

ISSN 1816-0301 (Print)  
ISSN 2617-6963 (Online)  
УДК 004.942

Поступила в редакцию 16.11.2018  
Received 16.11.2018

Принята к публикации 10.04.2019  
Accepted 10.04.2019

## Метод синтеза дискриминационных характеристик угломерных систем многолучевых радиолокационных станций

В. М. Артемьев, А. О. Наумов<sup>✉</sup>

*Институт прикладной физики Национальной академии наук Беларуси,  
Минск, Беларусь*  
<sup>✉</sup>E-mail: [naumov@iaph.bas-net.by](mailto:naumov@iaph.bas-net.by)

**Аннотация.** В радиолокационных станциях (РЛС) угломерная информация об объекте получается посредством дискриминатора, основные свойства которого определяются дискриминационной характеристикой. Ее главными параметрами считаются коэффициент преобразования и ширина. В настоящее время эти параметры остаются неуправляемыми в процессе сопровождения. Вместе с тем при смене режимов или условий работы ими желательно управлять, что возможно в многолучевых РЛС, где дискриминационная характеристика формируется путем одновременного весового суммирования сигналов на выходах приемных каналов. Задача исследования состояла в разработке метода нахождения значений оптимальных весовых коэффициентов для получения желаемых параметров дискриминационной характеристики при мгновенном амплитудном сравнении сигналов. В качестве критерия оптимальности было использовано условие минимизации дисперсии шумов на выходе дискриминатора с учетом линейных ограничений на параметры его характеристики. Решение осуществлялось методом множителей Лагранжа. Рассмотрены два варианта синтеза дискриминационных характеристик: для аддитивных и мультипликативных дискриминаторов. В общем виде получены выражения для оптимальных весовых коэффициентов. Предложенный метод позволяет находить желаемые параметры дискриминационных характеристик, в частности формировать нулевые значения дискриминационной характеристики в угловых направлениях для подавления влияния внешних помех.

**Ключевые слова:** многолучевые РЛС, диаграмма направленности, дискриминационная характеристика, метод множителей Лагранжа, весовые коэффициенты

**Для цитирования.** Артемьев, В. М. Метод синтеза дискриминационных характеристик угломерных систем многолучевых радиолокационных станций / В. М. Артемьев, А. О. Наумов // Информатика. – 2019. – Т. 16, № 3. – С. 59–68.

---

---

## Method for discriminator curve synthesis of angular systems of multi-channel radars

Valentin M. Artemiev, Alexander O. Naumov<sup>✉</sup>

*Institute of Applied Physics of the National Academy of Sciences of Belarus, Minsk, Belarus*  
<sup>✉</sup>E-mail: [naumov@iaph.bas-net.by](mailto:naumov@iaph.bas-net.by)

**Abstract.** In radar systems angle information about an object is obtained by discriminator, the basic properties of which are determined by the discriminator curve. Its main parameters are the conversion factor and the width. Currently, these parameters remain unguided during the tracking process. At the same time, when changing modes or conditions of operation, it is desirable to control these parameters, which is possible in multipath radars. In multipath radar the discriminator curve is formed by simultaneous weight summing of the signals at the receiving channels outputs. The objective of the study was to develop a method for finding the values of optimal weight coefficients for obtaining the desired parameters of the discriminator curve with an instantaneous amplitude comparison of signals. As an optimality criterion, we used the condition of minimizing of noise

variance at the discriminator output, taking into account linear constraints on its characteristics parameters. The solution is carried out by method of Lagrange multipliers. Two options of the discriminator curve synthesis are considered: for additive and multiplicative discriminators. Expressions for optimal weight coefficients are obtained in general term. The proposed method allows to find the desired parameters of discriminator curves, in particular, it is possible to form its zero values in angular directions to suppress the influence of external noise.

**Keywords:** multi-channel radars, antenna beam pattern, discriminator curve, method of Lagrange multipliers, weight coefficients

**For citation.** Artemiev V. M., Naumov A. O. Method for discriminator curve synthesis of angular systems of multi-channel radars. *Informatics*, 2019, vol. 16, no. 3, pp. 59–68 (in Russian).

