

УДК 531

А.И. Добролюбов

**МОДЕЛИРОВАНИЕ И ВИЗУАЛИЗАЦИЯ ВОЛНООБРАЗНЫХ ДВИЖЕНИЙ В ЖИВЫХ ОРГАНИЗМАХ**

*Анализ с позиций механики волновых способов передвижения некоторых живых существ – садовой гусеницы, дождевого червя, сухопутной змеи, улитки – и перистальтического транспортирования вязкой жидкости в пищеварительной системе животных и человека позволил создать универсальную механико-математическую модель бегущих волн деформации. В рамках этой модели даны математические выражения для количественной оценки кинематических и массотранспортирующих характеристик упомянутых волнообразных процессов. Модель позволяет рассматривать бегущие волны деформации как универсальный механизм передвижения и массопереноса, используемый живыми организмами, принцип действия которого может быть использован для создания принципиально новых волновых механизмов и технических устройств.*

**Введение**

При помощи реальных примеров из биомеханики статья знакомит читателя с весьма распространенными в живой и неживой природе волнообразными явлениями, названными *бегущими волнами деформации*. Бегущая волна деформации определена как ограниченная область деформации, движущаяся вдоль протяженного деформируемого тела. Волной деформации может быть движущийся вдоль тонкой нити ее изогнутый участок (поперечная волна), движущаяся область удлинения или сокращения протяженного тела (продольная волна), движущаяся выпуклость или вогнутость на эластичных стенках трубопровода, заполненного вязкой жидкостью (перистальтическое движение). Рассматриваемые ниже волны деформации, как правило, являются одиночными волнами, т. е. движущимися вдоль протяженного тела областями деформации, разделенными недеформируемыми участками тела.

Все волны, о которых пойдет речь, могут существовать благодаря способности физических тел деформироваться, откуда и пошло название «волны деформации, или деформационные». Деформирование – фундаментальный вид движения материи, широко распространенный в объектах живой и неживой природы.

Слово «деформация» обычно применяют, говоря о твердых деформируемых телах. Однако при решении ряда задач жидкость можно также рассматривать как «легко деформируемое физическое тело» неизменного объема, граничные поверхности (контуры) которого определяются поверхностями сосуда (водоема, трубопровода), вмещающего жидкость, и формой свободной поверхности жидкости, если последняя существует на рассматриваемой части жидкости. Деформация такого «жидкого тела» – это изменения во времени формы и размеров его граничных поверхностей, т. е. стенок сосуда или свободной поверхности жидкости (к указанным телам вместо термина «деформируемое тело» применяют иногда термин «изменяемое тело»). Деформационные движения граничных поверхностей жидкого тела, конечно, связаны с движениями внутренних его областей. Их можно назвать деформационными движениями жидкости. Многие законы деформации твердых тел можно перенести и на указанные движения жидкости. Волны деформации как вид деформационных движений твердых и жидких тел занимают особое место, прежде всего, из-за широкой их распространенности и доступности наблюдению и в то же время значительной сложности механизма движений и сопутствующих явлений.

Первое и важнейшее свойство волн заключается в их способности распространяться, т. е. перемещаться в пространстве. Бегущая волна деформации может перемещаться под действием внешней «ведущей» силы (генератора волн). Скорость ее движения определяется скоростью генератора. Данная волна является «ведомой» по отношению к «ведущему» генератору и называется вынужденной. Кроме вынужденных бегущих, существуют свободные волны, которые «движутся сами по себе» без помощи внешних ведущих сил. Скорость движения таких волн

определяется их геометрическими параметрами и физическими свойствами среды, в которой они распространяются. Несмотря на внешнюю геометрическую схожесть многих вынужденных и свободных волн, они глубоко различны по своему происхождению, условиям существования, динамике. Примерами вынужденных бегущих волн деформации могут служить волны на теле ползущего дождевого червя, гусеницы, перистальтические волны в пищеварительном тракте человека и животных, волны на гибких элементах волновых механизмов, приливные волны, возникающие на поверхности океанов под действием сил притяжения Луны и Солнца. Примерами свободных волн деформации являются волны на поверхности жидкости, возникшие под действием брошенного в воду камня, звуковые, сейсмические волны, волны цунами, поперечные волны на упругом натянутом шнуре, один конец которого совершает вертикальные колебания.

Бегущие волны деформации существенно отличаются от волн, рассматриваемых в классической теории бегущих волн. Главное отличие бегущих волн деформации от классической модели бегущей волны заключается в том, что они переносят массу того тела или той среды, в которых движутся. Бегущая волна на несомой нити (струне), рассматриваемая в теории бегущих волн и описываемая классическим уравнением  $y(x, t) = y_0 \cos \frac{2\pi}{\lambda}(x - ut)$ , не переносит массу по определению, поскольку в ней отсутствуют горизонтальные компоненты скорости точек нити. Величина горизонтального импульса (количества движения) такой бегущей волны равна нулю [1, 2]. Рассматриваемые в статье бегущие волны деформации обладают горизонтальным импульсом, равным величине массосодержания волны, умноженной на скорость ее движения [3].

### 1. Бегущие волны деформации: знакомство с явлением на примерах из биомеханики

Можно привести большое число примеров бегущих волн деформации различных видов, форм и размеров. Знакомство с бегущими волнами деформации, их свойствами и параметрами мы проведем на простых, известных всем, примерах таких волн, используемых в живых организмах [4 - 8].

**Волновой способ передвижения садовой гусеницы.** На рис. 1, *a* изображена схема движения садовой гусеницы. Здесь по продолговатому гибкому телу 1, лежащему на жесткой опоре 2, движется с некоторой скоростью  $\tilde{v}$  слева направо изогнутый участок длиной  $l$  (поперечная волна). Заметим, что гусеница передвигается в том же направлении, в каком движутся волны на ее теле.\*

**Способ передвижения дождевого червя.** На рис. 2, *a* изображена схема движения дождевого червя. Здесь по продолговатому эластичному телу 1, лежащему на жесткой опоре 2, слева направо движется растянутый участок длиной  $l$  (продольная волна). Заметим важный для дальнейшего изложения факт, что червь, в отличие от гусеницы, передвигается в направлении, противоположном направлению движения волн деформации на своем теле.

