

УДК 528.2

Б.А. Залесский, П.В. Лукашевич

**ВОССТАНОВЛЕНИЕ ПОВЕРХНОСТИ ТРЕХМЕРНОГО ОБЪЕКТА
ПО ОБВОДКАМ ЕГО СЕЧЕНИЙ**

Предлагаются методы восстановления поверхности и вычисления объема трехмерного объекта по серии пространственных контуров обводок его сечений. Для восстановления поверхности используются однопараметрические интерполяционные сплайны, построенные по точкам на контурах обводок. Предложенная методика позволяет визуализировать трехмерный объект и вычислять его объем, не прибегая к восстановлению трехмерного куба, описывающего поверхность объекта.

Рассматривается метод сглаживания трехмерной поверхности, основанный на плоском сглаживании шести видовых проекций объекта, позволяющий применять хорошо известные методы сглаживания функций двух переменных к трехмерным объектам.

Введение

Задачи восстановления поверхности, вычисления объема и визуализации трехмерных объектов, скрытых или недоступных для прямого исследования, становятся все более актуальными в таких областях, как медицина, дефектоскопия, локация и пр. Это объясняется, с одной стороны, бурным развитием технических средств бесконтактного сканирования: магнитно-резонансной и компьютерной томографии, рентгенографии, ультразвукового сканирования, радио- и оптической локации, а с другой – развитием методов обработки изображений.

В настоящее время известны несколько подходов к решению задачи восстановления изображений по контурам. Упомянем наиболее интересные. Первая группа методов основана на использовании недавно предложенных эластичных сеток [1, 2]. Суть этих методов заключается в обволакивании пространственных обводок эластичной деформируемой сетью. Сеть деформируется под действием сил притяжения элементов сети к контурам обводок и внутренних сил напряжения сети. Вторая группа использует методы математической морфологии для описания и восстановления трехмерных изображений объектов [3]. Довольно распространенными являются методы образования поверхности объекта треугольниками, построенными на точках смежных контуров [4, 5]. В инженерных приложениях часто применяется способ формирования поверхностей прямолинейными образующими, который в настоящее время принят в качестве стандарта при проектировании САД-систем [6]. Известны также методы восстановления поверхности В-сплайнами [7].

Предлагаемые в настоящей статье *методы векторного приближения двумерной поверхности и ее растрового представления* в трехмерном пространстве основаны на формировании растровой поверхности посредством построения одномерных однопараметрических интерполяционных сплайнов.

Одномерные интерполяционные сплайны проводятся через определенные наборы точек на контурах обводок. Данные наборы точек будем называть в дальнейшем *соответствующими*. Способы определения соответствующих точек будут описаны далее. Таким образом, проводя трехмерные сплайновые кривые в растровом объеме для всех различных наборов соответствующих точек, можно строить растровую поверхность восстанавливаемого трехмерного объекта (рис. 1). В дальнейшем термин «поверхность» будем понимать как «растровая поверхность».

Используя сплайны разных типов, свойства которых хорошо изучены, можно получить поверхность с заданными характеристиками, например заданной гладкостью или кривизной. Однако при этом возникает ряд задач, которые должны быть решены для ее корректного построения.

Существует и более удобный способ построения поверхности объекта и ее визуализации, исключающий создание трехмерного растрового массива изображения. Так как изображение поверхности представляет собой не что иное, как проекцию точек пространственного объекта на плоскость, то имеет смысл производить рисование сплайнов непосредственно в плоскости

изображения. Такой способ существенно упрощает процесс создания видовой проекции объекта и, кроме того, делает ненужным предварительное построение трехмерного куба растровых данных. Однако в данном случае необходимо учитывать эффект перекрытия точек объекта, возникающий, когда ближайшие к плоскости изображения точки скрывают под собой все расположенные под ними элементы поверхности. Для этих целей будет применен хорошо известный в машинной графике метод z -буфера.

