

УДК 519.8

Г.М. Левин

**МЕТОДЫ ОПТИМИЗАЦИИ ПРОЕКТНЫХ РЕШЕНИЙ В САПР**

*Приводится обзор некоторых результатов, полученных в ОИПИ НАН Беларуси в области параметрической декомпозиции оптимизационных задач и разработки математических моделей и методов для оптимизации проектных решений в САПР. Основное внимание уделяется общей схеме расширенной параметрической декомпозиции оптимизационных задач, достаточным условиям ее применимости, взаимосвязи стационарных и локальных областей получаемых подзадач с аналогичными областями исходной задачи; моделям и методам оптимизации многозвенных трансмиссионных систем и технологических процессов для многопозиционного оборудования; подходам к построению индивидуализированных эталонов сложных пространственных объектов при их морфологическом анализе.*

**Введение**

Подсистемы поддержки принятия проектных решений представляют одну из важнейших компонент современных САПР. Основная функция таких подсистем – выработка рекомендаций по рациональным проектным решениям (или их фрагментам) на всех стадиях проектирования сложных технических систем. Решение этой проблемы связано с формализацией процессов принятия проектных решений. Среди наиболее развитых подходов к проблеме можно отметить такие, как моделирование действий высококвалифицированного проектировщика; ситуационное, операционное и имитационное моделирование; разработка экспертных систем с использованием различных баз знаний. Каждый из этих подходов обладает своими потенциальными возможностями, имеет определенные преимущества и недостатки. Вместе с тем при проектировании сложных объектов обычно не достаточно использования отдельных подходов к формализации процессов принятия решений. Наиболее целесообразным является их комплексное применение, позволяющее этим подходам взаимно дополнять друг друга.

Ниже дается обзор некоторых результатов, полученных в ОИПИ НАН Беларуси в области операционного моделирования в САПР.

**1. Параметрическая декомпозиция оптимизационных задач**

Сложность оптимизационных моделей многих проектных задач вызывает зачастую необходимость в специальных методах и программных средствах для их решения. Значительные перспективы при разработке таких методов представляет использование декомпозиционных методов. Эти методы предполагают замену исходной задачи некоторой совокупностью взаимосвязанных подзадач. Получаемые подзадачи обычно более просты, и в ряде случаев все (либо часть из них) могут быть решены известными методами и программными средствами.

Начало развитию декомпозиционных методов решения оптимизационных задач положено в первой половине 1960-х гг., когда были предложены методы генерации столбцов и расчленения ограничений для декомпозиции задач линейного программирования с блочно-диагональной структурой части ограничений. В дальнейшем были разработаны методы, базирующиеся на таких принципах, как релаксация ограничений, закрепление ограничений, генерация и релаксация ограничений, агрегирование переменных, использование функций Лагранжа, использование малого параметра. Основные идеи этих методов представлены в [1–3].

Указанные методы не позволяли, однако, в полной мере использовать специфику многих проектных задач, что привело к необходимости разработки достаточно общего подхода – так называемой параметрической декомпозиции. В работах сотрудников института в этой области можно выделить два этапа. Первый включает работы по собственно параметрической декомпозиции [2 – 6], а второй связан с обобщением полученных результатов и разработкой так назы-

ваемой расширенной параметрической декомпозиции [7–10]. Ниже представлено краткое описание основных результатов второго этапа.

**Общая схема расширенной параметрической декомпозиции** основана на специальной параметризации исходной задачи, позволяющей комплексно использовать такие приемы, как декомпозиция и погружение.

Рассматривается задача **A** отыскания  $x^* \in X_A^* = \text{Argmin} \{g(x) | x \in X_A\}$ , где  $X_A \subseteq X$ ,  $X$  – некоторое множество и  $g: X \rightarrow R$  – заданная функция. При расширенной параметрической декомпозиции задачи **A** вводятся:

- множество  $X \subseteq X$ , такое, что  $X \cap X_A^* \neq \emptyset$ ;
- множество  $Y$  возможных значений дополнительного параметра  $y$ ;
- отображение  $w: X \rightarrow Y$ , такое, что  $w(X) = Y \subseteq Y$ ;
- множество  $X(y) \subseteq X$  для каждого  $y \in Y$ , причем  $X(y) \neq \emptyset$  для любого  $y \in Y$ ;
- функции  $f: X \times Y \rightarrow R$  и  $h: X \times Y \rightarrow R$ .

Формируются две взаимосвязанные задачи:

- **B'(y)** нижнего уровня отыскания  $x^*(y) \in X^*(y) = \text{Argmin} \{f(x,y) | x \in X(y)\}$  при фиксированном значении  $y \in Y$ ;

- **B''** верхнего уровня отыскания  $y^* \in Y^* = \text{Argmin} \{H(y) | y \in Y\}$ , где  $H(y) = h(x^*(y), y)$ , если  $X(y) \neq \emptyset$ , либо  $H(y) \geq M$ , если  $X(y) = \emptyset$ ,  $M$  – достаточно большое число.

Отметим, что представленная схема параметризации и построения задач **B''** и **B'(y)** совпадает с рассматриваемой в [2–7] схемой параметрической декомпозиции, если  $X = X_A$ ;  $h(x,y) = f(x,y)$  для всех  $x \in X$ ,  $y \in Y$ ;  $X(y) \neq \emptyset$  для всех  $y \in Y$ . Расширенная параметрическая декомпозиция дает дополнительные возможности для более рационального выбора пары взаимосвязанных задач (**B''**, **B'(y)**), поскольку выполнение указанных условий не требуется.

Далее используются следующие обозначения:  $X_A = X_A \cap X$ ,  $X^* = X_A^* \cap X$  и  $Y_A = w(X_A)$ .

**Достаточные условия применимости схемы.** Для успешного применения рассматриваемой схемы при решении конкретных задач необходимо располагать условиями, гарантирующими, что она позволяет получить решение исходной задачи, т. е.  $x^*(y^*) \in X_A^*$ , и что задачи **B''** и **B'(y)** не сложнее исходной.

Были получены следующие достаточные условия:

- 1)  $f(x,y) \geq f(x,w(x))$  и  $h(x,y) \geq h(x,w(x))$  для  $x \in X(y)$ ;
- 2)  $f(x_1, w(x_1)) \geq f(x_2, w(x_2)) \Leftrightarrow g(x_1) \geq g(x_2)$ ;
- 3)  $h(x_1, w(x_1)) \geq h(x_2, w(x_2)) \Leftrightarrow f(x_1, w(x_1)) \geq f(x_2, w(x_2))$ ;
- 4)  $h(x_1, y) \geq h(x_2, y)$  при  $x_1 \in w^{-1}(y)$  и  $x_2 \in X^*(y) \cup X^h(y)$ ;
- 5)  $h(x_1, w(x_1)) > h(x_2, w(x_2))$  при  $x_1 \in X \setminus X_A$  и  $x_2 \in X_A \cap (X(y) \cup w^{-1}(y))$ .

Здесь  $X^h(y) = \text{Argmin} \{h(x,y) | x \in \text{Argmin} \{f(x,y) | x \in w^{-1}(y)\}\}$ .

