

УДК 536.75

А.М. Крот

РАЗРАБОТКА И ИССЛЕДОВАНИЕ МОДЕЛЕЙ СЛОЖНЫХ ДИНАМИЧЕСКИХ СИСТЕМ НА ОСНОВЕ МЕТОДОВ ВХОД-ВЫХОДНЫХ ПРЕДСТАВЛЕНИЙ И ПРОСТРАНСТВА СОСТОЯНИЙ

Рассмотрены основные направления научно-практической деятельности лаборатории моделирования самоорганизующихся систем ОИПИ НАН Беларуси. С точки зрения внутреннего и внешнего описания систем исследуются сложные нелинейные динамические системы и хаотические процессы на основе методов пространства состояний и вход-выходных представлений. В рамках метода пространства состояний рассмотрены аэрогидродинамические модели самоорганизации упорядоченных пространственных структур в течениях Релея – Бенара, Куэтта – Тейлора и предложен метод их анализа на основе матричной декомпозиции в пространстве состояний. В русле метода вход-выходных представлений предложен новый метод распознавания сигналов речевых фонем на основе оценивания ядер Винера. Исследованы также модели самоорганизации упорядоченных пространственных и временных физических структур, полученные на основе вычислительного эксперимента по численному моделированию аэродинамических потоков внутри машиностроительных конструкций.

Введение

В последние десятилетия очень активно исследуются нелинейные динамические системы (НДС) с самоорганизацией, именуемые *сложными системами* [1, 2]. И. Пригожин [1] и Г. Хакен [2] установили, что функционирование сложных НДС тесно связано с присутствием в их поведении хаоса. В этой связи особенно заметно возрос интерес к нелинейной динамике, широкое развитие получили исследования явлений динамического хаоса, диссипативных структур, процессов самоорганизации и хаоса в сложных НДС различной природы [1–5]. Показано, что имеющаяся в них неравновесность при определенных значениях надкритичности по какому-либо параметру приводит через неустойчивости к образованию упорядоченных структур [1, 2]. Широко известными примерами упорядоченных пространственно-временных структур являются уединенные волны в виде фронтов горения или волн популяций, конвекционные структуры в движущейся вязкой жидкости, химические волны в реакции Белоусова – Жаботинского, импульсы в нервных волокнах, ведущие центры и ревербераторы в сердечной ткани и в сетчатке глаза, волны депрессии в мозге, генерация электромагнитного поля в лазере [1–5] и т. д. Несмотря на огромный интерес к процессам самоорганизации и хаоса, изучаемым в рамках междисциплинарного направления *синергетика* [2], до настоящего времени практически отсутствует единый теоретический аппарат их исследования, что требует привлечения общих и достаточно универсальных методов нелинейного анализа поведения сложных НДС, не зависящих от их физической природы.

В связи с вышеизложенным возможные пути исследований видятся в обосновании целей и главных научных направлений, которые и были положены в основу деятельности лаборатории моделирования самоорганизующихся систем (ЛМСС) ОИПИ НАН Беларуси:

- разработка и исследование моделей сложных НДС, полученных на основе как экспериментальных данных (имитационного моделирования), так и вычислительного эксперимента (математического моделирования) с помощью методов вход-выходных представлений и пространства состояний (рис. 1);
- синтез новых алгоритмов нелинейного анализа (декомпозиционных, фрактально-топологических, геометрических) и идентификации состояний сложных НДС (рис. 2);
- создание эффективных компьютерных технологий моделирования сложных НДС и алгоритмов цифровой обработки хаотических сигналов (цифровой фильтрации, анализа, сжатия, распознавания) различной физической природы (рис. 1, 2).

Реализация этих целей приводит к решению ряда основных задач и проблем:



Рис. 1. Разработка и исследование моделей сложных НДС, полученных на основе экспериментальных данных с помощью методов вход-выходных представлений и пространства состояний



Рис. 2. Методы нелинейного анализа и идентификации состояний сложных НДС

- разработка методов самоорганизации сложных НДС для исследования задач образования физических структур и распознавания хаотических сигналов;
- разработка математических методов моделирования активных сред для исследования общих закономерностей образования и развития в них процессов самоорганизации (на примере пограничного слоя аэродинамического потока);
- разработка методик синтеза структур нейронных сетей, алгоритмов обучения и моделей для исследования нейродинамических механизмов когнитивных процессов;
- создание новых алгоритмов и программных средств диагностики и предсказания состояний динамических объектов в машиностроении, физике, химии, биологии, медицине и экологии (рис. 2).

Известно [6], что в рамках теории систем выделяются два подхода к математическому описанию (рис.1). При первом подходе система описывается *извне* и делается упор на совместное поведение всех элементов системы с точным указанием, как система откликается на каждое из возможных воздействий; определяется также связь по входу и выходу, и такое представление называется *вход-выходным* [6–8]. При втором подходе (*внутреннее описание* системы) предполагается известным внутренний механизм преобразования входных процессов в выходные на основе метода пространства состояний [6]. Понятно, что внутреннее описание несет гораздо больше информации о способе действия системы, поскольку каждому такому описанию соответствует внешнее описание.

1. Разработка и исследование моделей сложных динамических систем на основе метода пространства состояний

Метод пространства состояний (или фазового пространства) является мощным средством изучения хаотических режимов функционирования сложных НДС, так как позволяет представить их динамическое поведение в геометрической форме. В рамках этого подхода при анализе поведения сложных НДС центральными являются понятия пространства состояний и притягивающего множества – *аттрактора* – в этом пространстве [1–5]. Сложное поведение может быть описано алгоритмом перемещения точки внутри такого фазового пространства, в котором координатами служат переменные состояния или компоненты вектора состояния. Каждая точка фазового пространства (в частности, аттрактора) однозначно определяет состояние НДС в данный момент времени. В этой связи разработке новых методов количественного анализа аттракторов сложных НДС в фазовом пространстве придается первостепенное значение.

Механизмы возникновения пространственных и временных структур в сложных НДС могут быть выявлены из анализа системы нелинейных уравнений в частных производных вида [1]

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} = f_i(\{u_j\}, \{\nabla u_j\}, \{\nabla^2 u_j\}, \dots, x(t)), \quad i, j = 1, \dots, N, \quad (1)$$

где f_i – нелинейная функция; $u_i = u_i(t, \vec{r})$ – функция временной t и пространственной \vec{r} переменных, удовлетворяющая начальным условиям; ∇ – дифференциальный оператор Гамильтона.

