

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

УДК 536.75

В.А. Балдин, А.М. Крот, Е.Б. Минервина, П.П. Ткачева

ИССЛЕДОВАНИЕ ПЛОСКИХ УДАРНЫХ ВОЛН В ТУРБОКОМПРЕССОРЕ
НА ОСНОВЕ АЭРОДИНАМИЧЕСКОГО КОМПЬЮТЕРНОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ
В ПРОГРАММНОМ ПАКЕТЕ STAR-CD

С помощью пакета STAR-CD проводятся численные эксперименты, подтверждающие возможность возникновения ударных волн в турбокомпрессоре. На основе элементарной теории предлагается подход к описанию возникновения ударных волн.

Введение

Этапы построения конечно-элементных расчетных сеток в рабочих камерах турбокомпрессоров описаны в работе [1], а этапы аэродинамического компьютерного моделирования в пакете STAR-CD изложены в [2, 3]. Настоящая статья посвящена обоснованию и численному моделированию с помощью пакета STAR-CD ударных волн, распространяющихся в рабочей камере турбокомпрессора, с использованием адиабатической и изэнтропической модели движения идеального газа, а также построению ударной адиабатической и неизэнтропической модели.

1. Явление одномерного распространения плоской ударной волны в рабочей камере турбокомпрессора

Остановимся сначала на элементарной теории ударных волн [4] и объяснении причины их возникновения. Представим себе теплоизолированную от внешней среды цилиндрическую трубу бесконечной длины, вдоль которой перемещается поршень. Пусть вначале поршень и газ неподвижны, а затем поршень мгновенно приобретает некоторую скорость и перемещается с этой скоростью влево, сжимая находящийся перед ним газ. Возникающее при этом возмущение (сжатие газа) будет распространяться по трубе.

Разобьем мысленно область возмущенного газа на большое число объемов близкими друг к другу, перпендикулярными к оси трубы плоскими сечениями, каждому из которых соответствуют свои значения возмущенных параметров газа и скорости распространения по отношению к газу. Можно предположить, что распределение возмущений вдоль оси в каждый момент непрерывно, т. е. в двух достаточно близких друг к другу сечениях параметры газа мало различаются между собой. Тогда, представляя движение газа в данном сечении как относительное в системе координат, движущейся поступательно и равномерно со скоростью газа в смежном сечении, можно применять теорию распространения малых возмущений. Это позволит утверждать, что скорость распространения возмущений в каждом сечении равна местной скорости звука [4]. Таким образом, распространение возмущений, создаваемых поршнем, можно рассматривать как совокупность непрерывно следующих друг за другом звуковых волн, причем каждая последующая волна перемещается по газу, возмущенному предыдущими волнами. В рассматриваемом адиабатическом и изэнтропическом движении сжатие газа сопровождается его подогреванием, а скорость распространения возмущений возрастает по мере повышения температуры [4]. Отсюда следует, что каждая последующая волна будет перемещаться относительно невозмущенного газа несколько быстрее, чем предыдущая. Волны будут догонять друг друга, складываться и образовывать одну мощную волну сжатия, называемую *ударной волной*.

Заметим, что при движении поршня влево позади него образуется разрежение, которое будет распространяться вправо от поршня также волновым образом. В этом случае волны уже не будут нагонять друг друга, так как последующая волна пойдет по газу, охлажденному предыду-

щей волной, и скорость распространения последующей волны будет меньше скорости предыдущей. Таким образом, волны разрежения не могут образовывать ударные волны. Из описанного процесса развития ударной волны сжатия следует, что после того как ударная волна образовалась (это произойдет через конечный промежуток времени [4]), по обе стороны от ее фронта параметры состояния газа и его скорость (абсолютная или по отношению к движущемуся фронту) будут иметь значения, различающиеся между собой на конечные величины. Фронт ударной волны представляет собой поверхность (в настоящем частном случае плоскость) разрыва параметров состояния газа, перемещающуюся по газу и вызывающую скачкообразное изменение этих параметров, причем невозмущенный газ перед фронтом ударной волны имеет меньшие давления, плотность и температуру, чем после прохождения фронта. Наличие такого скачкообразного изменения параметров газа (в действительности очень резкого их изменения на участке, имеющем длину порядка пути свободного пробега молекулы) показывает, что здесь имеет место внутренний молекулярный процесс, связанный с переходом кинетической энергии упорядоченного течения газа в кинетическую энергию беспорядочного теплового движения молекул. Этим объясняется разогрев газа при прохождении его из невозмущенной области перед фронтом ударной волны в область возмущенного движения за фронтом ударной волны. Повышение средней квадратичной скорости пробега молекул вызывает также возрастание давления и плотности невозмущенного газа при прохождении его сквозь фронт ударной волны.

