формулами (3) для комплексной диэлектрической проницаемости

$$\varepsilon_{\Pi} = \varepsilon_0 \left(\varepsilon_r' + i \frac{\sigma_p}{\omega \varepsilon_0} \right),$$

где $\varepsilon_r' = \varepsilon_r + 3 \int_0^1 \overline{K_1}(p) p^2 dp$, $\sigma_p = 3\omega \varepsilon_0 \sigma \int_0^1 \overline{K_1}(p) p^2 dp$ — размерная удельная электрическая проводимость, См/м.

Для первичного поля (15) положим A = 1, так как амплитуда A в силу линейности краевой задачи не влияет на эффективность экранирования (35).

В вычислительном эксперименте исследовалась эффективность экранирования $\Im(f)$ (35) экрана из материала с пространственной дисперсией в зависимости от частоты поля f в диапазоне частот 10^8 Гц $\leq f \leq 3 \cdot 10^{10}$ Гц для параметра $\sigma = \sigma_s \left(\sigma_1 = 10^7, \sigma_2 = 10^6, \sigma_3 = 10^5\right)$, характеризующего пространственную дисперсию материала экрана.

На графиках рис. 2, δ наблюдаются резкие увеличения коэффициента эффективности экранирования при отдельных значениях частоты поля. Кривая 1 $\left(\sigma_1=10^7\right)$ достигает максимума $\mathcal{G}_{\max}=1619$ при $f_1=1,251\cdot10^9$ Гц, кривая 2 $\left(\sigma_2=10^6\right)$ — $\mathcal{G}_{\max}=513$ при $f_2=3,954\cdot10^9$ Гц, а кривая 3 $\left(\sigma_3=10^5\right)$ — $\mathcal{G}_{\max}=163$ при $f_3=12,525\cdot10^9$ Гц. Отсюда следует, что уменьшение значения электрической проводимости приводит к уменьшению максимума эффективности экранирования и смещению его в сторону больших частот.

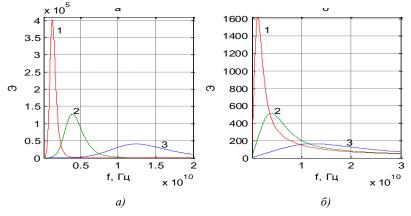


Рис. 2. Резонансные явления для эффективности экранирования плоских электромагнитных полей:

a)
$$\Delta = 5 \cdot 10^{-4} \text{ m}$$
; δ) $\Delta = 10^{-4} \text{ m}$; $R_1 = 10^{-4} \text{ m}$, $R_2 = 10^{-4} \text{ m}$, $\varepsilon_r = 10$, $\mu_r = 1$, $\theta_0 = \frac{\pi}{4}$; $1 - \sigma = 10^7$, $2 - \sigma = 10^6$, $3 - \sigma = 10^5$

При $\sigma_0=10^8$ максимум эффективности достигается на частоте $f_0=3,954\cdot 10^8$ Гц. Анализ резонансных частот (см. рис. $2,\,\delta$) показывает, что для частот, в которых достигается максимум эффективности экранирования, и соответствующих значений проводимости для экрана толщиной 10^{-4} м справедливо эмпирическое соотношение

$$f_s \sqrt{\sigma_s} \approx 3.955 \cdot 10^{12} \, \text{Гц}, \quad s = 0, 1, 2, 3.$$

Аналогичное эмпирическое соотношение справедливо и для экрана толщиной $\Delta = 5 \cdot 10^{-4} \,\mathrm{m}$ (рис. 2, *a*): $f_s \sqrt{\sigma_s} \approx 3{,}936 \cdot 10^{12} \,\Gamma\mathrm{g}$.

На рис. 3, a показано, что при увеличении угла θ_0 эффективность экранирования увеличивается, но при этом частота $(f \approx 4 \cdot 10^8 \, \Gamma_{\rm H})$, в которой наблюдается всплеск эффективности, практически не изменяется. Отсюда следует вывод, что увеличение угла падения θ_0 первичного электромагнитного поля на экран приводит к увеличению эффективности экранирования. Это означает, что поток электромагнитной энергии уменьшается при прохождении через экран.

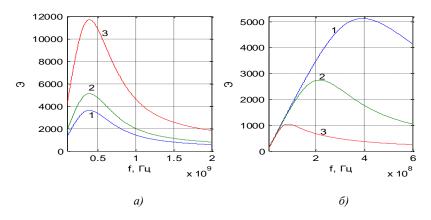


Рис. 3. Эффективность экранирования полей пленочным экраном толщиной $\Delta = 10^{-4}$ м при различных значениях параметров: *a)* $R_1 = 10^{-4}$ м, $1 - \theta_0 = 0$, $2 - \theta_0 = \frac{\pi}{4}$, $3 - \theta_0 = \frac{2\pi}{5}$;

$$\textit{6)} \; \theta_0 = \frac{\pi}{4}, \; 1 - \textit{R}_1 = 10^{-4} \, \text{m}, \; 2 - \textit{R}_1 = 2 \cdot 10^{-4} \, \text{m}, \; 3 - \textit{R}_1 = 6 \cdot 10^{-4} \, \text{m}; \; \textit{R}_2 = 10^{-4} \, \text{m}, \; \epsilon_r = 10, \mu_r = 1, \sigma = 10^8 \, \text{m}, \; \epsilon_r = 10$$

На рис. 3, δ видно, что при увеличении радиуса R_1 частицы композита максимум эффективности уменьшается, а частоты, на которых достигаются максимумы, сдвигаются в область низких частот. В частности, при $R_1 = 10^{-3}$ максимальное значение $\mathcal{P}_{\text{max}} = 635,394$ достигается на частоте $f = 5,371\cdot10^7$ Гц.

Заключение

Аналитически решена краевая задача взаимодействия с плоским экраном плоской электромагнитной *TE*-поляризованной волны, распространяющейся под произвольным углом к поверхности экрана. Разработаны и использованы дополнительные граничные условия на плоскостях экрана. Решение задачи представлено через комбинации классических базисных плоских электромагнитных полей, распространяющихся в специальных магнитодиэлектрических средах. Аналитически вычислена амплитуда электромагнитного поля, прошедшего через экран, и поля, отраженного от экрана с пространственной дисперсией. Материальные характеристики экрана выбраны специальным образом. Численно исследован коэффициент эффективности экранирования, характеризующий ослабление первичного поля при прохождении через экран. Установлены физические закономерности.

Работа выполнена в рамках задания 1.1.09 государственной программы научных исследований «Информатика, космос и безопасность» на 2016–2020 гг.

Список литературы

- 1. Виноградов, А.П. Электродинамика композитных материалов / А.П. Виноградов. М. : Эдиториал УРСС, 2001. 206 с.
- 2. Иванов, О.В. Распространение электромагнитных волн в анизотропных и бианизотропных слоистых структурах / О.В. Иванов. Ульяновск : УлГТУ, 2010. 262 с.
- 3. Ерофеенко, В.Т. Дифракция плоской электромагнитной волны на плоскослоистой структуре из биизотропных материалов / В.Т. Ерофеенко, С.В. Малый // Информатика. -2012. № 1(33). С. 58-65.
- 4. Проникновение электромагнитных волн через композитные экраны, содержащие идеально проводящие спирали / В.Т. Ерофеенко [и др.] // Инженерно-физический журнал. -2011.-T.84, № 4.-C.740-746.
- 5. Ерофеенко, В.Т. Экранирование электромагнитных полей экранами из матричных композитов, содержащих биизотропные частицы / В.Т. Ерофеенко, В.Ф. Бондаренко // Информатика. -2014. -№ 3(43). C. 28–43.
- 6. Ерофеенко, В.Т. Двухсторонняя фокусировка электромагнитного поля точечного источника плоской линзой из метаматериала / В.Т. Ерофеенко // Информатика. -2016. -№ 1(49). -C. 14–25.
- 7. Ерофеенко, В.Т. Краевая задача проникновения электромагнитных полей дипольных источников через биизотропный экран / В.Т. Ерофеенко // Вестник БГУ. Сер. 1. 2012. № 2. С. 71–76.
- 8. Ерофеенко, В.Т. Численное исследование взаимодействия электромагнитных полей электрического и магнитного диполей с композитным экраном / В.Т. Ерофеенко, В.Ф. Бондаренко // Известия НАН Беларуси. Сер. физ.-тех. наук. -2013. -№ 4. C. 113–120.
- 9. Ерофеенко, В.Т. Преобразование пучков электромагнитных волн при прохождении через экран из кирального метаматериала / В.Т. Ерофеенко, В.Ф. Бондаренко // Информатика. -2013. -№ 1(37). -C. 5-17.
- 10. Ерофеенко, В.Т. Взаимодействие экспоненциально затухающих осциллирующих электромагнитных полей с многослойными композитными экранами / В.Т. Ерофеенко, В.Ф. Бондаренко // Вестник БГУ. Сер. 1. 2014. № 1. C. 62–67.
- 11. Агранович, В.М. Кристаллооптика с учетом пространственной дисперсии и теория экситонов / В.М. Агранович, В.Л. Гинзбург. М. : Наука, 1979. 432 с.
- 12. Силин, Р.А. Обратные волны и пространственная дисперсия / Р.А. Силин, И.Р. Тимо-шина // Радиотехника и электроника. -2012. -T. 57, № 7. -C. 725–733.
- 13. Ерофеенко, В.Т. Аналитическое моделирование в электродинамике / В.Т. Ерофеенко, И.С. Козловская. Минск : БГУ, 2010. 304 с.
- 14. Ерофеенко, В.Т. Моделирование распространения электромагнитных волн в средах с пространственной дисперсией / В.Т. Ерофеенко // Информатика. 2017. № 3(55). С. 5–12.

Поступила 14.09.2017

Учреждение БГУ «НИИ прикладных проблем математики и информатики», Минск, пр. Независимости, 4 e-mail: bsu_erofeenko@tut.by

Белорусская государственная академия связи, Минск, ул. Ф. Скорины, 8, корп. 2

e-mail: valbond1949@yandex.ru

V.T. Erofeenko, V.F. Bondarenko

ELECTROMAGNETIC WAVES SHIELDING BY THE PLANE ONE-LAYER SCREEN MADE FROM MATERIALS WITH SPACE DISPERSION

The main idea of the article is the development of the method for solving the boundary-value problem of penetrating the plane monochromatic electromagnetic fields through the screen made from the material with space dispersion. The problem is based on the use of the differential mathematical model of the medium with space dispersion, classical boundary conditions of continuity of the tangential components of the fields and complementary boundary conditions on the face surfaces of the screen. The article gives an analytical solution of the boundary-value problem and examines the ratio of screen performance by the reduction of the field while passing through the screen.

2017 октябрь-декабрь № 4

УДК 537.8

И.Е. Андрушкевич

МЕТОД ПОСТРОЕНИЯ АНАЛИТИЧЕСКИХ РЕШЕНИЙ НЕЛИНЕЙНЫХ УРАВНЕНИЙ С ЧАСТНЫМИ ПРОИЗВОДНЫМИ И АЛГОРИТМ РЕШЕНИЯ УРАВНЕНИЙ ТРЕТЬЕГО ПОРЯДКА СПЕЦИАЛЬНОГО ВИДА

Рассматривается проблема нахождения точных аналитических решений нелинейных уравнений математической физики для моделирования динамических систем и нелинейных физических прочессов. Предлагается алгоритм применения обобщенного метода Фурье разделения переменных для построения решений уравнений с частными производными, содержащих линейную часть и нелинейную квадратичную дифференциальную форму, состоящую из суммы произведений степеней неизвестной функции и ее производных. На основе использования предложенного алгоритма строится ряд новых решений уравнения третьего порядка в частных производных с квадратичной нелинейностью

Введение

Задача нахождения точных решений нелинейных уравнений математической физики является чрезвычайно важной при моделировании динамических систем и нелинейных физических процессов. Обусловлен данный факт прежде всего тем, что точные решения нелинейных уравнений наглядно демонстрируют механизмы сложных нелинейных эффектов и позволяют понять их физику. Они во многих случаях способствуют формулировке выводов общего характера и достоверному прогнозу динамики исследуемых систем и явлений. Точные решения также используются для тестирования и отработки методов и алгоритмов численных расчетов.

Общие решения нелинейных дифференциальных уравнений с частными производными удается получить только в исключительных случаях; их значение не следует преувеличивать, так как «...общее решение может быть бесполезным...» [1, с. 225]. Поэтому, исследуя нелинейные уравнения, как правило, ограничиваются поиском частных решений. В литературе частные решения нередко именуются точными.

Под точными решениями нелинейных уравнений с частными производными понимают [2]: 1) решения, которые могут быть выражены через элементарные функции; 2) решения в виде квадратур; 3) решения, которые описываются обыкновенными дифференциальными уравнениями; 4) решения, выражающиеся через решения линейных уравнений с частными производными. В силу ряда причин будем рассматривать только первый и второй типы точных решений.

Как правило, при построении точных решений нелинейных уравнений с частными производными используют следующие основные методы [2]: методы поиска симметрий, основанные на нахождении преобразований, оставляющих инвариантным вид уравнений; прямой метод Кларксона — Крускала (задается общая структура решения, в которое входят произвольные функции); методы дифференциальных связей, основанные на совместном исследовании исходных уравнений и вспомогательных; методы обобщенного и функционального разделения переменных ветод обратной задачи рассеяния, который основан на условии совместимости двух линейных уравнений, совпадающем с заданным нелинейным уравнением; тест Пенлеве для нелинейных уравнений математической физики.

1. Сведение уравнений с частными производными к переопределенным системам обыкновенных дифференциальных уравнений

Метод разделения переменных, известный ныне как классический метод Фурье, был предложен Ж. д'Аламбером в 1749 г. для решения волнового уравнения. В начале XIX в. этот

 $^{^{1}}$ Под методом разделения переменных понимается любой метод, позволяющий сопоставлять уравнению в частных производных (их системе) эквивалентную на определенном классе функций систему обыкновенных дифференциальных уравнений.

метод с достаточной полнотой был развит Ж. Фурье, и только М.В. Остроградскому в 1828 г. удалось его сформулировать в полной общности. Суть метода Фурье заключается в том, что решение линейного дифференциального уравнения с заданными однородным начальным и краевыми условиями ищется как суперпозиция решений, удовлетворяющих краевым условиям и представимых в виде произведения функции от пространственной переменной на функцию от времени. Нахождение таких решений связано с отысканием собственных функций и собственных значений некоторых дифференциальных операторов и последующим разложением функций начальных условий по найденным собственным функциям [3, 4]. Данный подход позволил получить ряд аналитических решений краевых задач для простейших канонических областей: квадрата, круга, цилиндра и т. п. [1, 5, 6].

Отметим, что, несмотря на привлекательность метода Фурье, его возможности весьма ограничены. По этой причине ряд исследователей прилагали много усилий для решения задачи развития, улучшения и обобщения метода разделения переменных. Среди них нельзя не отметить особый вклад Ф.М. Морса, Г. Фешбаха, В.А. Чернятина, М.Х. Мартина, Алана Х. Кука, Д. Бриля, Дж. Уиллера, Г.В. Шишкина, В.Г. Багрова, А.Д. Полянина и других авторов.

На взгляд автора, наиболее перспективными оказались результаты, полученные В.Я. Скоробогатько [7]. Суть подхода В.Я. Скоробогатько заключается в следующем. Рассматривается дифференциальное уравнение в частных производных вида

$$Lu(x, y) = F(x, y), \tag{1}$$

где u(x,y) – искомая функция; F(x,y) – неоднородность; L – дифференциальный оператор. Предполагается, что функции u(x,y), F(x,y) могут быть представлены в виде суперпозиции произведений функций одной переменной:

$$u(x,y) = \sum_{i=1}^{S} X_{i}(x) Y_{i}(y), F(x,y) = \sum_{i=1}^{K} \widetilde{X}_{i}(x) \widetilde{Y}_{i}(y),$$
 (2)

где функции $X_i(x)$, $i=\overline{1,S}$; $\tilde{X}_j(x)$, $j=\overline{1,K}$, равно как и функции $Y_i(y)$, $i=\overline{1,S}$; $\tilde{Y}_j(y)$, $j=\overline{1,K}$, являются линейно независимыми (такой вид функций называют «разделенным»). Предполагается также, что и оператор уравнения (1) является «разделяющимся», т. е. существует совокупность операторов L_{ix} , L_{iy} ($i=\overline{1,l}$), таких, что операторы L_{ix} действуют только по переменной x, L_{iy} — по переменной y и для всех функций (2), на которых определен оператор, выполняется равенство

$$LU(x,y) = \sum_{i=1}^{l} L_{ix}(X_1(x), X_2(x), ..., X_s(x)) L_{iy}(Y_1(y), Y_2(y), ..., Y_s(y)).$$
(3)

Введя обозначения

$$f_{i}(x) = L_{ix}(X_{1},...,X_{s}), g_{i}(y) = L_{iy}(Y_{1},...,Y_{s}), i = \overline{1,l}; f_{i}(x) = -\widetilde{X}_{i}, g_{i}(y) = \widetilde{Y}_{i}, i = \overline{l+1,l+K},$$
(4)

с учетом (3) уравнение (1) можно представить в виде

$$\sum_{i=1}^{N} f_i(x) g_i(y) = 0 \Leftrightarrow \mathbf{f}^{\mathrm{T}} \mathbf{g} = 0,$$
 (5)

где $\mathbf{f}^{\mathrm{T}} = (f_1(x), f_2(x), ..., f_N(x)), \mathbf{g}^{\mathrm{T}} = (g_1(y), g_2(y), ..., g_N(y)).$

Уравнение (5) получило название билинейного функционального [7, 8].

В работе [7] показано, что для нахождения всех решений уравнения (5) необходимо и достаточно решить все системы уравнений вида

$$(\mathbf{I} - \mathbf{A}[i^r])\mathbf{f} = 0, \mathbf{A}^{\mathrm{T}}[i^r]\mathbf{g} = 0;$$
(6)

$$\mathbf{I} = \left\| \delta_{i,j} \right\|_{N \times N}, \delta_{i,j} = \begin{cases} 1, & i = j; \\ 0, & i \neq j, \end{cases} r = \overline{1, N}, \mathbf{A} \left[i^r \right] = \left\| \mathbf{a}_{i,j} \right\|_{N \times N}, \mathbf{a}_{i,j} = \sum_{k \in \left[i^r \right]} \delta_{i,k} \delta_{k,j} + \sum_{k \in \left[i^r \right]} \sum_{l \in \left[j^r \right]} \alpha_{i,j} \delta_{i,l} \delta_{k,j}, \tag{7}$$

где $\alpha_{i,j}$ — произвольные числовые коэффициенты; $\{i^r\}, \{j^r\}$ — упорядоченные целочисленные множества, такие, что

$$\{i^r\} = \{i_1, \dots, i_r\}, \{j^r\} = \{j_1, \dots, j_{N-r}\}, \{i^r\} \cap \{j^r\} = \emptyset, \{i^r\} \cup \{j^r\} = \{1, \dots, N\},$$

$$\{i^0\} = \emptyset, \{j^0\} = \{1, \dots, N\}, 1 \le i_1 < \dots < i_r \le N, 1 \le j_1 < \dots < j_{N-r} \le N, r = \overline{1, N}.$$

$$(8)$$

В соответствии с [7] любое решение системы (6) может быть представлено в виде

$$\mathbf{f} = \mathbf{A} \begin{bmatrix} i^r \end{bmatrix}_{i_1,\dots,i_r} \begin{pmatrix} F_1(x) \\ \dots \\ F_r(x) \end{pmatrix}, \ \mathbf{g} = \left(\mathbf{I} - \mathbf{A}^{\mathrm{T}} \begin{bmatrix} i^r \end{bmatrix} \right)_{j_1,\dots,j_{N-r}} \begin{pmatrix} G_1(y) \\ \dots \\ G_{N-r}(y) \end{pmatrix},$$
(9)

где $\mathbf{A}[i^r]_{k_1...k_S}$, $\mathbf{A}^{\mathrm{T}}[i^r]_{k_1...k_S}$ – матрицы, образованные столбцами $k_1,...,k_S$ матриц $\mathbf{A}[i^r]$, $\mathbf{A}^{\mathrm{T}}[i^r]$ соответственно; $F_1(x),...,F_r(x)$ – произвольная линейно независимая система функций, а $G_1(y),...,G_{N-r}(y)$ – произвольная система функций.

Таким образом, для нахождения всех решений вида (2) уравнения (1) необходимо решить 2^N систем переопределенных обыкновенных дифференциальных уравнений (6) (по количеству различных матриц (7)). Так, при N=30 таких систем 1 073 741 824. Заметим также, что каждая система при конкретных r и N содержит $r \cdot (N-r)$ произвольных постоянных $\alpha_{i,j}$, для однозначного определения которых нужны дополнительные условия. И это еще не все сложности, возникающие при попытке использования результатов В.Я. Скоробогатько для решения практических задач: нетривиален вопрос о разделимости функций и операторов.

Казалось бы, проблема сведения дифференциального уравнения с частными производными (1) к системам обыкновенных дифференциальных уравнений на классе функций (2) решена. Однако сам автор работы критически оценивает свои результаты [7, с. 204, 205]: «В заключение заметим, что... построено общее решение уравнения» (1), «но для применения оно неудобно, поскольку даже при нахождении с его помощью разделенных решений однородных линейных дифференциальных уравнений с частными производными, которые имеют постоянные коэффициенты с двумя независимыми переменными, необходимо решать неоднородные переопределенные системы обыкновенных дифференциальных уравнений с произвольными свободными членами, которые нужно подобрать так, чтобы системы были совместными». «М. Мартин [8] установил необходимые и достаточные условия существования решений..., однако его результаты также не совсем удачны для применения из-за их сложности».

2. Обобщенный метод Фурье разделения переменных

Развивая идеи В.Я. Скоробогатько, удалось в значительной мере улучшить его подход к решению задачи сведения уравнений с частными производными к эквивалентным системам обыкновенных дифференциальных уравнений и предложить метод разделения переменных, называемый обобщенным методом Фурье.

Действительно, вопрос о «разделимости» напрямую связан с вопросом о возможности представления функции нескольких переменных при помощи функций одной переменной. Данная проблема решена в ставших уже классическими работах В.И. Арнольда и А.Н. Колмогорова [9–12].

В 1957 г. В.И. Арнольду удалось показать [9], что любая непрерывная функция n переменных может быть представлена как сумма 3n функций, каждая из которых представляет собой суперпозицию, получаемую путем подстановки в функцию двух переменных вместо одного из аргументов функции n-1 переменных. В этом же году А.Н. Колмогоров доказал следующую теорему: для каждого $n \in N$ существует n(2n+1) непрерывных на [0,1] функций $h_{i,j}(\varsigma_i)$ ($i=1,...,n,\ j=1,...,2n+1$), таких, что для любой функции $F(\varsigma_1,\varsigma_2,...,\varsigma_n)$, непрерывной на $0<\varsigma_1,\varsigma_2,...,\varsigma_n\leq 1$, существуют 2n+1 функций $g_j(u),\ u=\varsigma_l,\ l=1,\ 2,...,n,\ j=1,\ 2,...,2n+1$, каждая из которых непрерывна на R, причем

$$F(\varsigma_{1},\varsigma_{2},...,\varsigma_{n}) = \sum_{j=1}^{2n+1} \left(g_{j}(u) \sum_{i=1}^{n} \left(h_{i,j}(\varsigma_{i}) \right) \right).$$
(10)

Данная теорема означает, что каждую непрерывную функцию $F(\varsigma_1, \varsigma_2,...,\varsigma_n)$ n действительных переменных $(0 \le \varsigma_1, \varsigma_2,...,\varsigma_n \le 1)$ можно представить в виде суммы (внешней суммы формулы (10)) 2n+1 суперпозиций непрерывных функций $g_j(u)$ одного переменного и суммы (внутренней суммы формулы (10)) n непрерывных функций одного переменного $h_{i,j}(\varsigma_i)$. Функции $h_{i,j}(\varsigma_i)$ являются универсальными и не зависят от $F(\varsigma_1, \varsigma_2,...,\varsigma_n)$. Функции $g_j(u)$, напротив, однозначно определяются функцией $F(\varsigma_1, \varsigma_2,...,\varsigma_n)$.

К сожалению, нахождение явного вида функций $h_{i,j}$ в общем случае и g_j конкретно для заданной функции $F(\zeta_1,\zeta_2,...,\zeta_n)$ представляет собой математическую проблему, для которой пока не найдено общего решения. Тем не менее в каждом конкретном случае, как правило, удается найти преобразование функции и (или) преобразование координат. Осуществив эти преобразования, получают разложение вида (10).

Таким образом, в соответствии с теоремой Колмогорова любую непрерывную функцию двух переменных можно представить как

$$u(x, y) = X_1(x) Y_1(y) + ... + X_S(x) Y_S(y), \quad S \le 10.$$
 (11)

Данный факт позволяет считать «разделимыми» операторы достаточно широкого класса дифференциальных уравнений с частными производными. По крайней мере, это утверждение справедливо для уравнений вида

$$LU(x,y) = \sum_{i} \left(\sum_{j} A_{i,j}(x,y) \frac{\partial^{i+j} U(x,y)}{\partial x^{i} \partial y^{j}} \right) + \sum_{k} A_{k}(x,y) \Pi_{k} \left(U(x,y) \right) = \psi(x,y),$$
(12)

где $A_{i,j}(x,y)$, $A_k(x,y)$ – заданные функциональные коэффициенты; $\Pi_i \big(\mathrm{U}(x,y) \big)$ – дифференциальная форма, представляющая собой произведения степеней функции $\mathrm{U} \big(x,y \big)$ и ее частных производных.

Развивая подход В.Я. Скоробогатько, удалось доказать следующие теоремы.

Теорема 1 (о подобии матриц билинейных функциональных уравнений) [13, 14]. Различные матрицы $\mathbf{A}[i^r]$, определенные в (7), (8), при совпадении r являются подобными.

Следствие теоремы 1. Доказанная теорема позволяет ограничиться рассмотрением N систем обыкновенных дифференциальных уравнений (6) вместо 2^N систем, предписываемых

работой [7]. Так, при N = 15 теорема уменьшает трудоемкость задачи разделения переменных в 2184 раза, а при N = 33 - 6260301048 раз $(2^N/N)$.

Теорема 2 (о приведении матриц A[i'] к специальному виду) [14, 15].

1. В случае если r < N/2, матрица $\mathbf{A}[i^r]$, заданная в (7), (8), подобна матрице $\mathbf{B}[i^r]$, элементы которой $\mathbf{b}_{i,i}$ определены соотношениями

$$\mathbf{b}_{i,j} = \begin{cases} \delta_{i,j}, & i \in \{i^r\}, j \in \{i^r\}; \\ \beta_{j_m,i_q} \cdot \delta_{p,q}, & i \in \{j_1,...,j_m,...,j_{N-r}\}, j \in \{i_1,...,i_q,...,i_r\}, p = m - [m/r]r; \\ 0, & j \in \{j^r\}, \end{cases}$$
(13)

где [m/r] – целая часть частного m/r; $\beta_{i,j}$ – произвольные числовые коэффициенты.

2. В случае если r > N/2, матрица $\mathbf{A}[i']$, заданная в (7), (8), подобна матрице $\mathbf{C}[i']$, элементы которой $\mathbf{c}_{i,j}$ определены соотношениями

$$\mathbf{c}_{i,j} = \begin{cases} \delta_{i,j}, & i \in \{i^r\}, j \in \{i^r\}; \\ c_{j_m,i_q} \cdot \delta_{p,m}, & i \in \{j_1,...,j_m,...,j_{N-r}\}, j \in \{i_1,...,i_q,...,i_r\}, p = q - \left\lfloor \frac{q}{(N-r)} \right\rfloor (N-r); \\ 0, & j \in \{j^r\}, \end{cases}$$
(14)

где [q/(N-r)] – целая часть частного q/(N-r), $c_{i,j}$ – произвольные числовые коэффициенты.

Следствие теоремы 2. Теорема 2 позволяет скорректировать вид матриц $\mathbf{A}[i^r]$ в уравнении (6) в сторону значительного уменьшения количества неопределенных коэффициентов разделения: в (7) фигурируют (N-r)r коэффициентов $\alpha_{i,j}$, тогда как в (13) их (N-r), а в (14)-r.

Полученные результаты позволяют предложить алгоритм построения решений нелинейных уравнений с частными производными на основе реализации обобщенного метода Фурье разделения переменных (рисунок).

3. Новые точные решения уравнения третьего порядка с квадратичной нелинейностью

В работе [16, с. 382] приводятся известные точные решения модельного уравнения

$$\frac{\partial u}{\partial t} \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + a \frac{\partial u}{\partial x} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - b \frac{\partial^3 u}{\partial x^3} - c \frac{\partial^3 u}{\partial t^3} = 0.$$
 (15)

Их три, и они имеют вид

$$u(x,t) = c_1 t + c_2 + c_3 \exp(c_1 b^{-1} x) + c_4 x;$$
(16)

$$u(x,t) = c_1 x + c_2 + c_3 \exp(ac_1 c^{-1}t) + c_4 t; (17)$$

$$u(x,t) = c_1 e^{-a\lambda x} + a^{-1}c\lambda x + c_2 e^{\lambda t} - ab\lambda t + c_3,$$
 (18)

где $c_1, c_2, c_3, c_4, \lambda$ – произвольные постоянные.

Примем приведенные результаты к сведению и будем исследовать уравнение (15) с применением предложенного алгоритма (реализованного в системе Maple).

Исходная задача

Найти решение дифференциального уравнения в частных производных для функции U(x,y) вида

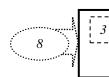
$$L\mathbf{U} = (L_1 + L_2)\mathbf{U} = \sum_{i} \left(\sum_{j} A_{i,j}(x,y) \frac{\partial^{i+j} \mathbf{U}(x,y)}{\partial x^i \partial y^j} \right) + \sum_{k} A_k(x,y) \Pi_k(\mathbf{U}(x,y)) = 0,$$

где $A_{i,j}$, A_k – заданные функциональные коэффициенты, $\Pi_i(\mathbf{U})$ – дифференциальная форма, представляющая собой произведения степеней функции U(x, y) и ее частных производных

Преобразование оператора уравнения к разделенному виду посредством поиска 2 | Преооразование оператора уравнения к разделения и осуществления замены переменных $(x,y) \leftrightarrow (\xi_1,\xi_2)$ и (или) замены искомой функции

$$\mathrm{U}(x,y)$$
 \longleftrightarrow $\widetilde{u}(x,y)$ \longleftrightarrow $u(\xi_{_{\! 1}},\xi_{_{\! 2}})$, таких, что

$$A_{i,j}(x,y) \leftrightarrow \sum_{l} {}^{l} \tilde{F}_{i,j}\left(\xi_{1}\right) \cdot {}^{l} F_{i,j}\left(\xi_{2}\right), \quad A_{k}(x,y) \Pi_{k}\left(\mathbf{U}(x,y)\right) \leftrightarrow \sum_{m} {}^{m} \tilde{F}_{k}\left(\xi_{1}\right) \cdot {}^{m} F_{k}\left(\xi_{2}\right) \Pi_{m}\left(u(\xi_{1},\xi_{2})\right)$$



Выбор конкретного значения Ѕ и представление

искомой функции в виде
$$u(\xi_1, \xi_2) = \sum_{k=1}^{S} X_k(\xi_1) Y_k(\xi_2)$$

Преобразование уравнения к виду билинейного функционального

 $\sum_{i=1}^{N} f_i(\xi_1) g_i(\xi_2) = 0$, вычисление N , выбор размерности базиса $(r \in [1,...,N-1])$



Выбор базиса $\mathbf{F}_{l.r} = (f_1, ..., f_r)^{\mathrm{T}}$,

построение функциональных матриц-столбцов

$$\mathbf{F}_{r+LN} = (f_{r+1}, ..., f_N)^{\mathrm{T}}, \mathbf{G}_{Lr} = (g_1, ..., g_r)^{\mathrm{T}}, \mathbf{G}_{r+LN} = (g_{r+1}, ..., g_N)^{\mathrm{T}}$$

Построение матрицы коэффициентов разделения
$$\mathbf{A}_{(N-r) \times r} = \left\| \mathbf{a}_{i,j} \right\|_{(N-r) \times r}$$
, где
$$\mathbf{a}_{i,j} = \alpha_{j_m,i_q} \cdot \delta_{p,q}, \ i \in \left\{ j_1, ..., j_m, ... j_{N-r} \right\}, j \in \left\{ i_1, ..., i_q, ..., i_r \right\}, p = m - \left[m/r \right] r, \text{ при } r < N/2$$
 и $\mathbf{a}_{i,j} = \alpha_{j_m,i_q} \cdot \delta_{p,m}, \ i \in \left\{ j_1, ..., j_m, ... j_{N-r} \right\}, j \in \left\{ i_1, ..., i_q, ..., i_r \right\}, p = q - \left[q/(N-r) \right] (N-r),$

Построение решений системы обыкновенных дифференциальных уравнений, эквивалентной исходному нелинейному уравнению с частными производными

на классе функций
$$u(\xi_1,\xi_2) = \sum_{k=1}^{S} X_k(\xi_1) Y_k(\xi_2)$$
:

8

Осуществление обратного преобразования переменных и полученной функции. В случае необходимости вычисления повторяют для иной размерности базиса (начиная с этапа 5) или иного значения параметра S (начиная с этапа 3)

Алгоритм применения обобщенного метода Фурье разделения переменных для решения нелинейных уравнений в частных производных

Перепишем уравнение (15) в виде

$$h\frac{\partial u}{\partial t}\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + a\frac{\partial u}{\partial x}\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - b\frac{\partial^3 u}{\partial x^3} - c\frac{\partial^3 u}{\partial t^3} = 0, h = \text{const.}$$
 (19)

Обобщенный метод Фурье-2. В соответствии с алгоритмом принимаем S=2,

$$u(x,t) = \sum_{i=1}^{2} \chi_i(x) \tau_i(t) = \chi_1(x) \tau_1(t) + \chi_2(x) \tau_2(t).$$
 (20)

Тогда вместо (19) получаем (5), где N = 12, а матрицы \mathbf{f} и \mathbf{g} имеют вид

$$\mathbf{f}^{\mathbf{T}} = \left(-c\chi_{1}, -c\chi_{2}, h\chi_{1}\chi_{1}'', h\chi_{2}\chi_{2}'', h\chi_{1}\chi_{2}'', h\chi_{2}\chi_{1}'', a\chi_{1}'\chi_{1}, a\chi_{2}'\chi_{2}, a\chi_{1}'\chi_{2}, a\chi_{2}'\chi_{1}, -b\chi_{1}''', -b\chi_{2}'''\right),$$

$$\mathbf{g}^{\mathbf{T}} = \left(\tau_{1}''', \tau_{2}''', \tau_{1}\tau_{1}', \tau_{2}\tau_{2}', \tau_{1}\tau_{1}', \tau_{1}\tau_{2}', \tau_{1}\tau_{1}'', \tau_{2}\tau_{2}'', \tau_{1}\tau_{1}'', \tau_{2}\tau_{2}'', \tau_{1}\tau_{1}'', \tau_{2}\tau_{2}', \tau_{1}\tau_{2}'', \tau_{1}\tau_{1}'', \tau_{2}\tau_{2}', \tau_{1}\tau_{2}'', \tau_{1}\tau_{2}'', \tau_{1}\tau_{2}'', \tau_{1}\tau_{2}'', \tau_{1}\tau_{2}'', \tau_{2}\tau_{2}'', \tau_$$

В (21) и далее «штрих» означает производную, т. е.

$$\chi' = \frac{d\chi(x)}{dx}, \quad \tau'' = \frac{d^2\tau(t)}{dt^2}, \quad \chi''' = \frac{d^3\chi(x)}{dx^3}.$$

Продемонстрируем, как легко можно получить решения (16)–(18). Для этого, конкретизируя вид функции (20), полагаем

$$\chi_1(x) = \chi(x), \quad \tau_1(t) = 1, \quad \chi_2(x) = 1, \quad \tau_2(t) = \tau(t).$$
 (22)

Тогда вместо (21) получим

$$\mathbf{f}^{\mathrm{T}} = (-c, h\chi'', a\chi', -b\chi'''), \mathbf{g}^{\mathrm{T}} = (\tau''', \tau', \tau'', 1). \tag{23}$$

Пусть r = 1. Соответствующая система обыкновенных дифференциальных уравнений будет иметь вид

$$h\chi'' = -\alpha_{21}c, \quad a\chi' = -\alpha_{31}c, \quad b\chi''' = \alpha_{41}c; \quad \tau''' = -\alpha_{21}\tau' - \alpha_{31}\tau'' - \alpha_{41}.$$
 (24)

Решая систему (24), находим

$$\alpha_{2,1} = \alpha_{4,1}c = 0; \ \chi = -ca^{-1}\alpha_{3,1}x + c_1, \ \tau = c_2\alpha_{3,1}^{-2}e^{-\alpha_{3,1}t} + c_3t + c_4; \ c_1, c_2, c_3 = \text{const.}$$

Окончательно первое частное решение уравнения (19) будет иметь вид

$$u_1(x,t) = -ca^{-1}\alpha_{3,1}x + c_1 + c_2\alpha_{3,1}^{-2}e^{-\alpha_{3,1}t} + c_3t.$$
 (25)

Очевидно, что (25) совпадает с (16) с точностью до обозначения констант.

Выбирая r = 3, находим еще одно решение, аналогичное (16):

$$u_2(x,t) = c_6 b(\alpha_{4,2}h)^{-1} e^{-\frac{\alpha_{4,2}h}{b}x} + c_7 x + c_8 - \alpha_{4,2}t; c_6, c_7, c_8 = \text{const.}$$
 (26)

Заметим, что если положить в (25), (26) $c_3 = c_7 = 0$, $\alpha_{4,2} = -\alpha_{3,1}ab/h^2/c_2$, то сумма $u_1(x,t) + u_2(x,t)$ также будет решением (19), причем это решение совпадает с (18).

Вернемся к рассмотрению системы (21) без формулировки дополнительных условий. Пусть r=2. Соответствующие системы обыкновенных дифференциальных уравнений после незначительных преобразований будут иметь вид

$$h\chi_{1}'' = -\alpha_{3,1}c, \quad h\chi_{2}'' = -\alpha_{4,2}c, \quad h\chi_{2}'' = -\alpha_{5,1}c, \quad h\chi_{1}'' = -\alpha_{6,2}c, \quad a\chi_{1}' = -\alpha_{7,1}c,$$

$$a\chi_{2}' = -\alpha_{8,2}c, \quad a\chi_{1}' = -\alpha_{9,2}c, \quad a\chi_{2}' = -\alpha_{10,1}c, \quad b\chi_{1}''' = \alpha_{11,1}c\chi_{1}, \quad b\chi_{2}''' = \alpha_{12,2}c\chi_{2};$$

$$(27)$$

$$\begin{split} \tau_{1}''' &= -\alpha_{3,1}\tau_{1}\tau_{1}' - \alpha_{5,1}\tau_{2}\tau_{1}' - \alpha_{7,1}\tau_{1}\tau_{1}'' - \alpha_{10,1}\tau_{2}\tau_{1}'' - \alpha_{11,1}\tau_{1}, \\ \tau_{2}''' &= -\alpha_{4,2}\tau_{2}\tau_{2}' - \alpha_{6,2}\tau_{1}\tau_{2}' - \alpha_{8,2}\tau_{2}\tau_{2}'' - \alpha_{9,2}\tau_{1}\tau_{2}'' - \alpha_{12,2}\tau_{2}. \end{split} \tag{28}$$

Совместимость системы (27) приводит к необходимости выполнения тождеств

$$\alpha_{3,1} = \alpha_{4,2} = \alpha_{5,1} = \alpha_{6,2} = \alpha_{11,1} = \alpha_{12,2} = 0; \ \alpha_{7,1} = \alpha_{9,2} = -\frac{a}{c}c_1, \ \alpha_{8,2} = \alpha_{10,1} = -\frac{a}{c}c_3.$$
 (29)

В итоге для функций χ_1 , χ_2 получаем

$$\chi_1(x) = c_1 x + c_2, \ \chi_2(x) = c_3 x + c_4,$$
 (30)

где c_1, c_2, c_3, c_4 – произвольные постоянные, удовлетворяющие условию $c_1c_4 - c_2c_3 \neq 0$.