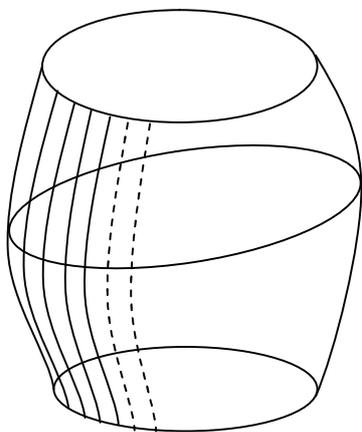


Рис. 1. Формирование поверхности объекта сплайнами

Вопрос *определения объема трехмерного тела*, ограниченного восстановленной поверхностью, также может быть просто решен аналитически или методом z -буфера. Для этого достаточно задать какое-либо направление в трехмерном пространстве и вычислить сумму расстояний между парами точек растровой поверхности, лежащих на растровых прямых, параллельных выбранному направлению.

Сглаживание восстановленной поверхности объекта применяется для улучшения ее визуального восприятия и ослабления дефектов восстановления. Предлагаемый метод основан на плоском сглаживании нескольких видовых проекций объекта и последующем его восстановлении по этим проекциям. Такой подход позволяет применять хорошо известные методы сглаживания на плоскости к выпуклым трехмерным объектам без внутренних полостей.

1. Восстановление поверхности сплайнами

Для восстановления поверхности достаточно иметь набор замкнутых кривых – экспертных обводок объекта (в общем случае неплоских контуров, заданных в трехмерном пространстве).

Под *растровым контуром* в дальнейшем будем понимать непрерывную в выбранной системе окрестностей вокселей и замкнутую пространственную кривую, не имеющую самопересечений. Растровый контур, проведенный на изображении квалифицированным специалистом вдоль предполагаемой границы объекта (или полученный любым другим способом), будем называть *обводкой эксперта* или просто *обводкой*. Далее такие контуры обводок будут обозначаться C_n , где n – номер обводки.

Наиболее естественным способом формирования обводок будет выполнение их на плоских параллельных или, по крайней мере, упорядоченных изображениях сечений объекта, например таких, что для всех контуров справедливо следующее условие упорядоченности.

Условие А. Будем говорить, что контуры C_1, C_2, \dots, C_k хорошо ориентированы, или *упорядочены*, по оси z , если для любого целого $1 \leq i < j \leq k$ и любой пары вокселей $(x_i, y_i, z_i) \in C_i, (x_j, y_j, z_j) \in C_j$ справедливо выражение $z_i < z_j$.

Для контуров, расположенных в строгом порядке (рис. 2, а), при построении поверхности достаточно сначала установить соответствие между всеми точками смежных контуров, а затем провести сплайны между всеми наборами таких точек.

Если условие А не выполняется (рис. 2, б), то после установления набора опорных точек сплайнов их дополнительно нужно будет упорядочить вдоль выделенного направления, например, по возрастанию координаты z .

В предлагаемом способе восстановления поверхности объекта *вычисление набора соответствующих точек* – важная задача, так как при их неверном выборе восстановленная поверхность может оказаться не только перекрученной, но и негладкой, и даже разрывной.

Приведем два способа поиска соответствующих точек на контурах. В каждом из них рассчитаем центры масс исходных контуров, а затем зафиксируем одну точку на произвольном контуре, называемом в дальнейшем *ведущим*. Для этой точки и будут находиться соответствующие точки на остальных контурах (рис. 3). Затем найдем вектор, направленный из центра массы ведущего контура в фиксированную точку на нем. Вдоль этого вектора из центра масс

любого другого контура строим луч. Ближайшую к данному лучу точку второго контура и будем считать соответствующей.

