ИНФОРМАТИКА

2007 **октябрь-декабрь** **№ 4**

УДК 518.8

Л.П. Матюшков[1], Г.Л. Матюшкова[2]

МОДЕЛЬ АНАЛИЗА И КОРРЕКЦИИ УСТОЙЧИВОСТИ РЕШЕНИЯ СИСТЕМ ЛИНЕЙНЫХ УРАВНЕНИЙ

Рассматривается эволюционная модель анализа устойчивости решения задач с приближенными исходными данными. Показывается ее применение для установления корректности постановки задач, сводящихся к решению систем линейных уравнений, и повышения устойчивости их решений путем целенаправленных изменений требований к точности исходных данных.

Введение

В большинстве прикладных задач часть исходных и/или промежуточных данных носит приближенный характер. Это объясняется природой их получения при измерениях приборами, которые дают погрешность с известной точностью, а также при их подготовке на ЭВМ, когда точность оценить значительно сложнее из-за многократности элементарных вычислительных операций, каждая из которых может давать погрешность [1–4].

Более трудной задачей является оценка степени доверия к результату, полученному при решении задачи с приближенными данными традиционными методами. В этом случае не всегда можно доверять результату, полученному без учета погрешностей исходных данных, когда избранный метод решения применяется аналогично, как и к точным данным.

Из опыта решения подобных задач сформировалось понятие об устойчивости их решения. Устойчивое решение задачи – это такое, когда другие решения, полученные при незначительных изменениях исходных данных, будут «близки» к нему [1, 3, 5]. Понятие «близости» диктуется на практике требованиями к результату исходя из особенностей приложений задачи. Кроме того, сам метод решения задачи может быть приближенным, в связи с чем возникает проблема подбора такого метода, чтобы обеспечить устойчивое решение, а иногда и получение ответа о неразрешимости задачи при заданных точностях исходных данных и результата [1–3, 6]. В работе [6] некорректность исследуемой задачи вообще трактуется как отсутствие непрерывной зависимости решений от исходных данных.

В последние годы в вычислительной математике начали использоваться методы, в которых предлагается общая модель решения задачи с указаниями, как учесть особенности исходных методов и/или данных при ее решении. Например, для различных итерационных методов это могут быть рекомендации по выбору данных для исходной итерации, в методе ветвей и границ – по выбору «быстрой» оценочной функции и хорошего начального варианта и т. д. [7–10].

Очевидно, что индивидуальный подход при решении задач с большим количеством операций перебора вариантов позволяет получать приемлемые для практического использования результаты. Это подтверждается и при применении нейросетевых методов [9], систем символьных вычислений [7, 9, 11–13] и др.

1. Особенности предлагаемого подхода

В основу реализации модели положен эволюционный подход [8, 9, 12], когда из всех полученных к данному этапу вычислений сохраняется наилучшее решение, включая и выполненный очередной шаг итерации. Это позволяет в любой момент прекратить решение задачи, если достигнут приемлемый для практики результат, а иногда и завершить поиск из-за нехватки ресурсов времени, памяти, стоимости и т. д.

Главным при отыскании решения задач является установление степени зависимости результата от колебаний границ приближенных исходных данных и наличие четкой вычислительной схемы, гарантирующей (хотя бы потенциально) получение ответов, которые необходимы исследователю или проектировщику. Обычно требуется узнать ответы на несколько вопросов: может ли вообще возникнуть ситуация, когда за погрешностями исходных данных скрыта неразрешимость задачи при применении традиционных методов ее решения (всегда ли существует решение); является ли полученное решение устойчивым; как повлиять на повышение устойчивости решения; как оценить погрешность полученного решения с заданными к нему требованиями.

При возникновении проблемы преодоления ресурсных трудностей, например, по памяти, времени, стоимости предлагается использовать сочетание стохастических и точных методов для обеспечения преодоления локальных экстремумов, нехватки времени и памяти. Можно выбирать информацию для начала итерационного процесса с учетом характера задачи, особенно в тех случаях, когда имеются доказательства потенциальной достижимости наилучшего решения. Экономия затрат при решении задач по таким схемам может достигаться и при использовании инструментария систем для символьных вычислений [7, 11–13].

