ИНФОРМАТИКА

2005 апрель-июнь № 2

УДК 519.714:681.32

Д.В. Садников

РАЗВИТИЕ ТАБЛИЧНОГО МЕТОДА ДЕКОМПОЗИЦИИ СИСТЕМЫ ПОЛНОСТЬЮ ОПРЕДЕЛЕННЫХ БУЛЕВЫХ ФУНКЦИЙ

Предлагается метод решения задачи последовательной декомпозиции системы полностью определенных булевых функций, являющийся дальнейшим развитием метода декомпозиции по сокращенной компактной таблице. Этот метод менее трудоемкий и, согласно проведенным экспериментальным исследованиям, превосходит последний по быстродействию.

Введение

Система булевых функций может быть представлена в виде суперпозиции двух или большего числа других систем булевых функций [1–3]. Получение такого представления называется декомпозицией системы булевых функций. Среди возможных декомпозиций исходной системы обычно ищется та из них, которая удовлетворяет определенным ограничениям. Необходимость поиска представлений систем булевых функций, которые удовлетворяют определенным ограничениям, а также их суперпозиций возникает при решении задач синтеза цифровых устройств на базе интегральных микросхем. Условия, которым должны удовлетворять решения этих задач, определяются используемой интегральной технологией. Время получения декомпозиции, которая удовлетворяет заданным ограничениям, является одним из важных параметров.

Метод декомпозиции системы булевых функций по сокращенной компактной таблице описан в работах [4–8]. Этот метод основан на понятии покрытия троичной матрицы, а в общем случае – на покрытии секционированной троичной матрицы. В данной работе предлагается усовершенствование этого метода, которое делает процесс поиска декомпозиции менее трудоемким и более быстрым. Улучшение метода достигнуто за счет введения для троичной матрицы понятий простого покрытия и *e*-покрытия. Простые и *e*-покрытия троичной матрицы при решении задачи декомпозиции в ряде случаев могут использоваться вместо покрытия этой матрицы. Так как вычисление каждого из них проще вычисления покрытия, то соответственно и метод декомпозиции становится менее трудоемким. Усовершенствованный метод позволяет за приемлемое время найти декомпозицию для системы полностью определенных булевых функций, которая зависит более чем от 15 аргументов и содержит более 500 конъюнкций. Метод программно реализован и исследован на типовых примерах.

1. Основные определения. Постановка задачи декомпозиции

Пусть исходная система полностью определенных булевых функций $\boldsymbol{y}=\boldsymbol{f}(\boldsymbol{x})$, $\boldsymbol{y}=(y_1, y_2, ..., y_m)$, $\boldsymbol{f}(\boldsymbol{x})=(f_1(\boldsymbol{x}), f_2(\boldsymbol{x}), ..., f_m(\boldsymbol{x}))$, $\boldsymbol{x}=(x_1, x_2, ..., x_n)$, задается парой матриц U, V, где U – троичная матрица размерностью $l\times n$, элементы которой принимают значения из множества $\{0, 1, –\}$, V – булева матрица размерностью $l\times m$. Матрица U задает множество термов, а матрица V – вхождение этих термов в ДНФ соответствующих булевых функций [2]. Столбцы матрицы U помечены переменными $x_1, x_2, ..., x_n$, а столбцы матрицы V – переменными $y_1, y_2, ..., y_m$. Обозначим через X множество булевых переменных $\{x_1, x_2, ..., x_n\}$, а через $\boldsymbol{x}^*=(x_1^*, x_2^*, ..., x_n^*)$ – значение векторной переменной $\boldsymbol{x}$.

Пусть множество $\{Q, W, E\}$ является разбиением множества X, где Q, W, E – блоки этого разбиения, являющиеся подмножествами множества X. Подмножества Q, W не могут совпадать с множеством X и не могут быть пусты. Множество E может быть пустым. Если $E=\varnothing$, то $X=Q\cup W$. Положим, что $D=\{d_1, d_2, …, d_a\}=Q\cup E$, $C=\{c_1, c_2, …, c_b\}=E\cup W$. Из булевых переменных, являющихся элементами множеств D, C и E, образуем соответственно векторные переменные $\boldsymbol{d}=(d_1, d_2, …, d_a)$, $\boldsymbol{c}=(c_1, c_2, …, c_b)$, $\boldsymbol{e}=(e_1, e_2, ..., e_k)$. По всякому значению $\boldsymbol{x}^*$ однозначно строятся значения $\boldsymbol{d}^*=(d_1^*, d_2^*, …, d_a^*)$, $\boldsymbol{c}^*=(c_1^*, c_2^*, …, c_b^*)$, $\boldsymbol{e}^*=(e_1^*, e_2^*, …, e_k^*)$ векторных переменных $\boldsymbol{d}$, $\boldsymbol{c}$, $\boldsymbol{e}$. В качестве значений компонент векторов $\boldsymbol{d}^*$, $\boldsymbol{c}^*$, $\boldsymbol{e}^*$ берутся соответствующие значения компонент вектора $\boldsymbol{x}^*$. В дальнейшем любые из значений $\boldsymbol{d}^*$, $\boldsymbol{c}^*$, $\boldsymbol{e}^*$, полученные по значению $\boldsymbol{x}^*$, будем называть *согласованными* с $\boldsymbol{x}^*$. Обозначим через $2^{\boldsymbol{x}}$, $2^{\boldsymbol{d}}$, $2^{\boldsymbol{c}}$, $2^{\boldsymbol{e}}$ множества всех возможных значений векторных переменных $\boldsymbol{x}$, $\boldsymbol{d}$, $\boldsymbol{c}$, $\boldsymbol{e}$ соответственно.

Под декомпозицией системы булевых функций $\boldsymbol{y}=\boldsymbol{f}(\boldsymbol{x})$ будем понимать суперпозицию систем булевых функций вида $\boldsymbol{y}=\boldsymbol{g}(\boldsymbol{u}, \boldsymbol{c})$, $\boldsymbol{u}=\boldsymbol{h}(\boldsymbol{d})$, где $\boldsymbol{u}=(u_1, u_2, \ldots, u_p)$, $u_1=h_1(\boldsymbol{d})$, $u_2=h_2(\boldsymbol{d})$, …, $u_p=h_p(\boldsymbol{d})$, такую, что для любых значений $\boldsymbol{d}^*$, $\boldsymbol{c}^*$ векторных переменных $\boldsymbol{d}$, $\boldsymbol{c}$, согласованных со значением $\boldsymbol{x}^*$ векторной переменной $\boldsymbol{x}$, выполняется равенство $\boldsymbol{f}(\boldsymbol{x}^*)= \boldsymbol{g}(\boldsymbol{h}(\boldsymbol{d}^*), \boldsymbol{c}^*)$.

