ISSN 1816-0301 (Print)
ISSN 2617-6963 (Online)
УДК 004.052.32+681.518.5

Поступила в редакцию 30.01.2019
Received 30.01.2019

Принята к публикации 09.04.2019
Accepted 09.04.2019

Способ построения семейства кодов с суммированием с наименьшим общим количеством необнаруживаемых ошибок в информационных векторах

Д. В. Ефанов[1]✉, В. В. Сапожников[2], Вл. В. Сапожников[2]

[1]ООО «ЛокоТех-Сигнал», Российский университет транспорта, Москва, Россия
✉E-mail: TrES-4b@yandex.ru
[2]Петербургский государственный университет путей сообщения Императора Александра I, Санкт-Петербург, Россия

Аннотация. Изложены результаты исследований способов построения разделимых кодов с суммированием с наименьшим общим количеством необнаруживаемых ошибок в информационных векторах. Приведены формулы подсчета числа необнаруживаемых ошибок в информационных векторах и свойства данного класса кодов. Представлен универсальный способ построения таких кодов, дающий для каждого значения длины информационного вектора возможность получения целого семейства кодов, обладающих к тому же различными распределениями необнаруживаемых ошибок по видам и кратностям. Приведены примеры построения кодов, методология анализа их характеристик, а также дано сравнение кодов между собой. Предложен метод синтеза кодеров разработанных кодов с суммированием.

Ключевые слова: техническая диагностика, обнаружение неисправностей, код с суммированием, необнаруживаемая ошибка, минимальное количество необнаруживаемых ошибок, модифицированный код с суммированием, семейство кодов

Для цитирования. Ефанов, Д. В. Способ построения семейства кодов с суммированием с наименьшим общим количеством необнаруживаемых ошибок в информационных векторах / Д. В. Ефанов, В. В. Сапожников, Вл. В. Сапожников // Информатика. – 2019. – Т. 16, № 3. – С. 101–118.

Sum code family formation method with undetectable error minimum in data vectors

Dmitry V. Efanov[1]✉, Valery V. Sapozhnikov[2], Vladimir V. Sapozhnikov[2]

[1]"LocoTech-Signal" LLC, Russian University of Transport, Moscow, Russia
✉E-mail: TrES-4b@yandex.ru
[2]Emperor Alexander I St. Petersburg State Transport University, Saint Petersburg, Russia

Abstract. The research results of the methods for formation of separable sum codes with the minimum number of undetectable errors in data vectors are presented. A formula for counting the number of undetectable errors in data vectors and codes family properties are given. A universal method for formation of such codes is shown, which makes it possible for each value of the data vector length to obtain a whole family of codes that also have different distributions of undetectable errors by type and multiplicity. An example of codes formation, methods for analyzing characteristics, code comparison are presented. A method for synthesizing coders of developed sum codes is suggested.

Keywords: technical diagnostics, fault detector, sum code, undetectable error, undetectable error minimum, modified sum code, codes family

For citation. Efanov D. V., Sapozhnikov V. V., Sapozhnikov Vl. V. Sum code family formation method with undetectable error minimum in data vectors. *Informatics*, 2019, vol. 16, no. 3, pp. 101–118 (in Russian).

Введение. В процессе разработки диагностического обеспечения современных микроэлектронных систем автоматического управления широко используют избыточное кодирование. При этом свое применение находят как коды с корректирующими свойствами (например, коды Хэмминга, Рида – Соломона или Рида – Маллера [1–5]), так и коды со свойствами идентификации ошибок (например, разнообразные коды с суммированием [6–8]). Использование кодов с обнаружением ошибок оправдано с позиции решаемой задачи диагностики: необходимо обеспечить процедуру диагностирования с минимальными временными и аппаратурными затратами или же реализовать такое устройство, структура которого будет наделена свойствами самопроверяемости или самотестируемости. Для того чтобы код обладал свойством обнаружения ошибок, требуется меньшая избыточность, чем для реализации свойства коррекции ошибок. Избыточность кода напрямую влияет на сложность кодирующего и декодирующего оборудования, а также на аппаратурные затраты при построении устройств автоматики, снабженных техническими средствами диагностирования. Следует отметить, что во многих приложениях технической диагностики не требуется коррекция ошибочного сигнала, необходимо обеспечить только фиксацию данного события, а затем выявить причину его возникновения [9–12]. За счет этого исключается накопление дефектов.

Известно большое количество способов построения кодов, ориентированных на обнаружение искажений в кодовых словах или же только в информационных векторах [13]. Приложениям данных кодов в задачах синтеза технических средств диагностирования и контролепригодных устройств автоматики и вычислительной техники посвящено множество публикаций, например [14–16]. В ряде публикаций, например [17–19], исследуются возможности модификации разделимых кодов с суммированием и устанавливаются их свойства, а также возможности построения кодов с суммированием с заданными характеристиками обнаружения ошибок в информационных векторах. Такие коды могут эффективно применяться при решении задач технической диагностики.

Одной из характеристик разделимых кодов, или (m, k)-кодов (m и k – длины информационных и контрольных векторов кодовых слов), является эффективность использования контрольных разрядов, оцениваемая по общему количеству необнаруживаемых ошибок в информационных векторах (числу $N_{m,k}$) для конкретного (m, k)-кода. Любой разделимый код удобно сравнивать с некоторым абстрактным (m, k)-кодом, обладающим теоретическим минимумом общего количества необнаруживаемых ошибок (числом $N_{m,k}^{\min}$) [20]. Чем ближе число $N_{m,k}$ для конкретного (m, k)-кода к числу $N_{m,k}^{\min}$, тем эффективнее он использует свои контрольные разряды для обнаружения ошибок.

Существует ряд способов построения (m, k)-кодов, для которых достигается теоретический минимум общего числа необнаруживаемых ошибок в информационных векторах [21–23]. Настоящая публикация посвящена описанию нового способа построения целого семейства таких кодов с суммированием.

Коды с суммированием с наименьшим общим количеством необнаруживаемых ошибок. Для определения общего количества необнаруживаемых любым (m, k)-кодом ошибок в информационных векторах необходимо знать распределение всех информационных векторов между всеми контрольными векторами. Так как правила построения любого (m, k)-кода формализованы, то фактически его можно задать в виде таблицы. В столбцах этой таблицы будут расположены контрольные векторы (они образуют контрольные группы), в которые распределятся все информационные векторы [24]. Ошибка будет необнаруживаемой в том случае, если в результате ее возникновения информационный вектор заданной контрольной группы перейдет в информационный вектор той же контрольной группы. Следовательно, по числу взаимных переходов информационных векторов внутри каждой контрольной группы можно вычислить общее количество необнаруживаемых ошибок.

Теорема 1. *Разделимый двоичный код будет обладать минимальным общим количеством необнаруживаемых ошибок при условии, что все* 2^m *информационных вектора будут равномерно распределены между всеми* 2^k *контрольными векторами, а общее число необнаруживаемых ошибок в таком коде будет определяться по формуле*

$$N_{m,k}^{\min} = 2^m \left(2^{m-k} - 1\right). \tag{1}$$

Доказательство. Каждому из 2^k контрольных векторов поставим в соответствие контрольную группу $i \in \{0, 1, ..., 2^k\}$ (фактически номер группы соответствует десятичному представлению двоичного числа, записываемого в контрольный вектор). В каждой контрольной группе будет находиться q_i информационных векторов (табл. 1).

Таблица 1

Задание (*m, k*)-кода в табличной форме

Контрольная группа				
0	1	…	$2^k - 1$	2^k
Число информационных векторов				
$2C_{q_0}^2$	$2C_{q_1}^2$	…	$2C_{q_{2^k-1}}^2$	$2C_{q_{2^k}}^2$

Так как необнаруживаемой будет только ошибка, которая переводит информационный вектор одной контрольной группы в информационный вектор той же контрольной группы, то число необнаруживаемых ошибок в каждой контрольной группе будет определяться удвоенным числом всех возможных переходов каждого вектора в каждый:

$$2C_{q_i}^2 = q_i \left(q_i - 1\right). \tag{2}$$

Общее же количество необнаруживаемых кодов ошибок будет вычисляться по формуле

$$N_{m,k} = \sum_{i=0}^{2^k} 2C_{q_i}^2 = \sum_{i=0}^{2^k} q_i \left(q_i - 1\right). \tag{3}$$

Если все 2^m информационных вектора распределены равномерно между всеми 2^k контрольными векторами, т. е. $q_0 = q_1 = ... = q_{2^k} = q$, то в каждой контрольной группе будет присутствовать по $q = \frac{2^m}{2^k} = 2^{m-k}$ информационных векторов. Из формулы (2) следует, что число необнаруживаемых ошибок в каждой группе будет определяться величиной

$$2C_q^2 = q\left(q - 1\right) = 2^{m-k}\left(2^{m-k} - 1\right). \tag{4}$$

Суммируя выражения (4) 2^k раз (умножая на величину 2^k), приходим к формуле (1). Покажем, что именно формула (1) определяет минимум общего количества необнаруживаемых ошибок в информационных векторах при заданных параметрах *m* и *k*.

