

ISSN 1816-0301 (Print)  
ISSN 2617-6963 (Online)  
УДК 004.932

Поступила в редакцию 13.06.2019  
Received 13.06.2019

Принята к публикации 16.07.2019  
Accepted 16.07.2019

## Сегментный поиск локальных экстремумов изображений на основе анализа яркостей смежных однородных областей

А. Т. Нгуен, В. Ю. Цветков<sup>✉</sup>

Белорусский государственный университет информатики  
и радиоэлектроники, Минск, Беларусь  
<sup>✉</sup>E-mail: vtsvet@bsuir.by

**Аннотация.** Рассматривается задача поиска локальных экстремумов на полутоновых изображениях. Известные алгоритмы блочного поиска обеспечивают высокую скорость, но выделяют только строгие (однопиксельные) экстремумы, пропуская экстремальные области, образованные нестрогими экстремумами. Алгоритмы морфологического поиска обеспечивают выделение нестрогих экстремумов, но имеют высокую вычислительную сложность. Для выделения строгих и нестрогих локальных экстремумов изображений с низкой вычислительной сложностью предложены математическая модель и алгоритм сегментного поиска на основе анализа яркостей смежных однородных областей. Их отличиями от известных моделей и алгоритмов являются учет однородных областей, которые образованы нестрогими экстремумами и представляют собой локальные максимумы или минимумы по отношению к смежным областям; исключение итеративной обработки неэкстремальных пикселей; присвоение номеров локальным экстремумам в процессе их поиска. Данные отличия позволили повысить точность выделения локальных экстремумов в сравнении с блочным поиском и снизить вычислительную сложность в сравнении с морфологическим поиском.

**Ключевые слова:** сегментный поиск, локальные экстремумы, строгие экстремумы, нестрогие экстремумы, локальные максимумы, локальные минимумы

**Для цитирования.** Нгуен, А. Т. Сегментный поиск локальных экстремумов изображений на основе анализа яркостей смежных однородных областей / А. Т. Нгуен, В. Ю. Цветков // Информатика. – 2019. – Т. 16, № 3. – С. 23–36.

---

---

## Segment search for local extremums of images based on the analysis of brightness of adjacent homogeneous areas

Anh T. Nguyen, Viktor Yu. Tsviatkou<sup>✉</sup>

Belarusian State University of Informatics and Radioelectronics, Minsk, Belarus  
<sup>✉</sup>E-mail: vtsvet@bsuir.by

**Abstract.** The problem of finding local extrema on halftone images is considered. Well-known block-search algorithms provide high speed, but they extract only strict (single-pixel) extremes, skipping extreme areas formed by non-strict extremes. Morphological search algorithms provide the selection of non-strict extremes, but have a high computational complexity. A mathematical model and an algorithm based on the brightness analysis of adjacent homogeneous regions are proposed to isolate strict and non-strict local extremes of images with low computational complexity. Their differences from well-known models are: consideration of homogeneous areas, which are formed by non-strict extremes and are local maxima or minima in relation to adjacent areas; elimination of iterative processing of non-extreme pixels; assigning the numbers to local extremes during their search. These differences allowed to increase the accuracy of local extremum extraction in comparison with block search and to reduce the computational complexity in comparison with morphological search.

**Keywords:** segmentsearch, local extremes, strict extremes, non-strict extremes, local maxima, local minima

**For citation.** Nguyen A. T., Tsviatkou V. Yu. Segment search for local extremums of images based on the analysis of brightness of adjacent homogeneous areas. *Informatics*, 2019, vol. 16, no. 3, pp. 23–36 (in Russian).

**Введение.** Многие задачи обработки изображений требуют определения начальных элементов, для поиска которых могут использоваться алгоритмы на основе: оператора Лапласа [1] и лапласиана гауссиана (LoG) [2]; разности гауссианов (DoG) [3]; определителя гессииана (DoH) [1, 4]; комбинации LoG и DoH [5]; детектирования углов [6–8]; аффинно-адаптивных LoG, DoG, DoH, комбинации LoG и DoH [3, 5, 9, 10]; водораздела [11, 12]; итеративной бинаризации областей по изменяемому порогу [13]. Элементы изображений, выделяемые с помощью этих алгоритмов, представляют собой отдельные пиксели, контуры или пятна, которые являются характерными (реперными) элементами, но не обязательно локальными экстремумами (максимумами или минимумами). Локальные экстремумы используются в качестве базовых точек для сегментации [14] и текстурного анализа изображений [15].

Для поиска локальных экстремумов применяются алгоритмы блочного [16–22] или морфологического [23, 24] поиска. В блочных алгоритмах поиск экстремумов осуществляется в пределах перекрывающихся блоков размером, как правило,  $3 \times 3$  пиксела. Такие алгоритмы имеют низкую вычислительную сложность, но выделяют без ошибок только строгие (однопиксельные) максимумы и минимумы, пропуская нестрогие экстремумы (рис. 1).

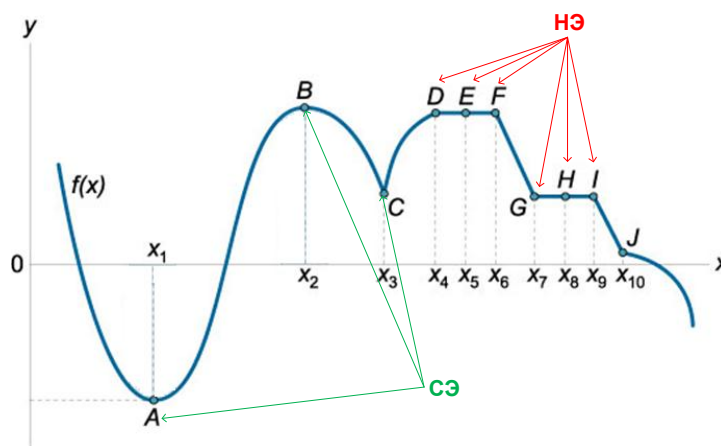


Рис. 1. Виды локальных экстремумов в одномерном представлении (СЭ – строгий экстремум, НЭ – нестрогий экстремум)

Морфологические алгоритмы дают более точные результаты, выделяя как строгие экстремумы, так и экстремальные области (многопиксельные экстремумы), образованные нестрогими экстремумами. Однако такие алгоритмы имеют высокую вычислительную сложность, что связано с итеративной обработкой окрестностей всех пикселей изображения. Возможность снижения вычислительной сложности при сохранении точности выделения локальных экстремумов заключается в сокращении числа итераций при обработке неэкстремальных пикселей.

Целью исследования является разработка алгоритма выделения локальных экстремумов изображений с низкой вычислительной сложностью и высокой точностью.

**Постановка задачи.** Рассмотрим матрицы значений пикселей фрагментов полутоновых изображений, содержащие строгие и нестрогие экстремумы (рис. 2). В результате выделения локальных экстремумов должны быть сформированы матрицы экстремумов, положительные и отрицательные значения элементов которых указывают на положения, номера и типы соответствующих экстремумов, а нулевые значения элементов – на отсутствие локальных экстремумов в соответствующих пикселях изображения. Фрагменты таких экстремальных матриц для показанных на рис. 2 матриц пикселей фрагментов полутоновых изображений представлены на рис. 3.