**Введение.** Основной тенденцией развития радиолокации является переход к многоканальным РЛС, что позволяет повысить объем и качество получаемой информации. Одним из путей реализации этой тенденции являются многолучевые РЛС [1], которые можно разделить на две группы: с разнесенными и совмещенными лучами. В первом случае лучи разнесены на угловые расстояния порядка их ширины, сформирована веерная диаграмма направленности и обработка сигналов производится отдельно по каждому из лучей. Такие системы используются для уменьшения времени обнаружения объектов в заданном угловом секторе [2]. Во втором случае используется набор совмещенных лучей в пределах ширины одного из них с общим фазовым центром и обработка сигналов производится одновременно для всех лучей. Такая схема применяется в РЛС слежения за угловыми координатами (например, в моноимпульсных РЛС с двухлучевой антенной системой) [3]. Использование большего числа лучей позволяет реализовать угломерный дискриминатор с управлением его параметрами в реальном масштабе времени с целью улучшения условий захвата объекта на сопровождение, точности измерения угловых координат и помехозащищенности.

Задача исследования состоит в разработке метода параметрического синтеза характеристик дискриминатора, способствующих улучшению качества сопровождения в многолучевой РЛС с амплитудным мгновенным сравнением сигналов.

**Формулировка задачи.** Следящие РЛС с амплитудным мгновенным сравнением сигналов строятся исходя из принципа формирования равносигнального направления, который реализуется посредством дискриминатора, преобразующего принятые сигналы в угловые данные. Основные свойства дискриминатора определяются дискриминационной характеристикой (ДХ), типичная форма которой  $D(\vartheta)$  в плоскости угловых координат  $\vartheta$  изображена на рис. 1.

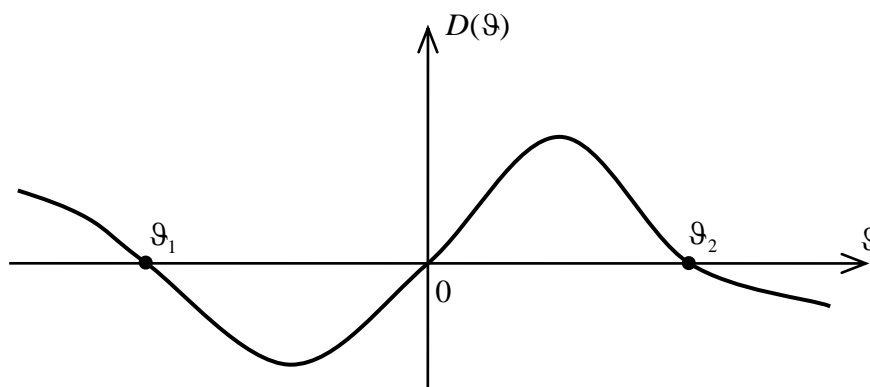


Рис. 1. Дискриминационная характеристика

Угол  $\vartheta = 0$  соответствует равносигнальному направлению на объект и в его районе ДХ имеет линейный участок с крутизной наклона  $k_g = \partial D(\vartheta) / \partial \vartheta |_{\vartheta=0}$ , называемой коэффициентом преобразования дискриминатора. Ширина этой характеристики может задаваться различными способами. В режиме нормального сопровождения (с малыми динамическими и флюктуационными ошибками) используется понятие ширины линейного участка ДХ. При больших значени-

ях ошибок возрастает вероятность срыва сопровождения (потери работоспособности), поэтому необходимо учитывать всю нелинейную форму ДХ. При этом ширину ДХ целесообразно определять точками ее первого пересечения с нулевой осью слева  $\vartheta_1$  и справа  $\vartheta_2$  от равносигнального направления  $\vartheta = 0$  (см. рис. 1). В таких точках обратная связь системы сопровождения меняется с отрицательной на положительную, что делает систему неработоспособной. Далее для определенности рассматривается этот вариант ширины ДХ, однако предлагаемый метод позволяет использовать и другие варианты. Многолучевая антенна с совмещенными лучами и единым фазовым центром путем весовой обработки принятых сигналов дает возможность в процессе слежения изменять параметры ДХ в зависимости от складывающейся ситуации.