Явление одномерного распространения плоской ударной волны допускает элементарный количественный расчет [4]. Используя теоремы сохранения массы, количества движения и энергии в форме Эйлера [4, 5], а также уравнение Клапейрона, можно получить формулу связи между давлениями и плотностями среды перед и за фронтом ударной волны. Заметим, что эйлеровы формы упомянутых теорем могут быть применимы и в случае наличия в потоке поверхностей разрыва (например, скачка уплотнения). Следует только выбрать контрольную поверхность так, чтобы те ее части, на которых нормальная составляющая скорости отлична от нуля, не совпали и не пересеклись с поверхностью разрыва.

Итак, после ряда преобразований из упомянутых уравнений можно получить уравнение Гюгонио [4]

$$p_2 / p_1 = ((k+1)\rho_2 / \rho_1 - (k-1)) / (k+1 - (k-1)\rho_2 / \rho_1), \quad (1)$$

где $k = c_p / c_v$, c_p – коэффициент теплоемкости при постоянном давлении; c_v – коэффициент теплоемкости при постоянном объеме; p_1 и ρ_1 , p_2 и ρ_2 – давление и плотность среды перед и за фронтом ударной волны соответственно.

Для сравнения запишем связь между давлением и плотностью при адиабатическом движении идеального газа, определяемую изэнтропической адиабатой Пуассона [4]:

$$p_2 / p_1 = (\rho_2 / \rho_1)^k. \quad (2)$$

Сравнив формулы (1) и (2), видим, что уравнение Гюгонио (1) представляет собой адиабату, отличную от изэнтропической; эту адиабату называют ударной или адиабатой Гюгонио.

Заметим, что в отличие от непрерывного вдоль трубки тока движения здесь рассматривается разрывное движение с конечным скачком параметров газа в некотором сечении трубы. Отсюда следует, что прохождение идеального газа сквозь скачок уплотнения не является изэнтропическим процессом, а сопровождается необратимым переходом механической энергии в тепловую. Это означает, что ударные волны помимо разрушений лопаток турбины снижают КПД турбокомпрессора.

Заметим, что ударная адиабата имеет асимптоту [4]

$$\rho_2 / \rho_1 = (k+1)/(k-1),$$

так как при этом отношении давлений согласно (1) обращается в бесконечность. Отсюда следует, что в отличие от обычного адиабатического и изэнтропического сжатия газа, например, в

теплоизолированном цилиндре с поршнем, как бы ни было велико сжатие p_2 / p_1 газа в ударной волне, созданное ею уплотнение газа ρ_2 / ρ_1 не может превзойти величины $(k + 1) / (k - 1)$. Так, например, воздух, пройдя сквозь скачок уплотнения, не может повысить свою плотность более чем в шесть раз ($k = 1,4$).

Теперь перейдем непосредственно к распространению ударных волн в камере турбокомпрессора. Логично предположить, что наибольшая азимутальная скорость течения достигается в областях, близких к концам лопаток. Следовательно, велика вероятность образования ударных волн именно там. Допустим, что ударная волна образуется за достаточно малый по сравнению с периодом вращения промежуток времени вблизи поверхности лопатки. Угол поворота турбины за это время будет небольшим. Движение кончика лопатки при таком достаточно малом угле поворота можно приближенно рассматривать как поступательное движение плоской стенки в направлении нормали. Это позволяет с определенной степенью точности применять теорию ударных волн, изложенную выше.

С целью исследования поведения воздушного потока при протекании его в рабочей камере турбокомпрессора ТКР 6.1 было проведено численное моделирование этого процесса (как с турбиной, так и без турбины) с помощью программного комплекса STAR-CD.

