

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

УДК 621.391.82

А.А. Карпук

ЗАДАЧА ОПТИМИЗАЦИИ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ РАДИОЧАСТОТНОГО РЕСУРСА ПРИ ПРИСВОЕНИИ ЧАСТОТ РАДИОЛИНИЯМ

Рассматривается задача оптимизации использования радиочастотного ресурса при присвоении частот радиолиниям следующих типов: симплексным, одноканальным и многоканальным дуплексным, одноканальным и многоканальным с псевдослучайным переключением частот. Введено понятие простой радиолинии и показано, что радиолинии перечисленных типов можно представить в виде конечного числа простых радиолиний, а задача оптимизации использования радиочастотного ресурса при присвоении частот простым радиолиниям сводится к задаче о назначениях с учетом коллизий. Построена общая математическая модель задачи оптимизации использования радиочастотного ресурса при присвоении частот простым радиолиниям в виде задачи дискретной оптимизации с булевыми переменными.

Введение

В настоящее время проблема повышения эффективности использования радиочастотного ресурса становится все более актуальной. Одним из направлений решения проблемы, наряду с освоением новых диапазонов и совершенствованием средств связи, является оптимизация использования радиочастотного ресурса при присвоении частот радионаправлениям и радиосетям (в дальнейшем – радиолиниям) [1]. Общий подход к решению оптимизационных задач, принятый в исследовании операций, состоит в построении общей математической модели задачи в виде целевой функции и системы ограничений, поиске или разработке точных либо приближенных методов нахождения экстремума целевой функции, конкретизации параметров модели и разработке программного обеспечения для решения задачи.

Для оценки электромагнитной совместимости радиолиний с присвоенными частотами разработаны математические модели дифференциального вклада [2] и имитационные модели [3], однако в этих моделях задача присвоения частот радиолиниям не рассматривается как оптимизационная. В работе [4] показано, что если учитывать помехи только по основным каналам излучения и приема, то задача оптимизации использования радиочастотного ресурса при присвоении частот радиолиниям сводится к задаче раскраски графа, а если учитывать помехи только по основным и внеполосным каналам излучения и приема, то она сводится к задаче о коммивояжере. Несмотря на то, что обе эти задачи являются NP-полными, для их решения разработаны эффективные алгоритмы [5]. Однако в реальных задачах оптимизации использования радиочастотного ресурса при присвоении частот радиолиниям требуется учитывать также помехи по побочным каналам излучения и приема, в том числе по комбинационным и интермодуляционным каналам. Математическая модель для решения таких задач в литературе не описана. В работе [4] построена математическая модель, названная задачей числовой маркировки функционально взвешенного ориентированного мультиграфа, которая позволяет учитывать некоторые побочные каналы излучения и приема, но не учитывает интермодуляционные каналы. Более того, эта модель может служить лишь для формальной постановки задачи, поскольку введенное в ней понятие «функционально взвешенный ориентированный мультиграф» (ориентированный граф с помеченными кратными дугами, в котором меткой дуги является функция) в теории графов не известно и не является математическим объектом, над которым можно выполнять какие-либо операции для решения задачи.

1. Постановка задачи

Пусть имеется множество радиолиний $RL = \{RL_1, RL_2, \dots, RL_l\}$. Каждая радиолиния состоит из одного или более радиосредств. Радиосредство может быть радиостанцией, передат-

чиком или приемником. Каждое радиосредство, входящее в радиолинию, располагается в стационарном или мобильном объекте, принадлежащем множеству типов объектов. В качестве типа объекта может выступать здание, автомобиль, воздушное или морское судно, человек. Положение стационарного объекта задается его географическими координатами и высотой точки стояния над уровнем моря. Зона возможного перемещения мобильного объекта задается географическими координатами центра и радиусом зоны.