Функции $\tau_1(t)$, $\tau_2(t)$ будут определяться как решение следующей системы обыкновенных дифференциальных уравнений:

$$\tau_1''' = \frac{a}{c} c_1 \tau_1 \tau_1'' + \frac{a}{c} c_3 \tau_2 \tau_1'', \quad \tau_2''' = \frac{a}{c} c_3 \tau_2 \tau_2'' + \frac{a}{c} c_1 \tau_1 \tau_2''. \tag{31}$$

Решая систему (31), можно получить ряд новых точных аналитических решений уравнения (19). Действительно, пусть $c_3 \equiv 0, \ c_1 \neq 0, \ c_4 \neq 0$. Тогда система (31) примет вид

$$\tau_1''' = -\frac{a}{c} c_1 \tau_1 \tau_1'', \quad \tau_2''' = -\frac{a}{c} c_1 \tau_1 \tau_2'', \tag{32}$$

откуда следует

$$\tau_2(t) = c_5 \int \left(\int \exp\left\{ \frac{a}{c} c_1 \int \tau_1(t) dt \right\} dt \right) dt + c_6 t + c_7, \tag{33}$$

где функция $\tau_i(t)$ является решением обыкновенного дифференциального уравнения

$$\tau_1''' = \tau_1 \tau_1'' a c_1 / c . \tag{34}$$

Например, функция

$$\tau_1(t) = (-ac_1t + c_8)^{-1}3c \tag{35}$$

является решением уравнения (34). В соответствии с (32) функции τ_1 , определенной в (35), соответствует функция $\tau_2(t) = \left(2a^2c_1^2\left(-ac_1t+c_8\right)\right)^{-1}c_5 + c_6t + c_7$, $c_5, c_6, c_7, c_8 = \text{const.}$

Окончательно получаем новое точное решение уравнения (19):

$$u(x,t) = 3c(c_1x + c_2)/(c_6 - ac_1t) + c_3/(c_6 - ac_1t) + c_4t + c_5,$$
(36)

где $c_1 \neq 0$, $c_1 = \text{const.}$ Постоянные c_2, c_3, c_5, c_6 — произвольные.

Аналогичным образом можно получить еще одно решение:

$$u(x,t) = 3b(c_1t + c_2)/(c_6 - hc_1x) + c_3/(c_6 - hc_1x) + c_4x + c_5.$$
(37)

Пусть далее

$$\tau_1(t) = c_8 t + c_9, \tag{38}$$

тогда в соответствии с (32) для τ_2 находим

$$\tau_2 = c_5 \int \left(\int \exp \left\{ \frac{a}{c} c_1 \left(\frac{c_8}{2} t^2 + c_9 t + c_{10} \right) \right\} dt \right) dt + c_6 t + c_7.$$
 (39)

Таким образом, еще одно из точных решений уравнения (19) будет иметь вид

$$u(x,t) = (c_1 x + c_2) \cdot (c_3 t + c_4) + c_5 \int \left(\int \exp \left\{ \frac{a}{c} c_1 \left(\frac{c_3}{2} t^2 + c_4 t + c_6 \right) \right\} dt \right) dt + c_7 t + c_8, \tag{40}$$

где $c_1 \neq 0, c_1 = \text{const.}$ Постоянные $c_2, c_3, c_5, c_6, c_7, c_8$ – произвольные.

Аналогично получаем еще одно решение

$$u(x,t) = (c_1 t + c_2) \cdot (c_3 x + c_4) + c_5 \int \left(\int \exp \left\{ \frac{h}{b} c_1 \left(\frac{c_3}{2} x^2 + c_4 x + c_6 \right) \right\} dx \right) dx + c_7 x + c_8.$$
 (41)

Обобщенный метод Фурье-3. Решения уравнения (19) будем искать в виде

$$u(x,t) = \chi_1(x)\tau_1(t) + \chi_2(x)\tau_2(t) + \chi_3(x)\tau_3(t), \tag{42}$$

тогда вместо (19) получаем (5), где N = 24, а матрицы \mathbf{f} и \mathbf{g} выглядят следующим образом:

$$\mathbf{f}^{\mathbf{T}} = \left(-c\chi_{1}, -c\chi_{2}, -c\chi_{3}, a\chi'_{1}\chi_{1}, a\chi'_{1}\chi_{2}, a\chi'_{1}\chi_{3}, a\chi'_{2}\chi_{1}, a\chi'_{2}\chi_{2}, a\chi'_{2}\chi_{3}, a\chi'_{3}\chi_{1}, a\chi'_{3}\chi_{2}, a\chi'_{3}\chi_{3}, h\chi_{1}\chi''_{1}, h\chi_{1}\chi''_{2}, h\chi_{1}\chi''_{3}, h\chi_{2}\chi''_{1}, h\chi_{2}\chi''_{2}, h\chi_{2}\chi''_{3}, h\chi_{3}\chi''_{1}, h\chi_{3}\chi''_{2}, h\chi_{3}\chi''_{3}, -b\chi'''_{1}, -b\chi'''_{2}, -b\chi'''_{3});$$

$$\mathbf{g}^{\mathbf{T}} = \left(\tau'''_{1}, \tau'''_{2}, \tau''_{3}, \tau_{1}\tau''_{1}, \tau_{1}\tau''_{2}, \tau_{1}\tau''_{3}, \tau_{2}\tau''_{1}, \tau_{2}\tau''_{2}, \tau_{2}\tau''_{3}, \tau_{3}\tau''_{1}, \tau_{3}\tau''_{2}, \tau_{3}\tau''_{3}, \tau''_{3}, \tau''_{3},$$

Пусть r=3. В соответствии с алгоритмом (см. рисунок) получим системы обыкновенных дифференциальных уравнений:

$$a\chi'_{1} = -c\alpha_{4,1}, \ a\chi'_{1} = -c\alpha_{5,2}, \ a\chi'_{1} = -c\alpha_{6,3}, \ a\chi'_{2} = -c\alpha_{7,1}, \ a\chi'_{2} = -c\alpha_{8,2}, \ a\chi'_{2} = -c\alpha_{9,3},$$

$$a\chi'_{3} = -c\alpha_{10,1}, \ a\chi'_{3} = -c\alpha_{11,2}, \ a\chi'_{3} = -c\alpha_{12,3}, \ h\chi''_{1} = -c\alpha_{13,1},$$

$$h\chi_{1}\chi''_{2} = -c\alpha_{14,2}\chi_{2}, \ h\chi_{1}\chi''_{3} = -c\alpha_{15,3}\chi_{3}, \ h\chi_{2}\chi''_{1} = -c\alpha_{16,1}\chi_{1},$$

$$h\chi''_{2} = -c\alpha_{17,2}, \ h\chi_{2}\chi''_{3} = -c\alpha_{18,3}\chi_{3}, \ h\chi_{3}\chi''_{1} = -c\alpha_{19,1}\chi_{1},$$

$$h\chi_{3}\chi''_{2} = -c\alpha_{20,2}\chi_{2}, \ h\chi''_{3} = -c\alpha_{21,3}, \ b\chi'''_{1} = c\alpha_{22,1}\chi_{1}, \ b\chi'''_{2} = c\alpha_{23,2}\chi_{2}, \ b\chi'''_{3} = c\alpha_{24,3}\chi_{3};$$

$$(44)$$

$$\begin{split} &\tau_{1}''' = -\alpha_{4,1}\tau_{1}\tau_{1}'' - \alpha_{7,1}\tau_{2}\tau_{1}'' - \alpha_{10,1}\tau_{3}\tau_{1}'' - \alpha_{13,1}\tau_{1}'\tau_{1} - \alpha_{16,1}\tau_{2}'\tau_{1} - \alpha_{19,1}\tau_{3}'\tau_{1} - \alpha_{22,1}\tau_{1}, \\ &\tau_{2}''' = -\alpha_{5,2}\tau_{1}\tau_{2}'' - \alpha_{8,2}\tau_{2}\tau_{2}'' - \alpha_{11,2}\tau_{3}\tau_{2}'' - \alpha_{14,2}\tau_{1}'\tau_{2} - \alpha_{17,2}\tau_{2}'\tau_{2} - \alpha_{20,2}\tau_{3}'\tau_{2} - \alpha_{23,2}\tau_{2}, \\ &\tau_{3}''' = -\alpha_{6,3}\tau_{1}\tau_{3}'' - \alpha_{9,3}\tau_{2}\tau_{3}'' - \alpha_{12,3}\tau_{3}\tau_{3}'' - \alpha_{15,3}\tau_{1}'\tau_{3} - \alpha_{18,3}\tau_{2}'\tau_{3} - \alpha_{21,3}\tau_{3}'\tau_{3} - \alpha_{24,3}\tau_{3}. \end{split} \tag{45}$$

Системы обыкновенных дифференциальных уравнений (44), (45) являются переопределенными. Найти общие условия их разрешимости, к сожалению, не удается. Однако, если принять

$$\alpha_{13,1} = \alpha_{14,2} = \alpha_{15,3} = \alpha_{16,1} = \alpha_{17,2} = \alpha_{18,3} = \alpha_{19,1} = \alpha_{20,2} = \alpha_{21,3} = \alpha_{22,1} = \alpha_{23,2} = \alpha_{24,3} = 0,$$

$$\alpha_{4,1} = \alpha_{5,2} = \alpha_{6,3} = -ac_1 / c, \alpha_{7,1} = \alpha_{8,2} = \alpha_{9,3} = -ac_3 / c, \alpha_{10,1} = \alpha_{11,2} = \alpha_{12,3} = -ac_5 / c,$$

$$(46)$$

(44), (45) трансформируются к виду

$$\chi_1' = c_1, \ \chi_2' = c_3, \ \chi_3' = c_5;$$
 (47)

$$\tau_{1}^{""} = \frac{a}{c} (c_{1}\tau_{1} + c_{3}\tau_{2} + c_{5}\tau_{3})\tau_{1}^{"}, \quad \tau_{2}^{""} = \frac{a}{c} (c_{1}\tau_{1} + c_{3}\tau_{2} + c_{5}\tau_{3})\tau_{2}^{"}, \quad \tau_{3}^{""} = \frac{a}{c} (c_{1}\tau_{1} + c_{3}\tau_{2} + c_{5}\tau_{3})\tau_{3}^{"}. \tag{48}$$

Из (47) следует

$$\chi_1(x) = c_1 x + c_2, \ \chi_2(x) = c_3 x + c_4, \ \chi_3(x) = c_5 x + c_6,$$
 (49)

где $c_1, c_2, c_3, c_4, c_5, c_6$ — произвольные постоянные, удовлетворяющие условиям линейной независимости функций χ_1, χ_2, χ_3 :

$$c_1c_4 - c_3c_2 \neq 0, \ c_1c_6 - c_5c_2 \neq 0, \ c_5c_4 - c_3c_6 \neq 0.$$
 (50)

Исследуя системы (47), (48), можно получить некоторые решения уравнения (19). Например, полагая $c_5 \equiv 0$ (что не противоречит требованиям (50)) и выбирая

$$\tau_1(t) = c_7 t + c_8, \tag{51}$$

из (48) для τ_2 , τ_3 получаем уравнения

$$\tau_2''' = a(c_1c_7t + c_1c_8 + c_3\tau_2)\tau_2'' / c; (52)$$

$$\tau_3''' = a(c_1c_7t + c_1c_8 + c_3\tau_2)\tau_3''/c.$$
 (53)

Можно показать, что функция

$$\tau_2(t) = -\frac{c_1 c_7}{c_3} t - \frac{c_1 c_8}{c_3} + \frac{c_9}{-a c_3 c_9 (3c)^{-1} t + c_{10}}$$
 (54)

является частным решением уравнения (52). Соответственно из (53) для $\tau_3(t)$ получаем

$$\tau_3(t) = c_{12}t + c_{13} + \frac{1}{2} \left(\frac{3}{ac_3c_9} \right)^2 c_{11} - \frac{c^2}{-ac_3c_9(3c)^{-1}t + c_{10}} . \tag{55}$$

Окончательно решение уравнения (19), полученное обобщенным методом Фурье-3 при выборе r = 3, будет иметь вид

$$u(x,t) = (c_2c_8 - c_1c_8c_4/c_3 + c_6c_5) + (c_2c_7 - c_1c_7c_4/c_3 + c_6^2)t + \left(c_9(c_3x + c_4) + \frac{9c_6c_{11}c^2}{2a^2c_3^2c_9^2}\right) / \left(-\frac{ac_3c_9}{3c}t + c_{10}\right),$$
(56)

где $c_1, c_2, ..., c_{11}$ — постоянные, удовлетворяющие условиям $c_1 \neq 0$, $c_6 \neq 0$, $c_3 \neq 0$, $c_1c_4 - c_3c_2 \neq 0$.

Аналогичным образом можно получить и следующее решение:

$$u(x,t) = (c_{2}c_{8} - c_{1}c_{8}c_{4}/c_{3} + c_{6}c_{5}) + (c_{2}c_{7} - c_{1}c_{7}c_{4}/c_{3} + c_{6}^{2})x + \left(c_{9}(c_{3}t + c_{4}) + \frac{9c_{6}c_{11}b^{2}}{2h^{2}c_{3}^{2}c_{9}^{2}}\right) / \left(-\frac{hc_{3}c_{9}}{3b}x + c_{10}\right).$$
(57)

В заключение раздела заметим, что для получения всех возможных решений вида (42) уравнения (19) следует рассмотреть все системы обыкновенных дифференциальных уравнений для r = 1, 2, ..., 23.

4. Решение специального вида

Осуществим в (19) замену искомой функции

$$u(x,t) = 1/v(x,t).$$
 (58)

Получаем

$$h\frac{\partial v}{\partial t}\left(\frac{\partial^{2} v}{\partial x^{2}}v - 2\left(\frac{\partial v}{\partial x}\right)^{2}\right) + a\frac{\partial v}{\partial x}\left(\frac{\partial^{2} v}{\partial t^{2}}v - 2\left(\frac{\partial v}{\partial t}\right)^{2}\right) + bv\left(6\left(\frac{\partial v}{\partial x}\right)^{3} - 6v\frac{\partial v}{\partial x}\frac{\partial^{2} v}{\partial x^{2}} + v^{2}\frac{\partial^{3} v}{\partial x^{3}}\right) + cv\left(6\left(\frac{\partial v}{\partial t}\right)^{3} - 6v\frac{\partial v}{\partial t}\frac{\partial^{2} v}{\partial t^{2}} + v^{2}\frac{\partial^{3} v}{\partial t^{3}}\right) = 0.$$
(59)

Решение уравнения (59) будем искать в виде

$$v(x,t) = (\chi_1(x)\tau_1(t) + \chi_2(x)\tau_2(t))c_1^{-1}, \tag{60}$$

где c_1 – некоторая постоянная.

Тогда вместо (59) получаем билинейное функциональное уравнение (5), где N=34, а матрицы-функции ${\bf f}$ и ${\bf g}$ представлены в таблице.

| i | \mathbf{f}_i | \mathbf{g}_i |
|---|---|-------------------------------------|
| 1 | $-2\chi_{1}(\chi_{1}')^{2}+\chi_{1}^{2}\chi_{1}''$ | $hc_1	au_1'	au_1^2$ |
| 2 | $-2\chi_{2}(\chi_{2}')^{2}+\chi_{2}^{2}\chi_{2}''$ | $hc_1^{}\tau_2^{\prime}\tau_2^{}^2$ |
| 3 | $6b(\chi'_1)^3\chi_1 + b\chi''_1\chi_1^3 - 6b\chi''_1\chi''_1\chi_1^2$ | $	au_1^{\;4}$ |
| 4 | $6b(\chi'_2)^3\chi_2 + b\chi'''_2\chi_2^3 - 6b\chi'_2\chi''_2\chi_2^2$ | $	au_2^{4}$ |
| 5 | $6(\chi_2')^3\chi_1 + 18\chi_1'(\chi_2')^2\chi_2 - 6\chi_1'\chi_2''\chi_2^2 -$ | $b{	au_1}{	au_2}^3$ |
| 3 | $-6\chi_{2}'\chi_{1}''\chi_{2}^{2}+3\chi_{2}'''\chi_{1}\chi_{2}^{2}-12\chi_{2}'\chi_{1}'\chi_{2}+\chi_{1}'''\chi_{2}^{3}$ | $b t_1 t_2$ |
| | $6(\chi_1')^3\chi_2 + 18\chi_2'(\chi_1')^2\chi_1 - 6\chi_2'\chi_1''\chi_1^2 -$ | 1 3 - |
| 6 | $-6\chi_1'\chi_2''\chi_1^2 + 3\chi_1'''\chi_2\chi_1^2 - 12\chi_1'\chi_1''\chi_2\chi_1 + \chi_2'''\chi_1^3$ | $b{\tau_1}^3\tau_2$ |

Окончание таблицы

| | £ . | |
|---------------|---|--|
| <i>i</i> 7 | \mathbf{f}_i | \mathbf{g}_i |
| | $\chi_1(\chi_2')^2$ | $-2hc_1\tau_1'\tau_2^2$ |
| 8 | $\chi_2(\chi_1')^2$ | $-2hc_1\tau_2'\tau_1^2$ |
| 9 | $\chi_1' {\chi_2}^2$ | $ac_1	au_1	au_2^{\prime\prime}	au_2$ |
| 10 | $\chi_2' {\chi_1}^2$ | $ac_1\tau_1\tau_1''\tau_2$ |
| 11 | $hc_1\chi_1^{\ 2}\chi_2''$ | $	au_1'	au_2	au_1$ |
| 12 | $hc_1\chi_2^{2}\chi_1''$ | $	au_2'	au_2	au_1$ |
| 13 | $\chi_1'\chi_2'\chi_2$ | $-4hc_1	au_2'	au_1	au_2$ |
| 14 | $\chi_1'\chi_2'\chi_1$ | $-4hc_1	au_1'	au_1	au_2$ |
| 15 | $\chi_1'\chi_1\chi_2$ | $ac_1	au_1	au_1^{\prime\prime}	au_2$ |
| 16 | $\chi_2'\chi_1\chi_2$ | $ac_1\tau_1\tau_2''\tau_2$ |
| 17 | $ac_1\chi_1'\chi_1^2$ | $-2\tau_{1}(\tau_{1}')^{2}+\tau_{1}^{2}\tau_{1}''$ |
| 18 | $ac_1\chi_2'\chi_2^2$ | $-2\tau_2(\tau_2')^2+{\tau_2}^2\tau_2''$ |
| 19 | χ ₁ ⁴ | $6c(\tau_1')^3\tau_1 + c\tau_1'''\tau_1^3 - 6c\tau_1'\tau_1''\tau_1^2$ |
| 20 | χ_2^{4} | $6c(\tau_2')^3\tau_2 + c\tau_2'''\tau_2^3 - 6c\tau_2'\tau_2''\tau_2^2$ |
| | $c\chi_1\chi_2^{3}$ | $6(\tau_2')^3\tau_1 + 18\tau_1'(\tau_2')^2\tau_2 - 6\tau_1'\tau_2''\tau_2^2 -$ |
| 21 | | $-6\tau_{2}^{\prime}\tau_{1}^{"'}\tau_{2}^{2}+3\tau_{2}^{"'}\tau_{1}\tau_{2}^{2}-12\tau_{2}^{\prime}\tau_{2}^{"}\tau_{1}\tau_{2}+\tau_{1}^{"'}\tau_{2}^{3}$ |
| | $c\chi_1^3\chi_2$ | $6(\tau_1')^3\tau_2 + 18\tau_2'(\tau_1')^2\tau_1 - 6\tau_1'\tau_2''\tau_1^2 -$ |
| 22 | | $-6\tau_{2}^{\prime}\tau_{1}^{\prime\prime}\tau_{1}^{2}+3\tau_{1}^{\prime\prime\prime}\tau_{2}\tau_{1}^{2}-12\tau_{1}^{\prime}\tau_{1}^{\prime\prime}\tau_{1}\tau_{2}+\tau_{2}^{\prime\prime\prime}\tau_{1}^{3}$ |
| 23 | $-ac_1\chi_1^{\prime}\chi_2^2$ | $2	au_{_1}(au_{_2}')^2$ |
| 24 | $-ac_1\chi_2'\chi_1^2$ | $2	au_2(au_1')^2$ |
| 25 | $hc_1\chi_2''\chi_2\chi_1$ | ${	au_1^\prime}{	au_2}^2$ |
| 26 | $hc_1\chi_1''\chi_2\chi_1$ | ${	au_2^\prime}{	au_1}^2$ |
| 27 | $\chi_1'\chi_1\chi_2$ | $ac_1	au_1^2	au_2''$ |
| 28 | $\chi_2'\chi_1\chi_2$ | $ac_1{	au_2}^2{	au_1''}$ |
| 29 | $\chi_2'\chi_1\chi_2$ | $-4ac_1\tau_1'\tau_2'\tau_2$ |
| 30 | $\chi_1'\chi_1\chi_2$ | $-4ac_1	au_1'	au_2'	au_1$ |
| 31 | $\chi_1''\chi_1\chi_2$ | $hc_1	au_1'	au_2	au_1$ |
| 32 | $\chi_2''\chi_2\chi_1$ | $hc_1	au_2'	au_2	au_1$ |
| 22 | $6(\chi_{1}')^{2}\chi_{2}'\chi_{2}+6(\chi_{2}')^{2}\chi_{1}'\chi_{1}-2\chi_{1}'\chi_{1}''\chi_{2}^{2}-2\chi_{2}'\chi_{2}''\chi_{1}^{2}+\\$ | $3b{\tau_1}^2{\tau_2}^2$ |
| 33 | $+{\chi_{1}''}\!{\chi_{1}}{\chi_{2}}^{2}+{\chi_{2}'''}\!{\chi_{2}}{\chi_{1}}^{2}-4{\chi_{1}'}{\chi_{2}''}\!{\chi_{1}}{\chi_{2}}-4{\chi_{2}'}{\chi_{1}''}\!{\chi_{1}}{\chi_{2}}$ | $3\theta \tau_1 \ 	au_2$ |
| 34 | | $6(\tau_1')^2\tau_2'\tau_2 + 6(\tau_2')^2\tau_1'\tau_1 - 2\tau_1'\tau_1''\tau_2^2 - 2\tau_2'\tau_2''\tau_1^2 +$ |
| | $3c\chi_{1}^{2}\chi_{2}^{2}$ | $+\tau_{1}'''\tau_{1}\tau_{2}^{2}+\tau_{2}'''\tau_{2}\tau_{1}^{2}-4\tau_{1}'\tau_{2}''\tau_{1}\tau_{2}-4\tau_{2}'\tau_{1}''\tau_{1}\tau_{2}$ |
| | | |

Выбираем r = 16. Соответствующие системы обыкновенных дифференциальных уравнений будут иметь достаточно громоздкий вид, поэтому воспроизведем их частично:

$$ac_1\chi_1'\chi_1^2 = \alpha_{17,1} \left(-2\chi_1(\chi_1')^2 + \chi_1^2\chi_1'' \right), hc_1\tau_1'\tau_1^2 = -\alpha_{17,1} \left(-2\tau_1(\tau_1')^2 + \tau_1^2\tau_1'' \right); \tag{61}$$

$$ac_1\chi_2'\chi_2^2 = \alpha_{18,2} \left(-2\chi_2(\chi_2')^2 + \chi_2^2\chi_2'' \right), \quad hc_1\tau_2'\tau_2^2 = -\alpha_{18,2} \left(-2\tau_2(\tau_2')^2 + \tau_2^2\tau_2'' \right). \tag{62}$$

Общими решениями последних уравнений будут функции

$$\chi_{1}(x) = -\frac{1}{\frac{c_{2}\alpha_{17,1}}{ac_{1}}} \exp\left\{\frac{ac_{1}}{\alpha_{17,1}}x\right\} + c_{3}, \quad \chi_{2}(x) = -\frac{1}{\frac{c_{4}\alpha_{18,2}}{ac_{1}}} \exp\left\{\frac{ac_{1}}{\alpha_{18,2}}x\right\} + c_{5},$$

$$\tau_{1}(t) = \frac{1}{\frac{c_{6}\alpha_{17,1}}{hc_{1}}} \exp\left\{-\frac{hc_{1}}{\alpha_{17,1}}t\right\} - c_{7}, \quad \tau_{2}(t) = \frac{1}{\frac{c_{8}\alpha_{18,2}}{hc_{1}}} \exp\left\{-\frac{hc_{1}}{\alpha_{18,2}}t\right\} - c_{9},$$
(63)

где $\alpha_{17,1}, \alpha_{18,2}, c_i$ — произвольные постоянные.

Для обеспечения совместимости всей системы обыкновенных дифференциальных уравнений достаточно потребовать выполнения следующих условий:

$$\alpha_{18,2} = -\alpha_{17,1}, c_3 = c_5 = c_7 = c_9 = 0, c_2 = c_4 = c_6 = c_8 = 1, ch^3 = ba^3.$$
 (64)

Тогда функции (63) примут вид

$$\chi_{1}(x) = -\frac{ac_{1}}{\alpha_{17,1}} \exp\left\{-\frac{ac_{1}}{\alpha_{17,1}}x\right\}, \quad \chi_{2}(x) = \frac{ac_{1}}{\alpha_{17,1}} \exp\left\{\frac{ac_{1}}{\alpha_{17,1}}x\right\},$$

$$\tau_{1}(t) = \frac{hc_{1}}{\alpha_{17,1}} \exp\left\{\frac{hc_{1}}{\alpha_{17,1}}t\right\}, \quad \tau_{2}(t) = -\frac{hc_{1}}{\alpha_{17,1}} \exp\left\{-\frac{hc_{1}}{\alpha_{17,1}}t\right\}.$$
(65)

Окончательное решение уравнения (19):

$$u(x,t) = -\frac{\alpha^2}{ah} \frac{1}{\exp\left\{-\frac{a}{\alpha}x + \frac{h}{\alpha}t\right\} + \exp\left\{\frac{a}{\alpha}x - \frac{h}{\alpha}t\right\}},$$
(66)

где $\alpha-$ произвольная постоянная.

Заключение

В результате проведенных исследований предложен алгоритм применения обобщенного метода Фурье разделения переменных для построения аналитических решений нелинейных уравнений в частных производных. Его применение позволило получить ряд новых решений уравнения третьего порядка с квадратичной нелинейностью. Установлено, что при определенном сочетании параметров ($ch^3 = a^3b$) уравнение (19) допускает решение специального вида (66).

Список литературы

- 1. Курант, Р. Методы математической физики : в 2 т. / Р. Курант, Д. Гильберт ; пер. с англ. Т.Д. Вентцель под ред. О.А. Олейник. М. : Мир, 1964. Т. 2 : Уравнения с частными производными. 830 с.
- 2. Полянин, А.Д. Методы решения нелинейных уравнений математической физики и механики / А.Д. Полянин, В.Ф. Зайцев, А.И. Журов. М.: Физматлит, 2005. 256 с.
- 3. Тихонов, А.Н. Уравнения математической физики / А.Н. Тихонов, А.А. Самарский. М.: Наука, 1969. 724 с.
- 4. Корзюк, В.И. Уравнения математической физики / В.И. Корзюк. Минск : БГУ, $2011.-459~\mathrm{c}.$
- 5. Курант, Р. Методы математической физики. Т. 2 / Р. Курант, Д. Гильберт ; пер. с нем. Ю. Рабиновича и 3. Либина. Л. : Гостехиздат, 1945.-630 с.
- 6. Курант, Р. Методы математической физики. Т. 1 / Р. Курант, Д. Гильберт. М. : Физматлит, 1933. 538 с.
- 7. Скоробогатько, В.Я. Исследования по качественной теории дифференциальных уравнений с частными производными / В.Я. Скоробогатько. Киев : Наукова думка, 1980. 239 с.
- 8. Martin, M.H. A generalization of the method of separation of variables / M.H. Martin // J. Ration. Mech. and Anal. -1953. -JS. 2. -P. 315-327.
- 9. Арнольд, В.И. О функциях трех переменных / В.И. Арнольд // Доклады АН СССР. 1957. Т. 114, № 4. С. 679–681.
- 10. Колмогоров, А.Н. О представлении непрерывных функций нескольких переменных в виде суперпозиции непрерывных функций одного переменного / А.Н. Колмогоров // Доклады АН СССР. 1957. Т. 114, № 5. С. 953–956.
- 11. Арнольд, В.И. О представлении функций нескольких переменных в виде суперпозиции функций меньшего числа переменных / В.И. Арнольд // Математическое просвещение : сб. статей. 1958. Вып. 3. С. 41–61.
- 12. Гельбаум, Б. Контрпримеры в анализе / Б. Гельбаум, Д. Олмнстел; пер. с англ.; под ред. и с предисловием П.Л. Ульянова. 2-е изд. М.: Изд-во ЛКИ, 2007. 256 с.
- 13. Андрушкевич, И.Е. Об одном обобщении метода Фурье разделения переменных / И.Е. Андрушкевич // Электромагнитные волны и электронные системы. 1998. Т. 3, № 4. С. 4–17.
- 14. Андрушкевич, И.Е. Методы разделения переменных в волновых уравнениях / И.Е. Андрушкевич. Новополоцк : $\Pi\Gamma Y$, 2010. 240 с.
- 15. Андрушкевич, И.Е. Дальнейшее развитие обобщенного метода Фурье разделения переменных / И.Е. Андрушкевич, В.А. Жизневский // Вестник Витебского гос. ун-та им. П.М. Машерова. -2010.-N 4(58).-C. 21-25.
- 16. Полянин, А.Д. Справочник по нелинейным уравнениям математической физики: точные решения / А.Д. Полянин, В.Ф. Зайцев. М. : Физматлит, 2002. 432 с.

Поступила 27.09.2017

Объединенный институт проблем информатики НАН Беларуси, Минск, Сурганова, 6 e-mail: racursj@yandex.ru

I.E. Andrushkevich

A METHOD FOR THE ANALITICAL SOLUTIONS OF NONLINEAR EQUATIONS WITH PARTIAL DERIVATIVES AND THE ALGORITM FOR SOLVING THE THIRD-ORDER SPECIAL EQUATION

The article considers the problem of the exact analytical solutions finding nonlinear equations of mathematical physics to simulate dynamic systems and nonlinear physical processes. The algorithm of the generalized Fourier method of variables separation for building solutions of nonlinear equations is offered. These equations include linear parts and nonlinear quadratic differential forms consisting of the sum of products of function powers and derivatives. The offered algorithm generates a series of new solutions of third-order partial differential model equations with quadratic nonlinearity.

АВТОМАТИЗАЦИЯ ПРОЕКТИРОВАНИЯ

УДК 658.512.22.011.56:004(076.5)

С.В. Красновская, В.В. Напрасников

ИДЕНТИФИКАЦИЯ ПРИЖИМНЫХ УСИЛИЙ КРЕПЛЕНИЙ КОНСТРУКЦИИ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ НЕЙРОННЫХ СЕТЕЙ НА ОСНОВЕ КОНЕЧНО-ЭЛЕМЕНТНОЙ МОДЕЛИ ДЛЯ КОМПРЕССОРНО-КОНДЕНСАТОРНОЙ УСТАНОВКИ

Дается краткий обзор компрессорно-конденсаторной установки и задач математического моделирования. Проводится анализ влияния усилий предварительной затяжки на напряженно-деформированное состояние модели фланца с использованием системы конечно-элементного моделирования, подготовка входных и выходных данных для обучения нейронной сети. Проверяется возможность прогнозирования погрешностей крепления элементов конструкции фланца с использованием нейронных сетей. По аналогии с проведенными расчетами исследуется возможность идентификации прижимных усилий креплений в конструкции компрессорно-конденсаторного агрегата.

Введение

Современная гражданская и военная техника во многих случаях оснащена большим количеством радиоэлектронной аппаратуры. Перегрев радиоэлектронной аппаратуры, которая обычно располагается в замкнутых герметичных объемах, может привести к повреждению всей бортовой электроники и недопустимым отказам. Поэтому системы, отвечающие за теплоотведение, должны оснащаться средствами для охлаждения воздуха, к которым относятся компрессорно-конденсаторные агрегаты (ККА) (рис. 1).

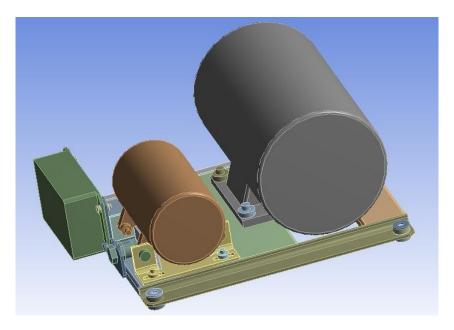


Рис. 1. Пример трехмерной твердотельной модели ККА

Несущим и опорным элементом конструкции ККА является рама, которая обеспечивает возможность его крепления на машину и удобный доступ для технического обслуживания. Она должна обладать достаточной жесткостью для придания целостности механической системе и предотвращения по возможности явления паразитных колебаний.

Одним из требований технических условий для конструкций ККА является отсутствие резонансов в заданном частотном диапазоне. Однако в процессе эксплуатации величины прижимных усилий в местах крепления отдельных элементов могут изменяться, что влияет на спектр собственных частот [1–5]. Таким образом, актуальной является задача построения математических моделей несущих конструкций систем ККА на современных транспортных средствах, оснащенных большим количеством электроники. Эти модели позволят идентифицировать величины прижимных усилий креплений конструкции.

Задача математического моделирования в технических науках состоит в абстрактном описании изучаемых процессов и явлений, которые в дальнейшем можно воспроизвести виртуально на основе аналитических представлений или численных экспериментов с различными входными данными. Полученные в результате проведения эксперимента выходные данные характеризуют состояние модели и отклик конструкции. Понятия входных и выходных параметров присущи многим математическим методам и моделям и позволяют определять причинноследственные связи между этими данными. Таким образом, в задачах математического моделирования можно выделить прямые задачи, в которых по известным причинам необходимо найти следствия, и обратные задачи.

Примером прямой задачи может служить модель начально-краевой задачи, где в качестве причин могут выступать начальные и граничные условия, геометрия границ области, объемные воздействия, коэффициенты дифференциальных операторов, описывающих модель, а в качестве следствий — внутренние и внешние поля смещений, напряжений, температуры и электрического потенциала. Основные модели механики деформируемого тела и связанные с ними прямые задачи формировались в течение последних двух столетий. Постановки этих задач являются корректными, т. е. для них доказаны теоремы существования и единственности решений, непрерывной зависимости от входных данных. Среди методов решения прямых задач в настоящее время наибольшее развитие получили метод граничных интегральных уравнений и основанный на нем метод граничных элементов, а также метод конечных элементов (МКЭ). Разрабатываются и успешно применяются в научной и инженерной деятельности программные продукты, реализующие данные методы, в особенности МКЭ.

В обратных задачах часть причин неизвестна, но известна часть следствий в виде дополнительных измерений и требуется определить неизвестную часть причин. В качестве дополнительной информации могут выступать измерения величин на границе тела, например амплитудно-временная или амплитудно-частотная характеристика компонент вектора смещений или ускорения. Решению такого типа задач может препятствовать некорректность постановки, которая выражается в отсутствии непрерывной зависимости от ряда следствий, являющихся дополнительной входной информацией, и в необходимости исследовать достаточность этой дополнительной информации для однозначного восстановления причин. Также невозможно напрямую применить метод граничных элементов и МКЭ. Обратные задачи, как правило, нелинейные. Одним из практических приложений обратных задач является дефектоскопия и развиваемые в ней методы неразрушающего контроля.

Ряд методов решения обратных задач предполагает многократное решение прямой задачи, что используется в итерационном процессе, при построении ядер разрешающих интегральных уравнений, в рамках генетического алгоритма, для формирования обучающей выборки при применении нейронной сети. Использование «быстрого» метода решения прямой задачи является основным фактором эффективного решения обратной задачи [6].

1. Проблема исследования

Целью настоящего исследования является анализ и разработка конечно-элементных моделей, позволяющих принимать обоснованные решения по рациональному проектированию и размещению компонентов конструкций с учетом эксплуатационных нагрузок.

Размещение и крепление элементов влияют на распределение напряжений и смещений в несущей конструкции. Погрешности крепления отдельных составляющих конструкции могут привести к деформации деталей и последующей поломке устройства в целом. Повреждения в резьбовых соединениях возникают главным образом из-за неправильно подобранных компо-

нентов соединения, недостаточного или превышенного усилия затяжки, неравномерного распределения усилия затяжки. Возможность определения погрешностей крепления отдельных элементов по возникающим в работе деформациям позволит предсказать поведение конструкции в ходе эксплуатации.

Определение напряженно-деформированного состояния конструкции представляет собой прямую задачу механики деформированного тела. Каждому заданному набору начальных условий крепления, размещения и прикладываемых усилий соответствуют определенные выходные данные: величина максимального напряжения, координаты узла с максимальным напряжением, величина наибольшей деформации детали, координаты узла с наибольшей деформацией. Задача решается МКЭ с использованием пакета конечно-элементных расчетов Ansys Workbench.

Решение обратной задачи идентификации погрешностей крепления конструкции по величинам смещений в узлах соединения отдельных элементов представляет собой восстановление некоторой неизвестной зависимости по имеющимся экспериментальным данным. В качестве способа решения обратной задачи выбрано использование нейронной сети. Процесс разработки нейронной сети начинается с построения простой сети и исследования архитектур, которые применялись для решения подобных задач. Построение и обучение нейронной сети происходят с использованием инструмента Neural Network пакета MATLAB.

2. Понятие усилия предварительной затяжки

Критичным фактором при затяжке резьбового соединения является усилие предварительной затяжки соединяемых деталей, величина которого косвенно характеризуется крутящим моментом.

Предварительная затяжка соединений подразумевает создание в крепежных и соединяемых деталях некоторых напряжений. При этом в упруго напряженных телах проявляются механизмы пластических деформаций, ведущие к убыванию напряжений во времени, или релаксации напряжений. По истечении времени усилие затяжки соединения несколько снижается без дополнительных силовых воздействий на него.

Усилие предварительной затяжки, на которое производится затяжка резьбового соединения, измеряется в ньютонах и обычно принимается в пределах 75–80 % (в отдельных случаях 90 %) от пробной нагрузки. Пробная нагрузка является контрольной величиной, которую стержневая крепежная деталь должна выдержать при испытаниях. Она приблизительно на 5–10 % меньше произведения предела текучести стержневой крепежной детали на номинальную площадь сечения. В соответствии с ГОСТ 1759.4–87 пробная нагрузка для крепежных деталей с классом прочности 6,8 и выше составляет 74–79 % от минимальной разрушающей нагрузки.

Минимальная разрушающая нагрузка соответствует произведению предела прочности стержневой крепежной детали на номинальную площадь сечения:

$$P_{\text{pasp,min}} = R_{m,\text{min}} \cdot A_{s,\text{nom}}, \tag{1}$$

где $R_{m,\min}$ – минимальный предел прочности на растяжение, Н/мм 2 ;

 $A_{s,nom}$ – номинальная площадь сечения болта, винта, шпильки, мм².

Пробная нагрузка соответствует произведению напряжения от пробной нагрузки на номинальную площадь сечения крепежной детали:

$$P_{\rm np} = S_p \cdot A_{\rm s,nom},\tag{2}$$

где S_p – напряжение от пробной нагрузки, $H/\text{мм}^2$;

 $A_{s.nom}$ – номинальная площадь сечения болта, винта, шпильки, мм².

Таким образом, в соответствии с ГОСТ Р 52627–2006 [7] для крепежной детали с классом прочности 6,8 и резьбой М10, номинальная площадь расчетного сечения которой составляет 58,0 мм², минимальная разрушающая нагрузка равна 34 800 H, а пробная нагрузка – 25 500 H.

Принимая усилие предварительной затяжки как 75 % от пробной нагрузки, его величина будет равна 19 125 H.

Усилие предварительной затяжки не должно приводить к переходу стержневой крепежной детали из области упругой деформации материала в область пластической деформации. Величина данного усилия обусловлена требованиями к соединению и может быть экспериментально определена с использованием датчика силы. В конструкторской документации указывается усилие предварительной затяжки или соответствующее значение крутящего момента затяжки [8, 9]. В среде разработки Ansys Workbench усилие предварительной затяжки моделируется при помощи нагрузки Bolt Pretension. Нагрузка может прикладываться к цилиндрической поверхности, прямой линии в случае линейных тел, одному или нескольким телам, представляющим модель болта под натяжением. Реакции от нагрузки предварительного натяжения могут выражаться в смещении (перемещении, произошедшем из-за преднатяга) и рабочей нагрузке (реакции силы от преднатяга, главным образом суммы всех сил, действующих в разрезе).

3. Нормализация параметров для обучения нейронной сети

При использовании сети во входные элементы подаются значения входных переменных, затем сигналы последовательно отрабатывают нейроны промежуточных и выходного слоев. Для каждого из этих слоев вычисляется свое значение активации как разница между взвешенной суммой выходов элементов предыдущего слоя и пороговым значением. Затем значения активации преобразуются с помощью функции активации и в результате получается выход нейрона. После того как вся сеть отработает, выходные значения элементов выходного слоя принимаются за выход всей сети в целом. Для работы алгоритма требуется, чтобы характеристика входа-выхода нейроподобных элементов была неубывающей и имела ограниченную производную. Обычно для этого используется сигмовидная нелинейность.