2. Построение расчетной сетки проточной части корпуса турбины совместно с колесом турбины турбокомпрессора ТКР 6.1 в цилиндрической системе координат

В целом этапы создания расчетной сетки рабочей камеры турбокомпрессора с турбиной в цилиндрической системе координат подобны этапам создания расчетной сетки в декартовой системе координат [1], поэтому здесь будут рассмотрены только особенности построения расчетной сетки проточной части корпуса турбины совместно с колесом турбины турбокомпрессора ТКР 6.1 в цилиндрической системе координат.

Проблемы построения данной расчетной сетки в цилиндрической системе координат непосредственно связаны с особенностями конструкции. Подходящим вариантом для данной конструкции является использование классификационной расчетной сетки (Classification Mesh Refinement) в цилиндрической системе координат с последующей обработкой ее посредством генератора традиционной сетки (Custom Mesh); использование последней особенно важно для улучшения разрешения сетки в проблемной области потока вблизи лопаток. Построение расчетной сетки в цилиндрической системе координат отличается от построения сетки в декартовой системе координат использованием не только различных систем координат, но и различных типов ячеек: в первом случае расчетная сетка состоит из декартовых гексоячеек [1], а во втором – из криволинейных цилиндрических гексоячеек, образованных криволинейными координатными поверхностями в цилиндрической системе координат. После подготовки и обработки поверхности корпуса турбины совместно с колесом турбины турбокомпрессора ТКР 6.1 (рис. 1, а) с помощью инструментария Pro*am вначале была построена новая поверхность в цилиндрической системе координат (рис. 1, б). После этого была синтезирована цилиндрическая заготовка расчетной сетки с использованием заранее определенного размера ячеек (рис. 1, в).

В такой сетке каждая ячейка классифицируется согласно ее местоположению относительно геометрической поверхности модели. В этом случае цилиндрическая конструкция расчетной сетки будет иметь пять различных типов ячеек. Ячейки типа 1 полностью находятся вне поверхности. Ячейки типа 2 – это ячейки, полностью попадающие внутрь поверхности. Ячейки типа 3 имеют вершины как внутри поверхности, так и снаружи, но при этом они не пересекаются. Ячейки, пересекающие области входа и выхода, относятся к типу 5, все остальные ячейки пересечения – к типу 4. Различные цвета в классификационной сетке указывают разные типы ячеек, определенные посредством программы. На рис. 1, г показано сечение внутренней области, где видны особенности классификации внутренней части модели.

Несмотря на то, что эта классификация довольно сложная, она не является достаточной для рассматриваемой модели. В данном случае из-за очень малых промежутков между лопатками турбины и корпусом единственно верным решением является использование далее расчетной сетки с большим разрешением (более мелкой ячейкой) в указанной области и с меньшим раз-

решением (более грубым определением) в остальной части модели. Это и было достигнуто при помощи традиционной сетки (Custom Mesh), что хорошо видно на рис. 1, д.

Данная классификация оказалась достаточной для получения качественной расчетной сетки с целью моделирования вращения турбины внутри рабочей камеры турбокомпрессора ТРК 6.1. Сечения расчетной сетки рабочей камеры турбокомпрессора ТРК 6.1 с турбиной, созданной в цилиндрической системе координат, показаны на рис. 2.

Следует также отметить, что при дополнительном дроблении ячеек в более сложных областях для всей модели сохраняется основная классификационная структура данной сетки. На рис. 2, а хорошо видны различные типы ячеек, обозначенные разными цветами.

На основе традиционной сетки была сгенерирована объемная расчетная сетка для конечно-элементной модели проточных частей корпуса турбины совместно с колесом турбины турбокомпрессора ТРК 6.1 в цилиндрической системе координат (рис. 3).

3. Исследование возникновения трансзвуковых течений при компьютерном моделировании воздушного потока внутри рабочей камеры без турбины турбокомпрессора ТРК 6.1

В качестве начальных условий для численного эксперимента по продувке пустой камеры были выбраны скорость на входе ($v_{in} = 52$ м/с) и давление на выходе ($p_{out} = 105$ кПа). В ходе моделирования аэродинамических потоков в рабочей камере турбокомпрессора было выявлено, что их скорость при продувке камеры без турбины может превышать звуковую или приближаться к ней [2].