**Способ перистальтического транспортирования вязкой жидкости.** На рис. 3, *a* изображена выпуклая перистальтическая волна. Здесь на эластичных стенках трубопровода 1, содержащего вязкую жидкость 2, движется утолщенный участок (волна расширения) длиной  $l$ . Жидкость, находящаяся в волне расширения, движется в направлении, совпадающем с направлением движения волны, а жидкость во вневолновой части трубопровода находится в покое. На рис. 3, *c* изображена вогнутая перистальтическая волна (движущийся суженный участок) длиной  $l$ . Заметим, что здесь жидкость, находящаяся в данный момент в области сужения (в волне), движется в направлении, противоположном направлению движения волны, а жидкость во вневолновой области трубопровода неподвижна [3, 7].

\* На теле реальной гусеницы существуют ножки-отростки (коготки), которые служат для фиксации тела гусеницы на наклонной или вертикальной поверхности. Мы здесь рассматриваем идеализированную модель движения гусеницы, представляющую собой гибкое эластичное несомое тело, лежащее на опорной поверхности и сцепленное с ней силами трения.

При анализе перистальтического движения возможно допущение, что перистальтический канал слева и справа от волны расширения или сужения закрыт непроницаемыми перегородками. Роль этих перегородок в реальном перистальтическом трубопроводе играет сама вязкая жидкость, заполняющая трубопровод на участках между отдельными перистальтическими волнами, где жидкость неподвижна.

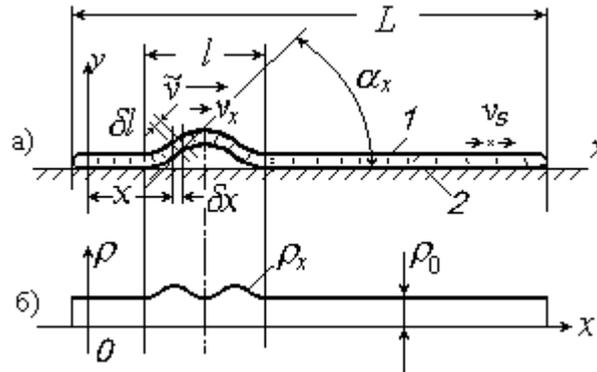


Рис. 1. Волновой способ передвижения садовой гусеницы: а) кинематическая схема движения; б) график линейной плотности

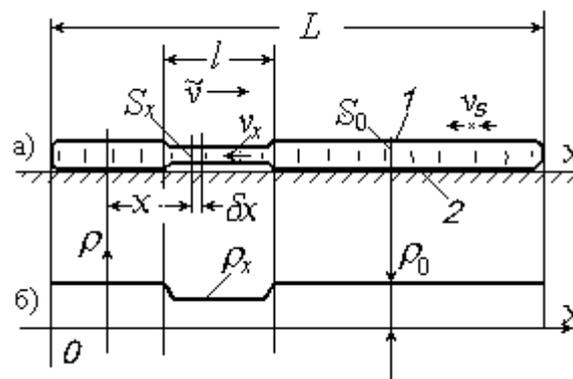


Рис. 2. Волновой способ передвижения дождевого червя: а) кинематическая схема движения; б) график линейной плотности

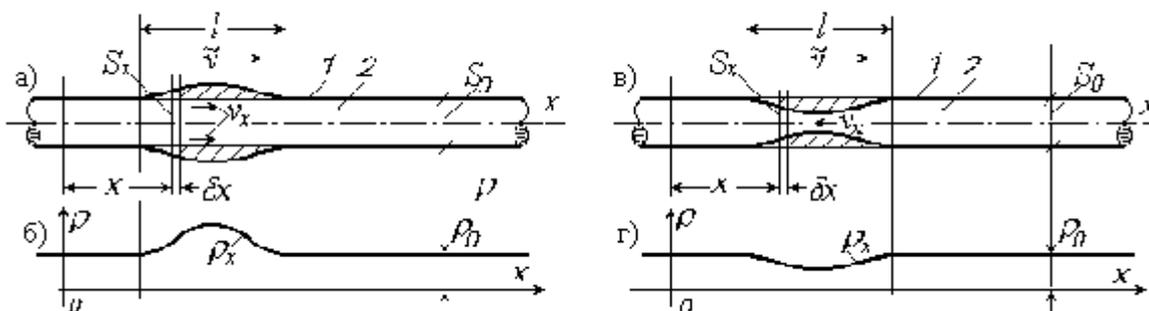


Рис. 3. Перистальтическое транспортирование вязкой жидкости: а) схема перистальтической волны расширения; б) график линейной плотности; в) схема перистальтической волны сужения; г) график линейной плотности

Легко видеть, что все описанные бегущие волны деформации переносят массу вдоль направления своего движения, однако этот перенос массы происходит в одних случаях в прямом

(по ходу движения волны), в других – в обратном (против движения волны) направлениях. Например, массоперенос бегущей поперечной волны (модель «садовая гусеница», см. рис. 1) может быть продемонстрирован при помощи кинематического анализа движения этой волны (рис. 4).

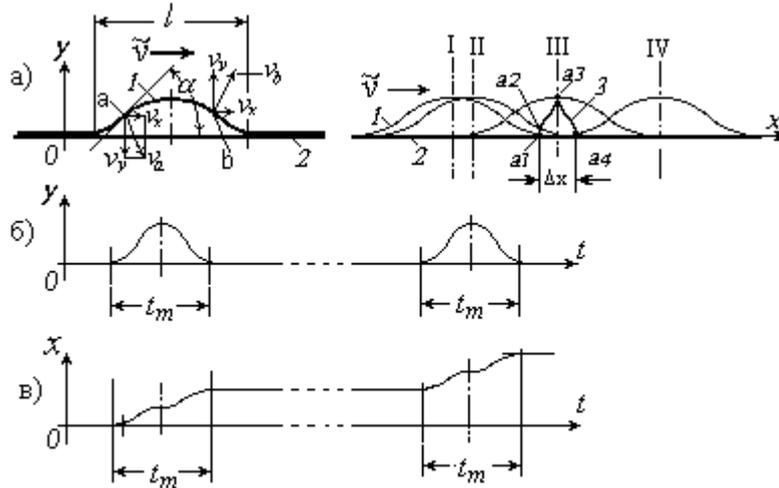


Рис. 4. Бегущая поперечная волна на гибкой нити: а) к кинематическому анализу поперечной волны; б) график осциллирующего движения произвольной точки нити вдоль оси  $y$ ; в) график шагового движения произвольной точки нити вдоль оси  $x$