В этих условиях справедливы следующие утверждения.

**Теорема 1.** Для любых  $y \in Y$  значение  $H(y) \geq H(y^*)$ , где  $y^* = w(x^*(y))$ . Если  $y \in Y^*$ , то  $x^*(y) \in X_A^*$  и  $y^* \in Y^*$ .

**Теорема 2.** Пусть для любых  $x_1, x_2 \in X$  из условия  $h(x_1, w(x_1)) - h(x_2, w(x_2)) \leq \varepsilon$ ,  $\varepsilon > 0$ , следует, что  $g(x_1) - g(x_2) \leq \delta(\varepsilon)$ . Тогда если  $y'$  является  $\varepsilon$ -приближенным решением задачи **B''**, то  $x^*(y')$  является  $\delta(\varepsilon)$ -приближенным решением исходной задачи **A**.

Условия 1) – 5) обеспечивают также определенную взаимосвязь стационарных и локальных областей целевых функций задач **B''** и **B'(y)** с аналогичными областями исходной задачи **A** (определения указанных областей можно найти в [2]). Интерес к таким областям обусловлен тем, что их характер и количество в задачах **B''** и **B'(y)** во многом определяют сложность решения этих задач с использованием итерационных процедур. Указанная взаимосвязь исследовалась в предположении, что все рассматриваемые функции являются  $\varepsilon$ -устойчивыми [2], а множества принадлежат конечномерным Евклидовым пространствам.

Следующее утверждение дает классификацию стационарных (локальных) областей задачи **B''** с точки зрения их взаимосвязей с аналогичными областями задачи **A** в условиях 1) – 5).

**Теорема 3.** Для любой стационарной области  $Y_H$  задачи **B''** либо  $X(y) = \emptyset$  для всех  $y \in Y_H$ , либо  $X(y) \neq \emptyset$  для всех  $y \in Y_H$ . В последнем случае  $Y_H$  принадлежит к одному из классов:

1.  $Y_H \cap Y_A \neq \emptyset$ , при этом  $X^*(Y_H) \subseteq X_A$ .
2.  $Y_H \cap Y_A = \emptyset$ , но  $X^*(Y_H) \subseteq X_A$ .
3.  $Y_H \cap Y_A = \emptyset$  и  $X^*(Y_H) \cap X_A = \emptyset$ , причем  $[Y_H] \cap Y_A = \emptyset$ , если  $Y_H$  – локальная область.

Среди стационарных (локальных) областей класса 1 выделяется подкласс областей, представляющих наибольший интерес.

**Теорема 4.** Если  $Y_{H11}$  – стационарная (локальная) область класса 1,  $y \in Y_{H11} \cap Y_A$ ,  $x \in w^{-1}(y)$  и  $g(x) = g(x^*(y))$ , то существует содержащая  $x$  стационарная (локальная) область  $X_g$ , такая, что  $w(X_g) \subseteq Y_{H11}$ , причем  $H(y) = \min \{h(x, y) | x \in \operatorname{argmin} \{f(x', y) | x' \in w^{-1}(y)\}\}$ .

Показано, что, как правило, только области этого подкласса оказывают существенное влияние на сложность решения задачи  $\mathbf{B}''$ . Поскольку каждая стационарная (локальная) область указанного типа в задаче  $\mathbf{B}''$  порождается соответствующей стационарной (локальной) областью исходной задачи  $\mathbf{A}$ , то число таких локальных областей в задаче  $\mathbf{B}''$  не превосходит общего числа локальных областей в исходной задаче  $\mathbf{A}$ . Тем самым гарантируется, что при выполнении условий 1) – 5) указанная характеристика задачи  $\mathbf{B}''$  не хуже, чем у задачи  $\mathbf{A}$ .

Выявлен также ряд причин, по которым стационарные и локальные области исходной задачи  $\mathbf{A}$  порождают аналогичные области в задаче  $\mathbf{B}'(y)$ .

**Параметрическая декомпозиция задач математического программирования.** Предложено несколько подходов к построению схем расширенной параметрической декомпозиции для задач математического программирования: найти  $x^* \in \operatorname{Argmin} \{g_0(x) | G(x) \leq 0, x \in X_0\}$ . Здесь  $X_0 \subseteq R^n$ ;  $G(x) = (g_1(x), \dots, g_m(x))$  и  $g_j(x)$ ,  $j \in J_0 = \{0, \dots, m\}$ , являются непрерывными действительными функциями, определенными на  $X_0$ ;  $X_A = \{x \in X_0 | G(x) \leq 0\}$ .

**Фрагментарная параметризация** представляет один из естественных способов формирования компонент задач  $\mathbf{B}''$  и  $\mathbf{B}'(y)$  по исходной задаче  $\mathbf{A}$ . Она предполагает замену параметрами всех либо части фрагментов целевой функции и/или ограничений.

Представим все либо некоторые из функций  $g_j(x)$ ,  $j \in J_0$ , в виде сложных функций  $g_j(x) = v_j(w_1(x), \dots, w_p(x), x)$  от промежуточных аргументов из некоторого набора  $w = \{w_1(x), \dots, w_p(x)\}$  непрерывных функций. Набор  $w$  определяет отображение множества  $X_A$  на множество  $Y_A = w(X_A)$  так, что  $y = (y_1, \dots, y_p) = w(x) = (w_1(x), \dots, w_p(x))$ .

Пусть  $Y_0$  – некоторое подмножество пространства  $R^p$ , содержащее множество  $Y_A$ . Рассмотрим функции  $f_j(x, y)$ ,  $j \in J_0$ , которые получаются из функций  $v_j(w_1(x), \dots, w_p(x), x)$  заменой всех либо части фрагментов  $w_k(x)$  соответствующими значениями  $y_k$ . Если для некоторого  $j$  функция  $g_j(x)$  не зависит от  $w_k(x)$  для всех  $k=1, \dots, p$ , то  $f_j(x, y) = g_j(x)$ . Обозначим через  $F(x, y)$  вектор-функцию с компонентами  $f_j(x, y)$ ,  $j=1, \dots, m$ , зависящими от  $x$ , а через  $\Phi(y)$  – вектор-функцию с компонентами  $f_j(x, y)$ , не зависящими от  $x$ . Положим  $h(x, y) = f(x, y) = f_0(x, y)$  и  $Y = \{y \in Y_0 | \Phi(y) \leq 0\}$ .

Тогда в качестве задачи  $\mathbf{B}'(y)$  может быть принята задача поиска  $x^*(y) \in X^*(y) = \operatorname{Argmin} \{f(x, y) | x \in X(y)\}$ , где  $X(y) = \{x \in X_0 | F(x, y) \leq 0, g_j(x) - f_j(x, y) \leq 0, j \in J_0\}$ , а в качестве задачи  $\mathbf{B}''$  – задача поиска  $y^* \in Y^* = \operatorname{Argmin} \{H(y) | y \in Y\}$ , где  $H(y) = f(x^*(y), y)$  при  $X(y) \neq \emptyset$  и  $H(y) > M$  при  $X(y) = \emptyset$ .

Нетрудно показать, что в этом случае обеспечивается выполнимость условий 1) – 5) и справедливо следующее утверждение.