Предположим, что код с неравномерным распределением всех информационных векторов между всеми контрольными векторами не будет обнаруживать меньшее количество ошибок в информационных векторах, чем код с равномерным их распределением. Так как общее количество информационных векторов неизменно и равно 2^m, в каких-то контрольных группах будет присутствовать большее их количество, а в каких-то – меньшее.

Пусть в одной контрольной группе вместо $q = 2^{m-k}$ информационных векторов присутствует $(q-b)$ информационных векторов, а b информационных векторов по одному распределены между всеми остальными контрольными группами. В этом случае число необнаруживаемых ошибок в контрольной группе с уменьшенным числом информационных векторов будет находиться из выражения

$$(q-b)(q-b-1) = (q-b)^2 - (q-b) = q^2 - 2qb + b^2 - q + b = (q^2 - q) + (b^2 + b - 2qb). \qquad (5)$$

Сравнивая формулы (5) и (4), отмечаем, что с уменьшением числа информационных векторов в контрольной группе на величину b число необнаруживаемых ошибок, возникающих внутри рассматриваемой контрольной группы, изменилось на величину $(b^2 + b - 2qb) = b(b+1-2q)$. Число $b \in \{1, 2, ..., 2^{m-k} - 1\}$, а число $q = 2^{m-k}$. Выражение $b(b+1-2q)$ при отмеченных значениях b и q всегда меньше нуля. Например, положим $b = 2^{m-k} - 1$ (максимальное значение), тогда $(2^{m-k} - 1)((2^{m-k} - 1) + 1 - 2 \cdot 2^{m-k}) = (2^{m-k} - 1)(-2^{m-k}) < 0$. Число необнаруживаемых ошибок в контрольной группе уменьшилось на величину $|b(b+1-2q)|$.

В других контрольных группах число необнаруживаемых ошибок увеличивается, поскольку общее число информационных векторов увеличилось на единицу. Тогда в группах с увеличенным числом векторов количество необнаруживаемых ошибок определяется формулой

$$(q+1)(q+1-1) = (q+1)^2 - (q+1) = q^2 + 2q + 1 - q - 1 = q^2 + q. \qquad (6)$$

Сравнивая (6) и (4), отмечаем, что добавление одного вектора в контрольную группу увеличило число необнаруживаемых ошибок на величину $2q$. Так как число групп с увеличенным числом информационных разрядов на единицу равно b, общее увеличение числа необнаруживаемых ошибок составляет $2qb$. В остальных контрольных группах (в которых осталось по q информационных векторов) число необнаруживаемых ошибок сохранилось.

Из приведенных рассуждений следует, что произошло уменьшение числа необнаруживаемых ошибок за счет уменьшения числа векторов в одной контрольной группе на величину $|b(b+1-2q)|$ и увеличение числа необнаруживаемых ошибок при добавлении векторов в другие контрольные группы на величину $2q$. За счет этого число необнаруживаемых ошибок стало больше на величину $2q + b(b+1-2q) = b^2 + b$. При $b = 1$ число необнаруживаемых ошибок увеличивается на 2, при $b = 2$ – на 6, при $b = 3$ – на 12 и т. д. Добавление в одну контрольную группу двух и более информационных векторов приводит к еще большему увеличению числа необнаруживаемых ошибок.

Таким образом, даже минимальное нарушение равномерности распределения всех 2^m информационных векторов между всеми 2^k контрольными векторами приводит к увеличению числа не обнаруживаемых кодом ошибок. Отсюда следует, что при неравномерном распределении информационных векторов между контрольными векторами невозможно уменьшение числа необнаруживаемых ошибок, а высказанное предположение о том, что код с минимальным общим количеством необнаруживаемых ошибок может иметь неравномерное распределение, неверно. ■

Рассмотрим некоторые особенности таких (m, k)-кодов, которые имеют равномерное распределение информационных векторов между всеми контрольными векторами.

Пусть код имеет постоянное количество контрольных разрядов вне зависимости от длины информационного вектора. Установим, во сколько раз увеличивается число необнаруживаемых ошибок в нем при увеличении длины информационного вектора.

Число не обнаруживаемых (m, k)-кодом ошибок определяется по формуле (1), а число не обнаруживаемых $(m+p, k)$-кодом ошибок – по формуле

$$N_{m+p,k}^{\min} = 2^{m+p}(2^{m+p-k} - 1). \tag{7}$$

Запишем отношение величины (7) к (1) и определим значение предела при $m\to\infty$:

$$\lim_{m\to\infty}\frac{2^{m+p}(2^{m+p-k}-1)}{2^{m}(2^{m-k}-1)} = \lim_{m\to\infty}2^{p}\cdot\frac{2^{m+p-k}-1}{2^{m-k}-1} = 2^{p}\lim_{m\to\infty}\frac{2^{p}-\frac{1}{2^{m-k}}}{1-\frac{1}{2^{m-k}}} = 2^{2p} = 4^{p}. \tag{8}$$

Свойство 1. *Число не обнаруживаемых ($m+p$, k)-кодом ошибок по сравнению с числом не обнаруживаемых (m, k)-кодом ошибок с ростом значения m и при $m\to\infty$ увеличивается в 4^p раз.*

В частности, для двух кодов, длины информационных векторов которых различаются на единицу, числа необнаруживаемых ошибок различаются в четыре раза.

Рассмотрим два разделимых кода с минимальным общим числом необнаруживаемых ошибок в информационных векторах, длины которых равны, а длины контрольных векторов различаются на величину r. Для (m, $k+r$)-кода число необнаруживаемых ошибок находится по формуле

$$N_{m,k+r}^{\min} = 2^{m}(2^{m-(k+r)} - 1). \tag{9}$$

Записывая отношение величины (9) к (1) и определяя значение предела при $m\to\infty$, получаем

$$\lim_{m\to\infty}\frac{2^{m}(2^{m-(k+r)}-1)}{2^{m}(2^{m-k}-1)} = \lim_{m\to\infty}\frac{2^{m-k-r}-1}{2^{m-k}-1} = \lim_{m\to\infty}\frac{2^{-r}-\frac{1}{2^{m-k}}}{1-\frac{1}{2^{m-k}}} = 2^{-r}. \tag{10}$$

Свойство 2. *Число не обнаруживаемых (m, $k+r$)-кодом ошибок по сравнению с числом не обнаруживаемых (m, k)-кодом ошибок с ростом значения m и при $m\to\infty$ уменьшается в 2^r раз.*

В частности, для двух кодов, длины контрольных векторов которых различаются на единицу, числа необнаруживаемых ошибок будут различаться вдвое.

В заключение рассмотрим два кода с минимальным общим количеством необнаруживаемых ошибок для своих длин информационных и контрольных векторов – коды (m, k) и ($m+p$, $k+r$). Для последнего кода число необнаруживаемых ошибок определяется выражением

$$N_{m+p,k+r}^{\min} = 2^{m+p}(2^{m+p-(k+r)} - 1). \tag{11}$$

Записывая отношение (11) к (1) и переходя к пределу при $m\to\infty$, получаем

$$\lim_{m\to\infty}\frac{2^{m+p}\left(2^{m+p-(k+r)}-1\right)}{2^{m}\left(2^{m-k}-1\right)} = \lim_{m\to\infty}2^{p}\cdot\frac{2^{m+p-k-r}-1}{2^{m-k}-1} = 2^{p}\lim_{m\to\infty}\frac{2^{p-r}-\frac{1}{2^{m-k}}}{1-\frac{1}{2^{m-k}}} = 2^{p}2^{p-r} = 2^{2p-r}. \tag{12}$$

Свойство 3. *Число не обнаруживаемых ($m+p$, $k+r$)-кодом ошибок по сравнению с числом не обнаруживаемых (m, k)-кодом ошибок с ростом значения m и при $m\to\infty$ изменяется в 2^{2p-r} раз.*

К примеру, для ($m+1$, $k+1$)- и (m, k)-кодов получаем, что вне зависимости от значений m и k общее число необнаруживаемых ошибок в первом сравниваемом коде вдвое больше общего числа необнаруживаемых ошибок во втором сравниваемом коде.

Сравнивая общее количество не обнаруживаемых рассматриваемыми (m, k)-кодами ошибок с общим количеством возможных ошибок в информационных векторах и переходя к пределу при $m\to\infty$, получаем

$$\lim_{m\to\infty}\frac{2^m(2^{m-k}-1)}{2^m(2^m-1)}=\lim_{m\to\infty}\frac{2^{m-k}-1}{2^m-1}=\lim_{m\to\infty}\frac{2^{-k}-\frac{1}{2^m}}{1-\frac{1}{2^m}}=2^{-k}. \quad (13)$$

Свойство 4. *Число не обнаруживаемых (m, k)-кодом ошибок при m→∞ в* 2^k *раз больше общего числа допустимых искажений в информационных векторах данной длины.*

Обратимся к способам построения (*m, k*)-кодов рассматриваемого класса.