На рис. 4, а видно, как на гибкой весомой нити (полоске) 1, опирающейся на опору 2, движется со скоростью  $\tilde{v}$  поперечная волна. Мгновенные скорости двух произвольно выбранных точек  $a$  и  $b$  нити изображены векторами  $v_a$  и  $v_b$  и их горизонтальными и вертикальными составляющими  $v_x$  и  $v_y$ . Горизонтальная составляющая скорости произвольной точки волны

$$v_x = \tilde{v}(1 - \cos \alpha), \quad (1)$$

вертикальная составляющая

$$v_y = \tilde{v} \sin \alpha, \quad (2)$$

где  $\alpha$  - угол наклона к оси  $x$  касательной к волне в рассматриваемой точке. Из (1) и (2) следует, что в точках контакта гибкой нити с горизонтальной опорной поверхностью, а также в вершине волны, где  $\alpha = 0$ , скорость точек нити равна нулю. По этому признаку (неподвижность опорных точек движущегося тела) движение поперечной волны (а следовательно, и движение деформируемого тела гусеницы, использующей такую волну как способ перемещения) с позиций теоретической механики должно быть названо качением.

Представленная в правой части рис. 4, а схема поясняет формирование траектории движения точек гибкой нити 1, вдоль которой движется поперечная волна. Здесь показаны четыре положения (I, II, III, IV) поперечной волны, движущейся слева направо на гибкой весомой нити 1, лежащей на опорной поверхности 2. В моменты времени, когда вершина движущейся волны находится в положениях I, II, III, IV, некоторая произвольная точка  $a$  гибкой нити находится соответственно в положениях  $a1$  (начальное положение),  $a2$  (промежуточное положение),  $a3$  (верхнее положение) и  $a4$  (конечное положение). Траектория произвольной точки  $a$  нити 1 за время нахождения этой точки в волне представляет собой незамкнутую островершинную кривую (арку) 3, которая по аналогии с циклоидой – траекторией точек катящегося колеса – названа волноидой [3]. Начало  $a1$  и конец  $a4$  волноиды 3, описанной точкой  $a$ , расположены на оси

$x$  и отстоят друг от друга на расстоянии  $\Delta x$ . Значение  $\Delta x$  является величиной перемещения вдоль оси  $x$  каждой точки гибкой нити 1 за время одного пробега волны. Нетрудно видеть, что

$$\Delta x = \tilde{l} - l, \quad (3)$$

где  $\tilde{l}$  – длина контура волны (спрямленная длина кривой нити, образующей волну),  $l$  – проекция  $\tilde{l}$  на ось  $x$ .

На рис. 4, б, в представлены графики функций времени  $y = f(t)$  и  $x = f(t)$  координат  $x$  и  $y$  произвольной точки гибкой нити, подверженной поперечно-волновому движению. Из графиков следует, что вертикальное движение произвольной точки нити (рис. 4, б) в течение времени  $t_m$  нахождения точки в волне представляет собой осциллирующее вертикальное движение, которое не влияет на горизонтальный перенос массы бегущей волной. Горизонтальное (вдоль оси  $x$ ) движение той же точки в течение того же времени  $t_m$  (рис. 4, в) представляет собой однонаправленное импульсное (шаговое) движение вдоль оси  $x$  на величину  $\Delta x = \tilde{l} - l$ , и это движение сопровождается необратимым переносом массы  $\Delta m = \rho \Delta x$  нити на то же расстояние, поскольку нить обладает линейной плотностью  $\rho$  (кг/м). Из графика функции  $y = f(t)$  следует (рис. 4, б), что за время  $t_m$  пробега одной поперечной волны произвольная точка гибкой нити, совершив вертикальное движение, переходит в состояние покоя, сохраняя при этом свою первоначальную вертикальную координату  $y=0$ . Из графика функции  $x = f(t)$  следует (рис. 4, в), что та же точка за то же время  $t_m$  перемещается вдоль оси  $x$  на шаг  $\Delta x$ , после чего переходит в состояние покоя. Это означает, что волна перенесла в горизонтальном направлении массу  $\Delta m = \rho \Delta x$  на расстояние  $\Delta x$ . Следует заметить, что время  $t_m$  пробега волны по некоторой произвольной точке гибкой нити здесь не равно периоду  $T=l/\tilde{v}$  бегущей волны в ее классической модели (где  $l$  – длина волны,  $\tilde{v}$  – скорость ее движения [2]). В рассматриваемых нами бегущих волнах деформации время пробега волны по произвольной точке нити  $t_m = \tilde{l} / \tilde{v}$ , при этом  $t_m > T$ .

## 2. Единая математическая модель бегущих волн деформации различного типа

Покажем, что изображенные на рис. 1 – 3 волновые способы передвижения живых существ и перистальтическое транспортирование жидкости в эластичном трубопроводе могут быть сведены к одной механической модели – к волнам линейной плотности, и на основании этой модели найдем кинематические и транспортирующие свойства данных волн.

Для сведения вышеприведенных способов движения деформируемых тел и жидкостей к единой механической модели используем понятие линейной плотности  $\rho_x$  (кг/м) физического тела в любом его поперечном сечении. Линейная плотность  $\rho_x$  тела в направлении оси  $x$  определяется как

$$\rho_x = \lim_{\delta x \rightarrow 0} \frac{m_{\delta x}}{\delta x}, \quad (4)$$

где  $m_{\delta x}$  – масса деформируемого или жидкого тела, заключенная в элементарном перпендикулярном к оси  $x$  отсеке, размер которого вдоль оси  $x$  равен  $\delta x$ .

С понятием линейной плотности  $\rho_x$  однозначно связано понятие относительной деформации  $\varepsilon_x$  тела в направлении оси  $x$ :

$$\varepsilon_x = \frac{\delta x - \delta x_0}{\delta x_0} = \frac{\delta x}{\delta x_0} - 1, \quad (5)$$

где  $\delta x_0$  и  $\delta x$  – длина (вдоль оси  $x$ ) элементарного поперечного отсека до и после деформации. Поскольку масса элементарного отсека  $\delta x$  одинакова до и после его деформации, то  $\delta x_0 \rho_0 = \delta x \rho_x$ , где  $\rho_0$  – линейная плотность тела до деформации. Отсюда с учетом (5) следует

$$\varepsilon_x = \frac{\rho_0}{\rho_x} - 1; \quad (6)$$

$$\rho_x = \rho_0 \frac{\delta x_0}{\delta x} = \frac{\rho_0}{1 + \varepsilon_x}. \quad (7)$$

Таким образом, деформация тела вдоль оси  $x$  и его линейная плотность  $\rho_x$  вдоль той же оси являются взаимно однозначными величинами, вследствие чего волны деформации (рис. 1–3) могут быть названы волнами линейной плотности. Из формул (6), (7) следует, что при  $\varepsilon_x > 0$  (деформация удлинения)  $\rho_0 > \rho_x$ ; при  $\varepsilon_x < 0$  (деформация сокращения)  $\rho_0 < \rho_x$ ; при  $\varepsilon_x = 0$  (нет деформации)  $\rho_0 = \rho_x$ .