В настоящей работе рассматривается следующая задача декомпозиции. Для заданной системы полностью определенных булевых функций $\boldsymbol{y}=\boldsymbol{f}(\boldsymbol{x})$ и разбиения ее множества аргументов X на подмножества Q, W, E необходимо найти декомпозицию этой системы $\boldsymbol{y}=\boldsymbol{g}(\boldsymbol{u},\boldsymbol{c})$, $\boldsymbol{u}=\boldsymbol{h}(\boldsymbol{d})$, в которой величина p, равная числу компонент векторной переменной $\boldsymbol{u}$, удовлетворяет неравенствам $p<a<n$, $p+b<n$ и является минимальной.

2. Простые и е-покрытия троичной матрицы

Основным понятием, на базе которого построен метод декомпозиции по сокращенной компактной таблице [5, 6], является покрытие троичной матрицы. Остановимся на этом понятии подробнее.

Рассмотрим троичную матрицу U. Всякая строка $\boldsymbol{k}_s=(k_{s1}, k_{s2}, \ldots, k_{sn})$ $(1\le s\le l)$ матрицы U, являющаяся троичным вектором, задает некоторую конъюнкцию K_s. Переменная x_i $(1\le i\le n)$ входит в конъюнкцию K_s, если элемент k_{si} принимает значение, отличное от значения «–». Эта переменная входит в конъюнкцию с инверсией, если $k_{si}=0$, и без инверсии, если $k_{si}=1$. Строка $\boldsymbol{k}_s$ задает интервал $I(\boldsymbol{k}_s)$, который представляет собой множество значений $\boldsymbol{x}^*$ векторной переменной $\boldsymbol{x}$, обращающих конъюнкцию K_s в единицу. Значение $\boldsymbol{x}^*$ векторной переменной $\boldsymbol{x}$ поглощается строкой $\boldsymbol{k}_s$ матрицы U, если и только если $\boldsymbol{x}^*\in I(\boldsymbol{k}_s)$.

Пусть $L=\{1, 2, \ldots, l\}$ – множество строк матрицы U. Покрытием π множества L назовем любую совокупность различных подмножеств множества L, объединение которых совпадает с множеством L. Элементами покрытия могут быть как пустое множество, так и само множество L. Элементы покрытия называются блоками. Для каждого значения $\boldsymbol{x}^*$ векторной переменной $\boldsymbol{x}$ найдем в матрице U строки, поглощающие $\boldsymbol{x}^*$. Множество номеров таких строк обозначим $t(\boldsymbol{x}^*, U)$. Если ни одна строка матрицы U не поглощает $\boldsymbol{x}^*$, то полагаем $t(\boldsymbol{x}^*, U)=\varnothing$.

Покрытие π множества L назовем покрытием троичной матрицы U, если каждому значению $\boldsymbol{x}^*$ векторной переменной $\boldsymbol{x}$ в покрытии π соответствует блок $\pi_j=t(\boldsymbol{x}^*, U)$. Всякому блоку π_j покрытия π матрицы U приписывается булева функция $\pi_j(\boldsymbol{x})$, такая, что если для значения $\boldsymbol{x}^*$ векторной переменной $\boldsymbol{x}$ выполняется $\pi_j=t(\boldsymbol{x}^*, U)$, то $\pi_j(\boldsymbol{x}^*)=1$, иначе $\pi_j(\boldsymbol{x}^*)=0$.

Простое покрытие. Простое покрытие φ троичной матрицы U получается из покрытия π этой матрицы путем отбрасывания булевых функций, приписанных его блокам. Отсюда следует, что $\varphi=\{t(\boldsymbol{x}^*, U) / \boldsymbol{x}^*\in 2^{\boldsymbol{x}}\}$.

По разбиению множества X на подмножества Q, W, E разделим матрицу U на матрицы U^1, U^2. Матрицы U^1, U^2 получаются из матрицы U посредством удаления столбцов, соответственно помеченных переменными из множеств W, Q. Столбцы матрицы U^1 помечены переменными из множества $D=Q\cup E$, а столбцы матрицы U^2 – переменными из множества $C=E\cup W$. Обозначим через π^1, π^2 покрытия матриц U^1, U^2 соответственно. Пусть также φ^1 является простым покрытием матрицы U^1, а φ^2 – простым покрытием матрицы U^2. По аналогии с операцией произведения покрытий [5–7] введем понятие произведения простых покрытий. Образуем множество

$$\lambda = \{ \varphi^1{}_i \cap \varphi^2{}_j / \varphi^1{}_i\in\varphi^1,\ \varphi^2{}_j\in\varphi^2\}.$$

Назовем множество λ произведением простых покрытий φ^1, φ^2 ($\lambda=\varphi^1 \bullet \varphi^2$). Обозначим через λ' простое покрытие, полученное из покрытия $\pi^1\times\pi^2$ путем отбрасывания булевых функций, приписанных его блокам.

Утверждение 1. *Если подмножество E пусто, то простое покрытие λ' равно множеству* $\lambda=\varphi^1 \bullet \varphi^2$.

Доказательство. По определению блоки произведения $\pi^1 \times \pi^2$ состоят из всех различных элементов множества $\lambda=\{\pi^1_i \cap \pi^2_j \,/\, \pi^1_i \in \pi^1, \pi^2_j \in \pi^2, \pi^1_i(\boldsymbol{d}) \wedge \pi^2_j(\boldsymbol{c}) \neq 0\}$. Если $E=\varnothing$, то векторные переменные $\boldsymbol{d}$, $\boldsymbol{c}$ не содержат общих компонент, поэтому любое произведение $\pi^1_i(\boldsymbol{d}) \wedge \pi^2_j(\boldsymbol{c})$ не равно нулю. Тогда $\lambda=\{\pi^1_i \cap \pi^2_j \,/\, \pi^1_i \in \pi^1, \pi^2_j \in \pi^2\}$. По построению простое покрытие φ^1 состоит из тех же блоков, что и покрытие π^1. То же самое можно сказать о простом покрытии φ^2 и покрытии π^2. Следовательно, если $E=\varnothing$, то множества λ и λ' равны. Утверждение доказано.

Из утверждения 1, в частности, следует, что простое покрытие троичной матрицы, например *U*, можно вычислить по столбцам этой матрицы так же, как и ее покрытие. Найдем для каждого столбца с номером *i* ($1 \leq i \leq n$) матрицы *U* простое покрытие δ_i. Это покрытие состоит не более чем из двух блоков. В первый блок входят номера строк матрицы *U*, на пересечении с которыми в *i*-м столбце находятся нулевые и неопределенные элементы. Во второй блок входят номера строк матрицы *U*, на пересечении с которыми в *i*-м столбце находятся единичные и неопределенные элементы. Если столбец состоит из одних нулевых или единичных элементов, то один из блоков простого покрытия этого столбца равен пустому множеству, а другой блок равен множеству номеров строк *L*. Если все элементы столбца равны неопределенному элементу «–», то простое покрытие состоит из одного блока, равного множеству *L*. Опираясь на утверждение 1, легко показать, что простое покрытие матрицы *U* равно произведению $\delta_1 \bullet \delta_2 \bullet \ldots \bullet \delta_n$. Заметим, что вычисление простого покрытия троичной матрицы *U* менее трудоемко, чем вычисление покрытия этой матрицы.