Многолучевая антенна формирует  $n$  лучей с автономными выходами. Полагаем, что лучи лежат слева и справа от оси  $\vartheta = 0$ . Форма диаграммы каждого луча  $f_i(\vartheta - \alpha_i)$ ,  $i = \overline{1, n}$ , считается известной четной функцией относительно своей оси, направленной под углом  $\alpha_i$ . Кроме того, полагаем, что она нормирована по амплитуде, т. е.  $f_i(0) = 1$ . В качестве примера на рис. 2 штриховыми линиями показаны направления осей четырех лучей.

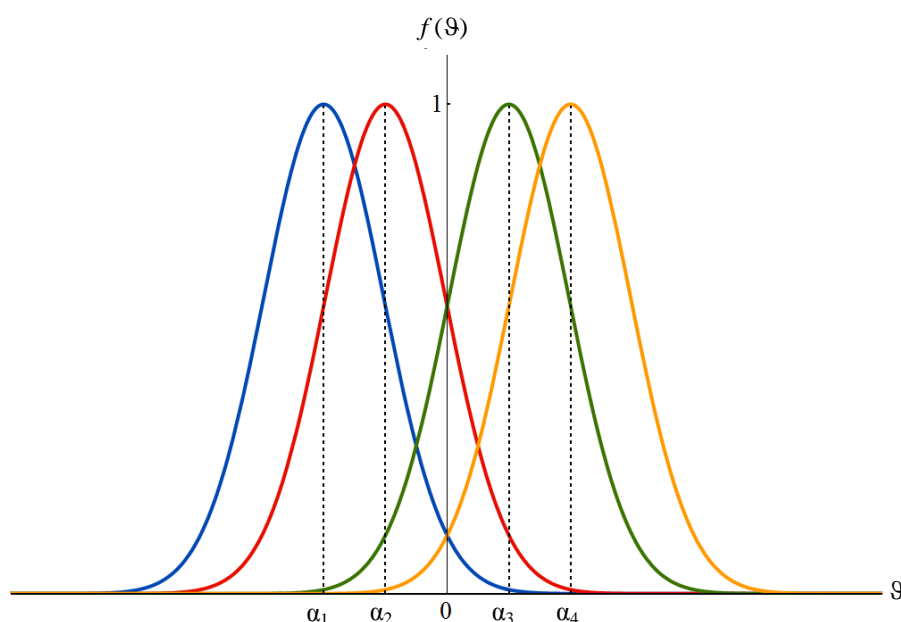


Рис. 2. Пример угловых положений осей лучей

Различают два типа дискриминаторов: аддитивные и мультипликативные [3]. В настоящей работе рассматривается метод синтеза ДХ в РЛС с амплитудной мгновенной обработкой сигналов, когда на выходе приемных каналов они имеют вид

$$y_i(\vartheta) = u f_i(\vartheta - \alpha_i) + v_i, \quad i = \overline{1, n}. \quad (1)$$

Здесь первое слагаемое является информативной частью сигнала с амплитудой  $u$ , а слагаемое  $v_i$  определяет случайные шумы канала (индекс момента времени измерения не указан). Полагается, что характеристики приемных каналов идентичны, поэтому амплитуды  $u$  во всех каналах одинаковы.

**Параметрический синтез ДХ аддитивных дискриминаторов.** Уравнением аддитивного дискриминатора является сумма

$$z(\vartheta) = \sum_{i=1}^n K_i y_i(\vartheta),$$

где вещественные весовые коэффициенты  $K_i$  определяют вес каждого из сигналов и позволяют формировать желаемые характеристики дискриминатора.

Дискриминационная характеристика определяется для случая, когда  $v_i = 0$  [3], и задается выражением

$$D(\vartheta) = u \sum_{i=1}^n K_i f_i(\vartheta - \alpha_i). \quad (2)$$

Коэффициент преобразования дискриминатора рассчитывается по формуле

$$k_0 = u \sum_{i=1}^n K_i f_i'(-\alpha_i),$$

где использовано обозначение  $f_i'(-\alpha_i) = \left. \frac{\partial}{\partial \vartheta} f_i(\vartheta - \alpha_i) \right|_{\vartheta=0} = -f_i'(\alpha_i)$ . Задача состоит в разработке метода нахождения весовых коэффициентов  $K_i$ , обеспечивающих желаемую форму и параметры ДХ.