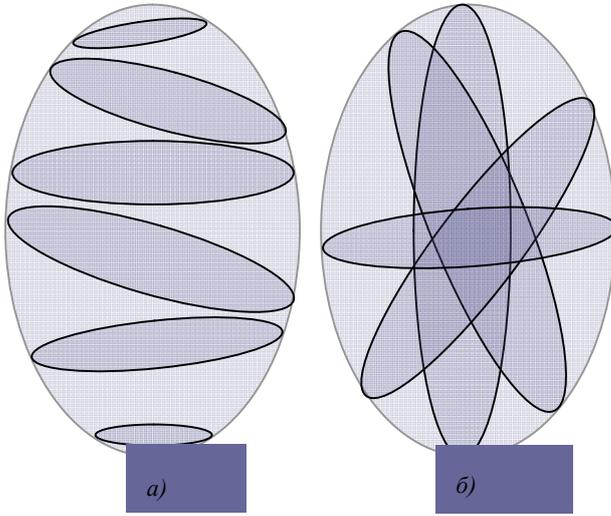


Рис. 2. Контурь обводок: а) упорядоченные; б) неупорядоченные

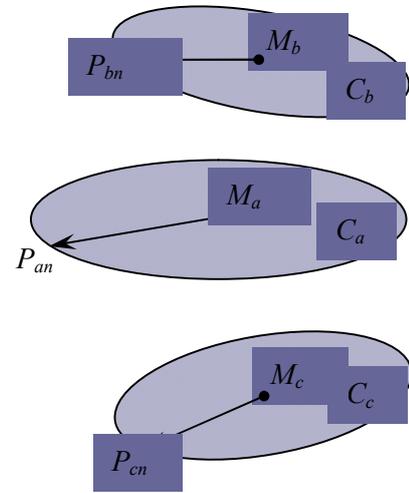


Рис. 3. Установление соответствующих точек

Запишем приведенный алгоритм более формально. Допустим, для точки P_{an} контура C_a с центром масс M_a следует найти соответствующие точки на всех контурах C_1, C_2, \dots, C_k . Тогда каждая из них будет определяться выражением

$$P_{anb} = \operatorname{argmax}_{P_{bi} \in C_b} \left(\frac{(M_a P_{an} \bullet M_b P_{bi})}{|M_a P_{an}| |M_b P_{bi}|} \right), \quad (1)$$

где $(M_a P_{an} \bullet M_b P_{bi})$ – скалярное произведение векторов, а $|M_a P_{an}| |M_b P_{bi}|$ – произведение их модулей. Таким образом получается первый набор соответствующих точек – базовый. Все остальные наборы соответствующих точек в первом способе также будут вычисляться по формуле (1).

При выполнении условия А существует возможность применения второго способа построения наборов соответствующих точек, упрощающего эту операцию и, как следствие, ускоряющего работу алгоритма. Понятно, что для двух близко расположенных точек одного контура соответствующие им точки на других контурах также должны быть расположены недалеко друг от друга. Точнее, если поверхность не скручена, то каждая точка $P_{ik} \in C_k$ соответствующего набора будет удалена от базовой $P_{sk} \in C_k$ на расстояние, пропорциональное длине контура C_k . Этим свойством и предлагается воспользоваться для оптимизации работы алгоритма.

Пусть для контуров C_1, C_2, \dots, C_k установлен базовый набор соответствующих точек $P_{s1}, P_{s2}, \dots, P_{sk}$ и для некоторой точки P_{an} ведущего контура C_a требуется найти соответствующую ей точку на контуре C_b . Для ее вычисления воспользуемся формулой

$$P_{anb} = \{P_{bi} \in C_b \quad : \quad L(P_{bi} - P_{sb}) / L(C_b) = L(P_{an} - P_{sa}) / L(C_a)\}, \quad (2)$$

где для произвольных точек P_{il} и P_{jl} , лежащих на контуре C_l , $L(P_{il} - P_{jl})$ – длина дуги от точки P_{il} до P_{jl} , а $L(C_l)$ – длина всего контура C_l .