Конкретный путь реализации эволюционной модели продемонстрируем на примере решения задач, сводящихся к решению системы линейных уравнений, у которых часть коэффициентов определена приближенно (приборами или/и предварительными вычислениями).

2. Основные элементы процедур, используемых при решении систем линейных уравнений с приближенными коэффициентами

Базовым фрагментом в решении систем линейных уравнений является вычисление определителя $\Delta = \left| d_{ij} \right|$, элементы которого d_{ij} частично или полностью могут задаваться приближенно. Ввиду того что каждый из приближенных элементов (обозначим его x_{ij}) изменяется в пределах отрезка $[a_{ij}, b_{ij}]$, можно полагать $a_{ij} \le x_{ij} \le b_{ij}$, т. е. в этом случае конкретный определитель выбирается из множества Q квадратных матриц $n \times n$ с k элементами $d_{ij} = x_{ij}$ и (n^2-k) элементами d_{ij}, заданными точно. Обычно a_{ij} и b_{ij} известны благодаря паспортам на точность измерений приборами, а также из оценок таких колебаний вычисляемых элементов.

При условии непрерывности изменения x_{ij} в общем случае будем иметь некоторый функционал $F(x_{ij}) = \Delta$, где x_{ij} можно считать некоторой возрастающей (убывающей) линейной функцией. В работе [14] было показано, что такой функционал достигает максимума и минимума соответственно в крайних точках. Эта теорема является основополагающей для ответа на вопрос, может ли $\Delta = F(x_{ij})$ быть равным иногда 0, т. е. разрешима ли вообще система линейных уравнений и каков ориентировочно может быть объем вычислений. Его верхней границей будет количество необходимых операций для вычисления 2^k определителей, где k (количество приближенных элементов x_{ij}), как правило, значительно меньше n^2.

Иными словами, если решать задачу перебором, то надо вычислить 2^k всевозможных определителей для матриц, составленных из возможных сочетаний концов отрезков a_{ij} или b_{ij} при неизменности остальных элементов, однако сочетание общего подхода (перебор) с методами направленной оптимизации (например, ускоренным градиентным методом) приводит к сокращению вычислительной работы. Эффективность вычислений будет также зависеть и от выбора исходной точки $M_0(x^0_{ij})$ $n \times n$.

При дефиците времени можно испытать несколько начальных точек, для каждой из них сделать ограниченное заранее число пронумерованных шагов и на основе эволюционного подхода сохранить лучшие результаты. Эта первая фаза решения задачи, которая позволяет ответить на вопрос о разрешимости системы вообще или о ее возможной некорректности.

Вторая фаза задачи базируется на аналогичной схеме, но здесь надо ответить на другой вопрос, касающийся возможной устойчивости решения, т. е. изучить по найденным значениям $F(x_{ij})$ в крайних точках возможный размах колебаний функционала от минимума до максимума в пределах одного знака. При выходе за пределы допустимых границ решений системы переходят к третьей фазе.

Третья фаза включает управление изменениями границ конкретных приближенных элементов, например поиск возможности использования более точных приборов для измерений отдельных коэффициентов системы уравнений или более эффективных методов их вычислений. В этом случае можно ограничиться второй и третьей фазами при оценке качества решений.

При решении задач с относительно небольшим количеством приближенных элементов в вычислительном плане можно использовать средства символьных вычислений типа Mathcad, MatLab.

