

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

УДК 621.192(035)

В.В. Анищенко, Л.И. Кульбак, В.К. Фисенко

ПОКАЗАТЕЛИ И МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ НАДЕЖНОСТИ
КЛАСТЕРНОГО СУПЕРКОМПЬЮТЕРА

Обоснованы показатели надежности кластерных суперкомпьютеров. Предлагается математическая модель надежности суперкомпьютеров. На базе этой модели получены формулы для расчета показателей надежности, учитывающие: конфигурацию и топологию связи вычислительных узлов суперкомпьютера, допустимое число отказавших вычислительных узлов, время их восстановления в обычном и экстренном случаях, вероятность успешной реконфигурации суперкомпьютера после отказа очередного вычислительного узла. Приведены примеры расчета показателей надежности кластерного суперкомпьютера «СКИФ».

Введение

Кластерные суперкомпьютеры (КС) находят все большее применение в решении задач информационных технологий. Типичным представителем кластерных суперкомпьютеров является семейство моделей суперкомпьютеров «СКИФ».

Кластерные суперкомпьютеры по показателям надежности отличаются от обычных компьютеров тем, что в процессе эксплуатации они могут функционировать с заданной надежностью и в случае отказов нескольких вычислительных узлов.

1. Выбор показателей надежности

Кластерный суперкомпьютер «СКИФ» представляет собой совокупность вычислительных узлов (ВУ) тесно связанных высокопроизводительной вычислительной сети и вспомогательной локальной управляющей сети, объединенных в единый кластер, управляемый вычислительной машиной (сервером) [1, 2].

Программное обеспечение вычислительной сети, адаптированное для работы в КС, превращает множество объединенных сетью ВУ в единую вычислительную систему [1, 2].

Как отмечается в работе [2], КС претендует на одно из ведущих мест в современной информационной технологии. Всякий раз, когда в сферу информационных технологий вовлекаются новые технические средства, возникает проблема установления для них адекватных показателей надежности [3, 4]. Не является исключением и КС.

В настоящее время номенклатура показателей надежности изделий регламентируется нормативным документом [5], в котором все изделия подразделяются на два вида. К виду 1 относятся изделия, которые в процессе эксплуатации могут находиться в двух состояниях – работоспособном (РС) или неработоспособном (НРС). К виду 2 относятся изделия, которые кроме указанных двух состояний могут находиться в некотором числе частично НРС, в которые они переходят в результате частичного отказа.

КС следует отнести к изделиям вида 2. В этом случае в [5] рекомендуется в качестве показателя надежности использовать коэффициент сохранения эффективности $K_{эф}$.

Заметим, что документ [5] допускает изделия вида 2 приводить к изделиям вида 1 путем условного разделения множества частично НРС на два подмножества состояний, одно из которых относят к РС. При этом рекомендуется руководствоваться следующим правилом: если в частично НРС целесообразно применять изделие по назначению, то это состояние относят к РС, в противном случае – к НРС. Для изделий вида 1 [5] рекомендует использовать следующие показатели: коэффициент готовности $K_г$ и среднюю наработку на отказ $T_о$.

В качестве показателей надежности КС примем три вышеуказанных показателя: $K_{эф}$, K_c и T_o .

2. Математическая модель надежности

Структурную схему надежности КС можно представить в виде двух последовательно соединенных элементов: ядра КС и совокупности из N_0 ВУ, связанных между собой в кольца по топологии 2Д-тор или 3Д-тор. В состав ядра КС отнесем элементы КС, отказ которых приводит в НРС КС в целом. Отказ одного ВУ из их совокупности в общем случае не приводит в НРС КС, а лишь снижает его потенциальную производительность.