Разные по физическому смыслу и сильно различающиеся по абсолютным величинам выборки данных нуждаются в нормализации. Нормализация данных позволяет привести все используемые числовые значения переменных к одинаковой области их изменения, благодаря чему появляется возможность свести их вместе в одной нейросетевой модели.

Границы интервала нормализации задаются исходя из максимального и минимального значений соответствующей переменной. Если нет возможности точно определить граничные значения, максимальные и минимальные величины берутся из имеющейся выборки.

Линейная нормализация. Переход от традиционных единиц измерения к нормализованным и обратно с использованием метода линейной нормализации осуществляется с помощью следующих расчетных соотношений:

- при нормализации и денормализации в пределах [0, 1]

$$\tilde{x}_{ik} = \frac{x_{ik} - x_{\min i}}{x_{\max i} - x_{\min i}};$$
(3)

$$y_{jk} = y_{\min j} + \tilde{y}_{jk}(y_{\max j} - y_{\min j}); \tag{4}$$

– при нормализации и денормализации в пределах [-1, 1]

$$\tilde{x}_{ik} = 2 \cdot \frac{x_{ik} - x_{\min i}}{x_{\max i} - x_{\min i}} - 1; \tag{5}$$

$$y_{jk} = y_{\min j} + (\tilde{y}_{jk} + 1)(y_{\max j} - y_{\min j})/2,$$
 (6)

где x_{ik} – i-е входное значение k-го примера исходной выборки в единицах измерения задачи; \tilde{x}_{ik} – соответствующее i-е входное нормализованное значение;

 y_{jk} – j-е выходное значение k-го примера исходной выборки в единицах измерения задачи;

 \tilde{y}_{jk} – соответствующее j-е выходное нормализованное значение;

N – количество примеров обучающей выборки;

 $x_{\min i} = \min_{k=1,N}(x_{ik});$ $x_{\max i} = \max_{k=1,N}(x_{ik});$ $y_{\min j} = \min_{k=1,N}(y_{jk});$

 $y_{\max i} = \max_{k=1,N} (y_{ik}).$

Нелинейная нормализация. Один из способов нелинейной нормализации – использование сигмоидной логистической функции или гиперболического тангенса. Переход от традиционных единиц измерения к нормализованным и обратно в данном случае осуществляется следу-

ющим образом:

- при нормализации и денормализации в пределах [0, 1]

$$\tilde{x}_{ik} = \frac{1}{e^{-a(x_{ik} - x_{ci})} + 1};$$
(7)

$$y_{jk} = y_{cj} - \frac{1}{a} \ln \left(\frac{1}{\tilde{y}_{jk}} - 1 \right); \tag{8}$$

– при нормализации и денормализации в пределах [-1, 1]

$$\tilde{x}_{ik} = \frac{e^{a(x_{ik} - x_{ci})} - 1}{e^{a(x_{ik} - x_{ci})} + 1};$$
(9)

$$y_{jk} = y_{cj} - \frac{1}{a} \ln \left(\frac{1 - \tilde{y}_{jk}}{1 + \tilde{y}_{jk}} \right), \tag{10}$$

где $x_{ci} = (x_{\min i} + x_{\max i})/2$ – центр нормализуемого интервала изменения входной переменной; $y_{cj} = (y_{\min j} + y_{\max j})/2$ – центр нормализуемого интервала изменения выходной переменной.

Параметр a влияет на степень нелинейности изменения переменной в нормализуемом интервале. Чем меньше значение параметра a, тем более пологой выглядит нормализованная зависимость и больше ширина коридора экстраполяции.

На рис. 2 приведены графики нормализации входной переменной для пределов [-1; 1]. Для нелинейной нормализации с использованием функции гиперболического тангенса принято значение параметра a=1,0. Совпадение нормализованного значения в обоих случаях имеет место лишь в точке, соответствующей центру нормализуемого интервала. На рис. 3 показаны случаи нелинейной нормализации в пределах [0; 1] с использованием функции гиперболического тангенса с параметрами a, равными соответственно 0,3,0,5,1,0.

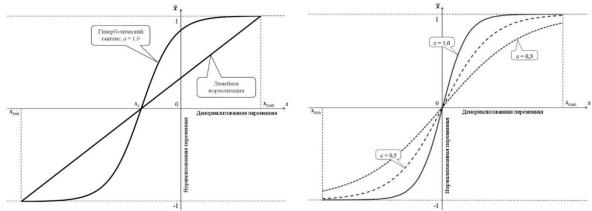


Рис. 2. Сравнение линейной и нелинейной функций нормализации

Рис. 3. Влияние параметра на график функции нелинейной нормализации

Вход функции активации нейрона определяется смещением и суммой взвешенных входов. Выход нейрона зависит как от входов нейрона, так и от вида функции активации. Количество нейронов в скрытых слоях отвечает за мощность сети.

Для получения линейного отображения решения применяются нейроны с линейными функциями активации. Когда в выходном слое используются линейные нейроны, выходы сети могут принимать произвольные значения. Линейные нейронные сети не могут формировать нелинейные отображения.

Для нелинейных связей между входом и выходом необходимо использовать нелинейные функции активации, например нелинейные логарифмические сигмовидные функции активации или функции гиперболического тангенса. Если последний слой многослойной сети использует такие функции активации, выходы сети будут ограничены.

Архитектура нейронной сети зависит от конкретной решаемой задачи [10–12].

4. Анализ модели фланца

Фланец представляет собой стальное кольцо с определенным количеством отверстий для болтов, предназначенное для герметичного соединения труб различного диаметра. Фланцы обладают высокой стойкостью к химическому воздействию, они устойчивы к механическим и температурным деформациям.

Созданный фланец имеет четыре болтовых соединения (рис. 4). Внутренний диаметр фланца и его крепления равен 0,04 м, толщина стенки 0,01 м, диаметр болтового отверстия 0,01 м. Проводятся вариативные расчеты со значениями усилия предварительной затяжки, равными 19 000, 10 000, 7000, 3000 H, в ослабленном болтовом соединении — 1000 H.

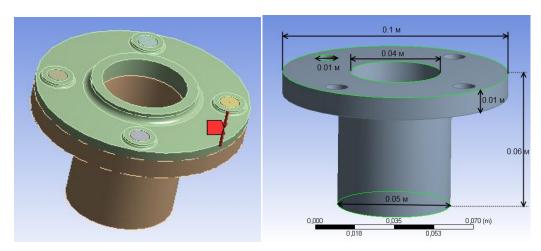


Рис. 4. Модель фланца

Условия нагружения: удаленная сила, приложенная к верхнему торцу фланца, направленная вертикально вверх и равная 1000 H, действует на втором шаге нагружения; предварительное натяжение болтов на первом шаге нагружения равно 7000 H на каждом болтовом соединении, на втором шаге нагружения — фиксировано (опция Lock в настройках задаваемой нагрузки).

Общая деформация в конструкции представлена в масштабе 2xAuto (рис. 5).

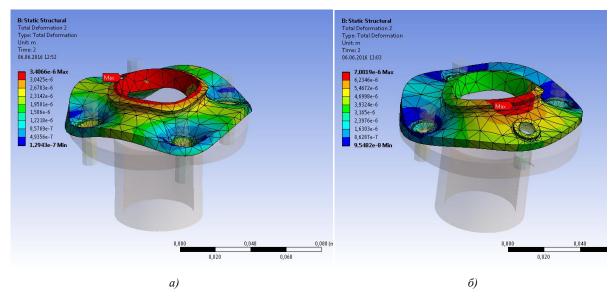


Рис. 5. Общая деформация конструкции с масштабом 2х: *а)* при ослабленных болтовых соединениях, расположенных друг напротив друга; *б)* при одном ослабленном болтовом соединении

Модель фланца просчитывается для возможных комбинаций ослабления болтовых соединений. Некоторые варианты расчета:

- три соединения имеют величину усилия 7000 H, ослаблено одно болтовое соединение до 3000 H;
 - ослаблены два болтовых соединения, расположенные рядом, до 3000 Н;
 - ослаблены два болтовых соединения, расположенные друг напротив друга, до 3000 H;
 - ослаблены три болтовых соединения до 3000 Н.

Для оценки напряженно-деформированного состояния конструкции проводится статический анализ с двумя шагами нагружения. На первом шаге нагружения задаются ограничения по перемещениям и предварительное натяжение болтов крепления деталей конструкции. На втором шаге нагружения добавляется действие удаленной силы, приложенной к торцу фланца, и учитываются изменения в натяжении болтов крепления.

Результаты вычислений некоторых возможных вариантов зажима болтовых соединений приведены в таблице.

| Выходной параметр | Вариант задания усилия предварительной затяжки | | | | | | | | |
|---|--|----------------|---------------|----------------|--|--|--|--|--|
| Выходной параметр | 1 | 2 | 3 | 4 | | | | | |
| Максимальное перемещение по оси Z, м | 3,3804e – 006 | 3,3649e – 006 | 3,373e – 006 | 3,3087e – 006 | | | | | |
| Координаты точки с максимальным перемещением по оси Z | | | | | | | | | |
| По оси Х | -1,5034e - 002 | -1,5034e - 002 | -1,5034e-002 | -1,5034e - 002 | | | | | |
| По оси Ү | 1,3191e – 002 | 1,3191e – 002 | 1,3191e – 002 | 1,3191e – 002 | | | | | |
| По оси Z | 2,4997e – 003 | 2,4997e – 003 | 2,4997e – 003 | 2,4997e – 003 | | | | | |
| Максимальное перемещение по оси X, м | 1,6064e – 006 | 1,588e – 006 | 1,2514e – 006 | 1,5754e – 006 | | | | | |

Окончание таблицы

| D | Вариант задания усилия предварительной затяжки | | | | | | | | | |
|---|--|----------------|---------------|---------------|--|--|--|--|--|--|
| Выходной параметр | 1 | 2 | 3 | 4 | | | | | | |
| Координаты точки с максимальным перемещением по оси Х | | | | | | | | | | |
| По оси Х | 5,e - 002 | 5,e - 002 | -5,e-003 | 5,e - 002 | | | | | | |
| По оси Ү | 0 | 0 | 4,e - 002 | 0 | | | | | | |
| По оси Z | 0 | 0 | 7,e – 003 | 0 | | | | | | |
| Максимальное перемещение по оси Y, м | 1,5872e – 006 | 1,5823e – 006 | 1,5553e – 006 | 1,3128e – 006 | | | | | | |
| Координаты точки с максимальным перемещением по оси Ү | | | | | | | | | | |
| По оси Х | -1,4051e - 004 | -1,4051e - 004 | -1,4051e-004 | 4,e - 002 | | | | | | |
| По оси Ү | 4,7361e – 002 | 4,7361e – 002 | 4,7361e – 002 | -5,e-003 | | | | | | |
| По оси Z | 0 | 0 | 0 | 7,e - 003 | | | | | | |
| Эквивалентное напряжение по Мизесу, МПа | 8,5053e + 007 | 8,4188e + 007 | 8,4183e + 007 | 8,4136e + 007 | | | | | | |

Полученные наборы решений содержат данные разных размерностей, также точно неизвестны пределы изменения переменных, поэтому предварительно проводится нелинейная нормализация входных данных по формулам (7), (8), а границы интервала нормализации задаются с учетом минимальных и максимальных значений в полученной выборке.

Связи между входными и выходными параметрами являются нелинейными, поэтому необходимо использовать нелинейные функции активации. Изначально количество слоев сети и количество нейронов слоев неизвестно, оно определяется экспериментально. Исходя из общих рекомендаций, представленных в документации по работе с нейронными сетями в пакете Matlab, для решения задачи используем двухслойную нейронную сеть. В качестве функции активации нейроны скрытого слоя применяют функцию гиперболического тангенса, а выходные нейроны – сигмоидальную функцию, ограничивающую выходные значения. Обе функции являются нелинейными, непрерывными функциями, позволяющими нейронной сети моделировать нелинейные связи между входными и выходными нейронами. Первый слой сети содержит четыре нейрона, второй – два. Увеличение количества нейронов в слоях ведет к увеличению затрат на расчет по времени и ресурсам. Оптимальное число нейронов в слоях и количество слоев подбираются экспериментально для конкретной решаемой задачи. Так как в работе исследуется возможность использования нейронных сетей для прогнозирования погрешностей крепления, то принято оставлять полученную на данном этапе конфигурацию сети.

Далее проводится обучение нейронной сети, в ходе которого находятся зависимости между параметрами. Для определения точности сети используется набор контрольных данных, зарезервированный под указанные цели ранее.

После успешного обучения нейронной сети было проведено ее тестирование, позволяющее определить, насколько точно нейронная сеть может вычислять степень прижимного усилия в болтовых соединениях, обладая лишь данными о деформации конструкции. Для этого были взяты пробные значения максимальных смещений конструкции, которые соответствуют уже известным значениям затяжки болтовых соединений.

Тестовый набор нормализированных данных имеет вид

$$[0,022;-1;0,694;-0,998;0,385;-0,36;1;0,4;0,5;-0,004;1;-1],$$

что соответствует варианту конструкции с усилиями предварительной затяжки болтов, равными 7000, 3000, 3000, 7000 Н в четырех болтах соответственно.

В ходе испытания были получены следующие результаты: 7100, 2790, 2802, 6893 Н. Принимая во внимание сложность нахождения нелинейной зависимости по малому количеству

обучающих выборок, полученную погрешность можно считать приемлемой на данном этапе разработки нейронной сети.

5. Анализ модели компрессорно-конденсаторного агрегата

На примере модели ККА исследуем возможность идентификации прижимных усилий в местах крепления генератора к опорной раме конструкции. По аналогии с анализом модели фланца рассчитываем напряженно-деформированные состояния конструкции для вариантов крепления генератора на раме ККА с различной величиной прижимных усилий (рис. 6).

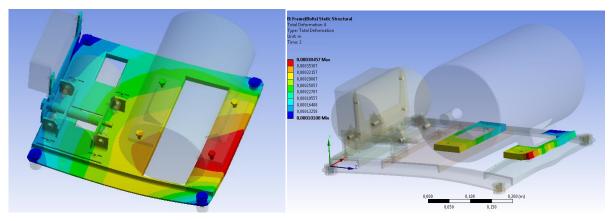


Рис. 6. Вариант деформированного состояния рамы и опор генератора конструкции ККА

При решении прямой задачи о нахождении напряженно-деформированного состояния конструкции в качестве входных данных выступают величины прижимных усилий в местах крепления генератора к опорной раме, в качестве выходных – координаты узла с наибольшим общим перемещением, наибольшими перемещениями по осям X, Y, Z, величины соответствующих смещений. Выходные данные получаем при помощи сниппета APDL. Отметив входные и выходные параметры как «проектные значения параметров», переходим в компонент Parameter Set среды Ansys Workbench, где создаем набор проектных решений с различными вариантами величин прижимных усилий в узлах крепления и выполняем их расчет (рис. 7).

| ble of | Design I | Points | | | | | | | | | | | | | | | → û |
|--------|----------|---------------|------------------|-----------------------|----------------------------------|--------------------------|-----------------------|--------------------------|--------------------------|---|----------------|----------------|---------------|-------------|---------------------|-------------|-----------------------|
| | Α | В | С | D | Е | F | G | Н | I | J | K | L | М | N | 0 | Р | Q |
| 1 | <u>•</u> | 2 3 ▼ 2 | P Bolt • P | P260 - Bolt Pre | P261 -Bolt Pr • 4 Pr | P Bolt P 5 P | P B P 6 P | P Bolt P 7 P | P Bolt P 8 P | P266 - Equiva Stress 2 Maximum | P272 - m | P273 - my_F | P - • m | P - m | P269 - • my_z | P - m | P270 - my_stress_z_ma |
| 2 | Units | N · | N 💌 | N 🔽 | N 🔻 | N 🔻 | N 🔽 | N 🔻 | N 🔻 | Pa | | | | | | | |
| 4 | DP 1 | 1 | 8000 | 8000 | 8000 | 8000 | 8000 | 8000 | 8000 | 5,6077E+07 | -0,008 | 0,016021 | 0,38449 | -0,008 | 0,016021 | 0,38449 | 6,721E+08 |
| 5 | DP 2 | 8000 | 1 | 8000 | 8000 | 8000 | 8000 | 8000 | 8000 | 5,4909E+07 | -0,008 | 0,016021 | 0,38449 | -0,008 | 0,016021 | 0,38449 | 6,7206E+08 |
| 6 | DP 3 | 8000 | 8000 | 1 | 8000 | 8000 | 8000 | 8000 | 8000 | 7,254E+07 | -0,008 | 0,016021 | 0,38449 | -0,008 | 0,016021 | 0,38449 | 6,9286E+08 |
| 7 | DP 4 | 8000 | 8000 | 8000 | 1 | 8000 | 8000 | 8000 | 8000 | 7,3678E+07 | 0,015 | 0,45654 | 0,11646 | 0,015 | 0,45654 | 0,11646 | 5,3296E+08 |
| 8 | DP 5 | 8000 | 8000 | 8000 | 8000 | 1 | 8000 | 8000 | 8000 | 7,3495E+07 | -0,008 | 0,016021 | 0,38449 | -0,008 | 0,016021 | 0,38449 | 6,9291E+08 |
| 9 | DP 6 | 8000 | 8000 | 8000 | 8000 | 8000 | 1 | 8000 | 8000 | 7,3685E+07 | -0,008 | 0,016021 | 0,38449 | -0,008 | 0,016021 | 0,38449 | 6,929E+08 |
| 10 | DP 7 | 8000 | 8000 | 8000 | 8000 | 8000 | 8000 | 1 | 8000 | 7,3584E+07 | -0,008 | 0,016021 | 0,38449 | -0,008 | 0,016021 | 0,38449 | 6,9291E+08 |
| 11 | DP 8 | 8000 | 8000 | 8000 | 8000 | 8000 | 8000 | 8000 | 1 | 7,3376E+07 | -0,008 | 0,016021 | 0,38449 | -0,008 | 0,016021 | 0,38449 | 6,929E+08 |
| 12 | DP 9 | 1 | 1 | 8000 | 8000 | 8000 | 8000 | 8000 | 8000 | 7,443E+07 | -0,008 | 0,016021 | 0,38449 | -0,008 | 0,016021 | 0,38449 | 6,9285E+08 |
| 13 | DP 10 | 8000 | 1 | 1 | 8000 | 8000 | 8000 | 8000 | 8000 | 7,2238E+07 | -0,008 | 0,016021 | 0,38449 | -0,008 | 0,016021 | 0,38449 | 6,9282E+08 |
| 14 | DP 11 | 8000 | 8000 | 1 | 1 | 8000 | 8000 | 8000 | 8000 | 7,2786E+07 | 0,015 | 0,45654 | 0,11646 | 0,015 | 0,45654 | 0,11646 | 5,3297E+08 |
| 15 | DP 12 | 8000 | 8000 | 8000 | 1 | 1 | 8000 | 8000 | 8000 | 7,3742E+07 | 0,015 | 0,45654 | 0,11646 | 0,015 | 0,45654 | 0,11646 | 5,3296E+08 |

Рис. 7. Часть набора проектных параметров и решений

Полученные наборы решений содержат данные разных размерностей. Пределы изменения переменных неизвестны, поэтому проводим нелинейную нормализацию входных данных, где границы интервала нормализации задаем с учетом минимальных и максимальных значений в полученной выборке.

В пакете MATLAB при помощи инструмента Neural Network Toolbox строим двухслойную однонаправленную нейронную сеть по аналогии с моделью нейронной сети для фланца. Число входов данной сети 12, что включает максимальные величины смещения по осям и координаты соответствующих узлов; число выходов — 4, что соответствует величинам прижимных усилий в четырех узлах крепления. В первом слое, состоящем из четырех нейронов, используется дифференцируемая функция активации гиперболического тангенса TANSIG. Во втором слое, состоящем из двух нейронов, используется логарифмическая сигмовидная функция активации LOGSIG. Последний слой является выходом сети. Для обучения используется функция на основе алгоритма обратного распространения TRAINLM, которая задается по умолчанию (рис. 8).

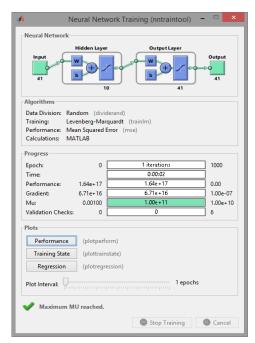


Рис. 8. Обучение нейронной сети в пакете MATLAB

После успешного обучения нейронной сети проведено ее тестирование. Для этого были взяты пробные значения максимальных смещений конструкции, которые соответствуют уже известным значениям затяжки болтовых соединений.

При расчете рамы ККА был получен следующий вектор решений: [4,0906e-04;-5,e-03;4,9278e-02;0,29902;3,8796e-05;0,15833;3,5e-02;0,418;4,5502e-05;0,19429;2,e-02;0,488], что соответствует варианту конструкции с усилиями предварительной затяжки болтов, равными 8000,7000,8000,4000 Н в четырех болтах соответственно.

После нормализации входной вектор значений имеет вид [0,118765515; -0,142689858; 0,483907556; -0,802527495; -0,411459679; 0,338103691; 0,575; 0,35; -0,28310195; 0,4987375; 0,343767308; 0,2].

В ходе испытания получены следующие результаты: 7556, 6950, 7400, 4200 Н.

Заключение

Размещение и крепление деталей влияют на распределение напряжений и смещений в несущей конструкции. Погрешности крепления отдельных составляющих конструкции могут привести к деформации деталей и последующей поломке устройства в целом.

Определение напряженно-деформированного состояния модели является прямой задачей механики деформированного тела. Решение обратной задачи идентификации погрешностей крепления конструкции по величинам смещений в узлах соединения отдельных элементов представляет собой восстановление некоторой неизвестной зависимости по имеющимся экспериментальным данным.

Решение задачи об определении напряженно-деформированного состояния конструкции производится методом конечных элементов посредством пакета конечно-элементных расчетов. В качестве способа решения обратной задачи исследуется возможность использования нейронной сети. Решение обратной задачи предполагает многократное решение прямой задачи. Подготовка обучающей выборки представляет собой ресурсоемкий и долгий процесс, поскольку проведение анализа сложной конечно-элементной модели требует больших аппаратных и временных затрат.

Для уменьшения погрешности предсказываемых результатов необходимо экспериментально подбирать оптимальную конфигурацию нейронной сети отдельно для конкретной решаемой задачи и использовать больший объем выборок для обучения сети и больший объем контрольных данных для ее тестирования.

Использование обученной нейронной сети поможет определить величины прижимного усилия в узлах крепления по перемещениям, возникающим в местах крепления отдельных элементов, что позволит предсказать поведение конструкции в ходе эксплуатации и таким образом предотвратить выход из строя оборудования и избежать аварийной ситуации.

Эффективность предлагаемого подхода демонстрируют полученные результаты. Так, в задаче о прижимных усилиях четырех болтовых соединений фланца покомпонентное сравнение результирующего вектора с тестовым дает следующие относительные погрешности в процентах: [1,42857; -0,33333; -0,66000; -0,1522857].

В задаче идентификации прижимных усилий в местах крепления генератора к опорной раме конструкции ККА сравнение результирующего вектора с тестовым дает следующие относительные погрешности в процентах: [-0,55000; -7,41428; -7,50000; 5,00000]. Отметим, что точность можно повысить, увеличив количество предварительных численных экспериментов на основе конечно-элементной модели.

Список литературы

- 1. Напрасников, В.В. Влияние упрощающих предположений в конечно-элементных моделях компрессорно-конденсаторных агрегатов на спектр собственных частот / В.В. Напрасников, С.В. Красновская // Системный анализ и прикладная математика. 2014. № 1–3. С. 51–55.
- 2. Красновская, С.В. Обзор возможностей оптимизационных алгоритмов при моделировании конструкций компресссорно-конденсаторных агрегатов методом конечных элементов / С.В. Красновская, В.В. Напрасников // Весці Нацыянальнай акадэміі навук Беларусі. Сер. фіз.тэхн. навук. 2016. № 2. С. 92—99.
- 3. Напрасников, В.В. Исследование возможных улучшений рамы компрессорно-конденсаторного агрегата / В.В. Напрасников, С.В. Красновская // Восьмая Междунар. науч.техн. конф. «Информационные технологии в промышленности» (ITI*2015): материалы конф., Минск, 2–3 апреля 2015. Минск: ОИПИ НАН Беларуси, 2015. С. 51–52.
- 4. Красновская, С.В. Влияние метода извлечения мод на спектр собственных частот рамы компрессорно-конденсаторного агрегата / С.В. Красновская, В.В. Напрасников // Восьмая Междунар. науч.-техн. конф. «Информационные технологии в промышленности» (ITI*2015): материалы конф., Минск, 2–3 апреля 2015. Минск: ОИПИ НАН Беларуси, 2015. С. 53–54.
- 5. Задача об идентификации прижимного усилия в узле крепления компрессорно-конденсаторной установки / А.В. Красновский [и др.] // Сборник материалов науч.-техн. конф. «Информационные технологии в технических и социально-экономических системах», Минск, 22 апреля 2015 г. Минск: Республ. ин-т высшей школы, 2015. С. 83.
- 6. Ватульян, А.О. Обратные задачи в механике деформируемого твердого тела / А.О. Ватульян. М.: Физматлит, 2007. 224 с.

- 7. Болты, винты и шпильки. Механические свойства и методы испытаний : ГОСТ Р 52627–2006. Введ. 27.12.06. М. : Стандартинформ, 2007. 28 с.
- 8. Иосилевич, Г.Б. Затяжка и стопорение резьбовых соединений : справочник / Г.Б. Иосилевич, Г.Б. Строганов, Ю.В. Шарловский. М. : Машиностроение, 1985. 224 с.
- 9. Пособие по проектированию анкерных болтов для крепления строительных конструкций и оборудования (к СНИП 2.09.03-85). Введ. 01.01.93. М. : ЦНИИпромзданий, 1993. 49 с.
- 10. Терехов, С.А. Лекции по теории и приложениям искусственных нейронных сетей / С.А. Терехов. Снежинск : ВНИИТФ, 1994.
- 11. Круглов, В.В. Искусственные нейронные сети. Теория и практика / В.В. Круглов, В.В. Борисов. 2-е изд. М.: Горячая линия Телеком, 2002. 382 с.
- 12. Консультационный центр MATLAB: раздел Neural Network Toolbox [Электронный ресурс]. Режим доступа: http://matlab.exponenta.ru/neuralnetwork/book1/task1/task1.php/. Дата доступа: 21.06.2017.

Поступила 29.08.2017

Белорусский национальный технический университет, Минск, пр. Независимости, 65 e-mail: n_v_v@tut.by, skraspost@gmail.com

S.V. Krasnovskaya, V.V. Naprasnikov

DETECTION OF CLAMPING FORCES ON MOUNTING A CONSTRUCTION VIA NEURAL NETWORK FOR THE FINITE-ELEMENT MODEL OF COMPRESSOR-CONDENSING UNIT

The article provides a brief review of a condensing unit and problems of mathematic simulation. It examines the influence of pretension on the strain-stress state of a construction by means of finite-element modeling. The arrangement of a set of input-output data for neural network is also considered. The article investigates a possibility to predict mounting precision via neural networks; by analogy with the above calculations it examines the option to detect clamping forces on mounting compressor-condensing unit.

2017 октябрь-декабрь № 4

УДК 004.822

В.А. Кочуров

МЕТОДИКА СОЗДАНИЯ БАЗ РАСПРЕДЕЛЕННЫХ ИНЖЕНЕРНЫХ ЗНАНИЙ

Рассматриваются принцип и приемы создания моделей распределенных инженерных знаний, а также программная реализация таких моделей в форме сервера информационно-логических таблиц (СИЛТ). Благодаря взаимодействию СИЛТ между собой на основе технологии WCF (Windows Communication Foundation) создается кластер СИЛТ, посредством которого реализуется локальное пространство знаний компании. Кроме того, в связи с наличием специального веб-приложения, являющегося частью данного комплекса, создается возможность доступа к кластеру СИЛТ с любого устройства, имеющего веб-браузер и доступ в сеть Интернет.

Введение

В основе создания новых образцов промышленной продукции в современных условиях лежит понятие жизненного цикла изделия как совокупности этапов, через которые проходит изделие за время своего существования: маркетинговые исследования, составление технического задания, проектирование, технологическая подготовка производства, изготовление, поставка, эксплуатация, утилизация.

Каждый из составляющих жизненный цикл изделия этапов представляет собой бизнеспроцесс, содержащий две составляющие:

- интеллектуальную деятельность, в процессе которой постепенно формируется образ желаемого результата, оформляемый затем в форме комплекта документации;
- физическую деятельность по реализации образа результата на основе созданного комплекта документации.

В основе интеллектуальной деятельности в бизнес-процессах явно или неявно лежит проектирование сценария последующей физической деятельности. Другими словами, основу любой производственной деятельности составляют процессы проектирования не только конечного результата этой деятельности (например, выпускаемого продукта), но и возможных сценариев выполнения этой деятельности (совокупности бизнес-процессов, обеспечивающих выпуск конечного продукта).

Независимо от сложности или объемности какого-либо процесса проектирования он распадается в конечном итоге на множество элементарных шагов — состояний процесса. Поскольку каждое состояние должно тем или иным способом фиксироваться в документе определенной формы, то элементы информации, характеризующие образы создаваемых конструкций или процессов в каждом состоянии их разработки, мысленно объединяются проектировщиком или аналитиком в информационные модели состояний процесса проектирования. Переход от одного состояния к последующему состоянию осуществляется посредством принятия решений. Под решением здесь понимается либо конкретный элемент создаваемой информации, либо указание, какой элемент информации необходимо создавать в данных условиях и как его создавать.

Таким образом, можно сделать важный вывод о том, что как в процессе проектирования конечного продукта, так и при реинжиниринге бизнес-процессов создания этого продукта исполнители принимают решения, используя определенную информационную среду. Отсюда возникает вопрос: что такое информационная среда принятия решений и как ее моделировать в программной реализации систем поддержки принятия решений?

1. Базы знаний в процессах проектирования

Процесс проектирования (или реинжиниринга) можно рассматривать как комплекс взаимосвязанных работ по созданию, дополнению и преобразованию образа объекта проектирования (изделия или процесса) со всей необходимой для целей его изготовления (реализации) или обслуживания информационной полнотой. Информацию, определяющую образ объекта на лю-

бой стадии проектирования и зафиксированную в любой из общеупотребительных форм (графической, технической, математической, устной и т. д.), можно назвать информационной моделью состояния процесса проектирования.

Рассмотрим информационную среду процесса проектирования на примере технологического проектирования. Этот процесс протекает в информационной среде, содержащей исходную и производную информацию. В свою очередь, исходная информация делится на переменную и условно постоянную информацию, а последнюю можно разделить на справочную и методическую информацию.

Под исходной информацией понимается информация, существующая до начала проектирования. Переменная часть этой информации содержит необходимые сведения об изделии, программе выпуска и т. п. и подготавливается для каждого конкретного процесса проектирования.

Условно-постоянная справочная информация изменяется эпизодически независимо от конкретного процесса проектирования и содержит сведения о методах получения заготовок, обработки и т. п.

Производная информация формируется в процессе технологического проектирования. Она содержит необходимые сведения о маршруте обработки отдельных поверхностей, промежуточных конфигурациях детали в процессе обработки и т. п.

Методическая информация определяет причинно-следственные связи между элементами исходной и производной информации, а также содержит рекомендуемые решения, которые следует принимать при определенных условиях на определенных стадиях проектирования.

В ходе выполнения любой работы, составляющей процесс проектирования, происходит переход от предшествующего к последующему состоянию процесса посредством использования методической информации, которая определяет способ преобразования текущего состояния в новое состояние и обычно не фиксируется в документах (остается «в тени»).

Учитывая вышеизложенное, в настоящем контексте можно ограничить трактовку термина «знание» и рассматривать его как рекомендацию выполнить определенное действие в определенных условиях, т. е. знание представляет собой сопоставленную состоянию рекомендацию способа перехода к последующему состоянию. Такое ограничение трактовки термина «знание» позволяет уточнить понятие «база знаний» и рассматривать ее как базу данных, логическая модель которой представляет собой множество состояний какого-либо процесса совместно с правилами перехода к последующему состоянию этого процесса. Другими словами, рассматриваемые нами знания — это эвристические правила преобразования текущего состояния модели в новое состояние.

Можно видеть, что упомянутая выше методическая информация представляет собой концептуальную базу знаний над базой фактов, причем в качестве базы фактов здесь выступает исходная, условно-постоянная и производная информация [1].

Теперь важно определить способ формализованного представления инженерных знаний [2]. Традиционно такие знания представляются посредством описаний, которые могут содержать текст, формулы, таблицы, рисунки (эскизы), чертежи, трехмерные модели, скрипты, программные коды. Данный способ представления знаний можно назвать наиболее предпочтительным, поскольку он обладает главными преимуществами — доступностью и понятностью конечному пользователю-инженеру (лицу, принимающему решения).

Посредством современных систем программирования [3] можно запрограммировать любой сценарий, однако знания, представленные в форме программного кода, могут использоваться только внутри самой программы, и поэтому такой способ следует считать неприемлемым. Модель представления инженерных знаний должна обеспечивать возможность взаимодействия с ней инженеру в традиционной манере, программисту, разрабатывающему программные решения, а также программе, имитирующей интеллектуальную деятельность.

2. Информационно-логические таблицы

В настоящей работе рассматривается опыт использования в качестве моделей представления инженерных знаний информационно-справочных таблиц (рис. 1), которые широко применяются в учебниках, справочниках, а также различной справочно-нормативной документации.

Любая информационно-справочная таблица является структурно организованным набором совместно используемых фактов. Каждый факт характеризуется именем, значением и отношением к соседним фактам, причем это отношение выражается взаимным расположением данного факта относительно остальных фактов набора.

Именно расположение факта относительно других фактов набора является семантически нагруженным, позволяет выделить смысл каждого факта — его интерпретацию. Структурно организованный набор фактов информационно-справочной таблицы представляет собой определенную сущность — абстрактный объект.

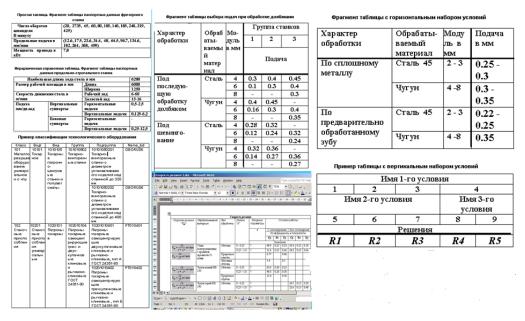


Рис. 1. Примеры информационно-справочных таблиц

Поскольку взаимное расположение фактов набора и соответствующую семантику может распознавать только человек, использование информационно-справочных таблиц для представления эвристических знаний в программных реализациях основывается на преобразовании их в так называемые информационно-логические таблицы (ИЛТ) посредством введения структурносемантических ролей, которые сохраняются в контексте формализованного представления модели.

Структурно-семантические роли (рис. 2) имеют особое значение в использовании ИЛТ. Основная часть списка ролей содержит информацию о структурной организации ИЛТ и формируется автоматически программным способом при занесении таблицы в базу данных. Затем новые роли могут добавляться оператором, привнося в ИЛТ ту или иную дополнительную семантику.



Рис. 2. Пример структурно-семантических ролей, преобразующих информационно-справочные таблицы в информационно-логические

После проведения формализации модель любой ИЛТ независимо от ее внешнего вида может рассматриваться на формальном уровне как объект, состоящий из упорядоченной коллекции именованных фактов-контейнеров, каждый из которых содержит коллекцию фактов. При этом каждый факт также представляет собой объкт, определяемый фиксированным набором свойств: идентификатор, имя, значение, список ролей, результат выполнения операции, ссылка на визуальный элемент управления, ссылка на родительский контейнер, ссылка на контейнер верхнего уровня.

Если ИЛТ содержит атрибут с ролью «выбираемое значение», то она может интерпретироваться как однородная группа правил «если – то». Определение «однородная» означает, что выбираемые решения являются элементами объема одного и того же понятия: диаметра, длины, допустимого значения инвестиций и т. п. В этом случае следует обратить внимание на то, что атрибуты в условии, определяющем выбор значения (заключения правила), являются атрибутами одной или нескольких независимых сущностей информационной среды принятия решений. Следовательно, ИЛТ, содержащая атрибут с ролью «выбираемое значение», выражает скрытое причинно-следственное отношение между значениями характеристик одной или нескольких независимых сущностей определенной предметной области. Именно это замечание является важным аргументом в пользу использования ИЛТ для моделирования информационной среды бизнес-процессов.

3. Реляционно-предикативная иерархическая модель базы данных

Информационную среду некоторого бизнес-процесса будем рассматривать как определенную предметную область. Концептуальную модель такой предметной области составляет множество сущностей (абстрактных объектов), находящихся между собой в различных отношениях (не обязательно теоретико-множественных).

Каждая сущность отличается от других сущностей составом своих постоянных свойств (характеристик). В свою очередь, каждое свойство объекта (сущности) представляется атрибутом, который характеризуется именем и набором (множеством) допустимых значений, а также атрибутивным предикатором, который определяет отношение между именем и значением (например, «это есть то»). Состав свойств сущности часто называют типом.

Учитывая, что каждый тип представлен именем и составом атрибутов, каждый атрибут также представлен именем атрибута, предикатором и множеством допустимых значений и, наконец, каждое значение представлено автонимно определенной лексемой, можно сделать вывод, что базовый, или нижний, уровень модели предметной области составляет множество лексем трех категорий:

- -имена;
- -значения;
- предикаторы.

В свою очередь, лексемы объединяются в структуры (типы) – поименованные наборы лексем

Казалось бы, отсюда следует, что на нижнем уровне иерархии модели некоторой предметной области необходимо создать представление трех множеств лексем: имен, значений и предикаторов. Однако этот вывод верен лишь частично. Очень часто лексемы в одном контексте выступают в роли значения, а в другом — в роли имени. Например, в предложении «Вид поверхности есть цилиндр» слово «цилиндр» выступает в роли значения. Эта же лексема в предложении «Цилиндр есть поверхность, образованная...» выступает в роли имени. Поэтому лексемы, представляющие имена атрибутов, элементов и объектов, а также значения атрибутов, целесообразно занеси в общую таблицу лексем (тезаурус, словарь).

Примечание. Отличие множества значений от множества имен состоит лишь в том, что значениями могут быть типы больших значений (например, большие тексты) или двоичные файлы (изображения и т. п.). Однако большая часть значений — это короткие лексемы: числа, строки символов, даты. Отсюда следует, что таблицу имен можно объединить с таблицей значений, добавив в таблицу предикаторов роль «имя атрибута».

Логическая модель базы данных для хранения определенных выше моделей знаний в форме ИЛТ основывается на понятии «факт». Факт — это истинное по определению высказывание, утверждающее, что представленное определенной лексемой значение является значением атрибута, имя которого определяется второй лексемой. При этом между данными лексемами существует отношение, определяемое атрибутивным предикатором. Образованный таким способом атрибут представляет значение свойства элемента в составе определенного объекта указанного типа.

Факты объединяются в контейнеры нижнего уровня — сложные атрибуты и элементы. Контейнеры, представляющие элементы, объединяются в контейнеры — объекты. Контейнеры, представляющие сложные атрибуты, элементы и объекты, будем называть базовыми контейнерами. Помимо базовых контейнеров могут существовать производные контейнеры на уровнях между элементами и объектом, а также на уровне объектов.

Логическая модель реляционной базы данных (рис. 3) содержит:

- таблицу значений (SiltValues), представляющую тезаурус;
- таблицу предикаторов (SiltPred), содержащую структурно-семантические роли;
- -таблицу фактов (SiltFkt), представляющую структуру объекта (ИЛТ), поскольку помимо отдельных фактов она содержит и сведения о структурных связях между фактами. Эта таблица определяет факты вне контекста, в котором они встречаются в исходном документе. Однако некоторый атрибут, содержащийся, например, в информационно-логической таблице, имеет дополнительные свойства, такие как номер столбца, номер строки источника, кратность по строке и столбцу. Необходимость в этих сведениях возникает при программной визуализации ИЛТ. Поэтому вводится еще одна таблица SiltStruct, содержащая сведения о свойствах факта в контексте первоисточника.

Один и тот же факт может играть несколько ролей в одно и то же время в семантической модели документа-источника, что вынуждает вводить еще одну таблицу – SiltRole, содержащую роли, которые играет факт в контексте первоисточника. Эта таблица представляет отношение «один ко многим» между таблицами фактов и предикаторов (SiltFkt и SiltPred).