**Теорема 5.** Если  $y^*$  является  $\varepsilon$ -приближенным решением задачи  $\mathbf{B}''$ , то  $x^*(y^*)$  является  $\delta$ -приближенным решением исходной задачи  $\mathbf{A}$ , причем  $\delta \leq \varepsilon$ .

Задача  $\mathbf{B}'(y)$  может быть заменена произвольной задачей из семейства  $\{\mathbf{B}'(y, J) | J \subseteq J_0\}$  задач, получаемых из  $\mathbf{B}'(y)$  следующим преобразованием. Пусть  $J \subseteq J_0$ ;  $J' = J_0 \setminus J$ ;  $P_j$  – множество индексов  $i \in \{1, \dots, p\}$ , для которых  $f_j(x, y)$  зависит от  $y_i$ ;  $P(J) = \bigcup_{j \in J'} P_j$ . Положим  $X(y, J) = \{x \in X_0 | F(x, y) \leq 0; g_j(x) - f_j(x, y) \leq 0, j \in J; w_i(x) \leq (\geq, =) y_i, i \in P(J)\}$ , где  $w_i(x) \leq (\geq) y_i$ , когда  $f_j(x, y)$  не убывает (не возрастает) по  $y_i$  при  $i \in P_j$  для всех  $j \in J'$ . Тогда вместо задачи  $\mathbf{B}'(y)$  можно рассматривать задачу  $\mathbf{B}'(y, J)$  поиска  $x^*(y, J) \in X^*(y, J) = \operatorname{Argmin} \{f(x, y) | x \in X(y, J)\}$ , полагая  $x^*(y) = x^*(y, J)$  в задаче  $\mathbf{B}''$ . Задачи  $\mathbf{B}'(y)$  и  $\mathbf{B}'(y, J_0)$  совпадают,  $X(y, J) \subseteq X(y)$  для любых  $J \subseteq J_0$  и  $y \in Y$ , условия 1) – 5) выполняются.

Следующие утверждения устанавливают некоторые дополнительные свойства задач  $\mathbf{B}''$  и  $\mathbf{B}'(y, J)$ , которые могут быть использованы в вычислительных схемах их совместного решения.

**Теорема 6.** Если функции  $f_j(x, y)$ ,  $j \in J_0$ , не убывают по  $y$ ,  $y' \in Y$ ,  $J \subseteq J_0$  и  $x \in X(y', J)$ , то  $\Phi(y) \leq 0$  и

$H(y) < M$  для всех  $y \in Y_0$ , таких, что  $w(x) \leq y \leq y'$ .

Таким образом, в задаче  $\mathbf{B}'(y, J)$  в условиях этой теоремы подмножества минимальных (относительно  $\leq$ ) точек множеств  $Y_A$  и  $\{y \in Y \mid H(y) < M\}$  совпадают для любых  $J \subseteq J_0$ .

**Теорема 7.** Пусть функции  $f_j(x, y)$ ,  $j \in J_0$ , не убывают по  $y \in Y_0$  и из условий  $y_1, y_2 \in Y$  и  $y_1 < y_2$  следует, что  $X(y_1, J) \cap X(y_2, J) \neq \emptyset$ . Тогда  $\Phi(y) \leq 0$  и  $H(y) < M$  для всех  $y \in [y_1, y_2] \cap Y_0$ .

При выполнении условий теоремы 7 множество  $Y_0$  может быть выбрано так, что множество  $\{y \in Y \mid H(y) < M\}$  наряду с парой точек  $y_1 < y_2$  содержит и отрезок  $[y_1, y_2]$ . При этом имеет место

**Теорема 8.** Пусть в условиях теоремы 7 функция  $f_0(x, y)$  строго монотонна по  $y$ ,  $y_1 < y_2$  и  $[y_1, y_2] \subseteq Y_0$ . Тогда  $X^*(y, J) \subseteq w^{-1}(y) \cap X_A$  для каждой точки  $y \in Y_A$ , принадлежащей стационарной области  $Y_H$ .

В условиях этой теоремы каждая стационарная (локальная) область задачи  $\mathbf{B}''$ , содержащая точки  $y$  с  $H(y) < M$ , содержит и образ некоторой стационарной (локальной) области исходной задачи  $\mathbf{A}$ . Таким образом, количество таких локальных областей в задаче  $\mathbf{B}''$  не превосходит количество локальных областей в исходной задаче  $\mathbf{A}$ .

*Фрагментарное погружение* предполагает расширение непустого множества  $X(y, J)$  в задачах  $\mathbf{B}'(y, J)$  до «более удобных» (в вычислительном отношении) множеств исключением из соответствующей системы ограничений некоторых ограничений с подходящим доопределением функции  $f(x, y)$  на получаемых расширениях. Показано, что при ряде достаточно простых предположений относительно этого доопределения также имеют место условия 1) – 5).

*Параметризация невязок* является, по существу, специфическим частным случаем предыдущего. Представим  $X_A = \{x \in X_0 \mid G_s(x) \leq 0, s=0, \dots, t\}$ , где  $G_s(x)$  – вектор-функции, полученные группированием компонент вектор-функции  $G(x)$ . Введем функции  $w_s(x)$ ,  $s=1, \dots, t$ , как неубывающие суперпозиции невязок ограничений подсистем  $G_s(x) \leq 0$ , полагая  $w_s(x) = 0$ , если все невязки этой подсистемы равны 0. Пусть  $w(x) = (w_1(x), \dots, w_t(x))$  и  $Y = w(X_0)$ . Положим  $X(y) = \{x \in X_0 \mid G_0(x) \leq 0, w_s(x) \leq y_s, s=1, \dots, t\}$ ,  $f(x, y) = g_0(x)$ ,  $h(x, y) = f(x, y) + \varphi(y)$ , где  $\varphi(y)$  – неубывающая функция, такая, что  $\varphi(y) = 0$  при  $y = 0$  и  $\varphi(y) \geq M'$  при  $y > 0$ . Очевидно, что в данном случае  $y = 0$  является решением задачи  $\mathbf{B}''$ , а  $x^*(0)$  – решением исходной задачи  $\mathbf{A}$ .

Параметризация невязок целесообразна в тех случаях, когда нетрудно определить решение  $x^0$  задачи, получаемой из  $\mathbf{A}$  исключением некоторой группы ее ограничений, с последующим отслеживанием траектории  $x^*(y)$  при изменении параметра  $y$  от  $y^0 = w(x^0)$  до  $y = 0$ .

*Смешанная параметризация* основана на комплексном применении отмеченных выше приемов.

**Некоторые приложения.** С использованием схем параметрической декомпозиции в ОИПИ НАН Беларуси были разработаны декомпозиционные методы решения ряда специальных классов оптимизационных задач, возникающих в том числе и в САПР. Здесь можно отметить, в частности, задачи линейного программирования квазиблочной структуры с дополнительными альтернативными ограничениями [11]; минимизации суперпозиции рекуррентно-монотонных функций на параметризованных путях орграфа [12, 13]; специальные задачи оптимизации параметров дуг сети [14, 15]; оптимизации режимов одно- и многоинструментальной обработки [2, 16]; оптимизации технологических процессов обработки деталей на многопозиционном оборудовании [2, 16–18]; оптимизации многоступенчатых трансмиссий сложной сетевой структуры [19–22].