В качестве математической модели надежности КС примем модель состояний КС в процессе эксплуатации (что соответствует принципам документа [5]) со следующими допущениями:

- а) КС состоит из двух составных частей: ядра и совокупности ВУ;
- б) каждая составная часть КС может находиться в одном из двух состояний: РС или НРС;
- в) события, переводящие составные части КС из одного состояния в другое, случайные и независимые с постоянными значениями интенсивности события;
- г) восстановление неограниченное;
- д) переход КС из одного состояния в другое совершается независимо от предыдущих переходов;
- е) за исходное состояние КС принимаем состояние, когда ядро КС и все N_0 ВУ находятся в РС;

ж) производительность КС пропорциональна числу доступных для использования ВУ.

При принятых допущениях процесс изменения состояний КС будет дискретным марковским процессом с непрерывным временем. Состояния системы описываются системой линейных дифференциальных уравнений.

Модель состояний принято наглядно представлять в виде размеченного графа. Узлами графа являются состояния, а ребрами со стрелками – пути перехода из одного состояния в другое. У каждого ребра графа указывается интенсивность перехода $\lambda_{i,j}$, где i – номер узла, из которого выполняется переход; j – номер узла, куда выполняется переход.

Пусть множество состояний КС W разделяется на два непересекающихся подмножества: подмножество РС (частично РС) W_{pc} и подмножество НРС $W_{нрс}$. В подмножестве W_{pc} выделим подмножество состояний, из которых возможен непосредственный переход в подмножество $W_{нрс}$, и обозначим его $W_{pc-нрс}$. В подмножестве $W_{нрс}$ выделим подмножество состояний, из которых возможен непосредственный переход в подмножество W_{pc} , и обозначим его $W_{нрс-pc}$.

Очевидно, что средняя интенсивность переходов из подмножества состояний $W_{нрс-pc}$ в подмножество состояний $W_{нрс}$ представляет собой не что иное, как интенсивность отказов КС, и может быть определена по формуле

$$\lambda_o = \sum \lambda_{i,j} * Q_i, \quad i \in W_{нрс-pc}, \quad j \in W_{нрс}, \quad (1)$$

где λ_o – интенсивность отказов КС; $\lambda_{i,j}$ – интенсивность перехода из состояния S_i в состояние S_j ; Q_i – условная вероятность пребывания КС в состоянии S_i при условии, что КС находился в подмножестве состояний W_{pc} .

Здесь

$$Q_i = P_i / \sum P_r, \quad i \in W_{нрс-pc}, \quad r \in W_{pc}, \quad (2)$$

где P_i – вероятность пребывания КС в состоянии S_i .

Средняя наработка на отказ T_o связана с интенсивностью отказов λ_o формулой

$$T_o = 1 / \lambda_o. \quad (3)$$

Формула (3) с учетом (1) и (2) примет вид

$$T_o = \sum P_r / \sum \lambda_{i,j} * P_i, \quad r \in W_{pc}, \quad i \in W_{pc-npc}, \quad j \in W_{npc}. \quad (4)$$

Коэффициент готовности K_2 по определению [6] равен вероятности пребывания КС в произвольный момент времени в РС, следовательно, его можно вычислять по формуле

$$K_2 = \sum P_i, \quad i \in W_{pc}. \quad (5)$$

Коэффициент сохранения эффективности $K_{эф}$ в соответствии с документом [6] следует находить по формуле

$$K_{эф} = \sum N_i P_i / N_0, \quad i \in W_{pc}, \quad (6)$$

где N_i – количество ВУ, доступных для использования в S_i -м состоянии КС.

Для определения вероятностей состояний КС, которые фигурируют в формулах (4)–(6), строится размеченный граф состояний КС, по которому записывается система алгебраических уравнений (дифференциальных уравнений Колмогорова для стационарных состояний). При составлении системы уравнений предлагается пользоваться мнемоническим, модифицированным относительно [7] правилом.

Каждому состоянию (узлу) графа соответствует одно уравнение Колмогорова. В правой части уравнения записывается произведение вероятности этого состояния на сумму интенсивностей, указанных на выходящих стрелках из данного состояния. В левой части уравнения записывается сумма произведений интенсивности перехода по стрелке в рассматриваемое состояние на вероятность состояния, откуда происходил этот переход. Число членов в правой части равно числу стрелок, направленных в это состояние.