3. Реализация схемы вычислений и оценка границ ее применимости

Учитывая специфику рассматриваемого функционала $F(x_{ij})$ и непрерывность функций x_{ij} для решения первой задачи по установлению разрешимости системы уравнений, фактически можно применить ускоренный градиентный метод, который позволяет использовать максимальный шаг h при изменении соответствующей переменной ($h = \left|b_{ij} - a_{ij}\right|$). Для ответа на вопрос о корректности исходного задания достаточно найти два определителя разных знаков. Исходный набор x_{ij} для вычислений (точку M_0), исходя из упомянутой нами теоремы, можно случайным образом сформировать из концов отрезков $[a_{ij}, b_{ij}]$ по простейшей схеме: когда генератор случайных чисел γ будет выдавать из интервала (0,1) очередное γ, то при $\gamma \le 0{,}5$ брать a_{ij}, а при $\gamma > 0{,}5$ – b_{ij}. С помощью символического процессора (в системе типа Mathcad) можно вычислить функционал $F(x_{ij})$ и его частные производные в символическом виде. В связи с тем что каждый конкретный определитель содержит постоянные элементы c_{ij} и переменные x_{ij}, для упрощения последующих шагов будем $F(x_{ij})$ представлять как функцию многих переменных $F(x, y,\ldots,z)$, а ее частные производные как $F'_x(x, y,\ldots,z)$, $F'_y(x, y,\ldots,z)$, …, $F'_z(x, y,\ldots,z)$. Количество этих переменных и будет в какой-то мере характеризовать объем вычислительной работы.

После генерации исходной точки M_0 можно в ней вычислить как саму функцию $F(x, y,\ldots,z)$, так и ее частные производные F'_x, F'_y, …, F'_z, т. е. фактически определить градиент в исходной точке M_0.

В зависимости от значения $F(M_0)$ дальнейшие вычисления по выбору очередной точки M_i идут с учетом направления градиента или антиградиента. При положительном значении $F(M_0)$ формируется точка M_1 с учетом направленности антиградиента. Все x_{ij}, для которых $F'_{x_{ij}} > 0$, уменьшаются (сразу на шаг $h = \left|b_{ij} - a_{ij}\right|$), если это возможно (в противном случае они сохраняются), и аналогично, все x_{ij}, для которых $F'_{x_{ij}} < 0$, увеличиваются, а при $F'_{x_{ij}} = 0$ остаются без изменений. В точке M_1 снова вычисляется значение функции и частных производных и т. д. до невозможности продолжить процесс, приводящий к уменьшению функции до отрицательного ее значения. Аналогично поступаем и при отрицательном значении $F(M_0)$, поступательно двигаясь в направлении градиента и наращивая x_{ij} (если это возможно) для $F'_{x_{ij}} < 0$. При получении после выполнения этой процедуры значений $F(x_{ij})$ разных знаков или $F'_{x_{ij}} = 0$ можно констатировать факт некорректности задачи.

Такой подход на практике применим для $n \le 10$ и $k \le 6$ (иногда 7), так как при использовании системы Mathcad без дополнительных изменений и дополнений базового варианта (например, включения процедур по использованию клеточных матриц [15] и др.) можно применять задание матриц $n\times n$ до 100 элементов и результаты символьных операций с ними не должны давать строки из алгебраических сумм произведений свыше 100 членов.

Учитывая особенности задачи при $n^2 > 100$, разумно использовать при $k \le 23$ простой перебор всех вариантов, а при $k > 23$ перейти к схемам случайной генерации заданного количества r вариантов.

Для общей оценки ситуации и выбора исходной производительности ЭВМ для решения задачи воспользуемся утверждением [15] о том, что число умножений и делений для вычисления определителя n-го порядка равно $\dfrac{n-1}{3}\left(n^2 + n + 3\right)$, т. е. в худшем случае граница полного перебора для конкретной ЭВМ определится числом $T = \frac{n-1}{3}\left(n^2+n+3\right)\cdot 2^k$. По сути, максимальное T можно считать асимптотической оценкой, определяющей возможности проведения исследования в зависимости от используемой ЭВМ, варьируя k от 1 до 23.

При очень высоких требованиях к ЭВМ по быстродействию принимается решение о том, сколько надо сгенерировать случайным образом r точек $M_1, M_2, \ldots, M_r$. В этом случае при получении первой пары значений определителей разного знака или одного определителя, равного нулю, констатируется факт некорректности задачи и осуществляется переход ко второй фазе ее решения.

