

УДК 004.9

В.Г. Гончаренко¹, А.В. Тузиков²**СЕГМЕНТАЦИЯ ОБЪЕКТОВ ПОЛУТОНОВЫХ ИЗОБРАЖЕНИЙ
НА ОСНОВЕ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ВОДОРАЗДЕЛА И ЧЕМФЕРНОЙ МЕТРИКИ**

Вводится понятие преобразования водораздела в терминах теории графов. Предлагаемый подход к вычислению преобразования водораздела основан на построении леса путей с минимальным модифицированным топографическим расстоянием в пространстве $(\mathbb{R}^+)^2$, что позволяет корректно сегментировать объекты изображений. Представлены два алгоритма сегментации полутоновых изображений на основе преобразования водораздела для простых метрик, задаваемых единичной окрестностью и чемферной (a,b) -метрикой. Дается сравнение одного из представленных алгоритмов с аналогичным алгоритмом Лотуфо – Фалькао.

Введение

Преобразование водораздела полутоновых изображений часто дает лучшие результаты сегментации и выделения контуров объектов по сравнению с другими методами. Сегментация изображений посредством преобразования водораздела относится к методам роста областей, объединяющих пиксели в соответствии со сходством их свойств по отношению к свойствам их локальных соседей. Этот метод хорошо работает для изображений, на которых объекты характеризуются не текстурными признаками, а яркостными или цветовыми характеристиками.

Преобразование водораздела полутоновых изображений впервые было описано в работе С. Буше и К. Лантюэжуля [1], посвященной выделению контуров объектов на металлографических изображениях. Авторы позаимствовали географическую терминологию для описания процесса выделения контуров, основанного на выявлении участков изображения с наибольшим абсолютным значением градиента. Изображение представлялось в виде топографической поверхности, на которую падают капли воды и, стекая вниз, попадают в локальные минимумы. Каждому минимуму ставилось в соответствие множество точек поверхности, попадая на которые, вода стекает в этот локальный минимум. Такое множество точек изображения авторы назвали водосборным бассейном. Несколько водосборных бассейнов могут пересекаться. Их общие точки образуют водоразделы. Формальное построение точек водораздела было слабо детализировано и основывалось на выделении точек, равноотстоящих от двух выделенных водосборных бассейнов и лежащих на заданном уровне λ .

В более поздней работе [2] С. Буше выделил две группы алгоритмов преобразования водораздела. К первой группе относились алгоритмы, основанные на представлении изображения в виде топографической поверхности и моделировании постепенного заполнения ее водой. В качестве примера был описан алгоритм, основанный на применении морфологических операций. Ко второй группе относились алгоритмы, непосредственно выделяющие точки водораздела.

Кроме морфологического подхода к вычислению преобразования водораздела для дискретных изображений существует подход, основанный на представлении изображения в виде графа и вычислении леса минимальных путей для заданных локальных минимумов изображения. С. Буше и Ф. Мейер [3] разработали алгоритм, основанный на использовании очереди для поиска минимального пути между произвольными вершинами в процессе построения дерева минимальных путей. Однако в случае, когда на изображении имеются «плоские» регионы (плато), такой алгоритм будет приводить к ошибкам на плато. Для того чтобы использовать его в случае с плато, необходимо предварительно выполнить процедуру коррекции изображения. А. Лотуфо и А. Фалькао [4] предложили алгоритм, использующий упорядоченную очередь и позволяющий обходить проблемы с плато. Однако их алгоритм имел недостатки, связанные с тем, что пиксели могли помещаться в очередь несколько раз.

Существует ряд других подходов к построению преобразования водораздела. Е. Роединк и А. Мейстер в обзорной статье [5] выделили две группы алгоритмов преобразования водораз-

дела: основанные на погружении и на вычислении топографического расстояния. В их работе также обсуждаются подходы к распараллеливанию алгоритма вычисления преобразования водораздела и делается вывод, что преобразование водораздела плохо поддается распараллеливанию из-за его последовательного характера.

Другим подходом к построению преобразования водораздела является топологический [6]. Топологическое преобразование водораздела использует представление изображения в виде взвешенного графа и основано на понятии «одномерной» топологии. Это преобразование полутонового изображения на выходе дает также полутоновое изображение, сохраняя топологическую и яркостную информацию. Построение топологического преобразования водораздела основывается на выделении «простых» точек поочередно на каждом сечении полутонового изображения.

В данной статье предлагается алгоритм реализации преобразования водораздела на основе вычисления в графе изображения путей минимальной стоимости. Стоимость пути состоит из двух компонент. Первая характеризует максимальную яркость пикселей изображения вдоль пути, а вторая отвечает за расстояние вдоль плоской части пути. Вторая компонента стоимости определяется используемой метрикой расстояния. Это позволило расширить алгоритм на случай чемферной метрики.

1. Основные понятия и определения

Преобразование водораздела основано на понятиях водосборного бассейна и водораздела. Для интуитивного введения этих понятий можно представить график двухмерной функции f как топографическую поверхность, на которой высота точки $p \in X$ равна $f(p)$. Водосборным бассейном локального минимума $m \in X$ является множество точек $CB(m)$ поверхности f , стекая с которых, вода достигает локального минимума m . Если несколько минимумов принадлежат одному объекту, то водосборные бассейны этих минимумов объединяются в один общий водосборный бассейн. Общие точки нескольких водосборных бассейнов различных объектов составляют множество точек водораздела W .

Будем рассматривать дискретный случай, когда функция f , график которой задает топографическую поверхность, является дискретной. Преобразование водораздела будем представлять как результат постепенного погружения поверхности в воду. Предполагается, что в выделенных локальных минимумах поверхности проделаны отверстия. В этом случае вода будет заполнять участки поверхности, начиная от выделенных минимумов, и захватывать соседние пиксели.

Пусть задано множество пикселей $X \subset Z^n$, где n – размерность изображения. Пусть Y – множество значений яркости пикселей изображения, $Y \subset R$. Цифровым n -мерным полутоновым изображением называется функция $f: X \rightarrow Y$. Величина $f(p) \in Y$ определяет яркость пикселя $p \in X$.

Понятие изображения как функции не несет информации о соседстве пикселей, поэтому его необходимо дополнить понятием связности. Для каждого пикселя $p \in X$ зададим его окрестность $\Gamma(p) \subset X$, $p \in \Gamma(p)$. Каждый пиксель $\gamma_p \in \Gamma(p)$, $\gamma_p \neq p$, будем называть соседом пикселя p , причем если q принадлежит $\Gamma(p)$, то и p принадлежит $\Gamma(q)$. Каждой паре (p, γ_p) поставим в соответствие число $d \in R$, $d \geq 0$, причем $d = 0$ тогда и только тогда, когда $\gamma_p = p$. Число d будем называть расстоянием от p до его соседа γ_p . Расстояние между соседними пикселями $p, q \in X$, где $q \in \Gamma(p)$ будем обозначать $d(p, q)$. Для любых $p, q \in X$ выполняется условие $d(p, q) = d(q, p)$.