В случае адиабатического газового потока справедлива формула Клапейрона для удельного объема $V = 1/\rho$ газа:

$$T = (1/R)p/\rho. \quad (3)$$

С помощью формулы (3) нетрудно определить скорость звука посредством формулы [4]

$$a = \sqrt{k \frac{p}{\rho}} = \sqrt{kRT}, \quad (4)$$

из которой непосредственно следует, что скорость распространения звука в совершенном идеальном адиабатическом газе зависит только от абсолютной температуры T и физических свойств газа, определяемых посредством коэффициента $k = c_p / c_v$.

Поскольку для воздуха $k = 1,4$, $m_0 = 28,96$, $g = 9,81$ м/с², то формула (4) принимает вид

$$a = 20,1\sqrt{T} \text{ м/с.}$$

В условиях эксперимента $T = 288$ К (15 °С), так что местная скорость звука достигает величины $a = 341$ м/с. Действительно, при численном моделировании аэродинамических потоков в рабочей камере турбокомпрессора ТРК 6.1 на основе программного комплекса STAR-CD были найдены зоны повышения скорости до звуковых величин. Из рис. 4, а видно, что в камере турбокомпрессора без турбины ТРК 6.1 существуют зоны, где скорости частиц приближаются к скорости звука a (область, где скорость равна 320,5 м/с, окрашена розовым цветом) или превышают скорость звука a (области со скоростями, равными 347,2 и 373,9 м/с, обозначены малиновым и красным цветами соответственно). Анализируя данные, представленные на рис. 4, а, можно сделать вывод, что области повышения скорости воздушного потока в камере турбокомпрессора расположены вблизи выхода из нее, а точнее, в зоне, где должна быть расположена турбина.

Таким образом, при работе турбокомпрессора (без турбины) ТРК 6.1 возникают зоны, в которых $v \geq 341$ м/с, т. е. наблюдается трансзвуковое течение потоков воздуха [2, 3]. Это, в свою очередь, означает, что в месте расположения турбины возникают резкие скачки уплотнения – так называемые ударные волны [4]. Общеизвестно, что ударные волны непосредственно приводят к

различного рода разрушениям, например к поломкам лопаток турбины. Вышесказанное означает, что рабочая камера турбокомпрессора ТКР 6.1 нуждается в конструктивной доработке.