## 2. Оптимизация основных проектных параметров многозвенных трансмиссий

Проектирование трансмиссионных систем является одной из типовых задач при разработке многих машиностроительных объектов различного назначения. Эта задача достаточно сложна, трудоемка, многопланова и требует для своего решения специалистов высокой квалификации. Проблемам автоматизации отдельных аспектов проектирования трансмиссий в ОИПИ НАН Беларуси традиционно уделяется большое внимание. Ниже приводятся некоторые результаты, полученные при разработке моделей и методов для поиска на начальном этапе про-

ектирования рациональных значений основных проектных параметров многозвенных трансмиссий.

**Общая постановка задачи.** Рассматриваются многозвенные силовые механические трансмиссии, которые могут включать валную коробку передач и цепочки передач различных типов, передающих вращение от входного вала трансмиссии на входной вал коробки передач, а также от выходного вала коробки на выходной вал трансмиссии. Трансмиссия анализируется как единая «однородная» система, в которой каждая структурно сложная компонента представляется совокупностью образующих ее взаимосвязанных передач. При этом структура трансмиссии предполагается заданной.

Цель исследований – разработка комплекса моделей и методов для выработки рекомендаций по рациональным значениям следующих параметров трансмиссий: реализуемому ряду общих передаточных отношений кинематических цепей трансмиссии; распределению этих отношений по передачам; основным рабочим параметрам элементов трансмиссии (типам, диаметрам и ширине зубчатых венцов, модулям и числам зубьев передач; наружным диаметрам валов).

Учитываются следующие основные функциональные, кинематические, прочностные и конструктивные факторы: номинальная частота вращения двигателя, желательный ряд общих передаточных отношений кинематических цепей трансмиссии, допустимые значения передаточных отношений передач и их предпочтительные значения (если таковые имеются), допустимые частоты вращения промежуточных валов, нагруженность каждой из кинематических цепей трансмиссии, прочностные характеристики материалов элементов, требуемые межцентровые расстояния (при необходимости). Предполагается, что расчетный режим нагруженности каждой из кинематических цепей задается общим временем работы цепи и реализуемой при этом расчетной мощностью на выходном валу.

В качестве основных критериев качества проектных решений приняты: взвешенная сумма квадратов отклонений полученных общих передаточных отношений кинематических цепей и передаточных отношений передач от их желаемых значений, долговечность трансмиссии в целом, ожидаемая суммарная масса зубчатых передач и валов.

**Математическая модель.** Исследуются трансмиссии, структурно-функциональная схема которых представима конечным бесконтурным ориентированным мультиграфом  $G=(V,E)$ , в котором истоку  $v_0 \in V$  соответствует входной вал трансмиссии, стоку  $v_i \in V$  – ее выходной вал, вершинам из  $V \setminus \{v_0, v_i\}$  – промежуточные валы, а дугам из  $E$  – передачи. В дальнейшем  $v_1(e)$  и  $v_2(e)$  обозначают начальную и конечную вершины дуги  $e$  (т. е. входной и выходной валы передачи  $e$ );  $L(v) = \{L_k(v) | k=1, \dots, r(v)\}$  – множество путей  $L_k(v)$  в графе  $G$  из вершины  $v_0$  в вершину  $v \in V \setminus \{v_0\}$ . Каждому пути  $L_k(v) \in L(v)$  взаимно однозначно соответствует кинематическая цепь, передающая движение от входного вала  $v_0$  к валу  $v \in V \setminus \{v_0\}$ .

Далее используются следующие обозначения искоемых проектных параметров и данных технического задания:  $x(e)$  – передаточное отношение передачи  $e \in E$ ;  $z(e) = (z_1(e), z_2(e))$ , где  $z_1(e)$  и  $z_2(e)$  – числа зубьев передачи  $e$  ведущего и ведомого колес соответственно;  $u(e)$  – вектор искоемых рабочих параметров передачи  $e \in E$  (в частности, для зубчатых передач – тип, диаметры и ширина зубчатых венцов);  $w(v)$  – наружный диаметр вала  $v \in V$ ;  $n_0$  – номинальная частота вращения двигателя;  $c = (c_1, c_2, \dots, c_r)$  – желаемый ряд общих передаточных отношений кинематических цепей трансмиссии, где  $r$  – общее число кинематических цепей между входным и выходным валами трансмиссии;  $\alpha = (\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_r)$  – вектор коэффициентов относительной важности близости компонент получаемого ряда общих передаточных отношений кинематических цепей к их желаемому значению;  $T$  – расчетная продолжительность эксплуатации трансмиссии;  $t_k$  и  $N_k$  – относительная продолжительность работы  $k$ -й кинематической цепи и расчетная мощность на выходном валу при этом;  $P_0$  – минимально допустимая вероятность невыхода трансмиссии из строя за период  $T$ ;  $[\underline{x}(e), \bar{x}(e)]$  – интервал допустимых значений передаточного отношения  $x(e)$ ;  $Z_i(e)$  – множество допустимых чисел зубьев ведущего ( $i=1$ ) или ведомого ( $i=2$ ) колеса передачи  $e$ ;  $U(e)$  – множество допустимых значений  $u(e)$ ; множество  $\bar{n}(v)$  – максимально допустимое значение частоты вращения промежуточного вала  $v \in V$ ;  $W(v)$  – множество допустимых значений  $w(v)$ . В дальнейшем также  $x = \{x(e) | e \in E\}$ ;  $X = \{x | x(e) \in [\underline{x}(e), \bar{x}(e)]\}$ ;  $u = \{u(e) | e \in E\}$ ;  $w = \{w(v) | v \in V\}$ ;

$$n_k(v,x)=n_0/\prod_{e \in L_k(v)} x(e); \quad N(v,x)=(n_1(v,x), \dots, n_{r(v)}(v,x)).$$

Для заданных расчетных условий нагружения выходного вала по каждой из кинематических цепей наборы  $N(v,x)$  и  $(x(e), N(v_1(e),x))$  определяют общую нагруженность вала  $v \in V$  и передачи  $e \in E$ . На базе этих наборов строятся функции  $P_v(N(v,x), w(v), T)$  и  $P_e(x(e), N(v_1(e),x), u(e), T)$ , определяющие вероятность работоспособности вала  $v \in V$  и передачи  $e \in E$  в течение заданного периода  $T$  при фиксированных значениях  $x$ ,  $w$ ,  $u$  и заданных функциях распределения прочностных характеристик материалов. Строятся также функции  $M_v(w(v))$  и  $M_e(u(e), w(v_1(e)), w(v_2(e)))$ , оценивающие массу вала  $v$  и передачи  $e$  при фиксированных значениях  $w$  и  $u$ .