Одна из моделей возникновения пространственных структур получается на основе системы нелинейных уравнений в частных производных, описывающих течение Релея – Бенара [2, 3]. Согласно этой модели вязкая жидкость в гравитационном поле при наличии подогреваемого снизу слоя может демонстрировать сложную динамику в распределении полей скоростей и температур, когда интенсивность нагрева достигает определённой величины. В результате этого в слое возникают упорядоченные пространственные структуры – конвекционные токи в виде вращающихся валов жидкости, которые в сечении можно рассматривать как эллипсы (так называемые *ячейки Бенара*) [2]. Динамика изменения во времени и пространстве полей скоростей $\mathbf{v}(x, y, z, t)$, температур $T(x, y, z, t)$ и плотностей $\rho(x, y, z, t)$ жидкости в эксперименте Бенара даётся системой дифференциальных уравнений в *частных производных*, а именно гидродинамических уравнений Навье – Стокса, непрерывности и теплопроводности [3, 9]. Для того чтобы теоретически обосновать эксперимент Бенара, Лоренц [10] на основе метода Галеркина

упростил систему гидродинамических уравнений и получил редуцированную модель, описываемую системой трех обыкновенных нелинейных дифференциальных уравнений вида

$$\begin{cases} \dot{u}_1 = au_2 - au_1; \\ \dot{u}_2 = -u_1 \cdot u_3 + cu_1 - u_2; \\ \dot{u}_3 = u_1 \cdot u_2 - bu_3, \end{cases} \quad (2)$$

в которых $a = \nu/\kappa = Pr$ – число Прандтля; b – безразмерная величина, характеризующая систему; c – внешний *управляющий* (или бифуркационный) параметр, пропорциональный разности температур ΔT , т. е. $c = Ra/Ra_c \sim \Delta T$, причем Ra – число Релея [9], а Ra_c – его критическое значение. В уравнениях (2) переменная u_1 пропорциональна скорости циркулирующей жидкости, u_2 характеризует разность температур между восходящими и нисходящими потоками жидкости, u_3 пропорциональна отклонению вертикального профиля температуры от равновесного значения.

Другим примером модели, описывающей образование пространственных структур, является система нелинейных уравнений в частных производных, воспроизводящих динамику так называемого течения Куэтта – Тейлора [11]. Эта модель описывает поведение жидкости в зазоре между двумя коаксиальными цилиндрами, внутренний из которых вращается, а внешний покоится. После того как скорость вращения достигает некоторой величины, в жидкости образуются упорядоченные пространственные структуры – *вихри Тейлора*, сходные с конвекционными токами в упомянутом выше течении Релея – Бенара. Аналогично (2) в ЛМСС из системы дифференциальных уравнений в частных производных (Навье – Стокса и непрерывности в цилиндрических координатах) была получена редуцированная модель, описываемая системой трех обыкновенных нелинейных дифференциальных уравнений вида

$$\begin{cases} \dot{u}_1 = a_1 u_2 - u_1 - u_2 u_3; \\ \dot{u}_2 = u_1 u_3 - b_1 u_2; \\ \dot{u}_3 = u_1 u_2 - c_1 u_3, \end{cases} \quad (3)$$

где a_1 – управляющий параметр, пропорциональный Ta – числу Тейлора [11]; b_1, c_1 – безразмерные величины, характеризующие систему.

Как следует из вида редуцированных моделей (2) и (3), в дальнейшем нет необходимости учитывать в (1) явную зависимость u_i от пространственного вектора \vec{r} , т. е. считаем, что $u_i = u_i(t)$. В этой связи система уравнений (1) может быть записана в векторно-матричном виде следующим образом:

$$\frac{d\vec{u}}{dt} = \vec{f}(\vec{u}(t), x(t), \vec{u}_0), \quad \vec{u}(0) = \vec{u}_0, \quad \vec{u}(t) \in U, \quad (4)$$

где $\vec{u}(t) = (u_1(t), \dots, u_N(t))^T$; T – символ транспонирования; \vec{u}_0 – вектор начальных данных. Решение $\vec{u}(t)$ уравнения (4) задаёт некоторую кривую в пространстве состояний (фазовом пространстве) U , называемую *фазовой траекторией*. Как уже упоминалось, фазовые траектории, притягиваясь друг к другу, образуют некоторое множество – *аттрактор* – в этом фазовом пространстве (гладком многообразии), в котором координатами служат компоненты u_i вектора состояния [1, 2]. В частности, известно [3], что при значениях параметров системы Лоренца (2), равных $a=10$, $b=8/3$, $c=24,27$, в фазовом пространстве (u_1, u_2, u_3) этой системы наблюдается странный аттрактор, описывающий *хаотический* режим динамики в течении Релея – Бенара. Аналогично этому в системе (3) при значениях параметров $a_1=20$, $b_1=10$, $c_1=3$ также наблюдается хаотический режим динамики, приводящий к хаотическому изменению направления обращения в вихрях Тейлора, и странный аттрактор, по структуре сходный с лоренцовским.

Для анализа, идентификации и моделирования сложной НДС в ЛМСС были предложены методы декомпозиции нелинейных операторов, описывающих поведение системы в пространстве состояний. В работах [12–16] были построены матричные ряды с целью разложения векторных функций $\vec{u}(t)$ с компонентами из фазопространственных переменных $u_i = u_i(t)$ и операторов НДС в пространстве состояний. В статьях [12, 16] также разработаны некоторые положения метода матричной декомпозиции и главные принципы анализа аттракторов сложных НДС. В частности, показано, что приращение векторной функции (4) в пространстве состояний разлагается в матричный ряд [12–16]:

$$\Delta \vec{f}(\vec{v}, \vec{u}^*) = \vec{f}(\vec{u}^* + \vec{v}) - \vec{f}(\vec{u}^*) = L_{N \times N}^{(1)} \vec{v} + \frac{1}{2!} L_{N \times N^2}^{(2)} (\vec{v} \otimes \vec{v}) + \frac{1}{3!} L_{N \times N^3}^{(3)} (\vec{v} \otimes \vec{v} \otimes \vec{v}) + \dots = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k!} L_{N \times N^k}^{(k)} \cdot \vec{v}^{\otimes k}, \quad (5)$$

где $L_{N \times N^k}^{(k)} = \underbrace{\left(\frac{\partial}{\partial \vec{v}^T} \otimes \left(\frac{\partial}{\partial \vec{v}^T} \otimes \dots \otimes \left(\frac{\partial}{\partial \vec{v}^T} \otimes \vec{f} \right) \dots \right) \right)}_k \vec{0}^T$ – матричные ядра однородных нелинейных операторов системы в пространстве состояний; $\vec{v}^{\otimes k} = \underbrace{(\vec{v} \otimes \vec{v} \otimes \dots \otimes \vec{v})}_k$ – k -я кронекеровская

степень вектора \vec{v} возмущений за счет внешних воздействий или внутренних флуктуаций, так что $\vec{u} = \vec{u}^* + \vec{v}$, причем \vec{u}^* – вектор конкретного стандартного состояния (невозмущённого решения (4)).

