

УДК 683.519

Н.И. Листопад, А. Аль Даллаен Матрук, А.Г. Копачев

**МОДЕЛИ ОБЕСПЕЧЕНИЯ ЖИВУЧЕСТИ КОМПЬЮТЕРНЫХ СЕТЕЙ  
ПРИ ОПТИМАЛЬНОЙ МАРШРУТИЗАЦИИ ИНФОРМАЦИОННЫХ ПОТОКОВ**

*Предлагаются модели повышения живучести компьютерных сетей путем оптимальной маршрутизации информационных потоков для обеспечения заданного качества обслуживания (Quality of Service – QoS). При этом заданное качество обслуживания обеспечивается при минимальной стоимости передачи единицы информации. Рассмотрены три стратегии обеспечения живучести: разнообразия, резервирования и перемаршрутизации. Модели разработаны для дискретных и кратных пропускных способностей каналов связи. Представлены алгоритмы нахождения оптимального пути.*

**Введение**

Постоянно возрастающий спрос на использование мультимедийных приложений в компьютерных сетях привел к усилению требований по обеспечению качества обслуживания (QoS) этих приложений. Среди таких требований можно выделить следующие: большая ширина полосы пропускания каналов связи, минимальное время ответа конечных узлов, минимальное значение вариации времени ответа конечных узлов сети, минимальное количество потерянных пакетов, а также повышенный уровень надежности. В результате исследований появились архитектуры, основанные на QoS, такие как архитектура интегрированных услуг, архитектура дифференцированных услуг, а также многопротокольная коммутация меток.

В работе [1] сформулирована задача анализа показателей живучести ATM-сетей для отдельных категорий сервиса в условиях отказов элементов. Введены показатели оценки живучести для указанных категорий.

При достижении заданного уровня отказоустойчивости функционирования элементов сети телекоммуникаций одной из главных проблем обеспечения гарантированного качества предоставляемых услуг является определение маршрутов, которые удовлетворяли бы QoS-требованиям [2–7]. Однако выбранный критерий оптимальности в виде нахождения самого короткого пути не всегда является самым важным. На практике гораздо важнее не столько длина телекоммуникационного пути, сколько выбор такого пути, при котором обеспечивались бы заданные пропускные способности каналов при минимальной стоимости передачи единицы потока информации. Одновременно к требованиям обеспечения заданных пропускных способностей и минимальной стоимости передачи информации добавляются требования высокой живучести функционирования сетей телекоммуникаций. В такой постановке проблема нахождения оптимального пути между источником и конечным узлом, при котором обеспечивалось бы заданное качество обслуживания и при этом стоимость передачи единицы потока была минимальной с учетом высокой степени живучести, специалистами изучена недостаточно полно.

**1. Постановка задачи обеспечения живучести компьютерных сетей при заданном уровне качества обслуживания**

Рассмотрим сеть  $G = (V, E)$ . Каждый канал  $(u, v) \in E$  определяется посредством соответствующего весового вектора с компонентами  $m$  аддитивных QoS-канальных весов  $w_i(u, v) \geq 0$  для всех  $1 \leq i \leq m$  [8, 9]:

$$\vec{w}(P) = \sum_{j=1}^h \vec{w}(n_j, n_{j+1}). \quad (1)$$

Имеются  $m$  ограничений  $L_i$ , где  $1 \leq i \leq m$ , и задача состоит в нахождении такого пути  $P$  от некоторого источника до конечного узла, чтобы для  $w_i(u, v)$  выполнялось следующее неравенство [8]:

$$w_i(P) \stackrel{\text{def}}{=} \sum_{(u,v) \in P} w_i(u, v) \leq L_i \text{ для всех } 1 \leq i \leq m. \quad (2)$$

В работе [8] показано, что неравенство (2) может иметь несколько решений, и требуется из всех возможных путей, удовлетворяющих (2), выбрать самый короткий. Для этого необходимо дополнительно минимизировать некоторую функцию  $l(P)$  длины так, чтобы  $l(P) \leq l(P')$  для любого пути  $P'$  из множества путей  $P$  между источником и конечным узлом. Функция  $l(P)$  может быть любой функцией весов  $w_i(P)$  при условии, что она соответствует критериям «длина» или «расстояние» в векторной алгебре. Функция  $l(P)$  может быть определена следующим образом [8]:

$$l(P) = \sum_{(u,v) \in P} w_i(u, v) / L_i. \quad (3)$$

Как отмечалось выше, выбор самого короткого пути не всегда является определяющим, если речь идет о сетях телекоммуникаций. Гораздо важнее из всех имеющихся решений найти оптимальный путь по критерию «функциональность–качество–стоимость». Рассмотрим эту задачу более подробно.