Исследуемая проектная задача представляется следующей математической моделью:

$$g_1(x) = \sum_{k=1}^r a_k (\ln c_k - \ln n_k(v_t, x))^2 \rightarrow \min; \quad (1)$$

$$g_2(x, u, w) = P((P_v(N(v, x), w(v), T) | v \in V), (P_e(x(e), N(v_1(e), x), u(e), T) | e \in E)) \rightarrow \max; \quad (2)$$

$$g_3(u, w) = \sum_{e \in E} M_e(u(e), w(v_1(e)), w(v_2(e))) + \sum_{v \in V} M_v(w(v)) \rightarrow \min; \quad (3)$$

$$n_k(v, x) \leq \bar{n}(v), \quad v \in V, \quad k=1, \dots, r(v); \quad x \in X; \quad (4)$$

$$x(e) = z_2(e)/z_1(e), \quad z_i(e) \in Z_i(e), \quad i=1, 2, \quad e \in E; \quad (5)$$

$$w(v) \in W(v), \quad v \in V; \quad u(e) \in U(e), \quad e \in E. \quad (6)$$

Здесь целевые функции  $g_1(\cdot)$ ,  $g_2(\cdot)$  и  $g_3(\cdot)$  отражают стремление минимизировать отклонение получаемого ряда общих передаточных отношений кинематических цепей от желаемого, максимизировать вероятность работоспособности трансмиссии в течение заданного периода, минимизировать общую массу передач и валов. Ограничения учитывают допустимые значения номинальных частот вращения валов, а также искомым проектным параметрам. Вид функции  $P(\cdot)$  зависит от предположения относительно способа оценки указанной вероятности. Рассматривались два способа оценки: по вероятности лимитирующего элемента и по произведению вероятностей всех рассматриваемых элементов.

**Общая декомпозиционная схема решения** задачи (1) – (6) предполагает активное участие квалифицированного проектировщика в оценке и принятии промежуточных решений и базируется на комплексном использовании нескольких декомпозиционных методов в комбинации с различными методами нелинейного программирования. Она включает несколько последовательно выполняемых процедур.

В результате первой из них уточняется реализуемый ряд  $c^* = (c_k^* = n_k(v_t, x^*) | k=1, \dots, r)$  общих передаточных отношений кинематических цепей и определяются предварительные значения передаточных отношений и чисел зубьев передач с учетом принятых кинематических ограничений. Эта задача (задача **A**) сводится к минимизации функции  $g_1(\cdot)$  при ограничениях (4) и (5). Она решается в два приема. Сначала решается задача квадратичного программирования, получаемая логарифмированием переменных  $x(e)$  в задаче (1), (4); затем найденное решение уточняется специальной модификацией метода ветвей и границ. Меняя значения  $a_k$ , можно управлять получаемыми решениями.

Вторая процедура осуществляет предварительный оптимизирующий прочностной расчет, предполагающий минимизацию функции  $g_3(\cdot)$  при ограничениях (4), (6) и фиксированных значениях компонент ряда  $c^*$  и функции  $g_2(\cdot)$  (задача **B**). Разработанная схема ее решения базируется на найденной системе инвариантов, связывающих возможные значения  $n_k(v, x)$  и  $x(e)$  при фиксированном значении  $c^*$ . Схема основана на параметрической декомпозиции получаемой задачи, при которой подзадача верхнего уровня решается методом динамического программирования, а подзадача нижнего уровня распадается на  $|V|+|E|$  достаточно простых подзадач по автономной оптимизации рабочих параметров  $u(e)$  и  $w(v)$  передач и валов. Варьируя значениями  $c^*$  и  $g_2(\cdot)$ , проектировщик может получить решение с рациональным сочетанием значений всех трех целевых функций.

Третья процедура определяет значения  $z_i(e)$  и уточняет полученные ранее значения  $u(e)$  и  $w(v)$  с учетом требований по межцентровым расстояниям. Эти значения затем могут быть дополнительно уточнены при компоновочном проектировании трансмиссии.

Более подробно основные детали предлагаемых подходов к задачам **A** и **B** изложены в [14, 19–23]. Некоторые специальные случаи задачи (1) – (6) исследуются в [24, 25].

На базе предложенных методов решения задачи (1) – (6) разработана система поддержки принятия решений при проектировании многозвенных механических трансмиссий [26]. Она прошла экспериментальную проверку, в частности, на задачах проектирования трансмиссий тракторов МТЗ.

### 3. Оптимизация многопозиционных технологических процессов

Многопозиционная многоинструментальная обработка играет существенную роль в серийном производстве во многих отраслях машиностроения. Помимо серийно выпускаемого для этих целей оборудования широко применяется и специальное. Одним из определяющих этапов при создании такого оборудования является проектирование технологического процесса обработки на нем конкретной детали с учетом ее особенностей и требуемой производительности. Принятый технологический процесс во многом определяет компоновку создаваемого оборудования и его экономическую эффективность.

Следует отметить, что многие проблемы формализации процессов принятия решений в ходе проектирования многопозиционных технологических процессов (МТП) изучены недостаточно. Это относится, в частности, и к вопросам формирования структуры процесса, имеющим сложный комбинаторный характер, а также к комплексному решению проблемы в целом. Накопленного опыта по автоматизации проектирования технологических процессов для универсального оборудования (включая станки с ЧПУ) здесь явно недостаточно.

Работы по развитию математических моделей и методов для поддержки принятия решений при проектировании МТП проводятся в ОИПИ НАН Беларуси с различной интенсивностью в течение длительного периода. Некоторые результаты, полученные на первом этапе этих исследований применительно к МТП для агрегатных станков и автоматических линий с параллельным совмещением технологических переходов (операций) на позициях, представлены в [2, 16]. В этих работах рассматриваются задача оптимизации режимов многоинструментальной обработки и многоуровневая декомпозиционная схема ее решения, предлагается достаточно общая декомпозиционная схема решения комплексной задачи по оптимизации структуры ТП и режимов обработки. Результаты были развиты в дальнейшем в [17, 27].

В последние годы был выполнен ряд работ по оптимизации структуры МТП при блочном параллельно-последовательном совмещении операций на позициях. Ниже приводится краткое изложение полученных результатов.

**Общая постановка задачи.** Рассматриваются заблокированные производственные линии без промежуточных буферов, состоящие из нескольких последовательно расположенных рабочих позиций, объединенных единым транспортным устройством и системой управления. Все технологические переходы, назначаемые на одну позицию, группируются в один или несколько блоков так, что каждый блок содержит один или несколько переходов, выполняемых одновременно одной шпиндельной головкой. Время выполнения блока зависит от его состава и оно не меньше (обычно больше), чем максимальное из времен автономного выполнения переходов блока. Исследуются два случая: все блоки одной позиции выполняются последовательно в заранее назначаемом порядке, и все блоки выполняются одновременно. В первом случае время обработки детали на позиции равно сумме времен работы блоков этой позиции, а во втором – максимальному из этих времен. В обоих случаях цикловое время работы линии равно максимальному из времен работы позиций.

Рассматривается задача определения рациональных значений следующих параметров МТП: числа позиций ( $m$ ); числа блоков на каждой позиции ( $n_k, k=1, \dots, m$ ); распределения заданного на линию множества  $\mathbf{N}$  переходов по позициям и блока ( $N_k=(N_{kl}|l=1, \dots, n_k), k=1, \dots, m$ ); времен работы блоков ( $t^b(N_{kl}), k=1, \dots, m, l=1, \dots, n_k$ ).