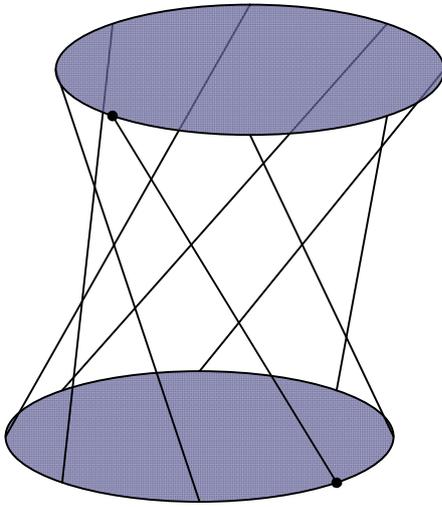


Рис. 4. Искажение поверхности при неверном установлении соответствия точек

Заметим, однако, что при неправильном выборе начального набора соответствующих точек могут возникать ошибки, приводящие к визуальному искажению, например к эффекту перекручивания образующих (рис. 4).

В случае, когда центры масс всех контуров лежат на прямой или могут быть с достаточной точностью аппроксимированы прямой, легко определить соответствующие наборы точек как точки пересечения пучка полуплоскостей, проходящих через эту прямую, с контурами.

Пусть $U_\mu = \{x_1, \dots, x_k : x_1 \in C_1, \dots, x_k \in C_k\}$ – множество соответствующих точек на контурах C_1, C_2, \dots, C_k и пусть $\{U_\mu\}$, $\mu = \overline{1, \mu_{\max}}$, – множество наборов соответствующих опорных точек. Растровая поверхность строится путем проведения через каждый набор соответствующих точек U_μ интерполяционного

сплайна. В случае выполнения условия А точки x_1, \dots, x_k будут упорядочены вдоль оси z . Для улучшения качества восстановления в остальных случаях порядок следования точек каждого набора нужно вычислять. Для получения наилучшего результата требуется, чтобы точки наборов были упорядочены вдоль определенного направления в пространстве, например совпадающего с осью инерции контуров. Вид сплайна может выбираться в соответствии с требованиями к виду реконструируемой поверхности. Практическое применение алгоритма для восстановления поверхности внутренних органов человека показало, что наиболее предпочтительными являются сплайны первого – третьего порядков. В случаях работы с контурами сложной формы применение сплайнов первого порядка дает более достоверные результаты, так как линейные сплайны не допускают сильных искривлений восстановленной поверхности.

Таким образом, непосредственное проведение достаточного количества растровых кривых сплайнов в трехмерном кубе делает возможным образование непрерывной результирующей поверхности. Наряду с этим алгоритм допускает построение объекта непосредственно в плоскости изображения без предварительного восстановления трехмерного куба. Для отображения только видимых точек поверхности может применяться известный в обработке изображения алгоритм отсечения невидимых точек – алгоритм z -буфера [8].

Напомним, что z -буфер – это отдельный буфер глубины, используемый для запоминания координаты z или глубины каждого видимого пикселя в пространстве изображения. В процессе работы глубина, или значение z каждого нового вокселя, который нужно отобразить, сравнивается с глубиной уже занесенного в z -буфер. Если это сравнение показывает, что новый воксель расположен впереди вокселя из буфера, то он рисуется на изображении и, кроме того, производится корректировка z -буфера новым значением z . Если же сравнение дает противоположный результат, то никаких действий не производится. По сути, алгоритм является поиском по x и y наибольшего значения функции $z(x, y)$.