## 2. Модели обеспечения живучести компьютерных сетей при оптимальной маршрутизации информационных потоков для дискретных пропускных способностей каналов связи

Введем понятие стоимости передачи единицы потока по пути  $P \in P(0; s, t)$  для требования  $(s, t)$  как  $K(s, t; P) = \sum_{e \in P} K(s, t; e)$  [10], где  $K(s, t; e)$  – стоимость передачи по дуге  $e$  единицы информации по требованию  $(s, t)$ .

Задача выбора оптимального пути для дискретных пропускных способностей  $y(e)$  может быть представлена в виде следующей модели [10, 11]:

$$\sum_{(s,t) \in D} \sum_{P \in P(0,s,t)} \sum_{e \in P} K(s, t; e) f(0; s, t; P) \rightarrow \min; \quad (4)$$

$$y(e) = \sum_{t=0}^{t(e)} c_t(e) x_t(e), \quad \forall e \in E; \quad (5)$$

$$1 = x_0(e) \geq x_1(e) \geq \dots \geq x_{t(e)}(e) \geq 0, \quad x_t(e) \in \{0, 1\}, \quad t = \overline{1, t(e)}, \quad \forall e \in E.$$

Для синхронных линий передачи информации вводятся ограничения [10]

$$\sum_{(s,t) \in D} \sum_{P \in P(0,s,t)} f(0; s, t; P) \leq y(e), \quad \forall e \in E,$$

где  $D$  – граф требований по выбору того или иного маршрута;  $f(0; s, t; P)$  – величина потока от  $s$  к  $t$  вдоль пути  $P$ .

Для асинхронных каналов ограничения будут иметь следующий вид:

$$\sum_{(s,t) \in D} \sum_{P \in P(0,s,t)} f(0; s, t; P) \leq y(e), \quad \forall e \in E^+ \text{ для прямых дуг;}$$

$$\sum_{(s,t) \in D} \sum_{P \in P(0;s,t): e \in P} f(0; s, t; P) \leq y(e), \quad \forall e \in E^- \text{ для обратных дуг;}$$

$$\sum_{P \in P(0;s,t)} f(0; s, t; P) = d(s, t) \text{ для всех } (s, t) \in D;$$

$$f(0; s, t; P) \geq 0 \text{ для всех } (s, t) \in D \text{ и } P \in P(0; s, t),$$

где  $d(s, t)$  – величина требуемого потока информации.

Обоснование выбора модели представлено в работе [10]. Модель проектирования сетей для дискретных пропускных способностей при использовании основных стратегий обеспечения живучести будет иметь вид

$$\min \sum_{e \in E} \sum_{t=1}^{t(e)} k_t(e) x_t(e); \quad (6)$$

$$y(e) = \sum_{t=0}^{t(e)} c_t(e) x_t(e), \quad \forall e \in E \quad (7)$$

при ограничениях:

– на выбор технологий для линий связи

$$1 = x_0(e) \geq x_1(e) \geq \dots \geq x_{t(e)}(e) \geq 0 \text{ для всех } e \in E;$$

$$x_t(e) \in \{0, 1\}, \text{ для всех } e \in E, t = \overline{1, t(e)};$$

– на пропускные способности линий

$$f(u; s, t; P) \geq 0 \text{ для всех } (s, t) \in D_r \text{ и } P \in P(U; s, t);$$

$$\sum_{(s,t) \in D} \sum_{P \in P(u;s,t): e \in E(P)} f(u; s, t; P) \leq y(e) \text{ для всех } e \in E.$$

При обеспечении заданного уровня живучести стратегией разнообразия в представленную модель необходимо добавить ограничения

$$\sum_{P \in P(0;s,t): u \in V(P)} f(0; s, t; P) \leq \delta(s, t) d(s, t) \quad (8)$$

для всех  $(s, t) \in D$  и  $u \in V \setminus \{s, t\}$ , где  $\delta(s, t)$  – параметр разнообразия.

Для использования стратегии резервирования ограничения будут иметь следующий вид:

$$\sum_{P \in P(u;s,t): e \in P} f(u; s, t; P) = \begin{cases} d(s, t) & \text{для } u = 0; \\ \rho(s, t) d(s, t) & \text{для всех } u \neq 0, (s, t) \in D, \end{cases} \quad (9)$$

где  $\rho(s, t)$  – параметр резервирования.