Учитываются такие факторы, как максимально допустимое цикловое время обработки ( $T_0$ ), определяемое заданной производительностью линии; величины рабочего хода и минутной подачи при автономном выполнении переходов ( $l_j$  и  $s_j, j \in \mathbf{N}$ ); отношение частичного порядка на множестве переходов, лимитирующее возможные последовательности их выполнения; необхо-

димось и возможность выполнения отдельных групп переходов на одной позиции и в одном блоке; максимально допустимое число позиций и число блоков на одной позиции ( $m_0$  и  $n_0$ ).

Критерием качества искомого решения принята взвешенная сумма числа позиций и общего числа блоков, минимизация которой отражает стремление снизить стоимость оборудования линии.

Далее ограничимся случаем последовательного выполнения блоков на позициях, при этом будем предполагать, что время блока определяется величинами его рабочего хода и минутной подачи, которые, в свою очередь, определяются лимитирующими переходами.

**Математическая модель** строится с использованием следующего приема, позволяющего уменьшить ее размерность и исключить ограничения на необходимость совмещения групп переходов в одном блоке. Исходное множество  $\mathbf{N}$  разбивается на попарно непересекающиеся подмножества (макропереходы) таким образом, что каждая группа переходов, которая должна выполняться в одном блоке, входит ровно в один макропереход и отношение порядка, порожаемое на получаемом множестве макропереходов исходным отношением порядка на множестве  $\mathbf{N}$ , не содержит контуров. Для каждого макроперехода определяются параметры, аналогичные параметрам  $l_j$  и  $s_j$ . В дальнейшем предполагается, что  $\mathbf{N}$  – это уже полученное множество макропереходов, и приставка «макро» опускается.

Отношение порядка на множестве  $\mathbf{N}$  задается множеством  $E^r$  таких пар  $(i,j) \in \mathbf{N} \times \mathbf{N}$ , что переход  $j$  выполняется не раньше перехода  $i$ . Отношения необходимости и недопустимости выполнения групп переходов на одной позиции, а также недопустимости выполнения групп переходов в одном блоке задаются множествами  $E^s$ ,  $\underline{E}^s$  и  $\underline{E}^b$  групп переходов из  $\mathbf{N}$ , каждая из которых должна (или не должна) выполняться на одной позиции или в одном блоке соответственно.

Пусть  $C$  – оценка усредненной доли стоимости оборудования, приходящейся на один блок, относительно доли стоимости, приходящейся на одну позицию;  $\tau^b$  и  $\tau^{\square s}$  – вспомогательные времена при выполнении блочного и позиционного переходов;  $R(i) = \{j \in \mathbf{N} | (j,i) \in E^r\}$ ;  $P$  – набор  $(N_{kl} | k=1, \dots, m; l=1, \dots, n_m)$ , представляющий искомое проектное решение.

При сделанных предположениях и допущениях получена следующая модель рассматриваемой проектной задачи:

$$Q(P) = m + C \sum_{k=1}^m n_k \rightarrow \min; \quad (7)$$

$$T(P) = \max \left\{ \sum_{l=1}^{n_k} ( \max \{l_j | j \in N_{kl}\} / \min \{s_j | j \in N_{kl}\} + \tau^b ) + \tau^{\square s} | l \leq k \leq m \right\} \leq T_0; \quad (8)$$

$$\bigcup_{k=1}^m \bigcup_{l=1}^{n_k} N_{kl} = \mathbf{N}; \quad (9)$$

$$N_{k'l'} \cap N_{k''l''} = \emptyset, \quad k', k''=1, \dots, m, \quad l'=1, \dots, n_{k'}, \quad l''=1, \dots, n_{k''}, \quad k'l' \neq k''l''; \quad (10)$$

$$R(i) \subseteq \bigcup_{r=1}^{k-1} \bigcup_{q=1}^{n_r} N_{rq} \cup \bigcup_{q=1}^l N_{kq}, \quad k=1, \dots, m, \quad l=1, \dots, n_k, \quad i \in N_{kl}; \quad (11)$$

$$\bigcup_{l=1}^{n_k} N_{kl} \cap e \in \{\emptyset, e\}, \quad e \in E^s, \quad k=1, \dots, m; \quad (12)$$

$$e \notin N_{kl}, \quad e \in \underline{E}^b, \quad k=1, \dots, m, \quad l=1, \dots, n_k; \quad (13)$$

$$e \notin \bigcup_{l=1}^{n_k} N_{kl}, \quad e \in \underline{E}^s, \quad k=1, \dots, m; \quad (14)$$

$$m = m(P) \leq m_0; \quad n_k = n_k(P) \leq n_0, \quad k=1, \dots, m. \quad (15)$$

Здесь функция (7) отражает стремление минимизировать стоимость оборудования; ограничение (8) обеспечивает заданное цикловое время; (9) и (10) определяют необходимость выполнения всех переходов из  $\mathbf{N}$ , причем каждый переход должен выполняться только в одном блоке; (11) обеспечивает соблюдение заданного отношения порядка на множестве  $\mathbf{N}$ ; (12) задает необходимость совмещения некоторых переходов на одной позиции; (13) и (14) определяют возможность совмещения переходов в одном блоке и на одной позиции соответственно; (15) учитывает допустимое число позиций и блоков на каждой позиции.

**Методы решения.** Разработано несколько подходов к решению рассмотренной выше достаточно сложной задачи дискретного программирования. Первый сводит задачу (7) – (15) к задаче нахождения оптимального ограниченного пути в некотором двухполюсном ацикличе-



ском орграфе [27, 28]. Каждой дуге этого графа соответствует некоторый потенциально возможный блочный переход, каждому пути из начальной вершины графа – начальный фрагмент некоторого набора  $P$ , удовлетворяющего ограничениям (10) – (14), причем для каждой вершины объединения блочных переходов любого пути в эту вершину образуют одно и то же подмножество переходов из  $N$ . Это подмножество является одной из характеристик соответствующей вершины. Разработаны процедуры и специальное программное обеспечение как для построения такого орграфа по исходной задаче, так и для поиска оптимального пути.

Второй подход основан на трансформации задачи (7) – (15) в эквивалентную задачу смешанного линейного программирования (СЛП) с целочисленными переменными булевого типа [28, 29]. Последние принимают значение из  $\{0, 1\}$  в зависимости от того, выполняется соответствующий технологический переход в блочном переходе с конкретным порядковым номером или нет. Такой подход позволяет использовать при его реализации существующие методы и программное обеспечение для СЛП.

Анализ указанных подходов (включая проведенные вычислительные эксперименты) показал, что первый подход более предпочтителен, когда в задаче (7) – (15) достаточно много условий вида (11) – (14), которые ограничивают размерность получаемого орграфа. В то же время второй подход целесообразен, когда сравнительно немного условий вида (12) – (14), число которых существенно влияет на число ограничений соответствующей задачи СЛП. Более того, непосредственное применение любого из этих подходов в «чистом» виде обеспечивает решение исходной задачи за приемлемое время лишь при относительно небольшой мощности множества  $N$  (порядка 50 – 60), что зачастую недостаточно для реальных задач.