Найдем величины  $\varepsilon_x$  и  $\rho_x$  для волнообразно деформируемых тел, изображенных на рис. 1 – 4.

Волновая модель «садовая гусеница», т. е. поперечная волна (рис. 1, 4), может быть представлена в виде нерастяжимой гибкой весомой нити, лежащей на горизонтальной опоре и изогнутой на некотором участке  $l$  в вертикальной плоскости. Наклонный элементарный участок этой нити имеет длину  $\delta l$  (рис. 1), а его проекция на ось  $x$   $\delta x = \delta l \cos \alpha_x$ , где  $\alpha_x$  – угол наклона нити в точке  $x$ . Поэтому изменение длины нити вдоль оси  $x$ , т. е. ее деформация вдоль оси  $x$ , равно  $\delta x - \delta l$  и, согласно (5), (7),

$$\varepsilon_x = \frac{\delta x}{\delta l} - 1 = \cos \alpha_x - 1; \quad (8)$$

$$\rho_x = \frac{\rho_0}{\cos \alpha_x}. \quad (9)$$

Из (8), (9) следует, что изгибание нерастяжимой нити может рассматриваться как ее деформация сокращения вдоль оси  $x$ , т. е. здесь  $\varepsilon_x < 0$  и  $\rho_x > \rho_0$  (этот вывод может быть объяснен тем, что длина плоской кривой линии всегда больше ее проекции на ось  $x$ ).

Волновая модель «дождевой червь» (рис. 2, а) может быть представлена в виде растяжимой весомой нити, вдоль которой движется растянутый участок  $l$  (волна удлинения). Длина деформированного элементарного участка (т. е. участка, находящегося в волне) равна  $\delta x$ , длина этого же участка до деформации (т. е. участка, находящегося вне волны) равна  $\delta x_0$ , поэтому величины  $\varepsilon_x$  и  $\rho_x$  здесь выражаются соотношениями (6) и (7).

Модель «перистальтическая волна» (рис. 3, а, в) представляет собой трубопровод с гибкими стенками, заполненный объемно несжимаемой жидкостью. Линейная плотность такого заполняющего трубопровод жидкого тела в произвольном сечении  $x$  трубопровода вычисляется согласно формуле (4):

$$\rho_x = \frac{m_{\delta x}}{\delta x} = \frac{\gamma \mathcal{S}_x \delta x}{\delta x} = \gamma \mathcal{S}_x, \quad (10)$$

где  $\gamma$  – объемная плотность ( $\text{кг/м}^3$ ) жидкости;  $S_x$  – величина площади поперечного сечения  $x$  трубопровода. Деформация вдоль оси  $x$  такого жидкого тела заключается в образовании на нем участков (волн) сужения или расширения, что ведет к изменению длины этого тела вдоль оси  $x$ . При образовании перистальтических волн величина поперечного сечения  $S_0$  трубопровода принимает значение  $S_x$ , а длина  $\delta x_0$  элементарного поперечного отсека – значение  $\delta x$ . В силу сохранения объема жидкости в отсеке до и после его деформации  $\delta x_0 S_0 = \delta x S_x$ , поэтому в силу (5), (7)

$$\varepsilon_x = \frac{\delta x}{\delta x_0} - 1 = \frac{S_0}{S_x} - 1; \quad (11)$$

$$\rho_x = \frac{\rho_0}{1 + \varepsilon_x} = \rho_0 \frac{S_x}{S_0}. \quad (12)$$

Подводя итоги, можно сказать, что путем «проектирования массы» различных тел (тела садовой гусеницы, дождевого червя, перистальтического трубопровода) на ось  $x$  мы привели эти тела к одной модели – прямолинейной совпадающей с осью  $x$  нити, которая обладает переменной линейной плотностью  $\rho_x$ . Такую нить можно также рассматривать как модель продольно деформируемой (растяжимой) нити, продольная деформация которой в сечении  $x$  равна  $\varepsilon_x$ . Назовем такую прямолинейную весомую нить *растяжимой тяжелой нитью* (РТН).

Характерной чертой РТН, полученной проектированием волнообразных тел, изображенных на рис. 1 – 3, является наличие на этой нити участка  $l$ , линейная плотность  $\rho_x$  которого отлична от линейной плотности остальной (недеформированной, или нейтральной) части нити. При движении такого участка (волны) вдоль нити движение получают лишь частицы (сечения) нити, находящиеся на участке  $l$  (в волне), а остальная (вневолновая) часть нити остается в покое. Такая модель отражает характер горизонтальных движений тела садовой гусеницы, дождевого червя и жидкости в перистальтическом трубопроводе.

Известно [3, 6,], что при движении волны продольной деформации (или, что то же самое, волны линейной плотности) произвольная частица (сечение  $x$ ) нити движется вдоль оси  $x$  со скоростью

$$v_x = -\tilde{v} \varepsilon_x, \quad (13)$$

где  $\tilde{v}$  – скорость движения волны,  $\varepsilon_x$  – продольная деформация в точке  $x$ . Учитывая формулу (6), можно также записать

$$v_x = \tilde{v} \left(1 - \frac{\rho_0}{\rho_x}\right). \quad (14)$$

Формулы (13), (14) дают величину скорости вдоль оси  $x$  произвольного сечения ползущей гусеницы, дождевого червя, а также осредненную по сечению скорость движения частиц жидкости в перистальтическом трубопроводе. Из (13), (14) следует, что при  $\varepsilon_x > 0$  (а, значит, при  $\rho_x < \rho_0$ ) скорость  $v_x$  точек тела, находящихся в волне, отрицательна, т. е. направлена противоположно скорости  $\tilde{v}$  волны (в этом случае знаки величин  $v_x$  и  $\tilde{v}$  противоположны). При  $\varepsilon_x < 0$  (и  $\rho_x > \rho_0$ ) направление скорости точек волны совпадает с направлением движения волн (знаки величин  $v_x$  и  $\tilde{v}$  совпадают). Скорость точек тела, находящихся в данный момент времени вне волны, в обоих случаях равна нулю, так как здесь  $\varepsilon_x = 0$  и  $\rho_0 = \rho_x$ . Заметим, что формула (14) справедлива и для бегущих волн плотности в газовой среде. Из нее, в частно-

сти, следует, что волны разрежения (когда  $\rho_x < \rho_0$ ) переносят массу газа в направлении, обратном направлению движения волны (о волнах в газовой среде будет сказано дальше).