Радиолиния $RL_i, i = \overline{1, l}$, использует для своей работы некоторое число $m_i \geq 1$ частот, выбираемых из множества частот $F = \{f_1, f_2, \dots, f_m\}$. Будем считать известной матрицу $A = \{a_{ij}\}, i = \overline{1, l}, j = \overline{1, m}$, элемент которой $a_{ij} \geq 0$ равен оценке издержек (штрафа) за присвоение частоты f_j радиолинии RL_i . Для каждой радиолинии известна вероятность работы хотя бы одного радиосредства на передачу $\gamma_i, 0 \leq \gamma_i \leq 1, i = \overline{1, l}$.

По использованию частот для передачи и приема будем различать следующие типы радиолиний: симплексные, одноканальные дуплексные, многоканальные дуплексные, одноканальные с псевдослучайным переключением частот (ППРЧ) и многоканальные с ППРЧ.

Симплексная радиолиния может работать на единственной частоте, которая используется для передачи и приема. Симплексной радиолинии $RL_i, i \in \overline{1, l}$, может быть присвоено $v_i \geq 1$ частот, в этом случае предполагается, что радиолиния может работать на любой из них.

Одноканальная дуплексная радиолиния $RL_i, i \in \overline{1, l}$, использует две частоты: одна частота применяется для работы на передачу центрального радиосредства линии (т. е. для работы на прием в абонентских радиосредствах), другая – для работы на прием в центральном радиосредстве линии (т. е. для работы на передачу в абонентских радиосредствах). Одноканальной дуплексной радиолинии может быть присвоено $v_i \geq 1$ пар частот, в этом случае предполагается, что радиолиния может работать на любой из них.

Многоканальная дуплексная радиолиния $RL_i, i \in \overline{1, l}$, с числом каналов $\tau_i \geq 2$ одновременно использует $(\tau_i + 1)$ частот: одна частота применяется для работы на передачу центрального радиосредства линии (т. е. для работы на прием в абонентских радиосредствах), τ_i частот используется для работы на прием в центральном радиосредстве линии (т. е. для работы на передачу в абонентских радиосредствах). Многоканальной дуплексной радиолинии может быть присвоено $v_i \geq 1$ последовательностей из $(\tau_i + 1)$ частот, в этом случае предполагается, что радиолиния может работать на любой из них.

Одноканальная радиолиния с ППРЧ $RL_i, i \in \overline{1, l}$, использует для работы последовательность из заданного числа $v_i \geq 1$ частот, причем в каждый момент времени радиолиния работает на одной частоте, номер которой выбирается из чисел от 1 до v_i псевдослучайным образом.

Многоканальная радиолиния с ППРЧ $RL_i, i \in \overline{1, l}$, с числом каналов $\tau_i \geq 2$ использует для работы τ_i последовательностей из заданного числа $v_i \geq 1$ частот, причем в каждый момент времени радиолиния работает на τ_i частотах, имеющих в последовательностях одинаковый номер, который выбирается из чисел от 1 до v_i псевдослучайным образом.

При работе радиолиний на присвоенных частотах будем учитывать следующие виды помех, вызванные попаданием:

- 1) основного или внеполосного излучения передатчика радиолинии в основной канал приемника другой радиолинии или той же многоканальной радиолинии;
- 2) основного или внеполосного излучения передатчика радиолинии в канал первой промежуточной частоты приемника другой радиолинии;