При обеспечении живучести компьютерных сетей перемаршрутизацией

$$\sum_{P \in P_u(0;s,t)} f(0; s, t; P) + \sum_{P \in P(u;s,t)} f(u; s, t; P) \geq \sigma(s, t) d(s, t), \quad u \neq 0, (s, t) \in D_u; \quad (10)$$

$$\sum_{P \in P(u;s,t)} f(u; s, t; P) \geq \sigma(s, t) d(s, t), \quad u \neq 0, (s, t) \in D_u, \quad (11)$$

где  $\sigma(s, t)$  показывает, какая часть информационного потока будет перенаправлена по другим каналам.

### 3. Модели обеспечения живучести компьютерных сетей при оптимальной маршрутизации информационных потоков для кратных пропускных способностей каналов связи

Задача поиска оптимального пути для кратных пропускных способностей каналов связи  $y(e)$  может быть представлена в виде модели

$$\sum_{(s,t) \in D} \sum_{P \in P(0;s,t); e \in P} K(s,t;e) f(0;s,t,P) \rightarrow \min; \quad (12)$$

$$y(e) = C_0(e) + \sum_{\tau \in T(e)} C_\tau(e) x_\tau(e), \quad (13)$$

где  $0 \leq x_\tau(e) \leq u_\tau(e)$ ,  $x_\tau(e)$  – целые для всех  $e \in E$  и всех  $\tau \in T(e)$ ;  $T(e)$  – множество технологий, обеспечивающих передачу необходимого трафика.

Ограничения для синхронных линий будут следующими:

$$\sum_{(s,t) \in D} \sum_{P \in P(0;s,t); e \in P} f(0;s,t;P) \leq y(e), \quad \forall e \in E,$$

для асинхронных:

$$\sum_{(s,t) \in D} \sum_{P \in P(0;s,t); e \in P} f(0;s,t;P) \leq y(e), \quad \forall e \in E^+ \text{ для прямых дуг};$$

$$\sum_{(s,t) \in D} \sum_{P \in P(0;s,t); e \in P} f(0;s,t;P) \leq y(e), \quad \forall e \in E^- \text{ для обратных дуг};$$

$$\sum_{P \in P(0;s,t)} f(0;s,t;P) = d(s,t) \text{ для всех } (s,t) \in D;$$

$$f(0;s,t;P) \geq 0 \text{ для всех } (s,t) \in D \text{ и } P \in P(0;s,t).$$

Аналогичным образом модель проектирования сетей для кратных пропускных способностей при использовании основных стратегий обеспечения живучести может быть представлена в виде

$$\min \sum_{e \in E} \sum_{\tau \in T(e)} K_\tau(e) x_\tau(e); \quad (14)$$

$$y(e) = C_0(e) + \sum_{\tau \in T(e)} C_\tau(e) x_\tau(e) \quad (15)$$

при ограничениях:

– на выбор технологий для линий связи

$$0 \leq x_\tau(e) \leq u_\tau(e),$$

где  $x_\tau(e)$  – целые для всех  $e \in E$  и всех  $\tau \in T(e)$ ;

– на пропускные способности линий связи

$$f(u; s, t, P) \geq 0 \text{ для всех } (s, t) \in D \text{ и } P \in P(0; s, t);$$

$$\sum_{(s,t) \in D} \sum_{P \in P(u,s,t); e \in E(P)} f(u; s, t; P) \leq y(e) \quad \text{для всех } u \neq 0, e \in E.$$

Ограничения модели при выборе стратегии резервирования:

$$\sum_{P \in P(u,s,t); e \in P} f(u; s, t; P) = \begin{cases} d(s, t) & \text{äÿ } u = 0; \\ \rho(s, t)d(s, t) & \text{äÿ } u \neq 0, (s, t) \in D. \end{cases} \quad (16)$$

Ограничения для стратегии разнообразия:

$$\sum_{P \in P(0; s, t); u \in V(P)} f(0; s, t; P) \leq \delta(s, t)d(s, t) \quad \text{для всех } (s, t) \in D \text{ и } u \in V \setminus \{s, t\}. \quad (17)$$