В обработке изображений используется ряд дискретных метрик, ставящих в соответствие двум любым точкам изображения определенное числовое значение. Например, чемферная (a, b) -метрика, применяемая для двухмерных изображений, позволяет приблизить точность расчета расстояний к евклидовой метрике, не сильно проигрывая в скорости вычислений метрикам, задаваемым единичной окрестностью пикселя. В чемферной (a, b) -метрике каждому пикселю ставится в соответствие две группы соседних пикселей (рис. 1). Расстояние до одной группы пикселей равно a , расстояние до другой – b . Для аппроксимации евклидовой метрики чемферной можно принять $a = 1$, $b = \sqrt{2}$. В связи с тем что использование целочисленной арифметики при вычислениях позволяет значительно увеличить скорость, обычно принимают $a = 3$, $b = 4$. В этом случае полученное значение длины пути должно быть уменьшено в три раза. За-

давая числовые значения для параметров a и b , можно получить различные метрики. В случае когда $a = 1, b = 1$, имеем так называемую метрику «шахматной доски». Если определены только значения $a = 1, b = 2$, то имеем метрику «городских кварталов».

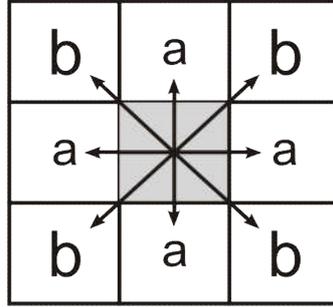


Рис. 1. Пример чемферной (a,b) -метрики для двумерной прямоугольной решетке. Центральный пиксель выделен серым цветом

Графом G полутонового изображения f называется взвешенный граф $G = (X, \Gamma, f, d)$, на множестве вершин которого задана функция изображения f , а ребро (p, q) с весом $d(p, q)$ между вершинами $p, q \in X$ графа G существует тогда и только тогда, когда $q \in \Gamma(p)$. Таким образом, граф изображения содержит информацию о яркости пикселей изображения и о связности. Для любой вершины p графа G величина $\eta = |\Gamma(p)| - 1$ называется *связностью* вершины p . Для рассматриваемой задачи связность всех вершин графа G можно принять одинаковой: для двумерных изображений, заданных на квадратной сетке, $\eta = 4$ или $\eta = 8$, для трехмерных изображений $\eta = 6, \eta = 14$ или $\eta = 26$.

Путем $\pi = (p_0, p_1, \dots, p_k), k \geq 0$, от вершины p_0 к вершине p_k графа G называется упорядоченная последовательность пикселей (p_0, p_1, \dots, p_k) , такая, что $p_{i+1} \in \Gamma(p_i)$ и для $j \neq i, p_i \neq p_j, 0 \leq i \leq k - 1$.

Далее путь (p_0, p_1, \dots, p_k) между вершинами p_0 и p_k в графе G будем обозначать π_k или просто π , а его часть $(p_i, p_{i+1}, \dots, p_j), 0 \leq i \leq j \leq k$, между вершинами p_i и p_j в графе G – $\pi_{i,j}$. Если $i = 0$, то первый индекс в обозначении пути опустим. Чтобы отличить разные пути, будем их обозначать с указанием верхнего индекса: π^1, π^2 и т. д.

Путь $\pi'_k = (p_k, p_{k-1}, \dots, p_0)$ называется *обратным* пути $\pi_k = (p_0, p_1, \dots, p_k)$. Далее путь, обратный пути π_k , будем обозначать π'_k .

Пусть Π – множество всех путей в графе G . Функция $\rho : \Pi \rightarrow \left(\begin{smallmatrix} \square & + \\ & 0 \end{smallmatrix}\right)^2$ называется *функцией пути* графа G , если для любых π_i, π_j , таких, что π_i является частью π_j (обозначение $\pi_i \subseteq \pi_j$), выполняется неравенство

$$\rho(\pi_i) < \rho(\pi_j),$$

причем $\rho(\pi_0) = (0, 0)$. Другими словами, если добавить к любому пути хотя бы один пиксель, то функция пути возрастет. Возрастание функции ρ понимается в смысле *лексикографического упорядочения* в $\left(\begin{smallmatrix} \square & + \\ & 0 \end{smallmatrix}\right)^2$.

Величину $C(p_i) = \rho(\pi_i), i \leq k, \pi_i \subseteq \pi_k$, будем называть *весом пикселя* p_i на пути π_k . Значение $C(p_i)$ является вектором в $\left(R_0^+\right)^2$. Первую и вторую координаты вектора $C(p_i)$ будем обозначать соответственно $C_x(p_i)$ и $C_y(p_i)$.

Функция *расстояния* $\delta(p, q)$ между любыми пикселями $p, q \in X$ определяется следующим образом:

$$\delta(p, q) = \min_{\pi \in \Pi_{p,q}} \{\rho(\pi)\},$$

где $\Pi_{p,q}$ – множество всех путей между пикселями p и q в графе G .

Пусть M – множество выделенных пикселей (маркеров) графа G , $|M| > 1$, I_M – множество индексов маркеров. *Водосборный бассейн* $CB(m_i)$ маркера $m_i \in M$, $i \in I_M$, определяется как множество точек $x \in X$, для которых выполняется условие

$$CB(m_i) = \{p \in X \mid \delta(m_i, p) < \delta(m_j, p), i \neq j\}.$$

Водораздел $W(G)$ графа G – это множество точек, которые не принадлежат ни одному из водосборных бассейнов:

$$W(G) = X \setminus \left(\bigcup_{m_i \in M} CB(m_i) \right).$$

Водосборные бассейны и точки водораздела определяют сегментацию изображения. Для простоты можно включить точки водораздела в соответствующие водосборные бассейны, получив сегментацию только при помощи водосборных бассейнов. Обычно в качестве маркеров $m_i \in M$ берут внутренние точки выделяемых объектов на изображении, а также точки, которые принадлежат фону (т. е. не принадлежат ни одному из сегментируемых объектов).

Понятно, что водосборные бассейны – это ячейки Вороного выбранных локальных минимумов изображения. Поэтому стандартные алгоритмы, разработанные для построения ячеек Вороного, могут быть применены для нахождения водосборных бассейнов.