- 3) основного или внеполосного излучения передатчика радиолинии в зеркальный канал приемника другой радиолинии или той же многоканальной радиолинии;
- 4) основного или внеполосного излучения передатчика радиолинии в канал гетеродина приемника другой радиолинии или той же многоканальной радиолинии;
- 5) основного или внеполосного излучения передатчика радиолинии в зеркальный канал гетеродина приемника другой радиолинии или той же многоканальной радиолинии;
- 6) излучений на гармониках (до десятой) передатчика радиолинии в основной канал приемника другой радиолинии или той же многоканальной радиолинии;
- 7) излучений опорных генераторов передатчика радиолинии в основной канал приемника другой радиолинии;
- 8) излучения гетеродина приемника радиолинии в основной канал приемника другой радиолинии или той же многоканальной радиолинии;
- 9) комбинационных излучений (до десятого порядка) передатчика радиолинии в основной канал приемника другой радиолинии или той же многоканальной радиолинии;
- 10) комбинационных излучений (до десятого порядка) передатчика радиолинии в канал первой промежуточной частоты приемника другой радиолинии или той же многоканальной радиолинии;
- 11) комбинационных излучений (до десятого порядка) передатчика радиолинии в зеркальный канал приемника другой радиолинии или той же многоканальной радиолинии;
- 12) основного или внеполосного излучения передатчика радиолинии в комбинационные каналы (до десятого порядка) приемника другой радиолинии или той же многоканальной радиолинии;
- 13) излучений на гармониках (до десятой) передатчика радиолинии в комбинационные каналы (до десятого порядка) приемника другой радиолинии или той же многоканальной радиолинии;
- 14) комбинационных излучений (до десятого порядка) передатчика радиолинии в комбинационные каналы (до десятого порядка) приемника другой радиолинии или той же многоканальной радиолинии;
- 15) интермодуляционного излучения (до третьего порядка), возникающего в передатчике радиолинии под влиянием основного или внеполосного излучения передатчика другой радиолинии, в основной канал приемника третьей радиолинии (или одной из этих радиолиний, если она дуплексная);
- 16) кроме того, возможно возникновение интермодуляционных помех (до третьего порядка) на выходе приемника радиолинии под влиянием основного или внеполосного излучения двух передатчиков других радиолиний (один из передатчиков может принадлежать этой же радиолинии, если она дуплексная).

Требуется присвоить частоты радиолиниям таким образом, чтобы отсутствовали помехи и сумма штрафов за присвоенные частоты была минимальной. Если присвоить частоты всем радиолиниям без помех невозможно, то присвоить частоты с минимальными прогнозируемыми помехами.

В приведенном перечне видов возможных помех учтены все возможные помехи между парами и тройками радиосредств. Теоретически существует возможность возникновения интермодуляционных помех третьего и более высоких порядков между четверками, пятерками, шестерками и так далее радиосредств. Однако вероятность возникновения таких помех крайне мала, поэтому при решении задач присвоения частот радиолиниям эти помехи не рассматриваются [6]. При построении математической модели задачи оптимизации использования радиочастотного ресурса при присвоении частот радиолиниям будем учитывать все перечисленные виды возможных помех. При разработке методов и алгоритмов решения задачи следует учитывать, что вероятность возникновения и величина уровня помехи каждого вида зависят от пространственного размещения радиосредств. Так, при размещении радиосредств в одном стационарном или мобильном объекте (здании, автомобиле, самолете, судне) или в разных объектах с минимальным допустимым расстоянием между объектами менее 25 м возможно возникновение помех любого вида. При размещении радиосредств в разных объектах с минимальным допустимым расстоянием между объектами от 25 до 100 м можно не учиты-

вать помехи видов 10, 11, 13 и 14. При размещении радиосредств в разных объектах с минимальным допустимым расстоянием между объектами более 100 м учитываются только помехи видов 1–8.

2. Построение математической модели задачи

В теории дискретной оптимизации известна задача о назначениях, которую можно сформулировать следующим образом. Имеется m претендентов на n вакантных должностей, $m \geq n$. Известна матрица $A = \{a_{ij}\}, i = \overline{1, n}, j = \overline{1, m}$, элемент которой $a_{ij} \geq 0$ равен сумме издержек (штрафа) за назначение претендента с номером j на вакантную должность с номером i . Требуется назначить претендентов на должности с минимальным суммарным штрафом, причем каждый претендент может быть назначен не более чем на одну должность и на каждую должность требуется ровно один претендент. Математическая модель задачи о назначениях имеет вид

$$\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m a_{ij} x_{ij} \rightarrow \min; \quad (1)$$

$$\sum_{j=1}^m x_{ij} = 1 \text{ для всех } i = \overline{1, n}; \quad (2)$$

$$\sum_{i=1}^n x_{ij} \leq 1 \text{ для всех } j = \overline{1, m}; \quad (3)$$

$$a_{ij} \geq 0, x_{ij} \in \{0, 1\} \text{ для всех } i = \overline{1, n}, j = \overline{1, m}. \quad (4)$$