Число уравнений должно равняться числу состояний на графе. Из системы уравнений исключается одно из уравнений и добавляется уравнение нормировки

$$\sum P_i = 1, \quad i \in W. \quad (7)$$

Система уравнений решается одним из известных способов, а результаты решения уравнений используются в формулах (4), (5).

Заметим, что КС является восстанавливаемым изделием и по этой причине в нем не может накапливаться большое количество отказавших ВУ. Ограничимся допущением до трех отказавших ВУ в КС, при этом будем учитывать следующие параметры:

- количество ВУ в КС;
- допустимое число отказавших ВУ в КС;
- интенсивность отказов ядра КС и ВУ;
- интенсивность восстановления КС в обычном и экстренном случаях при отказе ядра КС и ВУ;
- вероятность успешной реконфигурации КС после очередных отказов ВУ.

Пусть КС состоит из ядра КС и N_0 одинаковых ВУ, при этом допускается три отказавших ВУ в КС. Тогда размеченный граф состояний КС примет вид, показанный на рисунке.

На рисунке приняты следующие обозначения:

S_0 – состояние, когда ядро КС и все N_0 ВУ находятся в РС (исходное состояние);

$S_i, i=1,2,3$, – состояния, когда отказало i ВУ и с вероятностью R_i реконфигурация КС прошла успешно;

$S_{3+i}, i=1,2,3$, – отказали ядро КС или i ВУ и с вероятностью $(1-R_i)$ реконфигурация КС прошла неуспешно;

S_7 – отказали ядро КС или четыре ВУ;

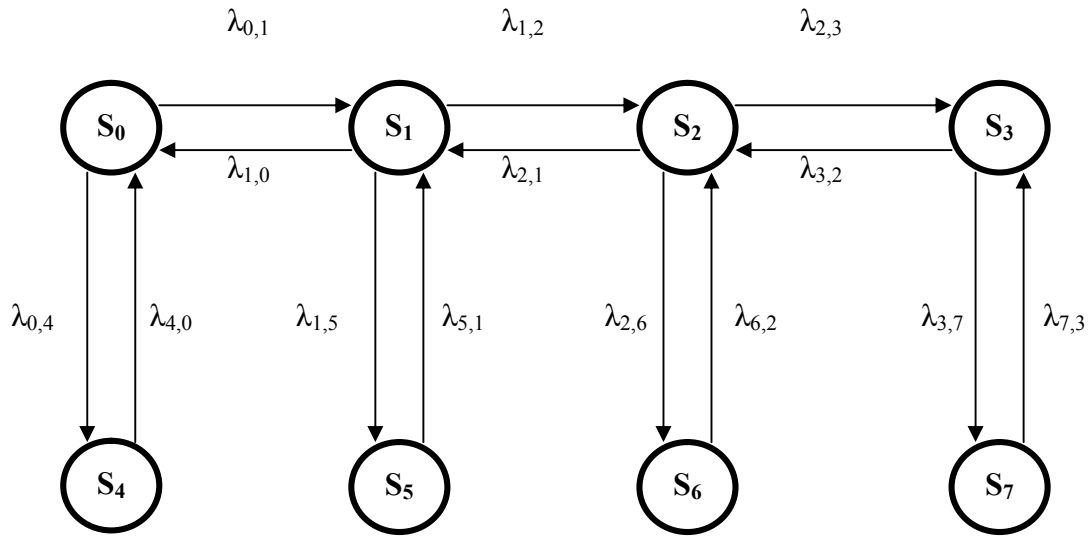


Рис. Граф состояний КС при допустимости трех отказавших ВУ

R_1, R_2, R_3 – вероятность успешной первой, второй, третьей реконфигураций КС после первого, второго и третьего отказов ВУ соответственно;