***e**-покрытие троичной матрицы*. Пусть {*Q*, *W*, *E*} является разбиением множества *X*. Положим, что $Q' = Q \cup W$ и векторные переменные $\boldsymbol{q}'$, $\boldsymbol{e}$ составлены из переменных, входящих в множество *Q'*, *E* соответственно. Тогда $\boldsymbol{x}=(\boldsymbol{q}', \boldsymbol{e})$.

Покрытие ρ множества *L* назовем ***e**-покрытием троичной матрицы U*, если каждому значению $\boldsymbol{x}^*=(\boldsymbol{q}'^*, \boldsymbol{e}^*)$ векторной переменной $\boldsymbol{x}=(\boldsymbol{q}', \boldsymbol{e})$ в покрытии ρ соответствует блок $\rho_j=t(\boldsymbol{x}^*, U)$. Всякому блоку ρ_j **e**-покрытия ρ матрицы *U* приписывается булева функция $\rho_j(\boldsymbol{e})$. Если для значения $\boldsymbol{x}^*=(\boldsymbol{q}'^*, \boldsymbol{e}^*)$ векторной переменной $\boldsymbol{x}=(\boldsymbol{q}', \boldsymbol{e})$ выполняется $\rho_j=t((\boldsymbol{q}'^*, \boldsymbol{e}^*), U)$, то $\rho_j(\boldsymbol{e}^*)=1$, иначе $\rho_j(\boldsymbol{e}^*)=0$.

Из этого определения следует, что если отбросить булевы функции, приписанные блокам **e**-покрытия матрицы *U*, то **e**-покрытие совпадет с простым покрытием матрицы *U*.

Положим, что троичная матрица *U'* составлена из столбцов матрицы *U*, помеченных переменными из множества *Q'*, а троичная матрица *U''* – из столбцов матрицы *U*, помеченных переменными из множества *E*. Обозначим через φ' простое покрытие матрицы *U'*, а через π'' – покрытие троичной матрицы *U''*. Сформируем множество

$$\lambda = \{\varphi'_i \cap \pi''_j \,/\, \varphi'_i \in \varphi',\ \pi''_j \in \pi''\}.$$

Для каждого элемента $\lambda_{ij} = \varphi'_i \cap \pi''_j$ множества λ положим, что $\lambda_{ij}(\boldsymbol{e})=\pi''_j(\boldsymbol{e})$. Образуем множество ρ'. Элементами множества ρ' являются все различные элементы множества λ. Для всякого элемента ρ'_k множества ρ найдем булеву функцию $\rho'_k(\boldsymbol{e})$. Эта функция получается дизъюнкцией всех булевых функций, приписанных тем элементам множества λ, которые равны элементу ρ'_k.

Утверждение 2. *Множество ρ' вместе с приписанными его элементам булевыми функциями, полученное по покрытиям φ', π'' описанным выше способом, является e-покрытием троичной матрицы U, т. е. равняется **e**-покрытию ρ этой матрицы.*

Доказательство. Рассмотрим некоторое значение $\boldsymbol{x}^*=(\boldsymbol{q}'^*, \boldsymbol{e}^*)$ векторной переменной $\boldsymbol{x}=(\boldsymbol{q}', \boldsymbol{e})$. В простом покрытии φ' существует блок $\varphi'_i= t(\boldsymbol{q}'^*, Q')$, а в покрытии π'' – блок $\pi''_j= t(\boldsymbol{e}^*, U'')$. Согласно правилу построения множества ρ' в этом множестве существует элемент $\rho'_k=\varphi'_i \cap \pi''_j$. Так как пересечение подмножеств *Q'*, *E*, из которых соответственно составлены векторные переменные $\boldsymbol{q}'$, $\boldsymbol{e}$, пусто, то $\rho'_k=\varphi'_i \cap \pi''_j= t(\boldsymbol{q}'^*, Q') \cap t(\boldsymbol{e}^*, U'')=t((\boldsymbol{q}'^*, \boldsymbol{e}^*), U)$.

Более того, для любых $\varphi'_i \in \varphi'$, $\pi''_j \in \pi''$ существует значение $\boldsymbol{x}^*=(\boldsymbol{q}'^*, \boldsymbol{e}^*)$ векторной переменной $\boldsymbol{x}=(\boldsymbol{q}', \boldsymbol{e})$ такое, что $\varphi'_i= t(\boldsymbol{q}'^*, Q')$ и $\pi''_j= t(\boldsymbol{e}^*, U'')$. Следовательно, $\rho'_k=\{t((\boldsymbol{q}'^*, \boldsymbol{e}^*), U) / (\boldsymbol{q}'^*, \boldsymbol{e}^*)\in 2^x\}$. Элементу ρ'_k множества ρ' приписана булева функция $\rho'_k(\boldsymbol{e})$. Пусть $\rho'_k=\varphi'_i \cap \pi''_j= t((\boldsymbol{q}'^*, \boldsymbol{e}^*), U)$. По построению множества ρ' булева функция $\pi''_j(\boldsymbol{e})$ имплицирует булеву функцию $\rho'_k(\boldsymbol{e})$. Так как $\pi''_j=t(\boldsymbol{e}^*, U'')$, то $\pi''_j(\boldsymbol{e}^*)=1$. Следовательно, $\rho'_k(\boldsymbol{e}^*)=1$. Таким образом, если $\rho'_k=t((\boldsymbol{q}'^*, \boldsymbol{e}^*), U)$, то $\rho'_k(\boldsymbol{e}^*)=1$. Утверждение доказано.

В дальнейшем $\boldsymbol{e}$-покрытие ρ' будем называть смешанным произведением покрытий φ', π''. Утверждение 2 дает простой способ вычисления e-покрытия троичной матрицы U.

Пусть троичные матрицы U^1, U^2 построены по матрице U и разбиению $\{Q, W, E\}$ множества X так, как это было описано выше. Положим, что π^1, π^2 – покрытия матриц U^1, U^2 соответственно, ρ^2 – $\boldsymbol{e}$-покрытие троичной матрицы U^2. Также положим, что блоки с одинаковыми номерами в покрытиях ρ^2, π^2 равны. Пусть таблица M [5, 6], задающая исходную систему $\boldsymbol{y}=\boldsymbol{f}(\boldsymbol{x})$, построена по покрытиям π^1, π^2 и булевой матрице V.

По аналогии с таблицей M построим таблицу M' следующим образом. Строкам таблицы M' приписаны блоки покрытия π^1, а столбцам – блоки $\boldsymbol{e}$-покрытия ρ^2. На пересечении i-й строки этой таблицы с j-м столбцом находится элемент m'_{ij}, который принимает значение «–», если $\pi^1_i(\boldsymbol{d}) \wedge \rho^2_j(\boldsymbol{e})=0$. Если $\pi^1_i(\boldsymbol{d}) \wedge \rho^2_j(\boldsymbol{e})\neq 0$, то элемент m'_{ij} является значением векторной переменной $\boldsymbol{y}$, получающимся покомпонентной дизъюнкцией строк матрицы V, номера которых содержатся в множестве $\pi^1_i \cap \rho^2_j$. Если $\pi^1_i(\boldsymbol{d}) \wedge \rho^2_j(\boldsymbol{e})\neq 0$ и $\pi^1_i \cap \rho^2_j=\varnothing$, то m'_{ij} равен нулевому вектору, т. е. булеву вектору, все компоненты которого принимают нулевое значение. Таблицу M' так же, как и таблицу M будем называть компактной.