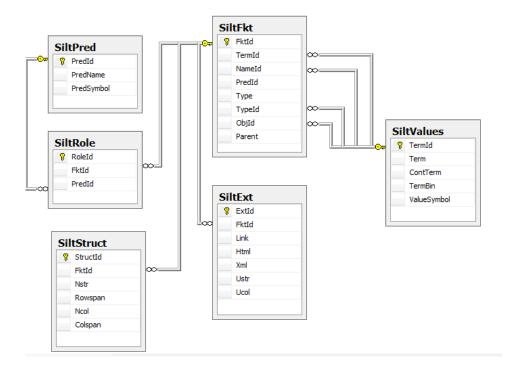


Рис. 3. Логическая схема базы данных для реляционно-иерархической предикативной модели структурных объектов

Остаются неучтенными еще несколько дополнительных сведений, связанных с фактом и его представлением:

- лексема может представлять ссылку на другой факт;
- лексема может потребовать HTML-форматирования при ее представлении в браузере;
- лексема может являться именем объекта, который требует представления в виде полноценной веб-страницы;
- если лексема представляет имя объекта, то для него может потребоваться XML-представление.

Отсюда следует необходимость введения еще одной таблицы – SiltExt, обеспечивающей хранение перечисленных выше сведений.

Схема полученной таким образом базы данных представлена на рис. 3.

Необходимо указать на главное отличие предлагаемого подхода от традиционной реляционной модели. В классической нормализованной реляционной модели каждая сущность (в нашем случае ИЛТ) представляется реляционной таблицей. В предлагаемом подходе реляционные таблицы используются для представления словарей лексем, предикаторов и фактов, что позволяет построить универсальную физическую модель базы данных, в которую можно «вкладывать» различные логические модели предметных областей.

Замечание. ИЛТ как самостоятельная сущность в рассматриваемой логической модели базы данных отсутствует, поэтому для взаимодействия с такой базой данных требуется специальный программный интерфейс.

4. Сервер информационно-логических таблиц

В настоящей работе рассматривается один из вариантов программной реализации взаимодействия с базой данных, описанной в разд. 3, посредством программно-информационного комплекса СИЛТ. СИЛТ – активный сервер приложений, управляющий базами информационных ресурсов (БИР), объединяемых по функционально-структурным признакам. Например, это могут быть информационные ресурсы для решения задач статистического анализа, обеспечения расчета по деталям машин или решения задач оптимизации в определенной предметной области.

БИР – это структурно организованная коллекция объектов предметной области, которые могут представлять модели знаний в форме ИЛТ, простые текстовые документы, документы WORD/EXEL, рисунки различных форматов, 2D- и 3D-модели CAD-систем, исходные тексты и исполнимые файлы программ, сценарии в форме скриптов. Следует заметить, что интерфейс любого такого объекта обеспечивает ИЛТ, посредством которой устанавливаются логические связи как между самими объектами, так и между отдельными элементами этих объектов.

БИР размещается в контейнере, в качестве которого выступает реляционная база данных под управлением любой коммерческой СУБД. Логические модели всех таких баз данных идентичны и представляют собой рассмотренную выше реляционно-иерархическую предикативную модель структурных объектов. Эти два фактора определяют преимущества предлагаемой методики.

5. Функциональная модель СИЛТ

В структурном плане СИЛТ содержит центральное ядро, представленное обработчиком информационно-логических таблиц, который реализован в форме WCF-службы (Windows Communication Foundation Services). Данная служба экспонирует объекты, находящиеся под управлением СИЛТ. Кроме того, СИЛТ содержит WCF-клиента, который обеспечивает доступ к информационным ресурсам других серверов (рис. 4).

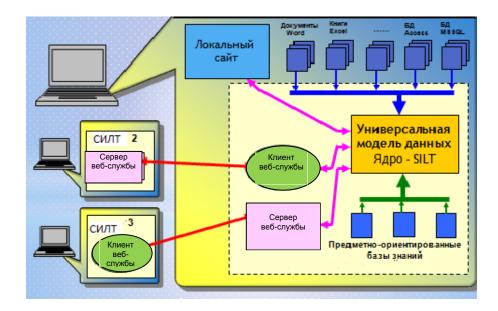


Рис. 4. Архитектура сервера информационно-логических таблиц

Из изложенного выше следует, что структура функциональной модели СИЛТ содержит три категории функциональностей:

- функциональное ядро;
- визуальный интерфейс;
- интерфейсы удаленного доступа.

Функциональное ядро инкапсулирует всю целевую функциональность СИЛТ на уровне программного интерфейса:

- а) функциональность взаимодействия с БИР:
 - -создание новой БИР;
 - -открытие существующей БИР;
 - просмотр состава ИЛТ в открытой БИР;
 - -выбор и открытие конкретной ИЛТ;
 - -сохранение ИЛТ в заданной БИР;
- б) манипулирование ИЛТ:
 - -создание новой ИЛТ и сохранение ее в заданной БИР;
 - -удаление из БИР существующей ИЛТ;
 - произвольное редактирование структуры ИЛТ;
- -редактирование контекста факта (чтение и изменение ролей, принадлежности родительскому элементу; определение входных и выходных параметров);
- -реализацию вычислений посредством встроенного скриптового языка и встроенного программного интерфейса к продукту MathCad.

Визуальный интерфейс СИЛТ представляет доступ со стороны конечного пользователя к функциональности ядра как локального, так и удаленного СИЛТ-сервера; интерфейсы удаленного доступа обеспечивают удаленный доступ СИЛТ-клиента к СИЛТ-серверу, внешним SQL-базам данных, Micsoft Office Word и MathCad.

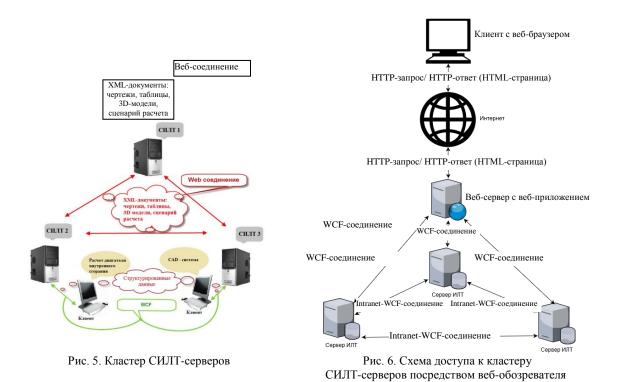
Процесс доступа к удаленному СИЛТ-серверу реализуется посредством следующего сценария:

- на компьютере-хосте запускается СИЛТ-сервер;
- на компьютере-клиенте открывается СИЛТ-клиент в локальном режиме;
- посредством визуального интерфейса СИЛТ-клиента выбирается открытый на хосте СИЛТ-сервер из списка доступных СИЛТ-серверов;

- в результате выбора на СИЛТ-клиенте нужной БИР СИЛТ-сервера автоматически посылается запрос на СИЛТ-сервер, который возвращает СИЛТ-клиенту список ИЛТ выбранной БИР;
- далее все действия аналогичны работе в локальном режиме за исключением того, что команды будут выполняться на СИЛТ-сервере.

Благодаря реализации взаимодействия СИЛТ-серверов между собой создается сеть СИЛТ (кластер СИЛТ). Внутри такого кластера каждый СИЛТ может предоставлять свою функциональность другим серверам и одновременно является клиентом, обращающимся к функциональности других СИЛТ. Таким образом, создается локальное пространство знаний компании (рис. 5).

Помимо взаимодействия СИЛТ-серверов между собой внутри кластера посредством специального веб-приложения, являющегося частью данного комплекса, создается глобальная структура взаимодействия, которая позволяет получить доступ к кластеру СИЛТ из любой точки земного шара, с любого устройства, имеющего веб-браузер и доступ в сеть Интернет (рис. 6).



Целью интерфейса удаленного доступа к внешним базам данных является привязка аргументов вычислительных ресурсов СИЛТ непосредственно к данным внешнего источника, представленного SQL-базой данных. Эта функциональность реализуется под управлением эксперта (администратора) без участия программиста. Создание запросов к базе данных выполняется с помощью конструктора запросов с дружественным интерфейсом, который помогает пользователю самостоятельно получить необходимые ему данные из SQL-базы данных.

Целью интерфейса удаленного доступа к Microsoft Word является автоматизация процесса переноса информации из документов Microsoft Word в базы ресурсов СИЛТ посредством программы структурно-семантического распознавания, которая является частью данного комплекса и выполняет полуавтоматическое распознавание информационно-справочных таблиц в составе документов Microsoft Word, преобразование их в ИЛТ и занесение в базу ресурсов комплекса. При этом все действия по импорту таблиц из документов Microsoft Word выполняются только кликами мыши. Изложенная выше функциональность СИЛТ показывает целесообразность его применения в любых программах автоматизированного проектирования, в которых используется значительное количество нормативно-справочной информации из удаленных источников.

6. Создание баз знаний посредством СИЛТ

Известно, что во многих областях знаний принятие решений или достижение некоторой цели осуществляется посредством деревьев решений, вершины (узлы) которых являются состояниями из определенного множества состояний.

Напомним, что ИЛТ [4] может представлять собой логическую операцию по выбору решения из ограниченного множества возможных решений. Если этими решениями будут являться некоторые имена состояний из множества всех возможных состояний (пространства состояний), то ИЛТ можно рассматривать как формальное представление локальной возможности перехода от одного состояния к другому, определяемой объективно существующими условиями.

Принимая во внимание, что, с одной стороны, ИЛТ может рассматриваться как дерево либо прямого, либо обратного вывода, а, с другой стороны, одна ИЛТ может вставляться в ячейку другой ИЛТ, ИЛТ можно использовать в качестве вершин (узлов) деревьев решений.

На рис. 7 приведен пример плоского дерева решений, узлы которого представлены информационно-логическими таблицами, вставленными в ячейки выбираемых значений.

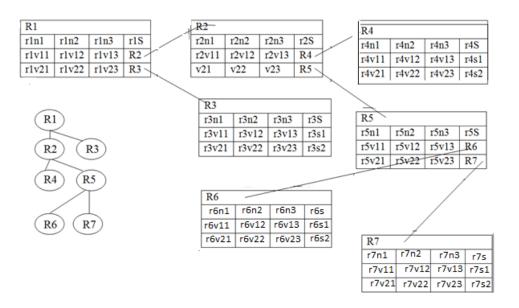
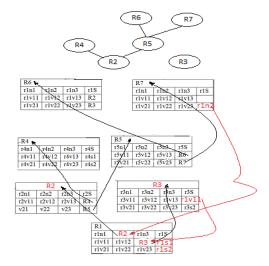


Рис. 7. Плоское дерево решений с узлами из информационно-логических таблиц

Вставка ИЛТ в промежуточную ячейку изменяет логику вывода (рис. 8). Для такой ИЛТ нужно выполнить обратный обход дерева, представленного вложенной ИЛТ, вернуться с решением в этот же узел родительской ИЛТ, после чего продолжить обход родительского дерева решений. Полученное решение становится значением факта, который используется в процессе выбора логической ветви. Дочерняя ИЛТ может, в свою очередь, содержать другие дочерние ИЛТ, которые также должны рассматриваться как деревья обратного обхода. В результате может быть сформировано пространственное дерево решений произвольной сложности (рис. 9).



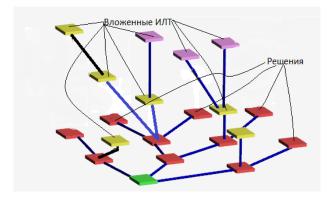


Рис. 8. Вложенные ИЛТ обратного обхода

Рис. 9. Пространственное дерево решений на основе ИЛТ

7. Монитор СИЛТ

ИЛТ сама по себе, а также БИР, представляющая дерево решений, являются пассивными объектами. Вместе с тем интерпретация ИЛТ в виде группы правил «если – то» предполагает существование механизма, в рамках которого имена атрибутов получают значения из внешней среды, выполняется процесс вычисления логического выражения и поиск соответствующего решения. Реализацию этих функциональностей принимает на себя встроенная в СИЛТ программа-монитор, которая имитирует действия конечного пользователя и содержит два интерфейса:

- визуальный интерфейс взаимодействия с пользователем, в рамках которого выводятся имена ИЛТ, имена атрибутов и список допустимых значений каждого атрибута с просьбой сделать выбор значения из предлагаемого списка. В результате формируется набор входных параметров, определяющих выбор логической ветви на каждом узле дерева решений;
- программный интерфейс, посредством которого выполняются поиск связей и рекурсивная обработка каждой ИЛТ в цепочках связей.

Оба интерфейса работают параллельно.

Расмотренные принцип и приемы создания моделей распределенных инженерных знаний разрабатывались на протяжении ряда последних лет на кафедре САПР БНТУ и были апробированы во время выполнения научно-исследовательской программы Союзного государства Беларуси и России «Исследовать, разработать и создать инфраструктуру подготовки специалистов для решения сложных прикладных задач на основе ВМВС» по заданию «Исследовать, разработать и создать инфраструктуру подготовки специалистов для решения сложных прикладных задач на основе ВМВС», а созданный при этом программно-информационный комплекс СИЛТ был внедрен на кафедре САПР БНТУ. В настоящее время он используется в качестве программного обеспечения дисциплины «Базы знаний и поддержка принятия решений в САПР», которая входит в государственный компонент учебного плана специальности 1-40 05 01-01 «Информационные системы и технологии (в проектировании и производстве)».

Заключение

В настоящей работе на основе принципа, который ограничивает трактовку термина «инженерные знания» как рекомендацию выполнять определенное действие в определенных условиях, предложены способ формализованного представления инженерных знаний в форме ИЛТ, универсальная логическая схема реляционной базы данных, обеспечивающая хранение

инженерных знаний, а также принцип объединения распределенных инженерных знаний в единое пространство знаний посредством создания кластера комплексов СИЛТ.

Изложена методика создания баз распределенных инженерных знаний посредством программно-информационного комплекса СИЛТ [4].

Список литературы

- 1. Автоматизированные системы технологической подготовки в машиностроении ; под ред. чл.-корр. АН БССР Г.К. Горанского. М. : Машиностроение, 1977. 240 с.
- 2. Евгеньев, Г.Б. Системология инженерных знаний : учеб. пособие для вузов. М. : Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2001. 376 с.
- 3. Интермех. Комплексная автоматизация предприятия [Электронный ресурс]. Режим доступа : http://www.intermech.ru. Дата доступа : 14.09.2017.
- 4. Базы знаний и поддержка принятия решений в САПР [Электронный ресурс]. Режим доступа : http://silt.bntu.by/. Дата доступа : 14.09.2017.

Поступила 15.09.2017

Белорусский национальный технический университет, Минск, пр. Независимости, 65 e-mail: vakochurov@tut.by

V.A. Kochurov

A METHOD OF CREATING DISTRIBUTED ENGINEERING KNOWLEDGE DATABASES

The article reviews the principle and methods for creating the models of distributed engineering knowledge as well as software implementation of such models in the form of the Information and Logical Table Server (SILT) resulted in development of a cluster based on the WCF (Windows Communication Foundation) technology and reciprocity of the SILT elements. The cluster might be entered by means of a special web application which is an element of SILT using every device with a web browser and access to the internet.

2017 октябрь-декабрь № 4

УДК 623.764

О.В. Воронин¹, С.В. Потетенко¹, С.В. Кругликов²

СОВЕРШЕНСТВОВАНИЕ КОМПЛЕКСОВ СРЕДСТВ АВТОМАТИЗАЦИИ УПРАВЛЕНИЯ ФОРМИРОВАНИЕМ ТАКТИЧЕСКОЙ ПРОТИВОРАКЕТНОЙ ОБОРОНЫ ОБЪЕКТОВ

Предлагаются основные направления автоматизации процессов планирования и управления боевыми действиями формирования тактической противоракетной обороны. Рассматриваются вопросы автоматизированного выбора рационального варианта боевого порядка и управления огнем тактико-огневыми подразделениями формирования тактической противоракетной обороны в ходе боевых действий.

Введение

Массовое применение в современных высокотехнологичных войнах и вооруженных конфликтах (Ирак, 1991 и 2003 гг.; Афганистан, 2001 г.) оперативно-тактических и тактических баллистических ракет (ОТ и ТБР) предопределяет необходимость организации защиты наиболее крупных административно-промышленных центров (АПЦ) от ракетных ударов [1]. Мировой опыт и практика организации и осуществления такой защиты показывают, что она, как правило, осуществляется в системе тактической противоракетной обороны (ПРО). Основу тактической ПРО составляют зенитные ракетные формирования (зенитные ракетные воинские части, подразделения). Вновь организованное (сформированное) или существующее формирование, выполняющее задачу по защите объекта (объектов) от ракетных ударов, принято считать формированием тактической ПРО [2, 3].

Анализ теории и практики организации и осуществления защиты объектов и войск от ударов воздушного противника показывает следующее [3–6]:

- сложившаяся в настоящее время система противовоздушной обороны (ПВО) направлена главным образом на защиту объектов и войск от ударов аэродинамических целей (пилотируемой авиации, крылатых ракет (КР) и др.);
- для защиты крупных АПЦ построение боевых порядков тактических формирований осуществляют зенитные ракетные соединения (воинские части) вкруговую (в зависимости от количества располагаемых сил и средств) относительно центра или границ обороняемого объекта с максимально возможным выносом зон поражения зенитных ракетных дивизионов за рубеж выполнения задачи воздушным противником. Описанный подход, научно обоснованный профессором Ф.К. Неупокоевым [4], до сих пор доминирует в тактике зенитных ракетных войск (3РВ).

Серьезное отличие скоростей и траекторий полета ОТ и ТБР и аэродинамических летательных аппаратов вызвало необходимость пересмотра подхода к определению местоположения боевых позиций основных элементов боевого порядка зенитного ракетного формирования: тактико-огневых подразделений (ТОП) и радиолокационной станции (РЛС) командного пункта (КП), а также управлению огнем ТОП. Детальное рассмотрение существующих подходов применительно к решению задач тактической ПРО крупного АПЦ показало, что зенитное ракетное формирование в боевом порядке, построенном на их основе, и алгоритмы боевого управления огнем ТОП не позволяют в полной мере реализовать располагаемые боевые возможности [7–12]. Отдельные публикации по устранению данного недостатка носят фрагментарный характер.

Целями совершенствования комплексов средств автоматизации управления (КСА) в части придания им функциональных возможностей осуществления тактической ПРО объектов являются:

обеспечение функциональных возможностей планирования ведения боевых действий
 (БД) формированием в условиях применения противником БЦ в КСА и необходимости учета

разноплановых требований, предъявляемых к позициям РЛС, огневых подразделений и другим элементам боевого порядка, факторов и условий обстановки;

– совершенствование автоматизированного управления огнем ТОП формирования тактической ПРО в условиях применения смешанной группировки ЗРВ с использованием информации от средств разведки воздушной обстановки различных типов и обратной информации от управляемых средств.

В принятых на снабжение за последние 15 лет КСА, которые способны управлять зенитным ракетным комплексом (ЗРК), алгоритмы решения задач тактической ПРО не разработаны и не внедрены.

1. Технология автоматизированного выбора рационального варианта боевого порядка формирования тактической ПРО

Необходимость оперативного принятия командиром соединения (воинской части) 3PB обоснованного решения на ведение БД в условиях применения противником ОТ и ТБР требует разработки и внедрения технологии автоматизированного выбора варианта боевого порядка формирования тактической ПРО.

Под технологией выбора понимается организованное взаимодействие лиц боевого расчета пункта управления с совокупностью реализованных в аппаратуре КСА алгоритмов и программ, обеспечивающее выбор наиболее целесообразного боевого порядка формирования тактической ПРО в различных условиях обстановки.

Суть предлагаемого подхода к выбору варианта боевого порядка формирования тактической ПРО (рис. 1) заключается в первоначальном построении множества вариантов боевого порядка формирования с учетом осведомленности о местоположении стартовых пусковых установок ОТ и ТБР противника, ожидаемого типа и количества указанных ракет в ракетных ударах, параметров объекта обороны, тактико-технических характеристик (ТТХ) и количества располагаемых средств, в последующем определении наиболее целесообразного местонахождения боевых позиций основных элементов боевого порядка формирования ТОП (дивизиона, батареи) и РЛС КП по критерию максимума эффективности ведения БД [7–9].



Рис. 1. Схема выбора рационального варианта построения боевого порядка формирования тактической ПРО

Подготовка исходных данных заключается в сборе информации о следующих характеристиках [9]:

- TTX ОТ и ТБР эвентуального противника и зенитной ракетной системы (3PC), состоящей на вооружении формирования;
- предельных значениях параметров боевого порядка формирования с учетом выполнения требований по взаимному размещению ЗРК ТОП, пунктов боевого управления (ПБУ) и РЛС КП, требуемой степени прикрытия объекта обороны и эффективности ведения боевых действий формированием тактической ПРО крупного АПЦ;
- значениях коэффициентов, характеризующих влияние состояния боевой готовности ТОП, эффективность системы управления, маневра цели, помеховой и метеорологической обстановки на реализацию боевых возможностей формирования;
- физико-географических условиях (ФГУ) местности, при которых предстоит вести БД формированию тактической ПРО, с учетом их уточнения исходя из складывающейся обстановки.

Формализованное представление исходной тактической обстановки заключается в установлении в единой системе показателей и координат основных исходных данных и определении основных показателей [9, 10]:

- ракетного удара противника;
- приведенного объекта обороны;
- потенциальных боевых возможностей формирования.

В зависимости от осведомленности о местоположении стартовой пусковой установки (СПУ) ОТ и ТБР основными вариантами ракетного удара противника принимаются удары [10]:

- при известном их направлении (с одной позиции СПУ ОТ и ТБР, местоположение которой известно);
- нескольких направлений (с позиций СПУ ОТ и ТБР, местоположение которых известно);
 - неизвестных направлений (с позиций, местоположение которых неизвестно).

Объект обороны представляется в виде геометрической фигуры, в которую вписана огибающая точек прицеливания. Такой объект считают приведенным. На практике в качестве приведенного объекта обороны наиболее часто используют геометрическую фигуру в форме круга [4].

Минимальное удаление СПУ ОТ и ТБР от границы приведенного объекта обороны принимается равным реализуемой дальности полета ОТ и ТБР при полете по минимально настильной (пологой) или максимально навесной (крутой) траектории или определяется исходя из минимально возможного размещения СПУ от точки прицеливания ракеты с учетом безопасного (нормативного) удаления от линии боевого соприкосновения (ЛБС), исключающего нанесение противостоящей стороной огневого поражения СПУ [10]:

$$d_{\text{СПУ min}} = \begin{cases} d_{\text{min}} & \text{при} \left(d_{\text{СПУ-ЛБС}} + d_{\text{ЛБС-OO}} \right) \leq d_{\text{min}}, \\ d_{\text{СПУ-ЛБС}} + d_{\text{ЛБС-OO}} & \text{при} \left(d_{\text{СПУ-ЛБС}} + d_{\text{ЛБС-OO}} \right) > d_{\text{min}}, \end{cases}$$

где d_{\min} – минимальная дальность полета ОТ и ТБР;

 $d_{\text{СПУ-ПБС}}$ – нормативное удаление СПУ ОТ и ТБР от ЛБС;

 $d_{\text{ЛБС-OO}}$ – удаление обороняемого объекта от ЛБС.

Пространственно-временные характеристики полета ОТ и ТБР определяют по существующим методикам, изложенным в [11, 12]. При этом углы падения устанавливают предельные, т. е. θ_{min} и θ_{max} .

Оценка противника при ведении БД формированием тактической ПРО изображена на рис. 2.

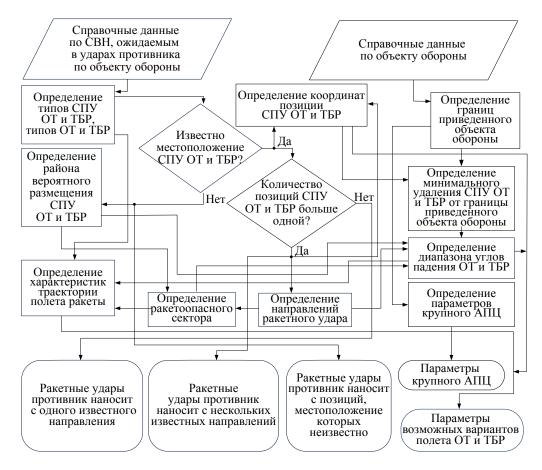


Рис. 2. Схема процесса установления вариантов ракетного удара противника, параметров траекторий полета ракет, параметров объекта обороны

Обобщенным показателем потенциальных боевых возможностей формирования тактической ПРО является потенциальная эффективность БД ($K_{\text{эф. потенц}}$), которую определяют с учетом огневых возможностей и средней эффективности стрельбы ЗРК по БЦ согласно выражению [4]

$$K_{
m эф. потенц.} = 1 - e^{-P_{
m n}K_{
m p}}$$
 ,

где P_1 – средняя эффективность стрельбы ЗРК по БЦ;

 $K_{\rm p}$ – коэффициент реализации огневых возможностей формированием, рассчитываемый как [4]

$$K_{\rm p} = K_{\rm crp} K_{\rm B\Gamma} K_{\rm ynp} K_{\rm M} K_{\rm II} K_{\rm mereo}.$$

Здесь $K_{\text{стр}}$, $K_{\text{БГ}}$, $K_{\text{упр}}$, $K_{\text{м}}$, $K_{\text{п}}$ и $K_{\text{метео}}$ – коэффициенты, учитывающие реализацию формированием огневых возможностей по количеству стрельб, состояние боевой готовности ТОП, эффективность системы управления, влияние маневра цели, помеховой и метеорологической обстановки соответственно. Значения указанных коэффициентов устанавливают на основе опыта локальных войн и конфликтов, анализа результатов учений с боевой стрельбой или рассчитывают по известным методикам [4, 5].

Коэффициент реализации формированием огневых возможностей по количеству стрельб может быть определен по минимальному значению следующих отношений [9]:

- боекомплекта зенитной управляемой ракеты (ЗУР) формирования к количеству израсходованных ЗУР с учетом количества БЦ, ожидаемого при ракетном ударе противника;
- количества располагаемых целевых каналов ЗРК формирования к числу БЦ, ожидаемых в зоне поражения ЗРК за время цикла стрельбы по БЦ.

Математически данные соотношения представлены в следующем виде:

$$K_{\text{crp}} = \min \left\{ \frac{N_{3PK} Q}{nN_{\text{BP}}}, \frac{N_{3PK} k_{\text{\tiny B.CTP}}}{N_{\text{BIJ} 3\Pi}} \right\},$$

где N_{3PK} – количество выделенных (назначенных) ЗРК формирования;

Q – боекомплект ЗУР ТОП;

n – количество ЗУР, назначенных на стрельбу по одной БЦ;

 $N_{\rm БР}$ и $N_{\rm БЦ~3\Pi}-$ ожидаемое количество ОТ и ТБР в ракетном ударе и в зоне поражения ЗРК за время цикла стрельбы по одной БЦ ($T_{\rm ц.БЦ}$) соответственно;

 $k_{\text{в.стр}}$ – число целевых каналов в ЗРК с учетом вида стрельбы по одной БЦ, определяемое в соответствии с видом стрельбы ЗРК по БЦ (одиночной, очередью или залпом ЗУР):

$$k_{_{\rm B.\,crp}} = \begin{cases} k_{_{\rm 3PK}} & \text{при стрельбе одиночной ЗУР или очередью;} \\ k_{_{\rm 3PK}} \ / \ n_{_{\rm 3}} & \text{при стрельбе залпом ЗУР}. \end{cases}$$

Здесь k_{3PK} – число целевых каналов в ЗРК с учетом вида стрельбы по БЦ;

 n_3 — количество целевых каналов, используемых при стрельбе залпом ЗУР по одной БЦ. Среднюю эффективность стрельбы ЗРК по БЦ рассчитывают как [4]

$$P_{\rm rr} = 1 - (1 - P_1)^n$$

где P_1 – вероятность поражения БЦ одной ракетой.

Максимальное количество БЦ, ожидаемых в зоне поражения ЗРК за время цикла стрельбы по БЦ, определяют по выражению

$$N_{ ext{EII 3II max}} = \sum_{z=1}^{Z_{ ext{CIIV}}} N_{ ext{CIIV }z} \ n_{ ext{EII 3II }z},$$

где $Z_{\text{СПУ}}$ – количество типов СПУ ОТ и ТБР в ракетном подразделении противника;

 $N_{{
m CHY}\,z}$ – количество стартовых пусковых установок ОТ и ТБР z-го типа, принимающих участие в ракетном ударе;

 $n_{\rm БЦ\, 3\Pi\, z}$ — количество ОТ и ТБР, пуск которых проведен с одной СПУ z-го типа, ожидаемое в зоне поражения ЗРК в течение времени цикла стрельбы ЗРК по одной БЦ. Определяется зависимостью

$$n_{\text{БЦ 3П }z} = \begin{cases} n_{\text{p}\,z} \text{ при} & t_{\text{p}\,z}(n_{\text{p}\,z}-1) \leq T_{\text{п БЦ}}; \\ \text{ent} \left(\frac{T_{\text{п БЦ}}}{t_{\text{p}\,z}}\right) \text{при } t_{\text{p}\,z}(n_{\text{p}\,z}-1) > T_{\text{п БЦ}}, \end{cases}$$

где n_{pz} – количество ОТ и ТБР на одной СПУ *z*-го типа;

 $t_{
m p\,\it z}$ – интервалы между пусками ОТ и ТБР с одной СПУ z-го типа.

При оценке разведывательных возможностей формирования определяют потенциальную дальность обнаружения БЦ (d^0 _{обн.потенц.}), которую предопределяют потенциал радиолокатора и эффективная отражающая поверхность баллистической ракеты [5]:

$$d_{\text{обн. потенц.}}^0 = d_0 \sqrt[4]{\sigma_{\text{БЦ}} / \sigma_0},$$

где d_0 — потенциал радиолокатора (опорная дальность обнаружения цели с эффективной отражающей поверхностью $\sigma_0 = 1 \text{ m}^2$);

 $\sigma_{\text{БЦ}}$ — эффективная отражающая поверхность БЦ.

Потенциальные боевые возможности зенитного ракетного соединения (воинской части) по защите крупного АПЦ от ударов противника ОТ и ТБР рекомендуется определять в соответствии со схемой, представленной на рис. 3.

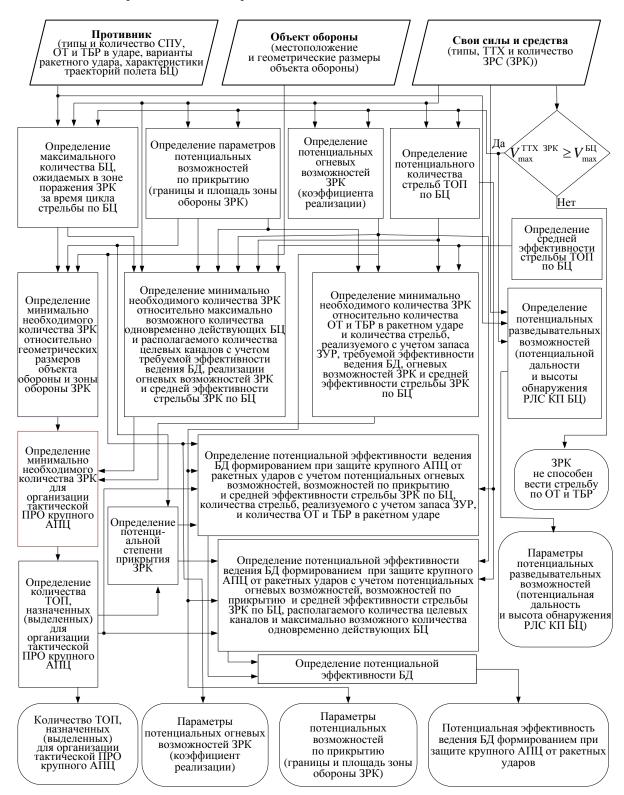


Рис. 3. Схема процесса оценки потенциальных боевых возможностей зенитного ракетного соединения (воинской части) по защите крупного АПЦ от ракетных ударов

Оценка позиции ТОП заключается в определении степени прикрытия объекта обороны этим ТОП, вероятности нахождения БЦ в зоне поражения ЗРК, времени полета ЗУР в точку встречи с БЦ, а также цикла требуемого времени на обнаружение этой цели РЛС КП формирования. По результатам оценки определяется район рекомендуемого размещения (РРР) ТОП — территория, при размещении в границах которой ТОП сможет осуществить обстрел БЦ, летящей на объект обороны [9, 10]. Границы этого района предопределяют геометрические размеры приведенного объекта обороны, требуемую степень его прикрытия, предельные угловые параметры траектории полета БЦ и параметры зоны обороны ЗРК (рис. 4).

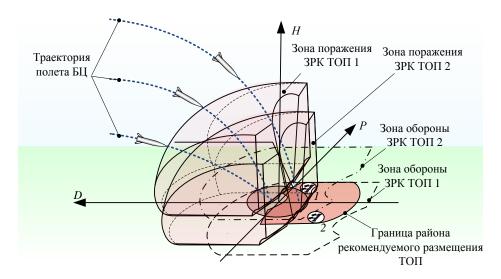


Рис. 4. Вариант расположения двух ТОП в границах района их рекомендуемого размещения

Фронтальную $(d_{3P \ \varphi})$ и тыльную $(d_{3P \ \tau})$ границы района рекомендуемого размещения ТОП для обеспечения прикрытия АПЦ от ударов противника ОТ и ТБР со степенью не менее единицы определяют как

$$\begin{split} d_{^{3P\,\varphi}}(\Delta p) = \ \begin{cases} \left| \sqrt{d_{^{6}}^{^{2}} - \Delta p^{^{2}}} - K_{_{\theta_{\max}}} \right| - R_{_{\text{of}}} \text{ при } \Delta p \leq d_{^{6}}K_{_{q_{\max}}}, \\ \left| \Delta p \text{ ctg } q_{_{\max}} - K_{_{\theta_{\max}}} \right| - R_{_{\text{of}}} \text{ при } \Delta p \ > d_{^{6}}K_{_{q_{\max}}}, \\ \Delta p \in \left[\ p_{_{^{3P\,\Pi}}}, \ p_{_{^{3P\,\Pi}}} \right]; \end{split}$$

$$d_{3P_{T}}(\Delta p) = R_{o6} - \left| \sqrt{d_{A}^{2} - \Delta p^{2}} - K_{\theta_{\min}} \right|, \Delta p \in [p_{3P_{A}}, p_{3P_{A}}],$$

где d_5 и d_{π} – горизонтальные дальности до ближней и дальней границ зоны поражения ЗРК от позиции;

 Δp — проекция точки стояния (позиции) ТОП на ось OP, значения которой выбирают между левой и правой фланговыми границами указанной зоны с шагом (к примеру, 0,5–1 км), достаточным для графического отображения данных границ;

 $K_{\theta \max}$ и $K_{q\max}$ — поправки, учитывающие влияние максимально возможного угла падения БЦ (реализуемого в заданных условиях) и максимального курсового угла (q_{\max}) обстреливаемой ракеты на удаление ближней границы зоны соответственно, а $K_{\theta \min}$ — влияние минимально возможного угла падения БЦ на удаление дальней границы зоны обороны ЗРК от ТОП;

 $p_{\rm 3P\; \pi}$ и $p_{\rm 3P\; mp}$ — левая и правая фланговые границы указанного района, определяемые как

$$\begin{split} p_{{\rm 3P}\,{\rm II}} &= P_{{\rm np}} - \,R_{{\rm o}6} \ \ {\rm пр}{\rm II} \ \ d_{{\rm 3P}\,{\rm II}} \in \Bigr[d_{{\rm 3P}\,{\rm ip}}(p_{{\rm 3P}\,{\rm II}}); d_{{\rm 3P}\,{\rm II}}(p_{{\rm 3P}\,{\rm II}})\Bigr], \\ p_{{\rm 3P}\,{\rm np}} &= - \,p_{{\rm 3P}\,{\rm II}} \ \ {\rm пр}{\rm II} \ \ d_{{\rm 3P}\,{\rm np}} \in \bigl\lceil d_{{\rm 3P}\,{\rm ip}}(p_{{\rm 3P}\,{\rm IIp}}); d_{{\rm 3P}\,{\rm II}}(p_{{\rm 3P}\,{\rm IIp}})\bigr\rceil. \end{split}$$

Здесь $d_{3P\,\Phi}\left(p_{3P\,\Pi}\right)$ и $d_{3P\,T}\left(p_{3P\,\Pi}\right)$ – значения удалений фронтальной и тыльной границ района рекомендуемого размещения ТОП от оси OD в точке пересечения указанных границ с левой фланговой границей данного района, а $d_{3P\,\Phi}\left(p_{3P\,\Pi p}\right)$ и $d_{3P\,T}\left(p_{3P\,\Pi p}\right)$ – с правой фланговой границей.

Поправки, учитывающие влияние углов падения и курсового угла полета БЦ, рассчитываются по выражениям [5, 9]

$$\begin{split} K_{\theta_{\min}} = & \left(H_{\min} + \Delta L \sin(\theta_{\min}) \right) \operatorname{ctg}(\theta_{\min}), \\ K_{\theta_{\max}} = & \left(H_{\max} - \Delta L \sin(\theta_{\max}) \right) \operatorname{ctg}(\theta_{\max}), \\ K_{q_{\max}} = & d_{\delta} \sin(q_{\max}), \end{split}$$

где H_{\min} и H_{\max} — минимальная и максимальная высота зоны поражения ЗРК при стрельбе ЗРК по БЦ;

 ΔL — расстояние, проходящее БЦ за промежуток времени между пусками ЗУР при стрельбе ЗРК очередью и определяемое по формуле [5]

$$\Delta L = \frac{(n_0 - 1) \Delta t_{\text{n}} V_{\text{BII cp}} V_{\text{3YP cp}}}{V_{\text{BII cp}} + V_{\text{3YP cp}}},$$

где $n_{\rm o}$ – количество ЗУР в очереди при стрельбе ТОП по БЦ;

 Δt_n – временной интервал между пусками ЗУР при стрельбе ЗРК очередью;

 $V_{\rm БЦ\, cp}$ и $V_{\rm 3YP\, cp}$ — средние скорости полета БЦ на конечном участке ее траектории и ЗУР.

Установление значений параметров границ рекомендуется осуществлять по схеме, представленной на рис. 5.

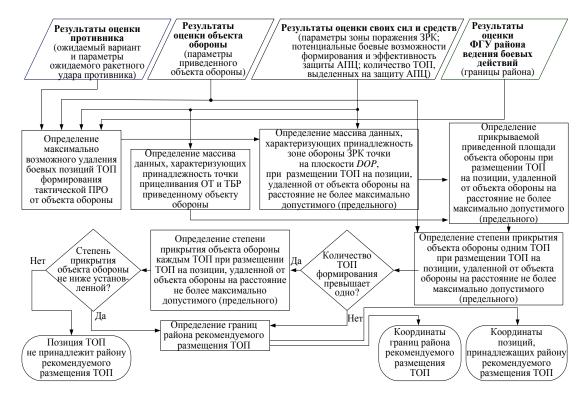


Рис. 5. Схема процесса определения границ района рекомендуемого размещения ТОП

Суть подхода к обоснованию местоположения КП заключается в определении территории, при нахождении в пределах которой РЛС обеспечивается своевременное обнаружение БЦ с учетом возможных вариантов траекторий ее полета. Эту территорию будем считать районом рекомендуемого размещения РЛС КП [7–10].

Пригодность позиции для обнаружения РЛС баллистической цели, осуществляющей полет по максимально реализуемой крутой (навесной) траектории, определяется с учетом удаления позиции СПУ ОТБР и ТБР от точки прицеливания БЦ при выполнении условия

$$\begin{cases} \varepsilon_{\text{БЦ}\,k} \leq \varepsilon_{\text{РЛС max}}, \\ d_{\text{обн. min}} \leq d_{\text{обн. тек }k} \leq D_{\text{обн. реализ}}, \\ t_{\text{потр}\,k} \leq t_{\text{пад БЦ}\,k}, \end{cases}$$

где $\varepsilon_{\text{БЦ тек }k}$ – угол, формируемый плоскостью *DOP* и текущей точкой полета БЦ;

є_{РЛС тах} – максимальный угол обзора РЛС по углу места;

 $d_{{
m oбh.\ min}}$ — минимально требуемая дальность обнаружения БЦ для своевременного обстрела цели ТОП;

 $d_{\text{обн. тек }k}$ – расстояние от позиции РЛС до текущей точки полета БЦ;

 $t_{\text{потр }k}$ – время, требуемое на обстрел БЦ при ее нахождении в текущей точке полета.

За показатель качества позиции РЛС КП выбрана вероятность обстрела цели ЗРК.

Вероятность пропуска цели определяют по накопленным статистическим данным с доверительным интервалом 0,01 и доверительной вероятностью не менее 0,97. По значениям координат позиции РЛС КП, при которых вероятность обстрела БЦ принимает максимальное значение, определяют оптимальную позицию.