При перемаршрутизации информационных потоков

$$\sum_{P \in P_u(0; s, t)} f(0; s, t; P) + \sum_{P \in P(u; s, t)} f(u; s, t; P) \geq \sigma(s, t)d(s, t), \quad u \neq 0, (s, t) \in D_u; \quad (18)$$

$$\sum_{P \in P_u(0; s, t)} f(0; s, t; P) \geq \sigma(s, t)d(s, t). \quad (19)$$

#### 4. Методы и алгоритмы поиска оптимального пути

Для выбора оптимального пути специалистами используется ряд методов и алгоритмов на их основе [8], таких как приближенный алгоритм Джеффа; алгоритм полиномиального времени Ивата; адаптивный алгоритм маршрутизации с множеством ограничений SAMCRA (Self-Adaptive Multiple Constraints Routing Algorithm); приближенный алгоритм Чена; эвристический алгоритм случайного поиска; алгоритм, базирующийся на эвристике ограниченного маршрута; A\* Prune-алгоритм, учитывающий проблему поиска не одного, а многочисленных кратчайших маршрутов, которые удовлетворяют заданным требованиям [8]. Все вышеперечисленные алгоритмы позволяют находить решение задачи поиска кратчайшего пути – так называемой MСOP-задачи (Multi-Constrained Optimal Path problem). Однако рассмотренные алгоритмы достаточно эффективны при решении задачи (2), в результате чего находятся несколько путей, удовлетворяющих требованиям QoS. Вместе с тем указанные алгоритмы достаточно сложны в реализации, когда оптимальный путь выбирается из условий обеспечения высокой надежности и минимальной стоимости единицы передачи информации, т. е. при решении задач (3)–(11) и (12)–(19).

Рассмотрим более подробно методы и алгоритмы поиска оптимального пути с учетом трех упомянутых выше стратегий обеспечения живучести сетей телекоммуникаций с учетом стоимости единицы передаваемой информации. Для этого используем сформулированную выше задачу построения оптимальной телекоммуникационной сети с непрерывными дополнительными пропускными способностями и более подробно рассмотрим алгоритм ее решения, имея в виду, что результатом такого решения должна быть не только оптимальная маршрутизация, но и дополнительные пропускные способности каналов связи.

Запишем модель задачи оптимальной маршрутизации в виде стандартной задачи линейного программирования

$$\begin{cases} c^T z \rightarrow \min; \\ Az = b_{(1)}; \\ Bz \leq b_{(2)}; \\ 0 \leq z \leq d. \end{cases} \quad (20)$$

Чтобы установить соответствие между анализируемыми моделями и стандартным видом задачи (20), обозначим через  $L = \sum_{e \in E} t(e)$  количество всевозможных технологий (пропускных способностей) для всех дуг. Введем также следующие обозначения:  $N = L + 2lk$ ,  $l = |E|$ ,  $k = |D|$ .

Тогда вектор переменных

$$z = (z_i, i = \overline{1, N}) \quad (21)$$

будет состоять из двух частей: потоковой части, в которой для каждой дуги  $e \in E$  (индексированной числом  $q$ ) содержатся потоки  $z_{2l(p-1)+q} = f(st, e)$ ,  $(s, t) \in D$  (индексированные числом  $p$ ) для каждого требования  $(s, t) \in D$ , и части, в которой определяются дополнительные пропускные способности  $z_{2lk + \sum_{i=1}^q T(i)+t} = y_t(q+1)$  для каждой дуги  $t = \overline{1, T(q+1)}$ ,  $q = \overline{0, l-1}$ . При такой нумерации переменных вектор  $d$  будет иметь вид

$$d = \left( \underbrace{\infty \dots \infty}_{2lk} \underbrace{1 \dots 1}_L \right). \quad (22)$$

Матрица  $A$  совместно с вектором  $b_{(1)}$  задает балансовые ограничения и имеет следующую блочную структуру [10]:

$$A = \left( \begin{array}{c|c} A_{ij}, & \mathbf{0} \\ \hline i, j = \overline{1, k} \end{array} \right) \in R^{(\overline{nk}) \times N}, \text{ где } A_{ij} \in R^{\overline{n} \times l}, \mathbf{0} \in R^{(\overline{nk}) \times L}, \quad (23)$$

в которой блоки матрицы  $A$  определены следующим образом:  $A_{ij} = 0$ , если  $i \neq j$ ,  $A_{ii} = (\overline{A} \quad -\overline{A})$ , где  $\overline{A} = (a_{i,q}, i = \overline{1, \overline{n}}, q = \overline{1, \overline{l}})$ ,  $a_{i(q),q} = -a_{j(q),q} = 1$ ,  $a_{i,q} = 0$  при  $i \neq i(q)$ ,  $i \neq j(q)$ ,  $i = \overline{1, \overline{n}}$ ,  $q = \overline{1, \overline{l}}$ . В определении матрицы  $A$  было введено число  $\overline{n} = n - 1$ , где  $n = |V|$  – количество вершин графа  $G$ , и изначально именно оно использовалось в размерности. Однако если сложить строки матрицы, то становится очевидным, что  $\text{rank } \overline{A} \leq n - 1$ . Поэтому из матрицы  $A$  можно исключить одну строку. При помощи столбца  $b_{(1)} \in R^l$  задаются балансовые ограничения в узлах сети.