Способ синтеза семейства кодов с суммированием с наименьшим общим количеством необнаруживаемых ошибок в информационных векторах. Кодами с равномерным распределением всех информационных векторов между всеми контрольными векторами являются любые линейные коды, к которым относятся, например, классические и модифицированные коды паритета [25], классические и модифицированные коды Хэмминга [26], полиномиальные коды [27] и др. Вообще, любые коды, для которых предполагается подсчет ряда контрольных проверок в виде сверток по модулю два части информационных разрядов, принадлежат к кодам с равномерным распределением информационных векторов между всеми контрольными векторами. Это следует из особенностей самой функции сложения по модулю два. Примерами нелинейных кодов с суммированием, для которых достигнута величина $N_{m,k}^{\min}$, являются модульный и модифицированный коды с суммированием взвешенных информационных разрядов с последовательностью весовых коэффициентов, образующей натуральный ряд чисел. Контрольному вектору первого кода соответствует суммарный вес

$$W=\sum_{i=1}^{m}w_i f_i(\mathrm{mod}\,2^{\lceil\log_2(m+1)\rceil}), \quad (14)$$

где f_i и w_i – значение и вес i-го информационного разряда, $2^{\lceil\log_2(m+1)\rceil}$ – предустановленное значение модуля, а каждое слагаемое представляет собой наименьший неотрицательный вычет значения весового коэффициента, умноженный на значение соответствующего разряда информационного вектора.

Контрольному вектору второго кода соответствует число

$$W=\sum_{i=1}^{m}w_i f_i(\mathrm{mod}\,2^{\lceil\log_2(m+1)\rceil-1})+\alpha\cdot 2^{\lceil\log_2(m+1)\rceil-1}, \quad (15)$$

где $2^{\lceil\log_2(m+1)\rceil-1}$ – предустановленное значение модуля, первое слагаемое представляет собой наименьший неотрицательный вычет суммы весовых коэффициентов значащих разрядов информационного вектора, коэффициент α является сверткой по модулю два заранее установленных информационных разрядов, а второе слагаемое фактически определяет значение старшего контрольного разряда.

Коды, для которых суммарный вес определяется по формуле (14), описаны в работе [22], а коды, для которых суммарный вес определяется по формуле (15) с различными способами образования числа α, исследованы в [28, 29]. Коды, получаемые с использованием формул (14) и (15), обладают избыточностью классического кода с суммированием (кода Бергера [30]): число контрольных разрядов в них определено величиной $k=\lceil\log_2(m+1)\rceil$.

Пользуясь формулой (15), но изменяя последовательности весовых коэффициентов разрядов информационного вектора, а также фиксируя способ подсчета коэффициента α, можно строить семейства модифицированных взвешенных кодов с суммированием с минимальным числом необнаруживаемых ошибок в информационных векторах для конкретных значений *m* и *k*.

Способ построения семейства кодов с суммированием с минимальным общим числом необнаруживаемых ошибок в информационных векторах основан на следующем алгоритме.

Алгоритм 1. Правила вычисления значений разрядов контрольных векторов модифицированных кодов с суммированием:

1. Для заданного значения m определяется число $k = \lceil \log_2(m+1) \rceil$.

2. Устанавливается последовательность весовых коэффициентов, образующая следующий ряд натуральных чисел:

$$[w_i] = [w_m; w_{m-1}; \ldots w_{k+2}; w_{k+1}; k; k-1; \ldots; 3; 2; 1], \tag{16}$$

где значения k младших разрядов информационного вектора образуют ряд последовательно возрастающих натуральных чисел, а значения w_m; w_{m-1}; … w_{k+2}; w_{k+1}, соответствующие m–k старшим разрядам, представляют собой заранее установленные произвольные натуральные числа.

3. Устанавливается значение модуля $M = 2^{\lceil \log_2(m+1) \rceil - 1}$.

4. Определяется сумма весовых коэффициентов единичных разрядов информационного вектора – число $W = \sum_{i=1}^{m} w_i f_i$.

5. Определяется наименьший неотрицательный вычет числа W по модулю M: $W_M = W(\bmod M)$.

6. Вычисляется свертка по модулю два значений $m-k$ старших разрядов:

$$\alpha = \bigoplus_{i=m-k}^{m} f_i. \tag{17}$$

7. Формируется число

$$W^* = W_M + \alpha M. \tag{18}$$

8. Число W^* представляется в двоичном виде и записывается в разряды контрольного вектора.

Введем специальное обозначение кодов с суммированием, получаемых по представленному алгоритму, – $RWS(m, k)$-коды (redesigned weight-based sum code).

На рис. 1 показан принцип построения описываемых кодов на примере $RWS(8, 4)$-кода с последовательностью весовых коэффициентов [4; 2; 5; 1; 4; 3; 2; 1].

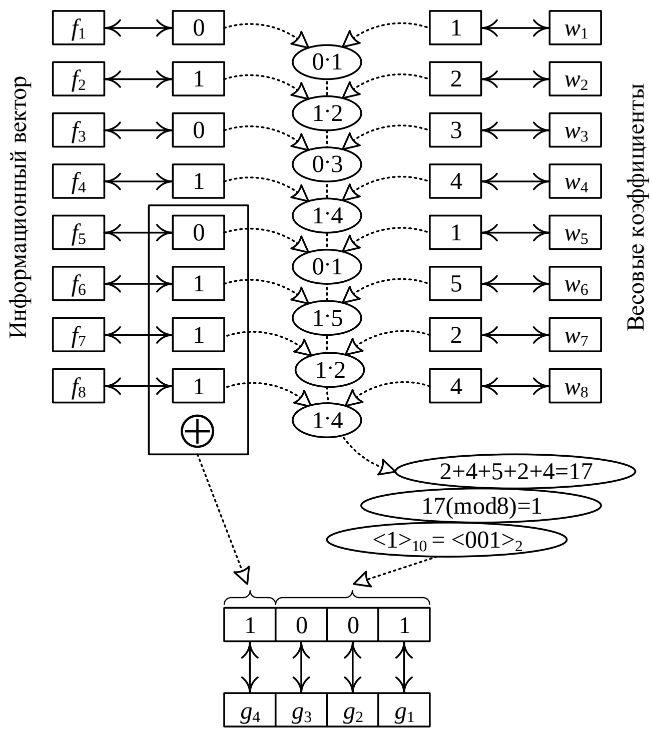

Рис. 1. Получение разрядов контрольных векторов $RWS(m, k)$-кодов

Теорема 2. *RWS(m, k)-код имеет равномерное распределение информационных векторов между всеми контрольными векторами и не обнаруживает минимальное общее количество ошибок в информационных разрядах.*

Доказательство. При построении $RWS(m, k)$-кода все информационные векторы делятся на две группы: для которых значение коэффициента $\alpha = 0$ и для которых $\alpha = 1$. При этом все информационные векторы разбиваются на 2^{m-k} контрольные группы, для которых значения k младших разрядов информационного вектора одинаковы. Поскольку значения весовых коэффициентов этих разрядов образуют ряд натуральных возрастающих чисел, хотя бы по одному разу формируются числа из множества $\{1, 2, \ldots, w_1+w_2+\ldots+w_k\}$, входящие в суммарный вес информационного вектора. Для каждого числа из множества $\{1, 2, \ldots, w_1+w_2+\ldots+w_k\}$ при построении $RWS(m, k)$-кода определяется наименьший неотрицательный вычет по модулю $M = 2^{\lceil \log_2(m+1) \rceil - 1} = 2^{k-1}$ и формируются вычеты из множества $\{0;\ 1;\ 2;\ \ldots;\ 2^{k-1}-2;\ 2^{k-1}-1\}$. В каждой из 2^{m-k} контрольных групп формируются «полные» подгруппы вычетов из обозначенного множества. Таким образом, данные вычеты распределяются равномерно между информационными векторами каждой контрольной группы. На следующем этапе построения $RWS(m, k)$-кода к полученным вычетам либо добавляется, либо нет значение того или иного весового коэффициента из $m - k$ старших разрядов. Равномерность получаемых вычетов также не нарушается. При дальнейшей модификации по п. 7 алгоритма 1 половина векторов занимает контрольные группы, соответствующие числам $\{0;\ 1;\ 2;\ \ldots;\ 2^{k-1}-2;\ 2^{k-1}-1\}$, а половина – контрольные группы, соответствующие числам $\{M;\ M+1;\ M+2;\ \ldots;\ M+2^{k-1}-2;\ M+2^{k-1}-1\}$. Распределение информационных векторов между контрольными векторами равномерное, а сам $RWS(m, k)$-код является кодом с минимальным общим числом необнаруживаемых ошибок. ■

Количество способов построения $RWS(m, k)$-кодов для заданного значения m определяется числом вариантов взвешиваний $m - k$ старших разрядов информационного вектора. Это число ограничено значением модуля $M = 2^{\lceil \log_2(m+1) \rceil - 1}$. Для каждого значения старшего разряда значение весового коэффициента может быть выбрано из множества

$$w_i \in \{1;\ 2;\ \ldots;\ M-1\},\ i = \overline{k+1, m}. \tag{19}$$

Таким образом, общее число $RWS(m, k)$-кодов в одном семействе значения m находится из выражения

$$L = (M-1)^{m-k} = (M-1)^{m-\lceil \log_2(m+1) \rceil}. \tag{20}$$

В табл. 2 приводятся значения, рассчитанные для общего числа $RWS(m, k)$-кодов в одном семействе. С увеличением m это число стремительно возрастает. Следует, однако, отметить, что это только верхняя оценка мощности множества кодов каждого семейства, где не исключены коды с одинаковыми характеристиками обнаружения ошибок. Например, $RWS(5, 3)$-коды со значениями весовых коэффициентов из последовательностей [2; 4; 3; 2; 1] и [4; 2; 3; 2; 1] в силу равнозначности разрядов f_4 и f_5 будут иметь одинаковые характеристики обнаружения ошибок. Таких кодов достаточно много.