Для поиска наилучшей позиции РЛС в пределах района возможного размещения (РВР) вероятность обстрела цели ЗРК представляют аппроксимирующей функцией (зависимостью от координат позиции РЛС):

$$P_{\text{ofcrp}}(d_{\text{PJIC}}, p_{\text{PJIC}}) = \sum\nolimits_{i=1}^{n} k_{di} d_{\text{PJIC}}^{i} \sum\nolimits_{j=1}^{m} k_{pj} p_{\text{PJIC}}^{j} \left| (d_{\text{PJIC}}, p_{\text{PJIC}}) \in \left\{ \text{PBP} \right\}, P_{\text{ofcrp}} > 0,95,$$

где $P_{\text{обстр}}\left(d_{\text{РЛС}},\,p_{\text{РЛС}}\right)$ – вероятность обстрела цели ЗРК в зависимости от координат позиции РЛС $(d_{\text{РЛС}},\,p_{\text{РЛС}})$;

n и m — значения степени полинома, аппроксимирующего зависимость вероятности обстрела цели ЗРК от дальности до цели и параметра ее движения соответственно. По результатам моделирования значения степени аппроксимирующего полинома n=5 и m=8 полностью удовлетворяют критериям χ^2 и Колмогорова — Смирнова [14, 15];

 $k_{d\,i}$ и $k_{p\,j}$ – весовые коэффициенты i-го и j-го значений аппроксимирующего полинома, полученные методом регрессионного анализа в пределах ранее определенной зоны возможного размещения РЛС КП при условии $P_{\text{обстр}} \geq 0.95$;

 $d_{_{\mathrm{PAC}}}^{i}$ и $p_{_{\mathrm{PAC}}}^{j}$ — значения координат позиции РЛС относительно центра объекта обороны в местной прямоугольной системе координат, возведенные в i-ю и j-ю степень аппроксимирующего полинома.

Местоположение рациональных позиции РЛС КП определяют условием

$$\left\{P_{\text{обстр}}\left(d_{\text{РЛС}},p_{\text{РЛС}}\right)\right\}\!\geq\!P_{\text{обстр.треб}}\;\text{при}\;\left(d_{\text{РЛС}},p_{\text{РЛС}}\right)\!\in\!\left\{\text{PPP}\right\},$$

где $P_{\text{обстр}}\left(d_{\text{РЛС}},\,p_{\text{РЛС}}\right)$ — вероятность обстрела цели ЗРК в зависимости от координат позиции РЛС $\left(d_{\text{РЛС}},\,p_{\text{РЛС}}\right)$.

Вариант формирования районов рекомендуемого размещения РЛС КП показан на рис. 6.

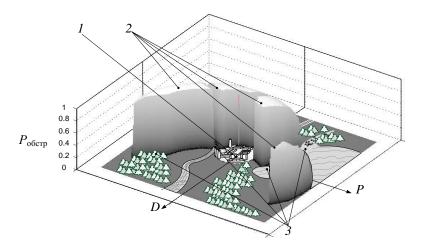


Рис. 6. Вариант решения задачи выбора позиции РЛС КП формирования тактической ПРО крупного АПЦ: 1 – районы рекомендуемого размещения РЛС КП; 2 – объект обороны; 3 – области, недоступные для размещения КП

Установление значений параметров границ рекомендуется осуществлять по схеме, представленной на рис. 7.

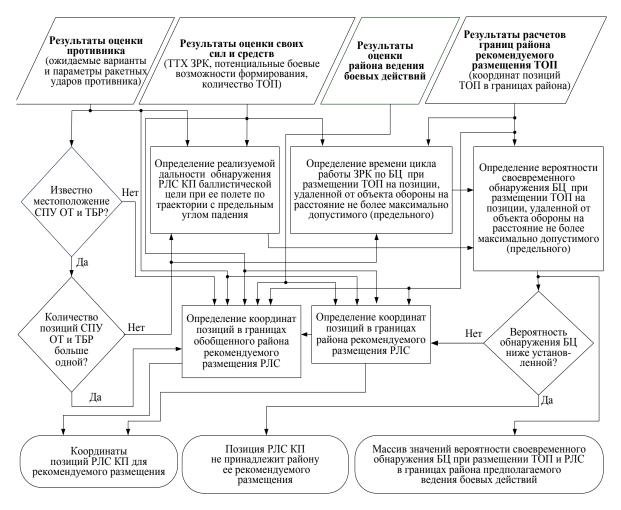


Рис. 7. Схема определения границ района рекомендуемого размещения РЛС КП формирования тактической ПРО

Оценка результатов ведения БД формированием тактической ПРО осуществляется по полученным значениям эффективности ведения БД формированием тактической ПРО. Рациональный вариант боевого порядка формирования определяется путем последовательной оценки каждого варианта размещения ТОП, выполнения условий обнаружения БЦ радиолокационной станцией КП и взаимного размещения ЗРК ТОП, пункта боевого управления и РЛС КП.

Допустимость взаимного размещения элементов боевого порядка формирования определяют с учетом обеспечения прикрытия тактико-огневыми подразделениями КП от ударов противника противорадиолокационными ракетами, управляемыми авиационными бомбами, крылатыми и баллистическими ракетами, а также выполнения условий по обмену телекодовой и оперативно-командной (речевой) информацией. При невыполнении этих требований производится повтор расчетов границ рекомендуемых районов размещения ТОП и РЛС с меньшими заданными значениями степени прикрытия объекта обороны тактико-огневыми подразделениями.

Повышение эффективности ПРО крупного АПЦ при размещении ТОП и РЛС в предлагаемых боевых порядках формирования тактической ПРО проверено по результатам имитационного моделирования БД на комплексе моделирования БД «Свислочь-1». Комплекс прошел государственные испытания и принят на снабжение командованием ВВС и войск ПВО.

В связи с тем что «Свислочь-1» не позволяет в полном объеме осуществлять моделирование БД соединений (воинских частей) ЗРВ в условиях применения ОТ и ТБР противника, были приняты специальные дополнительные меры, которые включали:

- ввод ТТХ ракеты АТАКМС-1А;
- ввод контрольных точек, характеризующих местоположение БЦ в пространстве с учетом скорости и баллистической траектории полета ракеты;
- задание боевого наряда ракет на объект поражения (каждую точку прицеливания)
 с установлением пространственных интервалов между ракетами в группе;
 - ввод характеристик зоны поражения ЗРК при стрельбе по БЦ.

Проведенное моделирование подтвердило адекватность предложенной технологии и показало, что ее использование позволяет повысить эффективность тактической ПРО объекта не менее чем на 7-10~% в зависимости от обстановки.

2. Автоматизированное управление тактико-огневыми подразделениями формирования тактической ПРО в ходе боевых действий

Автоматизированное управление ТОП в ходе боевых действий (управление огнем) осуществляется, как правило, централизованно путем выдачи целеуказания (ЦУ) тактико-огневым подразделениям с КП. Основным недостатком такого способа управления является существенная вероятность пропуска целей, обусловленная ошибками целераспределения (ЦР). Причинами, приводящими к неправильному ЦР, являются случайные и систематические ошибки определения координат и параметров движения целей, ошибки времени измерения координат [13].

Для оценки влияния указанных факторов на качество решения задачи ЦР авторами разработана имитационная математическая модель, позволяющая сформировать массив множества результатов ЦР в совокупности с соответствующими значениями ошибок и задержек (рис. 8).



Рис. 8. Структура модели решения задачи целераспределения

Результатом работы модели является накопленная статистика, включающая значения координат и параметров движения цели. Статистическая обработка результатов позволяет выявить зависимость вероятности пропуска цели от значений факторов и их взаимосвязей, а также определить допустимые значения факторов для заданной вероятности ошибки ЦР.

На примере ТОП, оснащенного ЗРС С-300В и осуществляющего прикрытие точечного объекта обороны от удара ракетами типа АТАКМС, по результатам моделирования получены зависимости значения вероятности пропуска цели из-за неправильного ЦР при различных значениях факторов. В целях снижения их негативного действия предложены методы оптимизации обработки радиолокационной разведывательной информации путем измерения и компенсации систематических ошибок, оптимизации управления огневыми подразделениями с использованием обратной информации.

При разработке модели приняты следующие допущения и ограничения [13]:

- налет представляет собой случайный процесс, распределение равномерное от одной до шести баллистических ракет в минуту;
- юстировка ЗРК произведена в соответствии с требованиями руководящих документов по эксплуатации;
 - на позициях РЛС обеспечены нулевые углы закрытия;
- в алгоритме ЦР использован критерий минимума подлетного времени до точки встречи ракеты с целью в пределах зоны поражения;
- задача ЦР в модели решена по данным имитированной воздушной обстановки как без ошибок измерения (эталон), так и с внесенными ошибками;
- по данным обратной информации от ЗРК произведена коррекция ошибочного ЦР при невозможности обстрела цели назначенным ТОП;
- модуль накопления статистики сохраняет для каждого варианта налета значения координат и параметров движения целей, значения внесенных ошибок и соответствующие им выходные данные моделирования.

Для сопровождения целей по данным РЛС КП применена методика квазилинейной фильтрации оценок при прямом измерении [14], при использовании данных обратных координат – методика квазилинейной фильтрации оценок при косвенном измерении.

Выходными данными являются значения показателя эффективности автоматизированной системы управления (АСУ) ЗРС для каждого варианта ракетного удара и вероятность пропуска цели. Полагая, что цель функционирования АСУ ЗРС заключается в максимальном использовании потенциальных возможностей управляемых объектов (ЗРК), в качестве показателя эффективности АСУ выбрано отношение среднего количества обстрелянных целей к среднему количеству целей, атакующих обороняемый район.

Дисперсионный анализ влияния факторов на вероятность пропуска цели в момент ЦР на дальней границе зоны поражения, результаты которого приведены в таблице, свидетельствует, что основными причинами ошибочного ЦР являются ошибки при определении скорости, курса и тангажа.

| T | Вес фактора ошибки, % | | | | | | | | | | |
|-------------|-----------------------|---------|------------|----------|-------|---------|--|--|--|--|--|
| Траектория | дальности | азимута | угла места | скорости | курса | тангажа | | | | | |
| Настильная | 2 | 1 | 1 | 84 | 9 | 3 | | | | | |
| Оптимальная | 1 | 2 | 1 | 43 | 36 | 11 | | | | | |
| Навесная | 1 | 2 | 2 | 19 | 52 | 24 | | | | | |

Средние значения весов факторов ошибок целераспределения

Основным негативным фактором, снижающим эффективность управления огнем ТОП, является недостаточное качество информации, прежде всего о параметрах движения целей, используемой для решения задачи ЦР.

Для решения изложенной проблемы требуется обеспечить возможность своевременного обстрела цели ТОП и повысить точность определения скорости, курса и тангажа цели к момен-

ту ЦР. Для выполнения указанных требований предлагается следующий способ управления огнем ТОП [13]:

- 1. При получении от средства разведки информации об обнаружении атакующей ТБР незамедлительно в автоматическом режиме выдавать по ней ЦУ всем ТОП с признаком запрета пуска.
- 2. По мере получения от ТОП обратной информации использовать ее для обобщения с данными от РЛС КП, уточняя тем самым параметры движения цели.
- 3. По уточненным данным принимать окончательное решение на ЦР, по результатам которого назначенному ТОП выдавать сообщение с признаком разрешения пуска, а остальным ТОП отменять ЦУ.
- 4. Если БЦ назначена ближнему ТОП и имеется дальнее ТОП, которое по балансу времени способно обстрелять цель в случае ее пропуска назначенным ТОП, то дальнему ТОП отмена ЦУ не выдается, а его целевой канал продолжает сопровождать цель. При поражении цели ближним ТОП дальнему выдается отмена ЦУ, в противном случае запрет пуска отменяется и дальний ТОП производит обстрел цели.

На рис. 9 показана схема реализации данного способа.

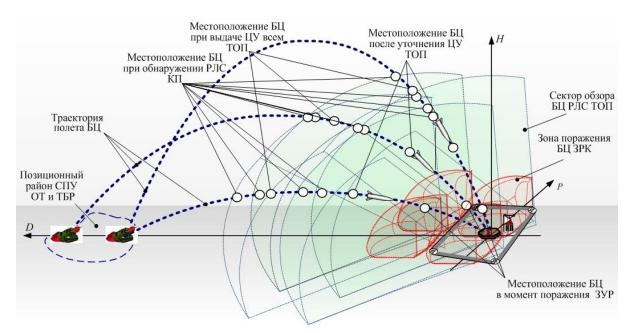


Рис. 9. Схема реализация способа управления огнем формирования тактической ПРО

Результаты расчета показывают, что при наличии систематических ошибок использование информации от ближних, а затем и дальних ТОП приводит к росту ошибок сопровождения, так как при малом числе измерений

$$\sigma_{K\Pi}^2 < \left((\sigma_{K\Pi}^2 + \Delta_{K\Pi}^2)^{-1} + (\sigma_{TO\Pi 1}^2 + \Delta_{TO\Pi 1}^2)^{-1} + (\sigma_{TO\Pi 2}^2 + \Delta_{TO\Pi 2}^2)^{-1} \right)^{-1},$$

где $\sigma_{K\Pi}$ — суммарные случайные и систематические ошибки определения пространственновременных параметров траектории полета баллистической цели РЛС КП;

 $\Delta_{\rm KII}$ — суммарные систематические ошибки определения пространственно-временных параметров траектории полета баллистической цели РЛС КП;

 $\sigma_{TO\Pi 1}$ и $\sigma_{TO\Pi 2}$ – суммарные случайные ошибки определения пространственно-временных параметров траектории полета баллистической цели РЛС ближнего и дальнего ТОП соответственно;

 $\Delta_{\text{ТОП1}}$ и $\Delta_{\text{ТОП2}}$ – суммарные систематические ошибки определения пространственновременных параметров траектории полета баллистической цели РЛС ближнего и дальнего ТОП соответственно.

По мере накопления информации количество суммарных ошибок плавно уменьшается до наименьшего значения.

Полученная по результатам моделирования [13] зависимость вероятности пропуска цели $(P_{\rm npon})$ из-за неправильного ЦР от времени сопровождения для различных траекторий при сопровождении цели по данным только от РЛС КП и с учетом данных обратных координат от РЛС ТОП показана на рис. 10, a, а соответствующие значения эффективности АСУ (управления огнем) ТОП $(W_{\rm ACY})$ – на рис. 10, δ .

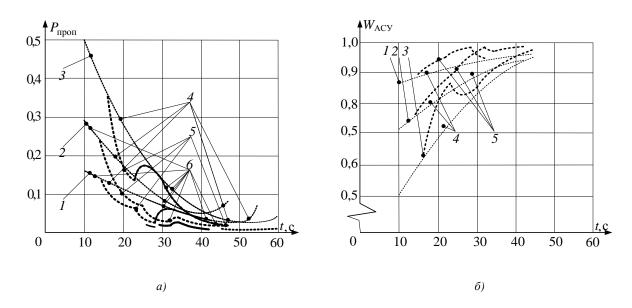


Рис. 10. Результаты моделирования боевых действий формирования тактической ПРО: a) вероятность пропуска цели; δ) эффективность управления огнем ТОП;

1 – при оптимальной траектории полета ракеты, 2 – при настильной траектории полета ракеты, 3 – при навесной траектории полета ракеты, 4 – по данным от РЛС КП формирования, 5 – по данным от РЛС КП формирования и РЛС ТОП, 6 – зона ЦР

Анализ результатов позволяет утверждать, что за счет использования данных обратных координат от РЛС ТОП при условии компенсации их систематических ошибок измерения возможно снижение ошибок сопровождения цели по скорости, курсу и тангажу, благодаря чему повысится вероятность правильного ЦР. Повышение эффективности использования АСУ боевыми действиями тактической ПРО в зависимости от обстановки может составлять 3–10 %, что существенно снижает вероятность пропуска целей по причине ошибочного ЦР.

Таким образом, результаты моделирования БД формирования тактической ПРО подтверждают целесообразность применения предложенного способа управления с использованием свободных целевых каналов ТОП для доразведки сопровождаемых целей и уточнения параметров траекторий. Обобщение данных обратных координат от ТОП целесообразно проводить только при условии предварительной компенсации систематических ошибок всех используемых радиолокационных средств разведки.

Применение КСА разведывательной информации о воздушной обстановке от средств разведки различных типов, не входящих в штатный состав дивизиона (батареи), потенциально позволяет повысить вероятность своевременного приведения ТОП в боевую готовность и увеличить дальность обнаружения БЦ штатными РЛС КП [15].

Заключение

Реализация технологии автоматизированного выбора варианта боевого порядка формирования тактической ПРО в виде программного обеспечения делает возможным в сравнительно короткие сроки определить рациональный боевой порядок формирования. Исполнение предлагаемого математического аппарата и подходов в виде алгоритмов существующих и перспективных комплексов средств автоматизации управления силами и средствами ЗРВ позволит осуществить автоматизированную выработку рекомендаций по местоположению рационального позиционного района формирования, боевых позиций ТОП, позиции КП. Целесообразным представляется внедрение такого программного продукта в КСА в виде отдельного модуля, взаимодействующего с базами данных о противнике, характеристиками вооружения, военной и специальной техники, цифровыми картами местности, что позволит выполнять необходимые расчеты не только при заблаговременной подготовке к боевым действиям, но и в ходе смены позиций.

Внедрение предлагаемых подходов в форме алгоритмов существующих и перспективных КСА автоматизированной выработки рекомендаций по построению (перестроению) боевого порядка формирования тактической ПРО позволит повысить возможности АСУ по обоснованности и оперативности принимаемых решений на ведение боевых действий. Использование свободных целевых каналов ТОП для доразведки сопровождаемых целей при управлении огнем подразделениями формирования тактической ПРО повысит точность определения характеристик БЦ при ЦР.

Ряд проблемных вопросов автоматизации процесса планирования и ведения БД в условиях применения противником ОТ и ТБР могут быть решены с использованием имеющихся наработок специалистов учреждения образования «Военная академия Республики Беларусь», ОАО «АГАТ – системы управления» – управляющей компании холдинга «Геоинформационные системы управления» и других ведущих специалистов в области ПРО.

Основными направлениями совершенствования КСА в интересах тактической ПРО объектов и войск являются разработка и внедрение алгоритмов:

- управления огнем ТОП (в том числе формирования тактической ПРО смешанного состава) по БЦ в уже созданных и принятых на вооружение АСУ «Поляна-РБ», ПБУ 9С457 с использованием обратной боевой радиолокационной информации от РЛС подразделений, а также взаимодействующих радиотехнических подразделений;
 - обработки радиолокационной информации о БЦ в АСУ «Риф», «Простор»;
- определения районов вероятного размещения СПУ ОТ и ТБР противника, оптимальных позиций и рационального позиционного района формирования тактической ПРО в АСУ «Поляна-РБ», ПБУ 9С457;
- расчета траектории полета БЦ, зоны обороны ЗРК в комплексе моделирования БД «Свислочь».

Список литературы

- 1. Денисенко, И.Г. О возможных ударах баллистическими ракетами по крупным объектам / И.Г. Денисенко, О.В. Воронин // Наука и воен. безопасность. 2014. № 2. С. 57–60.
 - 2. Военный энциклопедический словарь. М.: ЭКСМО, 2001. 1024 с.
- 3. Корабельников, А.П. Противовоздушная оборона опыт и современность / А. П. Корабельников. Тверь : ВУ ПВО, 2001.-64 с.
- 4. Неупокоев, Ф К. Противовоздушный бой / Ф.К. Неупокоев. М. : Воениздат, 1989. 262 с.
- 5. Справочник офицера воздушно-космической обороны / Ю.Г. Аношко [и др.]. Тверь : ВА ВКО, 2008. 564 с.
- 6. Колодяжный, В.В. Методический подход к выбору позиций ЗРК при создании системы огня группировки ПВО с возможностями тактической противоракетной обороны / В.В. Колодяжный, А.А. Посудевский // Вестник Воен. акад. Респ. Беларусь. 2009. № 1. С. 4–9.
- 7. Способ размещения на местности средства разведки формирования тактической противоракетной обороны : пат. 21563 Респ. Беларусь / МПК G 01S 13/00 / О. В. Воронин,

- С. В. Кругликов, Ю. Е. Кулешов, С. В. Потетенко ; заявитель УО «ВА РБ». № а 20150060 ; заявл. 02.02.2015 ; опубл. 30.10.2016 // Афіцыйны бюл. / Нац. цэнтр інтэлектуал. уласначці. 2016. № 5 (112). С. 44.
- 8. Кругликов, С.В. Методика выбора позиции средств разведки формирования тактичес-кой противоракетной обороны / С.В. Кругликов, С.В. Потетенко, О.В. Воронин // Радиотехника. Информационно-измерительные и управляющие системы. 2014. № 7. С. 3–10.
- 9. Воронин, О.В. Выбор рационального варианта построения боевого порядка формирования тактической противоракетной обороны методом итераций / О.В. Воронин // Сб. науч. статей Воен. акад. Респ. Беларусь. $-2017. \mathbb{N} 32. \mathbb{C}. 30–38.$
- 10. Воронин, О.В. Научно-методический аппарат обоснования боевых порядков формирования тактической противоракетной обороны / О.В. Воронин, И. Г. Денисенко, С.В. Потетенко // Вестник Воен. акад. Респ. Беларусь. -2015. -№ 3(48). C. 112–123.
- 11. Дмитриевский, А.А. Внешняя баллистика : учеб. для вузов / А.А. Дмитриевский, Л.Н. Лысенко. М. : Машиностроение, 2005. 608 с.
- 12. Лысенко, Л.Н. Наведение и навигация баллистических ракет : учеб. пособие / Л.Н. Лысенко. М. : МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2007. 672 с.
- 13. Совершенствование способа управления огневыми средствами тактической противоракетной обороны в условиях неточной информации / В.М. Ивашко и [др.]. // Вестник Акад. воен. наук. -2013. N = 4(45). C.55-60.
- 14. Ширман Я.Д. Радиоэлектронные системы. Основы построения и теория : справочник. М. : Радиотехника, 2006. С. 345–370.
- 15. Потетенко, С.В. Методика отождествления и обобщения информации о воздушной обстановке от разнотипных источников в АСУ // С.В. Потетенко, С.В. Кругликов // Вестник Воен. акад. Респ. Беларусь. -2010. -№ 3(28). -C. 25–34.

Поступила 21.09.2017

¹Военная академия Республики Беларусь, Минск, пр. Независимости, 220 e-mail:aleh31@mail.ru, potetenko@tut.by,

²Объединенный институт проблем информатики НАН Беларуси, Минск, Сурганова, 6 e-mail:kruglikov s@newman.bas-net.by

O.V. Voronin, S.V. Potetenko, S.V. Kruglikov

THE DEVELOPMENT OF AUTOMATION MANAGEMENT TOOLS BY THE DIVISIONS OF TACTICAL MISSILE DEFENSE

The article summarizes the basic directions of automation for planning and management of combat by the divisions of tactical missile defense. The article focuses on the problem of the automated choice of rational option for combat order and fire control carried out by the divisions of tactical missile defense during operation.

ОБРАБОТКА СИГНАЛОВ, ИЗОБРАЖЕНИЙ И РЕЧИ

УДК 004.912

Ю.С. Гецэвіч, І.В. Рэентовіч

ЛІНГВІСТЫЧНЫ АНАЛІЗ ДЛЯ БЕЛАРУСКАГА КОРПУСА ТЭКСТАЎ З ПРЫМЯНЕННЕМ МЕТАДАЎ АПРАЦОЎКІ НАТУРАЛЬНАЙ МОВЫ І МАШЫННАГА НАВУЧАННЯ

Аналізуюцца праблемы лакалізацыі розных марфалагічных, лексічных і сінтаксічных элементаў з дапамогай беларускага модуля праграмы NooJ. У тым ліку выпраўляюцца памылкі, якія сустракаюцца ў беларускіх тэкстах, будуюцца мадэлі мовы і тэгіравання часцін мовы. Праводзіцца апрацоўка беларускага корпуса тэкстаў на натуральнай мове з дапамогай распрацаванага алгарытму з выкарыстаннем машыннага навучання.

Уволзіны

Стварэнне нацыянальных корпусаў тэкстаў, а таксама корпусаў, прызначаных для вырашэння вузкаспецыялізаваных задач для пэўных сфер дзейнасці, з'яўляецца на сённяшні дзень актуальнай задачай. З 1960-х гг. па цяперашні час была сфармавана значная колькасць корпусаў тэкстаў у розных краінах свету (Вялікабрытаніі, ЗША, Францыі, Расіі і інш.). Згодна агульнапрызнанай класіфікацыі існуюць нацыянальныя корпусы тэкстаў, корпусы замежных моў, паралельныя корпусы. Вывучэнне корпусаў тэкстаў дазваляе атрымліваць дакладныя даныя аб лексічным складзе моў, адносных частотах ужывання тых ці іншых слоў, спалучальнасці граматычных з'яў паміж сабой і г. д. [1].

У Беларусі таксама інтэнсіўна вядзецца праца па распрацоўцы агульнанацыянальнага корпуса мовы [2]. Навуковыя і вышэйшыя адукацыйныя ўстановы нашай краіны непасрэдна займаюцца вырашэннем дадзенай задачы [3]. Першым беларускім корпусам тэкстаў, даступным у Інтэрнэце, стаў навукова-тэхнічны Corpus Albaruthenicum. Даследчай групай з лабараторыі распазнавання і сінтэзу маўлення Аб'яднанага інстытута праблем інфарматыкі Нацыянальнай акадэміі навук Беларусі быў сабраны першы мільённы корпус тэкстаў для беларускага модуля праграмы NooJ [4]. Дадзены корпус складаецца з тэкстаў розных тэматычных напрамкаў (мастацкіх твораў, навуковых, даведчых, вучэбных і іншых выданняў). Асноўнае яго прызначэнне — вырашэнне вузканакіраваных задач, што датычацца аптымізацыі і пашырэння распрацовак высакаякасных лінгвістычных алгарытмаў для папярэдняй апрацоўкі розных электронных тэкстаў.

У наш час напрамкам, які актыўна развіваецца, з'яўляюцца распазнаванне і сінтэз маўлення па тэксце: камп'ютар агучвае праграмы для інвалідаў па зроку, чытае электронныя кнігі, спявае па тэкстах і нотах. Непазбежна ўзнікаюць памылкі распазнання, якія выпраўляюцца з дапамогай аўтаматычных метадаў на аснове слоўнікаў і марфалагічных мадэляў з ужываннем машыннага навучання. Аднак, не гледзячы на ўсе дасягненні ў гэтай галіне, застаюцца праблемы, якія не ўдалося вырашыць цалкам: саманавучанне сістэм, іх здольнасць да самастойнага папаўнення слоўнікаў, прымянення да розных прадметных галін і інш.

Асноўныя праблемы сінтэзу маўлення па тэксце:

- калі слоўнікі націскаў няпоўныя, сінтэзатар маўлення няправільна робіць акцэнтуацыю, а калі поўныя, то невядома, як іх хутка папаўняць новымі словамі для ўсёй парадыгмы;
- няпоўны слоўнік часцін мовы, з-за чаго сінтэзатар маўлення няправільна робіць сінтагмы.

Мэтай працы з'яўляецца апісанне этапаў працэсу лінгвістычнай апрацоўкі тэкстаў беларускага корпуса з прымяненнем метадаў машыннага навучання для далейшага выкарыстання абноўленага корпуса ў працэсе сінтэзу беларускага маўлення. Пасля апрацоўкі корпуса з вялі-

кай верагоднасцю можна будзе даведацца, як хутка рашаць праблемы сінтэзу ў прынцыпе. Таму становяцца важнымі і аналітыка па корпусе, і лакальнае вырашэнне праблем.

Рашэнне практычна кожнай задачы аўтаматычнай апрацоўкі тэкстаў так ці інакш уключае ў сябе аналіз тэксту на некалькіх узроўнях прадстаўлення [5], а менавіта:

графематычны – выдзяленне з масіву даных сказаў і слоў (токенаў);

марфалагічны — выдзяленне граматычнай асновы слова, вызначэнне часцін мовы, прывядзенне слова да слоўнікавай формы;

сінтаксічны – выяўленне сінтаксічных сувязей паміж словамі ў сказах, пабудова сінтаксічнай структуры сказа;

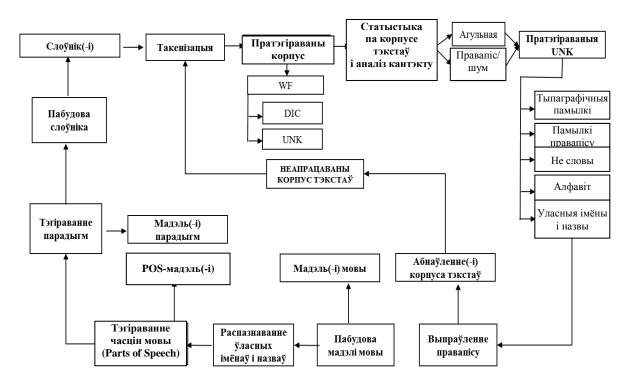
семантычны – выяўленне семантычных сувязей паміж словамі і сінтаксічнымі групамі, устанаўленне семантычных адносін.

Кожны такі аналіз – самастойная задача, якая не мае ўласнага практычнага прымянення, але актыўна выкарыстоўваецца для вырашэння большасці агульных пытанняў. Многія даследчыя сістэмы прымяняюцца або для апрабацыі метадаў і правядзення вылічальных эксперыментаў, або ў якасці састаўных частак (ці бібліятэк) для сістэм, што рашаюць ту ці іншую прыкладную задачу. Прыкладам такіх сістэм могуць служыць сродкі NLTK для графематычнага аналізу і такенізацыі, марфалагічны аналізатар mysystem, сінтаксічны парсер «ЭТАПЗ» і інш. [5, 6].

1. Агульная схема працэсу апрацоўкі корпуса тэкстаў

Беларускі корпус быў створаны з дапамогай праграмнага забеспячэння — інтэгрыраванага лінгвістычнага асяроддзя распрацовак NooJ [7] — спецыяльна для беларускага модуля, які з'яўляецца лінгвістычным рэсурсам і дадаткова ўсталёўваецца ў дадзеную праграму. Корпус складаецца з 338 тэкстаў, праанатаваных ў вышэйназванай праграме ў ходзе агульнага лінгвістычнага аналізу з выкарыстаннем спецыяльнага слоўніка general_be.nod [8]. Слоўнік general_be.nod утрымлівае 2 153 082 словаформы, 138 200 слоў, 2 280 828 словаформаў з улікам аманіміі, 111 759 словаформаў з іншай аналітычнай інфармацыяй.

Апрацоўка тэкстаў праводзілася ў адпаведнасці са схемай, прадстаўленай на мал. 1.



Мал. 1. Схема працэсу апрацоўкі корпуса тэкстаў

2. Лексічны аналіз корпуса тэкстаў

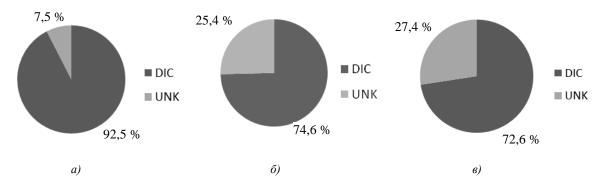
На *першым этапе* апрацоўкі корпус тэкстаў быў разбіты на сказы і словаформы, праведзена параўнанне з існуючым слоўнікам і выведзена статыстыка.

Пасля лексічнага аналізу корпуса былі атрыманы яго колькасныя вынікі па ўсіх словаформах увогуле (WF – wordforms), усіх вядомых (DIC – базавы слоўнікавы састаў дадзенага корпуса) і ўсіх невядомых словаформах (UNK $_{\text{total}}$ – unknown wordforms), усіх унікальных вядомых (DIC $_{\text{unique}}$) і ўсіх унікальных невядомых словаформах (UNK $_{\text{unique}}$), усіх унікальных вядомых (DIC $_{\text{unique}}$), усіх унікальных невядомых (UNK $_{\text{unique}}$) словаформах, прыведзеных да ніжняга рэгістру.

Ніжэй прыводзіцца адпаведная статыстычная табліца і дыяграмы для параўнання гэтых даных (мал. 2).

Табліца 1 Вынікі сінтаксічнага і граматычнага разбораў корпуса тэкстаў (парсінга)

| Запыт | Усяго словаформаў | Унікальных словаформаў | Унікальных словаформаў, прыведзеных да ніжняга рэгістру |
|---------|----------------------|---------------------------|---|
| DIC | 1 747 723 | 148 402 | 127 554 |
| UNK | 142 234 | 50 513 | 48 146 |
| DIC+UNK | 1 889 957 | 198 915 | 175 700 |



Мал. 2. Дыяграмы адлюстравання словаформаў: *а)* усіх у корпусе; *б)* усіх унікальных; *в)* усіх унікальных, прыведзеных да ніжняга рэгістру

Аналіз дыяграм, атрыманых на аснове даных папярэдняй апрацоўкі тэкстаў з дапамогай праграмы NooJ, паказаў, што 1/14 частку ад агульнага аб'ёму ўсіх словаформаў, а таксама 1/4 аб'ёму ўнікальных словаформаў дадзенага корпуса беларускамоўных тэкстаў складаюць невядомыя (непраанатаваныя) словы.

Такім чынам, маюць месца наступныя сцверджанні:

1. Паколькі суадносіны ўсіх невядомых словаформаў у корпусе (UNK $_{total}$ = 142 234) да колькаснага размеркавання ўсіх унікальных невядомых словаформаў (UNK $_{unique}$ = 50 513) у выніку даюць

$$\frac{\text{UNK}_{\text{total}}}{\text{UNK}_{\text{unique}}} = \frac{142234}{50513} \approx 2,82,$$

то ў сярэднім у корпусе тэкстаў сустракаецца тры супадзення кожнага ўнікальнага невядомага слова.

2. Паколькі суадносіны ўсіх невядомых словаформаў у корпусе (UNK $_{total}$ = 142 234) да колькаснага размеркавання ўсіх унікальных невядомых словаформаў, прыведзеных да ніжняга рэгістру (UNK $_{unique\ lowered}$ = 48 146), у выніку даюць

$$\frac{UNK_{total}}{UNK_{uniquelowered}} = \frac{142234}{48146} \approx 2,952,$$

то ў сярэднім у корпусе тэкстаў сустракаецца тры супадзення кожнага ўнікальнага невядомага слова, прыведзенага да ніжняга рэгістру.

Атрыманыя статыстычныя даныя па корпусе тэкстаў паставілі наступныя першарадныя падзадачы:

- высветліць, колькі невядомых словаформаў могуць сапраўды папоўніць агульны слоўнік general_be.nod (маецца на ўвазе новая лексіка-граматычная інфармацыя), даць статыстыку па такіх словах, поўнасцю праанатаваць іх, правесці працэдуру па выключэнні мнагазначнасці, назначыць парадыгмы і саставіць на іх базе новы слоўнік, дадатковы да асноўнага;
- параўнаць невядомыя словаформы дадзенага корпуса з тымі, што ёсць у асноўным слоўніку, і вызначыць, колькі з іх супадаюць;
- высветліць, колькі словаформаў па той ці іншай прычыне (з-за памылак правапісу, няправільнай сінтаксічнай апрацоўкі тэкстаў і г. д.) былі не праанатаваны праграмай NooJ у працэсе лінгвістычнага аналізу;
 - даць статыстыку па непраанатаваных словах;
- апрацаваць усе тэксты корпуса з мэтай выпраўлення праблем, што ўзніклі, і затым яшчэ раз правесці лінгвістычны аналіз корпуса (гл. мал. 1).

3. Выпраўленне крытычных памылак для зніжэння «зашумлення» корпуса тэкстаў

На *другім этапе* апрацоўкі корпуса тэкстаў праведзены аналіз статыстыкі і выяўлены асноўныя тыпы памылак, якія сустракаюцца ў беларускіх тэкстах і не дазваляюць праанатаваць словы з памылкамі (табл. 2): змешанае напісанне літар кірылічнага і лацінскага алфавітаў (напрыклад, лацінская літара «і» сустракаецца ў беларускіх словах у 16,72 % выпадкаў, лацінская «у» – у 3,99 % выпадкаў).

У выніку аналізу статыстычных дадзеных абагульнены выпадкі, калі такенайзер можа працаваць некарэктна:

- няправільнае (у прыватнасці, злітнае) напісанне складаных слоў, якое не адпавядае лексіка-граматычным правілам беларускай мовы, напрыклад: *агітацыйнапрапагандысцкая, адміністрацыйнадырэктыўныя*;
 - адсутнасць прабелу паміж словамі (абрываефразу, абутварэнні, неўдалося);
 - знак пераносу ў слове (асаблі-выя, дысцып-ліне, сялен-няў);
 - словы, лексічна напісаныя праз дэфіс (вя-алі-кай, ст-о-о-й, ш-ш-ырк);
- словы з няправільным (некарэктным) правапісам (у бўдзе, бсларускія, каіпулю, калектьгеізацыі, цбпла);
 - залішнія прабелы ў словах (адрашзу, выкарыс тоўваліся);
 - словы з апострафам (аб'яднаны, з 'едзены, з 'явілася, раз 'юшыцца).

Лексіка-граматычная ідэнтыфікацыя невядомых словаформаў:

- невядомыя ці мала вядомыя беларускія словы, напрыклад: *драганты, зелкі, кіпецень, чапуля, дапяцца, нажыліцца, зіхотны, ціхманы*;
- словы беларускага класічнага правапісу (абласьцях, аналёгічная, у вадно імгненьне, лятарэі, намэнклятуры);
 - замежныя словы (acquisition, Akademie, aussi, армии, существующий);
- беларускія або рускія словы ў замежнай транслітэрацыі (pif-paf, belarusugady, knihi, korrespondent);
 - абрэвіятуры і скарачэнні (ААН, АКЗП-6, стар., грэч., Інбелкульт, італ);
- уласныя імёны і назвы (Абрыцкі, Агеевы, Біман, Вялікабрытаніі, Дзятлавічы, Паоло, Севярын).

Табліца 2 Статыстыка беларускага корпуса для пабудовы мадэлі каналу яго «зашумленасці» (Noisy Channel Model) пры параўнанні асобных літар беларускага і лацінскага алфавітаў

| Letter BLR | Single BLR | Total BLR (TB) | Letter Lat | Mixed Cyrillic (MC) | Single Lat | Total Lat (TL) | Probability (TL/(TB+TL)),% | MC Fixed | Single Fixed | Total Fixed |
|---------------|---------------|-------------------|---------------|---------------------------|---------------|-------------------|----------------------------|-------------|-----------------|----------------|
| a | 4 | 99 351 | a | 64 | 0 | 64 | 0,06 | 64 | 0 | 64 |
| б | 0 | 14 813 | b | 1 | 8 | 9 | 0,06 | 1 | 8 | 9 |
| e | 415 | 28 000 | e | 11 | 0 | 11 | 0,04 | 11 | 0 | 11 |
| i | 0 | 36 765 | i | 813 | 6 569 | 7 382 | 16,72 | 797 | 6 559 | 7 356 |
| К | 0 | 37 076 | k | 0 | 10 | 10 | 0,03 | 0 | 10 | 10 |
| M | 623 | 24 053 | m | 4 | 55 | 59 | 0,24 | 4 | 55 | 59 |
| Н | 236 | 45 474 | h | 3 | 4 | 7 | 0,02 | 3 | 4 | 7 |
| 0 | 0 | 28 731 | 0 | 27 | 11 | 38 | 0,13 | 27 | 9 | 36 |
| П | 185 | 19 934 | n | 7 | 0 | 7 | 0,04 | 7 | 0 | 7 |
| p | 148 | 41 010 | p | 25 | 6 | 31 | 0,08 | 25 | 2 | 27 |
| c | 302 | 37 126 | c | 28 | 29 | 57 | 0,15 | 28 | 3 | 31 |
| T | 410 | 25 071 | t | 4 | 10 | 14 | 0,06 | 4 | 5 | 9 |
| у | 0 | 26 114 | у | 19 | 1 066 | 1 085 | 3,99 | 19 | 1 065 | 1 084 |
| X | 231 | 10 841 | X | 30 | 49 | 79 | 0,72 | 30 | 0 | 30 |
| Total | 2554 | 474 359 | | 1 036 | 7 817 | 8 853 | 22,34 | 1 020 | 7 720 | 8 740 |

Ніжэй прыведзены расшыфроўкі пазначэнняў табл. 2.

Letter BLR – літара беларускага алфавіту.

Single BLR – колькасць асобна ўжытых літар беларускага алфавіту ў корпусе тэкстаў.

Total BLR (ТВ) – агульная колькасць ужывання пэўнай беларускамоўнай літары ў корпусе тэкстаў.

Letter Lat – літара лацінскага алфавіту.

Mixed Cyrillic – колькасць выпадкаў ужывання ў беларускамоўных словах лацінскіх літар замест кірылічных.

Single Lat – колькасць асобна ўжытых літар лацінскага алфавіту ў корпусе тэкстаў.

Total Lat (TL) – агульная колькасць ужывання пэўнай лацінскай літары ў корпусе.