Теперь рассмотрим ограничения на пропускные способности каналов связи. Они задаются при помощи матрицы  $B$  и вектор-столбца  $b_{(2)} = 0$ . Матрица  $B$  также имеет блочную структуру:

$$B = \left( B_q, q = \overline{1, 2l} \mid -B_* \right) \in R^{l \times N}, \quad (24)$$

где  $B_q = E^{l \times l}$  – единичная  $l \times l$ -матрица;  $B_* = (B_{*q}, q = \overline{1, l})$ .

Блоки матрицы  $B_*$  определим следующим образом:

$$B_{*q} = (b_{it}, i = \overline{1, l}, t = \overline{1, T(q)}) \in R^{l \times T(q)};$$

$$b_{it} = \begin{cases} c_t(i), & \text{если } i = q, \\ 0, & \text{если } i \neq q, \end{cases} \quad i = \overline{1, l}, \quad t = \overline{1, T(i)}.$$

Вектор коэффициентов целевой функции имеет вид

$$c = (c_j, j = \overline{1, N}) \in R^N, \quad (25)$$

где  $c_j = 0, j = \overline{1, 2lk}$ ;  $c_{2lk + \sum_{i=1}^q T(i)+t} = k_t(q+1), t = \overline{1, T(q+1)}, q = \overline{0, l-1}$ .

Таким образом, в формулах (21)–(25) определены все компоненты задачи линейного программирования (20). Далее эту задачу можно решать стандартным двойственным симплекс-методом с оптимизацией обращения рабочей матрицы.

Рассмотрим алгоритм двойственного симплекс-метода. Данный алгоритм рассчитан на решение задачи линейного программирования (ЛП) вида

$$\begin{cases} c^T \hat{z} \rightarrow \max; \\ A \hat{z} = \hat{b}; \\ 0 \leq \hat{z} \leq \hat{d}. \end{cases} \quad (26)$$

**Алгоритм двойственного симплекс-метода**

```
Dual_simplex (c, A, b, I, d)
{
  for (; ) {
    B-1 = AI-1;
    yT = cITB-1;
    for (; j ∈ Ī; ) {
      Δj = yTAj - cj;
      if (Δj < 0) xj = dj; else xj = 0;
    }
    xI = B-1(b - AĪxĪ);
    if (separate(x, I, d, k, j0) = 0) stop, x - решение задачи;
    Δy = kBj0-1;
    σj* = null;
    for (; j ∈ Ī; ) {
      Sj = ΔyTAj;
      if (ΔjSj < 0) σj = -Δj/Sj; else
        if (Δj = 0 && Sj < 0) σj = 0; else
          σj = null;
    }
    if (σj != null)
```

```

    if( $\sigma_{j_*} == \text{null} \ || \ \sigma_j < \sigma_{j_*}$ )  $\sigma_{j_*} = \sigma_j, \ j_* = j;$ 
  }
  if( $\sigma_{j_*} == \text{null}$ ) stop, задача несовместна;
   $I = (I \setminus j_0) \cup j_*;$ 
}
}
int separate( $x, I, d, k, j$ )
{
  for(;  $j \in I$ ; ) {
    if( $x_j < 0$ )  $k = 1$ , return 1;
    if( $x_j > d_j$ )  $k = -1$ , return 1;
  }
  return 0;
}

```

Чтобы использовать этот алгоритм, стандартную задачу ЛП (20) необходимо привести к виду (26).

Сначала путем ввода искусственных переменных  $y = (y_j \mid y_j \in R_+, j = \overline{1, l})$  приведем условие  $Bz \leq b_{(2)}$  к виду равенства

$$\hat{z} = [z \ y], \hat{c} = \left[ c \ \underbrace{0 \dots 0}_l \right], \hat{d} = \left[ d \ \underbrace{\infty \dots \infty}_l \right], \quad (27)$$

$$\hat{B}z = b_{(2)}, \hat{B} = \begin{bmatrix} B & E^{l \times l} \end{bmatrix}. \quad (28)$$

Теперь объединим ограничения  $Az = b_{(1)}$  задач (20) и (28). В результате получим матрицу задачи (20):

$$\hat{A} = \begin{bmatrix} A & \mathbf{0} \\ B & E \end{bmatrix}, \hat{b} = \begin{bmatrix} b_{(1)} \\ b_{(2)} \end{bmatrix}.$$

Более подробно рассмотрим алгоритм реализации метода. На вход алгоритма подается вектор стоимости  $c$  (соответствует вектору  $\hat{c}$ ), матрица задачи  $A$  (соответствует  $\hat{A}$ ) и вектор  $b$  (соответствует  $\hat{b}$ ).