Кроме величины  $v_x$  скорости произвольного сечения  $x$  тела, движение тела и величина массопереноса могут быть охарактеризованы величиной  $q_x$  (кг/с) расхода в сечении  $S_x$ :

$$q_x = v_x S_x \gamma = v_x \rho_x. \quad (15)$$

Найдем величины  $v_x$  и  $q_x$  для тела движущейся садовой гусеницы, дождевого червя и для жидкости в перистальтическом трубопроводе:

– для гусеницы, с учетом (14), (9),

$$v_x = \tilde{v} \left(1 - \frac{\rho_0}{\rho_x}\right) = \tilde{v} (1 - \cos \alpha_x); \quad (16)$$

$$q_x = \tilde{v} (1 - \cos \alpha_x) \frac{\rho_0}{\cos \alpha_x} = \tilde{v} \rho_0 \left(\frac{1}{\cos \alpha_x} - 1\right); \quad (17)$$

– для дождевого червя и перистальтического трубопровода, с учетом (11) и (7),

$$v_x = \tilde{v} \left(1 - \frac{\rho_0}{\rho_x}\right) = \tilde{v} \left(1 - \frac{S_0}{S_x}\right); \quad (18)$$

$$q_x = \tilde{v} \left(1 - \frac{S_0}{S_x}\right) \gamma S_x. \quad (19)$$

Полученные формулы позволяют найти величину перемещения рассматриваемых нами тел за время пробега по телу одной волны деформации

$$\Delta x = \int_{t_m} v_x dt, \quad (20)$$

где  $t_m$  – время нахождения частицы тела в волне. Для тела гусеницы это перемещение с учетом (1) будет следующим:

$$\Delta x = \int_{t_m} v_x dt = \int_{t_m} \tilde{v} (1 - \cos \alpha_x) dt = \int_{l_0} \tilde{v} (1 - \cos \alpha_x) \frac{dx}{\tilde{v}} = \int_{l_0} (1 - \cos \alpha_x) dx = l_0 - l, \quad (21)$$

поскольку  $dx = \tilde{v} dt$ ; здесь  $l_0 = \tilde{l}$  – спрямленная длина гибкой нерастяжимой нити, образующей волну;  $l$  – проекция  $\tilde{l}$  на ось  $x$ .

Перемещение дождевого червя или среднее перемещение частиц жидкости в перистальтическом трубопроводе за время пробега волны с учетом (18), (20)

$$\Delta x = \int_{t_m} v_x dt = \int_{t_m} \tilde{v} \left(1 - \frac{S_0}{S_x}\right) dt = \int_{l_0} \left(1 - \frac{S_0}{S_x}\right) dx_0 = l_0 - \int_{l_0} \frac{S_0}{S_x} dx_0 = l_0 - \int_l dx = l_0 - l \quad (22)$$

(здесь учтено, что  $S_0 dx_0 = S_x dx$  в силу объемной несжимаемости жидкости).

Полученные соотношения позволяют найти величину массы, переносимой одной волной через произвольное неподвижное сечение  $x$  тела,

$$Q_x = \int_{t_m} q_x dt = \int_{t_m} \tilde{v}(\rho_x - \rho_0) dt = \int_l (\rho_x - \rho_0) dx = \int_l \rho_x dx - l\rho_0. \quad (23)$$

Поскольку  $\int_l \rho_x dx = l_0\rho_0$  (масса тела после деформации равна массе тела до деформации), то

$$Q_x = l_0\rho_0 - l\rho_0 = \rho_0(l_0 - l) = \rho_0\Delta l. \quad (24)$$

Величину массы  $\Delta\tilde{m} = \rho_0\Delta l$  назовем массосодержанием бегущей волны деформации. Заметим, что это количество массы волна переносит со скоростью своего движения. Таким образом, масса, переносимая волной на гибкой нити, равна ее массосодержанию:

$$\Delta\tilde{m} = Q_x = \rho_0(\tilde{l} - l). \quad (25)$$

Масса, переносимая перистальтической волной, может быть, согласно (10), (23), представлена следующим образом:

$$Q_x = \int_l \rho_x dx - l\rho_0 = \int_l \gamma S_x dx - \gamma S_0 l_0 = \gamma(\int_l S_x dx - S_0 l_0) = \gamma(\tilde{V} - V_c) = \gamma\Delta\tilde{V}, \quad (26)$$

где  $\tilde{V}$  – объем отсека  $l$  тела;  $V_c$  – объем цилиндрического отсека, имеющего длину  $l$  и сечение  $S_0$ ;  $\Delta\tilde{V}$  – объем гребня (или впадины) волны (на рис. 3, *a*, *б* заштрихован). Таким образом, можно сделать вывод, что масса, переносимая перистальтической волной, равна массе, соответствующей объему гребня или впадины волны.

Найденные общие количественные соотношения для подсчета основных кинематических и массотранспортирующих характеристик волнового способа передвижения живых существ с эластичным телом и движения жидкости в перистальтических трубопроводах свидетельствуют о сходстве механизмов волнового переноса массы, лежащих в основе этих процессов. Отметим некоторые общие физические особенности волнового механизма переноса массы бегущими волнами деформации.

1. Бегущая волна деформации, как отмечалось, переносит со скоростью своего движения  $\tilde{v}$  массу, равную массосодержанию  $\Delta m$  волны, и этот перенос массы осуществляется способом, названным нами дискретно-волновым (или эстафетным). Особенность данного волнового способа переноса массы заключается в том, что волна несет постоянную по величине массу  $\Delta m$ , но эта масса постоянно обновляется в процессе движения волны. В течение любого промежутка времени некоторое количество массы входит в выпуклую волну (см. рис.1; 3, *a*; 4) в области ее переднего фронта, и точно такое количество массы за то же время покидает волну в области ее заднего фронта. Здесь имеет место «эстафетная» модель движения, когда одни частицы начинают движение в некоторый момент времени, а другие в этот же момент переходят в состояние покоя. Бегущая волна постоянно обновляет «эстафетным» способом переносимую массу, однако в любой момент времени волна обладает постоянной величиной массосодержания. Величина массосодержания  $\Delta m$  для разных видов волн подсчитывается по формулам (23)–(25). Отрицательная величина  $-\Delta m$  означает движение «недостатка массы» (отрицательной массы). Бегущая волна с отрицательным массосодержанием переносит массу в направлении, противоположном направлению движения волны (рис. 2; 3, *в*).