Следует также отметить, что согласно алгоритму 1 возможно взвешивание каждого из $m - k$ старших разрядов информационного вектора числами $w_i = M$. Это на самом деле приводит к отсутствию значений соответствующих разрядов в контрольной сумме, получаемой в п. 5 алгоритма 1, так как $(w_i = M)(\mathrm{mod}\, M) = 0$ вне зависимости от значения f_i. Тем не менее в соответствии с формулой (16) на итоговый вес влияет значение поправочного коэффициента α, вычисляемого как свертка по модулю два $m - k$ старших разрядов. В данном случае старший контрольный разряд предназначен только для контроля $m - k$ старших разрядов информационного вектора. Представленный способ построения кода аналогичен выбору двух подмножеств разрядов и определению значений контрольных разрядов для каждого из них, причем первое подмножество контролируется только одним разрядом, а второе – $\lceil \log_2(m+1) \rceil - 1$ разрядами контрольного вектора. Такой код относится к двухмодульным взвешенным кодам, простейшие из которых описаны в работе [31] и далее не рассматриваются.

Таблица 2

Мощность семейств *RWS*(*m*, *k*)-кодов

m	*M*	*k*	*m* – *k*	*L*
4	4	3	1	3
5	4	3	2	9
6	4	3	3	27
7	4	3	4	81
8	8	4	4	2401
9	8	4	5	16 807
10	8	4	6	117 649
11	8	4	7	823 543
12	8	4	8	5 764 801
13	8	4	9	40 353 607
14	8	4	10	282 475 249
15	8	4	11	1 977 326 743
16	16	5	11	$8{,}649\,76\cdot10^{12}$
17	16	5	12	$1{,}297\,46\cdot10^{14}$
18	16	5	13	$1{,}9462\cdot10^{15}$
19	16	5	14	$2{,}919\,29\cdot10^{16}$
20	16	5	15	$4{,}378\,94\cdot10^{17}$
…	…	…	…	…
50	32	6	44	$4{,}167\,87\cdot10^{65}$
…	…	…	…	…
100	64	7	93	$2{,}1811\cdot10^{167}$

Синтез кодеров *RWS*(*m*, *k*)-кодов. Кодеры *RWS*(*m*, *k*)-кодов имеют достаточно простые структуры, состоящие из двух параллельных каскадов (рис. 2). Первый каскад выполняет функцию определения наименьшего неотрицательного вычета суммы весовых коэффициентов единичных разрядов информационного вектора по модулю *M*, второй реализует свертку по модулю два *m* – *k* старших разрядов информационного вектора.

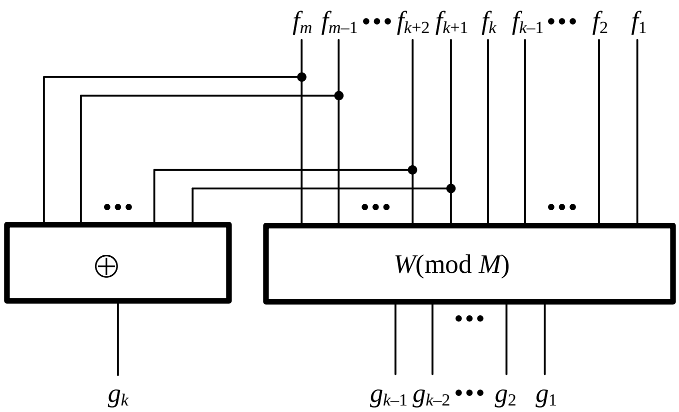

Рис. 2. Структурная схема кодеров *RWS*(*m*, *k*)-кодов

Способ реализации обоих каскадов кодера *RWS*(*m*, *k*)-кода зависит от того, какая именно элементная база используется в системе автоматики и вычислительной техники. Например, если требуется аппаратная реализация, то могут быть применены стандартные схемы сумматоров единичных разрядов (полных сумматоров (*FA*), полусумматоров (*HA*), сумматоров по модулю два), имеющиеся во всех стандартных библиотеках функциональных элементов [32]. В этом случае кодер реализуется по следующему алгоритму.

Алгоритм 2. Правила синтеза кодеров модифицированных кодов с суммированием на основе стандартных схем сумматоров:

1. Реализуется сумматор весовых коэффициентов информационного вектора.

   1.1. Выполняется разложение весовых коэффициентов на суммы степеней числа 2.

   1.2. Определяется количество повторений чисел i-й степени числа 2 (1, 2, 4, …) – числа N_i.

   1.3. Устанавливается значение $i = 0$.

   1.4. Реализуется i-й каскад генератора, содержащий $\left\lfloor \frac{N_i - 1}{2} \right\rfloor$ полных сумматоров

и $\frac{N_i - 1}{2} (\mathrm{mod}\, 2)$ полусумматоров.

   1.5. Значение i увеличивается на единицу: $i = i + 1$.

   1.6. Проверяется условие $i = i_{\max}$? Если да, то генератор построен; если нет, то реализуется следующий шаг.

   1.7. Определяется число выходов переноса каждого сумматора (i–1)-го каскада – число $N_{C_{i-1}}$.

   1.8. Корректируется число N_i: $N_i = N_i + N_{C_{i-1}}$.

   1.9. Повторяются операции 1.4–1.6.

2. За счет удаления неприменяемых выходов полученного устройства и сумматоров, а также замены полных сумматоров (полусумматоров) с одним используемым выходом на сумматор по модулю два с тремя (двумя для замены полусумматора) входами реализуется сумматор весовых коэффициентов по установленному модулю $M = 2^{\lceil \log_2(m+1) \rceil - 1}$.

3. Реализуется функция свертки по модулю два m–k старших разрядов информационного вектора.

На рис. 3 приведен пример построения кодера RWS(8, 4)-кода с последовательностью весовых коэффициентов [4; 2; 5; 1; 4; 3; 2; 1] в выбранном элементном базисе. Для сравнения на рис. 4 изображен кодер классического кода Бергера, реализованный по тому же принципу. Для обоих устройств смоделирована работа на каждой линии при поступлении на входы информационного вектора $<f_8\, f_7 f_6\, f_5 f_4\, f_3\, f_2\, f_1>$ = <11101010>. Для реализации кодера RWS(8, 4)-кода потребовалось три полных сумматора, один полусумматор, один сумматор по модулю два на три входа и один сумматор по модулю два на четыре входа. Для реализации кодера кода Бергера потребовалось четыре полных сумматора и три полусумматора. Если реализовывать сумматоры на полевых транзисторах, то для реализации полного сумматора потребуется 24 транзистора, полусумматора – 9 транзисторов, сумматора по модулю два с тремя входами – 6 транзисторов и сумматора по модулю два с четырьмя входами – 12 транзисторов [32]. Воспользовавшись этими данными, получим, что кодер RWS(8, 4)-кода будет иметь 99 транзисторов, тогда как кодер классического кода Бергера – 123 транзистора (примерно в 1,24 раза больше).

Сложность реализации кодера $RWS(m, k)$-кода напрямую определяется значениями весовых коэффициентов разрядов информационного вектора. Анализ алгоритма 2 показывает, что наиболее сложные структуры имеют кодеры таких взвешенных кодов, последовательности весовых коэффициентов которых будут иметь большое количество нечетных чисел.

Свойства $RWS(m, k)$-кодов. Свойства обнаружения ошибок в информационных векторах $RWS(m, k)$-кодов определяются сочетанием весовых коэффициентов $m - k$ старших разрядов информационного вектора. Несмотря на то что для каждого значения m может быть построено целое семейство кодов (см. табл. 2), часть из них будет обладать одинаковыми характеристиками. Это определяется правилами построения кода и напрямую связано с сочетанием значений весовых коэффициентов $m - k$ старших разрядов информационного вектора. Кроме того, важным оказывается сочетание четных и нечетных значений весовых коэффициентов.