Probability (TL/(TB+TL)) – формула для вылічэння верагоднасці «зашумлення» корпуса тэкстаў літарамі лацінскага алфавіту.

MC Fixed – колькасць выпраўленых выпадкаў недакладнага ўжывання ў беларускамоўных словах лацінскіх літар замест кірылічных.

Single Fixed – колькасць выпраўленых выпадкаў асобнага недакладнага ўжывання літар (беларускіх, лацінскіх) у корпусе тэкстаў.

Total Fixed – агульная колькасць выпраўленых выпадкаў недакладнага ўжывання літар у корпусе тэкстаў.

Total – выніковая сума.

На *трэцім этапе* апрацоўкі корпуса тэкстаў для выпраўлення крытычных памылак, пералічаных вышэй, выкарыстоўваліся наступныя спосабы карэктыроўкі для зніжэння «зашумлення» корпуса тэкстаў:

- замена лацінскіх літар на кірылічныя і кірылічных на лацінскія;
- выключэнне спецыяльных сімвалаў;
- выпраўленне рымскіх лічбаў;
- даданне дэфісу ў слове;
- даданне прабелу паміж словамі;
- выдаленне знака пераносу ў адпаведных словах і аб'яднанне частак такіх слоў у адно цэлае;
 - выдаленне залішніх прабелаў паміж словамі;

Табліна 3

- распазнаванне і ідэнтыфікацыя слоў з апострафам як адно цэлае;
- выкананне працэсу распазнавання ўласных імёнаў і назваў, а таксама слоў беларускага класічнага правапісу.

4. Распрацоўка мадэлі мовы

Для эфектыўнай працы сістэм сінтэзу беларускага маўлення неабходна распрацаваць мадэль мовы. У цяперашні час асноўным падыходам да пабудовы моўных мадэляў для сістэм распазнання маўлення з'яўляецца выкарыстанне апарата статыстычных метадаў. Аўтарамі быў прыменены клас мадэляў, які выкарыстоўвае дрэвы рашэнняў для ацэнкі размеркавання верагоднасцяў чарговага слова.

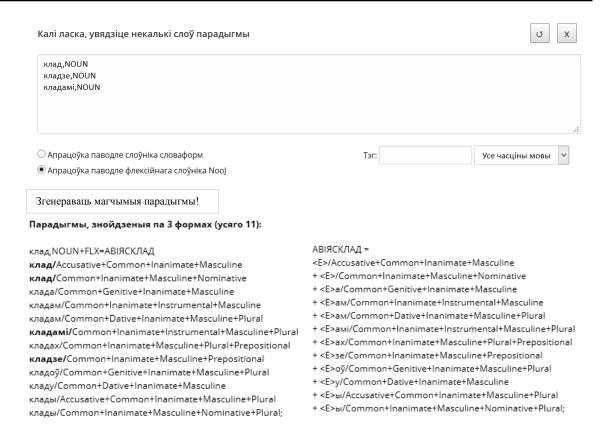
У выніку тэгіравання часцін мовы вызначана, што значную частку словаформаў у корпусе пакрываюць назоўнікі (33,7 %), дзеясловы (26,2 %), прыметнікі (25,8 %). Так як гэтая частка застанецца нязменнай для невядомых словаформаў, то вышэйназваныя часціны мовы былі абраны для машыннага навучання. У дадзеным выпадку для машыннага навучання былі выкарыстаны алгарытмы нейроннай сеткі [9], дрэва прыняцця рашэнняў [10, 11] і кластэрызацыі. Для таго каб натрэніраваць і праверыць усе магчымыя парадыгмы слова з дапамогай вышэйназваных алгарытмаў, было ўзята 70 % (143 808) усіх вядомых словаформаў. Затым 30 % (27 397) усіх вядомых словаформаў былі рэалізаваны выведзенай мадэллю алгарытмаў машыннага навучання, каб праверыць дакладнасць дадзенай мадэлі. Дакладнасць мадэлі склала 80–90 %. Вынікі часцінамоўнага тэгіравання адлюстраваны ў табл. 3.

Статыстычныя даныя пасля аўтаматычнага тэгіравання часцін мовы

| Часціна м | Прадказаны к. | пас, адз. | Прадказаны ін адз. | шы клас, | Карэкт- насць ма- дэлі, % | Адчу- вальнасць мадэлі, % | |
|---------------|-------------------------|-----------------------|-----------------------|----------------------|---------------------------------|---------------------------------|------|
| Дзеяслоў, | Фактычны клас | Праўдзіва дакладны | 4656 | Памылкова адмоўны | 1913 | 01.5 | 70.0 |
| дзеепрыслоўе | Іншы фак- тычны клас | Памылкова дакладны | 420 | Праўдзіва адмоўны | 20 408 | 91,5 | 70,9 |
| Назоўнік | Фактычны клас | Праўдзіва дакладны | 10 882 | Памылкова адмоўны | 658 | 79,2 | 04.2 |
| пазоунік | Іншы фак- тычны клас | Памылкова дакладны | 5043 | Праўдзіва адмоўны | 10 814 | 19,2 | 94,3 |
| Прыметнік, | Фактычны клас | Праўдзіва дакладны | 5233 | Памылкова адмоўны | 1238 | 91,4 | 80,9 |
| дзеепрыметнік | Іншы фак- | Памылкова дакладны | 1122 | Праўдзіва адмоўны | 19 804 | 71,4 | ou,9 |

Каб праанатаваць знойдзеныя новыя невядомыя словы быў прыменены анлайн-сэрвіс «Генератар парадыгмы слова» [12], які з'яўляецца эфектыўным сродкам для тэгіравання парадыгмы слова. Механізм яго работы прадстаўлены на мал. 3.

Пасля апрацоўкі невядомага слова з дапамогай генератара парадыгмы слова дабаўляецца ў слоўнік, узбагачаючы наяўны агульны слоўнік новымі словамі. Інфармацыя, дададзеная ў слоўнік такім чынам, можа прадстаўляць вялікі інтарэс як для лексікаграфаў, так і для іншых моўных тэхналогій [13–15].



Мал. 3. Механізм работы генератара парадыгмы слова

Вышэйпрыведзеныя этапы працэсу апрацоўкі беларускамоўнага корпуса тэкстаў дадуць магчымасць даследчыкам больш дакладна аналізаваць з пункту гледжання лінгвістыкі розныя беларускія тэксты.

Заключэнне

У выніку апрацоўкі мільённага беларускага корпуса тэкстаў на натуральнай мове з дапамогай распрацаванага алгарытму і спецыяльнага слоўніка general_be.nod выяўлены і выпраўлены крытычныя памылкі для зніжэння «зашумлення» корпуса тэкстаў. Распрацавана мадэль тэгіравання часцін мовы з прымяненнем машыннага навучання, дакладнасць выкарыстання якой пры лінгвістычнай апрацоўцы беларускіх тэкстаў складае 80–90 %, што дазволіла папоўніць слоўнік новымі словамі. Рэалізаваны працэс папярэдняй апрацоўкі тэксту, дзе мелася магчымасць уводзіць невядомыя словы, тэгіраваць для іх часціны мовы ці прапускаць лексічную інфармацыю або да разбору, або падчас ліквідацыі неадназначнасці.

Распрацаваныя мадэлі і алгарытм апрацоўкі корпуса тэкстаў зрабілі магчымым значна палепшыць апрацоўку (выпраўленне правапісу, пабудову мадэлі мовы, распазнаванне ўласных імёнаў і назваў, тэгіраванне часцін мовы, тэгіраванне парадыгм слоў, пабудову слоўнікаў) і прадвызначылі яго прымяненне ў сінтэзе маўлення. Рэалізацыя праведзенага даследавання палепшыць лінгвістычны аналіз беларускамоўных корпусаў тэкстаў і паскорыць іх бесперапынную інтэграцыю ў розныя сістэмы сінтэзу беларускага маўлення.

Спіс літаратуры

- 1. Kennedy, G. An Introduction to Corpus Linguistics / G. Kennedy. London : Longman, 1998. 315 p.
- 2. Belarusian N-corpus [Electronic resource]. 2015. Mode of access: http://bnkorpus.info/. Date of access: 22.06.2017.

- 3. Барковіч, А.А. Беларускі корпус тэкстаў : інтэрнэт-дыскурс / А.А. Барковіч // Веснік Беларус. дзярж. ун-та. Сер. 4. Філалогія. Журналістыка. Педагогіка. 2013. № 2. С. 26—29.
- 4. The First One-Million Corpus for the Belarusian NooJ Module / I. Reentovich [et al.] // Automatic Processing of Natural-Language Electronic Texts with NooJ: 9th Intern. Conf. «NooJ 2015». Springer International Publishing, 2016. P. 3–15.
- 5. Холоденко, А.Б. Использование лексических и синтаксических анализаторов в задачах распознавания для естественных языков / А.Б. Холоденко // Интеллектуальные системы. 1999. N = 1-2. C. 185-193.
- 6. Автоматическая обработка текстов на естественном языке и анализ данных / Е.И. Большакова [и др.]. М.: Изд-во НИУ ВШЭ, 2017. 269 с.
- 7. Silberztein, M. NooJ Manual / M. Silberztein [Electronic resource]. 2003. Mode of access: www.nooj4nlp.net. Date of access: 22.06.2017.
- 8. Hetsevich, Yu. Overview of Belarusian and Russian Dictionaries and Their Adaptation for NooJ / Yu. Hetsevich, S. Hetsevich // Automatic Processing of Various Levels of Linguistic Phenomena: Selected Papers from the NooJ 2011 Intern. Conf. Newcastle: Cambridge Scholars Publishing, 2012. P. 29–40.
- 9. Kriesel, D. A Brief Introduction to Neural Networks / D. Kriesel [Electronic resource]. 2005. Mode of access: http://www.dkriesel.com. Date of access: 22.06.2017.
- 10. Quinlan, J.R. Simplifying Decision Trees / J.R. Quinlan // Intern. J. of Man-Machine Studies. 1987. Vol. 27, no. 3. P. 221–234.
- 11. Cha, S.-H. A Genetic Algorithm for Constructing Compact Binary Decision Trees / S.-H. Cha, C.C. Tappert // J. of Pattern Recognition Research. 2009. Vol. 4, no. 1. P. 1–13.
- 12. Генератар парадыгмы слова // Лабараторыя распазнавання і сінтэзу маўлення [Электронны рэсурс]. 2017. Рэжым доступу: http://ssrlab.by/5047. Дата доступу: 13.05.2017.
- 13. Oliveira, H.G. Towards the Automatic Enrichment of a Thesaurus with Information in Dictionaries / H.G. Oliveira, P. Gomes // Expert Systems. 2013. Vol. 30, no. 4. P. 320–332.
- 14. The Enrichment of Lexical Resources Through Incremental Parsebanking / V. Rosén [et al.] // Language Resources and Evaluation. 2016. Vol. 50, no. 2. P. 291–319.
- 15. Computer Treatment of Slavic and East European Languages / ed. R. Garabik // Third Intern. Seminar, Bratislava, Slovakia, 10–12 Nov. 2005. Bratislave: VEDA, 2005. 246 p.

Паступіла 28.09.2017

Аб`яднаны інстытут праблем інфарматыкі НАН Беларусі, Мінск, Сурганава, 6 e-mail: Yury.Hetsevich@gmail.com, ivan.reentovich@gmail.com

Yu.S. Hetsevich, I.V. Reentovich

LINGUISTIC ANALYSIS FOR THE BELARUSIAN CORPUS WITH THE APPLICATION OF NATURAL LANGUAGE PROCESSING AND MACHINE LEARNING TECHNIQUES

The article focuses on the problems existing in text-to-speech synthesis. Different morphological, lexical and syntactical elements were localized with the help of the Belarusian unit of NooJ program. Those types of errors, which occur in Belarusian texts, were analyzed and corrected. Language model and part of speech tagging model were built. The natural language processing of Belarusian corpus with the help of developed algorithm using machine learning was carried out. The precision of developed models of machine learning has been 80–90 %. The dictionary was enriched with new words for the further using it in the systems of Belarusian speech synthesis.

УДК 004.056.55

А.В. Сидоренко, М.С. Шишко

ШИФРОВАНИЕ ИЗОБРАЖЕНИЙ НА ОСНОВЕ ХАОТИЧЕСКИХ ОТОБРАЖЕНИЙ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ПАРАЛЛЕЛЬНЫХ ВЫЧИСЛЕНИЙ

Описывается алгоритм шифрования изображения на основе хаотической динамики, оптимизированный для параллельных вычислений. Для уменьшения объема шифруемых данных используется вейвлет-сжатие. При этом часть вейвлет-коэффициентов шифруется с помощью перестановочно-рассеивающего алгоритма, уточняющие коэффициенты — с помощью алгоритма на основе клеточных автоматов. Проводится тестирование алгоритма и показывается хорошая стойкость к статистическому и дифференциальному криптоанализу. Тестирование алгоритма с помощью статистических тестов SP 800-22 позволило установить, что двоичная последовательность, генерируемая алгоритмом, близка к случайной. Показывается, что при оценке производительности алгоритма скорость шифрования при сжатии без потерь составила 8 Мбит/с.

Введение

В настоящее время практически во всех сферах жизнедеятельности человека получают широкое распространение информационные технологии. Неотъемлемой частью мультимедийных приложений является видеоинформация. Технологии беспроводной передачи информации и Интернета не могут гарантировать должную степень защиты и конфиденциальности данных при передаче информации.

Среди разнообразных методов защиты информации и обеспечения ее целостности выделяются криптографические методы. Одним из перспективных направлений в современной криптографии является разработка алгоритмов шифрования на основе динамического хаоса [1–4]. Предложено большое количество алгоритмов шифрования изображений на основе хаоса [2–4]. Типичная структура таких алгоритмов имеет две независимые стадии перестановки и рассеяния (модификации значений) пикселов шифруемого изображения. Алгоритм данного типа представлен в работе [2], в которой используется слегка модифицированная схема перестановки-рассеяния, включающая дополнительную операцию рассеяния путем применения простых последовательных операций ХОR и циклического сдвига на каждом этапе перестановки. Это позволяет ускорить процесс шифрования. Для перестановки пикселов используется двухмерное стандартное хаотическое отображение.

В работе [3] описан симметричный алгоритм для шифрования изображений в реальном времени. Для шифрования применяется трехмерное отображение кота Арнольда, полученное авторами статьи путем обобщения его двухмерного отображения. В алгоритме для перестановки пикселов изображения используется отображение кота Арнольда, а для рассеяния – другое отображение, что значительно увеличивает устойчивость алгоритма к статистическим и дифференциальным атакам. Детальный анализ демонстрирует высокую безопасность и большую скорость шифрования данного алгоритма. Более подробно узнать об алгоритмах шифрования изображений можно из работы [4].

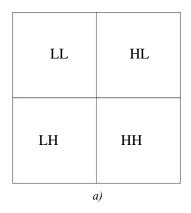
При разработке алгоритма шифрования следует учесть, что изображения характеризуются большим объемом занимаемой памяти, вследствие чего увеличивается время обработки и передачи файла с изображением. Поэтому целесообразно для уменьшения избыточности в изображении использовать предварительное сжатие. Для повышения же быстродействия можно применять распараллеливание операций шифрования и сжатия и выполнять эти операции одновременно в разных программных потоках в многопоточной среде.

В настоящей работе представлен алгоритм шифрования изображения на основе хаотической динамики, оптимизированный для параллельных вычислений. Проведена оценка стойкости данного алгоритма к статистическому и линейному криптоанализу, а также оценка производительности алгоритма.

1. Алгоритм шифрования изображений на основе хаоса

Для уменьшения количества шифруемой информации в процессе шифрования производится сжатие растрового изображения. Для этого к исходному шифруемому изображению применяется дискретное вейвлет-преобразование (ДВП). Для прямого ДВП могут использоваться как обратимые целочисленные, так и необратимые вещественные вейвлеты. Поскольку сжатие без потерь требует, чтобы данные не терялись вследствие округления, для этого типа сжатия используется обратимое вейвлет-преобразование. Напротив, сжатие с потерями допускает некоторую потерю данных в процессе сжатия, и поэтому для сжатия могут быть использованы необратимые вейвлет-преобразования с нерациональными коэффициентами фильтра. Для преобразования на границах сигнала используется симметричное периодическое расширение сигнала. Симметричное расширение добавляет зеркальное изображение сигнала за его пределами, чтобы исключить большие искажения на границах сигнала после вейвлет-преобразования. Для сжатия с потерями применяется вейвлет-преобразование CDF 9/7, а для сжатия без потерь – биортогональный вейвлет CDF 5/3.

В представленной работе данные вейвлет-преобразования применяются поочередно ко всем строкам, а затем ко всем столбцам растрового изображения. При этом изображение разбивается на четыре поддиапазона (рис. 1, a): LL, HL, LH, HH. LL-поддиапазон содержит уменьшенную копию исходного изображения, а LH-, HL- и HH-поддиапазоны — уточняющие коэффициенты, позволяющие восстановить изображение. Для LL-поддиапазона вейвлет-преобразование может применяться снова, при этом получится следующий уровень декомпозиции и т. д. На рис. 1, δ показана схема трехуровневой декомпозиции изображения.



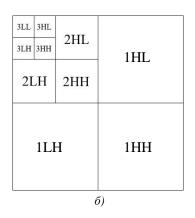


Рис. 1. Вейвлет-декомпозиции изображения: a) одноуровневая; δ) трехуровневая

После вейвлет-преобразования коэффициенты LL-поддиапазона отделяются от остальных вейвлет-коэффициентов. Как было сказано выше, LL-поддиапазон является уменьшенной копией исходного изображения. Он содержит максимальное количество информации об исходном изображении по сравнению с другими поддиапазонами и поэтому шифруется отдельно. Так как данный поддиапазон является, по сути, обычным изображением с небольшим разрешением, для него можно применить обычные методы шифрования изображений.

В настоящей работе LL-поддиапазон шифруется с помощью перестановочнорассеивающего алгоритма [5]. Общая архитектура перестановочно-рассеивающих алгоритмов шифрования изображений показана на рис. 2.

В криптографических системах используются два взаимно независимых этапа: перестановка и рассеяние. На этапе перестановки все пикселы изображения меняются местами согласно некоторым преобразованиям, не меняя своих значений. Чтобы декоррелировать смежные пикселы, перестановка выполняется n раз, где $n \ge 1$. После данного этапа каждый пиксел заменяется другим пикселом из этого же изображения. Это приводит к большому беспорядку пикселов. Однако, поскольку значения пикселов не изменялись, гистограмма распределения яркости зашифрованного изображения совпадает с гистограммой исходного изображения, что

негативно сказывается на стойкости алгоритма шифрования. Для устранения данной особенности в алгоритм включен этап диффузии. На этом этапе значения пикселов меняются таким образом, чтобы гистограмма зашифрованного изображения отличалась от гистограммы шифруемого и походила на гистограмму равномерного шума. Цикл перестановки-рассеяния повторяется несколько раз для достижения удовлетворительного уровня беспорядка.

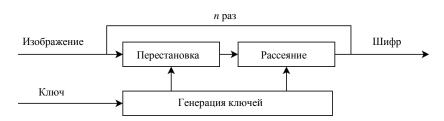


Рис. 2. Перестановочно-рассеивающий алгоритм

Для улучшения безопасности параметры, управляющие перестановкой и диффузией, могут быть различными в разных раундах. Это достигается циклическим ключевым генератором с изначальным секретным ключом. В криптографических системах этап перестановки, этап диффузии и ключевой генератор могут быть реализованы с помощью хаотических отображений.

В данной работе для перестановки и рассеяния используется отображение «тент», имеющее следующий вид:

$$f(x_n) = \begin{cases} \mu x_n & \text{при } x_n < \frac{1}{2}, \\ \mu(1 - x_n) & \text{при } \frac{1}{2} \le x_n. \end{cases}$$
 (1)

Перестановка производится в пределах строки или столбца согласно формуле

$$I(i,k) \leftrightarrow I(i, \mid x_k(i) \bullet N \mid), \ k = \overline{1, N},$$
 (2)

где I(i,k) – пиксел изображения, $x_k(i)$ – значение хаотического отображения для данного пиксела, N – количество столбцов в изображении.

Затем происходит изменение значений пикселов (рассеяние) по правилу

$$I'(i,k) = I(i,k) \oplus |x_{N+k}(i) \bullet 256|, k = \overline{1,N},$$
 (3)

где ⊕ – операция XOR (побитовое исключающее ИЛИ).

После завершения преобразования над строками аналогичные преобразования производятся и над столбцами изображения. Данный цикл может повторяться несколько раз для лучшего зашифрования.

В качестве ключа шифрования используется начальное условие $x_0(-1) \in (0; 1)$ для хаотического отображения. Для обеспечения стойкости алгоритма к дифференциальному криптоанализу данное начальное условие модифицируется с помощью хеш-суммы, вычисляемой по алгоритму SHA-2. Далее 256-битная хеш-сумма H, вычисленная от шифруемого изображения, разбивается на 32-битные блоки и модифицирует начальное условие согласно формулам

$$H = h_1 h_2 h_3 h_4 h_5 h_6 h_7 h_8$$

$$s = \frac{h_1 \oplus h_2 \oplus ... \oplus h_7 \oplus h_8}{2^{32}},$$

$$x_0(0) = \frac{x_0(-1) + s}{2},$$
(4)

где $x_0(0) \in (0; 1)$ — модифицированное начальное условие.

Далее на основе модифицированного начального условия $x_0(0)$ генерируются начальные условия для каждой строки и каждого столбца по следующему правилу:

$$x_0(n+1) = \sin(\pi \bullet x_0(n)), \quad n = \overline{0, M+N},$$
 (5)

где $x_0(n)$ — начальные условия для строк и столбцов, N и M — число строк и столбцов соответственно.

Для сжатия изображения производится вложенное кодирование уточняющих вейвлет-коэффициентов с помощью алгоритма НВСТ (Hardware Block Cluster Tree), предложенного В.В. Новицким и В.Ю. Цветковым в работе [6]. Данный метод использует построение кластерных деревьев в пределах квадратных блоков битовых плоскостей матрицы вейвлет-коэффициентов и прогрессивное вложенное кодирование.

В процессе кодирования кодер проходит по пространственно-частотным диапазонам битовой плоскости, начиная с LHn и заканчивая HH1. Каждый диапазон компактно описывается с помощью «нуль-дерева», знаков, значимых и уточняющих бит. «Нуль-дерево» строится в два этапа: на первом этапе кодовый блок (поддиапазон) проходит кластеризацию, строя квадродерево (каждый последующий уровень квадродерева получается путем разбиения предыдущего на кластеры размером 2×2 и присвоения соответствующей позиции последующего уровня «0» в случае, если в кластере все биты равны «0», и «1» в любом другом случае); на втором этапе кодер двигается по единичным битам квадродерева, начиная с вершины и игнорируя нулевые кластеры. В алгоритме НВСТ используются блоки фиксированной размерности (оптимальная размерность 32×32). Также введена адаптация по количеству уровней подобных деревьев.

После сжатия уточняющие коэффициенты шифруются блочным алгоритмом шифрования на основе обратимых клеточных автоматов (Reversible cellular automata, RCA) [7]. Если определить состояние автомата на каждом шаге как C', можно построить обратимый клеточный автомат CA (Cellular Automata) второго порядка, используя элементарный CA:

$$C^{t} = F(C^{t-1}) \oplus C^{t-2},$$
 (6)

где F представляет собой эволюционную функцию базового клеточного автомата.

Отсюда можно легко найти обратное преобразование:

$$C^{t-2} = F(C^{t-1}) \oplus C^t. \tag{7}$$

RCA второго порядка, определенные с помощью данных уравнений, всегда обратимы, даже если базовый CA, определенный с использованием отображения F, является необратимым. Этот принцип используется для построения блочного алгоритма шифрования, при помощи которого шифруются уточняющие вейвлет-коэффициенты. Сначала шифруемые данные делятся на блоки размером 256 бит. Каждый такой блок данных шифруется независимо от остальных (рис. 3).

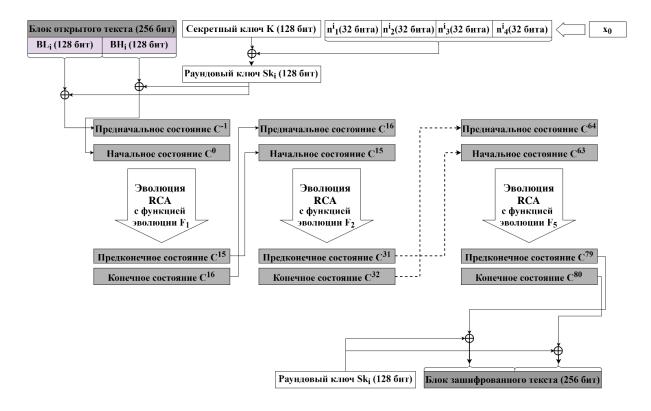


Рис. 3. Схема шифрования уточняющих вейвлет-коэффициентов

Сначала для каждого блока генерируется собственный ключ. Для этого с помощью кусочно-линейного отображения

$$f(x_n) = \begin{cases} \frac{x_n}{p}, & \text{если } 0 < x_n < p, \\ \frac{x_n - p}{1/2 - p}, & \text{если } p < x_n < 1/2, \\ f(1 - x_n), & \text{если } 1/2 < x_n < 1, \end{cases}$$
(8)

для каждого блока генерируются четыре числа:

$$\begin{cases} x_1^1 = f(x_0); \\ x_1^i = f(x_4^{i-1}); \ x_2^i = f(x_1^i); \ x_3^i = f(x_2^i); \ x_4^i = f(x_3^{i-1}), \end{cases}$$
(9)

где f – кусочно-линейное отображение, i – номер блока, x_0 – начальное условие.

Данные четыре числа приводятся к целочисленному представлению

$$n_k^i = \left\lfloor 2^{32} \bullet x_k^i \right\rfloor,\tag{10}$$

и из них строится маска для блока N_i . Затем формируется подключ Sk_i путем сложения по модулю два маски для блока N_i и общего ключа шифрования K:

$$Sk_i = K \oplus N_i. \tag{11}$$

Далее происходит собственно процесс шифрования. Шифруемый 256-битный блок данных делится на две равные части: BL_i и BH_i (рис. 3). Обе части складываются по модулю два с подключом Sk_i :

$$BL'_{i} = BL_{i} \oplus Sk_{i},$$

$$BH'_{i} = BH_{i} \oplus Sk_{i}.$$
(12)

В качестве начальной конфигурации клеточного автомата C^0 принимается BH'_i , а BL'_i принимается в качестве конфигурации, предшествующей начальной C^{-1} . Затем происходит 80 раундов эволюции клеточного автомата по формуле (6). Каждые 16 раундов эволюционная функция F меняется. В данной работе в качестве эволюционной функции был использован циклический битовый сдвиг. Затем последние конфигурации C^{79} и C^{80} складываются по модулю два с подключом Sk_i , в результате чего получается блок зашифрованного текста.

Одной из основных проблем, присущих алгоритмам шифрования изображений, является большое время шифрования. Это обусловлено тем, что изначально растровые изображения обладают значительной избыточностью и занимают большой объем памяти. Одним из способов решения данной проблемы является сжатие, которое позволяет уменьшить объем шифруемой информации и таким образом увеличить производительность. Для этого в алгоритм включен метод вейвлет-сжатия НВСТ. Однако даже предварительное сжатие не всегда позволяет добиться нужного уровня производительности. Одним из способов значительного увеличения производительности является применение параллельных вычислений.

Параллельные вычисления подразумевают такой способ организации компьютерных вычислений, при котором программа разрабатывается как набор взаимодействующих вычислительных процессов, работающих параллельно, независимо друг от друга. Описанный выше алгоритм разрабатывался таким образом, чтобы максимизировать использование параллельных вычислений. Реализация ДВП каждого столбца производится отдельно, что позволяет осуществлять эти вычисления в несколько потоков. При шифровании LL-поддиапазона обработка строк и столбцов также может производиться параллельно в пределах одного раунда при условии предварительно сгенерированных начальных условий хаотического отображения для каждой строки и столбца. Кодирование и шифрование вейвлет-коэффициентов происходят в пределах блоков фиксированного размера, причем каждый блок обрабатывается независимо от других. Это позволяет производить данные вычисления параллельно.

В настоящей работе для параллельных вычислений используются неспециализированные вычисления на графическом процессоре или GPGPU (general-purpose computing for graphics processing units) с применением фреймворка OpenCL.

2. Оценка стойкости алгоритма

Для оценки стойкости предложенного алгоритма к различным видам криптоанализа разработана программа на языке С++. Поскольку в алгоритме для шифрования LL-поддиапазона и остальных коэффициентов применяются принципиально разные методы, было принято решение протестировать их на стойкость отдельно, а также провести тестирование производительности алгоритма в целом. Так как алгоритм шифрования LL-поддиапазона является классическим алгоритмом шифрования изображений типа перестановки-рассеяния, он был протестирован на устойчивость к статистическому и дифференциальному криптоанализу. Блочный алгоритм шифрования вейвлет-коэффициентов был протестирован с помощью набора тестов SP 800-22. В тестах использовались изображения «Lena», «Mandrill» и «Реррегѕ», которые являются стандартными тестовыми изображениями для проверки работы алгоритмов обработки изображений.

Известно, что первостепенное значение для криптографической системы имеет статистический анализ зашифрованного текста. Действительно, идеальный шифр должен быть устойчивым к любым видам статистических атак. Для оценки стойкости алгоритма к статистическому

криптоанализу были вычислены коэффициенты корреляции между соседними пикселами по горизонтали, вертикали и диагонали, а также информационная энтропия.

Корреляция является мерой, которая показывает зависимость между двумя соседними пикселами в изображении. Коэффициент корреляции может быть вычислен следующим образом:

$$r_{XY} = \frac{\text{cov}(X,Y)}{\sqrt{D(X)}\sqrt{D(Y)}};$$
(13)

$$cov(X,Y) = \sum_{i=1}^{P} \left(x_i - \overline{X}\right) \left(y_i - \overline{Y}\right); \tag{14}$$

$$D(X) = \frac{1}{P} \sum_{i=1}^{P} \left(x_i - \overline{X} \right)^2, \tag{15}$$

где x_i – яркость i-го пиксела; y_i – яркость соседнего по горизонтали, вертикали или диагонали (в зависимости от типа корреляции) к i-му пиксела; \overline{X} , \overline{Y} – средние значения яркости. Коэффициенты корреляции для незашифрованного изображения, как правило, имеют значения, близкие к единице. Это означает, что соседние пикселы связаны между собой некоторой зависимостью. Для зашифрованного же изображения коэффициент корреляции должен стремиться к нулю. Чем ближе коэффициент к нулю, тем меньше связаны соседние пикселы.

Важной характеристикой изображений служит информационная энтропия, которая является мерой неопределенности, связанной со случайной величиной. Она дает количественную оценку информации, содержащейся в данных, как правило, в битах или битах на символ. Энтропия вычисляется по формуле

$$H(m) = \sum_{i=0}^{2N-1} P(m_i) \log_2 \frac{1}{P(m_i)},$$
(16)

где $P(m_i)$ – вероятность символа m_i .

Для источника, который выдает 2^8 символа с равной вероятностью, энтропия будет равна восьми. Следовательно, чем ближе значение энтропии изображения к восьми, тем ближе данное изображение к случайному.

Дифференциальный криптоанализ — это один из наиболее популярных видов криптоанализа. Суть его заключается в следующем: криптоаналитик или взломщик создают небольшое изменение в исходном изображении, затем шифруют исходное и измененное изображения, после чего ищут различия в двух шифрах, чтобы найти закономерности между изменениями в шифрах и исходных изображениях.

Для оценки стойкости к данному виду анализа производятся следующие действия. Открытый текст изображения зашифровывается и получается изображение-шифр С1. Затем выбирается произвольный пиксел в открытом тексте, чтобы обеспечить небольшое изменение, которое добавляется (вычитается) к его десятичному значению, или переключается младший значащий бит. Измененное изображение шифруется с использованием того же ключа для получения нового изображения-шифра С2. Эти два изображения-шифра сравниваются с помощью следующих критериев [8]:

1. Процента измененных пикселов (NPCR – Near Pixel Change Rate). Процент различных пикселов в изображениях C1 и C2 рассчитывается следующим образом:

$$NPCR = \frac{\sum_{i=1,j=1}^{M,N} D(i,j)}{M \times N} \times 100 \%;$$
 (17)

$$D(i,j) = \begin{cases} 1, \text{ если } C1(i,j) = C2(i,j); \\ 0, \text{ если } C1(i,j) \neq C2(i,j). \end{cases}$$
 (18)

Чем ближе коэффициент NPCR к 100 %, тем большую стойкость имеет рассматриваемый алгоритм к дифференциальному криптоанализу.

2. Среднего изменения интенсивности (UACI – Unified Averaged Changed Intensity) – меры различия средней интенсивности между двумя шифрами. Определяется по формуле

$$UACI = \frac{1}{M \times N} \sum_{i=1, j=1}^{M, N} \frac{C1(i, j) - C2(i, j)}{L} \times 100\%,$$
(19)

где L – число возможных уровней яркости. Чем ближе данный показатель к 33 %, тем больше стойкость к дифференциальному криптоанализу.

В табл. 1 представлены результаты тестирования части алгоритма, ответственной за шифрование LL-поддиапазона, а также статистические коэффициенты для незашифрованных изображений. Используются тестовые изображения «Lena 256×256», «Mandrill 256×256», «Peppers 256×256». Из таблицы видно, что коэффициент корреляции для незашифрованного изображения (откр.) близок к единице. Это означает, что значения соседних пикселов в незашифрованном изображении коррелируют. Для зашифрованного изображения (зашифр.) коэффициент корреляции близок к нулю. Это означает, что корреляция между соседними пикселами практически отсутствует. Данный факт затрудняет криптоаналитику или злоумышленнику статистический криптоанализ зашифрованного текста. Как видно из таблицы, энтропия зашифрованных изображений больше, чем энтропия незашифрованных, и близка к восьми. Даже для изображения с наименьшей энтропией «Реррегs 256×256» энтропия зашифрованного изображения остается на уровне остальных и близка к своему максимальному значению. Значит, алгоритм шифрования вносит достаточную долю неопределенности в зашифрованное изображение и делает его похожим на случайный набор пикселов. Вкупе с низкой корреляцией данный факт позволяет говорить о высокой стойкости алгоритма к статистическому криптоанализу. Также по результатам теста видно, что NPCR близок к 100 %, а UACI – к 33,3 %. Это означает хорошую стойкость алгоритма к дифференциальному криптоанализу.

Результаты тестирования

Таблица 1

| Изображе | | Корреляция | | Энтропия | NPCR. % | UACI, % | |
|-----------|---------|--------------------|---------|----------|----------|----------|-------|
| изоораже | снис | гориз. | вертик. | диагон. | Энтропия | UACI, 70 | |
| «Lena | Откр. | 0,9223 0,8742 0,86 | | 0,8656 | 7,75 – | | - |
| 256×256» | Зашифр. | -0,0176 | -0,0086 | -0,0729 | 7,96 | 99,55 | 33,44 |
| «Mandrill | Откр. | 0,9813 | 0,9887 | 0,9699 | 7,76 | _ | _ |
| 256×256» | Зашифр. | 0,0180 | 0,0019 | -0,0090 | 7,97 | 99,62 | 33,41 |
| «Peppers | Откр. | 0,9673 | 0,9658 | 0,9670 | 7,49 | _ | _ |
| 256×256» | Зашифр. | 0,0006 | -0,0132 | -0,0377 | 7,95 | 99,60 | 33,37 |

Вторую составляющую алгоритма шифрования, отвечающую за шифрование уточняющих вейвлет-коэффициентов, было решено протестировать с помощью набора тестов SP 800-22 [9]. Данный инструмент был обнародован в 2003 г. Американским Национальным институтом

стандартов и технологий (American National Institute of Standards and Technology, NIST). Он представляет собой стандарт для тестирования статистики случайных и псевдослучайных последовательностей. Для проведения такого тестирования уточняющие вейвлет-коэффициенты тестовых изображений были зашифрованы и преобразованы в битовую последовательность. Тесты проводились на последовательности длиной 10^6 бит, разбитой на 10 равных по длине подпоследовательностей. В результате алгоритм не прошел универсальный тест Маурера для трех из четырех изображений. Следовательно, в двоичной последовательности существуют значительно сжимаемые участки. Также алгоритм не прошел тест на последовательности и тест энтропии. Значит, алгоритм генерирует битовую последовательность, которая по данным критериям не является случайной. Между тем остальные тесты были успешно пройдены и, следовательно, двоичная последовательность достаточно близка к случайной, чтобы препятствовать несанкционированному получению информации злоумышленниками.

3. Оценка производительности алгоритма

В работе проведено тестирование производительности алгоритма. Для этого данным алгоритмом с использованием сжатия без потерь было зашифровано тестовое изображение «Мандрил» в различных разрешениях (табл. 2). Тестирование проводилось с помощью интегрированного графического процессора Intel(R) HD Graphics 4000 и центрального процессора Intel Core i5-3230M. На рис. 4, a показана зависимость времени шифрования от количества пикселов для изображений малого размера (разрешение до 512×512 пикселов). Из графика видно, что зависимость имеет экспоненциальный характер. Однако для большого размера шифруемого изображения (разрешение более 512×512 точек) зависимость имеет линейный характер (рис. 4, δ). Это происходит из-за того, что при малом размере изображения решающую роль в формировании времени шифрования играют вспомогательные процессы, такие как перенос данных из оперативной памяти в память графического процессора и обратно, а также запись в файл. В целом же скорость шифрования при сжатии без потерь находится на уровне 8 Мбит/с. Скорость шифрования может быть увеличена при использовании сжатия с потерями, однако качество восстановленного изображения будет хуже.

Tаблица 2 Оценки времени шифрования изображения «Mandrill»

| Разрешение | Количество пикселов | Размер, кбайт | Время шифрования, с |
|------------|---------------------|---------------|---------------------|
| 128×128 | 16 384 | 48 | 0,209 |
| 192×192 | 36 864 | 108 | 0,243 |
| 256×256 | 65 536 | 192 | 0,278 |
| 384×344 | 147 456 | 432 | 0,378 |
| 512×512 | 262 144 | 768 | 0,692 |
| 640×640 | 409 600 | 1200 | 0,907 |
| 768×768 | 589 824 | 1728 | 1,343 |
| 896×896 | 802 816 | 2352 | 2,102 |
| 1024×1024 | 1 048 576 | 3072 | 3,398 |
| 1152×1152 | 1 327 104 | 3888 | 3,664 |
| 1280×1280 | 1 638 400 | 4800 | 4,038 |
| 1536×1536 | 2 359 296 | 6912 | 6,351 |

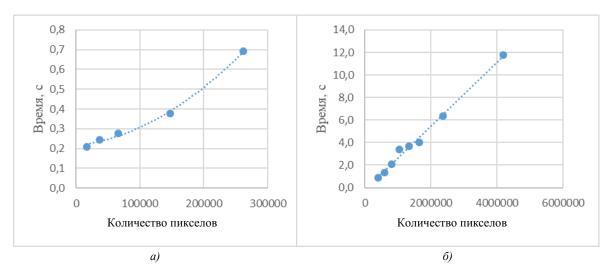


Рис. 4. Зависимость времени шифрования от количества пикселов в изображении: a) для изображений малого размера; δ) для изображений большого размера

Заключение

В работе представлен алгоритм шифрования изображений с применением хаотической динамики, оптимизированный для параллельных вычислений. В качестве хаотических отображений для перестановочно-рассеивающего алгоритма используется отображение «тент», а для шифрования уточняющих вейвлет-коэффициентов – хаотическое кусочно-линейное отображение.

Проведена оценка стойкости алгоритма шифрования LL-поддиапазона вейвлет-коэффициентов к статистическому и дифференциальному криптоанализу, которая показала высокий уровень стойкости этой части алгоритма к данным видам криптоанализа.

Протестирован алгоритм шифрования уточняющих вейвлет-коэффициентов с использованием набора статистических тестов SP 800-22. Выявлена схожесть генерируемого алгоритмом выходного битового потока со случайным потоком по большинству критериев, что означает высокую стойкость данной части алгоритма к статистическому криптоанализу.