В нашем случае алгоритм z -буфера будет выглядеть следующим образом. Для начала выберем плоскость изображения, на которую будут проецироваться точки поверхности объекта. Пусть, для простоты изложения, это будет плоскость $x = 0$. При таком выборе можно сразу оперировать со значениями координаты x , в противном случае – для получения видовой проекции на произвольную плоскость в пространстве – перед отображением нужно перейти в другую координатную систему, в которой плоскость изображения преобразуется в плоскость

$x = 0$. Для этой цели можно либо произвести пересчет координат всех точек сплайнов, либо рассчитать только положение соответствующих точек на контурах, а затем заново вычислить интерполирующие сплайны для них. Для представления изображения нам потребуется двухмерный массив целочисленных элементов $P_x = \{1, 2, \dots, H\} \times \{1, 2, \dots, W\}$ размера $H \times W$, зависящего от желаемого разрешения. Заполним его фоновым значением, например расстоянием d_0 , заведомо меньшим расстояния от поверхности объекта до плоскости изображения. Далее занесем в него расстояния от плоскости изображения до точек сплайнов, не забывая при этом об их видимости. Данная операция формально может быть описана следующим выражением:

$$P_x[i, j] = \left\{ \max(S_x(U_\mu, t)); S_y(U_\mu, t) = i, S_z(U_\mu, t) = j \right\}, i = \overline{1, H}, j = \overline{1, W}. \quad (3)$$

При этом полученное изображение представляет собой не что иное, как карту расстояний от плоскости изображения до объекта, или карту глубины. Все точки построенного массива, отличные от d_0 , принадлежат восстанавливаемому объекту, остальные – фону. Фактически же алгоритм построения изображения реализуется существенно проще:

1. Заполнить массив P_x фоновым значением расстояния d_0 .
2. Получить растровое представление всех точек сплайнов из набора $\{S(U_\mu, t)\}$.
3. Для каждой растровой точки сплайна $S(U_\mu, t)$, $\mu = \overline{1, \mu_{\max}}$, сравнить ее расстояние $S_x(U_\mu, t)$ со значением $P_x[S_y(U_\mu, t), S_z(U_\mu, t)]$ буфера глубины.
4. Если $S_x(U_\mu, t) > P_x[S_y(U_\mu, t), S_z(U_\mu, t)]$, то перезаписать значение расстояния в данной позиции $P_x[S_y(U_\mu, t), S_z(U_\mu, t)] = S_x(U_\mu, t)$.
5. В противном случае никаких действий не производить.

Изображение поверхности объекта, полученное при помощи линейной интерполяции (сплайн первой степени), показано на рис. 5. Для лучшего визуального восприятия рассчитанную карту глубины можно осветить дополнительно (рис. 6).

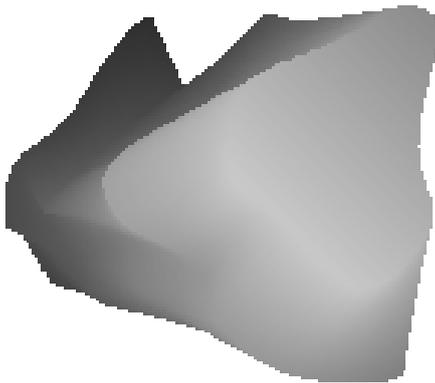


Рис. 5. Изображение поверхности объекта в виде карты глубины

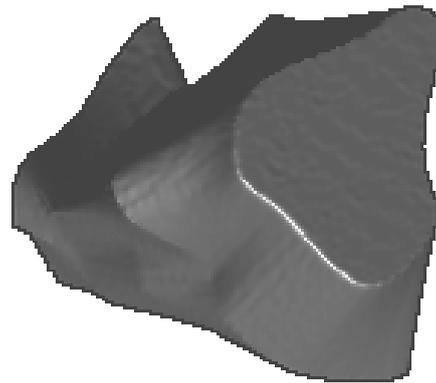


Рис. 6. Освещенное изображение поверхности объекта

Для этих целей без ограничения могут быть применены любые известные алгоритмы реалистичного представления трехмерных сцен [8]. Одним из простейших способов, позволяющих получить более наглядное визуальное представление, может быть использование градиента от карты высоты в качестве изображения.