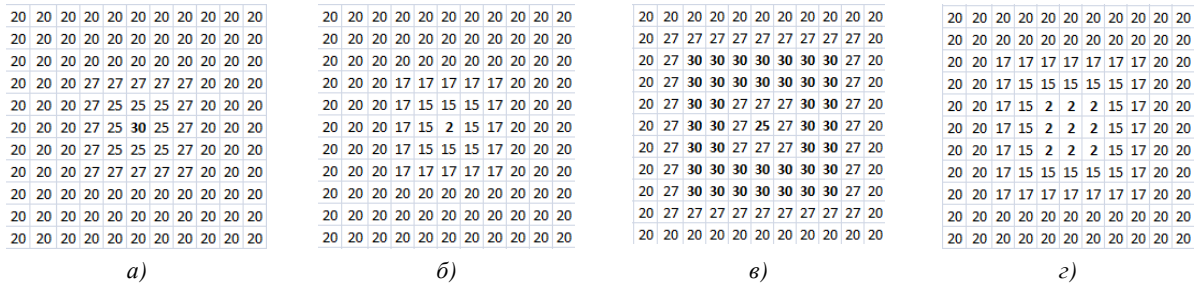


Рис. 2. Матрицы значений пикселей фрагментов полутоновых изображений, содержащие локальные экстремумы: а) строгий максимум; б) строгий минимум; в) максимальную область; з) минимальную область

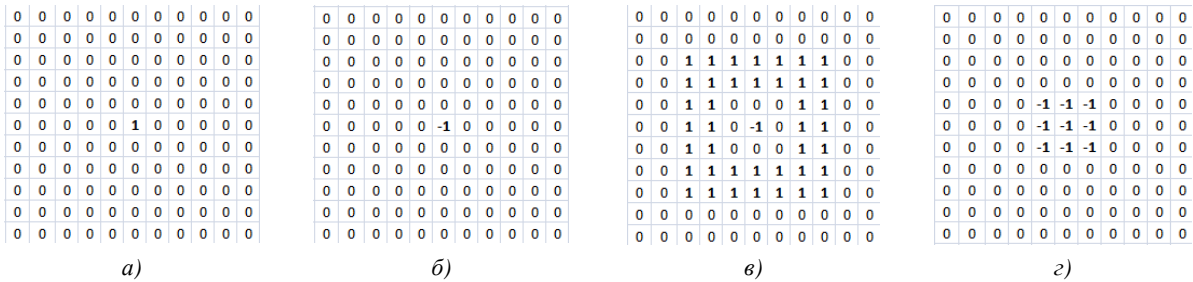


Рис. 3. Фрагменты экстремальных матриц, содержащие: а) строгий максимум; б) строгий минимум; в) максимальную область; з) минимальную область

Для изображения  $I = \|i(y, x)\|_{(y=0, Y-1, x=0, X-1)}$  размером  $Y \times X$  блочные алгоритмы [16–22] формируют матрицу  $E_{MAX} = \|e_{MAX}(y, x)\|_{(y=0, Y-1, x=0, X-1)}$  локальных максимумов, значения элементов которой 1 или 0 указывают на локальный максимум или не максимум соответственно и определяются с помощью выражения

$$e_{MAX}(y, x) = \begin{cases} 1, & \text{если } \forall y' \forall x' (i(y, x) > i(y + y', x + x')), \\ 0, & \text{если } \exists y' \exists x' (i(y, x) \leq i(y + y', x + x')), \end{cases} \quad (1)$$

при  $y = \overline{0, Y-1}$ ,  $x = \overline{0, X-1}$  ( $y' \in \{-1, 0, 1\} \wedge (x' \in \{-1, 0, 1\}) \wedge ((y' \neq 0) \vee (x' \neq 0))$ ).

Аналогично формируется матрица  $E_{MIN} = \|e_{MIN}(y, x)\|_{(y=0, Y-1, x=0, X-1)}$  локальных минимумов, значения элементов которой  $-1$  или  $0$  указывают на локальный минимум или не минимум соответственно.

В результате совмещения матриц  $E_{MAX}$  и  $E_{MIN}$  получается матрица  $E = \|e(y, x)\|_{(y=0, Y-1, x=0, X-1)}$  локальных экстремумов, значения элементов  $e(y, x) \in \{1, 0, -1\}$  которой вычисляются с помощью выражения

$$e(y, x) = e_{MAX}(y, x) + e_{MIN}(y, x) \quad (2)$$

при  $y = \overline{0, Y-1}$ ,  $x = \overline{0, X-1}$ .

Из выражений (1) и (2) следуют основные недостатки блочных алгоритмов выделения локальных экстремумов:

1. Избыточная обработка пикселей. Независимое формирование матриц  $E_{MAX}$  и  $E_{MIN}$  согласно выражению (1) ведет к избыточной обработке, поскольку при формировании матрицы  $E_{MIN}$  повторно обрабатываются пиксели матрицы  $I$ , которым в матрице  $E_{MAX}$  соответствуют ненулевые элементы, и наоборот, хотя локальный максимум не может быть одновременно локальным минимумом.

2. Пропуск нестрогих экстремумов. Из выражения (1) следует, что при наличии в матрице  $I$  локальной максимальной однородной области, состоящей из нескольких смежных пикселей с одинаковыми значениями (нестрогих максимумов), ни один из пикселей этой области не детектируется в качестве локального максимума. Это справедливо и для локальных минимумов. Таким образом, блочные алгоритмы не обеспечивают выделение нестрогих экстремумов. Число и площади экстремальных областей растут при квантовании, фильтрации и восстановлении изображений после сжатия с потерями. В таких случаях пропуск нестрогих экстремумов приводит к неполной сегментации изображений, ошибкам обнаружения, локализации и параметризации объектов. На рис. 4–6 показаны зависимости числа и средней площади однородных областей, состоящих из двух и более одинаковых пикселей, от битовой глубины изображения, крутизны импульсной характеристики низкочастотного фильтра (размер маски фильтра  $25 \times 25$  пикселей) и коэффициента сжатия изображений с потерями при помощи кодера JPEG.

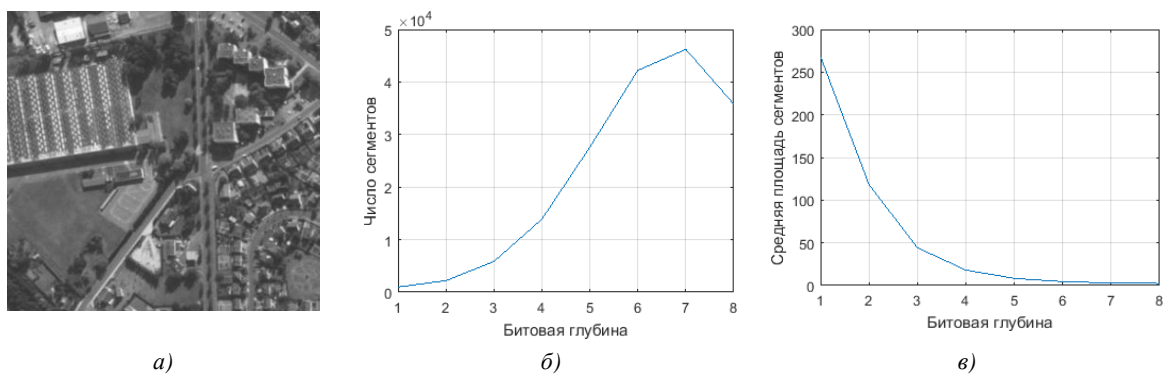


Рис. 4. Исходное изображение размером  $512 \times 512$  пикселей (France.bmp) (а); зависимости числа сегментов (б) и средней площади сегментов (в) от битовой глубины изображения