Будем считать, что одного претендента можно назначить на любое число должностей (т. е. разрешим работу по совместительству в неограниченном числе мест), тогда из математической модели исключаются ограничения (3). Заметим, что в этом случае задача (1), (2), (4) имеет тривиальное решение, соответствующее случаю, когда на должность с номером i назначается претендент с таким номером j , для которого величина штрафа является минимальной, т. е. задача сводится к поиску минимального элемента в каждой строке матрицы A .

В такой постановке задачи о назначениях не учитываются коллизии, т. е. взаимное влияние претендентов друг на друга после того, как они будут назначены на должности. В общем случае может оказаться, что любые $k \in \{2, \dots, m\}$ претендентов после назначения их на должности могут оказаться несовместимыми между собой. Через $c_{i_1 j_1 i_2 j_2 \dots i_k j_k}^k$ обозначим величину штрафа за несовместимость между собой k претендентов с номерами j_1, j_2, \dots, j_k при условии, что они будут назначены на должности с номерами i_1, i_2, \dots, i_k соответственно. Тогда целевая функция задачи о назначениях с учетом коллизий примет вид

$$\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m a_{ij} x_{ij} + \sum_{k=2}^m \frac{1}{k!} \left(\sum_{i_1=1}^n \sum_{j_1=1}^m \dots \sum_{i_k=1}^n \sum_{j_k=1}^m c_{i_1 j_1 \dots i_k j_k}^k \prod_{p=1}^k x_{i_p j_p} \right) \rightarrow \min. \quad (5)$$

Покажем, что задача оптимизации использования радиочастотного ресурса при присвоении частот радиоприемникам сводится к задаче о назначениях с учетом коллизий.

Радиоприемник $RL_i, i \in \overline{1, l}$, назовем простой, если выполняются следующие условия:

– в любой момент времени радиолиния RL_i может работать только на одной частоте из некоторого числа $m_i \geq 1$ присвоенных частот;

– если $m_i > 1$, то радиолиния RL_i может работать на любой из присвоенных частот независимо от того, на каких частотах работают остальные радиолинии из RL .

Очевидно, что все симплексные радиолинии и одноканальные радиолинии с ППРЧ $RL_i, i \in \overline{1, l}$, являются простыми. Для этих радиолиний положим $m_i = v_i$. Для симплексных радиолиний вероятность работы на каждой присвоенной частоте определяется в виде $p_i = \gamma_i$. Для одноканальных радиолиний с ППРЧ $p_i = \gamma_i / v_i$.

Каждую одноканальную дуплексную радиолинию $RL_i, i \in \overline{1, l}$, которой требуется присвоить v_i пар частот, можно заменить на $2v_i$ простых радиолиний: первые v_i из них состоят из передатчика центрального радиосредства и приемников абонентских радиосредств линии; остальные v_i состоят из передатчиков абонентских радиосредств и приемника центрального радиосредства линии. Для всех этих простых радиолиний положим $m_i = 1$ и $p_i = \gamma_i$.

Каждую многоканальную дуплексную радиолинию $RL_i, i \in \overline{1, l}$, с числом каналов τ_i , которой требуется присвоить v_i последовательностей из $(\tau_i + 1)$ частот, можно заменить на $(\tau_i + 1)v_i$ простых радиолиний: первые v_i из них состоят из передатчика центрального радиосредства и приемников абонентских радиосредств линии; остальные $v_i \tau_i$ радиолиний состоят из передатчиков абонентских радиосредств для каждого канала и многоканального приемника центрального радиосредства линии. Для всех этих простых радиолиний положим $m_i = 1$ и $p_i = \gamma_i$.