2. Вычисление объема объекта

Приведем два способа вычисления растрового объема восстановленного объекта. Первый основан на аналитическом подсчете общего числа внутренних точек на каждом отдельном плоском растровом сечении, расположенном вдоль одной из координатных осей. Обычно это ось, вдоль которой упорядочены в соответствии с условием А контуры обводок эксперта. Второй способ представляет объем объекта как разность двух проекций его поверхности – вида сверху и снизу соответственно.

Точнее, идея *первого способа вычисления растрового объема* состоит в подсчете суммы объемов всех плоских растровых сечений восстановленного объекта толщиной в один пиксель, составляющих объект. Для получения численной оценки объема объекта необходимо просуммировать площади всех его растровых сечений, расположенных на расстоянии в один пиксель друг от друга.

Приведем хорошо известный в машинной графике способ аналитического вычисления площади многоугольника P , построенного на упорядоченном наборе точек плоскости P_1, \dots, P_L :

$$S_P = \frac{1}{2} \left| \sum_{i=1}^L [OP_i \times OP_{i+1}] \right|, \quad (4)$$

где O – произвольно заданная точка плоскости; $OP_i \times OP_{i+1}$ – векторное произведение.

Применим его для вычисления площади контуров сечений объекта. Итак, набор сплайнов $\{S(U_\mu, t)\}$ задан на множестве $\{U_\mu\}$ соответствующих опорных точек. Для применения первого способа необходимо, чтобы кривая, составленная из отрезков $[S(U_\mu, t_z), S(U_{\mu+1}, t_z)]$, где $\mu = \overline{1, \mu_{\max}}$, была замкнутой ($\mu_{\max+1} = 1$), а также не имела точек самопересечения (в иных случаях площадь слоя сечения нужно вычислить отдельно для каждой замкнутой петли контура, а затем сложить модули площадей всех петель).

Если же упомянутые условия выполняются, то алгоритм подсчета точек на слоях можно описать формулой

$$V = \frac{1}{2} \sum_{z=Z_{\min}}^{Z_{\max}} \left| \sum_{\mu=1}^{\mu_{\max}} [O_{t_z} S(U_\mu, t_z) \times O_{t_z} S(U_{\mu+1}, t_z)] \right|, \quad (5)$$

где O_{t_z} – произвольно заданная в плоскости z точка; μ_{\max} – максимальное значение индекса параметризации.

Одним из преимуществ данного метода является то, что для оценки объема сплайны можно строить только на части соответствующих опорных точек. И даже когда такие «прореженные» сплайны не будут образовывать сплошную растровую поверхность, оценка объема будет верной.

Второй способ вычисления объема предполагает построение двух видовых проекций объекта (вида спереди и вида сзади) и вычисление их разности. Формально он применим только для выпуклых объектов, однако часто восстанавливаемые объекты, например изображения человеческих органов или деталей машин, бывают выпуклыми или близкими к выпуклым, поэтому приведенный способ в этих случаях будет вполне уместен.

Итак, описанным ранее методом построения плоскости изображения на фиксированной в пространстве плоскости строятся две видовые проекции P_{front} и P_{back} – передняя и задняя соответственно – размера $H \times W$. На проекции P_{front} заданы расстояния от плоскости изображе-

ния до ближайших точек объекта, на P_{back} – до самых удаленных. Точки фона на первом и втором изображениях заданы одним цветом.

Модуль разности одинаково расположенных элементов двух проекций показывает толщину объекта вдоль перпендикуляра к плоскости в данной точке T и численно равна объему параллелепипеда $T \times 1 \times 1$. Очевидно, что сумма всех таких объемов будет равна растровому объему объекта. Итак, формула вычисления объема запишется следующим образом:

$$V = \sum_{i=1}^H \sum_{j=1}^W |P_{back}[i, j] - P_{front}[i, j]|. \quad (6)$$

Предложенный алгоритм понятен и прост в реализации, является универсальным способом вычисления растрового объема для различных способов задания поверхности объекта, в том числе и вариантов сплайнового описания.