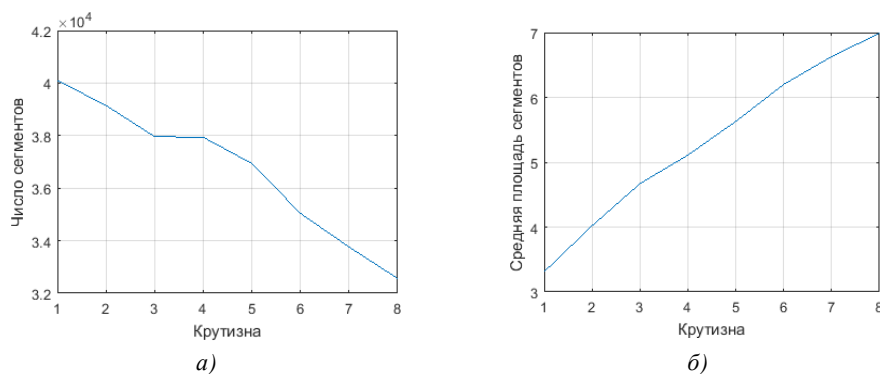


Рис. 5. Зависимости числа сегментов (а) и средней площади сегментов (б) от крутизны низкочастотного фильтра Гаусса с маской  $25 \times 25$  пикселей

3. Ошибки поиска локальных экстремальных областей. Строгое и нестрогое неравенства в выражении (1) могут быть изменены на нестрогое и строгое соответственно, в результате получаем выражение

$$e_{MAX}(y, x) = \begin{cases} 1, & \text{если } \forall y' \forall x' (i(y, x) \geq i(y + y', x + x')), \\ 0, & \text{если } \exists y' \exists x' (i(y, x) < i(y + y', x + x')), \end{cases} \quad (3)$$

при  $y = \overline{0, Y-1}$ ,  $x = \overline{0, X-1}$  ( $y' \in \{-1, 0, 1\} \wedge (x' \in \{-1, 0, 1\}) \wedge ((y' \neq 0) \vee (x' \neq 0))$ ).

Использование выражения (3) приводит к выделению в матрице  $I$  как строгих, так и нестрогих максимумов. Однако если в матрице  $I$  имеется однородная область, часть пикселей которой удовлетворяет условию  $\forall y' \forall x' (i(y, x) \geq i(y + y', x + x'))$ , а другая часть – условию

$\exists y' \exists x' (i(y, x) < i(y + y', x + x'))$  при  $y = \overline{0, Y-1}$ ,  $x = \overline{0, X-1}$ ,  $(y' \in \{-1, 0, 1\}) \wedge (x' \in \{-1, 0, 1\}) \wedge ((y' \neq 0) \vee (x' \neq 0))$ , то из выражения (3) следует, что первая часть пикселей этой области ошибочно детектируется как локальные максимумы, а вторая часть – как не максимумы.

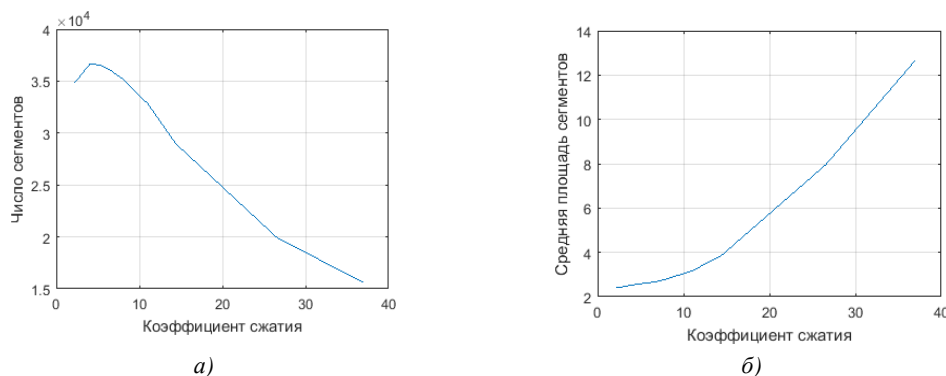


Рис. 6. Зависимости числа сегментов (а) и средней площади сегментов (б) от коэффициента сжатия с помощью кодера JPEG

4. Необходимость дополнительной обработки результирующей матрицы  $E$  для присвоения номеров локальным экстремумам.

Морфологические алгоритмы [23, 24] используют для выделения локальных максимумов и минимумов на изображении  $I$  соответственно операции дилатации и эрозии. При инициализации этих алгоритмов формируются смещенные по яркости изображения  $I_{-1}(t) = \|i_{-1}(t, y, x)\|_{(y=\overline{0, Y-1}, x=\overline{0, X-1})}$  и  $I_{+1}(t) = \|i_{+1}(t, y, x)\|_{(y=\overline{0, Y-1}, x=\overline{0, X-1})}$ , где  $t = \overline{1, T}$  – номер цикла поиска экстремумов,  $T$  – число циклов. Для цикла  $t = 1$  значения пикселей изображений  $I_{-1}(1)$  и  $I_{+1}(1)$  вычисляются с помощью выражений  $i_{-1}(1, y, x) = i(y, x) - 1$  и  $i_{+1}(1, y, x) = i(y, x) + 1$ .

В каждом  $t$ -м цикле поиска экстремумов сначала формируются матрицы  $I_D(t) = \|i_D(t, y, x)\|_{(y=\overline{0, Y-1}, x=\overline{0, X-1})}$  дилатации и  $I_E(t) = \|i_E(t, y, x)\|_{(y=\overline{0, Y-1}, x=\overline{0, X-1})}$  эрозии, значения элементов которых вычисляются с помощью выражений

$$i_D(t, y, x) = \max(i_{-1}(t, y + y', x + x')) \text{ при } (y' \in \{-1, 0, 1\}) \wedge (x' \in \{-1, 0, 1\}) \wedge ((y' \neq 0) \vee (x' \neq 0)); \quad (4)$$

$$i_E(t, y, x) = \min(i_{+1}(t, y + y', x + x')) \text{ при } (y' \in \{-1, 0, 1\}) \wedge (x' \in \{-1, 0, 1\}) \wedge ((y' \neq 0) \vee (x' \neq 0)), \quad (5)$$

где  $y = \overline{0, Y-1}$ ,  $x = \overline{0, X-1}$ .

Затем на основе исходной матрицы  $I$ , матриц  $I_D(t)$  и  $I_E(t)$  формируются смещенные по яркости изображения  $I_{-1}(t+1)$  и  $I_{+1}(t+1)$ , значения пикселей которых вычисляются с помощью выражений

$$i_{-1}(t+1, y, x) = \begin{cases} i_D(t, y, x) & \text{при } i_D(t, y, x) < i(y, x), \\ i(y, x) & \text{при } i_D(t, y, x) > i(y, x); \end{cases} \quad (6)$$

$$i_{+1}(t+1, y, x) = \begin{cases} i_E(t, y, x) & \text{при } i_E(t, y, x) > i(y, x), \\ i(y, x) & \text{при } i_E(t, y, x) < i(y, x), \end{cases} \quad (7)$$

где  $y = \overline{0, Y-1}$ ,  $x = \overline{0, X-1}$ .