Утверждение 3. *Таблица M', построенная описанным выше способом, совпадает с таблицей M, т. е. всякий элемент m'_{ij} таблицы M' равен элементу m_{ij} таблицы M.*

Доказательство. Для доказательства утверждения достаточно показать, что если $\pi^1_i(\boldsymbol{d}) \wedge \pi^2_j(\boldsymbol{c})=0$, то $\pi^1_i(\boldsymbol{d}) \wedge \rho^2_j(\boldsymbol{e})=0$, и если $\pi^1_i(\boldsymbol{d}) \wedge \pi^2_j(\boldsymbol{c})\neq 0$, то $\pi^1_i(\boldsymbol{d}) \wedge \rho^2_j(\boldsymbol{e})\neq 0$. Разобьем матрицу U^2, столбцы которой помечены переменными из множества $C=E\cup W$, на матрицы $U^{2'}$, $U^{2''}$. Матрица $U^{2'}$ составлена из столбцов матрицы U^2, помеченных переменными из множества E, а матрица $U^{2''}$ – из столбцов матрицы U^2, помеченных переменными из множества W. Обозначим через π', π'' соответственно покрытия матриц $U^{2'}$, $U^{2''}$. Тогда $\pi^2=\pi'\times\pi''$. Выберем из покрытий π', π'' соответственно блоки π'_r, π''_s так, что $\pi^2_j=\pi'_r \cap \pi''_s$ и $\pi'_r(\boldsymbol{e}) \wedge \pi''_s(\boldsymbol{w})\neq 0$. Положим, что $\pi^1_i(\boldsymbol{d}) \wedge \pi^2_j(\boldsymbol{c})=0$. Тогда $\pi^1_i(\boldsymbol{d}) \wedge \pi'_r(\boldsymbol{e}) \wedge \pi''_s(\boldsymbol{w})=0$. Векторные переменные $\boldsymbol{d}$, $\boldsymbol{w}$ не содержат общих компонент, поэтому $\pi^1_i(\boldsymbol{d}) \wedge \pi''_s(\boldsymbol{w})\neq 0$. По условию $\pi'_r(\boldsymbol{e}) \wedge \pi''_s(\boldsymbol{w})\neq 0$. Следовательно, $\pi^1_i(\boldsymbol{d}) \wedge \pi'_r(\boldsymbol{e})=0$. Так как это выполняется для любых π'_r, π''_s, удовлетворяющих условиям $\pi'_r\in\pi'$, $\pi''_s\in\pi''$, $\pi^2_j=\pi'_r \cap \pi''_s$, $\pi'_r(\boldsymbol{e}) \wedge \pi''_s(\boldsymbol{w})\neq 0$, то по способу формирования блока ρ^2_j $\boldsymbol{e}$-покрытия ρ^2 можно утверждать, что $\pi^1_i(\boldsymbol{d}) \wedge \rho^2_j(\boldsymbol{e})=0$. Аналогично доказывается, что если $\pi^1_i(\boldsymbol{d}) \wedge \pi^2_j(\boldsymbol{c})\neq 0$, то $\pi^1_i(\boldsymbol{d}) \wedge \rho^2_j(\boldsymbol{e})\neq 0$. Утверждение доказано.

3. Метод декомпозиции

Пусть в множестве аргументов X исходной системы полностью определенной булевой функции $\boldsymbol{y}=\boldsymbol{f}(\boldsymbol{x})$, заданной матрицами U, V, выделены подмножества $D=Q\cup E$, $C=E\cup W$, по которым проведено деление матрицы U на матрицы U^1, U^2. Декомпозиция системы булевых функций $\boldsymbol{y}=\boldsymbol{f}(\boldsymbol{x})$ по сокращенной компактной таблице [4–8] начинается с построения по покрытию π^1, π^2 и булевой матрице V компактной таблицы M, где π^1, π^2 являются соответственно покрытиями троичных матриц U^1, U^2. Блоки покрытия π^1 приписаны строкам таблицы M, а блоки покрытия π^2 – столбцам этой таблицы. Элемент m_{ij} таблицы M, находящийся на пересечении i-й строки с j-м столбцом, принимает значение «–», если $\pi^1_i(\boldsymbol{d}) \wedge \pi^2_j(\boldsymbol{c})=0$, где π^1_i – блок покрытия π^1, приписанный i-й строке таблицы M, π^2_j – блок покрытия π^2, приписанный столбцу с номером j таблицы M. Если $\pi^1_i(\boldsymbol{d}) \wedge \pi^2_j(\boldsymbol{c})\neq 0$, то элемент m_{ij} таблицы M равен покомпонентной дизъюнкции строк матрицы V, номера которых содержатся в множестве $\pi^1_i \cap \pi^2_j$. Если $\pi^1_i(\boldsymbol{d}) \wedge \pi^2_j(\boldsymbol{c})\neq 0$ и $\pi^1_i \cap \pi^2_j=\varnothing$, то m_{ij} равен нулевому вектору. Полученная таблица M задает систему $\boldsymbol{y}=\boldsymbol{f}(\boldsymbol{x})$. Затем посредством совмещения строк таблица M трансформируется в сокращенную компактную таблицу M^S, которая также задает систему $\boldsymbol{y}=\boldsymbol{f}(\boldsymbol{x})$. Совмещение проводится таким образом, чтобы число строк в матрице M^S было по возможности минимальным. По таблице M^S легко определяется существование искомой декомпозиции.

В предлагаемом методе декомпозиции после деления матрицы U на матрицы U^1, U^2 находится покрытие π^1 троичной матрицы U^1 и $\boldsymbol{e}$-покрытие ρ^2 троичной матрицы U^2. По этим покрытиям и булевой матрице V строится компактная таблица M'. Согласно утверждению 3 таблица M' равна таблице M, однако она не задает систему булевых функций $\boldsymbol{y}=\boldsymbol{f}(\boldsymbol{x})$, так как столбцам таблицы M' приписаны не блоки покрытия π^2, а блоки $\boldsymbol{e}$-покрытия ρ^2. В связи с этим нельзя проводить совмещение строк таблицы M' так, как это делается в методе декомпозиции по сокращенной компактной таблице, так как таблица, полученная после совмещения строк в таблице M', также не задает систему $\boldsymbol{y}=\boldsymbol{f}(\boldsymbol{x})$ и по ней нельзя построить искомую декомпозицию. Воспользуемся правилом совмещения строк в таблице M' из работ [5, 7]. Это правило накладывает более жесткие ограничения на совмещение строк таблицы M', чем в методе декомпозиции по сокращенной компактной таблице, зато после определения совместимых строк таблица M' больше не будет нужна для получения декомпозиции.