$\lambda_{i,j}$ – интенсивности перехода из состояний S_i в состояния S_j , которые рассчитываются по следующим формулам:

$$\lambda_{0,1} = N_0 \lambda R_1; \quad (8)$$

$$\lambda_{1,2} = N_1 \lambda R_2; \quad (9)$$

$$\lambda_{2,3} = N_2 \lambda R_3; \quad (10)$$

$$\lambda_{3,7} = N_3 \lambda + \lambda_{\text{я}}; \quad (11)$$

$$\lambda_{0,4} = N_0 \lambda (1 - R_1) + \lambda_{\text{я}}; \quad (12)$$

$$\lambda_{1,5} = N_1 \lambda (1 - R_2) + \lambda_{\text{я}}; \quad (13)$$

$$\lambda_{2,6} = N_2 \lambda (1 - R_3) + \lambda_{\text{я}}; \quad (14)$$

$$\lambda_{4,0} = V_{\text{я}}; \quad (15)$$

$$\lambda_{5,1} = V_o + V_{\text{я}}; \quad (16)$$

$$\lambda_{6,2} = 2V_o + V_{\text{я}}; \quad (17)$$

$$\lambda_{7,3} = 3V_o + V_{\text{я}}; \quad (18)$$

$$\lambda_{1,0} = V_o; \quad (19)$$

$$\lambda_{2,1} = 2V_o; \quad (20)$$

$$\lambda_{3,2} = 3V_o; \quad (21)$$

где λ – интенсивность отказов ВУ; $\lambda_{\text{я}}$ – интенсивность отказов ядра КС; $V_o, V_{\text{я}}$ – интенсивности восстановления КС в обычном и экстренном случае соответственно; $N_i, i=1,2,3$, – количество доступных для использования ВУ после отказа i ВУ.

В свою очередь,

$$V_o = 1/T_{\text{в.о}}; \quad (22)$$

$$V_3 = 1/T_{\epsilon,3}; \quad (23)$$

$$N_i = N_0 - \sum_{r=1}^i M_r, \quad i = 1, 2, 3, \quad (24)$$

где $T_{\epsilon,0}$, $T_{\epsilon,3}$ – среднее время восстановления КС в обычном и экстренном случае соответственно; M_r – количество недоступных для использования ВУ после r -го отказа ВУ в КС.

В рассматриваемом случае будет следующее распределение состояний по множествам (подмножествам): $W - S_i, i=0, \dots, 7$; $W_{pc} - S_i, i=0, \dots, 3$; $W_{nrc} - S_i, i=4, \dots, 7$; $W_{pc-nrc} - S_i, i=0, \dots, 3$; $W_{nrc-pc} - S_i, i=4, \dots, 7$.

В соответствии с формулами (4)-(6) получим

$$T_o = \sum_{i=0}^3 P_i / \sum_{i=0}^3 \Pi_{i,i+3} P_i; \quad (25)$$

$$K_r = \sum_{i=0}^3 P_i; \quad (26)$$

$$K_{эф} = P_0 + \sum_{i=1}^3 N_i P_i / N_0, \quad (27)$$

где P_i – вероятность пребывания КС в состоянии S_i .

Система уравнений, соответствующая графу на рисунке, после замены третьего уравнения на уравнение нормировки принимает следующий вид:

$$\left\{ \begin{array}{l} (\lambda_{0,1} + \lambda_{0,4})P_0 = \lambda_{1,0}P_1 + \lambda_{4,0}P_4; \\ (\lambda_{1,0} + \lambda_{1,2} + \lambda_{1,5})P_1 = \lambda_{0,1}P_0 + \lambda_{2,1}P_2 + \lambda_{5,1}P_5; \\ (\lambda_{3,2} + \lambda_{3,7})P_3 = \lambda_{2,3}P_2 + \lambda_{7,3}P_7; \\ \lambda_{4,0}P_4 = \lambda_{0,4}P_0; \\ \lambda_{5,1}P_5 = \lambda_{1,5}P_1; \\ \lambda_{6,2}P_6 = \lambda_{2,6}P_2; \\ \lambda_{7,3}P_7 = \lambda_{3,7}P_3; \\ \sum_{i=0}^7 P_i = 1. \end{array} \right. \quad (28)$$