При исчерпании вычислений для r точек с получением определителей одного знака за минимум и максимум принимаются достигнутые результаты и осуществляется переход к третьей фазе.

Во второй фазе решается проблема возможности повышения точности получения конкретных x_{ij}, чтобы задача стала корректной. За счет исследования возможностей применения более точных измерений и/или вычислений исходных данных изменяются границы x_{ij}, некоторые из отрезков $[a_{ij}, b_{ij}]$ сжимаются за счет повышения точности исходных данных, снова выполняется первая фаза и т. д. Если после нескольких итераций задача не переводится в разряд корректных, она относится к технически неразрешимым, например, из-за отсутствия соответствующих измерительных или вычислительных устройств в данной сфере прикладной деятельности.

При положительном исходе второй фазы реализуется третья фаза по обеспечению управления получением устойчивого решения за счет управления конкретными переменными.

Для выполнения третьей фазы с более или менее надежными оценками границ каждой компоненты вектора **P** решений системы уравнений полезно найти max $F(x_{ij})$ и min $F(x_{ij})$, т. е. указать возможные границы колебаний значений определителя Δ системы уравнений из-за его приближенных элементов: max $F(x_{ij}) \le \Delta \le$ min $F(x_{ij})$. Тогда при постоянных свободных членах p_i можно найти max Δp_i и min Δp_i, заменив соответствующий столбец определителя системы для искомой переменной p, колебания которой не могут выйти за пределы соотношения $\frac{\min \Delta p_i}{\max \Delta} \le p \le \frac{\max \Delta p_i}{\min \Delta}$.

Если эти оценки позволяют констатировать возможность решения прикладной задачи, то процесс прекращается. При неподходящих оценках можно все повторить, начиная с ужесточения требований к получению исходных данных (сужения некоторых $[a_{ij}, b_{ij}]$).

4. Пример реализации схемы вычислений с оценкой границ ее применимости

Покажем реализацию всей процедуры на примере с использованием символьных вычислений. Для простоты переменные компоненты x_{ij} будем обозначать малыми латинскими буквами.

Пусть определитель Δ системы линейных уравнений задается квадратной матрицей A (n^2 = 4×4) с пятью приближенно заданными элементами t, u, x, y, z:

$$A = \begin{Vmatrix} 0 & 2 & 3 & 4 \\ 7 & 6 & t & 9 \\ u & x & 1 & 2 \\ 3 & y & 5 & z \end{Vmatrix},$$

где $2{,}9 \le t \le 3{,}1$; $7{,}6 \le u \le 7{,}8$; $2{,}9 \le x \le 3{,}1$; $1{,}9 \le y \le 2{,}1$; $0{,}9 \le z \le 1{,}1$.

Фаза 1. С помощью генератора случайных чисел определим начальную точку $M_0(t_0, u_0, x_0, y_0, z_0)$: $t_0 = 3{,}1$; $u_0 = 7{,}6$; $x_0 = 2{,}9$; $y_0 = 2{,}1$; $z_0 = 0{,}9$.

Вычисляя $F(t, u, x, y, z)$ и частные производные F'_t, F'_u, F'_x, F'_y, F'_z на символическом процессоре, получим

$$F(t, u, x, y, z) = -14z + 230 + 21xz - 221x - 14y + 2utz + 30u - 18uzt + 27uy - 4uyt - 12t + 12xt;$$