Подаваемый на вход алгоритма вектор  $d$  получается из вектора  $\hat{d}$  путем замены всех его бесконечных ( $\infty$ ) элементов на достаточно большие положительные числа (так называемая «машинная бесконечность»). Символом  $I$  обозначено множество линейно-независимых столбцов матрицы  $A$ ,  $I$  может выбираться произвольным образом.

В приведенном алгоритме используются следующие обозначения:  $\bar{I}$  – дополнение к множеству  $I$  (столбцы матрицы, не вошедшие в  $I$ ); *null* – неопределенное значение.

На каждой итерации алгоритма выполняется  $O(m^2 + n)$  операций,  $m$  и  $n$  – число строк и столбцов матрицы  $\hat{A}$  соответственно.

Для ускорения алгоритма на всех итерациях, кроме первой, можно использовать оптимизированный пересчет обратной матрицы  $A_I^{-1}$ . Более подробно оптимизированный пересчет обратной матрицы представлен в работе [10].



Рассмотрим еще один алгоритм поиска оптимального пути, базирующийся на методе отделяющих плоскостей. Блок-схема алгоритма, реализующего данный метод, показана на рисунке. Алгоритм применим к задачам в наиболее общей форме (4), (6) при указанных выше ограничениях на потоковые переменные и на пропускные способности (для стратегий разнообразия и резервирования) каналов связи.

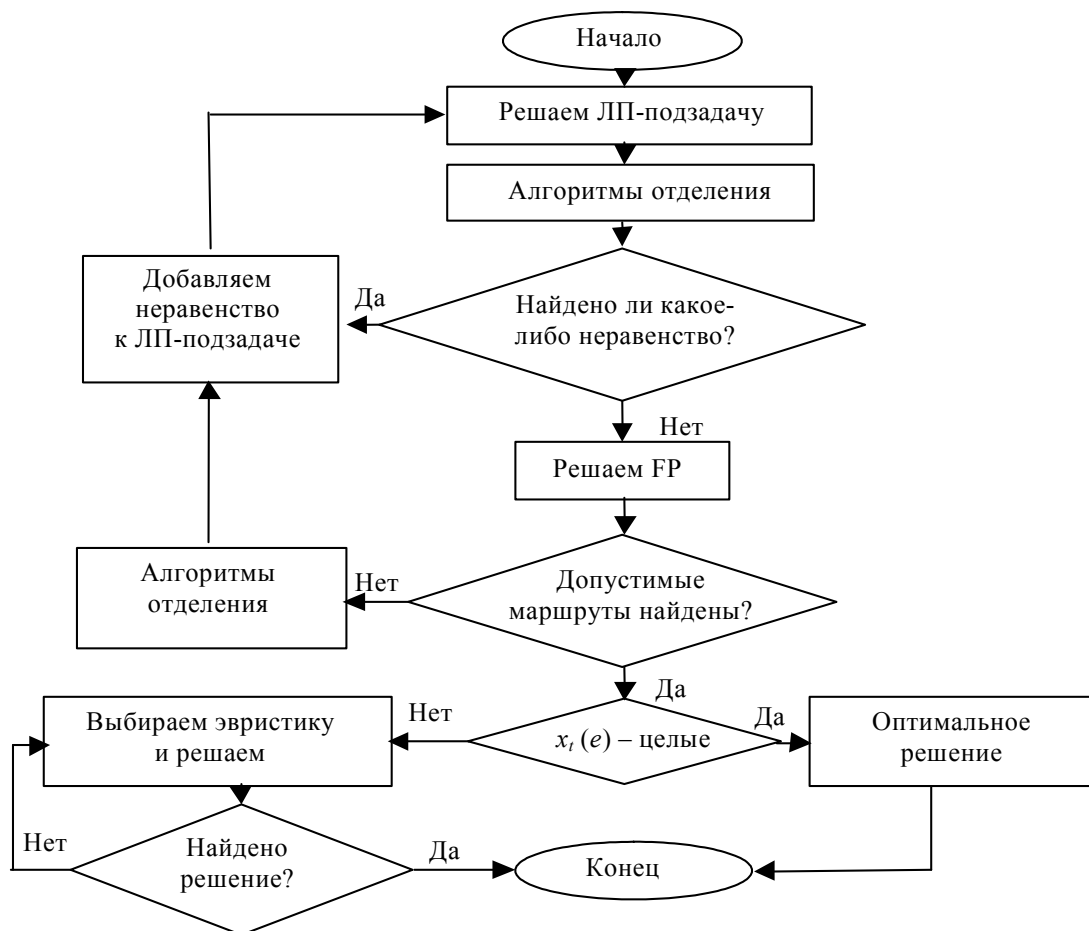


Рис. Блок-схема алгоритма на основе метода отделяющих плоскостей

При использовании стратегий разнообразия и резервирования требуется учитывать следующие дополнительные ограничения: на величину потока требований, на узловые и реберные потоки [10].