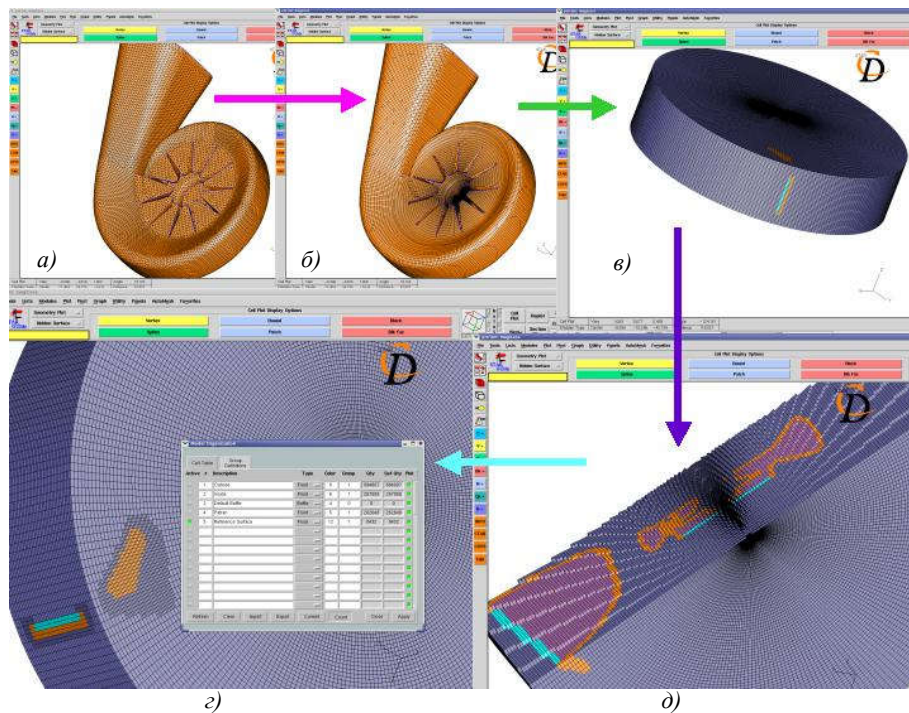


Рис. 1. Предварительные этапы построения расчетной сетки в цилиндрической системе координат: а) 3D-модель корпуса турбины совместно с колесом турбины турбокомпрессора ТКР 6.1 в декартовой системе координат; б) новая поверхность корпуса турбины совместно с колесом турбины турбокомпрессора ТКР 6.1 в цилиндрической системе координат, созданная посредством сеточного генератора Pro*am; в) цилиндрическая заготовка классификационной расчетной сетки (Classification Mesh); г) внутренний вид цилиндрической заготовки классификационной расчетной сетки; плоскость сечения расположена вдоль оси вращения z; д) цилиндрическая заготовка традиционной сетки

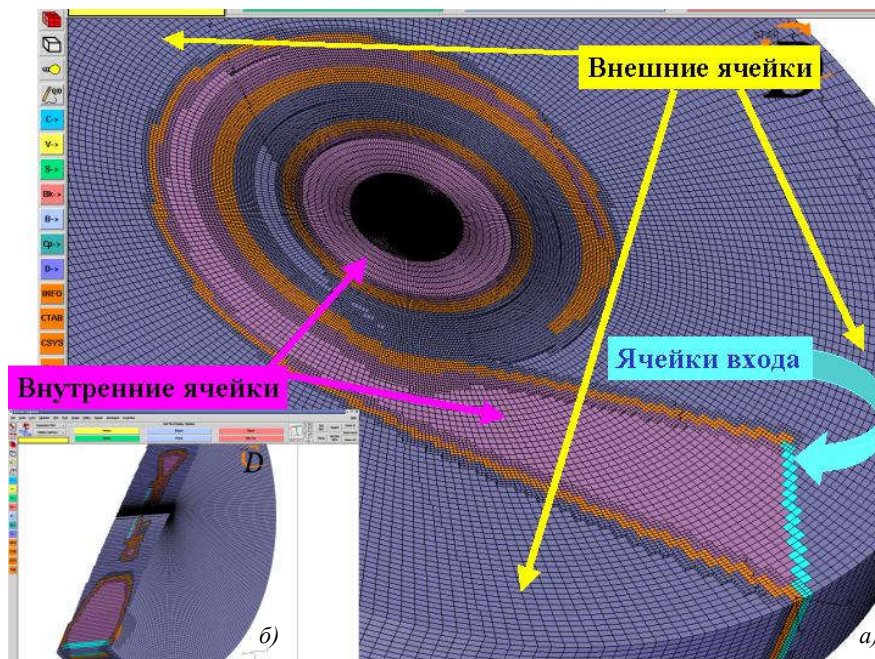


Рис. 2. Внутренний вид цилиндрической заготовки традиционной сетки (Custom Mesh): а) плоскость сечения расположена перпендикулярно оси вращения z; б) плоскость сечения расположена вдоль оси вращения z