Естественный выход в этих случаях – сочетание приведенных выше математических подходов с рядом декомпозиционных и эвристических приемов, учитывающих как математическую природу задачи, так и сложившийся опыт и инженерные приемы проектирования в рассматриваемой предметной области. Некоторые такие подходы описаны в работах [30, 31].

Модели и методы для оптимизации рассмотренных проектных параметров МТП в случаях, когда все блоки одной позиции выполняются одновременно, рассматриваются в [31, 32].

На базе разработанных методов создана система поддержки принятия решений при проектировании ТП для многопозиционного агрегатного оборудования [32, 33]. Эта система является частью создаваемой в настоящее время более общей системы автоматизации разработки технико-коммерческого предложения на проектирование такого оборудования.

#### 4. Построение индивидуализированных эталонов пространственных объектов

Один из действенных способов морфологического анализа сложных пространственных объектов, закономерности строения которых заранее неизвестны, основан на сопоставлении моделей этих объектов с моделями некоторых эталонов, отражающих закономерности строения рассматриваемых объектов. При большом разнообразии объектов (характерном даже для многих узких предметных областей), высокой степени их индивидуальности и часто встречающихся отклонениях от общих закономерностей строения практически невозможно предварительное построение достаточно полного набора эталонов, подходящего для каждого конкретного объекта. Таким образом, возникает необходимость в разработке методов построения индивидуализированных эталонов непосредственно в ходе анализа конкретного объекта.

Развиваемый подход к этой проблеме исходит из следующих предположений: анализируемые объекты задаются своими точечными моделями (ТМ); может быть создан достаточно представительный банк обобщенных ТМ (ОТМ), в котором каждая ОТМ представляет некоторое подмножество «морфологически подобных» объектов; каждой ОТМ в этом банке может быть сопоставлен обобщенный эталон (ОЭ); существует класс  $C$  преобразований ОТМ и ОЭ, практически не меняющих их морфологических особенностей; может быть построена мера «близости» пар ТМ, отражающая специфику предметной области.

На базе этих предположений предложена следующая двухэтапная процедура построения индивидуализированного эталона (ИЭ) для конкретной ТМ'. Вначале находятся ОТМ\* (из указанного банка) и ее преобразование  $c^* \in C$ , дающие в совокупности ТМ, ближайшую к ТМ'. Затем преобразование  $c^*$  применяется к ОЭ\*, сопоставленному ОТМ\*. Полученная в результа-

те ТМ принимается в качестве ИЭ для исходной ТМ'. Разработаны методы реализации этой процедуры, а также методы формирования ОТМ по заданному тестовому множеству ТМ и построения (в первом приближении) ОЭ для ОТМ. В [34, 35] рассматривается случай, когда каждая ОТМ является одновременно и ОЭ, а в [36] – более общий случай. В этих работах в качестве меры близости пар ТМ принята взвешенная сумма квадратов расстояний между их одноименными точками, а в качестве возможных преобразований ОТМ и ОЭ – аффинные.

Описанные разработки положены в основу системы поддержки принятия решений при диагностике зубочелюстных аномалий в сагиттальной плоскости, разрабатываемой в ОИПИ НАН Беларуси совместно с кафедрой ортодонтии Белорусского государственного медицинского университета.

### Заключение

В разделе 1 описана общая схема расширенной параметрической декомпозиции оптимизационных задач, сформулированы достаточные условия ее применимости и рассмотрена взаимосвязь так называемых стационарных и локальных областей целевых функций получаемых подзадач с аналогичными областями исходной задачи. Показано, в частности, что при выполнении указанных условий число «существенных» локальных областей в задаче верхнего уровня не превосходит общее число локальных областей в исходной задаче. Приводятся некоторые приемы расширенной параметрической декомпозиции задач математического программирования.

Математическая модель и метод оптимизации основных проектных параметров трансмиссий, приведенные в разделе 2, могут быть использованы для определения рациональных значений этих параметров на начальных этапах проектирования многозвенных механических трансмиссий различного назначения. Полученные значения искомых параметров должны, вообще говоря, уточняться и корректироваться на последующих этапах проектирования по мере развития проекта. В ряде случаев эти уточнения также могут быть сделаны с помощью аналогичных моделей и методов при корректировке исходных данных.

В разделе 3 рассматривается задача определения рациональной структуры технологического процесса обработки деталей на многопозиционном оборудовании. Приведенная математическая модель и схема решения также ориентированы на начальный этап проектирования этого оборудования и могут быть использованы, в частности, при формировании его компоновочной схемы и определении состава.

Приведенный в последнем разделе подход к построению индивидуализированных эталонов сложных пространственных объектов может быть использован в системах их морфологического анализа, которые в настоящее время интенсивно развиваются во многих прикладных областях.

### Список литературы

1. Верина Л.Ф., Танаев В.С. Декомпозиционные подходы к решению задач математического программирования // Экономические и математические методы. – 1975. – Т. 11. – № 6. – С. 1160-1172.
2. Левин Г.М., Танаев В.С. Декомпозиционные методы оптимизации проектных решений. – Мн.: Наука и техника, 1978. – 240 с.
3. Танаев В.С. Декомпозиция и агрегирование в задачах математического программирования. – Мн.: Наука и техника, 1987. – 183 с.
4. Левин Г.М., Танаев В.С. О параметрической декомпозиции экстремальных задач // Кибернетика. – 1977. – № 3. – С. 123-128.
5. Levin G.M., Tanaev V.S. Parametric Decomposition of the Optimal Design Problems // Optimization in CAD. Proc. IFIP. W.G. 5.2. – Amsterdam; N.Y.; Oxford, 1985. – P. 357-368.
6. Верина Л.Ф., Левин Г.М., Танаев В.С. Параметрическая декомпозиция экстремальных задач: общий подход и некоторые приложения // Изв. АН СССР. Техн. кибернетика. – 1988. – № 1. – С. 23-35.