Циклы поиска экстремумов, реализующие операции (4)–(7), повторяются до тех пор, пока  $I_{-1}(t) \neq I_{-1}(t+1)$  и  $I_{+1}(t) \neq I_{+1}(t+1)$ . При  $I_{-1}(t) = I_{-1}(t+1)$  и  $I_{+1}(t) = I_{+1}(t+1)$   $t$ -й цикл является последним:  $t = T$ . В этом цикле формируются матрицы локальных максимумов  $E_{MAX}$  и минимумов  $E_{MIN}$ , значения элементов которых вычисляются с помощью выражений

$$e_{MAX}(y, x) = \begin{cases} 1 & \text{при } i_D(T, y, x) < i(y, x), \\ 0 & \text{при } i_D(T, y, x) > i(y, x); \end{cases} \quad (8)$$

$$e_{MIN}(y, x) = \begin{cases} -1 & \text{при } i_E(T, y, x) > i(y, x), \\ 0 & \text{при } i_E(T, y, x) < i(y, x), \end{cases} \quad (9)$$

где  $y = \overline{0, Y-1}$ ,  $x = \overline{0, X-1}$ .

На основе матриц  $E_{MAX}$  и  $E_{MIN}$  может быть сформирована матрица  $E$  локальных экстремумов с помощью выражения (2).

Из выражений (4)–(9) следуют основные недостатки морфологических алгоритмов выделения локальных экстремумов, приводящие к высокой вычислительной сложности:

- раздельная обработка максимумов и минимумов;
- итеративная обработка окрестностей всех пикселей изображения;
- необходимость дополнительной сегментации результирующей матрицы  $E$  локальных экстремумов для присвоения номеров экстремальным областям.

**Математическая модель и алгоритм поиска локальных экстремумов.** Для выделения локальных экстремумов изображений с низкой вычислительной сложностью и высокой точностью предлагается математическая модель сегментного поиска на основе анализа яркостей смежных однородных областей, отличающаяся: а) от известных моделей блочного поиска, основанных на выражении (1), учетом однородных по яркости областей, которые образованы нестрогими экстремумами и являются локальными максимумами или минимумами по отношению к смежным областям, что позволяет повысить точность выделения локальных экстремумов; б) от известных моделей морфологического поиска, основанных на выражениях (4) и (5), – исключением итеративной обработки неэкстремальных пикселей, что позволяет снизить вычислительную сложность; в) от известных моделей блочного и морфологического поиска – присвоением номеров локальным экстремумам в процессе их поиска, что позволяет снизить вычислительную сложность. Предлагаемая модель определяет следующее правило формирования элементов матрицы  $E$  локальных экстремумов изображения:

$$e(y, x) = \begin{cases} n_s, & \text{если } \forall y' \forall x' (i(y, x) \geq i(y + y', x + x')) \wedge (i(y, x) \in R(n_s)) \wedge \\ & \wedge \neg \exists y'' \neg \exists x'' \neg \exists y''' \neg \exists x''' \left( \begin{array}{l} (i(y'', x'') \in R(n_s)) \wedge \\ \wedge (i(y'', x'') < i(y'' + y''', x'' + x''')) \end{array} \right), \\ 0, & \text{если } (i(y, x) \in R(n_s)) \wedge \\ & \wedge \exists y_1 \exists x_1 \exists y_2 \exists x_2 \exists y' \exists x' \exists y''' \exists x''' \left( \begin{array}{l} ((i(y_1, x_1) \in R(n_s)) \wedge \\ \wedge (i(y_2, x_2) \in R(n_s)) \wedge \\ \wedge (i(y_1, x_1) > i(y_1 + y', x_1 + x')) \wedge \\ \wedge (i(y_2, x_2) < i(y_2 + y''', x_2 + x''')) \end{array} \right), \\ -n_s, & \text{если } \forall y' \forall x' (i(y, x) \leq i(y + y', x + x')) \wedge (i(y, x) \in R(n_s)) \wedge \\ & \wedge \neg \exists y'' \neg \exists x'' \neg \exists y''' \neg \exists x''' \left( \begin{array}{l} (i(y'', x'') \in R(n_s)) \wedge \\ \wedge (i(y'', x'') > i(y'' + y''', x'' + x''')) \end{array} \right), \end{cases} \quad (10)$$

при  $y = \overline{0, Y-1}$ ,  $x = \overline{0, X-1}$ ,  $(y' \in \{-1, 0, 1\}) \wedge (x' \in \{-1, 0, 1\}) \wedge ((y' \neq 0) \vee (x' \neq 0))$ ,  $(y''' \in \{-1, 0, 1\}) \wedge (x''' \in \{-1, 0, 1\}) \wedge ((y''' \neq 0) \vee (x''' \neq 0))$ , где  $n_s \in [0, N_s]$  – номер однородной области  $R(n_s)$ ,  $N_s$  – число однородных областей.

Значения элементов  $e(y, x)$  матрицы  $E$  экстремумов указывают на принадлежность соответствующих пикселей изображения  $n_s$ -й максимальной ( $e(y, x) = n_s$ ), минимальной ( $e(y, x) = -n_s$ ) или неэкстремальной ( $e(y, x) = 0$ ) области  $R(n_s)$ . Из выражения (10) следуют отличия предлагаемой сегментной модели, обеспечивающие высокую точность в сравнении с блочным поиском и меньшую вычислительную сложность в сравнении с морфологическим поиском: совмещенный поиск максимумов и минимумов за счет присвоения элементам  $e(y, x)$  как положительных, так и отрицательных значений без использования выражения (2); учет нестрогих экстремумов за счет присвоения элементам  $e(y, x)$  ненулевых значений в результате оценки окрестности пикселя  $i(y, x)$  с использованием нестрогих неравенств; исключение ошибок поиска локальных экстремальных областей за счет оценки окрестностей всех пикселей каждой однородной области  $R(n_s)$ ; исключение сегментации матрицы  $E$  локальных экстремумов за счет назначения номеров  $n_s$  экстремальным областям в процессе обработки нестрогих экстремумов; однократная обработка окрестностей всех пикселей за счет выращивания однородных областей  $R(n_s)$  с использованием в каждой из них любого пикселя в качестве начальной точки роста.

Исходя из рассмотренной модели предлагается алгоритм НЗА (Homogeneous Adjacent Area Analysis) сегментного поиска локальных экстремумов изображений на основе анализа яркостей смежных однородных областей. Наряду с однопиксельными экстремумами алгоритм учитывает однородные области (из двух и более одинаковых пикселей), являющиеся локальными максимумами или минимумами по отношению к смежным областям, за счет сегментации изображения и анализа изменений яркости на границах сегментов. Сущность алгоритма состоит в сканировании изображения для поиска несегментированных пикселей, использовании их в качестве начальных точек роста, выращивании однородных областей и сравнении значений их граничных пикселей со значениями соответствующих пикселей смежных сегментов: область является локальным максимумом (минимумом), если значения всех ее граничных пикселей больше (меньше) значений всех смежных пикселей или равны им.