Таким образом, представленная выше задача эквивалентна задачам линейного программирования (4), (6) при условии, что известна система линейных уравнений. В связи с тем, что не все линейные ограничения, задающие  $X$ , определены, то согласно методу отделения симплекс-методом решается релаксационная задача ЛП при части известных нам ограничений для  $X$ . Более того, необходимо начать с небольшого числа ограничений, а затем для полученного решения  $x$  с помощью алгоритмов отделения найти нарушенные неравенства и добавить их в исходную задачу.

Таким образом, формально метод можно представить в виде следующих трех основных частей.

1. Поиск решения задачи о максимальном мультипотоке (так называемой ФР-задачи) при заданных пропускных способностях  $y(e)$ . Необходимо проверить допустимость заданных пропускных способностей вектора  $y(e)$  или, точнее, определить, обеспечит ли текущий вектор пропускных способностей  $y(e)$  во всех состояниях требуемые маршруты.

Проведенный анализ показал, что для стратегии перемаршрутизации потоков вдоль поврежденных путей задача о максимальном мультипотоке получается значительно более слож-

ной, чем для стратегий разнообразия и резервирования. Это связано с тем, что потоки для всех операционных состояний зависят от соответствующих потоков в нормальном состоянии.

В случае если  $y(e)$  недопустим для одного из состояний сети, должно быть найдено неравенство, которое не выполняется, и это неравенство должно быть добавлено к текущей ФР-подзадаче. Если вектор пропускных способностей  $y(e)$  оказывается допустимым для всех операционных состояний, то тогда возможны два случая:

- если значение  $x$  целочисленное, то оптимальное решение найдено;
- если  $x$  нецелочисленное, то необходимо прибегнуть к эвристике, чтобы определить решение, близкое к целочисленному. В этой ситуации возможно также применение процедуры «ветвей и границ».

2. Поиск решения релаксационной задачи с помощью алгоритмов отделяющих гиперплоскостей. При реализации алгоритма отделяющих плоскостей целесообразно использовать дополнительные классы неравенства, действительные для всех целых точек многогранника  $X$  ограничений основной задачи целочисленного линейного программирования. Такие классы неравенств разработаны различными авторами [12–14]. Часть из них использовалась при проведении вычислительных экспериментов.

3. Применение различных эвристических алгоритмов для построения приближенных допустимых решений.

После решения координирующей задачи, если все переменные  $x$  являются целыми, получаем оптимальное решение. В противном случае либо используются эвристические алгоритмы, чтобы преобразовать полученное нецелочисленное решение в целочисленное, либо строится новая плоскость, отделяющая нецелочисленное решение.

Таким образом, модели обеспечения живучести компьютерных сетей при оптимальной маршрутизации информационных потоков предполагают нахождение решений задачи (2) одним из известных алгоритмов и выбор из семейства полученных решений с помощью симплекс-алгоритма или метода отделяющих плоскостей тех путей, которые наряду с удовлетворением требований QoS (2) обеспечивали бы высокую надежность при минимальной стоимости единицы передаваемой информации (3)–(11) и (12)–(19).

## Заключение

Разработаны модели маршрутизации информационных потоков, которые, в отличие от известных, обеспечивают заданное качество обслуживания QoS при минимальной стоимости передачи единицы потока. Модели являются дальнейшим развитием теории выбора оптимального маршрута с множеством требований и учитывают три основные стратегии обеспечения живучести компьютерных сетей: разнообразия, резервирования и перемаршрутизации. Модели представлены для дискретных (формулы (2)–(11)) и кратных (формулы (2) и (12)–(19)) пропускных способностей каналов связи. Главная особенность данных моделей – полиномиальное число ограничений и экспоненциальное число неизвестных.