В основе метода синтеза лежит выбор критерия оптимальности. В настоящей работе критерием оптимальности служит минимизация суммы квадратов весовых коэффициентов

$$J_0 = \sum_{i=1}^n K_i^2, \quad (3)$$

которая соответствует условию минимизации дисперсии шумов на выходе дискриминатора  $\sum_{i=1}^n K_i v_i$  при одинаковых дисперсиях статистически независимых шумов на выходах приемников [4]. При этом необходимо выполнить ряд условий, которые могут быть выражены в виде линейных равенств. Обязательным условием формирования дискриминатора является нулевое значение ДХ в равносигнальном направлении, т. е.  $D(0) = 0$ . Исходя из выражения (2) при  $\vartheta = 0$  и с учетом четности функции  $f(\vartheta)$  получаем равенство

$$\sum_{i=1}^n K_i f_i(\alpha_i) = 0. \quad (4)$$

Остальные требования к характеристикам дискриминатора могут быть выражены посредством равенств

$$\sum_{i=1}^n K_i p_{ij} = \varphi_j, \quad j = \overline{2, m}, \quad i = \overline{1, n}, \quad (5)$$

где коэффициенты  $p_{ij}$  и  $\varphi_j$  задаются исходя из требований к форме и коэффициенту преобразования дискриминатора. С учетом условия (4) общее число равенств полагается равным  $m$  и они являются линейными ограничениями в задаче синтеза. В частности, для получения желаемой ширины дискриминационной характеристики (см. рис. 1) равенства (5) имеют вид

$$\sum_{i=1}^n K_i f_i(\vartheta_1 - \alpha_i) = 0, \quad \sum_{i=1}^n K_i f_i(\vartheta_2 - \alpha_i) = 0. \quad (6)$$

Форма ДХ может быть задана ее значениями в дискретных точках  $\beta_r$ , что соответствует линейным ограничениям вида

$$\sum_{i=1}^n K_i f_i(\beta_r - \alpha_i) = \varphi_r,$$

где  $\beta_r$  – заданный угол, а  $\varphi_r$  – желаемое значение ДХ в точке  $\beta_r$ .

Представим соотношения (3)–(6) в векторно-матричной форме, для чего используем следующие обозначения:

$$\mathbf{K} = [K_1; K_2; \dots; K_n]^T, \quad \mathbf{f}(\vartheta) = [f_1(\vartheta - \alpha_1); f_2(\vartheta - \alpha_2); \dots; f_n(\vartheta - \alpha_n)]^T,$$

где  $T$  – символ операции транспонирования. В этом случае дискриминационную характеристику (2) можно представить векторной функцией вида

$$D(\vartheta) = \mathbf{u} \mathbf{f}^T(\vartheta) \mathbf{K}. \quad (7)$$

С учетом четности функции  $f(\vartheta)$  введем в рассмотрение матрицу размерности  $m \times n$

$$\mathbf{P} = \begin{vmatrix} f_1(\alpha_1) & f_2(\alpha_2) & \dots & f_n(\alpha_n) \\ p_{21} & p_{22} & \dots & p_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ p_{m1} & p_{m2} & \dots & p_{mn} \end{vmatrix} \quad (8)$$

и вектор

$$\boldsymbol{\varphi} = [\varphi_1; \varphi_2; \dots; \varphi_m]^T, \quad \text{где } \varphi_1 = 0. \quad (9)$$

Тогда уравнения ограничений (4) и (5) в векторной форме принимают вид

$$\mathbf{PK} = \boldsymbol{\varphi}. \quad (10)$$

Минимизация суммы (3)  $\sum_{i=1}^n K_i^2 = \mathbf{K}^T \mathbf{K}$  осуществляется методом Лагранжа [5] с учетом линейных ограничений (10). В соответствии с этим методом необходимо найти минимум функционала потерь

$$J(\mathbf{K}) = \mathbf{K}^T \mathbf{K} + \boldsymbol{\lambda}^T (\mathbf{PK} - \boldsymbol{\varphi}). \quad (11)$$