Каждую многоканальную радиолинию с ППРЧ $RL_i, i \in \overline{1, l}$, с числом каналов τ_i , которой требуется присвоить τ_i последовательностей из v_i частот, можно заменить на $v_i \tau_i$ простых радиолиний, в каждую из которых входят все радиосредства исходной радиолинии. Для всех этих простых радиолиний положим $m_i = 1$ и $p_i = \gamma_i / v_i$.

Упорядочим индексы радиолиний из множества RL таким образом, что первые $l_1 \geq 0$ радиолиний будут симплексными, следующие $l_2 \geq 0$ радиолиний – одноканальными с ППРЧ, следующие $l_3 \geq 0$ радиолиний – одноканальными дуплексными, следующие $l_4 \geq 0$ радиолиний – многоканальными дуплексными и последние $l_5 \geq 0$ радиолиний – многоканальными с ППРЧ. Обозначим $c_1 = l_1 + l_2$, $c_2 = c_1 + l_3$, $c_3 = c_2 + l_4$. Тогда число простых радиолиний в рассматриваемой группировке радиосредств выразится в виде

$$n = c_1 + \sum_{i=c_1+1}^{c_2} 2v_i + \sum_{i=c_2+1}^{c_3} (\tau_i + 1)v_i + \sum_{i=c_3+1}^l \tau_i v_i.$$

Если все радиолинии являются простыми, то выполняются следующие условия:

– радиосредства любой радиолинии не могут создавать помех видов 1 – 16 радиосредствам той же радиолинии;

– радиосредства любой радиолинии могут создавать помехи видов 1 – 14 только радиосредствам других радиолиний, причем уровни этих помех зависят только от характеристик и пространственного расположения радиосредств двух радиолиний и значений пар присвоенных частот, на которых могут работать радиолинии (не зависят от числа присвоенных частот каждой радиолинии и от порядка использования частот в радиолиниях);

– радиосредства любых двух радиолиний могут создавать помехи видов 15 и 16 только радиосредствам третьей радиолинии, причем уровни этих помех зависят только от характеристик и пространственного расположения радиосредств трех радиолиний и значений троек присвоенных частот, на которых могут работать радиолинии (не зависят от числа присвоенных частот каждой радиолинии и от порядка использования частот в радиолиниях).

Каждой простой радиолинии $RL_i, i = \overline{1, n}$, могут быть присвоены не все частоты из множества частот $F = \{f_1, f_2, \dots, f_m\}$. Ресурс возможных частот для присвоения определяется на основе нижней и верхней границ рабочих диапазонов частот радиосредств, входящих в состав радиолинии, шага сетки радиосредств, а также с учетом выделенного ресурса частот и перечней постоянно и временно запрещенных частот для присвоения. На основе указанных параметров можно построить матрицу $R = \{r_{ij}\}, i = \overline{1, n}, j = \overline{1, m}$, элемент которой r_{ij} равен 1, если простой радиолинии RL_i может быть присвоена частота f_j , и равен 0 в противном случае.

Характеристики типов радиосредств, антенн и объектов, от которых зависит уровень помех между радиосредствами простых радиолиний, задаются в виде математических моделей типов передатчика, приемника, антенны и типа объекта соответственно [2]. Характеристики пространственного расположения радиосредств, от которых также зависит уровень помех, используются в математической модели процесса распространения радиосигнала для вычисления ослабления (затухания) сигнала между радиосредствами. На основе перечисленных математических моделей и значений вероятностей p_i работы на передачу хотя бы одного радиосредства радиолинии $RL_i, i = \overline{1, n}$, можно построить два массива оценок:

– четырехмерный массив $C^2 = \{c_{i_1 j_1 i_2 j_2}^2\}, i_1 = \overline{1, n}, j_1 = \overline{1, m}, i_2 = \overline{1, n}, j_2 = \overline{1, m}$, элемент которого $c_{i_1 j_1 i_2 j_2}^2 \geq 0$ равен оценке издержек (штрафа) за наличие и величину уровней помех видов 1 – 14, создаваемых друг другу радиосредствами простых радиолиний RL_{i_1} и RL_{i_2} при условии, что радиолинии RL_{i_1} присвоена частота f_{j_1} , а радиолинии RL_{i_2} – частота f_{j_2} ;