Алгоритм НЗА состоит из следующих шагов:

1. Инициализация переменных алгоритма.

1.1. Установка счетчика  $n_s \in [0, N_s]$  сегментов в ноль:  $n_s \leftarrow 0$ .

1.2. Формирование вектора  $E_1 = \|e_1(n_s)\|_{(n_s=1, N_s)}$  экстремумов, результирующей матрицы  $E = \|e(y, x)\|_{(y=\overline{0, Y-1}, x=\overline{0, X-1})}$  экстремумов и матрицы  $S = \|s(y, x)\|_{(y=\overline{0, Y-1}, x=\overline{0, X-1})}$  сегментации. Размеры  $Y \times X$  матриц  $E$  и  $S$  совпадают с размером матрицы  $I = \|i(y, x)\|_{(y=\overline{0, Y-1}, x=\overline{0, X-1})}$  пикселей исходного изображения. Значение элемента  $e_1(n_s) \in \{1, 0, -1\}$  вектора  $E_1$  указывает на экстремальность или неэкстремальность  $n_s$ -й области:  $e_1(n_s) = 1$  – локальный максимум,  $e_1(n_s) = 0$  – не экстремум,  $e_1(n_s) = -1$  – локальный минимум. Значение элемента  $e(y, x) \in [-N_s, N_s]$  матрицы  $E$  указывает на принадлежность пикселя  $i(y, x)$   $n_s$ -й экстремальной или неэкстремальной области:  $e(y, x) = n_s$  – принадлежит  $n_s$ -й локальной максимальной области;  $e(y, x) = 0$  – принадлежит неэкстремальной области (номер области значения не имеет);  $e(y, x) = -n_s$  – принадлежит  $n_s$ -й локальной минимальной области. При инициализации элементам матрицы  $E$  присваиваются нулевые значения, указывающие на то, что соответствующие пиксели не принадлежат экстремальной области:  $e(y, x) \leftarrow 0$  при  $y = \overline{0, Y-1}$ ,  $x = \overline{0, X-1}$ . Значения элементов  $s(y, x) \in [0, N_s]$  матрицы сегментации  $S$  указывают на номера сегментов, которым принадлежат соответствующие пиксели  $i(y, x)$

исходного изображения. При инициализации им присваиваются нулевые значения, указывающие на то, что соответствующие пиксели не сегментированы:  $s(y, x) \leftarrow 0$  при  $y = \overline{0, Y-1}$ ,  $x = \overline{0, X-1}$ .

1.3. Формирование стеков  $Y_F = \|y_F(p_F)\|_{(p_F=\overline{0, P_F-1})}$  и  $X_F = \|x_F(p_F)\|_{(p_F=\overline{0, P_F-1})}$  координат смежных пикселей, где  $p_F$  – указатель стеков,  $P_F$  – максимально возможное число элементов в стеках  $Y_F$  и  $X_F$ .

2. Цикл поиска не сегментированных пикселей. Осуществляется сканирование элементов  $s(y, x)$  матрицы  $S$  сегментации по строкам и столбцам в поисках нулевых значений при  $y = \overline{0, Y-1}$ ,  $x = \overline{0, X-1}$ . Если обнаруживается нулевой элемент ( $s(y, x) = 0$ ), то процесс сканирования прерывается и осуществляется переход на шаг 3. Если нулевых элементов не обнаружено, то цикл поиска не сегментированных пикселей завершается и осуществляется переход на шаг 5.

3. Обработка первого (или единственного) пикселя сегмента  $R(n_S)$ .

3.1. Увеличение счетчика  $n_S$  сегментов на единицу:  $n_S \leftarrow n_S + 1$ .

3.2. Присвоение элементу  $s(y, x)$  матрицы сегментации  $S$  значения счетчика сегментов, т. е. сегментация соответствующего пикселя:  $s(y, x) \leftarrow n_S$ .

3.3. Проверка значения  $i(y, x)$  пикселя на локальный максимум. Если выполняется условие  $\forall y' \forall x' (i(y, x) \geq i(y + y', x + x'))$  при  $(y' = \overline{-1, 1}) \wedge (x' = \overline{-1, 1}) \wedge ((y' \neq 0) \vee (x' \neq 0))$ , то элементу  $e_1(n_S)$  вектора  $E_1$  экстремумов присваивается значение 1 (возможно, пиксел  $i(y, x)$  – локальный максимум):  $e_1(n_S) \leftarrow 1$ . Переход на шаг 3.6.

3.4. Проверка значения  $i(y, x)$  пикселя на локальный минимум. Если выполняется условие  $\forall y' \forall x' (i(y, x) \leq i(y + y', x + x'))$  при  $(y' = \overline{-1, 1}) \wedge (x' = \overline{-1, 1}) \wedge ((y' \neq 0) \vee (x' \neq 0))$ , то элементу  $e_1(n_S)$  вектора  $E_1$  экстремумов присваивается значение  $-1$  (возможно, пиксел  $i(y, x)$  – локальный минимум):  $e_1(n_S) \leftarrow -1$ . Переход на шаг 3.6.

3.5. Присвоение элементу  $e_1(n_S)$  вектора  $E_1$  экстремумов значения 0 (пиксел  $i(y, x)$  – не экстремум):  $e_1(n_S) \leftarrow 0$ .

3.6. Поиск пикселей, смежных с пикселом  $i(y, x)$  и равных ему по значению. Инициализируется указатель  $p_F$  стеков  $Y_F$  и  $X_F$  координат смежных пикселей:  $p_F \leftarrow 0$ . Осуществляется сканирование пикселей  $i(y + y', x + x')$  по строкам и столбцам при  $(y' = 0) \wedge (x' = 1)$ ,  $(y' = 1) \wedge (x' = \overline{-1, 1})$ . При этом координаты каждого смежного пикселя  $i(y + y', x + x')$ , для которого выполняется условие  $(i(y + y', x + x') = i(y, x)) \wedge (s(y + y', x + x') = 0)$ , фиксируются в стеках  $Y_F$  и  $X_F$  координат смежных пикселей:  $y_F(p_F) \leftarrow y + y'$ ,  $x_F(p_F) \leftarrow x + x'$ ,  $p_F \leftarrow p_F + 1$  и элементу  $s(y + y', x + x')$  матрицы сегментации  $S$  присваивается значение счетчика сегментов (т. е. соответствующий пиксел сегментирован):  $s(y + y', x + x') \leftarrow n_S$ . Если выполняется условие  $\exists y' \exists x' (i(y + y', x + x') = i(y, x)) \wedge (s(y + y', x + x') = 0)$ , что эквивалентно выполнению условия  $p_F \neq 0$ , то осуществляется переход на шаг 4. Если данное условие не выполняется ( $p_F = 0$ ), то осуществляется возврат к сканированию элемента  $s(y, x)$  матрицы  $S$  сегментации на шаге 2.

4. Выращивание однородной области  $R(n_S)$  с проверкой ее пикселей на экстремум.

4.1. Фиксирование координат пикселя  $i(y, x)$  в буфере:  $y_B \leftarrow y$ ,  $x_B \leftarrow x$ .