2. Движения частиц тела имеют дискретный характер. Для всех случаев волнового движения тел (рис. 1 – 4) характерна закономерность: волна движется вдоль тела непрерывно, а частицы тела движутся дискретно (шагами). Это происходит в силу того, что частицы тела, находящиеся в волне, движутся вдоль оси  $x$ , а частицы тела, находящиеся вне волны, – неподвижны. Частицы тел (рис. 1 – 3) при периодическом пробеге волн деформации в одном и том

же направлении перемещаются (попутно или встречно по отношению к движению волны вдоль оси  $x$ ). При движении поперечных волн на твердых деформируемых телах точки тела совершают, кроме горизонтальных, колебательные движения в вертикальном направлении вдоль оси  $y$ , однако эти движения не оказывают влияния на массоперенос вдоль оси  $x$ . При движении в перистальтическом трубопроводе частицы жидкости также, кроме однонаправленных горизонтальных движений, могут иметь некоторые случайные разнонаправленные движения (например, турбулентные, вихревые, движения перемешивания), однако эти движения не влияют на усредненную по сечению скорость движения  $v_x$  и не оказывают влияния на массоперенос вдоль оси  $x$ .

3. Среднее время движения некоторой произвольной частицы тела за время пробега одной волны деформации

$$t_m = \frac{l_0}{\tilde{v}}, \quad (27)$$

где  $l_0$  – длина волнового участка тела в нейтральном, т. е. недеформированном состоянии.

4. Редуцирующее действие. Из формул (13), (14) для мгновенных и средних скоростей частиц тел, подверженных бегущим волнам деформации, следует, что величины  $v_x$  скоростей частиц тела значительно меньше величины скорости  $\tilde{v}$  движения самой волны. Такое уменьшение скорости приводит к возрастанию силы, развиваемой движущимися волновым способом телами. Это приводит к повышению силы тяги (проходимости) живых существ, использующих волну в качестве механизма передвижения, и к возрастанию «проталкивающих усилий» при перистальтическом движении вязких жидкостей и смесей.

5. Малая требуемая мощность. Поскольку частицы тела, подверженного волновому движению, движутся одновременно, т. е. в каждый момент времени движение совершает лишь небольшая часть тела, а остальная (большая) часть тела находится в покое, затраты энергии в единицу времени (мощность), необходимые для движения, значительно снижаются. Именно данное свойство позволяет объяснить использование этого вида волн для самопередвижения живых существ путем осуществления цепного процесса небольших подвижек соседних частей эластичного тела живого существа или для перистальтического транспортирования вязкой жидкости в пищеварительной системе животных и человека.

6. Заметим, что геометрическая форма (профиль) поперечной бегущей волны на гибкой нити или волны на поверхности жидкости не оказывает влияния на величину массопереноса, осуществляемого волной. Величина массопереноса бегущих волн деформации любой физической природы (т. е. в твердых, жидких и газообразных телах) определяется лишь величиной  $\Delta\tilde{m}$  массосодержания волны, т. е. массой, «загруженной» в волну во время ее формирования. Масса  $\Delta m$  для волны на гибкой весомой нити определяется длиной избытка нити  $\Delta l = \tilde{l} - l$  в волне и линейной плотностью  $\rho_l$  нити. Для перистальтической волны или волны на поверхности воды величина  $\Delta m$  определяется величиной объема гребня волны или величиной объема ее впадины (в последнем случае величина массосодержания отрицательна).

### 3. Более сложные способы передвижения тел при помощи бегущих волн деформации

**Волновой способ передвижения змеи.** Бегущие волны деформации являются основой движущего механизма сухопутной змеи, хотя действие описанного волнового механизма здесь завуалировано: волны деформации бегут по нижнему, невидимому для наблюдателя, брюшному покрову змеи [4, 6, 8]. Способ обычного «серпантинного» движения сухопутной змеи в принципе не отличается от «дискретно-волнового» способа движения дождевого червя. Здесь также используются бегущие продольные волны удлинения, движущиеся по брюшному покрову змеи в направлении от головной части к хвостовой. Изгибы тела змеи в горизонтальной плоскости при этом не играют роли в создании движущей силы. Змея имеет нижний подвижный опорный покров 1 (рис. 5, а), связанный с позвоночником и верхней частью тела 3 при по-

мощи высокоэластичного мышечного слоя 2. Наклонные мышцы слоя 2 выполняют две функции: периодически приводят в движение (растягивают или сокращают) вдоль тела змеи отдельные участки нижнего кожного опорного покрова 1 и служат «эластичной подвеской» для остальной верхней более жесткой части туловища, включая позвоночник, сглаживая неравномерность ее движения. Вследствие этого наблюдателю кажется, что все тело змеи движется равномерно, т. е. не имеет неподвижных точек опоры, так как неподвижные точки опоры расположены на брюшной невидимой части тела. На нижней опоре 1 многие змеи имеют наклонные ороговевшие выступы (чешую) 4, наклоны которых змея может изменять на соответствующих участках своего тела [4]. На рис. 5, а схематично показано, что на неподвижных ( $S$ ) участках нижнего покрова змеи наклон чешуи повышает силы сцепления тела с опорой, а на подвижных ( $M$ ) – уменьшает. Змея, в отличие от дождевого червя, имеет на своей брюшной опорной поверхности не одну, а несколько бегущих волн деформации (рис. 5, б).