3. Сглаживание

Нередко исследуемые трехмерные объекты бывают довольно гладкими по своей природе. Тем не менее, при восстановлении их поверхностей по пространственным обводкам не всегда можно добиться желаемого визуального сходства. Это может быть обусловлено сложной формой объекта, недостаточным количеством обводок, использованием для восстановления сплайнов малых порядков и многими другими причинами.

Одним из способов разрешения данной проблемы является сглаживание полученной поверхности объекта. И хотя задача сглаживания трехмерных объектов не имеет устоявшихся стандартных методов решения, для описанного способа получения проекции существует достаточно простой и понятный подход.

Опишем кратко *метод сглаживания трехмерных объектов*, основанный на плоском сглаживании видовых проекций объекта:

1. Получаем набор проекций объекта, достаточный для обратного восстановления его поверхности (в большинстве случаев достаточно построить шесть проекций изображения трехмерного объекта на грани куба, содержащего объект).

2. Проводим плоское сглаживание каждой проекции из набора.

3. Восстанавливаем объект по сглаженным проекциям набора.

Упомянутые в алгоритме наборы проекций полностью будут определяться формой объекта и его сложностью. Например, для описания всех точек поверхности выпуклого объекта вполне достаточно определить его проекции на две параллельные плоскости, лежащие по разные от него стороны, – P_{front} и P_{back} соответственно.

В этом случае для восстановления поверхности, заданной, например, трехмерным кубом $\mathbf{V} = \{1, 2, \dots, H\} \times \{1, 2, \dots, W\} \times \{1, 2, \dots, T\}$, понадобится выполнить следующие действия:

1. Для каждого элемента $\mathbf{V}[i, j, h]$ проверить условие $P_{back}[i, j] \leq h \leq P_{front}[i, j]$.

2. Если условие верно, то $\mathbf{V}[i, j, h] = 1$.

3. Иначе $\mathbf{V}[i, j, h] = 0$.

Для более сложных объектов, имеющих невыпуклые участки, можно задавать большее количество проекций. Очевидно, набор проекций, где каждая точка поверхности отображена, по крайней мере, на одной проекции набора, решает задачу восстановления. Понятно, что такой набор может быть сформирован не для любой поверхности, однако, как упоминалось выше, для правильного описания объекта бывает достаточно шести проекций, расположенных на гранях описанного вокруг него куба (рис. 7).

Приведенный способ сглаживания, как видно из описания алгоритма, довольно просто реализуется и не требует больших вычислительных затрат.