В табл. 3 и 4 приведены характеристики всех кодов из семейств RWS(5, 3) и RWS(6, 3). Для каждого семейства кодов даны все возможные сочетания весовых коэффициентов $m - k$ старших разрядов информационного вектора. Кодам с идентичными свойствами соответствует одна строка. Для каждого кода указаны распределения необнаруживаемых ошибок по их кратностям и видам. Для каждой кратности (и для общего количества ошибок всех кратностей) указано несколько чисел: в верхней строке каждой клетки – общее число ошибок кратностью *d* (в последнем столбце – в общем всех кратностей), а в нижней строке клетки – три числа через наклонные линии, первое из которых обозначает количество монотонных, второе – симметричных и третье – асимметричных необнаруживаемых ошибок* соответственно данной кратностью (и всех кратностей в последнем столбце). Интерес к подробным характеристикам разделимых кодов связан с возможностью использования этой информации при синтезе технических средств диагностирования [8, 9, 19, 26].

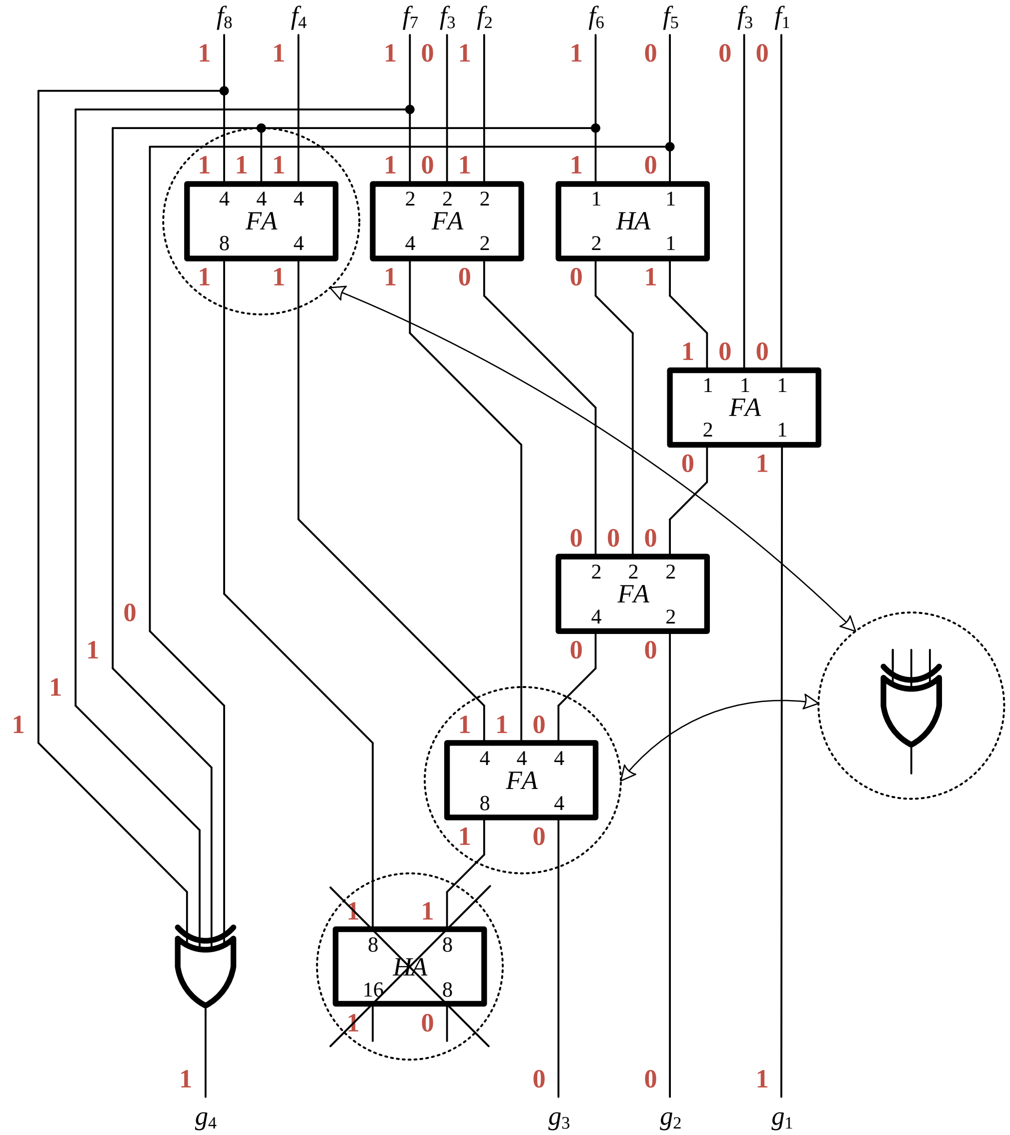

Рис. 3. Кодер *RWS*(8, 4)-кода

* Согласно классификации ошибок в информационных векторах [33] все ошибки делятся на четыре группы: одиночные, монотонные, симметричные и асимметричные. Одиночные ошибки связаны с искажением одного бита данных. К монотонным относятся ошибки, вызванные однонаправленными искажениями двух и более разрядов. Симметричные ошибки – это ошибки четной кратностью, содержащие группы разнонаправленных искажений {0→1; 1→0}. Асимметричные ошибки – это ошибки кратностью $d \geq 3$, имеющие неравное количество искажений нулевых и единичных разрядов.

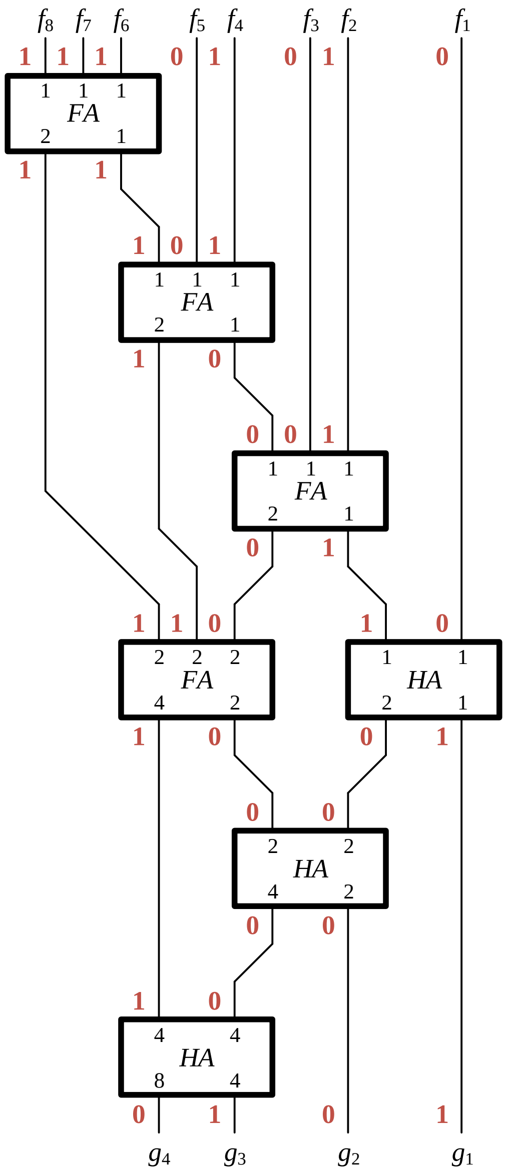

Рис. 4. Кодер классического кода Бергера

Таблица 3

Показатели обнаружения ошибок *RWS*(5, 3)-кодами

Тип кода	Набор весовых коэффициентов старших разрядов	Распределение необнаруживаемых ошибок по кратностям *d*				Всего
		2	3	4	5	
1	[1;1], [3;3]	32	32	16	16	96
		16 / 16 / 0	8 / 0 / 24	0 / 0 / 16	2 / 0 / 14	26 / 16 / 54
2	[1;2], [2;1], [2;3], [3;2]	16	48	32	0	96
		16 / 0 / 0	8 / 0 / 40	4 / 12 / 16	0 / 0 / 0	28 / 12 / 56
3	[1;3], [3;1]	32	32	16	16	96
		32 / 0 / 0	0 / 0 / 32	4 / 12 / 0	0 / 0 / 16	36 / 12 / 48
4	[2;2]	48	16	16	16	96
		32 / 16 / 0	0 / 0 / 16	4 / 4 / 8	0 / 0 / 16	36 / 20 / 0