Рассмотрены методы поиска оптимального пути. В дополнение к известным методам для решения релаксационной задачи линейного программирования для данных типов моделей предложен симплекс-метод с процедурой генерации столбцов [10]. Проведенные вычислительные эксперименты показали, что изложенная версия двойственного симплекс-метода с оптимизацией пересчета обратной матрицы позволяет эффективно решать задачи маршрутизации. Случайно сгенерированные тестовые примеры подтверждают, что предложенный метод оптимального проектирования сетей телекоммуникаций с использованием симплекс-алгоритма позволяет решать (до оптимальности) за приемлемое время (несколько часов) задачу проектирования сети в несколько десятков узлов. Рассмотрен также эффективный алгоритм поиска оптимального маршрута, базирующийся на методе отделяющихся плоскостей.

Разработанные модели нашли практическое применение для обеспечения оптимальной маршрутизации компьютерной сети Юнибел Министерства образования Республики Беларусь. Представленные алгоритмы были использованы для обеспечения режима QoS опорного кольца сети Юнибел в Минске в условиях ограниченного телекоммуникационного ресурса.

**Список литературы**

1. Зайченко, Е.Ю. Анализ и оптимизация показателей живучести компьютерных сетей с технологией ATM / Е.Ю. Зайченко // *System research & Information technologies*. – 2003. – № 1. – P. 121–134.
2. Копачев, А.Г. Обзор методов и технологий по обеспечению качества предоставляемых услуг в компьютерных сетях передачи данных / А.Г. Копачев // *Информатизация образования*. – 2004. – № 4. – С. 59–70.
3. Матрук, А.А. Качество обслуживания в компьютерных сетях / А.А. Матрук // *Информатизация образования*. – 2005. – № 3. – С. 81–83.
4. Stoica, H. LIRA: A model for service differentiation in the Internet / H. Stoica, K. Zhang // *Proc. of NOSSDAV'98*. – London, UK, 1998. – P. 167–203.
5. Floyd, S. Link sharing and resource management models for packet networks / S. Floyd, V. Jacobson // *IEEE/ACM transactions on networking*. – 1995. – Vol. 3, № 4. – P. 365–386.
6. Floyd, S. Random early detection gateways for congestion avoidance / S. Floyd, V. Jacobson // *IEEE/ACM transaction on networking*. – 1993. – Vol. 1, № 4. – P. 397–413.
7. Mieghem, P. Hop-by-hop quality of service routing / P. Mieghem, H. van de Neve, F.A. Kuipers // *Computer Networks*. – 2001. – Vol. 37, № 3, 4. – P. 407–423.
8. Quality of Service Routing / P. Van Mieghem [at al.] [Electronic resource]. – Mode of access: [www.nas.its.tudelft.nl/people/Piet/papers/chap2qosroutingfinal.pdf](http://www.nas.its.tudelft.nl/people/Piet/papers/chap2qosroutingfinal.pdf).
9. Листопад, Н.И. Модели оптимальной маршрутизации в компьютерных сетях / Н.И. Листопад, А.А. Матрук // *Тр. БГТУ. Сер. VI. Физ.-мат. науки и информ.* – 2006. – Вып. XVI. – С. 130–132.
10. Листопад, Н.И. Моделирование и оптимизация глобальных сетей / Н.И. Листопад. – Минск: Изд-во БГУ, 2000. – 156 с.
11. Листопад, Н.И. Синтез оптимальных сетей / Н.И. Листопад // *Докл. Национальной академии наук Беларуси*. – 2000. – Т. 44, № 2. – С. 37–40.
12. Grotschel, M. Design of survivable networks. Volume Network Models of Handbooks in Operations Research and Management Science / M. Grotschel, C.L. Monma, M. Stoer. – North-Holland, 1995. – Chapter 10. – P. 617–672.
13. Grotschel, M. Computational results with a cutting plan algorithm for designing communication networks with low-connectivity constraints / M. Grotschel, C.L. Monma, M. Stoer // *Operations Research*. – 1992. – № 2(3). – P. 474–504.
14. Dahl, G. Polyhedral approach to multicommodity survivable network design / G. Dahl, M.A. Stoer // *Numerische Mathematik*. – 1994. – № 68. – P. 149–167.

Поступила 12.06.06

*Главный информационно-аналитический  
центр Министерства  
образования Республики Беларусь,  
Минск, ул. Захарова, 59.  
e-mail: listopad@unibel.by*

**N.I. Listopad, A. Ali Dalaeen Matruk, A.G. Kopachev**

**NETWORK VITALITY MODELS  
WITH INFORMATION STREAMS OPTIMAL ROUTING**

Network vitality models based on information streams optimal routing with given quality of services level are introduced. The service is provided with minimal cost of an information unit transmission. Three network vitality strategies are considered: variety, reservation and rerouting. These

models are developed for discrete and multiple bandwidth of communication channels. The algorithms of optimal way finding are presented.