– шестимерный массив $C^3 = \{c_{i_1 j_1 i_2 j_2 i_3 j_3}^3\}, i_1 = \overline{1, n}, j_1 = \overline{1, m}, i_2 = \overline{1, n}, j_2 = \overline{1, m}, i_3 = \overline{1, n}, j_3 = \overline{1, m}$, элемент которого $c_{i_1 j_1 i_2 j_2 i_3 j_3}^3 \geq 0$ равен оценке издержек (штрафа) за наличие и величину уровней помех видов 15 и 16, создаваемых друг другу радиосредствами простых радиолиний RL_{i_1}, RL_{i_2} и RL_{i_3} при условии, что радиолинии RL_{i_1} присвоена частота f_{j_1} , радиолинии RL_{i_2} – частота f_{j_2} , а радиолинии RL_{i_3} – частота f_{j_3} .

Алгоритмы вычисления оценок из массивов C^2 и C^3 должны строиться таким образом, что оценка будет равна 0, если помехи отсутствуют, и равна $+\infty$, если хотя бы одной из радиолиний не может быть присвоена соответствующая частота, т. е. $c_{i_1 j_1 i_2 j_2}^2 = +\infty$, если $r_{i_1 j_1} = 0$ или $r_{i_2 j_2} = 0$, а $c_{i_1 j_1 i_2 j_2 i_3 j_3}^3 = +\infty$, если $r_{i_1 j_1} = 0$, или $r_{i_2 j_2} = 0$, или $r_{i_3 j_3} = 0$. Если $i_1 = i_2$, то для всех $j_1 = \overline{1, m}, j_2 = \overline{1, m}$ положим $c_{i_1 j_1 i_2 j_2}^2 = 0$. Если $i_1 = i_2$, или $i_1 = i_3$, или $i_2 = i_3$, то для всех $j_1 = \overline{1, m}, j_2 = \overline{1, m}, j_3 = \overline{1, m}$ положим $c_{i_1 j_1 i_2 j_2 i_3 j_3}^3 = 0$. Кроме того, заметим, что $c_{i_1 j_1 i_2 j_2}^2 = c_{i_2 j_2 i_1 j_1}^2$ и $c_{i_1 j_1 i_2 j_2 i_3 j_3}^3 = c_{i_1 j_1 i_3 j_3 i_2 j_2}^3 = c_{i_2 j_2 i_1 j_1 i_3 j_3}^3 = c_{i_2 j_2 i_3 j_3 i_1 j_1}^3 = c_{i_3 j_3 i_1 j_1 i_2 j_2}^3 = c_{i_3 j_3 i_2 j_2 i_1 j_1}^3$.

В качестве целевой функции в математической модели задачи оптимизации использования радиочастотного ресурса при присвоении частот радиолиниям примем минимизацию суммы оценок издержек (штрафа) за использование частот в радиолиниях, оценок издержек (штрафа) за наличие и величину уровней помех видов 1 – 14 между радиосредствами радиолиний и оценок издержек (штрафа) за наличие и величину уровней помех видов 15 и 16 между

радиосредствами радиолиний. Введем матрицу $X = \{x_{ij}\}, i = \overline{1, n}, j = \overline{1, m}$, элемент которой x_{ij} равен 1, если простой радиолинии RL_i присвоена частота f_j , и равен 0 в противном случае. Тогда целевую функцию можно записать в виде

$$\begin{aligned} & \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m a_{ij} x_{ij} + \frac{1}{2} \sum_{i_1=1}^n \sum_{j_1=1}^m \sum_{i_2=1}^n \sum_{j_2=1}^m c_{i_1 j_1 i_2 j_2}^2 x_{i_1 j_1} x_{i_2 j_2} + \\ & + \frac{1}{6} \sum_{i_1=1}^n \sum_{j_1=1}^m \sum_{i_2=1}^n \sum_{j_2=1}^m \sum_{i_3=1}^n \sum_{j_3=1}^m c_{i_1 j_1 i_2 j_2 i_3 j_3}^3 x_{i_1 j_1} x_{i_2 j_2} x_{i_3 j_3} \rightarrow \min. \end{aligned} \quad (6)$$