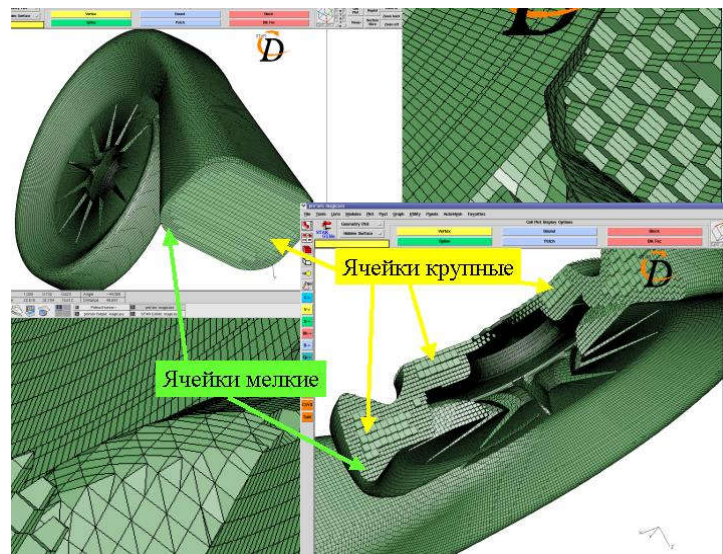


Рис. 3. Объемная конечно-элементная расчетная сетка для моделирования газовых потоков в проточных частях корпуса турбины совместно с колесом турбины турбокомпрессора ТКР 6.1 в цилиндрической системе координат (и ее сечение вдоль оси вращения z)

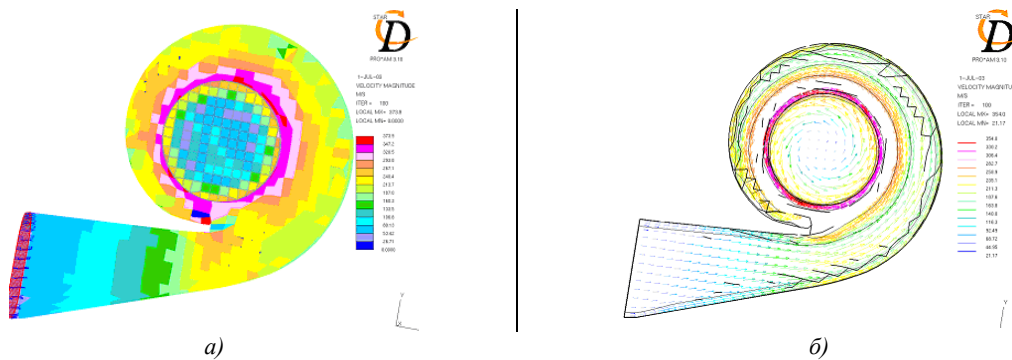


Рис. 4. Распределение скорости в рабочей камере турбокомпрессора (без турбины) ТКР 6.1: а) скалярный вид; б) векторный

4. Моделирование ударных волн в рабочей камере турбокомпрессора ТКР 6.1 с турбиной

Входными данными при моделировании процесса вращения (рис. 5 и 6) являлись частота вращения турбины, а также входное и выходное давления (входом является ближайшая выделенная область поверхности сетки, изображенной на рис. 5, а; выходом – верхняя выделенная область лопаточной части сетки; оранжевым цветом показана граница, на которой задавалась частота вращения). Скорость вращения составляла 90 000 об/мин, в качестве вращаемой среды рассматривался воздух, турбулентность учитывалась путем использования $(k-\varepsilon)$ -модели для больших чисел Рейнольдса.

Входное и выходное давления составляли соответственно 160 и 100 кПа. Воздух считался несжимаемым. На рис. 5 и 6 приведены результаты моделирования по скорости и давлению для половины оборота, считая от начала процесса счета.

Результаты, приведенные на рис. 5 и 6, отличаются друг от друга рассматриваемой областью значений скорости и давления, так как разброс величин очень велик и один рисунок не дает возможность рассмотреть достаточно подробно все области. Так, например, на рис. 6 отчетливо видна область ударной волны, которая незаметна при использовании масштабов рис. 5.

На рис. 6 наглядно изображены поля скоростей и давлений в области ударной волны. На нем можно увидеть резкое падение давления в области, соответствующей переходу течения к сверхзвуковой скорости (области с такой скоростью отмечены на рис. 6, а красным цветом), что соответствует ударной волне.