Корнями этой системы уравнений являются

$$P_1 = A_{0,1}P_0; \quad (29)$$

$$P_2 = A_{0,1}A_{1,2}P_0; \quad (30)$$

$$P_3 = A_{0,1}A_{1,2}A_{2,3}P_0; \quad (31)$$

$$P_4 = A_{0,4}P_0; \quad (32)$$

$$P_5 = A_{0,1}A_{1,5}P_0; \quad (33)$$

$$P_6 = A_{0,1}A_{1,2}A_{2,6}P_0; \quad (34)$$

$$P_7 = A_{0,1}A_{1,2}A_{2,3}A_{3,7}P_0; \quad (35)$$

$$P_0 = \left\{ 1 + A_{0,4} + A_{0,1} \left[1 + A_{1,5} + A_{1,2} \left(1 + A_{2,3} + A_{2,6} + A_{2,3}A_{3,7} \right) \right] \right\}^{-1}. \quad (36)$$

В свою очередь,

$$A_{ij} = \lambda_{ij}/\lambda_{ji}. \quad (37)$$

После подстановки соответствующих формул из (29)-(35) в (25)-(27) получим формулы расчета показателей надежности КС в случае допустимости отказа трех ВУ в КС и учета вероятности успешной реконфигурации и возможности экстренного восстановления:

$$T_o = \{1 + A_{0,1}[1 + A_{1,2}(1 + A_{2,3})]\} / \{\lambda_{0,4} + A_{0,1}[\lambda_{1,5} + A_{1,2}(\lambda_{2,5} + \lambda_{3,6}A_{2,3})]\}; \quad (38)$$

$$K_z = (1 + A_{0,1} + A_{0,1}A_{1,2} + A_{0,1}A_{1,2}A_{2,3})P_0; \quad (39)$$

$$K_{эф} = (N_{0,1}A_{0,1} + N_2A_{0,1}A_{1,2} + N_3A_{0,1}A_{1,2}A_{2,3})P_0N_0. \quad (40)$$

Если принять $R_3=0$, то граф на рисунке станет соответствовать случаю допустимости двух отказавших ВУ в КС. Формулы расчета показателей надежности КС в этом случае получаются из (36)-(40) путем подстановки в них значения $A_{2,3}=0$ (так как согласно (10) $\lambda_{2,3}=0$ и согласно (37) $A_{2,3}=0$):

$$T_o = [1 + A_{0,1}(1 + A_{1,2})] / [\lambda_{0,4} + A_{0,1}(\lambda_{1,5} + A_{1,2}\lambda_{2,5})]; \quad (41)$$

$$K_z = [1 + A_{0,1}(1 + A_{1,2})]P_0; \quad (42)$$

$$K_{эф} = [N_0 + A_{0,1}(N_1 + N_2A_{1,2})]P_0/N_0; \quad (43)$$

$$P_0 = \{1 + A_{0,4} + A_{0,1}[1 + A_{1,5} + A_{1,2}(1 + A_{2,6})]\}^{-1}. \quad (44)$$

Если принять $R_2=0$, то граф на рисунке станет соответствовать случаю допустимости одного отказавшего ВУ в КС. Формулы расчета показателей надежности КС в этом случае получаются из (41)-(44) путем подстановки в них значений $A_{1,2}=0$ (так как согласно (9) $\lambda_{1,2}=0$ и согласно (37) $A_{1,2}=0$):