$$F_t^{'} = 2uz - 4uy - 12 + 12x;$$

$$F_u^{'} = 2tx + 30 - 18z + 27y - 4yt;$$

$$F_x^{'} = 21z - 221 + 12t;$$

$$F_y^{'} = -14 + 27u - 4ut;$$

$$F_z^{'} = -14 + 21x + 2ut - 18u.$$

Тогда в точке M_0

$$F(M_0) = 52{,}894;$$

$$F_t^{'}(M_0) = -27{,}36 < 0 \quad (-);$$

$$F_u^{'}(M_0) = 50{,}04 > 0 \quad (+);$$

$$F_x^{'}(M_0) = -164{,}9 < 0 \quad (-);$$

$$F_y^{'}(M_0) = 96{,}96 \quad (+);$$

$$F_z^{'}(M_0) = -42{,}78 \quad (-).$$

В соответствии со знаками функции и производных в направлении антиградиента строим точку $M_1(\mathrm{t}_1, u_1, x_1, y_1, z_1)$ $t_1 = 3{,}1$; $u_1 = 7{,}6$; $x_1 = 3{,}1$; $y_1 = 1{,}9$; $z_1 = 1{,}1$. В точке M_1 получим $F(M_1) = -7{,}194 < 0$. Так как $F(M_0) > 0$, то первая фаза завершена и констатируется некорректность задачи.

Фаза 2. Предположим, что анализ задачи показал возможность повышения точности приближенных данных на порядок, тогда границы изменения переменных войдут в следующие пределы: $2{,}99 \le t \le 3{,}00$; $7{,}69 \le u \le 7{,}70$; $2{,}99 \le x \le 3{,}00$; $1{,}99 \le y \le 2{,}00$; $0{,}99 \le z \le 1{,}00$. Возвращение к первой фазе в этом случае упрощается, так как сам функционал и его производные в общем виде уже найдены.

Повторение фазы 1. Определим с помощью генератора случайных чисел новую точку M_0 с координатами из новых отрезков $[a_{ij}, b_{ij}]$ для t, u, x, y, z: $t = 3{,}0$; $u = 7{,}69$; $x = 3{,}00$; $y = 1{,}99$; $z = 1{,}00$. Тогда соответственно получим

$$F(M_0) = 28{,}106 > 0 \quad (+);$$

$$F_t^{'}(M_0) = -21{,}832 < 0 \quad (-);$$

$$F_u^{'}(M_0) = 47{,}85 > 0 \quad (+);$$

$$F_x^{'}(M_0) = -164 < 0 \quad (-);$$

$$F_y^{'}(M_0) = 101{,}35 > 0 \quad (+);$$

$$F_z^{'}(M_0) = -43{,}28 < 0 \quad (-).$$

После этого определим M_1, M_2 и т. д. и выясним, что задача стала корректной.

Повторение фазы 2. Переходим к поиску максимума и минимума Δ. Для этой цели можно воспользоваться методами символьного и численного решения задач. Применим функции Maximize (F, t, u, x, y, z) и Minimize (F, t, u, x, y, z) для отыскания максимума и минимума Δ.

После применения процедур Maximize и Minimize к вычислению F (см. рекомендуемые ниже структуры 1 и 2 для их вычисления [7]) получим в виде векторов **R** соответствующие значения для t, u, x, y, z.

Структура 1

t: = 2,99, u: = 7,70, x: = 3,0, y: = 1,99, z: = 0,99.

$F(t, u, x, y, z)$: = – 14z + 230 + 21xz – 221x – 14y + 2utz + 30u – 18uz + 27uy – 4uyt – 12t + 12xt

Given

$2{,}99 \le t \le 3{,}00$

$7{,}69 \le u \le 7{,}70$

$2{,}99 \le x \le 3{,}00$

$1{,}99 \le y \le 2{,}00$

$0{,}99 \le z \le 1{,}00$

R: = Maximize $F(t, u, x, y, z)$ **R**: = $F(R_0, R_1, R_2, R_3, R_4)$

После вычислений получим значения координат точки максимума $R_0 = t,\ R_1 = u;\ R_2 = x;\ R_3 = y,\ R_4 = z$ и значение функции в ней:

$$\mathbf{R} := \begin{pmatrix} 2{,}99 \\ 7{,}7 \\ 2{,}99 \\ 2 \\ 0{,}99 \end{pmatrix}, \qquad F(R_0, R_1, R_2, R_3, R_4) = 31{,}901.$$

Структура 2

t: = 2,99, u: = 7,70, x: = 3,0, y: = 1,99, z: = 0,99.