В качестве ограничений в модели выступают требования о присвоении каждой простой радиолинии $RL_i, i = \overline{1, n}$, ровно m_i частот:

$$\sum_{j=1}^m x_{ij} = m_i \text{ для всех } i = \overline{1, n}. \quad (7)$$

Следующую группу составляют ограничения на область значений параметров и переменных:

$$\begin{aligned} & a_{ij} \geq 0, \quad c_{i_1 j_1 i_2 j_2}^2 \geq 0, \quad c_{i_1 j_1 i_2 j_2 i_3 j_3}^3 \geq 0, \quad m_i \geq 1, \quad x_{ij} \in \{0, 1\} \text{ для всех} \\ & i = \overline{1, n}, \quad j = \overline{1, m}, \quad i_1 = \overline{1, n}, \quad j_1 = \overline{1, m}, \quad i_2 = \overline{1, n}, \quad j_2 = \overline{1, m}, \quad i_3 = \overline{1, n}, \quad j_3 = \overline{1, m}. \end{aligned} \quad (8)$$

Простую радиолинию $RL_i, i = \overline{1, n}$, назовем элементарной, если $m_i = 1$. Очевидно, что любую простую радиолинию можно заменить на m_i элементарных радиолиний. Если все радиолинии являются элементарными, то условия (7) имеют вид (2) и задача оптимизации использования радиочастотного ресурса при присвоении частот радиолиниям сводится к задаче о назначениях с учетом коллизий (6), (2), (8), в которой целевая функция (6) отличается от формулы (5) тем, что имеет только суммы для случаев $k = 2$ и $k = 3$. Заметим, что если при присвоении частот учитывать интермодуляционные излучения, возникающие в передатчике простой или элементарной радиолинии под влиянием основного или внеполосного излучения двух передатчиков других радиолиний, или учитывать интермодуляционные помехи, возникающие на выходе приемника простой или элементарной радиолинии под влиянием основного или внеполосного излучения трех передатчиков других радиолиний, то в целевой функции появится сумма для случая $k = 4$.

Заключение

Несмотря на кажущуюся громоздкость целевой функции, на основе полученной математической модели задачи оптимизации использования радиочастотного ресурса при присвоении частот радиолиниям могут быть построены эффективные вычислительные алгоритмы решения задачи. Это связано с тем, что целевая функция является аддитивной, а система ограничений отличается исключительной простотой. Точные методы и алгоритмы решения задачи о назначении с учетом коллизий и задачи (6), (2), (8) могут быть разработаны на основе методов последовательного анализа вариантов, методов построения последовательности решений, методов ветвей и границ и методов динамического программирования [7]. Однако точные методы решения задачи представляют только теоретический интерес, поскольку в реальных задачах оптимизации использования радиочастотного ресурса при присвоении частот радиолиниям количество простых радиолиний может достигать десятков тысяч. В этом случае задача может быть решена за приемлемое время при использовании эвристических (приближенных) методов и алгоритмов.