Таблица 4

Показатели обнаружения ошибок *RWS*(6, 3)-кодами

Тип кода	Набор весовых коэффициентов старших разрядов	Распределение необнаруживаемых ошибок по кратностям d					Всего
		2	3	4	5	6	
1	[1;1;1], [3;3;3]	128	128	96	96	0	448
		32 / 96 / 0	48 / 0 /80	0 / 0 / 96	12 / 0 / 84	0 / 0 / 0	92 / 96 / 260
2	[1;1;2], [1;2;1], [2;1;1], [3;2;3], [3;3;2], [2;3;3]	64	192	160	32	0	448
		32 / 32 / 0	48 / 0 / 144	48 / 16 / 96	4 / 0 / 28	0 / 0 / 0	100 / 80 / 268
3	[1;2;2], [2;1;2], [2;2;1], [2;2;3], [2;3;2], [3;2;2]	96	160	160	32	0	448
		64 / 32 / 0	32 / 0 / 128	56 / 24 / 80	0 / 0 / 32	0 / 0 / 0	120 / 88 / 240
4	[1;3;2], [1;2;3], [2;1;3], [2;3;1], [3;1;2], [3;2;1]	64	192	160	32	0	448
		64 / 0 / 0	32 / 0 / 160	72 / 24 / 64	0 / 0 / 32	0 / 0 / 0	120 / 72 / 256
5	[1;3;1], [1;3;3], [1;1;3], [3;1;1], [3;1;3], [3;3;1]	128	128	96	96	0	448
		96 / 32 / 0	16 / 0 / 112	48 / 16 / 32	4 / 0 / 92	0 / 0 / 0	132 / 80 / 236
6	[2;2;2]	224	32	96	96	0	448
		128 / 96 / 0	0 / 0 / 32	24 / 24 / 48	0 / 0 / 96	0 / 0 / 0	152 / 120 / 176

Из табл. 3 и 4 следует, что, несмотря на большое количество способов сочетаний весовых коэффициентов старших разрядов информационных векторов, *RWS*(m, k)-кодов с различными характеристиками не так много: для семейства *RWS*(5, 3)-кодов – четыре варианта из возможных девяти и для семейства *RWS*(6, 3)-кодов – шесть вариантов из возможных 27.

В табл. 5 и 6 для сравнения характеристик обнаружения ошибок кодами между собой приводятся относительные показатели для модифицированных и классических кодов с суммированием: величины β_d представляют собой доли необнаруживаемых ошибок кратностью d от общего числа ошибок данной кратностью, а величины γ_m характеризуют долю необнаруживаемых ошибок от общего их числа.

Таблица 5

Доли необнаруживаемых *RWS*(5, 3)-кодами ошибок по кратностям, %

Код	Значения величин β_d				γ_m
	2	3	4	5	
RWS(5, 3)-1	10	10	10	50	9,677
RWS(5, 3)-2	5	15	20	0	9,677
RWS(5, 3)-3	10	10	10	50	9,677
RWS(5, 3)-4	15	5	10	50	9,677
S(5, 3)	50	0	37,5	0	22,177

Таблица 6

Доли необнаруживаемых *RWS*(6, 3)-кодами ошибок по кратностям, %

Код	Значения величин β_d					γ_m
	2	3	4	5	6	
RWS(6, 3)-1	13,333	10	10	25	0	11,111
RWS(6, 3)-2	6,667	15	16,667	8,333	0	11,111
RWS(6, 3)-3	10	12,5	16,667	8,333	0	11,111
RWS(6, 3)-4	6,667	15	16,667	8,333	0	11,111
RWS(6, 3)-5	13,333	10	10	25	0	11,111
RWS(6, 3)-6	23,333	2,5	10	25	0	11,111
S(6, 3)	50	0	37,5	0	31,25	21,329

В отличие от классических кодов Бергера предложенные в настоящей работе модифицированные взвешенные коды с суммированием относятся к кодам с наименьшим общим количеством необнаруживаемых ошибок для конкретных значений m и k. Существенным является также и то, что $RWS(m, k)$-коды обладают улучшенными возможностями обнаружения двукратных ошибок в информационных векторах, которые в дискретных системах по статистике более вероятны, чем ошибки бóльших кратностей [23]. Подобные свойства модифицированных кодов с суммированием обусловлены наличием необнаруживаемых ошибок различных видов (как симметричных, так и монотонных и асимметричных), а также ошибок с четными и нечетными кратностями. Кодами Бергера, к примеру, обнаруживаются любые ошибки в информационных векторах за исключением всех симметричных ошибок [30]. $RWS(m, k)$-кодами также не обнаруживаются некоторые симметричные ошибки, но гораздо меньшая их доля. Следует отметить, что в отличие от кодов Бергера у модифицированных кодов с суммированием используются все возможные контрольные векторы, что существенно упрощает процедуру построения самопроверяемых контрольных схем. У кодов Бергера же распределение информационных векторов между контрольными векторами крайне неравномерное, а все контрольные векторы применяются только в частных случаях длин информационных векторов $m = 2^p - 1,\ p \in \{2;\ 3;\ \ldots\}$.

Анализ характеристик $RWS(m, k)$-кодов с бóльшими длинами информационных векторов показывает сохранение обозначенных выше на частных примерах свойств.

Заключение. Представленные в настоящей статье $RWS(m, k)$-коды обладают следующими основными преимуществами, определяющими возможность их использования при решении задач синтеза контролепригодных дискретных систем. Во-первых, данные коды имеют простые правила построения и, соответственно, простые схемы кодирующих устройств. Во-вторых, они относятся к кодам с минимальным общим количеством необнаруживаемых ошибок в информационных векторах. В-третьих, описанный класс кодов обладает улучшенными по сравнению с классическими кодами Бергера характеристиками обнаружения двукратных ошибок. Отмеченные преимущества $RWS(m, k)$-кодов могут учитываться при выборе основы для синтеза диагностического обеспечения или же на этапе абстрактного синтеза дискретной системы.

В качестве недостатка $RWS(m, k)$-кодов следует отметить наличие в классе необнаруживаемых ошибок различных видов (монотонных, симметричных и асимметричных), что накладывает ограничения при их использовании.

В целом класс $RWS(m, k)$-кодов является перспективным для решения задач построения систем с обнаружением неисправностей.

Список использованных источников

1. Rahaman, H. Universal test set for detecting stuck-at and bridging faults in double fixed-polarity Reed-Muller programmable logic arrays / H. Rahaman, D. K. Das // Computers and Digital Techniques. – 2006. – Vol. 153, iss. 2. – P. 109–116.

2. Concurrent error detection in Reed – Solomon encoders and decoders / G. C. Cardarilli [et al.] // IEEE Transactions on Very Large Scale Integration (VLSI) Systems. – 2007. – Vol. 15, iss. 7. – P. 842–846.

3. Optimal testing of Reed-Muller codes / A. Bhattacharyya [et al.] // Proc. of IEEE 51st Annual Symp. on Foundations of Computer Science, Las Vegas, USA, 23–26 Oct. 2010. – Las Vegas, 2010. – P. 488–497.

4. Experimental study on Hamming and Hsiao codes in the context of embedded applications / G. Tshagharyan [et al.] // Proc. of 15th IEEE East-West Design & Test Symposium (EWDTS’2017), Novi Sad, Serbia, 29 Sept. – 2 Oct. 2017. – Novi Sad, 2017. – P. 25–28.

5. R-code for concurrent error detection and correction in the logic circuits / A. Stempkovskiy [et al.] // IEEE Conf. of Russian Young Researchers in Electrical and Electronic Engineering (EIConRus), 29 Jan. – 1 Febr. 2018, Moscow, Russia. – Moscow, 2018. – P. 1430–1433.

6. Piestrak, S. J. Design of Self-Testing Checkers for Unidirectional Error Detecting Codes / S. J. Piestrak. – Wrocław : Oficyna Wydawnicza Politechniki Wrocłavskiej, 1995. – 111 p.

7. Fujiwara, E. Code Design for Dependable Systems: Theory and Practical Applications / E. Fujiwara. – John Wiley & Sons, 2006. – 720 p.

8. New Methods of Concurrent Checking : 1st ed. / M. Göessel [et al.]. – Dordrecht : Springer Science + Business Media B.V., 2008. – 184 p.

9. Согомонян, Е. С. Самопроверяемые устройства и отказоустойчивые системы / Е. С. Согомонян, Е. В. Слабаков. – М. : Радио и связь, 1989. – 208 с.

10. Pradhan, D. K. Fault-Tolerant Computer System Design / D. K. Pradhan. – N. Y. : Prentice Hall, 1996. – 560 p.

11. Рабочее диагностирование безопасных информационно-управляющих систем / А. В. Дрозд [и др.] ; под ред. А. В. Дрозда, В. С. Харченко. – Харьков : Национальный аэрокосмический университет им. Н. Е. Жуковского «ХАИ», 2012. – 614 с.

12. Kharchenko, V. Green IT engineering: concepts, models, complex systems architectures / V. Kharchenko, Yu. Kondratenko, J. Kacprzyk // Springer Book Series "Studies in Systems, Decision and Control". – Springer International Publishing Switzerland, 2017. – Vol. 74. – 305 p.

13. Efanov, D. Generalized algorithm of building summation codes for the tasks of technical diagnostics of discrete systems / D. Efanov, V. Sapozhnikov, Vl. Sapozhnikov // Proc. of 15th IEEE East-West Design & Test Symposium (EWDTS'2017), Novi Sad, Serbia, 29 Sept. – 2 Oct. 2017. – Novi Sad, 2017. – P. 365–371.