4.2. Начало цикла обработки стеков  $Y_F$  и  $X_F$  координат смежных пикселей. Если выполняется условие  $p_F = 0$  (стеки  $Y_F$  и  $X_F$  пусты), то восстанавливаются значения координат текущего пикселя  $i(y, x)$  из буфера:  $y \leftarrow y_B$ ,  $x \leftarrow x_B$  и осуществляется возврат к сканированию элемента  $s(y, x)$  матрицы  $S$  сегментации на шаге 2.



4.3. Извлечение координат очередного пиксела  $i(y, x)$  из стеков  $Y_F$  и  $X_F$  координат смежных пикселей:  $p_F \leftarrow p_F - 1$ ,  $y \leftarrow y_F(p_F)$ ,  $x \leftarrow x_F(p_F)$ .

4.4. Проверка значения  $i(y, x)$  пиксела на локальный максимум. Если выполняются условия  $e_1(n_s) = 1$  (область имеет временный статус максимальной) и  $\exists y' \exists x' (i(y, x) < i(y + y', x + x'))$  при  $(y' = \overline{-1, 1}) \wedge (x' = \overline{-1, 1}) \wedge ((y' \neq 0) \vee (x' \neq 0))$ , т. е. пиксел  $i(y, x)$  граничный и меньший по значению относительно одного из смежных пикселей, то сегмент  $R(n_s)$  не является локальным максимумом (его граничные пиксели имеют значения как большие, так и меньшие относительно смежных пикселей) и элемент  $e_1(n_s)$  вектора  $E_1$  экстремумов обнуляется:  $e_1(n_s) \leftarrow 0$ .

4.5. Проверка значения  $i(y, x)$  пиксела на локальный минимум. Если выполняются условия  $e_1(n_s) = -1$  (область имеет временный статус минимальной) и  $\exists y' \exists x' (i(y, x) > i(y + y', x + x'))$  при  $(y' = \overline{-1, 1}) \wedge (x' = \overline{-1, 1}) \wedge ((y' \neq 0) \vee (x' \neq 0))$ , т. е. пиксел  $i(y, x)$  граничный и больший по значению относительно одного из смежных пикселей, то сегмент  $R(n_s)$  не является локальным минимумом (его граничные пиксели имеют значения как большие, так и меньшие относительно смежных пикселей) и элемент  $e_1(n_s)$  вектора  $E_1$  экстремумов обнуляется:  $e_1(n_s) \leftarrow 0$ .

4.6. Поиск пикселей, смежных с пикселом  $i(y, x)$  и равных ему по значению. Осуществляется сканирование пикселей  $i(y + y', x + x')$  по строкам и столбцам при  $(y' = \overline{-1, 1}) \wedge (x' = \overline{-1, 1}) \wedge ((y' \neq 0) \vee (x' \neq 0))$ . При этом координаты каждого смежного пиксела  $i(y + y', x + x')$ , для которого выполняется условие  $(i(y + y', x + x') = i(y, x)) \wedge (s(y + y', x + x') = 0)$ , фиксируются в стеках  $Y_F$  и  $X_F$  координат смежных пикселей:  $y_F(p_F) \leftarrow y + y'$ ,  $x_F(p_F) \leftarrow x + x'$ ,  $p_F \leftarrow p_F + 1$  и элементу  $s(y + y', x + x')$  матрицы сегментации  $S$  присваивается значение счетчика сегментов, т. е. соответствующий пиксел сегментирован:  $s(y + y', x + x') \leftarrow n_s$ . Осуществляется переход на шаг 4.2.

5. Формирование значений элементов результирующей матрицы  $E$  экстремумов с помощью выражения  $e(y, x) \leftarrow s(y, x) \times e_1(s(y, x))$  при  $y = 0, Y - 1$ ,  $x = 0, X - 1$ .

Таким образом, в результате выполнения алгоритма НЗА формируется матрица экстремумов, значение каждого элемента которой указывает на номер и тип экстремума (локальный максимум или минимум) либо его отсутствие.

**Оценка результатов выделения локальных экстремумов.** Основными показателями эффективности поиска локальных экстремумов являются точность и скорость. Эти показатели использованы для сравнения предложенного алгоритма НЗА с известными алгоритмами блочного (Scanline3x3) [21] и морфологического [23] поиска локальных экстремумов.

Для визуальной оценки точности алгоритмов в табл. 1 приведены восемь матриц с различным числом локальных экстремумов, распределения яркостей в центральной строке каждой матрицы, число экстремальных областей для каждой матрицы. Ненулевым элементам матриц сегментации соответствуют пиксели исходных матриц, которые могут использоваться в качестве базовых точек для сегментации и текстурной обработки изображений. Из табл. 1 следует, что алгоритм Scanline3x3 блочного поиска [21] не обнаруживает локальных экстремумов, образованных несколькими одинаковыми элементами (строки 2, 5, 7, 8 табл. 1). Предложенный алгоритм НЗА выделяет без ошибок все локальные экстремумы, состоящие из одного и более одинаковых элементов.

В табл. 2 приведены 15 тестовых изображений размером  $512 \times 512$  пикселей с различными гистограммами яркости и первой производной по яркости вдоль строк. Для этих изображений в табл. 3 приведены число  $N_E$  локальных экстремумов (однопиксельных  $N_{1E}$  и многопиксельных  $N_{ME}$ ,  $N_{1E} + N_{ME} = N_E$ ), число  $N_P$  экстремальных пикселей (пикселей, образующих экстремальные области,  $N_P \geq N_E$ ), время поиска локальных экстремумов для различных вычислительных платформ, число  $N_{OPP}$  операций на пиксел и число  $N_{PE}$  пропущенных экстремумов.



Таблица 2

Тестовые изображения с различными формами гистограмм яркости и первых производных по яркости вдоль строк

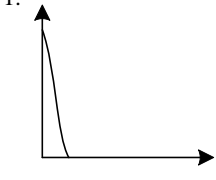
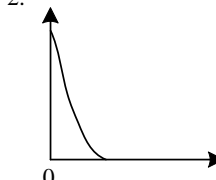
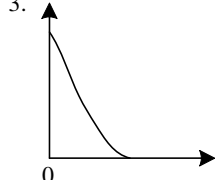
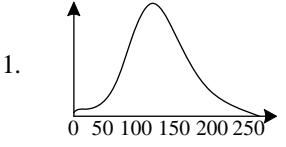
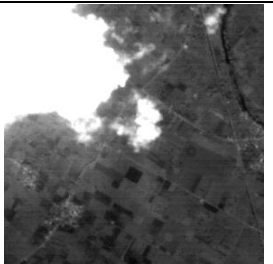
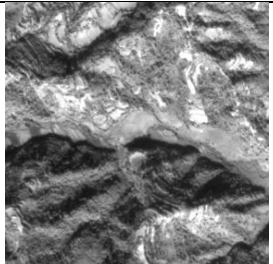

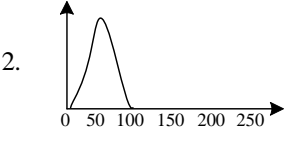
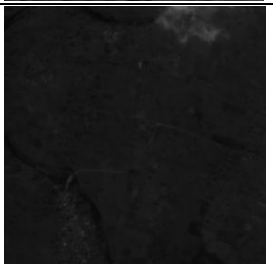