Ясно, что аттрактор Лоренца, описывающий сложную НДС системой уравнений (2) в матричных обозначениях (4), может быть представлен посредством следующих векторных функций:

$$\dot{\vec{u}} = \begin{bmatrix} \dot{u}_1 \\ \dot{u}_2 \\ \dot{u}_3 \end{bmatrix}; \quad \vec{f}(\vec{u}, x(t), \vec{u}_0) = \begin{bmatrix} au_2 - au_1 \\ -u_1 \cdot u_3 + cu_1 - u_2 \\ u_1 \cdot u_2 - bu_3 \end{bmatrix}. \quad (6)$$

Применяя матричное разложение (5) к приращению векторной функции (6), можно оценить следующие члены матричного ряда:

$$L_{3 \times 3}^{(1)} \vec{v} = \begin{bmatrix} -a & a & 0 \\ -u_3^* + c & -1 & -u_1^* \\ u_2^* & u_1^* & -b \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} av_2 - av_1 \\ -v_1 u_3^* + cv_1 - v_2 - u_1^* v_3 \\ v_1 u_2^* + u_1^* v_2 - bv_3 \end{bmatrix}; \quad (7)$$

$$L_{3 \times 9}^{(2)} (\vec{v} \otimes \vec{v}) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} v_1^2 \\ v_1 v_2 \\ v_1 v_3 \\ v_2 v_1 \\ v_2^2 \\ v_2 v_3 \\ v_3 v_1 \\ v_3 v_2 \\ v_3^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ -2v_1 v_3 \\ 2v_1 v_2 \end{bmatrix}. \quad (7a)$$

Подставляя (7) и (7a) в (5), нетрудно заметить, что приращение векторной функции (6) может быть аппроксимировано только линейными и квадратичными членами матричного ряда [16].

Поскольку в общем случае модель Лоренца (2) не интегрируема, её решения могут быть найдены с помощью *численных* методов, если зафиксировать три параметра a , b и c , зависящих от времени t . Используя приведённые выше результаты, полученные методами матричной декомпозиции (7) и (7a), в ЛМСС было реализовано численное интегрирование системы Лоренца с параметрами $a=10$, $b=8/3$, $c=24,27$ с помощью языка программирования Java. Разработанная программа также воспроизводит изображение аттрактора Лоренца в проекции на двухмерную плоскость. Принимая во внимание тот факт, что значения производных первого и второго порядков могут быть получены посредством численных методов (например, методом Рунге – Кутты), $\Delta \vec{f}^{est}(\vec{v}, \vec{u}^*)$ оценивается из вычислительного эксперимента. В результате из (5) – (7a) легко находятся текущие значения параметров аттрактора Лоренца [15, 16]. Данные соотношения были положены в основу алгоритма идентификации текущего динамического состояния конвективной жидкости; в частности, с их помощью определяется значение управляющего параметра, позволяющего выявить хаотические режимы движения конвективной жидкости [15].

Выше уже указывалось, что поведение сложной НДС может быть описано с помощью построения аттрактора в m -мерном Евклидовом пространстве состояний R^m . В этом случае необходимо выбрать пространство состояний с минимальной размерностью m_0 , так как m_0 – верхний предел степеней свободы для сложной НДС, т. е. m_0 дает значение минимального числа дифференциальных уравнений для моделирования сложной НДС. Определение m_0 на основе различных корреляционно-топологических методов требует больших вычислительных затрат и значительного объема экспериментальных данных [17]. В ЛМСС предложен метод [18], позволяющий сократить количество требуемых данных, уменьшить вычислительную сложность и, таким образом, преодолеть недостатки корреляционно-топологических методов. В основу развития подхода был положен метод запаздывающих координат (метод Такенса [19]) для реконструкции фазовых траекторий. Затем на подмножестве хаотического аттрактора в Евклидовом пространстве R^m строилась функция $z(m)$ [18, 20], определяющая меру топологической неустойчивости аттрактора при уменьшении размерности пространства состояний ($R^m \rightarrow R^{m+1}$). Как правило, значение $z(m)$ изменяется монотонно при увеличении m , но при $m \geq m_0$ функция $z(m) = const$ и не зависит от m [18, 20]. Таким образом, m_0 есть *минимальная размерность вложения* исследуемого аттрактора НДС. Однако предложенный локально-топологический метод имел сугубо эвристический характер, поскольку в [18] проблемы теоретического обоснования топологической стабилизации параметров хаотического аттрактора не исследовались. В ЛМСС был также предложен вывод локально-топологического метода определения минимальной размерности вложения аттрактора НДС. На основе метода матричной декомпозиции (5) в пространстве состояний было дано теоретическое доказательство эвристического факта стабилизации характеристических параметров аттрактора НДС [20–22]. В ЛМСС была выполнена также численная проверка полученных теоретических результатов посредством цифровой обработки электрокардиосигналов [23].