Тестирование производительности разработанного алгоритма показало его высокий уровень: средняя скорость шифрования с использованием сжатия без потери качества составляет 8 Мбит/с

Список литературы

- 1. Сидоренко, А.В. Шифрование данных с использованием хаотической динамики в сенсорной сети / А.В. Сидоренко, К. С. Мулярчик // Доклады БГУИР. 2015. № 6(92). С. 41–47.
- 2. Wong, K.-W. A Fast Image Encryption Scheme based on Chaotic Standard Map / K.-W. Wong, S. K. Bernie, W.-S. Law // Physics Letters A. 2008. Vol. 372. P. 2645–2652.
- 3. Chen, G. A symmetric image encryption scheme based on 3D chaotic cat maps / G. Chen, Y. Mao, Ch.K. Chui // Chaos, Solitons and Fractals. -2004. Vol. 21. P. 749-761.
- 4. Khan, M. A Literature Review on Image Encryption Techniques / M. Khan, T. Shah // 3D Res. 2014. Vol. 5, iss. 4.
- 5. Wong, K.-W. Image encryption using chaotic maps / K.-W. Wong // Intel. Computing Based on Chaos. -2009. Vol. 184. P. 333–354.
- 6. Новицкий, В.В. Сжатие полутоновых изображений на основе кластеризации и прогрессивного вложенного кодирования вейвлет-коэффициентов / В.В. Новицкий, В.Ю. Цветков // Телекоммуникации: сети и технологии, алгебраическое кодирование и безопасность данных : материалы Междунар. науч.-техн. семинара, Минск, апрель–декабрь 2015 г. Минск : БГУИР, 2015. С. 45–51.
- 7. Faraoun, K.M. A parallel block-based encryption schema for digital images using reversible cellular automata / K.M. Faraoun // Engineering Science and Technology. 2014. Vol. 17. P. 85–94.

- 8. Wu, Y. NPCR and UACI randomness tests for image encryption / Y. Wu, J.P. Noonan, S. Agaian // Multidisciplinary journals in science and technology. Journal of selected areas in telecommunications (JSAT). -2011. Apr. ed. P. 31–38.
- 9. A statistical test suite for random and pseudorandom number generators for cryptographic applications / A. Rukhin [et al.]. Special Publication 800-22. Revision 1a. Gaithersburg: National institute of standards and technology, 2010. 131 p.

Поступила 05.10.2017

Белорусский государственный университет,
Минск, пр. Независимости, 4
e-mail: sidorenkoa@yandex.ru,
maxshishko@yandex.ru

A.V. Sidorenko, M.S. Shishko

ENCRYPTION OF IMAGES ON THE BASIS OF CHAOTIC MAPPING AND PARALLEL COMPUTING

The chaos-based image encryption algorithm using parallel computing is described. To reduce the amount of encrypted data the wavelet-based compression is used. Some of the wavelet coefficients are encrypted with the use of confusion-diffusion scheme and the qualifying coefficients are encrypted by the algorithm based on reversible cellular automations. Resistance of this algorithm to statistical and differential cryptanalysis was evaluated. The SP 800-22 statistical tests were performed. These tests demonstrated that the binary sequence generated by the algorithm is close to the random one. The algorithm testing was performed. The algorithm productivity was estimated. The encryption rate for the test image in the case of lossless compression was 8 Mbit/s.

УДК 004.032.6; 004.627

В.Ю. Герасимович, Ал.А. Петровский

ПСИХОАКУСТИЧЕСКИ МОТИВИРОВАННОЕ ПОСТРОЕНИЕ СЛОВАРЯ ЧАСТОТНО-ВРЕМЕННЫХ ФУНКЦИЙ УНИВЕРСАЛЬНОГО МАСШТАБИРУЕМОГО АУДИОКОДЕРА НА ОСНОВЕ РАЗРЕЖЕННОЙ АППРОКСИМАЦИИ

Рассматривается способ построения перцептуально-мотивированного словаря частотновременных функций на основе оптимизированного для фрейма входного сигнала пакетного дискретного вейвлет-преобразования и использования этого способа в универсальном масштабируемом аудиокодере реального времени. Показывается актуальность данной задачи, большое внимание уделяется психоакустическому моделированию. Описываются такие алгоритмы, как разреженная аппроксимация, перцептуальная адаптация дерева декомпозиции пакетного дискретного вейвлетпреобразования, а также схемы кодирования и декодирования входного сигнала. Приводятся результаты экспериментальных исследований разрабатываемого аудиокодера. Дается его сравнение с современными схемами сжатия звуковой информации, такими как Opus и Vorbis, на базе объективной оценки качества PEAQ – ODG.

Введение

Разреженная аппроксимация сигнала является удобным инструментом для построения алгоритмов аудиокодирования, поскольку ее суть заключается в представлении входной информации минимальным количеством ненулевых компонентов (атомов). Одним из представителей данного класса алгоритмов является согласованная подгонка (СП) [1].

В существующих подходах к аудиокодированию СП может применяться как одна из ступеней алгоритма сжатия [2, 3]. Такие варианты кодирования разделяют входной аудиосигнал на три компонента: гармонический (синусоидальный), переходный (транзиентный) и шумовой. В работе [3] синусоидальные и транзиентные компоненты моделируются на основе СП, однако для каждой из частей применяется свой словарь функций, шумовая (остаточная) часть сигнала параметризируется с помощью линейного предсказания. Суть подхода [2] состоит также в выделении трех компонентов из входного фрейма сигнала, однако СП используется только для моделирования переходных компонентов. Данные трехкомпонентные подходы, с одной стороны, позволяют получить подробную и надежную модель сигнала, но с другой – требуют трех разных алгоритмов обработки компонентов, а это обусловливает высокую вычислительную сложность всего метода. Существуют также варианты построения алгоритма кодирования звука с использованием СП для параметризации аудиосигнала без разделения его на определенные компоненты. К примеру, в работе [4] показан вариант моделирования аудиосигнала на основе СП с использованием словарей частотно-временных функций Габора. В данном подходе перцептуальная модель используется для уменьшения итогового количества атомов, но, в силу того что эффект маскирования применяется после процедуры СП, длительность работы алгоритма разреженной аппроксимации может быть довольно большой. В работе [5] также применяется метод СП для моделирования сигнала, где словарь функций строится на основе модифицированного дискретно-косинусного преобразования (МДКП) с различной длиной базисных функций. В данном подходе, как и в предыдущем, в процессе СП психоакустическое моделирование не применяется (применяется контроль эффекта пре-эхо).

Во всех подходах аудиокодирования на основе СП самыми важными задачами являются построение оптимального словаря частотно-временных функций и определение признака остановки работы алгоритма аппроксимации. Исследования, описываемые в данной статье, посвящены решению этих задач и построению аудиокодера на основе разрабатываемой модели. Здесь представлена модель универсального масштабируемого аудиокодера реального времени, инвариантного к звуковому информационному наполнению обрабатываемого аудиосигнала. Основой алгоритма сжатия является аппарат СП со словарями частотно-временных функций,

который позволяет осуществить операцию разреженной аппроксимации входного сигнала. Словарь частотно-временных функций строится на основе пакетного дискретного вейвлет-преобразования (ПДВП), которое динамически оптимизируется для фрейма входного сигнала с помощью психоакустического критерия [2]. Важной особенностью алгоритма является тот факт, что словарь функций формируется на базе входного обрабатываемого сигнала. Возможность масштабируемости битового потока совместно с работой в реальном масштабе времени позволяет использовать разрабатываемый алгоритм в таких областях, как системы передачи речи и звука по цифровым коммуникационным каналам, например Voice Over Internet Protocol (VoIP), Voice Over LTE (VoLTE); в сервисах потокового мультимедиа (Streaming Media) и цифрового радиовещания (Digital Audio Broadcasting, DAB).

1. Определение зависимости структуры словаря частотно-временных функций от психоакустического критерия

ПДВП – это преобразование, позволяющее получить неравномерный частотно-временной план обрабатываемого сигнала. Такая возможность существует благодаря самой сути ПДВП – итеративной декомпозиции пространства сигнала на НЧ- и ВЧ-составляющие (двоичное дерево декомпозиции) [6]. Исходя из этого, имеется возможность выбрать из общего множества такой вариант декомпозиции (т. е. частотно-временного плана), который будет эффективно описывать входной сигнал в вейвлет-области. Пример построения неравномерного частотновременного плана в соответствии с произвольным двоичным деревом декомпозиции показан на рис. 1, где каждый квадрат представляет собой область с временным разрешением t и частотным f. Частотное разрешение увеличивается в два раза с ростом дерева вглубь на каждый новый уровень l. Временное разрешение определяется в зависимости от номера уровня l как 2^l . Согласно принципу неопределенности [7] невозможно одновременно получить высокое частотное и временное разрешение, т. е. при увеличении высоты квадрата будет уменьшаться его ширина, и наоборот. В соответствии с этим необходимо адаптировать частотно-временной план каждого фрейма согласно перцептуальному критерию как самому оптимальному с точки зрения восприятия звука слуховой системой человека.

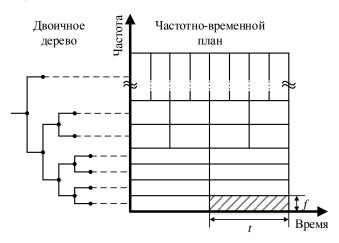


Рис. 1. Частотно-временной план для двоичного дерева вейвлет-пакета

Фактически частотно-временной план представляет собой графическое отображение дерева декомпозиции ПДВП E, которое, в свою очередь, является отражением словаря атомов D для алгоритма СП. Следовательно, определение оптимального словаря сводится к поиску такого дерева E из множества допустимых, которое позволит выделить (и, соответственно, даст алгоритму СП учесть) все особенности обрабатываемого фрейма сигнала. Поскольку входными данными являются аудиосигналы, в алгоритме определения словаря необходимо использовать закономерности психоакустики для того, чтобы учесть особенности восприятия звука человеком: перцептуальная модель позволяет определять те компоненты сигнала, которые будут оказывать максимальное влияние на восприятие звука слуховой системой человека.

В настоящей работе используется определение порогов в частотной (simultaneous) и временной (temporal) вейвлет-области [8, 9]. Общая схема алгоритма расчета частотного порога маскирования ($T_{l,n}$) показана на рис. 2.

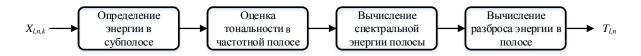


Рис. 2. Расчет порога T_{ln}

На вход алгоритма поступают коэффициенты ПДВП $X_{l,n,k}$, где k — номер коэффициента на уровне l в узле n дерева декомпозиции E_j . Определение энергии в субполосе осуществляется с нормировочным делителем $\sqrt{2}$ для каждого уровня дерева E_j , так как данное значение имеют коэффициенты усиления фильтров, соответствующих семейству Добеши 20 для ПДВП [10]. Коэффициент тональности показывает тип маскирования, которое происходит в анализируемой полосе и рассчитывается на основе индексов маскирования тоном шума и шумом шума с учетом значения меры спектральной пологости [11, 12]. Именно значение этой меры показывает тональную либо шумоподобную природу сигнала: значение, равное -60 дБ, соответствует полностью тональному сигналу в полосе, 0 дБ — полностью шумоподобному [11, 13]. Спектральная энергия вычисляется с учетом энергии в субполосе и определенного ранее коэффициента тональности. Далее свертка спектральной энергии полосы с функцией разброса [9] позволяет сделать оценку частотного порога маскирования в анализируемой субполосе.

Схема расчета временного маскера ($F_{l,n}$) изображена на рис. 3.



Рис. 3. Схема оценки временного порога маскирования

Как и в случае расчета частотного порога маскирования $T_{l,n}$, при определении энергии производится нормировка входных коэффициентов. Временная функция разброса энергии в полосе определяется как свертка энергии и функции разброса (с параметрами, соответствующими рассчитываемому временному порогу). Временной фактор маскирования — это определение того, присутствует в анализируемой субполосе временной маскер или нет. Данный поиск осуществляется путем сравнения временной функции разброса и энергии в полосе. В случае если значение функции разброса больше либо равно энергии сигнала в полосе, в данной субполосе присутствует временное маскирование, а его значение равно значению функции.

Глобальный порог маскирования, который учитывает как частотный, так и временной маскеры, вычисляется следующим образом:

$$M_{l,n} = T_{l,n} \cdot F_{l,n} ,$$

$$Gt_{l,n} = \max(M_{l,n}, ATH_{l,n}),$$

где $M_{l,n}$ — частотно-временной маскирующий порог, $ATH_{l,n}$ — порог абсолютной слышимости, $G_{l,n}$ — глобальный порог маскирования. Пример глобального порога маскирования для одного фрейма входного сигнала представлен на рис. 4.

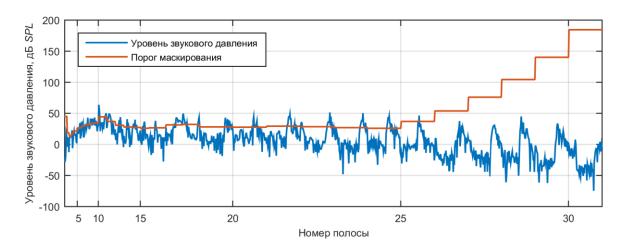


Рис. 4. Порог маскирования для одного фрейма входного сигнала

Эффект маскирования, как показано, например, в [13], может простираться во времени как до непосредственного появления маскера, так и после него. Такое свойство порога маскирования получило название пре- и постмаскирования. В то время как эффект премаскирования длится несколько миллисекунд и может находиться в пределах анализируемого фрейма, постмаскирование может длиться от 50 до 300 мс, т. е. маскер текущего фрейма будет оказывать влияние на значение порога маскирования последующих анализируемых участков аудиосигнала. Для того чтобы учесть данный эффект, в разрабатываемом аудиокодере было реализовано накопление предыстории о временных маскерах за J смежных фреймов и произведен расчет текущего как их усреднение.

Алгоритм расчета порога маскирования с учетом эффекта постмаскирования

ПОВТОРЯТЬ \forall frameN

ЕСЛИ *тип порога* == «частотный» **ТО**

ПОВТОРЯТЬ \forall частотные полосы (z):

Спектральная энергия полосы: $A(z) = \sum_{k=0}^{K-1} X_{z,k}^2$.

Мера спектральной пологости:

$$SFM(z) = \left(\prod_{k=0}^{K-1} X_{z,k}^2 \right)^{1/K} / \left(\frac{1}{K} \sum_{k=0}^{K-1} X_{z,k}^2 \right).$$

Оценка тонального коэффициента: $\eta = \min(|SFM(z)/60|, 1)$.

Расчет значения тональности маскеров:

$$a(z) = \eta a_{tmn}(z) + (1 - \eta)a_{nmn}(z)$$
;

$$a_{tmn}(z) = -0.275z - 15.025z$$
;

$$a_{nmn}(z) = -25$$
.

Спектр энергии полосы с учетом тональности:

$$D(z) = 10\log_{10}(A(z) \cdot 10^{a(z)/10})$$
.

Функция разброса энергии:

$$B(z) = a + \frac{1}{2} \cdot (v+u) \cdot (z+c) - \frac{1}{2} \cdot (v-u) \sqrt{d+(z+c)^2} \ .$$

Вычисление порога:

$$T_{l,n} = 10\log_{10}\left(\frac{1}{K}\sum_{k=1}^{K} 10^{\frac{D(z)}{10}} \cdot 10^{\frac{B(z-K)}{10}}\right).$$

КОНЕЦ

ECЛИ mun nopora == «временной» TO

ПОВТОРЯТЬ \forall частотные полосы (z):

Расчет энергии коэффициентов в полосе: $E_z(k) = X_{z,k}^2$.

Расчет временной функции разброса энергии B(z).

Вычисление порога:
$$F_{l,n}(k) = \frac{1}{K} \sum_{k=0}^{K} E_z(k) \cdot 10^{\frac{B(K-k)}{10}}$$
.

КОНЕЦ

ЕСЛИ $mod(frameN, J) \mathrel{!=} 1$ **ТО** выключить алгоритм роста дерева E_{frameN} .

ПОВТОРЯТЬ \forall (l,n): $F_{l,n}(frameN) = (F_{l,n}(frameN) + F_{l,n}(frameN - 1))/2$.

ИНАЧЕ включить алгоритм роста дерева E_{frameN} .

ЕСЛИ $mun\ nopora ==$ «глобальный» $\mathbf{TO}\ Gt_{l,n} = \max\left(T_{l,n} \cdot \max\left(F_{l,n}, 1\right), ATH_{l,n}\right).$

КОНЕЦ

В приведенном выше алгоритме frameN — номер текущего анализируемого фрейма, J — количество фреймов, в течение которых будет анализироваться предыстория при расчете эффекта постмаскирования. Для каждого фрейма обрабатываемого сигнала осуществляется расчет трех типов порогов маскирования: частотного порога $T_{l,n}$, временного маскера $F_{l,n}$ и глобального частотно-временного порога $Gt_{l,n}$. Операция mod (делимое, делитель) определяет остаток после деления. Процедура учета эффекта постмаскирования внедряется на стадии расчета временного порога. На первом шаге определяется, кратен ли номер текущего фрейма значению J, поскольку для накопления информации о $F_{l,n}$ необходимо, чтобы структура дерева декомпозиции у J смежных фреймов совпадала. Следовательно, алгоритм роста дерева ПДВП должен включаться только каждый (J+1)-й фрейм обработки. В случае если номер текущего фрейма не равен (J+1), производится усреднение $F_{l,n}$ со значением временного маскера из предыдущего фрейма, в противном случае требуется перерасчет новой структуры дерева декомпозиции ПДВП.

На рис. 5 видно, что субполосные разбиения двух смежных фреймов несколько отличаются. Так, например, нижние прямоугольники выделенной области частотно-временного плана на рис. 5, a имеют большую протяженность по временной оси и при этом меньшую по частотной (частотная шкала размечена в полосах дерева декомпозиции ПДВП) по сравнению с планом рис. 5, δ . Это означает, что в данной области потребовалось большее частотное разрешение. Затем картина меняется, поскольку в частотно-временном плане на рис. 5, a прямоугольники сверху выделенной области имеют большее временное разрешение, нежели на плане рис. 5, δ , что и отражено в их геометрических габаритах.

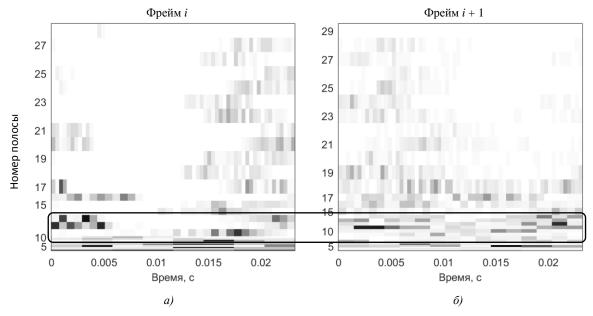


Рис. 5. Частотно-временные планы двух смежных фреймов

На рис. 6 показана визуализация изменения порога маскирования для трех последовательных фреймов входного сигнала. Ось, отражающая частотное направление, размечена в полосах дерева декомпозиции ПДВП, которые для детализации и наглядности графически выполнены однообразными.

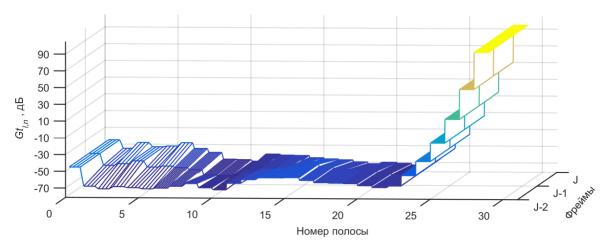


Рис. 6. Глобальный порог маскирования трех последовательных фреймов сигнала с учетом эффекта постмаскирования

На основе рассчитанной психоакустической модели для анализируемого фрейма входного сигнала можно оценить перцептуальную значимость вейвлет-коэффициентов каждого уровня ПДВП, а значит, и оптимальный частотно-временной план.

2. Разреженная аппроксимация с перцептуально-мотивированным словарем частотно-временных функций на основе ПДВП

2.1. Алгоритм СП со словарем частотно-временных функций на базе адаптивного ПДВП

СП представляет собой жадный алгоритм, суть которого заключается в отображении входного сигнала (x(i)) на избыточный словарь (D) частотно-временных функций (g_{γ}) , также называемых атомами. Избыточность словаря означает, что в нем содержится намного больше элементов, чем минимально необходимое базисное количество для представления сигнала [1, 14, 15]. Данный алгоритм является итеративным. На каждом его шаге происходит поиск атома из словаря, у которого будет максимальная корреляция с фреймом моделируемого сигнала, т. е. максимальное скалярное произведение выбираемого атома и моделируемого сигнала.

Одной из необходимых характеристик разрабатываемого аудиокодера является инвариантность к информационному наполнению входных аудиоданных. Следовательно, построение словаря D частотно-временных функций должно быть адаптировано к фрейму обрабатываемого сигнала. Учитывая этот факт, оптимальным будет построение словаря на основе входной обрабатываемой информации. Такое решение можно получить, используя ПДВП [16]. Применительно к данному преобразованию словарь атомов представляет собой семейство ортонормированных базисных функций, которые имеют высокую частотную и временную локализацию. Поскольку алгоритм СП является ресурсоемким, используется адаптированное под перцептуальную специфику фрейма входного сигнала дерево декомпозиции ПДВП [8, 16, 17], что находит отражение в структуре частотно-временного плана преобразования.

Рост дерева декомпозиции ПДВП в представленной работе происходит динамически в результате оценки двух стоимостных функций [18]: перцептуальной энтропии (Perceptual Entropy, PE), значение которой соответствует локальной перцептивной информации каждого узла текущего дерева, и временной энтропии (Wavelet Time Entropy, WTE), которая показывает информативность вейвлет-коэффициентов каждого уровня дерева ПДВП:

$$\Delta_{l,n} = \sqrt{12 \cdot Gt_{l,n} / K_{l,n}}; \tag{1}$$

$$PE_{l,n} = \sum_{k=1}^{K_{l,n}-1} \log_2 \left(2 \left[n \operatorname{int} \left(\left| X_{l,n,k} \right| / \Delta_{l,n} \right) \right] + 1 \right);$$
 (2)

$$WTE_{E_{j}} = -\sum_{\forall (l,n) \in E_{j}} \sum_{k} \frac{|X_{l,n,k}|}{\sum_{\forall (l,n) \in E_{j}} |X_{l,n,k}|} \ln \left(\frac{|X_{l,n,k}|}{\sum_{\forall (l,n) \in E_{j}} |X_{l,n,k}|}\right),$$
(3)

где $\Delta_{l,n}$ — шаг квантования, $K_{l,n}$ — количество вейвлет-коэффициентов X в узле (l,n) — двоичного дерева декомпозиции ПДВП E_i , $Gt_{l,n}$ — глобальный порог маскирования.

Алгоритм расчета оптимального дерева декомпозиции ПДВП

Инициализация: $l=0, n=0, X_{l,n,k}=x(i), j=0, \text{ CTO\Pi}=0.$ ПОВТОРЯТЬ:

Декомпозиция: $X_{l,n,k}$ деревом E_{j+1} . Вычисление: WTE_{E_j} , $WTE_{E_{j+1}}$.

ЕСЛИ $WTE_{E_j} \ge WTE_{E_{j+1}}$ И $E_{j+1} \le E_{CB}$ **TO** $E_j = E_{j+1}$, j = j + 1.

ИНАЧЕ СТОП = 1. Вычисление: $PE \ \forall \ \text{узла} \ E_j$.

ЕСЛИ $PE_{l,n} \ge PE_{l+1,\,2n} + PE_{l+1,\,2n+1}$ **ТО** расщепление $(l,\,n)$.

ИНАЧЕ не расщеплять (l, n).

ПОКА СТОП != 1.

Как было сказано выше, алгоритм определения дерева декомпозиции ПДВП для текущего фрейма анализируемого сигнала основывается на оценке двух стоимостных функций: WTE и PE. На каждой итерации процедуры вычисления роста дерева ПДВП оцениваются данные функции для текущей структуры E_j и сравниваются с таковыми для предыдущей структуры. В случае если происходит увеличение значения временной энтропии или же конфигурация дерева стала больше либо равна максимально возможной (E_{CB}), алгоритм останавливает свою работу. В противном случае производится сравнение перцептуальной энтропии для того, чтобы оценить, какие узлы необходимо расщепить, а какие останутся в итоговом дереве декомпозиции ПДВП. Рост дерева, оценка стоимостных функций, а также реализация психоакустической модели происходят «на ходу», сверху вниз — от корневого узла дерева к оконечным (терминальным) узлам, что позволяет минимизировать вычислительные затраты алгоритма оптимизации дерева ПДВП и расчета порогов маскирования.

После расчета оптимального для текущего входного фрейма сигнала дерева декомпозиции E_i ПДВП включается алгоритм согласованной подгонки, который представлен ниже.

Алгоритм СП с перцептуально-мотивированным словарем частотно-временных функций

Инициализация: $r_1 = x(i)$, m = 0, $Gt_{l,n}^m$, $CTO\Pi = 0$.

ПОВТОРЯТЬ \forall (l, n, k):

Выбрать: $X_{l,n,k}^* \in X_{l,n,k}^m$ с максимальным весом.

Поиск: a_m в $X_{l,n,k}^*$, с $\max\left(\frac{{X_{l,n,k}^*}^2}{Gt_{l,n}^m}\right)$.

Сохранить текущие (l, n, k) для a_m .

Синтезировать g_{γ} на основе a_m и ПДВП $^{-1}$.

Вычислить сигнал-остаток: $r_{m+1} = r_m - a_m g_{\gamma}$,

m = m + 1.

Пересчитать $Gt_{l,n}^m$.

Декомпозиция сигнала r_{m+1} . **ЕСЛИ** критерий остановки == ИСТИНА **ТО** СТОП = 1 **ПОКА** СТОП != 1.

Суть алгоритма СП состоит в итеративном выборе атомов из словаря, который в данном случае представлен в виде декомпозиции входного сигнала оптимизированным деревом ПДВП. На первом шаге отбора происходит определение коэффициентов с максимальным весом возбуждения в каждой частотной полосе. Затем на базе выбранных данных необходимо выполнить поиск такого коэффициента, который бы максимизировал соответствие скалограммы для оригинального и моделируемого входного фрейма сигнала. В данном случае это эквивалентно поиску такого коэффициента, который обладает максимальным соотношением «сигнал - порог маскирования». В качестве порога маскирования используется глобальный порог Gt_{ln} , который учитывает как частотное маскирование, так и временное. После того как атом будет найден на текущей итерации работы алгоритма СП, необходимо вычесть его вклад в формирование входного сигнала, затем пересчитать глобальный порог маскирования для сигналаостатка и осуществить его декомпозицию для работы следующей итерации. После достижения критерия остановки алгоритм завершит работу. Выбор критерия остановки алгоритма является крайне важной задачей при применении СП. Для использования СП в алгоритме кодирования аудиосигналов необходимо определить сбалансированную стратегию, согласно которой процедура СП будет завершать работу. В разрабатываемом аудиокодере есть возможность устанавливать критерий остановки по количеству выбранных атомов и по энергии остаточного сигнала. Также есть возможность устанавливать перцептуальный критерий, т. е. проводить анализ остаточного сигнала на предмет того, насколько важная с точки зрения восприятия информация осталась в данном сигнале, и на базе этой информации делать вывод об остановке работы алгоритма СП.

2.2. Схемы кодирования и декодирования на основе разреженной аппроксимации

Схема процесса кодирования универсального масштабируемого аудиокодера на основе разреженной аппроксимации изображена на рис. 7.



Рис. 7. Схема процесса кодирования входного сигнала

Алгоритм кодирования состоит из следующих основных шагов. Во время инициализации входной сигнал разделяется на фреймы длительностью 1024 отсчета (для аудиосигналов с частотой дискретизации 44,1 кГц) с перекрытием между соседними фреймами в 1/8 длины фрейма; на шаге «анализ ПДВП» выполняется построение адаптированного к моделируемому сигналу дерева ПДВП E_j и декомпозиция входного фрейма, а также расчет порогов маскирования $Gt_{l,n}$; на шаге «согласованная подгонка» происходит выбор наиболее перцептуально важных для восприятия атомов и расчет сигнала-остатка для текущей итерации m алгоритма СП. Отобранные данные – атомы и их позиции – передаются на шаг «кодирование и квантование» для формирования результирующего потока битов, который будет передан декодеру. Шаг «кодирование и квантование» подробнее описан в подразд. 2.3.

Структура процесса декодирования данного аудиокодера показана на рис. 8.



Рис. 8. Схема алгоритма декодирования сигнала

На шаге «восстановление параметров» алгоритма декодирования входного потока битов производится деквантование и декодирование данных. Затем на шаге «размещение атомов» по координатам $l,\ n,\ k$ все отобранные атомы устанавливаются в соответствующие узлы дерева реконструкции ПДВП. Благодаря этому обратный ПДВП осуществляется по максимальному дереву, предусмотренному алгоритмом, без необходимости вычисления его структуры. На шаге «реконструкция сигнала» производится синтез выходного фрейма аудиосигнала с помощью обратного ПДВП.

2.3. Кодирование и квантование атомов

Схема кодирования состоит из двух основных блоков: квантования и энтропийного кодирования. Параметрами, которые необходимо закодировать и заквантовать, являются атомы, а также их позиции в дереве ПДВП. Пример части множества параметров для произвольного фрейма входного сигнала представлен в табл. 1.

Таблица 1 Пример пяти параметров произвольного фрейма входного сигнала

| Номер | v | 1 | n | l _z |
|-----------|-----------|---|---|----------------|
| параметра | Λ | ι | п | ٨ |
| 1 | 0,468 38 | 7 | 7 | 4 |
| 2 | -0,667 70 | 8 | 5 | 3 |
| 3 | -0,483 42 | 8 | 5 | 1 |
| 4 | -0,397 76 | 8 | 4 | 1 |
| 5 | 0,284 50 | 7 | 5 | 2 |

В настоящей работе применяется скалярное квантование атомов. Максимальный шаг квантования определяется согласно выражению (1). После завершения процесса квантования производится энтропийное кодирование на основе алгоритма Хаффмана. Кодовые книги сформированы для каждого уровня предельного дерева декомпозиции ПДВП в силу динамической структуры дерева для каждого входного фрейма аудиосигнала.

Кодирование координат позиции атомов в дереве $(l,\,n,\,k)$, что фактически представляет собой кодирование самой структуры дерева текущего фрейма, реализовано следующим образом. Для первого фрейма производится двоичное кодирование всей структуры дерева E. Для каждого последующего фрейма кодируется только его отличие от предыдущего. Вариантов, различающих два смежных фрейма, всего два: узел дерева расщепляется либо удаляется. Также встречаются две частые ситуации: узел остается без изменений; несколько раз подряд повторяется ситуация, в которой не происходит изменений. На каждую данную ситуацию выделяется двухразрядный двоичный код, который и передается вместе с закодированными атомами декодеру.

Результаты работы модели кодера и декодера представлены на рис. 9 и 10. На рис. 9 по-казаны скалограммы аудиторного возбуждения. Скалограмма — это графическое представление коэффициентов вейвлет-преобразования в виде трехмерного графика, где по оси X отложена длительность сигнала, по оси Y — частотные полосы, а ось Z показывает значение коэффициентов анализируемого сигнала. На рис. 9, δ видно, что алгоритмом СП был произведен отбор максимально значимых для восприятия атомов. Различия между скалограммами оригинального фрейма сигнала и реконструированного отчетливо видны в частотных полосах, соответствующих высокочастотным областям сигнала: наблюдается отсутствие части коэффициентов, которые оказались ниже порога маскирования, а также тех, для которых не хватило бюджета атомов.

На рис. 10 показаны спектрограммы аудиосигналов (оригинального и реконструированного) с различным звуковым информационным наполнением.

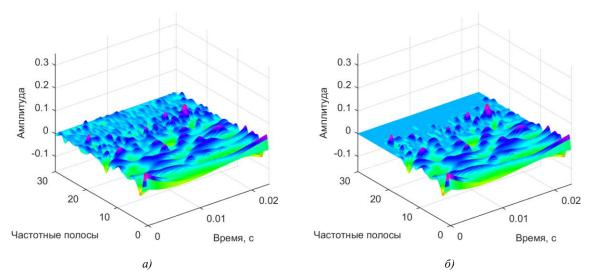


Рис. 9. Скалограммы аудиторного возбуждения: a) оригинальный сигнал; $\delta)$ сигнал, реконструированный с помощью 200 атомов

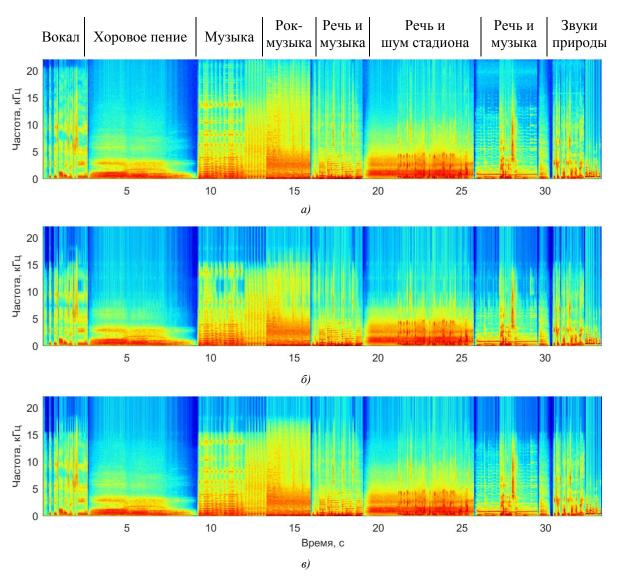


Рис. 10. Результат работы модели кодирования в частотной области: *а)* оригинальный сигнал; *б)* реконструированный с помощью 200 атомов; *в)* реконструированный с помощью 400 атомов

На рис. 10 видно, что при малом количестве атомов, используемых для реконструкции сигнала, некоторая часть спектра не восстанавливается. Как правило, это касается высокочастотных составляющих, потому что их перцептуальный вклад в общую звуковую картину в основном минимален (чаще всего это детализация звука) и при выборе атомов алгоритмом СП коэффициенты, соответствующие данной области, не входят в итоговой набор. Однако с ростом количества используемых для восстановления коэффициентов объем реконструируемой информации увеличивается.

3. Результаты экспериментов и сравнительная оценка с известными алгоритмами сжатия аудиосигналов

Экспериментальные исследования разрабатываемого аудиокодера проводились на 12 образцах (табл. 2) с разнообразным звуковым информационным наполнением. Тестовые аудиосигналы представляют собой одноканальные записи с минимальной длительностью 7 с, частотой дискретизации 44,1 кГц и разрядностью отсчетов 16 битов.

Тестовые образцы

Таблица 2

| | * ' | | |
|---------------------|--------------------------|---------------------|------------------------|
| Тестовый образец | Описание | Тестовый образец | Описание |
| es01 | Вокал (Suzan Vega) | si01 | Клавесин |
| es02 | Речь на немецком языке | si02 | Кастаньеты |
| es03 | Речь на английском языке | si03 | Труба |
| sc01 | Соло на трубе и оркестр | sm01 | Волынка |
| sc02 | Оркестровое произведение | sm02 | Металлофон |
| sc03 | Современная поп-музыка | sm03 | Струнный инструмент |

Одной из метрик, позволяющих определить перцептуальное отличие искаженного сигнала от оригинального, является PEAQ (Perceptual Evaluation of Audio Quality) [19]. Данная оценка предполагает использование модели слуховой системы человека (рис. 11).

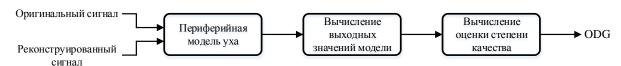


Рис. 11. Общая схема метрики PEAQ

Выходным значением оценки PEAQ является степень объективного различия (ODG, Objective Difference Grade), которая согласно исследованиям имеет высокую степень корреляции с субъективной оценкой качества звука. Шкала ODG в зависимости от степени искажения оцениваемого сигнала формируется следующим образом: 0 — не воспринимаемые на слух искажения; —1 — воспринимаемые, но не раздражающие искажения; —2 — немного раздражающие искажения; —3 — раздражающие; —4 — очень раздражающие искажения сигнала.

В проводимых экспериментах рассчитывалось значение оценки PEAQ – ODG на 12 тестовых образцах из табл. 2. Каждый звуковой сигнал был подвергнут операции кодирования и декодирования в семи вариантах степени сжатия: от 200 атомов, использованных для реконструкции, до 500 атомов с шагом в 50. Расчет скорости битового потока показал, что для 200 атомов ориентировочный битрейт составляет 36,4 кбит/с. Каждые дополнительные 50 атомов (при использовании схемы масштабирования, например) добавляют 8,6 кбит/с к общей скорости битового потока.

На рис. 12 показано распределение значений ODG, сгруппированных для каждого образца по возрастанию битрейта. Из рисунка видно, что ни один образец не получил оценку –4 и ниже. Это значит, что при минимальном использованном в экспериментах количестве атомов

для реконструкции выходного сигнала степень искажения не была «очень раздражающей» (согласно шкале ODG). Только четыре из 12 звуковых сигналов были оценены в области от -3.5 до -4 при использовании 200 атомов: si01, si03, sm01, sm02. Более того, при минимальном количестве использованных для реконструкции атомов ODG двух тестовых аудиосигналов находится в области от -1 до -1.5 («воспринимаемые, но не раздражающие искажения»): речь на немецком языке и кастаньеты. Также на рис. 12 видно стабильное увеличение оценки с ростом количества атомов, использованных для реконструкции. Так, уже при 300 атомах половина тестовых образцов находится в области до -1 либо на границе этого значения, а это значит, что оцененная степень искажения фактически является «не воспринимаемой на слух». При 450 атомах только два аудиосигнала оценены в -1.40 и -1.77 (si03 и sm02 соответственно), остальные оценки уже находятся до границы -1, и при 500 атомах 11 из 12 тестируемых звуковых образцов имеют «не воспринимаемые на слух искажения».

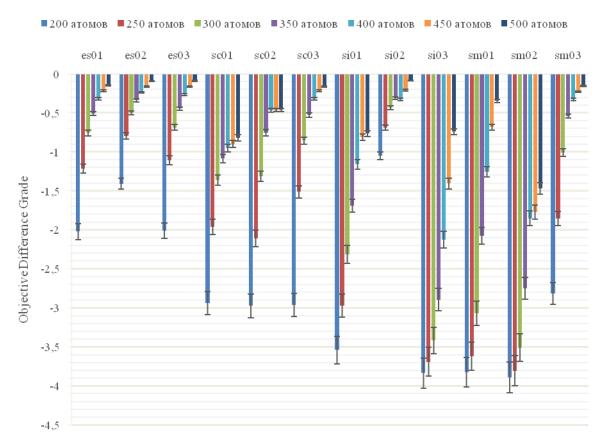


Рис. 12. Результаты объективной оценки качества в соответствии с метрикой PEAQ

Данные результаты говорят о том, что благодаря масштабируемости разрабатываемого аудиокодера есть возможность настраивать скорость битового потока (т. е. степень сжатия сигнала) под конкретную ситуацию без потери качества восстановленного выходного сигнала. Например, в зависимости от информационного наполнения входных данных можно отрегулировать битрейт: как видно на рис. 12, все речевые сигналы (es02, es03) уже при 250 атомах (расчетный битрейт 45 кбит/с) обладают оценками до -1,1, т. е. «не воспринимаемые на слух искажения» и немного выше данной границы.

На рис. 13 видно, что при минимальном битрейте средняя оценка предлагаемого кодера и кодеров Opus и Vorbis [20, 21] находится в диапазоне от –3 до –2 («немного раздражающие искажения»). С ростом скорости битового потока наблюдается стабильное увеличение качества реконструированного аудиосигнала. Начиная с области 71 кбит/с, все кодеры, включая разрабатываемый, показывают приблизительно одинаковые значения оценки ODG, находясь в области «не воспринимаемые на слух искажения». Все три сравниваемых аудиокодера имеют прибли-

зительно эквивалентные оценки ODG, однако стоит отметить, что Vorbis является архивным кодером, в то время как разрабатываемый кодер обладает возможностью функционировать в реальном масштабе времени. Ориз представляет собой универсальный кодер реального времени, но в его составе находится детектор входного сигнала и две различные модели для работы с речевыми и другими звуковыми данными, что может осложнить его реализацию на целевой платформе. По сравнению с ним разрабатываемый аудиокодер содержит в своем составе одну модель для работы со всеми входными аудиоданными.