Введем определение преобразования водораздела.

Пусть G – граф изображения f с маркерами $m_i \in M$, $i \in I_M$. Пусть w – некоторая метка, $w \notin I_M$. *Преобразование водораздела* изображения f есть отображение $\lambda: X \rightarrow I_M \cup \{w\}$, такое, что $\lambda(p) = i$, если $p \in CB(m_i)$, и $\lambda(p) = w$, если $p \in W(G)$.

2. Функция пути

Важной задачей является выбор функции пути, которая имела бы максимум на границе между различными объектами исходного изображения. При выборе функции пути будем исходить из того предположения, что объекты исходного полутонового изображения f отличаются уровнем яркости и на границе между ними имеет место заметный скачок яркости.

В качестве простейшего примера функции пути можно взять функцию $l(\pi)$, которая определяется следующим образом:

$$l(\pi) = \left(0, \sum_{i=0}^{k-1} d(p_i, p_{i+1}) \right),$$

где $p_{i+1} \in \Gamma(p_i)$. Функция $l(\pi)$ называется *длиной плоского пути* π .

Недостатком функции $l(\pi)$ является то, что она не зависит от значений яркости пикселей p_i , лежащих на пути π , «считает» изображение f «плоским» и, следовательно, не может применяться в качестве критерия объединения пикселей в один регион на основе их яркости.

В качестве функции пути, которая «отражает» рельеф изображения, можно взять функцию *топографического расстояния* [7]. Так как функция пути должна иметь максимум для пикселей, лежащих на границе объектов, то обычно обрабатывается не исходное изображение f , а градиентное $|\nabla f|$, в котором значение яркости каждого пикселя равно модулю градиента соответствующего пикселя исходного изображения. Величина модуля градиента каждого пикселя

изображения может вычисляться на основе дискретной аппроксимации. Далее градиентное изображение, полученное из исходного изображения f , будем обозначать через ψ .

Используя понятие *градиентного изображения*, топографическое расстояние между двумя *соседними* пикселями p_i и p_{i+1} можно записать в следующем виде:

$$d_f(p_i, p_{i+1}) = (\max\{\psi(p_i), \psi(p_{i+1})\}, d(p_i, p_{i+1})).$$

В грубом приближении в качестве функции $\psi(p_i)$, аппроксимирующей значение модуля градиента пикселя p_i , можно взять функцию

$$\psi(p_i) = |f(p_i) - f(p_{i+1})|. \quad (1)$$

В этом случае первая координата вектора $d_f(p_i, p_{i+1})$ будет пропорциональна разностной производной по направлению от p_i к p_{i+1} .

Аппроксимация модуля градиента пикселя абсолютным значением разности яркостей этого пикселя и его соседа, как в выражении (1), является довольно грубым приближением и приводит в результате к неровным краям выделенного объекта. В качестве функции ψ , более точно аппроксимирующей модуль градиента в пикселе p исходного изображения f , можно взять функцию

$$\psi(p) = \max_{\gamma_p \in \Gamma(p)} \{|f(p) - f(\gamma_p)|\}.$$

Имеется два варианта реализации преобразования водораздела исходного изображения f :

1. Преобразовать исходное изображение f в градиентное изображение ψ , а затем выполнить преобразование водораздела над градиентным изображением ψ .

2. Выполнить преобразование водораздела непосредственно над исходным изображением f . При этом для каждого пикселя p аппроксимация значения модуля градиента $\psi(p)$ вычисляется отдельно.

Независимо от выбранного варианта величину $\psi(p)$ можно считать яркостью пикселя p градиентного изображения. Поэтому можно построить граф G изображения ψ , вершинам которого поставлена в соответствие яркость, определяемая изображением ψ . Все определения, в которых использовалось изображение f , будут корректными и для изображения ψ . Принимая это во внимание, в дальнейшем будем считать, что граф G строится для изображения ψ , если не указано иное.

Топографическая длина $l_\psi(\pi_k)$ пути π_k в G определяется следующим образом:

$$l_\psi(\pi_k) = \begin{cases} (0, 0), & \text{если } k = 0; \\ \left(\max_{i=0, \dots, k} \{\psi(p_i)\}, \sum_{i=0}^{k-1} d(p_i, p_{i+1}) \right), & \text{если } k > 0. \end{cases} \quad (2)$$

Для $k > 0$ выражение (2) можно переписать в следующем виде:

$$l_\psi(\pi_k) = (\max_{i=0, \dots, k} \{\psi(p_i)\}, 0) + l(\pi_k).$$

На границах объектов градиентное изображение обычно имеет локальный максимум. В областях, где максимальная яркость пикселей исходного изображения не изменяется, топографическая длина будет увеличиваться за счет второй координаты (рис. 2).

Топографическое расстояние $T_\psi(p, q)$ между пикселями $p, q \in X$ равно топографической длине самого короткого пути π между p и q в X . Длины путей сравниваются в лексикографическом смысле.

Топографическое расстояние T_ψ определяет метрику на X для любого изображения ψ . Определение топографического расстояния как вектора позволяет корректно вычислять расстояние для изображений с произвольными значениями яркости. Оригинальное определение топографического расстояния как скалярной величины, введенное в работе [7], ограничивается классом изображений, в которых каждый пиксель, кроме пикселей, находящихся в минимумах, имеет, по крайней мере, одного соседа с меньшим значением яркости. Такие изображения не содержат неминимальных плоских регионов (плато).