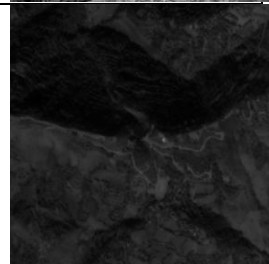
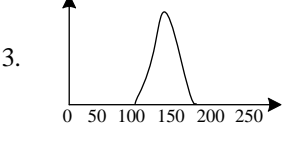

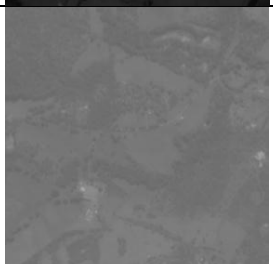
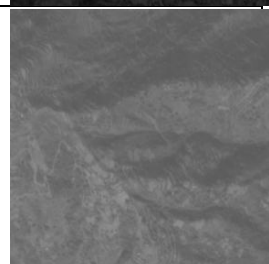
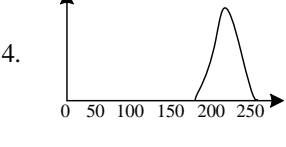


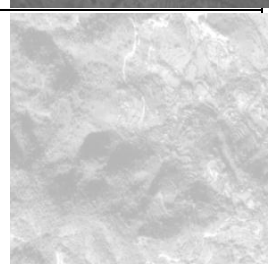
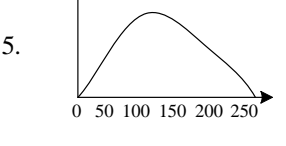
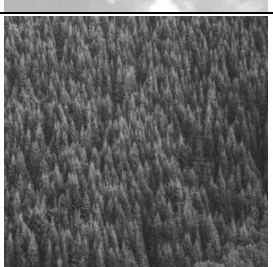
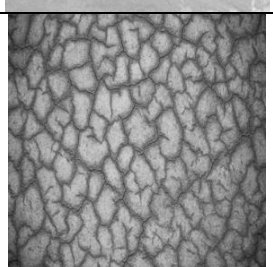

Номер и форма гистограмм производных по яркости Номер и форма гистограмм яркости	1. 	2. 	3. 
1. 			
2. 			
3. 			
4. 			
5. 			

Таблица 3

Оценка результатов выделения экстремумов на тестовых изображениях с помощью алгоритмов Scanline3x3 (SL), H3A, морфологический (M)

Изображение	Число экстремальных пикселей $N_P$		Число локальных экстремумов $N_E$		Время поиска локальных экстремумов для различных вычислительных платформ, с									Число операций на пиксел $N_{OPP}$		Число пропущенных экстремумов $N_{PE}$	
	SL	H3A, M	SL	H3A, M	Intel/Windows/MatLab (IWM), $T_{IWM}$			Intel/Windows/C++ (IWC), $T_{IWC}$			Raspberry Pi/ARM-A53/Linux/C++ (RLC), $T_{RLC}$		SL	H3A	SL	H3A, M	
					SL	H3A	M	SL	H3A	M	SL	H3A					
1-1	16 046	83 053	16 046	23 304	0,058	0,193	0,845	0,028	0,073	0,147	0,089	0,296	16,31	53,27	7258	0	
1-2	13 091	24 103	13 091	16 558	0,055	0,242	0,324	0,026	0,082	0,128	0,087	0,340	15,88	71,64	3467	0	
1-3	14 006	35 713	14 006	18 575	0,056	0,233	0,403	0,027	0,083	0,129	0,087	0,331	15,91	68,59	4569	0	
2-1	18 344	44 548	18 344	27 351	0,061	0,205	0,524	0,028	0,075	0,135	0,091	0,301	16,97	54,45	9007	0	
2-2	9925	25 433	9925	15 127	0,053	0,212	0,534	0,026	0,079	0,128	0,086	0,309	15,63	58,75	5202	0	
2-3	9260	20 732	9260	13 410	0,052	0,229	0,475	0,027	0,078	0,125	0,085	0,323	15,40	65,15	4150	0	
3-1	16 025	41 380	16 025	24 137	0,058	0,204	0,782	0,028	0,074	0,132	0,089	0,301	16,31	53,51	8112	0	
3-2	5612	24 759	5612	10 441	0,051	0,205	0,660	0,024	0,073	0,125	0,083	0,298	14,96	54,26	8429	0	
3-3	8761	22 494	8761	13 486	0,052	0,223	0,390	0,026	0,078	0,127	0,085	0,319	15,38	63,50	4725	0	
4-1	14 461	36 194	14 461	20 842	0,056	0,191	0,622	0,028	0,073	0,135	0,088	0,295	16,30	51,71	6381	0	
4-2	11 668	26 065	11 668	17 059	0,054	0,235	0,432	0,026	0,080	0,130	0,086	0,325	15,65	66,26	5391	0	
4-3	13 102	25 554	13 102	17 703	0,055	0,238	0,368	0,027	0,080	0,129	0,087	0,331	15,94	68,67	4601	0	
5-1	28 251	32 573	28 251	30 547	0,063	0,258	0,242	0,029	0,087	0,134	0,093	0,356	16,99	80,39	2296	0	
5-2	23 473	27 308	23 473	25 510	0,062	0,253	0,254	0,028	0,084	0,126	0,091	0,355	16,52	79,71	2037	0	
5-3	13 292	20 049	13 292	16 269	0,055	0,243	0,275	0,027	0,083	0,122	0,087	0,343	15,61	72,43	2977	0	

Из табл. 3 следует, что алгоритмы H3A и морфологический выделяют в 1,08 – 1,86 раза (в 1,35 раза в среднем по изображениям) больше локальных экстремумов по сравнению с алгоритмом Scanline3x3 за счет учета нестрогих экстремумов. В алгоритме Scanline3x3 число экстремальных пикселей и число локальных экстремумов совпадают, а в алгоритмах H3A и морфологическом число экстремальных пикселей значительно превышает число локальных экстремумов.

Таким образом, алгоритмы H3A и морфологический выделяют все строгие локальные экстремумы, которые выделяет алгоритм Scanline3x3 ( $N_{IE}(SL) = N_{IE}(H3A, M)$ ), а также учитывают все нестрогие локальные экстремумы, образующие экстремальные области ( $N_{IE}(H3A, M) + N_{ME}(H3A, M) = N_E(H3A, M)$ ). Поэтому число экстремальных областей изображения может быть определено с помощью выражения  $N_{ME}(H3A, M) = N_E(H3A, M) - N_{IE}(SL)$ . В силу того что  $N_E(H3A, M) > N_E(SL)$ , алгоритмы H3A и морфологический выделяют в 1,1–5,2 раза (в 2,2 раза в среднем по изображениям) больше экстремальных пикселей по сравнению с алгоритмом Scanline3x3.

Выделение экстремальных областей дополнительно к строгим экстремумам приводит к росту вычислительной сложности алгоритма H3A по сравнению с алгоритмом Scanline3x3. Из табл. 3 следует, что алгоритм H3A по сравнению с алгоритмом Scanline3x3 требует в 3,3–4,2, 2,6–3,2 и 3,3–3,9 раз (в 3,9, 2,9 и 3,7 раза в среднем по изображениям) больше времени на выделение локальных экстремумов на вычислительных платформах IWM, IWC и RLC соответственно. При этом реализации алгоритма H3A на вычислительных платформах IWM и IWC превосходят в скорости реализации морфологического алгоритма в 2,1 и 1,7 раза соответственно с усреднением по изображениям.