Рассмотрим некоторую пару строк таблицы M' с номерами t, s и столбец с номером j. Положим, что этим строкам приписаны блоки π^1_t, π^1_s покрытия π^1, а столбцу – блок ρ^2_j $\boldsymbol{e}$-покрытия ρ. Назовем пару элементов m'_{tj}, m'_{sj} таблицы M', расположенную на пересечении этих строк с данным столбцом, совместимыми, если выполняется одно из следующих условий:

– $m'_{tj}=m'_{sj}$;

– один элемент из этой пары принимает значение «–» (черта), а другой элемент равен булеву вектору, полученному посредством покомпонентной дизъюнкции строк матрицы V, номера которых содержатся в множестве $(\pi^1_t \cup \pi^1_s) \cap \rho^2_j$.

Строки таблицы M' с номерами t, s являются совместимыми, если на пересечении этих строк с любым столбцом таблицы находятся совместимые элементы.

Будем говорить, что два блока π^1_t, π^1_s покрытия π^1 совместимы, если совместимы строки таблицы M' с номерами t и s, которым приписаны эти блоки. Подмножество блоков покрытия π^1 совместимо, если совместима любая пара блоков, входящая в это подмножество.

Опираясь на данное определение совместимости, разобьем множество блоков покрытия π^1 на совместимые подмножества так, чтобы число классов в разбиении было минимальным. Обозначим это разбиение через ε.

По покрытию π^1 и разбиению ε построим покрытие μ. Число блоков в этом покрытии равно числу блоков разбиения. Блок μ_i покрытия μ строится по блоку ε_i разбиения ε. Блок μ_i равен объединению блоков покрытия π^1, которые входят в блок ε_i разбиения ε. Булева функция $\mu_i(\boldsymbol{d})$ равна дизъюнкции булевых функций, приписанных блокам покрытия и входящих в ε_i. Согласно работам [5, 7] $\pi^1 \times \pi^2=\mu \times \pi^2$. Это качество покрытия μ дает возможность найти декомпозицию, не обращаясь больше к таблице M', что также уменьшает объем необходимых вычислений.

Пусть число блоков в покрытии μ равно k. Вычислим число $p=\lceil \log_2 k \rceil$, где $\lceil r \rceil$ равно наименьшему целому числу s, такому, что $s \geq r$. Если величина p удовлетворяет неравенствам $p<a<n$, $p+b<n$ рассматриваемой задачи декомпозиции, то эта задача имеет решение.

Если задача имеет решение, то закодируем блоки покрытия μ кодами, состоящими из p компонент. Блоку μ_i покрытия μ соответствует код $\boldsymbol{b}_i$. Если в покрытии μ имеется блок, равный пустому множеству, то этому блоку присваивается нулевой код, т. е. код, состоящий из одних нулевых компонент. Если такой блок отсутствует, то нулевой код присваивается блоку, которому приписана наиболее сложная булева функция (т. е. булева функция, ДНФ которой состоит из наибольшего числа конъюнкций). Положим, что коды являются значениями векторной переменной $\boldsymbol{u}$. По ним и покрытию μ построим систему булевых функций $\boldsymbol{u}=\boldsymbol{h}(\boldsymbol{d})$. Для всякого значения $\boldsymbol{d}^*$ векторной переменной $\boldsymbol{d}$ положим, что $\boldsymbol{h}(\boldsymbol{d}^*)=\boldsymbol{b}_i$, если и только если $\mu_i(\boldsymbol{d}^*)=1$.

Для построения системы булевых функций $\boldsymbol{y}=\boldsymbol{g}(\boldsymbol{u}, \boldsymbol{c})$ сформируем по покрытию μ покрытие β. Для этого разобьем множество значений векторной переменной $\boldsymbol{u}$ на классы N_1, N_2, …, N_p

так, что $\boldsymbol{b}_i \in N_i$, $1 \le i \le p$. Построим по этим классам булевы функции. По классу N_i ($1 \le i \le p$) построим булеву функцию $c_i(\boldsymbol{u})$. Для любого значения $\boldsymbol{u}^*$ векторной переменной $\boldsymbol{u}$ выполняется $c_i(\boldsymbol{u}^*)=1$, если $\boldsymbol{u}^* \in N_i$, иначе $c_i(\boldsymbol{u}^*)=0$. Покрытие β состоит из тех же самых блоков, что и покрытие μ, причем $\beta_i=\mu_I$ ($1 \le i \le p$). Блоку β_i покрытия β присваивается булева функция $c_i(\boldsymbol{u})$.

Далее по найденному покрытию β строится последовательность булевых функций $v^1{}_1(\boldsymbol{u})$, $v^1{}_2(\boldsymbol{u})$, …, $v^1{}_l(\boldsymbol{u})$. Данная последовательность строится таким образом, что β является ее покрытием. Способ построения этой последовательности описан в работах [5, 7]. В этих работах вводится понятие покрытия для последовательности булевых функций (секционированной троичной матрицы). Булева функция $v^1{}_j(\boldsymbol{u})$ ($1 \le j \le l$) из данной последовательности равна дизъюнкции булевых функций, приписанных тем блокам покрытия β, которые содержат номер j в качестве своего элемента.

Пусть $K^2{}_i$ является конъюнкцией, которая задается i-строкой матрицы U^2 ($1 \le i \le l$). Найдем последовательность булевых функций $v_1(\boldsymbol{u}, \boldsymbol{c}) = v^1{}_1(\boldsymbol{u}) \wedge K^2{}_1$, $v_2(\boldsymbol{u}, \boldsymbol{c}) = v^1{}_2(\boldsymbol{u}) \wedge K^2{}_2$, …, $v_l(\boldsymbol{u}, \boldsymbol{c}) = v^1{}_l(\boldsymbol{u}) \wedge K^2{}_l$. Обозначим через Γ_t ДНФ булевой функции $v_t(\boldsymbol{u}, \boldsymbol{c})$ этой последовательности, где $1 \le t \le l$. Положим, что число конъюнкций в этой ДНФ равно η_t.

Построим матрицы H, V'. Строки этих матриц разбиты на l секций. Число строк в каждой t-секции равно η_t ($1 \le t \le l$). Матрица H является троичной и каждая ее t-я секция задает ДНФ булевой функции $v_t(\boldsymbol{u}, \boldsymbol{c})$. Матрица V' – булева. Каждая ее t-я секция состоит из одинаковых η_t строк. Каждая из этих строк равна t-й строке матрицы V. Матрицы H, V' задают искомую систему булевых функций $\boldsymbol{y}=\boldsymbol{g}(\boldsymbol{u}, \boldsymbol{c})$. В работах [5, 8] показано, что построенная таким образом суперпозиция является декомпозицией системы булевых функций $\boldsymbol{y}=\boldsymbol{f}(\boldsymbol{x})$.