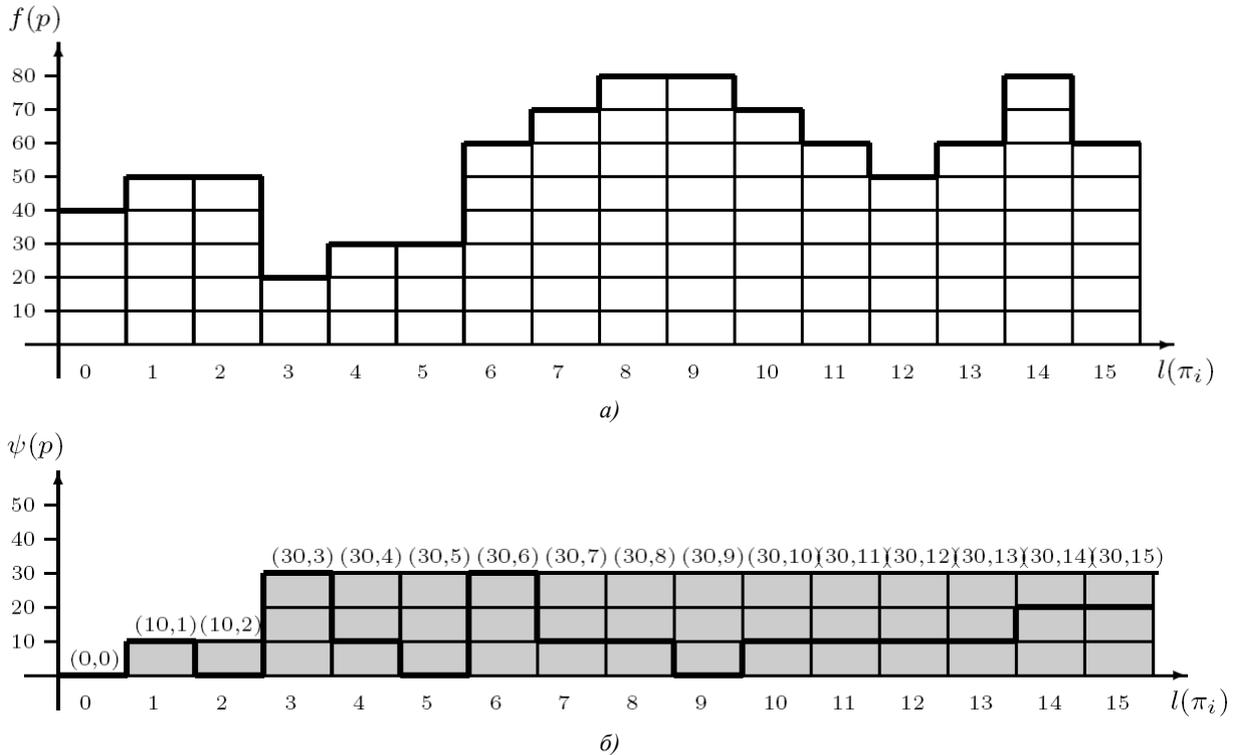


Рис. 2. Топографическая длина: а) профиль изображения f вдоль пути π показан жирной линией, по оси абсцисс – длина пути $l(\pi)$, по оси ординат – яркость пикселей; б) величина градиента аппроксимируется абсолютной разностью значений яркости текущего и предыдущего пикселей на пути π . Серым цветом показано значение первой координаты топографической длины для каждого пикселя пути π . Значения в скобках – топографическая длина $l_\psi(\pi_i)$ для промежуточных путей $\pi_i, i \leq k = 15$

Как было определено ранее, точки водораздела находятся на одинаковом топографическом расстоянии, по крайней мере, от двух маркеров, принадлежащих различным объектам. В случае когда в качестве функции пути используется топографическая длина l_ψ , точки водораздела не всегда будут находиться в точке максимума модуля градиента, расположенного на границе между различными объектами. Введем понятие модифицированного топографического расстояния, которое позволяет построить множество точек водораздела, находящихся в области, где модуль градиента является максимальным между выделяемыми объектами.

Модифицированная топографическая длина $l'_\psi(\pi_k)$ пути π_k – это функция пути, определяемая следующим образом:

$$l'_\psi(\pi_0) = (0, 0);$$

$$l'_\psi(\pi_1) = \begin{cases} (\psi(p_1), 0), & \text{если } \psi(p_1) > \psi(p_0); \\ (\psi(p_0), d(p_0, p_1)), & \text{если } \psi(p_1) \leq \psi(p_0), \end{cases}$$

и для $l \leq i \leq k$

$$l'_\psi(\pi_{1,i}) = \begin{cases} (\psi(p_i), 0), & \text{если } \psi(p_i) > \max_{j=0, \dots, i-1} \{\psi(p_j)\}; \\ l'_\psi(\pi_{i-1}) + (0, d(p_{i-1}, p_i)), & \text{если } \psi(p_i) \leq \max_{j=0, \dots, i-1} \{\psi(p_j)\}. \end{cases}$$

Выражение для $l'_\psi(\pi_{1,i})$, $0 < i \leq k$, можно переписать в следующем виде:

$$l'_\psi(\pi_{1,i}) = \left(\max_{j=0, \dots, i} \{\psi(p_j)\}, 0 \right) + l(p_i, p_{i-1}, \dots, p_{i-n}),$$

где $n = \max \{t \mid 0 \leq t \leq i, \psi(p_{i-t}) = \max_{s=0, \dots, i} \{\psi(p_s)\}\}$.

Таким образом, p_{i-t} – первый пиксель пути π , в котором достигается максимальное значение яркости на этом пути.

Для $0 < i \leq k$ справедливо также следующее соотношение:

$$C(p_i) = l'_\psi(\pi_i) = \begin{cases} (\psi(p_i), 0), & \text{если } \psi(p_i) > C_x(p_{i-1}); \\ C(p_{i-1}) + (0, d(p_{i-1}, p_i)), & \text{если } \psi(p_i) \leq C_x(p_{i-1}). \end{cases}$$

Модифицированное топографическое расстояние $T'_\psi(p, q)$ между произвольными пикселями p и q равно модифицированной топографической длине самого короткого пути π от p до q в G . Здесь, как и ранее, самый короткий путь понимается в лексикографическом смысле.

3. Алгоритмы реализации преобразования водораздела

Алгоритмы, реализующие преобразование водораздела (алгоритмы 1 и 2), определяют кратчайший путь между произвольными вершинами графа при помощи приоритетных очередей [8, 9]. Определим основные операции, используемые при работе с приоритетными очередями. При помощи операции *Enqueue*($p, C(p)$) пиксель p с соответствующим ему весом $C(p)$ включается в хвост очереди с приоритетом $C(p)$. При помощи операции *DequeueMin*() из головы непустой очереди с минимальным приоритетом выбирается один пиксель.

Рассмотрим алгоритм сегментации изображений с использованием простой метрики (расстояния до соседних пикселей равно 1). Приоритеты очередей в этом алгоритме являются скалярными величинами, так как применение приоритетной очереди автоматически упорядочивает по возрастанию вторую координату веса пикселей, лежащих последовательно на одном пути: чем ближе (в смысле длины плоского пути) к маркеру объекта находится пиксель, тем раньше он попадет в очередь с приоритетом, равным первой координате его веса, и, следовательно, выйдет из очереди по сравнению с другими пикселями такого же приоритета.