7. Верина Л.Ф., Левин Г.М., Танаев В.С. К теории параметрической декомпозиции и погружения экстремальных задач // ДАН Беларуси. – 1995. – Т. 39. – № 4. – С. 9-12.
8. Левин Г.М., Танаев В.С. Параметрическая декомпозиция задач оптимизации // Весці НАН Беларусі. Сер. фіз.-мат. навук. – 1998. – № 4. – С. 121-131.
9. Levin G.M., Tanaev V.S. Some properties of extended parametric decomposition schemes for mathematical programming // Proc. of Intern. Workshop «Discrete Optimization Methods in Scheduling and Computer-Aided Design». – Minsk, 2000. – P. 135-140.
10. Levin G.M., Tanaev V.S. Extended parametric decomposition of optimization problems: some properties and applications // Искусственный интеллект. – 2002. – № 2. – С. 4-10.
11. Верина Л.Ф. Решение некоторых невыпуклых задач сведением к выпуклому параметрическому программированию // Весці АН БССР. Сер. фіз.-мат. навук. – 1985. – № 1. – С. 13-18.
12. Гуцинский Н.Н., Левин Г.М. Минимизация монотонной суперпозиции рекуррентно-монотонных функций на множестве параметризованных путей орграфа // Системы моделирования. – 1991. – № 17. – С. 167-178.
13. Гуцинский Н.Н., Левин Г.М., Танаев В.С. Параметрическая декомпозиция задач минимизации сложных функций на параметризованных путях орграфов // Изв. АН СССР. Техн. кибернетика. – 1990. – № 6. – С. 125-136.
14. Верина Л.Ф., Левин Г.М. Об одной задаче оптимизации передаточных функций элементов сети и ее приложении к проектированию трансмиссий // Весці АН БССР. Сер. фіз.-мат. навук. – 1991. – № 4. – С. 106-111.
15. Гуцинский Н.Н., Левин Г.М. Оптимизация квазиаддитивной функции на множестве параметров дуг сети // Весці НАН Беларусі. Сер. фіз.-мат. навук. – 1999. – № 1. – С. 56-60.
16. Levin G.M., Tanaev V.S. Mathematical models and optimization methods for discrete production processes of complicated structure // Advances in CAD/CAM. Proc. IFIP/IFAC Conf. «Prolamat 82». – Amsterdam; N.Y.; Oxford, 1983. – P. 221-238.
17. Dolgui A., Guschinsky N.N., Levin G.M. Optimal design of transfer lines and multi-position machines // Proc. of 7<sup>th</sup> Mediterranean Conf. on Control and Automation (Med'99). – Haifa, 1999. – P. 1962-1973.
18. Гуцинский Н.Н., Левин Г.М. Модели и методы оптимизации структуры и параметров технологических процессов многопозиционной обработки // Весці НАН Беларусі. Сер. фіз.-мат. навук. – 1999. – № 4. – С. 125-131.
19. Гуцинский Н.Н., Левин Г.М. Оптимизация параметров трансмиссий древовидной структуры на начальной стадии проектирования // Модели и алгоритмы автоматизации проектирования конструкций и технологий. – Мн.: Ин-т техн. кибернетики АН Беларуси, 1994. – С. 4-21.
20. Dolgui A., Guschinsky N., Levin G. Multicriteria Optimization of Multiunit Mechanical Transmission Systems // Proc. 5<sup>th</sup> International Conference on Advanced Computer Systems (ACS'98). Szczecin, Poland. – 1998. – P. 450-456.
21. Dolgui A., Guschinsky N.N., Levin G.M. Optimization in design of multiunit mechanical transmission systems // Systems and Control: Theory and Applications. – WSES, 2000. – P. 101-106.
22. Guschinsky N.N., Levin G.M. Mathematical models and methods for decision making in CAE of transmission systems // Искусственный интеллект. – 2000. – № 2. – С. 345-351.
23. Dolgui A., Guschinsky N., Levin G. Decision making in design of multiunit power transmissions // Искусственный интеллект. – 2002. – № 2. – С. 338-345.
24. Burdo E., Guschinsky N., Levin G. How to minimize the total mass of a reducer and provide its lifetime with a given probability // Proc. 8<sup>th</sup> International Conference on Emerging Technologies and Factory Automation (ETFA 2001). – Antibes-Juan les Pins, France, 2001. – V. 2. – P. 771-773.
25. Левин Г.М., Гуцинский Н.Н., Бурдо Е.И. Оптимизация параметров трансмиссий каскадно-множительной структуры с учетом вероятностного характера прочностных характеристик материалов // Весці НАН Беларусі. Сер. фіз.-мат. навук. – 2004. – № 2. – С. 114-120.
26. Гуцинский Н.Н., Левин Г.М. Система поддержки проектных решений в САПР трансмиссий // Моделирование и информационные технологии проектирования. – Мн.: Ин-т техн. кибернетики НАН Беларусі, 1997. – С. 50-57.

27. Guschinsky N., Levin G. Models and Methods for Optimization of a Structure and Parameters of Manufacturing Process of Multiposition Machining // Proc. of 6th International Conference on Flexible Technologies. – Novi Sad, 1997. – V. 1. – P. 291-297.
28. Optimal design of class transfer lines with blocks of parallel operations / A. Dolgui, N. Guschinsky, G. Levin, Y. Harrath // Proc. of the Symposium on Manufacturing, Modeling, Management and Control (MIM'2000). – Patras, Greece, 2000. – P. 36-41.
29. Dolgui A., Guschinsky N., Harrath Y. Une approche de programmation lineaire pour la conception des lignes de transfert // Journal Europeen des Systemes Automatisees. – 2002. – V. 36. – № 1. – P. 11-33.
30. Some optimization approaches for transfer lines with blocks of operations / A. Dolgui, B. Finel, N. Guschinsky, G. Levin, F. Vernadat // Preprints of 7<sup>th</sup> IFAC Workshop on Intelligent Manufacturing Systems (IMS 2003). – Budapest, Hungary, 2003. – P. 261-266.
31. Methods for decision making in design of multiposition equipment / A. Dolgui, N. Guschinsky, O. Guschinskaya, G. Levin // Искусственный интеллект. – 2004. – № 2. – С. 413-417.
32. Боголюбов Я.М., Гущинский Н.Н., Левин Г.М. Система поддержки принятия решений при проектировании технологических процессов обработки на агрегатном оборудовании // Моделирование интеллектуальных процессов проектирования, производства и управления. – Мн.: ОИПИ НАН Беларуси, 2003. – С. 185-190.
33. Боголюбов Я.М., Гущинский Н.Н., Левин Г.М. Поддержка принятия решений при проектировании технологических процессов обработки на многопозиционном оборудовании // Искусственный интеллект. – 2002. – № 2. – С. 416-423.
34. Lambin L.N., Levin G.M. Constructing Individual Norms of Geometric Objects in Their Morphological Analysis // Pattern Recognition and Image Analysis. – 1996. – V. 6. – № 3. – P. 620-626.
35. Автоматизированная диагностика и планирование лечения зубочелюстных аномалий / Л.Н. Ламбин, Г.М. Левин, И.В. Токаревич и др. – Мн.: Ин-т техн. кибернетики АН Беларуси, 1996. – 94 с.
36. Ламбин Л.Н., Левин Г.М., Токаревич И.В. Об одном подходе к морфологическому анализу природных пространственных объектов // Искусственный интеллект. – 2004. – № 2. – С. 413-417.

Поступила 10.11.04

*Объединенный институт проблем  
информатики НАН Беларуси,  
Минск, Сурганова, 6  
e-mail: levin@newman.bas-net.by*

**G.M. Levin**

### **OPTIMIZATION METHODS OF DESIGN DECISION MAKING IN CAD/CAE**

A review of some results obtained in UIIP NAS Belarus in the field of the parametric decomposition of optimization problems and the development of mathematical models and methods for design decisions optimization in CAD/CAE is given. The paper is focused on a general scheme of the extended parametric decomposition of optimization problems, sufficient conditions of its applicability, interdependence of local areas of obtained subproblems with similar areas of the initial problem; models and methods for optimization of multiunit transmission systems and manufacturing processes for multipositional equipment; determination of individual etalons of spatial objects for their morphological analysis.