Разработанная математическая модель задачи оптимизации использования радиочастотного ресурса при присвоении частот радиолиниям применялась при разработке программного обеспечения для моделирования электромагнитной совместимости и присвоения частот радиосредствам в системах фиксированной и мобильной радиосвязи [8]. На основе математической модели были разработаны эвристические алгоритмы решения задачи, включающие математическое моделирование процесса распространения радиосигнала, методы и алгоритмы вычисления величины ослабления сигнала между радиосредствами с использованием электронной карты местности, методы и алгоритмы вычисления оценок из массивов A , C^2 и C^3 . Среднее время решения задачи при количестве простых радиолиний около 2000 на Intel-совместимом компьютере с тактовой частотой процессора 2,8 ГГц не превосходит 30 мин. При применении эвристических алгоритмов раскраски графа или алгоритмов решения задачи о коммивояжере [4] задача оптимизации использования радиочастотного ресурса при присвоении частот радиолиниям при количестве простых радиолиний около 2000 на том же компьютере решается примерно в два раза быстрее, однако в полученном решении учитываются только возможные помехи вида 1. Применять такие алгоритмы можно только в том случае, когда расстояние между радиосредствами двух любых простых радиолиний больше 500 м. В реальных задачах оптимизации использования радиочастотного ресурса при присвоении частот радиолиниям последнее условие практически никогда не выполняется. Таким образом, предложенная математическая модель задачи оптимизации использования радиочастотного ресурса при присвоении частот радиолиниям позволяет разработать эвристические алгоритмы решения задачи, которые при допустимом увеличении времени решения задачи, по сравнению с известными алгоритмами, дают решение с учетом всех возможных видов помех при любом пространственном размещении радиосредств.

Список литературы

1. Направления автоматизации управления использованием радиочастотного ресурса Республики Беларусь / В.И. Волошин [и др.] // Веснік сувязі. – 2000. – № 2, 3. – С. 26–30.
2. Виноградов, Е.М. Электромагнитная совместимость радиоэлектронных средств / Е.М. Виноградов, В.И. Винокуров, И.П. Харченко. – Л.: Судостроение, 1986. – 264 с.
3. Кирьян, А.В. Перспективы совершенствования аппарата моделирования ЭМС и радиочастотного пространства на основе интеллектуализированной имитационной модели больших группировок РЭС / А.В. Кирьян, В.А. Кикеля // Междунар. симпозиум по электромагнитной совместимости ЭМС–93: сб. науч. докл. Ч. 1. – СПб., 1993. – С. 165–170.
4. Соловьев, В.В. Методы оптимального присвоения частот / В.В. Соловьев. – М.: НПФ «Гейзер», 2001. – 133 с.
5. Рейнгольд, Э. Комбинаторные алгоритмы. Теория и практика / Э. Рейнгольд, Ю. Нивергельт, Н. Део. – М.: Мир, 1980. – 476 с.
6. Азаматов, Н.И. Электромагнитная совместимость радиоэлектронной аппаратуры стационарно-мобильных АСУ / Н.И. Азаматов, В.И. Волошин. – Минск: ОДО «Лоранж-2», 2002. – 226 с.
7. Ковалев, М.М. Дискретная оптимизация (целочисленное программирование) / М.М. Ковалев. – Минск: Изд-во БГУ, 1977. – 192 с.
8. Special software for electromagnetic compatibility simulation and frequency assignment to radio sets of fixed-mobile radio communication systems / V. Voloshin [et al.] // Proc. 4th European Symposium on electromagnetic compatibility. – Brugge, 2000. – Vol. 2. – P. 119–122.

Поступила 23.06.06

Научно-исследовательский институт
средств автоматизации»,
Минск, пр. Независимости, 117
e-mail: S3@niisa.iptel.by

A.A. Karpuk

**RADIOFREQUENCY RESOURCE USAGE OPTIMIZATION PROBLEM
FOR FREQUENCY ASSIGNMENT TO RADIO LINKS**

The article examines an optimization problem of radio-frequencies resource usage for assignment of radio links of the following types: simplex, one-channel and multi-channel duplex, one-channel and multi-channel with frequency hopping. The concept of simple radio link is introduced and it is proved that radio links of mentioned above types can be represented by a finite quantity of simple radio links. It is shown that the optimization problem of radio-frequencies resource usage for assignment of frequencies to simple radio links can be turned into a problem of assignment with collisions. A general mathematical model of the optimization problem of radio-frequencies resource usage for assignment of frequencies to simple radio links is built in the form of a discrete optimization problem with boolean variables.