14. Nicolaidis, M. On-line testing for VLSI – a compendium of approaches / M. Nicolaidis, Y. Zorian // J. of Electronic Testing: Theory and Applications. – 1998. – No. 12. – P. 7–20.

15. Das, D. Synthesis of circuits with low-cost concurrent error detection based on Bose-Lin codes / D. Das, N. A. Touba // J. of Electronic Testing: Theory and Applications. – 1999. – Vol. 15, iss. 1–2. – P. 145–155.

16. Mitra, S. Which concurrent error detection scheme to choose? / S. Mitra, E. J. McCluskey // Proc. of Intern. Test Conf., Atlantic City, USA, 3–5 Oct. 2000. – Atlantic City, 2000. – P. 985–994.

17. Bose, B. Systematic unidirectional error-detection codes / B. Bose, D. J. Lin // IEEE Transaction on Computers. – 1985. – Vol. C-34. – P. 1026–1032.

18. Jha, N. K. A new class of symmetric error correcting/unidirectional error detecting codes / N. K. Jha // Computers and Mathematic with Application. – 1990. – Vol. 19, no. 5. – P. 95–104.

19. Efanov, D. The use of codes with fixed multiplicities of detected unidirectional and asymmetrical errors in the process of organizing combinational circuit testing / D. Efanov, V. Sapozhnikov, Vl. Sapozhnikov // Proc. of 16th IEEE East-West Design & Test Symposium (EWDTS'2018), Kazan, Russia, 14–17 Sept. 2018. – Kazan, 2018. – P. 114–122.

20. Построение модифицированного кода Бергера с минимальным числом необнаруживаемых ошибок информационных разрядов / А. А. Блюдов [и др.] // Электронное моделирование. – 2012. – Т. 34, № 6. – С. 17–29.

21. Модульные коды с суммированием взвешенных переходов с последовательностью весовых коэффициентов, образующей натуральный ряд чисел / В. В. Сапожников [и др.] // Труды СПИИРАН. – 2017. – № 1. – С. 137–164.

22. Сапожников, В. В. Модульно-взвешенные коды с суммированием с наименьшим общим числом необнаруживаемых ошибок в информационных векторах / В. В. Сапожников, Вл. В. Сапожников, Д. В. Ефанов // Электронное моделирование. – 2017. – Т. 39, № 4. – С. 69–88.

23. Коды с суммированием с эффективным обнаружением двукратных ошибок для организации систем функционального контроля логических устройств / В. В. Дмитриев [и др.] // Автоматика и телемеханика. – 2018. – № 4. – С. 105–122.

24. Ефанов, Д. В. О свойствах кода с суммированием в схемах функционального контроля / Д. В. Ефанов, В. В. Сапожников, Вл. В. Сапожников // Автоматика и телемеханика. – 2010. – № 6. – С. 155–162.

25. О кодах с суммированием единичных разрядов в системах функционального контроля / А. А. Блюдов [и др.] // Автоматика и телемеханика. – 2014. – № 8. – С. 131–145.

26. Сапожников, В. В. Коды Хэмминга в системах функционального контроля логических устройств / В. В. Сапожников, Вл. В. Сапожников, Д. В. Ефанов. – СПб. : Наука, 2018. – 151 с.

27. Experimental studies of polynomial codes in concurrent error detection systems of combinational logical circuits / D. Efanov [et al.] // Proc. of 16th IEEE East-West Design & Test Symposium (EWDTS'2018), Kazan, Russia, 14–17 Sept. 2018. – Kazan, 2018. – P. 184–190.

28. Мехов, В. Б. Контроль комбинационных схем на основе модифицированных кодов с суммированием / В. Б. Мехов, В. В. Сапожников, Вл. В. Сапожников // Автоматика и телемеханика. – 2008. – № 8. – С. 153–165.

29. Сапожников, В. В. Коды с суммированием с последовательностью весовых коэффициентов, образующей натуральный ряд чисел, в системах функционального контроля / В. В. Сапожников, Вл. В. Сапожников, Д. В. Ефанов // Электронное моделирование. – 2017. – Т. 39, № 5. – С. 37–58.

30. Berger, J. M. A note on error detection codes for asymmetric channels / J. M. Berger // Information and Control. – 1961. – Vol. 4, iss. 1. – P. 68–73.

31. Efanov, D. V. Two-modulus codes with summation of one-data bits for technical diagnostics of discrete systems / D. V. Efanov, V. V. Sapozhnikov, Vl. V. Sapozhnikov // Automatic Control and Computer Sciences. – 2018. – Vol. 52, iss. 1. – P. 1–12.

32. Harris, D. M. Digital Design and Computer Architecture : 2nd ed. / D. M. Harris, S. L. Harris. – Morgan Kaufmann, 2012. – 712 p.

33. Сапожников, В. В. Классификация ошибок в информационных векторах систематических кодов / В. В. Сапожников, Вл. В. Сапожников, Д. В. Ефанов // Известия вузов. Приборостроение. – 2015. – Т. 58, № 5. – С. 333–343.

References

1. Rahaman H., Das D. K. Universal test set for detecting stuck-at and bridging faults in double fixed-polarity Reed-Muller programmable logic arrays. *Computers and Digital Techniques*, 2006, vol. 153, iss. 2, pp. 109–116. DOI: 10.1049/ip-cdt:20050079

2. Cardarilli G. C., Pontarelli S., Re M., Salsano A. Concurrent error detection in Reed – Solomon encoders and decoders. *IEEE Transactions on Very Large Scale Integration (VLSI) Systems*, 2007, vol. 15, iss. 7, pp. 842–846. DOI: 10.1109/TVLSI.2007.899241

3. Bhattacharyya A., Kopparty S., Schoenebeck G., Sudan M., Zuckerman D. Optimal testing of Reed-Muller codes. *Proceedings of IEEE 51st Annual Symposium on Foundations of Computer Science, Las Vegas, USA, 23–26 October 2010*. Las Vegas, 2010, pp. 488–497. DOI: 10.1109/FOCS.2010.54

4. Tshagharyan G., Harutyunyan G., Shoukourian S., Zorian Y. Experimental study on Hamming and Hsiao codes in the context of embedded applications. *Proceedings of 15th IEEE East-West Design & Test Symposium (EWDTS’2017), Novi Sad, Serbia, 29 September – 2 October 2017*. Novi Sad, 2017, pp. 25–28. DOI: 10.1109/EWDTS.2017.8110065

5. Stempkovskiy A., Telpukhov D., Gurov S., Zhukova T., Demeneva A. R-code for concurrent error detection and correction in the logic circuits. *IEEE Conference of Russian Young Researchers in Electrical and Electronic Engineering (EIConRus), 29 January – 1 February 2018, Moscow, Russia*. Moscow, 2018, pp. 1430–1433. DOI: 10.1109/EIConRus.2018.8317365

6. Piestrak S. J. *Design of Self-Testing Checkers for Unidirectional Error Detecting Codes*. Wrocław, Oficyna Wydawnicza Politechniki Wrocłavskiej, 1995, 111 p.

7. Fujiwara E. *Code Design for Dependable Systems: Theory and Practical Applications*. John Wiley & Sons, 2006, 720 p.

8. Göessel M., Ocheretny V., Sogomonyan E., Marienfeld D. *New Methods of Concurrent Checking*. Dordrecht, Springer Science+Business Media B.V., 2008, 184 p.

9. Sogomonyan E. S., Slabakov E. V. Samoproveryaemye ustrojstva i otkazoustojchivye sistemy. *Self-Checking Devices and Fault-Tolerance Systems*. Moscow, Radio i svyaz', 1989, 208 p. (in Russian).

10. Pradhan D. K. *Fault-Tolerant Computer System Design*. New York, Prentice Hall, 1996, 560 p.

11. Drozd A. V., Harchenko V. S., Antoshchuk S. G., Drozd Yu. V., Drozd M. A., Sulima Yu., eds. Drozd A. V., Kharchenko V. S. [Rabochee diagnostirovanie bezopasnyh informacionno-upravlyayushchih system. *Objects and Methods of On-Line Testing for Safe Instrumentation and Control Systems*. Kharkov, Nacional'nyj aehrokosmicheskij universitet im. N. E. Zhukovskogo «HAI», 2012, 614 p. (in Russian).

12. Kharchenko V., Kondratenko Yu., Kacprzyk J. Green IT engineering: concepts, models, complex systems architectures. *Springer Book Series "Studies in Systems, Decision and Control"*, Springer International Publishing Switzerland, 2017, vol. 74, 305 p.