2. Разработка и исследование моделей сложных динамических систем на основе метода вход-выходных представлений

Как уже упоминалось, метод вход-выходных представлений описывает систему *извне* и рассматривает совместное поведение всех ее элементов, основываясь на откликах системы на каждое из возможных входных воздействий. С данным типом описания чаще всего и имеет дело исследователь, когда изучает поведение объекта в виде сложной НДС в ходе эксперимента. Сложная НДС в этом случае рассматривается как *черный ящик*, ее структура предполагается неизвестной. Задача моделирования здесь состоит в построении вход-выходного отображения, задающего явную зависимость между двумя пространствами функций, элементами которых являются входные и выходные сигналы. Синтез внешнего описания по результатам наблюдения за входными и выходными сигналами объекта именуется *задачей идентификации* [7]. Из-

вестно, что если исследуемый объект линеен, то обычно не возникает существенных проблем при решении задачи идентификации; ситуация резко меняется в том случае, когда исследуемый динамический объект нелинеен. Основной особенностью сложных НДС является то, что они одновременно обладают нелинейными и хаотическими динамическими свойствами, причем эти свойства так тесно переплетаются, что их невозможно четко разделить.

Далее рассматривается метод вход-выходных представлений, основанный на описании вход-выходного отображения функционалом Вольтерра – Винера [24], для анализа и идентификации сложных НДС и хаотических процессов, а также показано его применение к распознаванию речевых сигналов на основе оценивания ядер Винера. Следует отметить, что методы в рамках этого подхода могут различаться видом функционалов, среди которых ищется решение, и способом поиска этого решения [7, 24, 25].

В ЛССМ предложен новый подход к распознаванию речевого сигнала с использованием нелинейной декомпозиции сигнала на основе оценивания ядер Винера [26–28]. Существуют различные парадигмы и подходы для решения проблемы распознавания речевых сигналов. Среди них можно отметить статистический подход, основанный на скрытых марковских моделях [29, 30]; метод нелинейной динамики, использующий искусственные нейронные сети [30]; лингвистические методы и т. д. В определенной степени эти методы учитывают две основные особенности речевого сигнала: во-первых, речь говорящего определяется физическими параметрами, такими как длина вокального тракта, размер гортани и т. д.; во-вторых, воспроизводство речи невозможно без учета нейронного управления артикуляцией, которая определяет персональные способности, такие как диалект или акцент, произношение, скорость и темп артикуляции. В общем случае эти две причины требуют применения нелинейной модели в рамках метода вход-выходных представлений, основанного на функциональных рядах Вольтерра – Винера [24, 25], для решения проблемы распознавания речевых сигналов.

Известно, что музыкальный сигнал как линейный процесс, который генерируется с помощью линейной динамической системы (ЛДС), допускает полное представление на основе ряда из ортогональных функций. Так как стационарная ЛДС характеризуется передаточной функцией $H(\omega_k)$, то входной сигнал $x(t)$, действующий на ЛДС, генерирует выходной сигнал $y(t)$:

$$y(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} H(\omega_k) X(\omega_k) e^{i\omega_k t}. \quad (8)$$

Что же касается *речевого* сигнала, то, как уже упоминалось выше, этот сигнал – продукт сугубо НДС, т. е. это *нелинейный процесс*. В связи с этим такой сигнал можно представить с помощью ряда Вольтерра – Винера следующим образом [24, 25]:

$$\begin{aligned} y(t) = & h_0 + \sum_{k_1=-\infty}^{\infty} H_1(\omega_{k_1}) X(\omega_{k_1}, \theta) e^{i\omega_{k_1} t} + \sum_{k_1=-\infty}^{\infty} \sum_{k_2=-\infty}^{\infty} H_2(\omega_{k_1}, \omega_{k_2}) X(\omega_{k_1}, \theta) X(\omega_{k_2}, \theta) e^{i(\omega_{k_1} + \omega_{k_2}) t} - \\ & - D_x \sum_{k_1=-\infty}^{\infty} H_2(\omega_{k_1}, -\omega_{k_1}) + \sum_{k_1=-\infty}^{\infty} \sum_{k_2=-\infty}^{\infty} \sum_{k_3=-\infty}^{\infty} H_3(\omega_{k_1}, \omega_{k_2}, \omega_{k_3}) X(\omega_{k_1}, \theta) X(\omega_{k_2}, \theta) X(\omega_{k_3}, \theta) e^{i(\omega_{k_1} + \omega_{k_2} + \omega_{k_3}) t} - \\ & - 3D_x \sum_{k_1=-\infty}^{\infty} \sum_{k_2=-\infty}^{\infty} H_3(\omega_{k_1}, -\omega_{k_1}, \omega_{k_2}) X(\omega_{k_2}, \theta) + \dots, \end{aligned} \quad (9)$$

где $X(\omega_k, \theta)$ – Фурье-образ входного сигнала $x(t, \theta)$ в виде белого гауссовского процесса (t – время, θ – параметр состояния, т. е. $t \in]-\infty, \infty[$, $\theta \in [0, 1]$); D_x – дисперсия белого гауссовского шума как $x(t, \theta)$, так и $X(\omega_k, \theta)$, а $H_m(\omega_{k_1}, \dots, \omega_{k_m})$, $m = 1, 2, 3, \dots$, – Фурье-образы ядер Винера m -го порядка $h_m(\tau_1, \dots, \tau_m)$ соответственно. Из сравнения (8) с (9) видно, что вышеупомянутая линейная декомпозиция представляет собой лишь частный случай данной нелинейной декомпозиции подобно тому, как ЛДС есть частный случай НДС. Из вышеизложенного также

следует, что для представления речевого сигнала посредством нелинейной декомпозиции Вольтерра–Винера (9) необходимы эффективные методы вычисления ядер Винера. Достоинством метода, основанного на спектральных представлениях в частотной области, явилось сокращение времени вычислений по сравнению с методом идентификации НДС во временной области. Существует несколько модификаций данного метода [7, 8, 28, 31, 32].