Алгоритм 1. Сегментация полутонных изображений при помощи преобразования водораздела (расстояние до всех соседних пикселей одинаково)

На входе: граф G градиентного изображения ψ , множество маркеров M , множество индексов маркеров I_M . Приоритеты очередей – скаляры C_x .

```

1:   {Инициализация}
2:   for all  $p \in X$  do
3:      $flag(p) \leftarrow TEMP$ ;
4:   end for
5:   for all  $p \notin M$  do
6:      $C_x(p) \leftarrow \infty$ ;
7:      $\lambda(p) \leftarrow 0$ ;

```

```

8:   end for
9:   for all  $p \in M$  do
10:     $C_x(p) \leftarrow 0$ ;
11:     $Enqueue(p, C_x(p))$ ;
12:     $\lambda(p_i) \leftarrow i, i \in I_M, i > 0$ ;
13:   end for
14:   {Распространение}
15:   while Очередь не пуста do
16:     $p \leftarrow DequeueMin()$ ;
17:    if  $flag(p) == TEMP$  then
18:      $flag(p) \leftarrow DONE$ ;
19:     if  $\lambda(p) \neq w$  then
20:      for all сосед  $q$  пикселя  $p$  and  $flag(q) == TEMP$  do
21:        $C_x'(q) \leftarrow MAX\{C_x(p), \psi(q)\}$ ;
22:       if  $C_x'(q) < C_x(q)$  then
23:         $C_x(q) \leftarrow C_x'(q)$ ;
24:         $\lambda(q) \leftarrow \lambda(p)$ ;
25:         $Enqueue(q, C_x(q))$ ;
26:       else
27:        if  $C_x'(q) == C_x(q)$  and  $\lambda(q) \neq \lambda(p)$  then
28:          $\lambda(q) \leftarrow w, w \notin I_M$ ;
29:        end if
30:       end if
31:      end for
32:     end if
33:    end if
34:   end while

```

Работа алгоритма начинается с этапа инициализации. На этом этапе каждый пиксель-маркер $p \in M$ получает уникальную метку $\lambda(p) > 0$ того объекта, к которому он принадлежит, вес $C_x(p) = 0$ и добавляется в очередь с приоритетом $C_x(p)$ (строки 9–13 алгоритма 1). Все остальные пиксели $p \notin M$ получают вес $C_x(p) = \infty$ и метку $\lambda(p) = 0$ и не включаются в очередь (см. строки 5–8). Все пиксели графа G считаются нерассмотренными и имеют флаг *TEMP* (строки 2–4).

На втором этапе (распространения) при помощи операции *DequeueMin()* из головы очереди с минимальным приоритетом выбирается один пиксель p (строка 16). Если пиксель p имеет флаг *TEMP*, то он обладает минимальным весом на пути от маркера и поэтому теперь будет считаться рассмотренным. Следовательно, пикселю p присваивается флаг *DONE* (строки 17–18). Отличие приведенного алгоритма от алгоритма Лотуфо – Фалькао является то, что в алгоритме 1 каждый выбираемый из очереди пиксель проверяется на равенство флага значению *TEMP*. Таким образом, каждый пиксель просматривается только один раз, хотя в очереди может быть несколько «копий» одного пикселя. Выбранный из очереди пиксель всегда будет иметь минимальный вес, и поэтому нет необходимости каждый раз при добавлении очередного пикселя в очередь проверять наличие там его «копии», как это делалось в алгоритме Лотуфо – Фалькао. Если пиксель p не принадлежит множеству водораздела, то определяется каждый его сосед $q \in X$, который еще не был рассмотрен (имеет флаг *TEMP*, строки 19, 20). Далее рассчитывается вес каждого пикселя q относительно пути, проходящего через пиксель p : $C_x'(q) = \max\{C_x(p), \psi(q)\}$, и если пиксель q имел вес $C_x'(q) < C_x(q)$, он получает новый вес $C_x(q) = C_x'(q)$ и метку $\lambda(q) \in I_M$, показывающую, что пиксель q теперь будет принадлежать тому объекту, которому принадлежит пиксель p . Кроме того, пиксель q включается в хвост очереди с приоритетом $C_x(q)$ (строки 21–25). Если пиксель q уже занесен в очередь, то из очереди первым будет выбран тот его экземпляр, который имеет наибольший приоритет. Все остальные экземпляры с меньшим приоритетом при извлечении их из очереди уже будут иметь флаг *DONE* и не будут обрабатываться (строка 17).

Если пиксель q имеет вес $C_x'(q) = C_x(q)$ и метку $\lambda(p) \neq \lambda(q)$, то это значит, что он расположен на одинаковом расстоянии от маркеров различных водосборных бассейнов. В этом случае пикселю q присваивается метка $w \notin I_M$, показывающая, что он принадлежит множеству точек водораздела (строки 26–29). Алгоритм заканчивает выполнение после того, как будут рассмот-

рены все пиксели в очереди. Каждый пиксель p , имеющий метку $\lambda(p) \in I_M$, принадлежит объекту, соответствующему этой метке. Если граф G является связным, то все пиксели, не принадлежащие водоразделу, должны иметь метку $\lambda(p) \in I_M$. Если пиксель p имеет метку $\lambda(p) = w \notin I_M$, то он принадлежит множеству водораздела.

Множество точек водораздела, построенное с помощью предложенного алгоритма, не всегда образует замкнутый контур, лежащий на границе между разными объектами (рис. 3).

В случае когда ширина зоны пикселей с максимальным весом (выделена серым цветом) четна, точка водораздела отсутствует, так как ни один из пикселей пути не находится на одинаковом расстоянии от меток m_1 и m_2 (рис. 3, а). Показанный на рис. 3, б путь включает точку водораздела, которая расположена на одинаковом расстоянии от двух различных меток. Эта особенность алгоритма делает использование информации о точках водораздела практически бесполезным для выделения контуров объектов. Точки водораздела выделяются лишь для того, чтобы показать, что они с одинаковой степенью достоверности могут принадлежать любому объекту, с которым они граничат, и, следовательно, пользователь может отнести их к тому или иному объекту на свое усмотрение. Для того чтобы уверенно отнести их к определенному объекту, необходимо использовать дополнительную информацию об изображении. Если точки водораздела не нужны вообще, то алгоритм можно модифицировать таким образом, чтобы они не выделялись, а относились автоматически к водосборному бассейну одного из маркеров. Для этого достаточно убрать строки 19, 26–29, 32 алгоритма 1 и заменить в строке 22 знак $<$ на \leq .