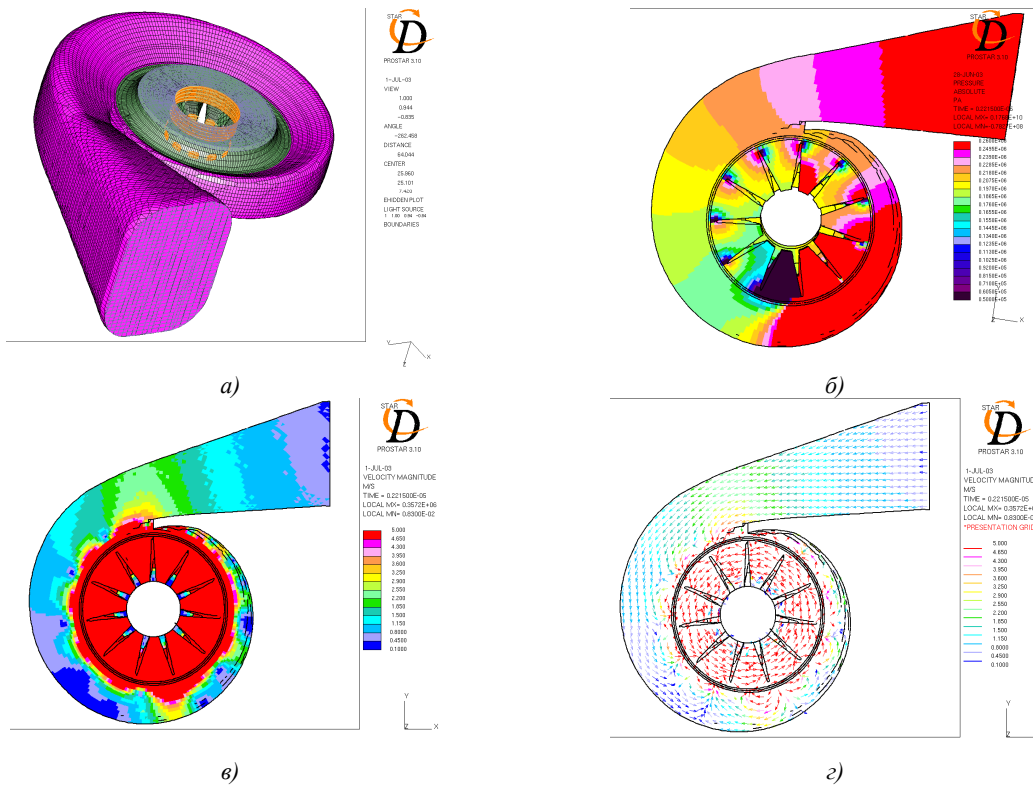


Рис. 5. Результаты моделирования вне области ударной волны: а) расчетная сетка (выделены входная, выходная и вращающаяся границы); б) распределение давления; в), г) распределение скорости