$$T_o = (1 + A_{0,1}) / (\lambda_{0,4} + A_{0,1}\lambda_{1,5}); \quad (45)$$

$$K_z = (1 + A_{0,1})P_0; \quad (46)$$

$$K_{эф} = (N_0 + A_{0,1}N_1)P_0/N_0; \quad (47)$$

$$P_0 = [1 + A_{0,4} + A_{0,1}(1 + A_{1,5})]^{-1}. \quad (48)$$

Если принять $R_1=0$, то граф на рисунке станет соответствовать случаю недопустимости отказов ВУ в КС. Формулы расчета показателей надежности КС в этом случае получаются из (45)-(48) путем подстановки в них значений $A_{0,1}=0$ (так как согласно (8) $\lambda_{0,1}=0$ и согласно (37) $A_{0,1}=0$):

$$T_o = 1/\lambda_{0,4} = 1/(\lambda_{я} + N_0\lambda); \quad (49)$$

$$K_z = K_{эф} = P_0 = 1/(1 + A_{0,4}). \quad (50)$$

После подстановки в формулу (50) $A_{0,4}$, полученного из формулы (37) путем подстановки в нее зависимостей $\lambda_{0,4}$ и $\lambda_{4,0}$ из (12) и (15), и использования формулы (23) путем несложных преобразований, получим известное выражение для коэффициента готовности нерезервированного изделия, состоящего из двух последовательно соединенных, в смысле надежности, элементов (ядра КС и совокупности ВУ):

$$K_z = 1/[1 + (\lambda_{я} + N_0\lambda)\Gamma_{с,э}]. \quad (51)$$

Следует обратить особое внимание на зависимость коэффициента сохранения эффективности от числа доступных для использования ВУ после отказа очередных ВУ N_i (см. (43), (47)). При отказе ВУ в КС происходит прерывание вычислительного процесса, заново происходят маршрутизация и реконфигурация КС под те ВУ, которые остались доступными для системы. В свою очередь, число оставшихся доступными ВУ существенно зависит от используемого алгоритма маршрутизации пакетов обмена между ВУ в сети SCI.

Так, например, в программном обеспечении при топологии сети 2Д-тор доступны три алгоритма маршрутизации:

- по направлениям XY, YX, raWXY, raWYX;
- Maxcy (Maximum connectiver Y routing);
- C3 (clase Commutative Conneotiver routing).

Разница между этими типами маршрутизации состоит в том, что алгоритмы Maxcy и C3 стремятся обеспечить доступность всех ВУ, через которые проходит хотя бы одно кольцо, не разорванное отказавшим ВУ, а при маршрутизации по направлениям это не делается и ВУ с одним неразорванным кольцом исключается из доступных.

Анализ связей ВУ при топологии 2Д-тор 4:4 показывает, что при такой конфигурации объединяются 16 ВУ, образуя восемь колец. Через каждое ВУ проходят два кольца по направлениям осей X и Y. При использовании алгоритма маршрутизации по направлениям и отказе одного ВУ разорвутся оба кольца, проходящие через него, и недоступными станут сразу семь ВУ ($M_1=7$). При использовании алгоритмов маршрутизации Масху или C3 недоступен будет лишь один отказавший ВУ.

3. Примеры расчета показателей надежности

Представляют интерес простейший пример по оценке надежности КС и оценка влияния алгоритма маршрутизации на коэффициент сохранения эффективности.

Для примера используем данные по надежности составных кластерного суперкомпьютера VM5100 из семейства «СКИФ» [8].

Пример 1. Рассчитать показатели надежности кластерного суперкомпьютера при следующих исходных данных: $N_0=16$; топология – 4:4 2Д-тор; $\lambda_n=59,1013 \cdot 10^{-6}$ 1/ч; $\lambda=44,5742 \cdot 10^{-6}$ 1/ч; $T_{e,o}=24$ ч; $T_{e,s}=8$ ч; $R_1=0,9$; допустимое число отказов ВУ – 1; алгоритм маршрутизации – по направлениям $M_1=7$.

Используя исходные данные примера и формулы (8), (19), (12), (15), (13), (16), (22)-(24), (37), (45)-(48), получим следующие результаты:

- коэффициент сохранения эффективности – 0,992302;
- коэффициент потери эффективности – $76,98 \cdot 10^{-4}$;
- средняя наработка на отказ – 7384 ч;
- коэффициент готовности – 0,998932.