Пример. Рассмотрим систему булевых функций $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{f}(\boldsymbol{x})$, заданную следующими матрицами:

$$U = \begin{array}{c} \begin{matrix} x_1 & x_2 & x_3 & x_4 & x_5 & x_6 \end{matrix} \\ \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 & - & 0 \\ 1 & 0 & - & - & 1 & - \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ - & 0 & 1 & 0 & - & 1 \end{bmatrix} \end{array} \begin{matrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \end{matrix}, \quad V = \begin{array}{c} \begin{matrix} y_1 & y_2 & y_3 \end{matrix} \\ \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \end{bmatrix} \end{array} \begin{matrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \end{matrix}.$$

Пусть $Q = \{x_3, x_6\}$, $W = \{x_4, x_5\}$, $E = \{x_1, x_2\}$. Тогда $\boldsymbol{d} = (x_1, x_2, x_3, x_6)$, $\boldsymbol{c} = (x_1, x_2, x_4, x_5)$. По подмножествам W, Q и матрице U построим матрицы

$$U^1 = \begin{array}{c} \begin{matrix} x_1 & x_2 & x_3 & x_6 \end{matrix} \\ \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & - & - \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ - & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} \end{array} \begin{matrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \end{matrix}, \quad U^2 = \begin{array}{c} \begin{matrix} x_1 & x_2 & x_4 & x_5 \end{matrix} \\ \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & - \\ 1 & 0 & - & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ - & 0 & 0 & - \end{bmatrix} \end{array} \begin{matrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \end{matrix}.$$

Найдем покрытие π^1 матрицы U^1, $\boldsymbol{e}$-покрытие ρ^2 матрицы U^2. Получим

$\pi^1{}_1 = \{1\}$, $\quad \pi^1{}_1(\boldsymbol{d}) = x_1 x_2 \bar{x}_3 \bar{x}_6$;

$\pi^1{}_2 = \{2\}$, $\quad \pi^1{}_2(\boldsymbol{d}) = x_1 \bar{x}_2 \bar{x}_3 \vee x_1 \bar{x}_2 \bar{x}_6$;

$\pi^1{}_3 = \{3\}$, $\quad \pi^1{}_3(\boldsymbol{d}) = \bar{x}_1 x_2 \bar{x}_3 x_6$;

$\pi^1{}_4 = \{4\}$, $\quad \pi^1{}_4(\boldsymbol{d}) = \bar{x}_1 \bar{x}_2 x_3 x_6$;

$\pi^1{}_5 = \{2,4\}$, $\quad \pi^1{}_5(\boldsymbol{d}) = x_1 \bar{x}_2 x_3 x_6$;

$\pi^1{}_6 = \varnothing$, $\quad \pi^1{}_6(\boldsymbol{d}) = x_2 x_3 \vee \bar{x}_1 \bar{x}_2 \bar{x}_3 \vee \bar{x}_1 \bar{x}_6 \vee x_1 x_2 x_6$;

$\rho^2{}_1 = \{1\}$, $\quad \rho^2{}_1(\boldsymbol{e}) = x_1 x_2$;

$\rho^2{}_2 = \{2\}$, $\quad \rho^2{}_2(\boldsymbol{e}) = x_1 \bar{x}_2$;

$\rho^2{}_3 = \{3\}$, $\quad \rho^2{}_3(\boldsymbol{e}) = \bar{x}_1 x_2$;

$\rho^2{}_4 = \{4\}$, $\rho^2{}_4(\boldsymbol{e}) = \bar{x}_2$;

$\rho^2{}_5 = \{2,4\}$, $\rho^2{}_5(\boldsymbol{e}) = x_1\bar{x}_2$;

$\rho^2{}_6 = \varnothing$, $\rho^2{}_6(\boldsymbol{e}) = \bar{x}_1 \vee x_2 \vee x_1\bar{x}_2 = 1$.

В компактной таблице *M'* (табл. 1) совместимыми оказываются пары строк: (1,2), (1,3), (1,4), (1,5), (2,3), (2,6), (3,4), (3,5), (4,5). Опираясь на найденные пары совместимых строк, разобьем множество блоков покрытия π^1 на совместимые подмножества так, чтобы число классов в разбиении ε было по возможности минимальным, $\varepsilon = \{\varepsilon_1 = \{1,2,3,4,5\}, \varepsilon_2 = \{2,6\}\}$.

Таблица 1

	$\rho^2{}_1$	$\rho^2{}_2$	$\rho^2{}_3$	$\rho^2{}_4$	$\rho^2{}_5$	$\rho^2{}_6$
$\pi^1{}_1$	(0,0,1)	–	–	–	–	(0,0,0)
$\pi^1{}_2$	–	(1,1,1)	–	(0,0,0)	(1,1,1)	(0,0,0)
$\pi^1{}_3$	–	–	(0,1,0)	–	–	(0,0,0)
$\pi^1{}_4$	–	–	–	(1,1,0)	–	(0,0,0)
$\pi^1{}_5$	–	(1,1,1)	–	(1,1,0)	(1,1,1)	(0,0,0)
$\pi^1{}_6$	(0,0,0)	–	(0,0,0)	(0,0,0)	–	(0,0,0)

По покрытию π^1 и разбиению ε построим покрытие μ:

$\mu_1 = \pi^1{}_1 \cup \pi^1{}_3 \cup \pi^1{}_4 \cup \pi^1{}_5 = \{1,2,3,4,5\}$, $\mu_1(\boldsymbol{d}) = \pi^1{}_1(\boldsymbol{d}) \vee \pi^1{}_3(\boldsymbol{d}) \vee \pi^1{}_4(\boldsymbol{d}) \vee \pi^1{}_5(\boldsymbol{d})$;

$\mu_2 = \pi^1{}_2 \cup \pi^1{}_6 = \{2,6\}$, $\mu_2(\boldsymbol{d}) = \pi^1{}_2(\boldsymbol{d}) \vee \pi^1{}_6(\boldsymbol{d})$.

Видно, что число блоков покрытия μ равно 2, следовательно, $p = 1$. Величина p удовлетворяет неравенствам $p<a<n$, $p+b<n$ ($1 < 4 < 6$, $1+4 < 6$), т. е. эта задача имеет решение.

Так как $p = 1$, то $\boldsymbol{u} = (u_1)$. Закодируем блоки покрытия μ кодами, состоящими из одного элемента, $\boldsymbol{b}_1 = (1)$, $\boldsymbol{b}_2 = (0)$. По этим кодам и покрытию μ построим систему булевых функций $\boldsymbol{u} = \boldsymbol{h}(\boldsymbol{d})$. Функция $\boldsymbol{u} = \boldsymbol{h}(\boldsymbol{d})$ задается матрицами

$$\begin{array}{cc} & \begin{array}{cccc} x_1 & x_2 & x_3 & x_6 \end{array} \\ \Psi = & \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} \end{array} \begin{array}{c} \\ 1 \\ 2, \\ 3 \\ 4 \end{array} \qquad \begin{array}{cc} & u_1 \\ \Omega = & \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \end{array} \begin{array}{c} \\ 1 \\ 2. \\ 3 \\ 4 \end{array}$$

Строки матрицы Ψ представляют все элементарные конъюнкции, входящие в ДНФ функции $\mu_1(\boldsymbol{d})$. Единственный столбец матрицы Ω показывает значения функции $\boldsymbol{u} = \boldsymbol{h}(\boldsymbol{d})$ на соответствующих интервалах. На значениях векторной переменной $\boldsymbol{d}$, которые не представлены строками матрицы Ψ (для них $\mu_2(\boldsymbol{d}) = 1$), функция $\boldsymbol{h}(\boldsymbol{d})$ принимает значение 0.