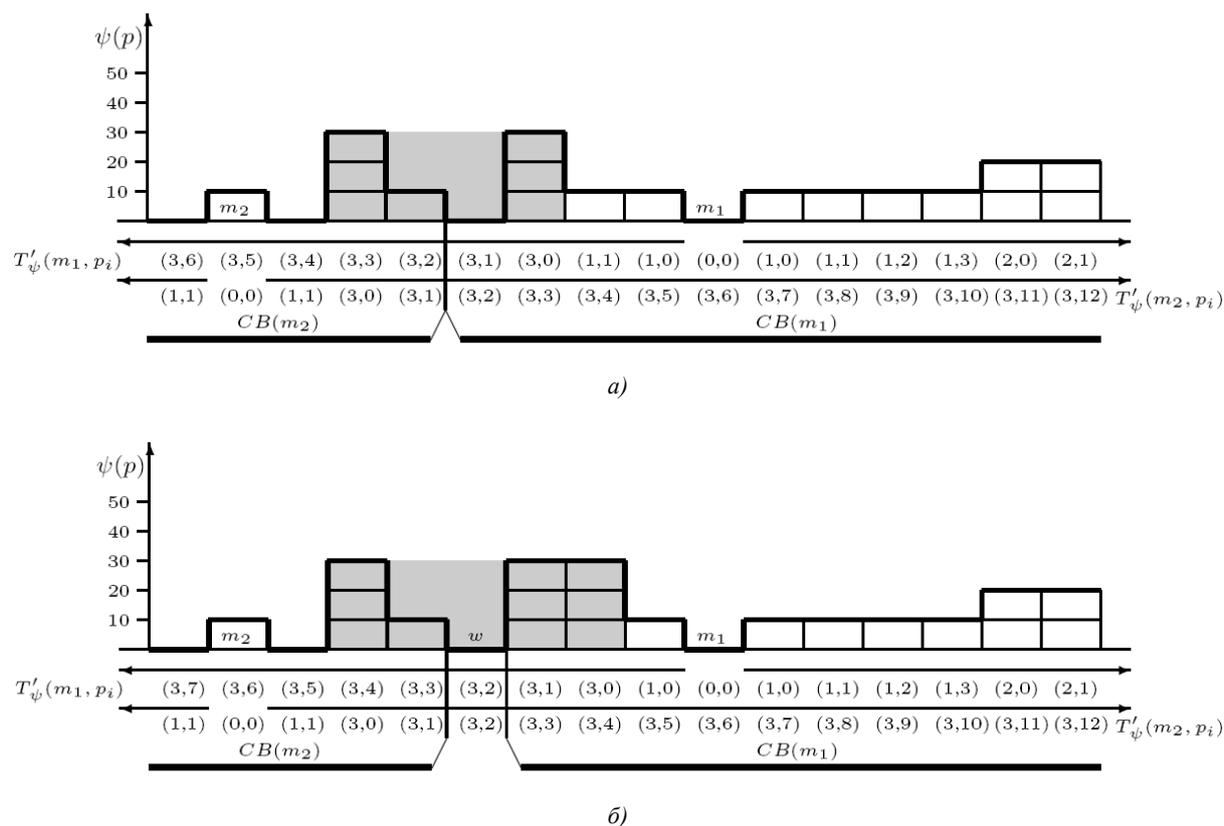


Рис. 3. Пример построения водосборных бассейнов для двух выделенных региональных минимумов с использованием модифицированного топографического расстояния T'_ψ : градиентное изображение ψ показано жирной линией; в круглых скобках – топографическое расстояние от m_1 до остальных пикселей (верхний ряд) и от m_2 до остальных пикселей (нижний ряд)

Алгоритм 2. Сегментация полутоновых изображений при помощи преобразования водораздела и чемферной (a,b) -метрики

На входе: граф G градиентного изображения ψ , множество маркеров M , множество индексов маркеров I_M . Веса пикселей C и приоритеты очередей – двухмерные векторы.

```

1:  {Инициализация}
2:  for all  $p \in X$  do
3:     $flag(p) \leftarrow TEMP$ ;
4:  end for
5:  for all  $p \notin M$  do
6:     $C(p) \leftarrow (\infty, \infty)$ ;
7:     $\lambda(p) \leftarrow 0$ ;
8:  end for
9:  for all  $p \in M$  do
10:    $C(p) \leftarrow (0, 0)$ ;
11:    $Enqueue(p, C(p))$ ;
12:    $\lambda(p_i) \leftarrow i, i \in I_M, i > 0$ ;
13: end for
14:  {Распространение}
15:  while Очередь не пуста do
16:    $p \leftarrow DequeueMin()$ ;
17:   if  $flag(p) == TEMP$  then
18:      $flag(p) \leftarrow DONE$ ;
19:     if  $\lambda(p) \neq w$  then
20:       for all сосед  $q$  пикселя  $p$  and  $flag(q) == TEMP$  do
21:         if  $\psi(q) > C(p)$  then
22:            $C'(q) \leftarrow (\psi(q), 0)$ ;
23:         else
24:            $C'(q) \leftarrow C(p) + (0, d(p, q))$ ;
25:         end if
26:         if  $C'(q) < C(q)$  then
27:            $C(q) \leftarrow C'(q)$ ;
28:            $\lambda(q) \leftarrow \lambda(p)$ ;
29:            $Enqueue(q, C(q))$ ;
30:         else
31:           if  $C'(q) == C(q)$  and  $\lambda(q) \neq \lambda(p)$  then
32:              $\lambda(q) \leftarrow w, w \notin I_M$ ;
33:           end if
34:         end if
35:       end for
36:     end if
37:   end if
38: end while

```

Рассмотрим алгоритм сегментации изображений с использованием чемферной (a,b) -метрики. В этом случае приоритеты являются векторными, так как расстояние до соседних пикселей разное и, следовательно, разные пиксели получают разные вторые координаты. Алгоритм сегментации изображений с использованием чемферной (a,b) -метрики (алгоритм 2) аналогичен алгоритму 1. Единственным отличием является использование векторных весов пикселей и приращение второй координаты веса пикселей в соответствии с чемферной метрикой.

Для того чтобы не выделять точки водоразделов, а включать их в водосборные бассейны соответствующих маркеров достаточно убрать строки 19, 30–33, 36 алгоритма 2 и заменить в строке 26 знак $<$ на \leq .

4. Обсуждение алгоритмов

Рассмотрим результаты сегментации искусственного изображения, где на однородном темном фоне изображен более светлый эллипс (рис. 4). Это изображение выбрано для иллюстрации «реагирования» алгоритмов сегментации на присутствие «шума» на изображении. Видно, что использование чемферной метрики дает лучшие результаты сегментации по сравнению

с метриками, задаваемыми единичной окрестностью. В идеале изображение должно быть поделено наполовину.