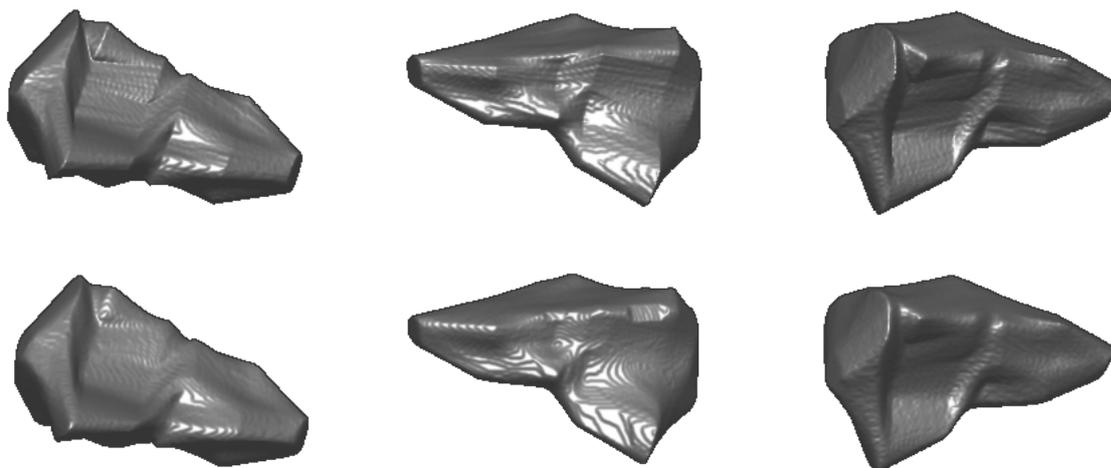


Рис. 7. Примеры сглаживания трехмерных объектов

Заключение

Предложенные методики сплайнового восстановления трехмерной поверхности могут быть использованы для решения задач, связанных с получением изображений объектов посредством применения различного рода сканеров. Они успешно применялись при построении поверхности щитовидной железы на трехмерных ультразвуковых изображениях и оценке ее объема [9]. Хорошо зарекомендовал себя алгоритм сглаживания поверхности на шести плоскостях, использование которого позволило существенно улучшить качество восстановления поверхности объекта.

Методика восстановления поверхности по нескольким обводкам также применялась для поиска граничных и внутренних точек объекта на слоях ультразвуковых изображений при изучении текстурных особенностей тканей щитовидной железы. Полученные результаты позволили создать комплекс программных средств для предварительной диагностики рака тканей щитовидной железы.

Описанные исследования проводились в рамках проекта МНТЦ В-517 «Система телемедицины для анализа изображений и консультаций по раку щитовидной железы, вызванному радиацией» и проекта ИНТАС 04-77-7036.

Список литературы

1. Snezhko E.V., Tuzikov A.V. Object Reconstruction from Several Projections with Simplex Meshes // Eighth international conference. PRIP'2005. Pattern recognition and information processing. – Minsk, 2005. – P. 243–346.
2. Снежко Э.В., Тузиков А.В. Восстановление объектов по трехмерным ультразвуковым изображениям на основе симплекс-сетей // Информатика. – 2004. – № 3. – С. 77–86.
3. Bogush A., Tuzikov A., Sheynin S. 3D Object Reconstruction from Non-Parallel Cross-Sections // ICPR. – 2004. – № 3. – P. 542–545.
4. Tree Dimensional Model Building In Computer Vision / E.E. Hemayed, S.M. Yamany, W.B. Seales, A.A. Frag. – Boston: TR-CVIP, 1997. – 41 p.
5. Bajaj C., Coyle E., Lin K. Arbitrary topology shape reconstruction from planar cross sections // Graphical Models and Image Processing. – 1996. – № 58. – P. 524–543.
6. FIPS 177-1-IGES. The Initial Graphics Exchange Specification. Version 6.0.
7. B-Spline Surface Approximation to Cross-Sections Using Distance Maps / J. Jeong, K. Kim, H. Park et al. // The International Journal of Advanced Manufacturing Technology. – 1999. – № 15. – P. 876–885.
8. Rogers D. F., Adams J. A. Mathematical Elements for Computer Graphics. – McGraw-Hill, Boston, 1990. – 500 p.

9. Lukashevich P.V., Zalesky B.A. Reconstruction of 3D Surfaces by Spline Technique // Eighth international conference. PRIP'2005. Pattern recognition and information processing. – Minsk, 2005. – P. 351–354.

Поступила 22.12.05

*Объединенный институт проблем
информатики НАН Беларуси,
Минск, Сурганова, 6
e-mail: itekan@newman.bas-net.by*

B.A. Zalesky, P.V. Lukashevich

RECONSTRUCTION OF 3D SURFACES BY SPLINE TECHNIQUE

A one-parameter spline technique is presented in order to reconstruct 3D surfaces in raster or vector forms from several closed, in general, non-planar curves, including contours that were outlined manually. The techniques allow visualization of 3D objects and evaluating their volumes without reconstruction of 3D image cube.

A method to smooth rough or noisy 3D surfaces is also described. The local parametrization of surfaces is exploited to reduce the problem to the case of smoothing of functions of two variables.