При практическом использовании метода вычисления ядер Винера в частотной области с целью идентификации НДС следует моделировать реальный, или физический, белый шум, т. е. процесс с ограниченным спектром, перекрывающим полосу пропускания исследуемой НДС. Более того, так как дискретные входные x_n и выходные y_n сигналы, а также ядра Винера $h_m[n_1, \dots, n_m]$ должны быть заданы на *конечных* временных интервалах при численном моделировании НДС, в уравнении (9) необходима модификация соотношений, описывающих функционалы Вольтерра – Винера [8, 28, 31]. Чтобы представить одномерные последовательности y_n и x_n на конечном интервале длины N в частотной области, воспользуемся дискретным преобразованием Фурье (ДПФ) [33, 34]

$$X_k = \sum_{n=0}^{N-1} x_n w_N^{nk}, w_N = \exp\left(-i \frac{2\pi}{N}\right), k = 0, \dots, N-1 \quad (10)$$

и его многомерными аналогами, т. е. m -мерными ДПФ ($m=2, 3, \dots$) вида [33, 34]:

$$H_m[k_1, \dots, k_m] = \sum_{n_1=0}^{N-1} \dots \sum_{n_m=0}^{N-1} h_m[n_1, \dots, n_m] w_N^{n_1 k_1 + \dots + n_m k_m}. \quad (10a)$$

Принимая во внимание (10), (10a) и используя обратное ДПФ и его многомерные аналоги, преобразуем соотношение (9) к виду [8, 28, 31]:

$$\begin{aligned} y_n = & h_0 + \frac{1}{N} \sum_{k_1=0}^{N-1} H_1[k_1] X_{k_1} w_N^{-nk_1} + \frac{1}{N^2} \sum_{k_1=0}^{N-1} \sum_{k_2=0}^{N-1} H_2[k_1, k_2] X_{k_1} X_{k_2} w_N^{-n(k_1+k_2)} - \\ & - \frac{D_x}{N} \sum_{k_1=0}^{N-1} H_2[k_1, N-k_1] + \frac{1}{N^3} \sum_{k_1=0}^{N-1} \sum_{k_2=0}^{N-1} \sum_{k_3=0}^{N-1} H_3[k_1, k_2, k_3] X_{k_1} X_{k_2} X_{k_3} w_N^{-n(k_1+k_2+k_3)} - \\ & - \frac{3D_x}{N^2} \sum_{k_1=0}^{N-1} \sum_{k_3=0}^{N-1} H_3[k_1, N-k_1, k_3] X_{k_3} w_N^{-nk_3} + \dots, \end{aligned} \quad (11)$$

где y_n – выходной сигнал НДС; D_x – дисперсия белого гауссовского шума x_n ; X_k – ДПФ временных отсчетов белого шума x_n ; N – количество точек в частотной области, в которых вычисляются ядра. В работах [8, 28, 31] показано, что ДПФ-образы ядер $h_1[n_1]$, $h_2[n_1, n_2]$, $h_3[n_1, n_2, n_3]$ имеют вид

$$H_1[k] = \frac{Y_k X_k^*}{N D_x} = \frac{Y_k X_k^*}{D_x}; \quad (12)$$

$$H_2[k_1, k_2] = \frac{Y_{k_1+k_2} X_{k_1}^* X_{k_2}^*}{2N D_x^2} - \frac{h_0}{2D_x} \delta_{k_1, N-k_2}; \quad (12a)$$

$$H_3[k_1, k_2, k_3] = \frac{Y_{k_1+k_2+k_3} X_{k_1}^* X_{k_2}^* X_{k_3}^*}{6N D_x^3} - \frac{N(H[k_1] \delta_{k_2, N-k_3} + H[k_2] \delta_{k_1, N-k_3} + H[k_3] \delta_{k_1, N-k_2})}{6D_x}, \quad (12b)$$

где $\delta_{n,l}$ – символ Кронекера. Значительный выигрыш при вычислении ядер Винера $H_m[k_1, \dots, k_m]$ достигается за счёт использования свойств симметрии ядер относительно перестановки индек-

сов k_1, k_2, \dots, k_m совместно с перестановкой сомножителей в произведениях $X_{k_1} X_{k_2} \dots X_{k_m}$ в уравнении (11) [28, 35], например $H_2(1,-4) = H_2(-4,1), H_2(4,-1) = H_2(-1,4)$. Дополнительно учитывается также то, что ядра в частотной области обладают свойством эрмитовой симметрии, т. е. свойством комплексного сопряжения $H_m(-k_1, -k_2, \dots, -k_m) = H_m^*(k_1, k_2, \dots, k_m)$, например $H_2(1,-4) = H_2^*(-1,4), H_2(-4,1) = H_2^*(4,-1)$. Использование этой симметрии позволяет исключить избыточность представления ядер [35] и тем самым существенно сократить вычислительные затраты для их определения (рис. 3).

С использованием нелинейной декомпозиции вида (11) в ЛМСС был предложен подход, в соответствии с которым речевой сигнал представлялся на основе набора нелинейных многомерных фильтров m -го порядка, определяемых членами функционального ряда Вольтерра – Винера. В русле данного подхода разработан новый метод распознавания речевого сигнала на основе нелинейной декомпозиции (11) с использованием алгоритмов вычисления оценок ядер Винера (12) – (12б). Согласно разработанному методу каждая речевая фонема ассоциировалась с конкретным видом ядер Винера. Предложенная нелинейная декомпозиция речевого сигнала применялась для распознавания групп фонем белорусского языка. Например, гласные фонемы были записаны с использованием частоты дискретизации 22 050 Гц в 16-битовом формате [28]. На рис. 3 показан фрагмент сигнала, соответствующего фонеме «А» белорусского языка, и вид оцененных ядер Винера (12), (12б) в частотной области, а также фрагмент сигнала фонемы «С» белорусского языка и соответствующие ядра Винера для функционалов, входящих в нелинейное разложение (11) речевого сигнала [28]. Процедура нахождения оценок ядер Винера в частотной области в сочетании с эффективными алгоритмами ДПФ, а также с рациональным способом сканирования ядер Винера позволили, кроме того, существенно сократить вычислительные затраты при реализации нового метода распознавания сигналов речевых фонем [28]. Заметим, что сигнальное представление речевой фонемы позволяет трактовать ее как *временную структуру* внутри речевого сигнала.