$F(t, u, x, y, z)$: = – 14z + 230 + 21xz – 221x – 14y + 2utx + 30u – 18uz + 27uy – 4uyt – 12t + 12xt

Given

$2{,}99 \le t \le 3{,}00$

$7{,}69 \le u \le 7{,}70$

$2{,}99 \le x \le 3{,}00$

$1{,}99 \le y \le 2{,}00$

$0{,}99 \le z \le 1{,}00$

R: = Minimize $F(t, u, x, y, z)$ **R**: = $F(R_0, R_1, R_2, R_3, R_4)$

После вычислений по аналогии получим значения координат точки минимума и значение $F(t, u, x, y, z)$ в ней:

$$\mathbf{R} := \begin{pmatrix} 3{,}00 \\ 7{,}69 \\ 3 \\ 1{,}99 \\ 1 \end{pmatrix}, \qquad F(R_0, R_1, R_2, R_3, R_4) = 28{,}106.$$

Фаза 3. Вычислив далее с помощью структур 1 и 2 определители с элементами, входящими в минимальный и максимальный определители Δ с заменой соответствующих столбцов во всех матрицах свободными членами, можно оценить возможные колебания для каждой искомой переменной. По этим результатам можно будет судить, к каким приближенным исходным данным нужно усилить или можно ослабить требования, поварьировав их в небольших пределах.

Замечание. Одновременно можно рекомендовать использование формального критерия завершения процесса в третьей фазе.

Пусть **P** – вектор-столбец из свободных членов системы линейных уравнений, который состоит из постоянных элементов $\begin{pmatrix} -1{,}08 \\ 1{,}21 \\ 0{,}27 \\ 1{,}25 \end{pmatrix}$. Решив матричное уравнение для каждой из искомых переменных, вычислим их значения для минимального и максимального вариантов определителя системы и оценим возможный размах колебаний для каждой переменной. В качестве своеобразной «нормы» для этого процесса рекомендуется взять величину $N = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\left(\left|x_i^{\max} - x_i^{\min}\right|\right)$, которая будет тем меньше, чем ближе друг к другу будут искомые величины, и которая станет большой при разных знаках некоторых из $x_i^{\max}$ и $x_i^{\min}$. Заданием уровня нормы можно воспользоваться при автоматизированном решении задачи, чтобы при необходимости повторять процесс коррекции задачи. При небольших значениях N исследователь изучает два решения и управляет остановкой процесса.

Получение нормы $N < 1$ является сигналом для исследователя о качестве результатов. Если они его устраивают, то процесс заканчивается, иначе принимаются меры по влиянию на повышение точности исходных данных и процедура повторяется. Уровень N может задаваться разработчиком при автоматической реализации процесса.

Заключение

Предложенная модель анализа корректности и повышения устойчивости решений задач носит более комплексный характер по сравнению с ранее известными [2, 5]. Это отчасти достигается благодаря введению требований на наличие дополнительной информации об уровнях погрешностей приближенных исходных данных и результата (задача первого типа по [3]) и приводит к возможности организации процесса решения в диалоговом режиме. Алгоритмы и программы, приведенные в работе [6], при использовании требуют глубокого знания функционального анализа, ориентированы в основном на решение интегральных уравнений Фредгольма первого рода и описаны на уровне решения отдельных важных фрагментов этих задач. Преимуществами описанной в настоящей работе модели являются опора на особенности рассматриваемого класса задач, а также возможность учета ситуации на проводимых фазах решения задачи и использования символьных вычислений на ЭВМ. Это создает значительные удобства при решении задач небольшой и средней размерности ввиду контролируемости и наглядности хода решения. Затраты на организацию работы с использованием символьных вычислений окупаются за счет многократной повторяемости типовых блоков символьных вычислений.

Данная модель может найти применение в первую очередь для задач с малым ($k \le 7$) и средним ($7 < k \le 23$) количеством приближенно заданных элементов. Эксперименты показали, что значение n в этом случае может доходить до 50. Для квазидиагональных матриц (и некоторых других) возможности системы Mathcad могут быть легко расширены за счет использования операций разбиения исходной матрицы на клетки из квадратных матриц одинаковой размерности с порядками $n \le 9$ и $k \le 6$.