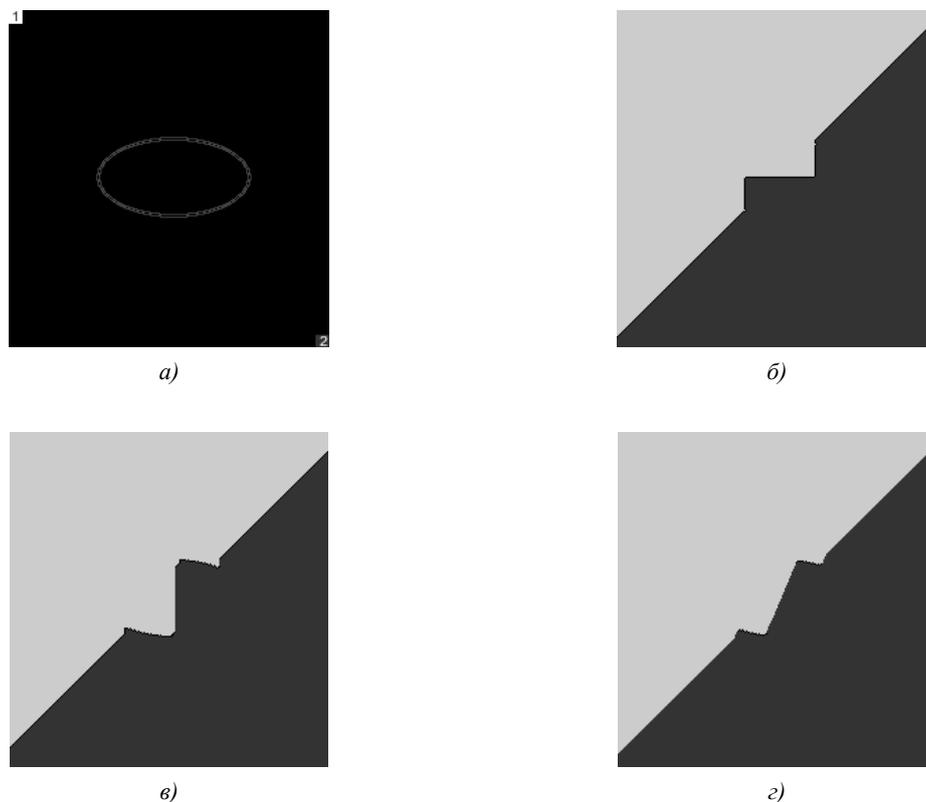


Рис. 4. Результаты алгоритмов сегментации: *а)* исходное градиентное изображение (маркеры объектов помечены цифрами); *б)* результат работы алгоритма 1 с использованием метрики «городских кварталов»; *в)* результат работы алгоритма 1 с использованием метрики «шахматной доски»; *г)* результат работы алгоритма 2 с использованием чемферной (a,b) -метрики с $a = 3$, $b = 4$

Приведем сравнение алгоритма 1 и алгоритма Лотуфо – Фалькао с точки зрения устойчивости сегментации (рис. 5). При изменении всего лишь одного пикселя на исходном изображении результаты сегментации его алгоритмом Лотуфо – Фалькао могут сильно исказиться. Алгоритм 1 в этом отношении дает более устойчивый результат. На рис. 5, *а* и 5, *г* даны исходные изображения, которые отличаются между собой только одним пикселем (3f). В верхнем правом углу каждого пикселя, не являющегося маркером, показано значение его яркости. Результаты сегментации исходных изображений алгоритмом 1 изображены на рис. 5, *б*, *д*. В верхнем правом углу пикселей, не являющихся маркерами, показаны значения модуля градиента их яркости. Большое число в левой части каждого пикселя указывает метку объекта, к которому он принадлежит. Метка 0 означает, что пиксель принадлежит множеству водораздела. Внизу каждого пикселя указан его вес. Можно видеть, что объекты на обоих изображениях идентичны. На рис. 5, *в*, *е* показаны результаты сегментации исходных изображений алгоритмом Лотуфо – Фалькао. В верхнем правом углу каждого пикселя, не являющегося маркером, показано значение его яркости. Веса пикселей изображены в нижней части пикселей. Можно видеть, что выделенный объект 1 на рис. 5, *в* сильно отличается от того же объекта на рисунке 5, *е*.

Приведем результаты сегментации трехмерного томографического изображения тазобедренного сустава алгоритмом 1 (рис. 6). На компьютере с процессором Pentium 4 3 ГГц изображение размером $512 \times 512 \times 136,8$ бит на воксель при помощи алгоритма 1 без определения точек водораздела сегментируется примерно за 800 мс. Неоптимизированный алгоритм 2 сегментирует это же изображение примерно за 4,5 с.