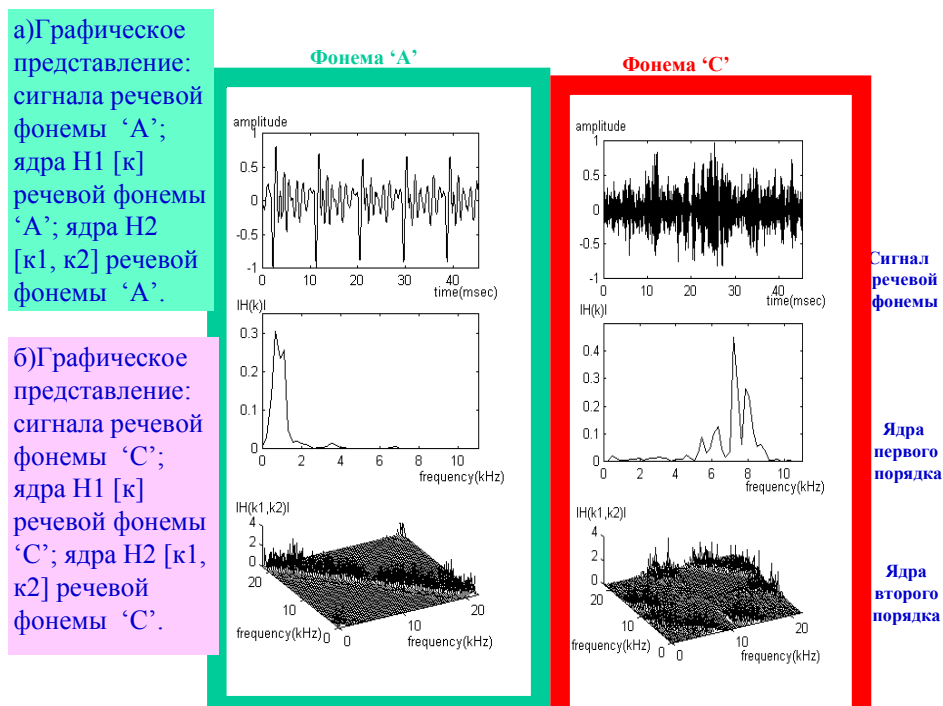


Рис. 3. Распознавание речевых фонем посредством оценивания ядер Винера

3. Исследование моделей самоорганизации упорядоченных пространственных и временных физических структур, полученных на основе вычислительного эксперимента

Исследование механизмов самоорганизации в сложных НДС, приводящих к образованию упорядоченных пространственных и временных структур, имеет большое значение для развития не только фундаментальных исследований, но и прикладных (в частности, в области машиностроения). Действительно, тенденции развития машиностроения в современных условиях настоятельно диктуют необходимость виртуальных тестирований и испытаний изделий машиностроения на основе методов математического и имитационного моделирования, поскольку создание конкурентоспособной продукции в машиностроении невозможно без применения новых информационных технологий уже на этапе проектирования. Логическим следствием этого является внедрение в технологический процесс разработки проектирования изделий машиностроения современных компьютерных методов аэрогазодинамического моделирования процессов в проточных частях машиностроительных конструкций (в частности, в проектируемых или уже функционирующих турбокомпрессорах). Моделирование аэродинамических процессов связано с большими вычислительными затратами и возможно на компьютерах, имеющих достаточно высокие технические характеристики. В этой связи задачу аэрогазодинамического моделирования целесообразно реализовать с помощью специализированного пакета STAR-CD. В ЛМСС были получены некоторые результаты применения программного пакета STAR-CD для численного моделирования аэродинамических процессов в рабочих камерах турбокомпрессора с помощью решения дифференциальных уравнений Навье – Стокса разностными методами. Так, рис. 4 поясняет картину течения воздушных потоков, смоделированных по

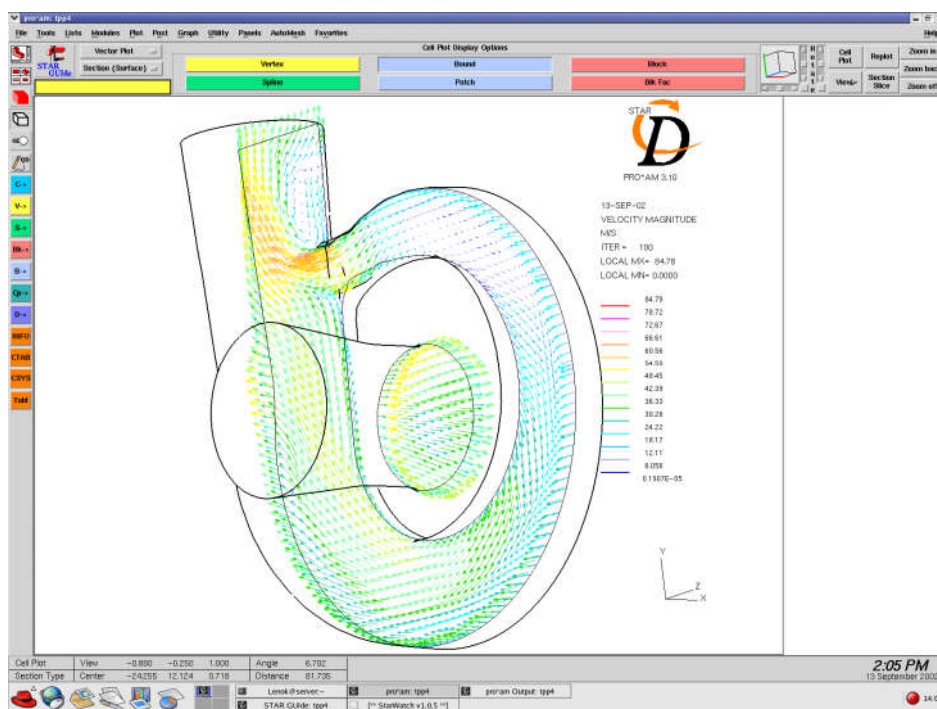


Рис. 4. Распределение поля скоростей в сечении камеры воздуховода компрессора ТКР 6.1

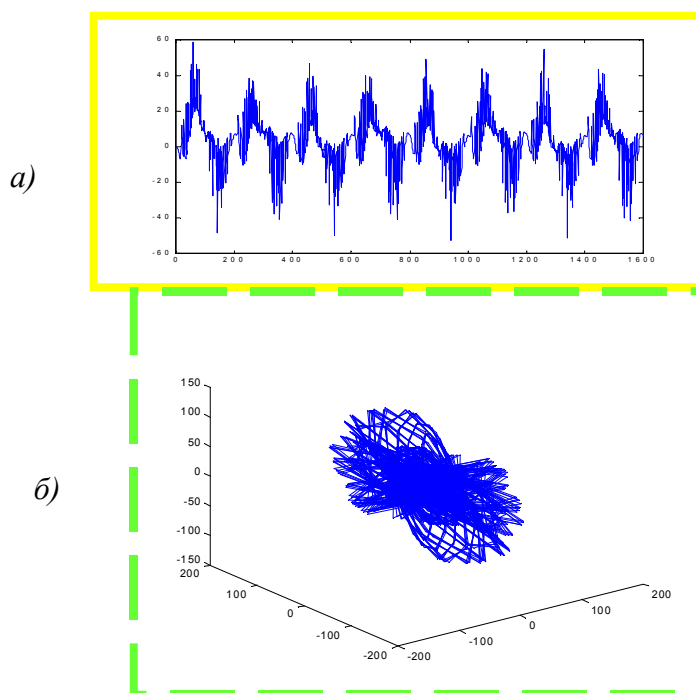


Рис. 5. Временной ряд радиальной компоненты скорости в турбокомпрессоре и его аттракторное представление