Найдем систему булевых функций $\boldsymbol{y}=\boldsymbol{g}(\boldsymbol{u}, \boldsymbol{c})$. Для этого множество значений векторной переменной $\boldsymbol{u}$ разобьем на два класса: $N_1=\{(1)\}$, $N_2=\{(0)\}$. Заметим, что $\boldsymbol{b}_1 \in N_1$, $\boldsymbol{b}_2 \in N_2$. По этим классам найдем булевы функции: $c_1(\boldsymbol{u}) = u_1$, $c_2(\boldsymbol{u}) = \bar{u}_1$.

Сформируем по покрытию μ покрытие $\beta = \{\beta_1 = \{1,2,3,4,5\}, \beta_2 = \{2,6\}\}$, $\beta_1(\boldsymbol{u}) = c_1(\boldsymbol{u})$, $\beta_2(\boldsymbol{u}) = c_2(\boldsymbol{u})$. По найденному покрытию β строится последовательность булевых функций

$v^1{}_1(\boldsymbol{u}) = \beta_1(\boldsymbol{u}) = u_1$,

$v^1{}_2(\boldsymbol{u}) = \beta_1(\boldsymbol{u}) \vee \beta_2(\boldsymbol{u}) = 1$,

$v^1{}_3(\boldsymbol{u}) = \beta_1(\boldsymbol{u}) = u_1$,

$v^1{}_4(\boldsymbol{u}) = \beta_1(\boldsymbol{u}) = u_1$.

Данная последовательность строится таким образом, что β является ее покрытием [5, 9]. По последовательности булевых функций $v^1_j(\boldsymbol{u})$ ($1 \le j \le 4$) и матрице U^2 строится последовательность

$$\begin{aligned}
v_1(\boldsymbol{u}, \boldsymbol{c}) &= v^1{}_1(\boldsymbol{u}) \wedge K^2{}_1 = u_1 x_1 x_2 x_4\,,\\
v_2(\boldsymbol{u}, \boldsymbol{c}) &= v^1{}_2(\boldsymbol{u}) \wedge K^2{}_2 = x_1 \bar{x}_2 x_4\,,\\
v_3(\boldsymbol{u}, \boldsymbol{c}) &= v^1{}_3(\boldsymbol{u}) \wedge K^2{}_3 = u_1 \bar{x}_1 x_2 x_4 \bar{x}_5\,,\\
v_4(\boldsymbol{u}, \boldsymbol{c}) &= v^1{}_4(\boldsymbol{u}) \wedge K^2{}_4 = u_1 \bar{x}_2 \bar{x}_4\,.
\end{aligned}$$

По последовательности $v_j(\boldsymbol{u}, \boldsymbol{c})$, $1 \le j \le 4$, строятся матрицы

$$H = \begin{array}{c} \begin{array}{ccccc} u_1 & x_1 & x_2 & x_4 & x_5 \end{array} \\ \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & - \\ - & 1 & 0 & - & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & - & 0 & 0 & - \end{bmatrix} \end{array} \begin{array}{c} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \end{array}, \qquad V' = \begin{array}{c} \begin{array}{ccc} y_1 & y_2 & y_3 \end{array} \\ \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \end{bmatrix} \end{array} \begin{array}{c} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \end{array},$$

которые задают искомую систему булевых функций $\boldsymbol{y}=\boldsymbol{g}(\boldsymbol{u}, \boldsymbol{c})$.

4. Экспериментальные исследования метода декомпозиции

Проведено экспериментальное сравнение усовершенствованного метода декомпозиции с методом декомпозиции по сокращенной компактной таблице [9, 10]. Результаты исследования на типовых примерах (benchmarks) приведены в табл. 2. Декомпозиция выполнялась как при $E=\varnothing$, так и при $E\neq\varnothing$. При выборе разбиения величины $k=|E|$ и $s=|W|$ задавались. Выбор аргументов, входящих в множества E, Q, W, осуществлялся следующим образом.

Исходная система $\boldsymbol{y}=\boldsymbol{f}(\boldsymbol{x})$ задавалась матрицами U, V, где U – троичная матрица размерности $l\times n$, V – булева матрица размерности $l\times m$. Каждой переменной x_i, которой помечен i-й столбец матрицы U, присваивался вес, равный произведению числа нулевых и единичных элементов, находящихся в i-м столбце матрицы U. Переменные множества X упорядочивались по весам в порядке их убывания. Множество E формировалось из первых k аргументов упорядоченного множества X. В множество Q включались последующие $n–s$ элементов упорядоченного множества переменных. Оставшиеся s аргументы множества X, не вошедшие в множества E и Q, включались в множество W.

Таблица с результатами исследования состоит из одиннадцати граф. В первой графе даны имена систем, декомпозиция которых была проведена. Во второй, третьей и четвертой графах таблицы указываются соответственно числа n, m аргументов и функций системы, а также число l строк матриц, которыми эти системы задаются. В пятой, шестой и седьмой графах таблицы приводятся мощности множества E, Q, и W соответственно. В восьмой и девятой графах таблицы приводятся результаты декомпозиции с помощью усовершенствованного алгоритма декомпозиции по сокращенной компактной таблице и метода декомпозиции по сокращенной компактной таблице соответственно, которые выражаются числом компонент вектора $\boldsymbol{u}$ (числом p промежуточных переменных). В десятой и одиннадцатой графах таблицы приводится в минутах время получения декомпозиции с помощью усовершенствованного алгоритма декомпозиции по сокращенной компактной таблице и метода декомпозиции по сокращенной компактной таблице соответственно. Исследования проводились на компьютере Celeron-667 со 128 Мб оперативной памяти.