Кроме того, алгоритмы H3A и морфологический определяют все локальные экстремумы изображения с нулевой статистической вероятностью пропуска:  $N_{PE}(H3A, M) = 0$ . Для алгоритма Scanline3x3 статистическая вероятность  $P_{LE}(SL)$  пропуска локального экстремума для

набора из 15 тестовых изображений определена с помощью выражения

$$P_{LE}(SL) = \frac{1}{15} \sum_{A=1}^5 \sum_{B=1}^3 \frac{N_E(\text{НЗА}, M) - N_E(SL)}{N_E(\text{НЗА}, M)}$$
 и составляет 0,3.

**Заключение.** В работе предложены математическая модель и алгоритм сегментного поиска локальных экстремумов изображений на основе анализа яркостей смежных однородных областей, отличающиеся от алгоритмов блочного и морфологического поиска учетом однородных по яркости областей, которые образованы нестрогими экстремумами и являются локальными максимумами или минимумами по отношению к смежным однородным областям; исключением итеративной обработки неэкстремальных пикселей и присвоением номеров локальным экстремумам в процессе их поиска, что позволило повысить точность и снизить вычислительную сложность выделения локальных экстремумов. По сравнению с алгоритмом блочного поиска Scanline3x3, имеющим статистическую вероятность пропуска локальных экстремумов на уровне 0,3, разработанный алгоритм выделяет все локальные экстремумы, включая многопиксельные экстремальные области (имеет нулевую статистическую вероятность пропуска экстремумов), в то же время проигрывая алгоритму Scanline3x3 в скорости до 2,9 раза при реализации на C++. При этом разработанный алгоритм превосходит в скорости морфологический алгоритм в 1,7 раза.

## References

1. Lindeberg T. Scale selection properties of generalized scale-space interest point detectors. *Journal of Mathematical Imaging and Vision*, 2013, vol. 46, no. 2, pp. 177–210.
2. Lindeberg T. Image matching using generalized scale-space interest points. *Journal of Mathematical Imaging and Vision*, 2015, vol. 52, no. 1, pp. 3–36.
3. Lowe D. Distinctive image features from scale-invariant keypoints. *International Journal of Computer Vision*, 2004, vol. 60, pp. 91–110.
4. Bay H., Ess A., Tuytelaars T., Van Gool L. SURF: Speeded Up Robust Features. *Computer Vision and Image Understanding*, 2008, vol. 110, no. 3, pp. 346–359.
5. Mikolajczyk K., Schmid C. Scale and affine invariant interest point detectors. *International Journal of Computer Vision*, 2004, vol. 60, pp. 63–86.
6. Rosenfeld A., Kak A. *Digital Picture Processing*. Academic Press, 1976, 457 p.
7. Kitchen L., Rosenfeld A. Gray-level corner detection. *Pattern Recognition Letters*, 1982, vol. 1, pp. 92–102.
8. Harris C., Stephens M. A combined corner and edge detector. *Proceedings of the 4th Alvey Vision Conference, Manchester, 31 August – 2 September 1988*. Manchester, 1988, pp. 147–151.
9. Bretzner L., Lindeberg T. Feature tracking with automatic selection of spatial scales. *Computer Vision and Image Understanding*, 1998, vol. 71, no. 3, pp. 385–392.
10. Lindeberg T. Scale-space. *Encyclopedia of Computer Science and Engineering*, 2008, vol. 4, pp. 2495–2504.
11. Lindeberg T. Detecting salient blob-like image structures and their scales with a scale-space primal sketch: a method for focus-of-attention. *International Journal of Computer Vision*, 1993, vol. 11, no. 3, pp. 283–318.
12. Lindeberg T. *Scale-Space Theory in Computer Vision*. Springer, 1994, 423 p.
13. Matas J., Chum O., Urban M., Pajdla T. Robust wide baseline stereo from maximally stable extremal regions. *Proceedings of the 13th British Machine Vision Conference, Bristol, UK, 2–5 September 2002*. Bristol, 2002, pp. 384–396.
14. Haralick R. M., Shapiro L. G. Image segmentation techniques. *Computing Vision, Graphics and Image Processing*, 1985, vol. 29, no. 1, pp. 100–132.
15. Karu K., Jain A. K., Bolle R. M. Is there any texture in the image? *Pattern Recognition*, 1996, vol. 29, no. 9, pp. 1437–1446.
16. Van Herk M. A fast algorithm for local minimum and maximum filters on rectangular and octagonal kernels. *Pattern Recognition Letters*, 1992, vol. 13, pp. 517–521.
17. Gil J., Werman M. Computing 2-D min, median, and max. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 1993, vol. 15, pp. 504–507.
18. Coltuc D., Bolon P. Fast computation of rank order statistics. *Proceedings of the 10th European Signal Processing Conference, Tampere, Finland, 4–8 September 2000*. Tampere, 2000, pp. 2425–2428.
19. Neubeck A., Van Gool L. Efficient non-maximum suppression. *Proceedings of the 18th International Conference on Pattern Recognition, Hong Kong, 20–24 August 2006*. Hong Kong, 2006, vol. 3, pp. 850–855.

20. Forstner W., Gulch E. A fast operator for detection and precise locations of distinct points, corners, and centres of circular features. *Proceedings of Intercommission Conference on Fast Processing of Photogrammetric Data, Interlaken, Switzerland, 2–4 June 1987*. Interlaken, 1987, pp. 281–305.

21. Pham T. Q. Non-maximum suppression using fewer than 2 comparisons per pixel. *Proceedings of Advanced Concepts for Intelligent Vision Systems, Sydney, Australia, 13–16 December 2010*. Sydney, 2010, vol. 12, pp. 438–451.

22. Bastys A., Kranauskas J., Masiulis R. Iris matching by local extremum points of multiscale Taylor expansion. *Proceedings of the 3rd International Conference "Advances in Biometrics"*. Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, 2009, pp. 1070–1079.

23. Soille P. *Morphological Image Analysis: Principles and Applications*. Springer, 2002, 391 p.

24. Gonzales R. C., Woods R. E. *Digital image processing*. Boston, Addison-Wesley, 2001, 823 p.

### Информация об авторах

*Нгуен Ань Туан*, аспирант кафедры инфокоммуникационных технологий, Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники, Минск, Беларусь.

E-mail: [nguyenanhtuanrti@gmail.com](mailto:nguyenanhtuanrti@gmail.com)

*Цветков Виктор Юрьевич*, доктор технических наук, доцент, заведующий кафедрой инфокоммуникационных технологий, Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники, Минск, Беларусь.

E-mail: [vtsvet@bsuir.by](mailto:vtsvet@bsuir.by)

### Information about the authors

*Nguyen Anh Tuan*, Postgraduate Student of Department of Infocommunication Technologies, Belarusian State University of Informatics and Radioelectronics, Minsk, Belarus.

E-mail: [nguyenanhtuanrti@gmail.com](mailto:nguyenanhtuanrti@gmail.com)

*Viktar Yu. Tsviatkou*, Dr. Sci. (Eng.), Assoc. Prof., Head of the Department of Infocommunication Technologies, Belarusian State University of Informatics and Radioelectronics, Minsk, Belarus.

E-mail: [vtsvet@bsuir.by](mailto:vtsvet@bsuir.by)