Пример 2. Рассчитать показатели надежности кластерного суперкомпьютера по исходным данным примера 1, но при смене алгоритма маршрутизации по направлению на алгоритм Масху ($M_1=1$).

В результате расчета, аналогичного примеру 1, получено:

- коэффициент сохранения эффективности – 0,997960;
- коэффициент потери эффективности – $20,40 \cdot 10^{-4}$;
- средняя наработка на отказ – 7169 ч;
- коэффициент готовности – 0,998907.

Из приведенных примеров следует, что коэффициент потери эффективности значительно чувствительней коэффициента сохранения эффективности, поэтому его следует использовать в качестве показателя надежности.

Заключение

В работе в качестве основного показателя надежности КС принят коэффициент сохранения эффективности. При введении критерия отказа КС в виде допустимого числа отказавших

ВУ в конфигурации КС устанавливаются показатели надежности в виде средней наработки на отказ и коэффициента готовности.

В качестве математической модели надежности принимается модель состояний КС, которая при определенных допущениях представляется в виде размеченного графа, узлами которого являются состояния, а ребрами – вероятности перехода из одного состояния в другое. Такое представление позволяет рассчитывать основные и дополнительные показатели надежности КС.

Список литературы

1. Основные принципы создания и применения перспективных моделей семейства суперкомпьютеров «СКИФ» / В.С. Танаев, В.В. Анищенко, Н.Н. Парамонов и др. // *Веснік сувязі*. – Минск, 2002. – № 4. – С. 52-55.
2. Разработка и опыт эксплуатации суперкомпьютеров семейства «СКИФ» / С.М. Абрамов, В.В. Анищенко, Н.Н. Парамонов, О.П. Чиж // *Информационные системы и технологии*. Мат. междунар. конф. (Минск, 5-8 ноября 2002). – Ч.2. – С. 115-117.
3. Кульбак Л.И., Карабань Д.И., Прохоренко С.С. Показатели для оценки надежности многопроцессорных вычислительных систем // *Автоматика и вычислительная техника*. – Рига. – 1982. – №1. – С. 67-71.
4. Авдеев Д.В., Кульбак Л.И., Парамонов Н.Н. Подсистема телеобработки данных на базе ПТД-3М. Выбор показателей надежности // *Управляющие системы и машины*. – Киев. – 1988. – № 6(98). – С. 40-42.
5. ГОСТ 27.003-90. Надежность в технике. Состав и общие правила задания требований по надёжности.
6. ГОСТ 27.002-89. Надежность в технике. Основные понятия. Термины и определения.
7. Овчаров Л.А. Прикладные задачи теории массового обслуживания. – М.: Машиностроение, 1969. – 324 с.
8. Принципы построения суперкомпьютеров «СКИФ» и их реализация / С.М. Абрамов, Н.Н. Парамонов, В.В. Анищенко, С.В. Абламейко // *Информатика*. – 2004. – № 1 – С. 89-106.

Поступила 19.01.04

*Объединенный институт проблем
информатики НАН Беларуси,
Минск, Сурганова, 6
e-mail: anishch@newman.bas-net.by*

U.V. Anishchanka, L.I. Kulbak, U.K. Fisenka

INDICES AND MATHEMATICAL MODEL OF RELIABILITY FOR CLUSTER LEVEL SUPERCOMPUTER

Reliability indices of cluster level supercomputers were justified. A mathematical model was proposed to describe supercomputer reliability. Formulas for calculation of reliability indices were obtained on the basis of the model. Consideration was given to configuration and topology of supercomputer computational nodes, acceptance number of misfire nodes, and their recovery time in ordinary case and in case of emergency, probability of supercomputer successful reconfiguration after a computational node failure. Worked examples of reliability indices calculation for cluster level supercomputer «SKIF» were adduced.