Таблица 2

Результаты исследования

Имя системы	n	m	l	$\|E\|$	$\|Q\|$	$\|W\|$	Число компонент вектора $\boldsymbol{u}$		Время, мин.	
							Усовершенствованный метод декомпозиции	По сокращенной компактной таблице	Усовершенствованный метод декомпозиции	По сокращенной компактной таблице
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
Newtpla1.pla	10	2	4	0	6	4	3	3	0,00005	0,0002
				1	5		2	2	0,00005	0,0002
				2	4				0,00005	0,0002
				3	3		1	1	0,00005	0,0002
				4	2				0,00005	0,0002
				5	1				0,00005	0,0002
Newtpla2.pla	10	4	9	0	6	4	3	3	0,00005	0,00015
				1	5				0,00005	0,00015
				2	4				0,00005	0,00015
				3	3		2	2	0,00005	0,00015
				4	2				0,00005	0,00015
				5	1		1	1	0,00005	0,00015
Alu1	12	8	19	0	9	3	9	9	0,008	0,02
				1	8		8	8	0,008	0,02
				2	7		7	7	0,008	0,02
				3	6		6	6	0,010	0,03
				4	5		5	5	0,030	0,05
				5	4		4	4	0,010	0,03
				6	3		3	3	0,030	0,05
				7	2		2	2	0,035	0,07
				8	1		1	1	0,040	0,08
T3	12	8	152	0	7	5	4	4	0,007	0,02
				1	6		3	3	0,007	0,02
				2	5		2	2	0,007	0,02
				3	4				0,007	0,02
				4	3				0,007	0,02
				5	2				0,007	0,02
				6	1		1	1	0,016	0,03
B12.pla	15	9	431	0	8	7	6	6	0,017	0,05
				1	7				0,032	0,04
				2	6		5	5	0,053	0,07
				3	5			4	0,078	0,10
				4	4		4	3	0,050	0,06
				5	3		3	2	0,100	0,14
				6	2		2	1	0,027	0,05
				7	1		1		0,308	0,36

Окончание таблицы 2

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
In0	15	11	138	0	9	6	6	6	0,0017	0,0167
				1	8			5	0,0050	0,0142
				2	7		5		0,0067	0,0108
				3	6		4	4	0,0050	0,0088
				4	5		3	3	0,0057	0,0133
				5	4				0,0055	0,0061
				6	3				0,0072	0,0083
				7	2		2	2	0,0058	0,0076
				8	1		1	1	0,0104	0,0117
T481	16	1	481	0	9	7	3	3	0,0273	0,0559
				1	8				0,0245	0,0454
				2	7				0,0363	0,0416
				3	6				0,0431	0,0414
				4	5		2	2	0,0515	0,0450
				5	4				0,0677	0,0912
				6	3				0,7932	0,4435
				7	2				0,9833	1,1167
				8	1		1	1	1,2209	1,5833
Ex7	16	5	123	0	9	7	8	8	0,0255	0,2830
				1	8		7	7	0,1077	0,5394
				2	7		6	6	0,0803	0,0762
				3	6				0,1853	0,2201
				4	5		5	5	0,1578	0,1711
				5	4			4	0,2879	0,3838
				6	3		3	3	0,2528	0,2667
				7	2			2	0,3970	0,6120
				8	1		1	1	0,4192	0,5257
Cordic.pla	23	2	1206	0	12	11	4	4	8,46	17,23
				1	11				14,92	355,34
				2	10				27,60	775,56
				3	9				33,48	1091,78
				4	8				73,42	1705,34
				5	7				105,78	2309,67
				6	6				149,21	2991,78
				7	5				180,58	3801,22
				8	4				197,49	4202,27
				9	3		3	3	221,16	5011,20
				10	2		2	2	255,34	5780,32

5. Анализ результатов

В ходе проведенного предварительного исследования программной реализации усовершенствованного метода декомпозиции были замечены следующие тенденции: число компонент вектора ***u*** (число промежуточных переменных p), как и в методе декомпозиции по компактной таблице, уменьшается при увеличении мощности множества общих переменных. Исследование показало, что усовершенствованный метод незначительно уступает по качеству получаемого решения методу по компактной таблице, однако размерность решаемой задачи декомпозиции увеличивается. Усовершенствованный метод декомпозиции по компактной таблице при небольшом количестве аргументов системы получает суперпозицию в среднем в 1,5–4 раз быстрее и требует в 5–20 раз меньше оперативной памяти компьютера, а при большом количестве аргументов системы – в 5–7 раз быстрее и требует в 1000–10 000 раз меньше оперативной памяти компьютера.

Заключение

Проведенный эксперимент показал, что усовершенствованный метод декомпозиции по компактной таблице уступает по качеству получаемого решения классическому методу декомпозиции по компактной таблице [4–8], однако размерность решаемой задачи декомпозиции увеличивается за счет уменьшения трудоемкости получения суперпозиции. Кроме того, система булевых функций $\boldsymbol{y}=\boldsymbol{g}(\boldsymbol{u}, \boldsymbol{c})$ искомой декомпозиции задается системой ДНФ, которая содержит значительно меньшее количество конъюнкций по сравнению с методом декомпозиции по сокращенной компактной таблице.

Список литературы

1. Ashenhurst R.L. The decomposition of switching functions // Proc. of an International symposium on the theory of switching. – USA, April 1957. – P. 74–116.

2. Закревский А.Д. Логический синтез каскадных схем. – М.: Наука, 1981. – 416 с.

3. Бибило П.Н., Енин С.В. Синтез комбинационных схем методом функциональной декомпозиции. – Мн.: Наука и техника, 1987. – 189 с.

4. Шестаков Е.А. Декомпозиция системы полностью определенных булевых функций по покрытию аргументов // АВТ. – 1994. – № 1. – С. 12–20.

5. Поттосин Ю.В., Шестаков Е.А. Компактное табличное представление систем полностью определенных булевых функций и его использование в декомпозиции // Новые информационные технологии в исследовании дискретных структур: докл. 3-й Всерос. конф. с междунар. участием. – Томск, 2000. – С. 261–266.

6. Pottosin Yu., Shestakov E. Decomposition of systems of completely specified Boolean functions using their compact table representation // 4th International workshop «Boolean Problems». – Freiberg (Sachsen), 2000. – P. 135–142.

7. Поттосин Ю.В., Шестаков Е.А. О табличном задании систем полностью определенных булевых функций // Информатика. – 2004. – № 1. – С. 139–147.

8. Поттосин Ю.В., Шестаков Е.А. Декомпозиция систем полностью определенных булевых функций по их заданию в виде компактных таблиц // Информатика. – 2004. – № 2. – С. 35–44.

9. Поттосин Ю.В., Шестаков Е.А., Садников Д.В. Сравнение двух методов декомпозиции системы полностью определенных булевых функций // Методы логического проектирования: сб. науч. тр. – Мн.: ОИПИ НАН Беларуси, 2003. – С. 79–94.

10. Садников Д.В. Исследование разложимости систем полностью определенных булевых функций // Методы логического проектирования: сб. науч. тр. – Мн.: ОИПИ НАН Беларуси, 2003. – С. 95–102.

Поступила 11.02.05

Объединенный институт проблем информатики НАН Беларуси,
Минск, Сурганова, 6
e-mail: dmitriy_sadnikov@tut.by

D.V. Sadnikov

IMPROVEMENT OF THE TABULARED METHOD OF DECOMPOSITION OF COMPLETELY SPECIFIED BOOLEAN FUNCTIONS SYSTEM

A method of solving the problem of consecutive decomposition of completely specified boolean functions system is proposed. It is a further development of decomposition method under the reduced compact table. This method is less labour-consuming and, according to the experimental results, better in run time.