13. Efanov D., Sapozhnikov V., Sapozhnikov Vl. Generalized algorithm of building summation codes for the tasks of technical diagnostics of discrete systems. *Proceedings of 15th IEEE East-West Design & Test Symposium (EWDTS’2017), Novi Sad, Serbia, 29 September – 2 October 2017*. Novi Sad, 2017, pp. 365–371. DOI: 10.1109/EWDTS.2017.8110126

14. Nicolaidis M., Zorian Y. On-line testing for VLSI – a compendium of approaches. *Journal of Electronic Testing: Theory and Applications*, 1998, no. 12, pp. 7–20. DOI: 10.1023/A:1008244815697

15. Das D., Touba N. A. Synthesis of circuits with low-cost concurrent error detection based on Bose-Lin codes. *Journal of Electronic Testing: Theory and Applications*, 1999, vol. 15, iss. 1–2, pp. 145–155. DOI: 10.1023/A:1008344603814

16. Mitra S., McCluskey E. J. Which concurrent error detection scheme to choose? *Proceedings of International Test Conference, Atlantic City, USA, 3–5 October 2000*. Atlantic City, 2000, pp. 985–994. DOI: 10.1109/TEST.2000.894311

17. Bose B., Lin D. J. Systematic unidirectional error-detection codes. *IEEE Transaction on Computers*, 1985, vol. C-34, pp. 1026–1032.

18. Jha N. K. A new class of symmetric error correcting/unidirectional error detecting codes. *Computers and Mathematic with Application*, 1990, vol. 19, no. 5, pp. 95–104. DOI 10.1016/0898-1221(90)90105-S

19. Efanov D., Sapozhnikov V., Sapozhnikov Vl. The use of codes with fixed multiplicities of detected unidirectional and asymmetrical errors in the process of organizing combinational circuit testing. *Proceedings of 16th IEEE East-West Design & Test Symposium (EWDTS'2018), Kazan, Russia, 14–17 September 2018*. Kazan, 2018, pp. 114–122. DOI: 10.1109/EWDTS.2018.8524768

20. Blyudov A. A., Efanov D. V., Sapozhnikov V. V., Sapozhnikov Vl. V. Postroenie modificirovannogo koda Bergera s minimal'nym chislom neobnaruzhivaemyh oshibok informacionnyh razryadov [Formation of the Berger modified code with minimum number of undetectable errors of data bits]. Electronnoe modelirovanie [*Electronic Modeling*], 2012, vol. 34, no. 6, pp. 17–29 (in Russian).

21. Sapozhnikov V. V., Sapozhnikov Vl. V., Efanov D. V., Kotenko A. G. Modul'nye kody s summirovaniem vzveshennyh perekhodov s posledovatel'nost'yu vesovyh koehfficientov, obrazuyushchej natural'nyj ryad chisel [Modulo codes with summation of weighted transitions with natural number sequence of weights]. Trudy SPIIRAN [*SPIIRAS Proceedings*], 2017, no. 1, pp. 137–164. DOI: 10.15622/SP.50.6 (in Russian).

22. Sapozhnikov V. V., Sapozhnikov Vl. V., Efanov D. V. Modul'no-vzveshennye kody s summirovaniem s naimen'shim obshchim chislom neobnaruzhivaemyh oshibok v informacionnyh vektorah [Modulo weighted codes with summation with minimum number of undetectable errors in data vectors]. Electronnoe modelirovanie [*Electronic Modeling*], 2017, vol. 39, no. 4, pp. 69–88 (in Russian).

23. Dmitriev V. V., Efanov D. V., Sapozhnikov V. V., Sapozhnikov Vl. V. Kody s summirovaniem s ehffektivnym obnaruzheniem dvukratnyh oshibok dlya organizacii sistem funkcional'nogo kontrolya logicheskih ustrojstv [Sum codes with efficient detection of twofold errors for organization of concurrent error detection systems of logical devices]. Avtomatika i telemekhanika [*Automation and Remote Control*], 2018, no. 4, pp. 105–122 (in Russian).

24. Efanov D. V., Sapozhnikov V. V., Sapozhnikov Vl. V. O svojstvah koda s summirovaniem v skhemah funkcional'nogo kontrolya [On summation code properties in functional control circuits]. Avtomatika i telemekhanika [*Automation and Remote Control*], 2010, no. 6, pp. 155–162 (in Russian).

25. Blyudov A. A., Efanov D. V., Sapozhnikov V. V., Sapozhnikov Vl. V. O kodah s summirovaniem edinichnyh razryadov v sistemah funkcional'nogo kontrolya [On codes with summation of unit bits in concurrent error detection systems]. Avtomatika i telemekhanika [*Automation and Remote Control*], 2014, no. 8, pp. 131–145 (in Russian).

26. Sapozhnikov V. V., Sapozhnikov Vl. V., Efanov D. V. Kody Hehmminga v sistemah funkcional'nogo kontrolya logicheskih ustrojstv. *Hamming Codes in Concurrent Error Detection Systems of Logic Devices*. Saint Petersburg, Nauka, 2018, 151 p. (in Russian).

27. Efanov D., Plotnikov D., Sapozhnikov V., Sapozhnikov Vl., Abdullaev R. Experimental studies of polynomial codes in concurrent error detection systems of combinational logical circuits. *Proceedings of 16th IEEE East-West Design & Test Symposium (EWDTS'2018), Kazan, Russia, 14–17 September 2018*. Kazan, 2018, pp. 184–190. DOI: 10.1109/EWDTS.2018.8524684

28. Mekhov V. B., Sapozhnikov V. V., Sapozhnikov Vl. V. Kontrol' kombinacionnyh skhem na osnove modificirovannyh kodov s summirovaniem [Checking of combinational circuits basing on modification sum codes]. Avtomatika i telemekhanika [*Automation and Remote Control*], 2008, no. 8, pp. 153–165 (in Russian).

29. Sapozhnikov V. V., Sapozhnikov Vl. V., Efanov D. V. Kody s summirovaniem s posledovatel'nost'yu vesovyh koehfficientov, obrazuyushchej natural'nyj ryad chisel, v sistemah funkcional'nogo kontrolya [Codes with summation with a sequence of weight coefficients, forming a natural series of numbers, in concurrent error detection systems]. Electronnoe modelirovanie [*Electronic Modeling*], 2017, vol. 39, no. 5, pp. 37–58 (in Russian).

30. Berger J. M. A note on error detection codes for asymmetric channels. *Information and Control*, 1961, vol. 4, iss. 1, pp. 68–73. DOI: 10.1016/S0019-9958(61)80037-5

31. Efanov D. V., Sapozhnikov V. V., Sapozhnikov Vl. V. Two-modulus codes with summation of one-data bits for technical diagnostics of discrete systems. *Automatic Control and Computer Sciences*, 2018, vol. 52, iss. 1, pp. 1–12. DOI: 10.3103/S0146411618010029

32. Harris D. M., Harris S. L. *Digital Design and Computer Architecture*. Morgan Kaufmann, 2012, 712 p.

33. Sapozhnikov V. V., Sapozhnikov Vl. V., Efanov D. V. Klassifikaciya oshibok v informacionnyh vektorah sistematicheskih kodov [Errors classification in information vectors of systematic codes]. Izvestiya vuzov. Priborostroenie [*Journal of Instrument Engineering*], 2015, vol. 58, no. 5, pp. 333–343. DOI: 10.17586/0021-3454-2015-58-5-333-343 (in Russian).

Информация об авторах

Ефанов Дмитрий Викторович, доктор технических наук, доцент, руководитель направления систем мониторинга и диагностики, ООО «ЛокоТех-Сигнал»; профессор кафедры «Автоматика, телемеханика и связь на железнодорожном транспорте», Российский университет транспорта, Москва, Россия.
E-mail: TrES-4b@yandex.ru

Сапожников Валерий Владимирович, доктор технических наук, профессор, профессор кафедры «Автоматика и телемеханика на железных дорогах», Петербургский государственный университет путей сообщения Императора Александра I, Санкт-Петербург, Россия.
E-mail: port.at.pgups@gmail.com

Сапожников Владимир Владимирович, доктор технических наук, профессор, профессор кафедры «Автоматика и телемеханика на железных дорогах», Петербургский государственный университет путей сообщения Императора Александра I, Санкт-Петербург, Россия.
E-mail: at.pgups@gmail.com

Information about the authors

Dmitry V. Efanov, D. Sci. (Eng.), Associate Professor, Head of the Direction of Monitoring and Diagnostic Systems, "LocoTech-Signal" LLC; Professor of "Automation, Remote Control and Communication on Railway Transport" Department, Russian University of Transport, Moscow, Russia.
E-mail: TrES-4b@yandex.ru

Valery V. Sapozhnikov, D. Sci. (Eng.), Professor, Professor of "Automation and Remote Control on Railways" Department, Emperor Alexander I St. Petersburg State Transport University, Saint Petersburg, Russia.
E-mail: port.at.pgups@gmail.com

Vladimir V. Sapozhnikov, D. Sci. (Eng.), Professor, Professor of "Automation and Remote Control on Railways" Department, Emperor Alexander I St. Petersburg State Transport University, Saint Petersburg, Russia.
E-mail: at.pgups@gmail.com