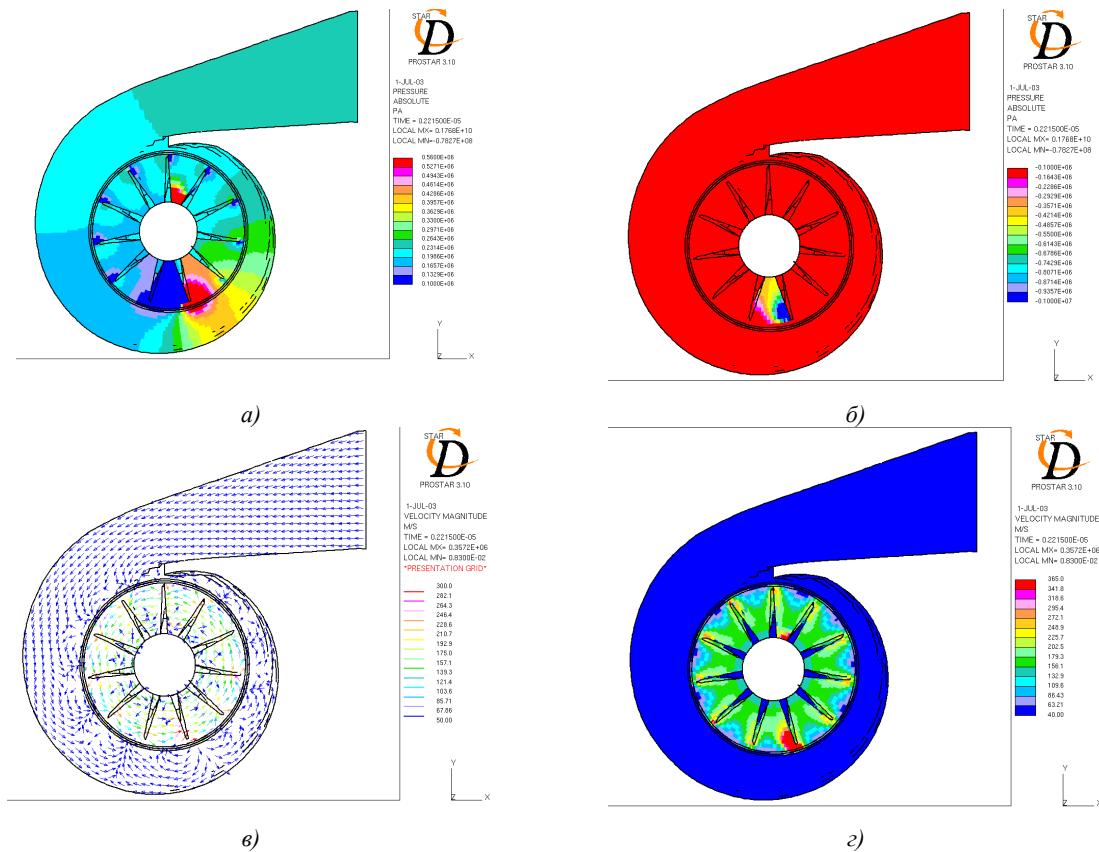


Рис. 6. Результаты моделирования в области ударной волны: а), б) распределение давления; в), г) распределение скорости

Заключение

Используя для объяснения рис. 5 и 6 теорию, упомянутую в разд. 1, следует также учитывать сложность рассматриваемой конструкции. В частности, рис. 2 показывает, что исследуемая система в общем не является осесимметричной, так как расстояние между кончиком лопатки и стенкой камеры уменьшается при повороте турбины против часовой стрелки, что фактически приводит к дополнительному ускорению потока аналогично течению в суживающемся канале. Вероятно, именно это вызывает нарушение симметрии образования ударных волн, и, помимо ударных волн на кончиках лопаток, становится возможным образование дополнительных ударных волн (рис. 6, а, з).

Результаты моделирования дают основание рассматривать ударные волны, образующиеся при переходе скорости течения через звуковую границу, как возможную (если не наиболее вероятную) причину поломки лопаток турбины и разрушения конструкции. Поэтому дальнейшие аналитические и численные исследования ударных волн в турбокомпрессорах имеют смысл, так как могут помочь предотвратить разрушение, а также повысить КПД турбомашин.

Авторы благодарят профессора С.М. Абрамова за предоставленную возможность работать в системе STAR-CD Института программных систем РАН.

Список литературы

1. Ткачева П.П. Компьютерная технология синтеза расчетных сеток в программном комплексе STAR-CD для моделирования аэродинамических потоков в рабочей камере турбокомпрессора // Информатика. – 2005. – № 2. – С. 5–14.
2. Минервина Е.Б. Компьютерное моделирование аэродинамических потоков в рабочей камере турбокомпрессора с использованием программного комплекса STAR-CD // Информатика. – 2005. – № 2. – С. 15–24.
3. Крот А.М. Разработка и исследование моделей сложных динамических систем на основе методов вход-выходных представлений и пространства состояний // Информатика. – 2004. – № 4. – С. 95–108.
4. Лойцянский Л.Г. Механика жидкости и газа. – М.: Наука, 1973. – 840 с.
5. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Гидродинамика. – М.: Наука, 1986. – 736 с.

Поступила 12.08.05

*Объединенный институт проблем
информатики НАН Беларуси,
Минск, Сурганова, 6
e-mail: alxkrot@newman.bas-net.by*

V.A. Baldin, A.M. Krot, H.B. Minervina, P.P. Tkachova

INVESTIGATION OF PLANE SHOCK WAVES IN A TURBO COMPRESSOR BASED ON AERODYNAMIC COMPUTER MODELING IN STAR-CD SOFTWARE PACKAGE

The numerical experiments, confirming a possibility of shock wave arising in a turbo compressor, have been carried out with STAR-CD package. An approach describing the shock wave rise has been suggested on the basis of fundamental theory.