результатам вычислительного эксперимента, внутри камеры воздуховода турбокомпрессора. Видно, что имеет место резкое ускорение потока вблизи соединения «улиточной» и «диффузорной» частей воздуховода, а также отчетливо просматривается упорядоченная пространственная структура в виде «застойной области», в которой происходит вихреобразное движение воздушного потока (воздуховорот) на выходе диффузорной трубы воздуховода. Известно [36], что вторичное течение в пространственной структуре типа «воздуховорот» вызывается движением внешнего потока в воздуховоде компрессора. Наличие попятных движений, а также зон замкнутых линий тока воздушных потоков приводит к нежелательному эффекту снижения коэффициента полезного действия компрессора ТКР 6.1, из чего следует необходимость корректировки его геометрической формы.

Учитывая, что процессы аэродинамики порождаются нелинейными явлениями, весьма актуально применение в разрабатываемых моделях методов самоорганизации в сложных НДС. В ЛМСС было выполнено построение аттракторов в псевдофазовом пространстве из временного ряда, полученного посредством численного моделирования временной эволюции распределения полей скоростей и давления в рабочей камере турбокомпрессора. На рис. 5, а показан временной ряд радиальной компоненты скорости в некоторой точке пространства вблизи вращающейся турбины, а на рис. 5, б – картина расположения фазовых траекторий, восстановленных по полной длине временного ряда ($N=1600$), которая подтверждает такое основное свойство хаотического аттрактора, что фазовые траектории являются «плотными» в ограниченной области аттрактора [4] и с течением времени действительно притягиваются к некоторой области пространства. Полученные графические результаты позволяют сделать вывод о том, что к исследованию данного процесса должны быть применены методы фрактально-топологического анализа для диагностики и прогнозирования временной эволюции воздушного потока внутри рабочей камеры турбокомпрессора.

Заключение

С точки зрения внутреннего и внешнего описания систем в работе исследованы сложные НДС и хаотические процессы на основе методов пространства состояний и вход-выходных

представлений. В рамках метода пространства состояний возможны два основных подхода в русле единого внутреннего описания исследуемой модели сложной НДС. Первый из них предполагает описание физической сущности исследуемых процессов посредством корректного вывода системы нелинейных дифференциальных уравнений в частных производных с последующим редуцированием ее к системе обыкновенных дифференциальных уравнений в пространстве состояний исследуемой НДС. Второй подход позволяет реконструировать пространство состояний из наблюдаемых временных последовательностей, представляющих собой измеренные значения физических величин хаотического процесса. В настоящей статье в русле первого подхода исследованы некоторые аэрогидродинамические модели самоорганизации упорядоченных пространственных структур в течениях Релея – Бенара, Куэтта – Тейлора и предложен метод их анализа на основе матричной декомпозиции в пространстве состояний. Разработанный метод анализа аттракторов сложных НДС на основе матричного ряда в пространстве состояний использовался для нахождения значений характеристических параметров, описывающих динамическое состояние сложных НДС (в настоящей статье это показано на примере сложной НДС с аттрактором Лоренца). В русле второго подхода реконструированы (на основе метода задержек) и исследованы аттракторы в пространстве состояний аэродинамических потоков, численно промоделированные на основе пакета STAR-CD в рабочей камере турбокомпрессора. Проведен фрактально-топологический анализ численных аттракторов в реконструированном пространстве состояний. В рамках метода вход-выходных представлений разработан новый метод распознавания сигналов речевых фонем на основе оценивания ядер Винера. Предложен подход, в соответствии с которым речевой сигнал представляется на основе набора нелинейных фильтров, определяемых членами функционального ряда Вольтерра – Винера, и разработан новый метод распознавания речевого сигнала с использованием алгоритмов вычисления оценок ядер Винера. Согласно разработанному методу каждая речевая фонема ассоциируется с конкретным видом ядер Винера. Предложенная нелинейная декомпозиция речевого сигнала применялась для распознавания групп фонем белорусского языка.

Список литературы

1. Николис Г., Пригожин И. Самоорганизация в неравновесных системах: От диссипативных структур к упорядоченности через флуктуации. – М.: Мир, 1979. – 512 с.
2. Хакен Г. Синергетика / Пер. с англ. – М.: Мир, 1980. – 404 с.
3. Берже П., Помо И., Видаль К. Порядок в хаосе. О детерминистическом подходе к турбулентности. – М.: Мир, 1991. – 368 с.
4. Шустер Г. Детерминированный хаос. Введение. – М.: Мир, 1991.
5. Кузнецов С.П. Динамический хаос. – М.: Физматлит, 2001.
6. Калман Р., Фалб П., Арбиб М. Очерки по математической теории систем. – М.: Мир, 1974. – 400 с.
7. Музыкин С.Н., Родионова Ю.М. Моделирование динамических систем. – Ярославль: Верхневолжское изд-во, 1984.
8. Крот А.М. Дискретные модели динамических систем на основе полиномиальной алгебры. – Мн.: Навука і тэхніка, 1990. – 312 с.
9. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Гидродинамика. – М.: Наука, 1986. – 736 с.
10. Lorenz E.N. Deterministic nonperiodic flow // *Journal of Atmospheric Sciences*. – 1963. – V. 20. – P. 130-141.
11. Шлихтинг Г. Теория пограничного слоя. – М.: Наука, 1974.
12. Krot A.M. Matrix decompositions of vector functions and shift operators on the trajectories of a nonlinear dynamical system // *Nonlinear Phenomena in Complex Systems*. – 2001. – V. 4. – № 2. – P. 106-115.
13. Krot A.M. Chaotic dynamic methods based on decomposition of vector functions in vector-matrix series into state-space // *Proc. 10th Mediterranean Electrotechnical Conference (Melecon 2000)*. – Lemesos, Cyprus, 2000. – V. 2. – P. 643-646.