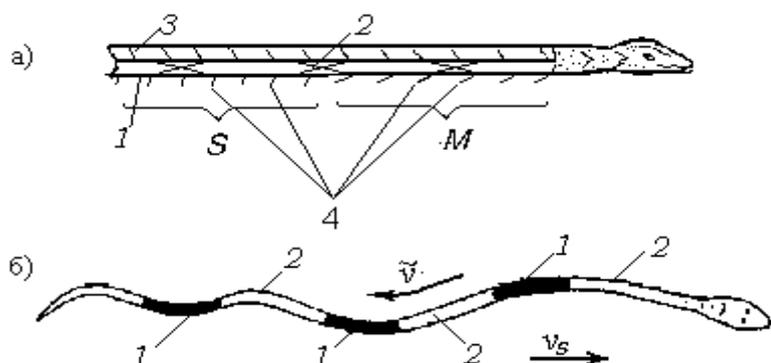


Рис. 5. Способ движения сухопутной змеи: а) строение брюшных двигательных органов змеи; б) чередование волновых (1) и неволновых (2) частей на брюшной опорной поверхности змеи

**Волновой способ передвижения улитки.** Натурные наблюдения за садовой улиткой (улитка передвигалась по прозрачной стеклянной опорной пластине 2 (рис. 6, а), а наблюдения и видеосъемки движения ее опорной брюшной поверхности велись снизу, сквозь прозрачную стеклянную пластину) позволили сделать заключение, что бегущие волны на брюшной опорной поверхности улитки являются синусообразными (в вертикальной плоскости) волнами 1, контактирующими нижними точками синусоиды с опорной поверхностью 2. При этом синусоидальные волны движутся в попутном направлении, т. е. в направлении движения самой улитки. Скорость движения волны  $\tilde{v}$  на брюшной гибкой опорной поверхности улитки в несколько раз превышает скорость движения  $\bar{v}_x$  самой улитки. Движущим механизмом улитки является ее нижний гибкий тонкий опорный слой, подверженный следующим одна за другой поперечным волнам, движущимся в направлении от хвоста к голове.

Механической моделью подобного способа локомоций улитки может быть гибкая нерастяжимая тонкая весома, лежащая на жесткой опорной поверхности полоска, по которой непрерывно в одном направлении движутся бегущие синусоидальные волны. В вертикальном сечении такая полоска представляет собой синусоидально изогнутую весомую гибкую нить 1 (рис. 6, б), контактирующую своими нижними вершинами с жесткой опорной поверхностью 2.

Используя кинематические характеристики для построенной поперечно-волновой модели, можно определить кинематические характеристики движения рассмотренной гибкой нити, которые и являются кинематическими характеристиками волнового механизма движения улитки.

Горизонтальный шаг каждой точки (частицы) волны на нити, согласно (3),  $\Delta x = \tilde{l} - l$ , где  $\tilde{l}$  – спрямленная длина кривой линии (нити), образующей волну;  $l$  – проекция  $\tilde{l}$  на ось  $x$ .

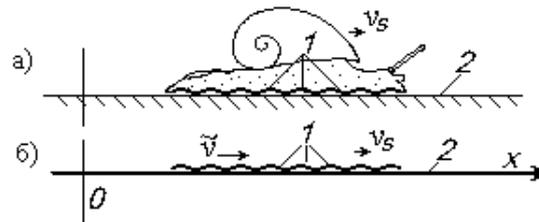


Рис. 6. Способ движения улитки: а) ползущая улитка; б) синусоидальная бегущая волна на гибкой нити как механизм движения улитки

Средняя скорость движения точек нити в волне, согласно (8), (13),  $\bar{v}_x = \tilde{v} \frac{\tilde{l} - l}{\tilde{l}}$ . Эта скорость  $\bar{v}_x$  движения точек гибкой опорной нити является скоростью движения улитки в целом.

Нижние точки контактной поперечной волны с поверхностью опоры неподвижны, так как в этих точках  $\alpha_x = 0$  и, согласно (13),  $v_x = 0$ . Отсюда следует, что точки контакта ползущей улитки с опорной поверхностью неподвижны и теоретически в них отсутствуют элементы скольжения. Поэтому, с позиций теоретической механики, движение улитки, как и движение гусеницы, является качением, а не скольжением, как это может показаться на первый взгляд. Такое движение обеспечивает улитке энергетическую экономичность и минимальность сил сопротивления движению.

Параметрами описанного движения на реальном примере улитки (*Helix pomatia*) были: общая длина тела – 100 мм, количество синусоидальных волн – 9, длина одной волны – 10 мм, скорость движения волн вдоль брюшной поверхности  $\tilde{v} = 10$  мм/с, амплитуда (высота) синусоидальной волны – 1 мм (для этой волны разность  $\Delta x$  длины криволинейного контура и его проекции  $\Delta x = \tilde{l} - l \approx 1$  мм). По формуле (26) скорость улитки  $\bar{v}_x = \tilde{v} \frac{\tilde{l} - l}{\tilde{l}} = 10 \frac{1}{10} = 1$  мм/с, что согласуется с наблюдениями.

**Бегущая волна деформации в роли силового биомеханизма, транспортирующего твердые тела.** Работу волнового тягового механизма, где двигательным звеном является бегущая поперечная волна, поясним при помощи рис. 7, а. Здесь закрепленный на концах А и В продолговатый цилиндр 1 с гибкими эластичными стенками плотно охватывает твердое тело (стержень) 2. На стенках цилиндра может быть образована поперечная волна 3, движущаяся вдоль стенок цилиндра с небольшой скоростью  $\tilde{v}$  (на рис. 7, а волна движется слева направо; механизм образования подобной волны для нас в данном случае не имеет значения). Когда волна достигает правого конца цилиндра, на его левом конце образуется следующая волна, а предыдущая волна, находящаяся на правом конце, одновременно исчезает (распрямляется). Во время образования очередной волны на левом конце деформируемого цилиндра 1 и одновременного исчезновения предыдущей волны на правом конце цилиндра находящаяся между этими волнами часть цилиндра смещается влево на величину  $\Delta x$  и на эту же величину смещается охватываемый цилиндром стержень 2. Величина  $\Delta x = \tilde{l} - l$ , где  $\tilde{l}$  – периметр волны, т. е. длина контура,  $l$  – длина проекции  $\tilde{l}$  на ось  $x$ .

На рис. 7, б изображена схема волнового тягового механизма, где двигательным звеном является бегущая продольная волна 3 деформации сокращения. Здесь на эластичном цилиндре 1, охватывающем стержень 2, образуется участок продольного сокращения, т. е. продольная волна 3, которая движется вправо. Когда волна достигает правого конца цилиндра, на его левом конце образуется следующая волна продольной деформации, а предыдущая волна, находящаяся на правом конце, исчезает (стенки цилиндра 1 теряют деформацию и переходят в исходное недеформированное состояние). Во время образования очередной волны 3 на левом конце де-

формируемого цилиндра *1* и одновременного исчезновения предыдущей волны на правом конце цилиндра находящаяся между этими волнами часть цилиндра смещается влево на величину  $\Delta x$  и на ту же величину смещается охватываемый цилиндром стержень *2*. Величина смещения равна  $\Delta x = \tilde{l} - l$ , где  $\tilde{l}$  – длина участка волны в недеформированном состоянии,  $l$  – длина этого участка после деформации.