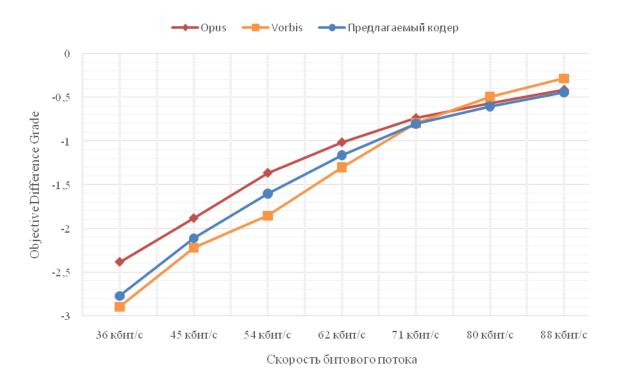


Рис. 13. Сравнение средней оценки разрабатываемого аудиокодера с кодерами Opus и Vorbis

Заключение

В работе предложен алгоритм универсального масштабируемого аудиокодера на основе разреженной аппроксимации с динамически оптимизируемым от фрейма к фрейму согласно психоакустическому критерию словарем частотно-временных функций на базе ПДВП. Описаны принципы адаптации частотно-временного плана к входному фрейму сигнала на основе двух стоимостных функций: перцептуальной и временной энтропии. Дано пояснение работы процедуры СП с целью выбора наиболее важных для восприятия слуховой системой человека коэффициентов входного сигнала. Описана структура работы алгоритмов кодирования и декодирования сигнала на базе данной модели. Проведенный сравнительный анализ показал, что разрабатываемый аудиокодер способен эффективно (с высоким качеством восстановленного сигнала при низких скоростях битового потока) работать со звуковыми сигналами различного информационного наполнения в реальном масштабе времени. Кроме того, возможность масштабирования позволяет адаптировать передаваемое либо сохраняемое количество информации в зависимости от заданного ресурса или природы обрабатываемого входного сигнала. Сравнение с современными звуковыми кодерами Opus и Vorbis показало, что представленный алгоритм сжатия обладает эквивалентным качеством восстановленного сигнала для большинства тестовых образцов, а за счет возможности масштабирования при небольшом увеличении скорости битового потока позволяет добиться сравнимых показателей и для остальных аудиосигналов.

Направление дальнейших исследований будет следующим: изучение возможности оптимизации процедуры СП для повышения быстродействия алгоритма, а также уточнения выбира-

емых из сигнала коэффициентов (атомов) для увеличения качества выходного сигнала и снижения при этом скорости битового потока; реализация возможности работы с переменной длиной окна анализа (длительности фрейма), что может привести к более точной локализации транзиентных компонентов сигнала; разработка эффективной схемы квантования отобранных атомов, что позволит увеличить степень компрессии выходного аудиосигнала.

Список литературы

- 1. Mallat, S. Matching pursuit with time-frequency dictionaries / S. Mallat, Z. Zhang // IEEE Transactions on Signal Processing. December, 1993. Vol. 41, no. 12. P. 3397–3415.
- 2. Petrovsky, Al. Hybrid signal decomposition based on instantaneous harmonic parameters and perceptually motivated wavelet packets for scalable audio coding / Al. Petrovsky, E. Azarov, A. Petrovsky // Elsevier, Signal Processing. Special «Issue Fourier Related Transforms for Non-Stationary Signals». June 2011. Vol. 91, iss. 6. P. 1489–1504.
- 3. Ruiz Reyes, N. Adaptive signal modelling based on sparse approximations for scalable parametric audio coding / N. Ruiz-Reyes, P. Vera Candeas // IEEE Transactions on audio, speech and language processing. 2010. Vol. 18, iss. 3. P. 447–460.
- 4. Chardon, G. Perceptual matching pursuit with Gabor dictionaries and Time-Frequency Masking / G. Chardon, T. Necciari, P. Balazs // ICASSP'2014. Florence, Italy, 2014. P. 3126–3130.
- 5. Ravelli, E. Union of MDCT bases for audio coding / E. Ravelli, G. Richard, L. Daudet // IEEE Transactions on audio, speech and language processing. 2008. Vol. 16, iss. 8. P. 1361–1372.
- 6. Mallat, S.A. Wavelet Tour of Signal Processing. The Sparse Way; 3rd ed. / S.A. Mallat. Burlington, MA: Academic Press, 2008. 832 p.
- 7. Strang, H. Wavelets and Filter Banks / H. Strang, T. Nguyen. Wellesley, MA : Wellesley-Cambridge Press, $1997. 520 \, p$.
- 8. Petrovsky, Al. Scalable parametric audio coder using sparse approximation with frame-to-frame perceptually optimized wavelet packet based dictionary / Al. Petrovsky, V. Herasimovich, A. Petrovsky // AES 138th Convention. Warsaw, Poland, 2015. Paper 9264.
- 9. Анализаторы речевых и звуковых сигналов: методы, алгоритмы и практика (с MATLAВ-примерами) / под ред. А.А. Петровского. Минск: Бестпринт, 2009. 456 с.
- 10. Daubechies, I. Ten lectures on Wavelets / I. Daubechies. Philadelphia, Pennsylvania : Society for industrial and applied mathematics, 1992. 357 p.
- 11. Johnston, J.D. Transform coding of audio signals using perceptual noise criteria / J.D. Johnston // IEEE Journal on Selected Areas in Communications. February 1988. Vol. 6, iss. 2. P. 314–323.
- 12. Петровский, Ал.А. Построение психоакустической модели в области вейвлет-коэффициентов для перцептуальной обработки звуковых и речевых сигналов / Ал.А. Петровский // Речевые технологии. -2008. -№ 4. -C. 61–71.
- 13. Painter, T. Perceptual Coding of Digital Audio / T. Painter, A. Spanias // Proceedings of the IEEE. April 2000. Vol. 88, iss. 4. P. 451–515.
- 14. Umapathy, K. Audio signal processing using time-frequency approaches: coding, classification, fingerprinting, and watermarking / K. Umapathy, B. Ghoraani, S. Krishnan // EURASIP Journal on Advances in Signal Processing. 2010. Vol. 2010. P. 1–28.
- 15. Goodwin, M. Atomic decompositions of audio signals / M. Goodwin, M. Vetterli // Proceedings of Workshop on Applications of Signal Processing to Audio and Acoustics. New Paltz, NY, USA, 1997. P. 1–4.
- 16. Петровский, Ал.А. Масштабируемые аудиоречевые кодеры на основе адаптивного частотно-временного анализа звуковых сигналов / Ал.А. Петровский, А.А. Петровский // Труды СПИИРАН. 2017. № 1(50). С. 55–92.
- 17. Petrovsky, Al. Audio/speech coding using the matching pursuit with frame-based psychoacoustic optimized time-frequency dictionaries and its performance evaluation / Al. Petrovsky, V. Herasimovich, A. Petrovsky // Signal Processing: Algorithms, Architectures, Arrangement, and Applications (SPA). Poznan, Poland, 2016. P. 225–229.

- 18. Petrovsky, A. Real-time wavelet packet-based low bit rate audio coding on a dynamic reconfiguration system / A. Petrovsky, D. Krahe, A.A. Petrovsky // AES 114th Convention. Amsterdam, 2003. Paper 5778.
- 19. ITU-R Rec. BS.1387-1, Method for objective measurements of perceived audio quality, 2001.
- 20. High-quality, low-delay music coding in the Opus codec / J.-M. Valin [et al.] // AES 135th Convention. NY, USA, 2013. Paper 8942.
- 21. Voice coding with Opus $\/$ K. Vos [et al.] $\/$ AES 135th Convention. NY, USA, 2013. Paper 8941.

Поступила 18.10.2017

Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники, Минск, П. Бровки, 6 e-mail: gerasimovich@bsuir.by, alexey@petrovsky.eu

V.Y. Herasimovich, Al.A. Petrovsky

PSYCHOACOUSTICALLY MOTIVATED TIME-FREQUENCY DICTIONARY BUILDING FOR UNIVERSAL SCALABLE AUDIOCODER BASED ON THE SPARSE APPROXIMATION

The article studies the process of creating a perceptually-motivated dictionary of the time-frequency functions based on the wavelet packet transform optimized for the input signal frame and its utilization in the universal scalable real-time audiocoder. The article points out the importance of the topic, great attention is paid to the psychoacoustic modelling. It describes the following algorithms: sparse approximation, perceptual adaptation of the wavelet packet decomposition tree, input signal encoding/decoding schemes. The results of the experimental research of the developed coding algorithm and comparison with the modern coding schemes such as Opus and Vorbis based on the objective quality assessment PEAQ – ODG were also given.

ЛОГИЧЕСКОЕ ПРОЕКТИРОВАНИЕ

УДК 681.32

Л.Д. Черемисинова

ПОСТРОЕНИЕ ТЕСТОВ ПОЛНОГО ПЕРЕБОРА ДЛЯ ОЦЕНКИ ЭНЕРГОПОТРЕБЛЕНИЯ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТНЫХ СХЕМ

Рассматривается задача оценки мощности, потребляемой КМОП-схемой, путем ее моделирования на тестовой последовательности входных воздействий. Предлагается метод построения тестовых последовательностей полного перебора на основе автоматного описания последовательностных схем. Метод основан на обходе дуг реберного орграфа, соответствующего графу переходов конечного автомата, задающего последовательностную схему.

Введение

Благодаря последним достижениям в области микроэлектронной технологии стала возможной более компактная реализация устройств интегральными микросхемами при сохранении той же функциональности. Расширилась также сфера применения устройств с автономным питанием (от сравнительно простых, таких как калькуляторы, до достаточных сложных, таких как ноутбуки и сотовые телефоны), для которых важно увеличить время их работы без подзарядки. При проектировании этих устройств на первый план выходит проблема минимизации энергопотребления [1].

В настоящей статье рассматривается проблема оценки энергопотребления интегральных КМОП-микросхем, которые составляют подавляющую часть (до 95 %) всей логики заказных устройств [2]. Потребляемая мощность в КМОП-схемах состоит из трех компонентов [3]: динамического и статического энергопотребления, мощности тока короткого замыкания. При использовании надлежащих схемных решений последние два компонента можно считать незначительными по сравнению с динамическим энергопотреблением, которое является доминирующим источником энергопотребления в КМОП-схемах, где на него приходится около 75 % общего энергопотребления.

Основной метод сокращения динамического энергопотребления на уровне логического проектирования состоит в минимизации интенсивности переключений сигналов на полюсах КМОП-микросхем за счет построения удачной логической структуры [4]. Необходимыми составляющими энергосберегающего синтеза являются программы оценки прогнозируемого энергопотребления схем на разных этапах их проектирования, в том числе и на более высоких уровнях (логическом и алгоритмическом). Наличие средств прогнозной оценки дает возможность выбрать наиболее подходящие варианты оптимизации и избежать процедуры перепроектирования схемы.

В основе подхода к оценке энергопотребления лежит моделирование исследуемой схемы [5]. Для его выполнения задается последовательность тестовых воздействий (упорядоченных последовательностей наборов значений сигналов на ее входах), которая должна позволить оценить энергопотребление схемы в заданном режиме ее работы. Эта последовательность в идеале не должна включать входные воздействия, которые никогда не могут возникать во время оцениваемого режима работы схемы. В частности, при оценке среднего рассеивания мощности [6] тестовые воздействия должны соответствовать штатному (нормальному) режиму работы исследуемой схемы и покрывать по возможности представительную часть ее области функционирования.

В настоящей работе рассматривается задача построения тестовой последовательности для оценки энергопотребления последовательностной схемы для случая, когда в генерируемой тестовой последовательности переключения всех входных сигналов считаются равновероятными, что в общем случае не имеет место при функционировании схемы в нормальном режиме ее

использования. Между тем когда такие вероятностные оценки неизвестны (или подсчитать их сложно), наилучшим выходом при оценке энергопотребления является построение тестов полного перебора возможных входных воздействий [7]. Предлагается метод генерации тестовой последовательности полного перебора на основе автоматного описания последовательностной схемы. Это описание задает поведение схемы в нормальном режиме ее использования путем задания только тех состояний, которые возможны в процессе ее функционирования. Соответственно, если сгенерировать тестовую последовательность полного перебора на основе автоматного описания, можно надеяться на получение достоверной оценки потребляемой мощности для тестируемой последовательностной схемы (при допущении одинаковой переключательной активности входных сигналов).

Полный перебор входных воздействий, сгенерированный на основе автоматного описания схемы, позволяет ограничить анализ схемы лишь теми состояниями, которые достижимы при ее функционировании. При этом структура схемы, полученная по заданному автоматному описанию, не принимается во внимание; используется только ее описание на автоматном уровне – граф переходов автомата.

1. Особенности оценки энергопотребления для схем с памятью

Большинство известных в литературе методов вычисления оценок энергопотребления предложены для случая комбинационных схем. Процедуры получения аналогичных оценок для последовательностных схем (схем с памятью) существенно отличаются от процедур, предложенных для схем без памяти. Если в первой постановке задача оценки рассеивания мощности КМОП-схемой на основе динамического анализа сводится к поиску тестовой последовательности наборов входных сигналов, которые последовательно подаются на входы схемы, и подсчету в конечном счете числа переключений значений сигналов на выходах элементов схемы, то во второй постановке, в случае последовательностных схем, приходится учитывать также и тот факт, что картина переключений сигналов в схеме существенно зависит не только от входных воздействий, но и от состояний, в которых схема находится перед их подачей. Одна и та же тестовая последовательность наборов значений входных сигналов должна использоваться для моделирования последовательностной схемы столько раз, каково число возможных состояний элементов памяти, а оно равно 2^k , где k – число элементов памяти. При этом следует учитывать и тот факт, что начальные состояния элементов памяти должны соответствовать достижимым состояниям тестируемой последовательностной схемы (состояниям, которые возможны при ее функционировании).

Тестовая последовательность наборов для последовательностной схемы задается парой «начальное состояние элементов памяти последовательностой схемы — последовательность входных воздействий на схему», что представляется набором $(s, x_1, x_2, ..., x_l)$, где s — вектор значений внутренних переменных (соответствующих выходам элементов памяти), x_i — вектор значений входных сигналов, подаваемых на входы схемы на i-м такте ее работы. Вектор s имеет длину, равную числу триггеров в блоке памяти схемы; векторы x_i — длину, равную числу n входных полюсов схемы. Входящие в тестовую последовательность $(x_1, x_2, ..., x_l)$ n-разрядные векторы выбираются из булева пространства E^n мощности 2^n , где n — число входных полюсов схемы. Начальное состояние элементов памяти назначается самим проектировщиком или выбирается случайным образом из числа достижимых состояний, которые могут быть найдены и с помощью алгоритмических средств [8].

Когда условия использования устройства (характер входной последовательности сигналов) неизвестны, наиболее эффективными являются тесты (тестовые воздействия) полного перебора [7]. Для случая комбинационных схем тестовая последовательность $(x_1, x_2, ..., x_l)$ полного перебора включает в себя всевозможные упорядоченные пары (x_i, x_j) входных наборов из булева пространства размерности n и любая упорядоченная пара (x_i, x_j) смежных элементов представлена ровно по одному разу.

В работе [9] предложен метод построения тестовой последовательности полного перебора минимальной длины для случая комбинационных схем. Для схемы с n входными полюсами длина такой тестовой последовательность $t = 2^n(2^n - 1) + 1$ [9]. Ясно, что число тестовых наборов

t в данной последовательности быстро возрастает с увеличением числа n. Так, для n=5, 6, 7, 8, 9, 10, ... число тестовых наборов будет t=993, 4033, 16 257, 65 281, 261 633, 1 047 553, ... Недостатком такого подхода является то, что некоторые из фрагментов тестовой последовательности не будут реализовываться при нормальном режиме функционирования схемы.

Для схем с памятью проблема построения тестовой последовательности полного перебора значительно усложняется, так как помимо переключения сигналов на входах необходимо учитывать также изменение состояний элементов памяти и их достижимость в процессе функционирования последовательностной схемы.

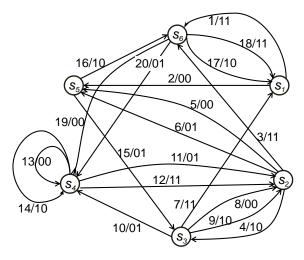
2. Основные определения и постановка задачи

Рассматриваемая задача заключается в построении тестовой последовательности полного перебора для последовательностной схемы, реализующей конечный автомат.

Конечный автомат Мили с абстрактным состоянием s, структурными входным и выходным состояниями (представляемыми векторами x и y) задается функциями переходов и выходов в виде $\psi(x, s) = s^+$, $\varphi(x, s) = y$. В искомой тестовой последовательности $(s_{i0}, x_{i1}, x_{i2}, ..., x_{il})$ состояние s_{i0} элементов памяти представляет собой начальное состояние, а пара (s_{i0}, x_{i1}) выполняет инициализацию схемы и предопределяет следующее состояние s_{i1} последовательностной схемы и состояния выходных переменных y_{i1} . При моделировании схемы на тестовой последовательности $(s_{i0}, x_{i1}, x_{i2}, ...)$ реализуется следующая последовательность изменения внутренних и выходных состояний автомата $(s_{i0}, x_{i1}, y_{i1}, s_{i1}, x_{i2}, y_{i2}, s_{i2}, ...)$:

$$\varphi(\mathbf{x}_{i1}, s_{i0}) = \mathbf{y}_{i1}, \ \psi(\mathbf{x}_{i1}, s_{i0}) = s_{i1}, \ \varphi(\mathbf{x}_{i2}, s_{i1}) = \mathbf{y}_{i2}, \ \psi(\mathbf{x}_{i2}, s_{i1}) = s_{i2}, \ \dots$$

Будем использовать далее графическое задание автомата, причем для целей построения тестовой последовательности достаточно рассматривать только граф переходов автомата (выходные состояния автомата для этой задачи несущественны). Граф переходов представляет собой ориентированный мультиграф, в котором могут быть петли и кратные дуги. Вершинам графа соответствуют состояния s_i автомата. Дуге, соответствующей переходу из состояния s_i в состояние s_j , приписывается входное состояние s_i набор значений входных переменных s_i переходов автомата является сильно связным, т. е. для любой пары состояний всегда найдется последовательность наборов значений входных сигналов, переводящих автомат из одного состояния в другое. На рисунке приведен пример такого графа переходов автомата, где каждая дуга (s_i , s_i) графа помечена парой «номер дуги — набор s_i .



Граф переходов автомата

Энергопотребление схемы существенно зависит от числа переключений сигналов в ней. Соответственно в процессе моделирования последовательностной схемы с целью оценки ее

среднего энергопотребления анализируется реакция схемы на смену входных воздействий при каждом ее состоянии, поэтому следует рассмотреть все возможные упорядоченные тройки (x_{i1}, s_{i0}, x_{i2}) наборов состояний элементов памяти и значений входных переменных, допустимые при нормальном (штатном) функционировании схемы. В тестовой последовательности для схемы с памятью эти тройки будут следовать друг за другом, начиная с некоторого начального состояния s_0 : (x_{i1}, s_{i1}, x_{i2}) , (x_{i2}, s_{i2}, x_{i3}) , (x_{i3}, s_{i3}, x_{i4}) , ... При этом каждая пара наборов значений входных сигналов разделена набором состояний элементов памяти. Например, дуге 7 (см. рисунок), соответствующей переходу из состояния s_3 в состояние s_1 под воздействием входного условия x_1x_2 (набор 1 1), должна непосредственно предшествовать одна из дуг 4 или 15 (соответствующих переходам, переводящим автомат в состояние s_3), т. е. в тестовой последовательности должны быть фрагменты, соответствующие парам дуг 4, 7 и 15, 7, которые реализуют переходы в s_3 и из s_3 : $(s_2, \overline{x_2}x_1, s_3, x_1x_2)$ и $(s_5, \overline{x_1}x_2, s_3, x_1x_2)$.

Тестовая последовательность полного перебора для вычисления среднего энергопотребления схемы с памятью представляет собой последовательность наборов значений входных переменных, которая удовлетворяет следующим условиям:

- 1. Начальным состоянием s_0 является некоторое исходное состояние (например, в которое устанавливается схема после ее сброса).
- 2. Соответствующая тестовая последовательность обеспечивает обход всех дуг графа переходов автомата (не обязательно по одному разу), начиная с заданной начальной вершины.
- 3. Тестовая последовательность включает в себя все возможные упомянутые выше тройки $(\boldsymbol{x}_{i1}, s_{i0}, \boldsymbol{x}_{i2})$.

Существование такой тестовой последовательности обеспечивается предположением о сильной связности графа переходов автомата.

3. Графовые модели для поиска тестовой последовательности

Исходной графовой моделью для поиска тестовой последовательности является сильно связный ориентированный граф G=(V,E), представляющий граф переходов автомата, где V и E — множества вершин (состояний) и дуг (переходов автомата). Граф G=(V,E) является мультиграфом, так как может содержать кратные ребра и петли.

Задача состоит в построении такого кратчайшего ориентированного маршрута (чередующейся последовательности вершин и дуг) на орграфе G = (V, E), который:

- проходит через каждую дугу графа по крайней мере один раз (в общем случае не один раз);
 - обеспечивает выполнение вышеприведенного условия 3.

В данной постановке задача построения кратчайшего ориентированного маршрута напоминает задачу китайского почтальона [10], в которой ищется кратчайший путь, проходящий через все дуги заданного орграфа. В самом деле, решение задачи китайского почтальона гарантирует прохождение каждой дуги графа (т. е. выполнение условия 2), однако оно не обеспечивает прохождение каждой комбинации из пары дуг, следующих друг за другом (выполнение условия 3). Последнее требование значительно сложнее сформулировать и учесть в рамках постановки задачи китайского почтальона для графа G = (V, E).

Идея предлагаемого в статье решения данной проблемы состоит в использовании другой графовой модели графа G=(V,E) переходов автомата, которая позволяет легко манипулировать парами дуг графа G. Такой графовой моделью является реберный орграф [11] для графа G=(V,E). Ориентированному графу G соответствует также ориентированный реберный граф L(G). Вершины графа L(G) соответствуют дугам графа, и L(G) задает отношение смежности на множестве дуг графа G. Две вершины орграфа L(G), отображающие дуги из v_i в v_j и из v_k в v_l в G=(V,E) (вершины v_i , v_j , v_k , $v_l \in V$, дуги v_iv_j , $v_kv_l \in E$), связаны дугой из v_iv_j в v_kv_l в L(G), если $v_j=v_k$. Получается, что каждая дуга в реберном орграфе L(G) соответствует пути длиной 2 в исходном графе G, а значит, и упорядоченной паре переходов автомата, порождающей тройку (x_{i1} , s_{i0} , x_{i2}) наборов состояний элементов памяти и значений входных переменных, допустимых при нормальном функционировании схемы.

Таким образом, если в реберном орграфе L(G) найти маршрут, проходящий через все его дуги по крайней мере по разу, то условие 3, предъявляемое к тестовой последовательности полного перебора, которая формируется по графу G = (V, E) переходов автомата, будет выполнено.

Далее за начало маршрута будем принимать одну из дуг, исходящих из вершины графа, соответствующей начальному состоянию s_1 автомата, в котором производится сброс элементов памяти. Искомая тестовая последовательность $(s_1, x_1^t, x_2^t, x_3^t, ...)$ будет состоять из входных наборов, приписанных проходимым в найденном маршруте вершинам реберного орграфа L(G) (или соответствующим дугам орграфа G = (V, E)).

Задача состоит в поиске наиболее короткого из маршрутов. Ясно, что минимум длины маршрута достигается в том случае, если каждая дуга проходится ровно один раз. Такое решение может иметь место для частного случая орграфов — эйлеровых графов, в остальных случаях (коих, как известно из теории графов, подавляющее большинство) цель состоит в минимизации числа повторных прохождений дуг графа.

4. Метод поиска тестовой последовательности

Приведенный на рисунке орграф G = (V, E) состоит из 20 дуг, значит, его реберный орграф L(G) имеет 20 вершин. Матрица R смежности орграфа L(G) представляется как

| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 | $d^{\scriptscriptstyle +}$ |
|---------|---|---|---|---|---|---|---|---|---|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----------------------------|
| 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 4 |
| 2 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 2 |
| 3 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 4 |
| 4 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 4 |
| 5 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 2 |
| 6 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 2 |
| 7 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 2 |
| 8 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 4 |
| 8 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 4 |
| 10 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 4 |
| 11 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 4 |
| 12 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 4 |
| 13 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 2 |
| 14 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 2 |
| 15 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 4 |
| 16 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 4 |
| 17 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 2 |
| 18 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 2 |
| 19 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 4 |
| 20 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 4 |
| d^{-} | 3 | 3 | 4 | 4 | 4 | 4 | 2 | 2 | 2 | 2 | 5 | 5 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | |

Строкам и столбцам матрицы R соответствуют вершины орграфа L(G) (или дуги орграфа G). Элемент матрицы $r_i^j \in R$ равен единице, если из i-й вершины исходит дуга, входящая в j-ю вершину (что означает наличие упорядоченной пары дуг i и j графа G). В последнем столбце и строке матрицы указаны полустепени исхода d^+ и захода d^- вершин орграфа L(G). Из значений этих полустепеней следует, что граф R не является эйлеровым (и полуэйлеровым) и искомый маршрут будет содержать повторяющиеся дуги. В ходе поиска тестовой последовательности полного перебора минимальной длины необходимо минимизировать число таких повторов.

Решаемая задача схожа с классической задачей китайского почтальона и ее вариацией для орграфов — задачей нью-йоркского подметальщика [12]. Некоторые отличия заключаются только в том, что не обязательно получать именно цикл, и в том, что веса всех дуг равны. Известно, что обе эти задачи NP-трудны, поэтому нахождение точного решения (с минимумом

числа возможных повторных прохождений дуг графа L(G)) не представляется возможным в общем случае. О сложности решаемой задачи говорит также и то, что каждая вершина степени k графа G = (V, E) порождает k(k-1)/2 дуг реберного графа L(G). Из этого факта следует, что «густым» графам G соответствуют достаточно сложные реберные графы L(G).

Для задач практической размерности целесообразно использовать приближенные методы построения искомого маршрута в орграфе L(G). Будем строить искомый маршрут, начиная с начальной вершины u_k (по договоренности начальное значение k=1) графа L(G), путем выбора на каждом шаге одной из исходящих из u_k дуг, а затем дуги из множества дуг, исходящих из последней выбранной вершины, и т. д. Перед началом поиска маршрута заводится копия C матрицы C для того, чтобы иметь возможность отследить уже пройденные вершины и пройти их повторно. Введем последовательность вершин C, включаемых в формируемый маршрут (сначала она содержит одну — начальную — вершину C).

Предлагаемый приближенный метод построения кратчайшего маршрута обхода орграфа L(G) состоит из следующих шагов:

- 1. Вектору s_k присваивается значение строки $c_k \in C$ или, если $c_k = 0$ (0-вектор), значение строки $r_k \in R$.
- 2. Из множества вершин графа, помеченных единицами в s_k (и достижимых из вершины u_k), выбирается l-я вершина, строка c_l для которой имеет наибольший вес (число единиц). Если для всех порождаемых строкой s_k вершин c_l имеем $c_l = \mathbf{0}$, то в качестве l-й вершины выбирается та, которой соответствует строка $r_l \in \mathbf{R}$ с наибольшим весом (что соответствует повторному проходу дуги).
- 3. Если на шаге 2 имеется несколько равнозначных вариантов выбора вершины u_l , то для каждой из них находится объединение (дизьюнкция) строк $c_i \in C$, отмеченных единицами в c_l (или r_l , если $c_l = 0$), и выбор l-й вершины производится по весу результата.
- 4. После выбора l-й вершины элемент $c_k{}^l \in C$ обнуляется, номер l вносится в последовательность D пройденных вершин, номеру k присваивается значение l. Если после этого в матрице C остаются единичные элементы, процедура построения маршрута продолжается с шага 1. В противном случае искомый маршрут найден.

Номера вершин графа L(G), перечисленные в последовательности D, соответствуют номерам дуг графа G=(V,E) (переходов автомата), которым приписаны наборы значений входных переменных, порождающие искомую тестовую последовательность.

Для приведенного выше примера реберного орграфа L(G) на первом шаге рассматривается первая вершина u_1 , смежная вершинам u_{17} , u_{18} , u_{19} и u_{20} (что следует из строки $c_1 \in C$ матрицы смежности). Так как две вершины u_{19} и u_{20} равнозначны по числу и номерам исходящих из них дуг, выбирается первая из них.

Повторив процедуру построения маршрута до конца, получаем маршрут длиной 85, тогда как орграф L(G) содержит 64 дуги. Следовательно, маршрут проходит повторно через 21 дугу. Начальный фрагмент полученной последовательности вершин:

```
D = \{u_1, u_{19}, u_{11}, u_3, u_{20}, u_{12}, u_4, u_8, u_3, u_{19}, u_{12}, u_5, u_{15}, u_9, u_6, u_{16}, u_{17}, u_1, u_{20}, u_{11}, u_4, u_{10}, u_{13}, \ldots\}.
```

Соответствующий начальный фрагмент тестовой последовательности для оценки среднего энергопотребления схем начинается с состояния s_1 , кодируемого кодом 000 элементов памяти, и состоит из следующих наборов значений двух входных сигналов:

Заключение

Оценка среднего значения потребляемой мощности для случая последовательностных схем может быть выполнена достаточно точно, если известно исходное автоматное описание этой схемы. Для этого случая сформулирована задача генерации тестовой последовательности полного перебора для оценки прогнозируемого энергопотребления схемы и показано, как можно построить и минимизировать по длине последовательность, покрывающую представительную часть возможной области функционирования схемы.

Список литературы

- 1. Kuroda, T. Low-power high-speed CMOS VLSI design / T. Kuroda // Proc. of IEEE Intern. Conf. on Computer Design. Los Alamitos, California, 2002. P. 310–315.
- 2. Zimmermann, R. Low-power logic styles: CMOS versus pass-transistor logic / R. Zimmermann, W. Fichtner // IEEE J. of Solid-State Circuits. 1997. Vol. 32(7), no. 7. P. 1079–1090.
- 3. Chandrakasan, A.P. Low-power CMOS digital design / A.P. Chandrakasan, S. Sheng, R.W. Broderson // IEEE J. of Solid-State Circuits. 1992. Vol. 27(4), no. 4. P. 473–484.
- 4. Estimation of average switching activity in combinational and sequential circuits / A. Ghosh [et al.] // 29th ACM/IEEE Design Automation Conference. Aneheim, CA, 1992. P. 253–259.
- 5. Benini, L. Logic Synthesis for Low Power / L. Benini, G. De Micheli // Logic Synthesis and Verification; eds. S. Hassoun, T. Sasao, R.K. Brayton. Boston, Dardrecht, London: Kluwer Academic Publishers, 2002. P. 197–223.
- 6. BPNN Based Power Estimation of Sequential Circuits / S.A.K. Arasu [et al.] // Intern. J. of Advanced Research in Computer Science and Software Engineering. 2013. Vol. 3, no. 11. P. 256–260.
- 7. Bushnell, M.L. Essentials of electronic testing for digital, memory and mixed-signal VLSI circuits / M.L. Bushnell, V.D. Agrawal. Kluwer Academic Publishers, 2002. 128 p.
- 8. Бибило, П.Н. Оценка энергопотребления логических КМОП-схем по их переключательной активности / П.Н. Бибило, Н.А. Кириенко // Микроэлектроника. 2011. Т. 40, № 6. С. 1–14.
- 9. Закревский, А.Д. Минимизация перебора ориентированных пар / А.Д. Закревский // Танаевские чтения : докл. Четвертой Междунар. науч. конф., Минск, 29–30 марта 2010 г. Минск : ОИПИ НАН Беларуси, 2010. С. 58–62.
- 10. Кристофидес, Н. Теория графов. Алгоритмический подход / Н. Кристофидес. М. : Мир, 1978.
- 11. Харари, Ф. Теория графов / Ф. Харари ; пер. с англ. М. : Едиториал УРСС, 2003. 296 с.
- 12. Bodin, L. A Model for Municipal Street Sweeping Operations / L. Bodin // Discrete and System Models (Modules in Applied Mathematics). 1983. Vol. 3. P. 76–111.

Поступила 10.10.2017

Объединенный институт проблем информатики НАН Беларуси, Минск, Сурганова, 6 e-mail: kir@newman.bas-net.by, cld@newman.bas-net.by

L.D. Cheremisinova

TESTS GENERATION FOR POWER CONSUMPTION ESTIMATION OF SEQUENTIAL CIRCUITS

The article reflects the problem of the average power estimation which is consumed by a CMOS circuit by means of its simulation on the test sequence of input actions. The method of forming test sequences of complete enumeration for sequential circuits is offered. The method is based on arcs traversal of the line digraph corresponding to the state transition graph of finite state machine representing the sequential circuit.

Правила для авторов

В журнале «Информатика» публикуются оригинальные и обзорные статьи, описывающие результаты фундаментальных и прикладных исследований в области информационных технологий, по следующим разделам: математическое моделирование; автоматизация проектирования; обработка сигналов, изображений и речи; информационная безопасность; распознавание образов; системы, приборы и устройства; параллельные вычисления; космические информационные технологии и геоинформатика; интеллектуальные системы; прикладные информационные технологии. К публикации приглашаются отечественные и зарубежные ученые, специалисты в области информационных технологий и информатики, докторанты и аспиранты.

1. Статьи принимаются в редакцию через электронную систему подачи по адресу http://jinfo.bas-net.by в формате файлов текстовых редакторов Microsoft Word. Объем полной статьи (стандартный формат для завершенных научных статей) — 8—17 стр., включая рисунки и достаточное количество наиболее актуальных ссылок; обзорной статьи (критическое обобщение какой-то исследовательской темы) — обычно от 10 стр., включая все основные ссылки. Текст статьи набирается с переносами шрифтом Times New Roman 11 пт, интервал между строками одинарный, абзацный отступ 1 см, поля по 2,5 см со всех сторон.

Изложенный в статье материал должен быть четко структурированным: введение, цели и задачи, методы, результаты, заключение (выводы).

- 2. Статьи о результатах работ, проведенных в научных учреждениях, должны иметь разрешение на публикацию (сопроводительное письмо за подписью руководителя или выписку из заседания ученого совета, отдела или кафедры, акт экспертизы).
- 3. Статья в обязательном порядке должна иметь индекс универсальной десятичной классификации (УДК). Инициалы и фамилии всех авторов, полное название учреждения, где работают авторы, с указанием города и страны, адрес электронной почты каждого автора и номер телефона, аннотация (150–250 слов), ключевые слова (7–10) приводятся на русском и английском языках.
- 4. Аннотация (авторское резюме) должна кратко представлять результаты работы и быть информативной, содержательной. Приветствуется структура аннотации, повторяющая структуру статьи и включающая введение, цели и задачи, методы, результаты, заключение.
- 5. Формулы, рисунки, таблицы в статье должны быть пронумерованы в соответствии с порядком их упоминания в тексте. Ссылки на рисунки и таблицы в тексте обязательны. Рисунки должны быть выполнены с хорошим разрешением в масштабе, позволяющем четко различать надписи и обозначения. Подрисуночные подписи с расшифровкой всех позиций, представленных на рисунке, набираются шрифтом гарнитуры основного текста, размер символов 9 пт. Цветные иллюстрации печатаются только в том случае, когда это необходимо для понимания излагаемого материала.
- 6. Набор формул выполняется в формульных редакторах Microsoft Equation или Math Туре. Прямо набираются греческие и русские буквы; математические символы (sin, lg, ∞); символы химических элементов (C, Cl, CHCl3); цифры (римские и арабские); векторы; индексы (верхние и нижние), являющиеся сокращениями слов. Курсивом набираются латинские буквы, символы физических величин (в том числе и в индексе).
- 7. Сокращения в тексте статьи (за исключением единиц измерения) могут быть использованы только после упоминания полного термина. Единицы измерения физических величин следует приводить в Международной системе СИ.
- 8. Цитируемые в статье фамилии авторов теорем, теорий, законов и т. д. следует приводить в скобках на языке оригинала после русского написания. Например, теорема Эйлера (Euler).
- 9. Список использованной литературы должен содержать ссылки на источники, получившие международное признание и соответствовать требованиям ГОСТ 7.1–2003 или его более поздней версии 7.5–2008. Номер литературной ссылки в тексте дается порядковым номером в квадратных скобках. Ссылаться на неопубликованные работы не допускается.
- 10. Отдельно приводится список цитированных источников в *романском* (латинском) алфавите со следующей структурой: авторы (транслитерация), название статьи в транслитерированном варианте [перевод названия статьи на английский язык в квадратных скобках], название русскоязычного источника (транслитерация) [перевод названия источника на английский язык парафраз (для журналов можно не делать)], выходные данные с обозначениями на английском языке.

Примеры подготовлены по материалам методических рекомендаций «Редакционная подготовка научных журналов для включения в зарубежные индексы цитирования» О.В. Кирилловой

(http://elseviersience.ru/files/kirilova_editorial.pdf):

Статьи из журналов:

Zagurenko A.G., Korotovskikh V.A., Kolesnikov A.A., Timonov A.V., Kardymon D.V. Tekhniko-ekonomicheskaya optimizatsiya dizaina gidrorazryva plasta [*Techno-economic optimization of the design of hydraulic fracturing*]. Neftyanoe khozyaistvo = Oil Industry, 2008, no.11, pp. 54–57.

Описание статьи из электронного источника:

Swaminathan V., Lepkoswka-White E., Rao B.P. *Browsers or buyers in cyberspace? Aninvestigation of electronic factors influencing electronic exchange*. Journal of Computer-Mediated Communication, 1999, vol.5, no. 2. Available at: http://www.ascusc.org/jcmc/vol5/issue2/ (Accessed 28 April 2011).

Описание статьи из продолжающегося издания (сборника трудов):

Astakhov M.V., Tagantsev T.V. Eksperimental'noe issledovanie prochnosti soedinenii «stal'-kompozit» [Experimental study of the strength of joints "steel-composite"]. Trudy MGTU «Matematicheskoe modelirovanie slozhnykh tekhnicheskikh sistem» [Proc. of the Bauman MSTU "Mathematical Modeling of Complex Technical Systems"], 2006, no. 593, pp. 125-130.

Описание материалов конференций:

Usmanov T.S., Gusmanov A.A., Mullagalin I.Z., Muhametshina R.Ju., Chervyakova A.N., Sveshnikov A.V. Osobennosti proektirovaniya razrabotki mestorozhdeniy s primeneniem gidrorazryva plasta [Features of the design of field development with the use of hydraulic fracturing]. Trudy 6 Mezhdunarodnogo Simpoziuma "Novye resursosberegayushchie tekhnologii nedropol'zovaniya i povysheniya neftegazootdachi" [Proc. 6th Int. Symp. "New energy saving subsoil technologies and the increasing of the oil and gas impact"]. Moscow, 2007, pp. 267-272.

Описание книги (монографии, сборники):

Izvekov V.I., Serikhin N.A., Abramov A.I. Proektirovanie turbogeneratorov [*Design of turbo-generators*]. Moscow, MEI Publ., 2005, 440 p.

Описание интернет-ресурса:

APA Style (2011). Available at: http://www.apastyle.org/apa-style-help.aspx (accessed 5 February 2011). http://www Pravila Tsitirovaniya Istochnikov (*Rules for the Citing of Sources*) Available at:.scribd.com/doc/1034528/ (accessed 7 February 2011).

Описание диссертации или автореферата диссертации:

Semenov V.I. Matematicheskoe modelirovanie plazmy v sisteme kompaktnyi tor. Diss. dokt. fiz.-mat. nauk [Mathematical modeling of the plasma in the compact torus. Dr. phys. and math. sci. diss.]. Moscow, 2003. 272 p.

Описание ГОСТа:

GOST 8.586.5–2005. Metodika vypolneniia izmerenii. Izmerenie raskhoda i kolichestva zhidkostei i gazov s pomoshch'iu standartnykh suzhaiushchikh ustroistv [State Standard 8.586.5 – 2005. Method of measurement. Measurement of flow rate and volume of liquids and gases by means of orifice devices]. Moscow, Standartinform Publ., 2007. 10 p.

Описание патента:

Palkin M.V., e.a. Sposob orientirovaniia po krenu letatel'nogo apparata s opticheskoi golovkoi samonavedeniia [*The way to orient on the roll of aircraft with optical homing head*]. Patent RF, no. 2280590, 2006.

- 11. Поступившие в редакцию статьи направляются на рецензирование специалистам. Основным критерием целесообразности публикации является новизна и информативность статьи. Если по рекомендациям рецензента статья возвращается автору на доработку, а переработанная рукопись вновь рассматривается редколлегией, датой поступления считается день получения редакцией ее окончательного варианта. Статьи не по профилю журнала возвращаются авторам после заключения редколлегии.
- 12. Статьи, направляемые на доработку, должны быть возвращены в исправленном виде с ответами на все замечания.
- 13. Редакция журнала предоставляет возможность первоочередного опубликования статей, представленных лицами, которые осуществляют послевузовское обучение (аспирантура, докторантура, соискательство) в год завершения обучения.
- 14. Авторы несут ответственность за направление в редакцию статей, уже опубликованных ранее, или статей, принятых к публикации другими изданиями.
- 15. Редакция оставляет за собой право на редакционные изменения, не искажающие основное содержание статьи. Окончательное решение о публикации принимается редакционной коллегией.

Тел. для справок: +375(017)284 26 22 либо по электронной почте rio@newman.bas-net.by.

Журнал «Информатика» включен Высшей аттестационной комиссией Республики Беларусь в список научных изданий для опубликования результатов диссертационных исследований.

Индексы

00827

для индивидуальных подписчиков

008272

для предприятий и организаций