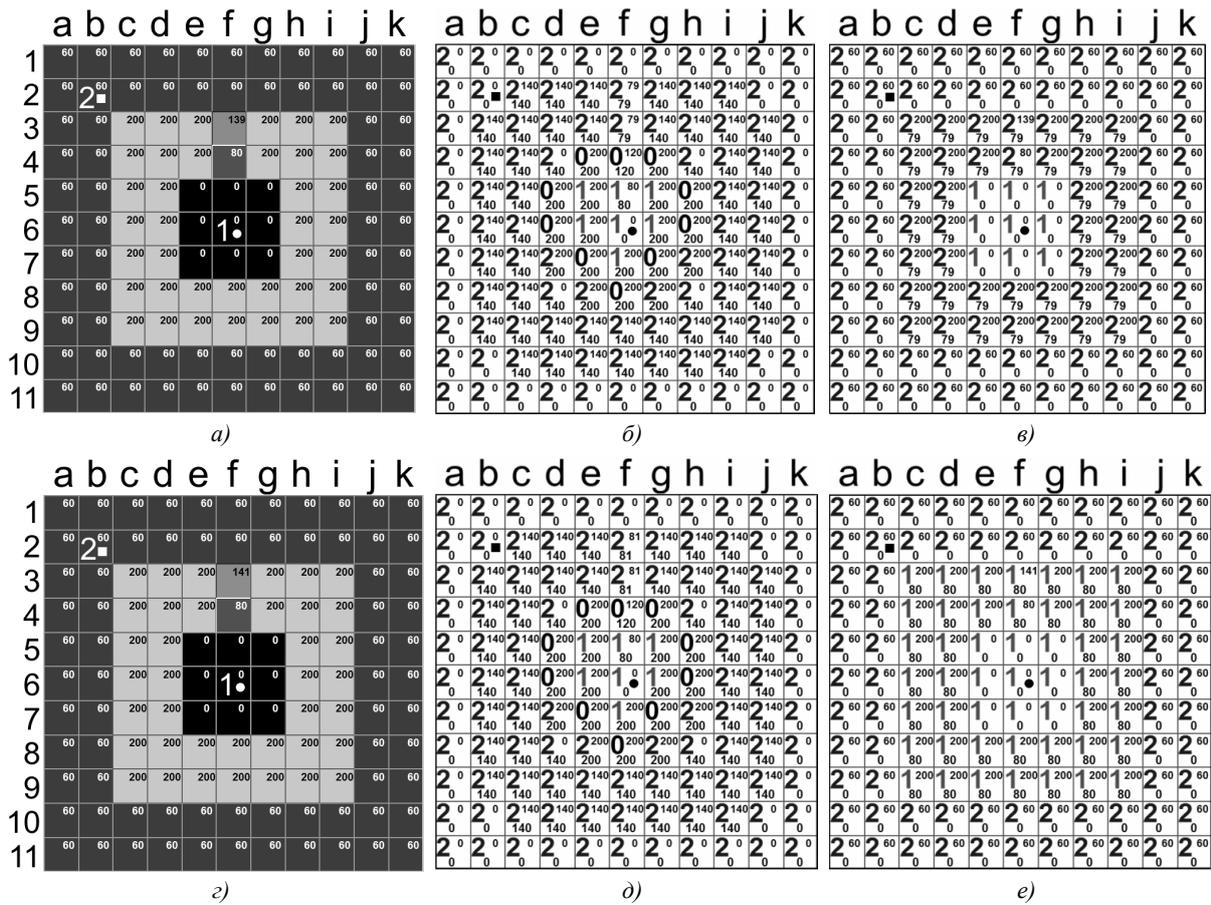


Рис. 5. Сравнение алгоритма 1 и алгоритма Лотуфо – Фалькао на примере сегментации искусственного изображения; маркеры помечены квадратом (маркер первого объекта) или кругом (маркер второго объекта): а), е) исходные изображения, отличающиеся значением только одного пикселя 3f; б), д) результаты сегментации исходных изображений алгоритмом 1; в), е) результаты сегментации исходных изображений алгоритмом Лотуфо – Фалькао

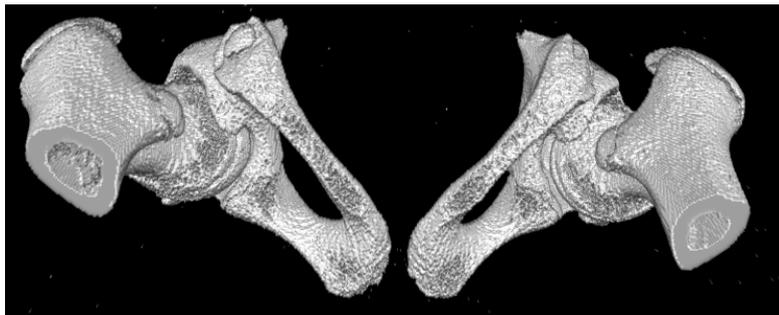


Рис. 6. Результаты сегментации томографического изображения тазобедренного сустава алгоритмом 1. Маркеры строятся автоматически при помощи пороговой сегментации

Заключение

Сформулировано понятие преобразования водораздела полутонового изображения в терминах теории графов. Представленный графовый подход к реализации преобразования водораздела абстрагируется от конкретной метрики и топологии изображения, что позволяет использовать его для различных типов исходных данных. Чемферная метрика позволяет более точно аппроксимировать евклидову метрику при вычислении длины путей. Приведены два алгоритма сегментации изображений: с использованием метрики, когда расстояния до всех соседних пиксе-

лей одинаково, и с использованием чемферной (a,b) -метрики. Эти алгоритмы применяют приоритетные очереди, допускающие эффективную реализацию. В отличие от аналогичного алгоритма Р. Лотуфо и А. Фалькао, алгоритм сегментации, предложенный в этой статье, дает более точный результат. Он допускает расширение и на случай евклидовой метрики.

Данная работа частично выполнялась в рамках проекта INTAS № 04-77-7003.

Список литературы

1. Beucher, S., Lantuejoul, C. Use of watersheds in contour detection / S. Beucher, C. Lantuejoul // International Workshop on Image Processing. – Rennes, France, 1979. – P. 2.1–2.12.
2. Beucher, S. The watershed transformation applied to image segmentation / S. Beucher // Conference on Signal and Image Processing in Microscopy and Microanalysis. – Cambridge, UK, 1991. – P. 299–314.
3. Beucher, S. The morphological approach to segmentation: the watershed transformation / S. Beucher, F. Meyer // Mathematical Morphology in Image Processing. – 1993. – Ch. 12. – P. 433–481.
4. Lotufo, R. The ordered queue and the optimality of the watershed approaches. Mathematical / R. Lotufo, A. Falcao // Morphology and its Application to Image and Signal Processing (Computational Imaging and Vision). – 2000. – Vol. 12. – P. 341–350.
5. Roerdink, J. The watershed transform: definitions, algorithms, and parallelization strategies / J. Roerdink, A. Meijster // Fundamenta Informaticae. – 2000. – Vol. 41. – P. 187–228.
6. Couprie, M., Bertrand, G. Topological grayscale watershed transformation / M. Couprie, G. Bertrand // Proceedings of SPIE Vision Geometry VI. – 1997. – Vol. 3168. – P. 136–146.
7. Meyer, F. Topographic distance and watershed lines / F. Meyer // Signal Processing. – 1994. – Vol. 38, № 1. – P. 113–125.
8. Moore, E. F. The shortest path through a maze / E.F. Moore // Proceedings of an International Symposium on the Theory of Switching, Part II. – Harvard University Press, Cambridge, Massachusetts, 1959. – P. 285–292.
9. Кормен, Т., Лейзерсон, Ч., Ривест, Р. Алгоритмы: построение и анализ / Т. Кормен, Ч. Лейзерсон, Р. Ривест. – М.: БИНОМ, 2004. – 960 с.

Поступила 17.04.06

¹Объединенный институт проблем информатики НАН Беларуси,
Минск, Сурганова, 6
e-mail: tuzikov@newman.bas-net.by

²Национальный центр информационных ресурсов и технологий НАН Беларуси,
Минск, Академическая, 25
e-mail: vasily@mpen.bas-net.by

V.G. Goncharenko, A.V. Tuzikov

WATERSHED SEGMENTATION WITH CHAMFER METRIC

Watershed transformation is introduced as a computation in image graph of a path forest with minimal modified topographic distance in $(\square^+)^2$. Two algorithms are presented for image segmentation that use a metric defined by a unit neighborhood as well as a chamfer (a,b) -metric. The first algorithm is compared with a similar algorithm developed by R. Lotufo and A. Falcao.