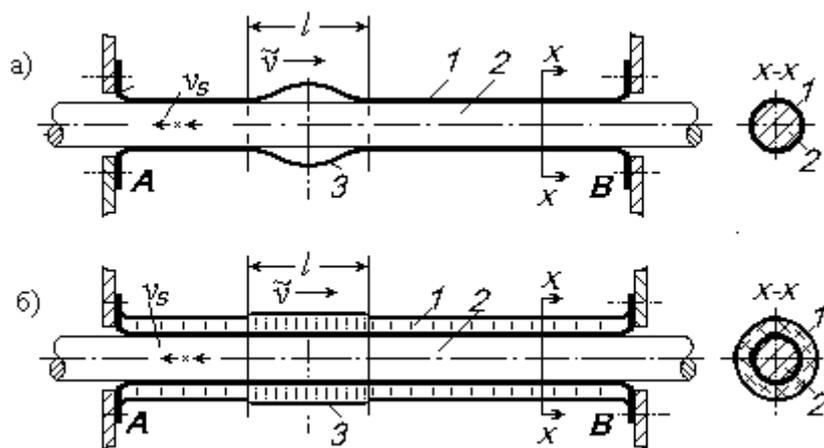


Рис. 7. Способ перемещения твердого тела при помощи бегущей волны деформации:  
 а) поперечная волна *3* на гибком теле *1* перемещает контактирующий с ним стержень *2*;  
 б) продольная волна *3* на деформируемом теле *1* перемещает контактирующий с ним стержень *2*

На рис. 8 изображена схема транспортирования крупного твердого тела в пищеварительном тракте змеи. В этом случае бегущие волны деформации движутся по эластичным стенкам пищеварительного тракта, плотно охватывающим проглоченный змеей предмет (рис. 8, б), и этот предмет совершает медленное движение вдоль пищеварительного тракта змеи. В работе [9] высказано мнение, что подобный дискретно-волновой транспортирующий механизм составляет основу биомеханики процесса родов.

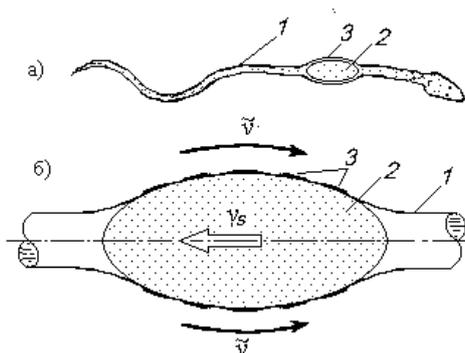


Рис. 8. Перемещения твердого тела в пищеварительном тракте змеи: а) змея, заглотившая крупное яйцо; б) волновой способ перемещения твердого тела

### Заключение

Наблюдения за творчеством природы, которая воплотила в создаваемых ею живых существах уникальные идеи, все чаще приносят пользу не только конструкторам новых машин, но и ученым, пытающимся объяснить многие явления и процессы, протекающие в окружающем мире. Исследование и обобщение биомеханических законов и моделей движения живых существ, описанных в настоящей статье, позволили автору изобрести ряд новых технических устройств,

а также обнаружить и осмыслить физические явления и процессы, на первый взгляд не связанные с описанными способами передвижения живых существ, и разработать теорию бегущих волн деформации и волнового массопереноса. В следующих выпусках журнала «Информатика» автор планирует опубликовать статьи, в которых будут описаны механизмы и машины, использующие волновые принципы биомеханики, с позиции теории бегущих волн деформации будет описан новый подход к анализу некоторых глобальных геофизических процессов, а также натурные и компьютерные модели этих явлений и процессов.

### Список литературы

1. Роджерс Э. Физика для любознательных. Т. 1. – М.: Мир, 1969.
2. Halliday D., Resnick R., Walker J. Fundamentals of Physics. V. 1. – John Wiley&Sons, 1997.
3. Добролюбов А.И. Волновой перенос вещества. – Мн.: Беларуская навука, 1996. – 304 с.
4. Dobrolyubov A.I. The Mechanism of Locomotion of Some Terrestrial Animals by Travelling Waves of Deformation // Journal Theor. Biology. – London, 1986. – V. 119. – P. 457-466.
5. Dobrolyubov A.I. Stepping Wave Mechanisms // Mechanisms and Machines Theory. – London, 1990. – V. 25. – N 4. – P. 449-456.
6. Dobrolyubov A.I. Travelling Deformation Waves: A Tutorial Review // Applied Mechanics Reviews. – New-York, 1991. – N 5. – P. 215-255.
7. Dobrolyubov A.I., Douchy G. Peristaltic transport as the Travelling Deformation Waves // Journal Theor. Biology. – V. 219.. – London, 2002. – P. 55-61.
8. Журавлев В.Ф. Об одной модели механизма движения змеи // Прикладная математика и механика. – Т. 66. – Вып. 4. – М., 2002. – С. 534-538.
9. Воскресенский С.Л. Биомеханика родов: дискретно-волновая теория. – Мн.: ПК ООО «ПолиБиг», 1996. – 186 с.
10. Dobrolyubov A.I., Kolesnik A.A. Travelling Deformation Waves. [http:// pages. sbcglobal. net /akolesnik/](http://pages.sbcglobal.net/akolesnik/)

Поступила 12.02.04

*Объединенный институт проблем информатики НАН Беларуси,  
Минск, Сурганова, 6  
e-mail: Dobr@newman.bas-net*

**A.I. Dobrolyubov**

### **MODELING AND VISUALIZATION OF WAVE MOTIONS IN LIVING ORGANISMS**

On the basis of theoretical and experimental investigations of wave movement of living terrestrial creatures having an oblong deformable body (a garden caterpillar, earthworm, snake, and snail), and of analysis of the peristaltic transportation of viscous liquid in digestive tract of animals and human a universal mechanics-mathematical model of travelling deformation waves was developed as a universal driving mechanism used in the mentioned biomechanical processes. The mathematical model allows to estimate quantitatively the kinematics and mass transportation properties of the travelling waves of deformations. It is shown, that the model allows to give a non conventional explanations of some biological methods of locomotion and ways of mass transportation. There are given references to the literature in which application of the travelling deformation waves theory is used for creation of new mechanisms and machines.