14. Krot A.M. Application of expansion into matrix to analysis of attractors of complex nonlinear dynamical systems // Proc. 14th International Conference on Digital Signal Processing (DSP-2002). – Santorini, Greece, 2002. – P. 959-962.
15. Krot A.M., Tkachova P.P. Investigation of geometric shapes of hydrodynamic structures for identification of dynamical states of convective liquid // Lecture Notes in Computer Sciences (Computational Science and Its Applications – ICCSA 2003). – Montreal, Canada: Springer, 2003. – V. 2667. – Part 1. – P. 398-406.
16. Крот А.М. Анализ аттракторов сложных нелинейных динамических систем на основе матричных рядов в пространстве состояний // Информатика. – 2004. – № 1. – С. 7-16.
17. Grassberger P., Procaccia I. Characterization of strange attractors // Phys. Rev. Lett. – 1983. – V. 50. – P. 346-349.
18. Dailjudenko V.F., Krot A.M. Calculation of the minimal embedding dimension of a chaotic attractor on the basis of local topological analysis of phase trajectories // Computation Mathematics and Mathematical Physics. – 1997. – V. 37. – P. 311-319.
19. Takens F. Detecting strange attractors in turbulence // Dynamical Systems and Turbulence. Lecture Notes in Math. – Berlin: Springer, 1981. – V. 898. – P. 366-381.
20. Krot A.M., Minervina H.B. Minimal attractor embedding estimation based on matrix decomposition for analysis of dynamical systems // Nonlinear Phenomena in Complex Systems. – 2002. – V. 5. – № 2. – P. 161-172.
21. Krot A.M., Minervina H.B. Minimal attractor embedding dimension for discrete dynamic system using state-space method: theoretical ground // Proc. 6th IEEE Intern. Conf. on Electronics, Circuits and Systems (ICECS'99). – Pafos, Cyprus, 1999. – V. 2. – P. 941-944.
22. Krot A.M., Minervina H.B. Using linear and nonlinear decompositions in state-space for calculating minimal dimension embedding of chaotic attractor // Proc. X European Signal Processing Conf. (EUSIPCO 2000). – Tampere, Finland, 2000. – V. 3. – P. 1613-1616.
23. Dailjudenko V.F., Krot A.M., Minervina E.B. Active biomedical media exploration by means of spectral analysis approaches and chaotic signal attractor trajectories investigation // Proc. Intern. Workshop on Models and Analysis of Vocal Emissions for Biomedical Applications (MAVEBA'99). – Firenze, Italy, 1999. – P. 157-162.
24. Винер Н. Нелинейные задачи в теории случайных процессов. – М.: Изд-во иностр. лит., 1961.
25. French A.S., Butz E.G. Measuring the Wiener kernels of nonlinear system using the fast Fourier algorithm // Int. J. Control. – 1973. – № 17. – P. 529-539.
26. Krot A.M., Tkachova P.P. New approach to chaotic signal recognition using nonlinear signal decomposition // Proc. Conference on Artificial Neural Networks in Engineering (ANNIE '99). St. Louis, Missouri, USA, 1999. – New York: ASME Press, 1999. – V. 9. – P. 659-666.
27. Krot A.M., Tkachova P.P. Speech recognition based on nonlinear signal decomposition // Proc. SPIE 14th Annual Intern. Symposium on Aerospace/Defense Sensing, Simulation, and Controls (AeroSense). – Orlando, Florida, USA, 2000. – V. 4052. – P. 482-489.
28. Krot A.M., Tkachova P.P., Goncharov B.A. New approach to speech signal recognition using nonlinear signal decomposition by measuring Wiener kernels // Smart Engineering System Desing. – 2002. – V. 4. – P. 265-276.
29. Rabiner L.R., Juang B.H. Fundamentals of Speech Recognition. – Englewood Cliffs, NJ: Prentice Hall Inc., 1993.
30. Bourland H.A., Morgan N. Connectionist Speech Recognition: A Hybrid Approach. – Boston, M.A.: Kluwer Academic Publishers, 1994.
31. Krot A.M., Minervina E.B. Identification and modeling of complex system based on series from the orthogonal Wiener-Volterra functionals // Advances in Synergetics. – 1995. – V. 6. – P. 184-190.
32. Krot A.M., Shcherbakov M.A. Identification of discrete input nonlinear systems for digital chaotic signal processing // Recent Advances in Informational Science and Technology. – Singapore, New Jersey, London etc.: World Scientific, 1998. – P. 251-253.
33. Нуссбаумер Г. Быстрое преобразование Фурье и алгоритмы вычисления сверток. – М.: Радио и связь, 1985.

34. Крот А.М., Минервина Е.Б. Быстрые алгоритмы и программы цифровой спектральной обработки сигналов и изображений. – Мн.: Навука і тэхніка, 1995. – 407 с.
35. Krot A.M., Tkachova P.P., Minervina H.B. On algorithm for phoneme speech recognition using nonlinear signal decomposition // Proc. 8th IEEE International Conference on Electronics, Circuits and Systems (ICECS 2001). – Malta, 2001. – V. 3. – P. 1251-1254.
36. Лойцянский Л.Г. Механика жидкости и газа. – М.: Наука, 1973. – 840 с.

Поступила 05.11.04

*Объединенный институт проблем
информатики НАН Беларуси,
Минск, Сурганова, 6
e-mail: alxkrot@newman.bas-net.by*

A.M. Krot

**DEVELOPMENT AND INVESTIGATION OF COMPLEX DYNAMICAL SYSTEMS
MODELS ON THE BASIS OF INPUT-OUTPUT REPRESENTATION
AND STATE-SPACE METHODS**

The main scientific directions of the laboratory of self-organization system modeling of UIIP NASB are considered. The complex nonlinear dynamical systems (NDS) and chaotic processes are investigated regarding the internal and external system descriptions based on state-space and input-output representation methods. Within framework of state-space method, aerohydrodynamic models for self-organization of spatial structures in Rayleigh–Benard’ and Couette–Taylor’s flows are considered. The new method for their analysis based upon the matrix decomposition in state-space is proposed. Within framework of input-output representation, the new method for phoneme speech signal recognition by measuring Wiener kernels is developed. The models for self-organization of spatial and temporal structures as the result of computational modeling aerodynamic flows inside machine-building constructions are investigated.