Список литературы

1. Математический практикум / Г.Н. Положий [и др.] / Под ред. Г.Н. Положего. – М.: Гос. изд-во физ.-мат., 1960. – 512 с.
2. Тихонов, А.Н. О некорректно поставленных задачах / А.Н. Тихонов // Вычислительные методы и программирование: сб. работ ВЦ МГУ. – М., 1967. – Вып. 8. – С. 3–33.
3. Иванов, В.К. Теория линейных некорректных задач и ее приложения / В.К. Иванов, В.В. Васин, В.П. Танака. – М.: Наука, 1978. – 206 с.
4. Алефельд, Г. Введение в интервальные вычисления / Г. Алефельд, Ю. Херцбергер. – М.: Мир, 1987. – 360 с.
5. Численные методы решения некорректных задач / А.Н. Тихонов [и др.]. – М.: Наука, 1990. – 232 с.
6. Лисковец, О.А. Вариационные методы решения неустойчивых задач / О.А. Лисковец. – Минск: Наука и техника, 1981. – 343 с.
7. Математика для экономистов на базе Mathcad / А.А. Черняк [и др.]. – СПб.: БХВ–Петербург, 2003. – 496 с.

8. Черноруцкий, И.Г. Методы оптимизации в теории управления: учебное пособие / И.Г. Черноруцкий. – СПб.: Питер, 2004. – 256 с.

9. Нейросетевые вычислительные структуры для автоматизации проектирования жидкостных реактивных двигателей / Л.В. Кретин [и др.] // Автоматизация и современные технологии. – М.: Машиностроение, 2007. – № 5. – С. 3–7.

10. Матюшков, Л.П. О решении методом ветвей и границ дискретных задач / Л.П. Матюшков, Г.Л. Матюшкова // Материалы VII Междунар. науч.-метод. конф. «Наука и образование в условиях социально-экономической трансформации общества». – Брест: Изд-во Лавров С.Б., 2004. – Ч II. – С. 364–367.

11. Хлебалин, Н.А. Библиотека моделей трения в SIMULINK (опыт создания и использования) / Н.А. Хлебалин, А.Ю. Костиков // Тр. Второй Всерос. науч. конф. «Проектирование научных и инженерных приложений в среде MATLAB». – М.: ИПУ РАН, 2004. – С. 1611–1633.

12. Базы данных. Интеллектуальная обработка информации / В.В. Корнеев [и др.] – М.: Нолидж, 2000. – 352 с.

13. Кудрявцев, Е.М. Mathcad 8. Символьное и численное решение разнообразных задач / Е.М. Кудрявцев. – М.: ДМК, 2000. – 320 с.

14. Матюшков, Л.П. Оптимизация функционалов на множестве квадратных матриц / Л.П. Матюшков, Л.И Жуковская // Автоматизация процессов проектирования. – Минск: Ин-т техн. кибернетики АН БССР, 1979. – С. 3–10.

15. Фаддеев, Д.К. Вычислительные методы линейной алгебры / Д.К. Фаддеев, В.Н. Фаддеева. – СПб.: Лань, 2002. – 736 с.

Поступила 22.05.07

[1]*Брестский государственный университет им. А.С. Пушкина, Брест, бульвар Космонавтов, 21*
e-mail: matsiuskov@brsu.brest.by

[2]*Объединенный институт проблем информатики НАН Беларуси, Минск, Сурганова,6*
e-mail: matgala@tut.by

L.P. Matjushkov, G.L. Matjushkova

MODEL FOR ANALYSIS AND CORRECTION OF LINEAR EQUATION SET SOLUTION STABILITY

An evolutionary model is considered for analysis of task solution stability with the approximate input data. Its application is demonstrated for establishing the statement correctness for tasks, reduced to linear equation systems, and for their solution stability increase by the purposeful changing the input data accuracy requirements.