В выражении (11)  $m$ -мерный вектор  $\boldsymbol{\lambda} = [\lambda_1; \lambda_2; \dots; \lambda_m]^T$  является вектором неопределенных множителей Лагранжа. Нахождение весовых коэффициентов  $\mathbf{K}$  производится путем решения уравнения необходимых (но не достаточных) условий оптимальности  $\partial J(\mathbf{K}) / \partial \mathbf{K} = 2\mathbf{K} + \mathbf{P}^T \boldsymbol{\lambda} = 0$ :

$$\mathbf{K} = -\frac{1}{2} \mathbf{P}^T \boldsymbol{\lambda}. \quad (12)$$

После подстановки формулы (12) в уравнение ограничений (10) получаем соотношение

$$\mathbf{PK} = -\frac{1}{2} \mathbf{PP}^T \boldsymbol{\lambda} = \boldsymbol{\varphi}.$$

Решение относительно вектора неопределенных множителей  $\boldsymbol{\lambda}$  имеет вид

$$\boldsymbol{\lambda} = -2(\mathbf{PP}^T)^{-1} \boldsymbol{\varphi}, \quad (13)$$

где индекс  $-1$  обозначает операцию обращения матрицы. Формула (13) корректна при условии  $m = n$ , т. е. число ограничений должно быть равно числу лучей антенны, что и предполагается при дальнейшем рассмотрении. Если  $m \neq n$ , задача становится некорректной и для ее решения потребуется использовать методы регуляризации или псевдообращения [6], что приводит к квазиоптимальному решению.

Подставляя результат (13) в формулу (12), находим выражение для оптимальных весовых коэффициентов

$$\mathbf{K} = \mathbf{P}^T (\mathbf{P}\mathbf{P}^T)^{-1} \boldsymbol{\Phi}. \quad (14)$$

Используя формулу (14) в выражении (7) для дискриминационной характеристики, получаем выражение

$$D(\vartheta) = u \mathbf{f}^T(\vartheta) \mathbf{P}^T (\mathbf{P}\mathbf{P}^T)^{-1} \boldsymbol{\Phi}. \quad (15)$$

Как следует из полученных результатов, оптимальная ДХ аддитивного дискриминатора пропорциональна амплитуде входного сигнала  $u$ , что снижает точность углового сопровождения при ее флюктуациях. Устранение этого недостатка возможно в мультипликативных дискриминаторах.

**Параметрический синтез ДХ мультипликативных дискриминаторов.** Уравнением мультипликативного дискриминатора является отношение

$$z(\vartheta) = \frac{\sum_{i=1}^n K_i y_i(\vartheta)}{\sum_{j=1}^n q_j y_j(\vartheta)},$$

где  $y_i(\vartheta)$  – выходной сигнал  $i$ -го луча антенны (1),  $K_i$  и  $q_j$  – весовые коэффициенты. Дискриминационная характеристика задается выражением

$$D(\vartheta) = u \frac{\sum_{i=1}^n K_i f_i(\vartheta - \alpha_i)}{\sum_{j=1}^n q_j f_j(\vartheta - \alpha_j)} = \sum_{i=1}^n l_i(\vartheta), \quad (16)$$

где  $l_i(\vartheta) = f_i(\vartheta - \alpha_i) / \sum_{j=1}^n q_j f_j(\vartheta - \alpha_j)$ . Совокупность величин  $l_i(\vartheta)$  представим в виде вектора

$\mathbf{l}(\vartheta) = [l_1(\vartheta); l_2(\vartheta); \dots; l_n(\vartheta)]^T$ . Коэффициент преобразования дискриминатора имеет вид

$$k_\vartheta = \left( \sum_{i=1}^n K_i l'_i(0) \cdot \sum_{j=1}^n q_j l_j(0) - \sum_{i=1}^n K_i l_i(0) \cdot \sum_{j=1}^n q_j l'_j(0) \right) / \left( \sum_{j=1}^n q_j l_j(0) \right)^2, \quad (17)$$

где  $l'_i(0) = \left. \frac{\partial}{\partial \vartheta} l_i(\vartheta) \right|_{\vartheta=0}$ . Полагается, что коэффициенты  $q_j$  заданы, а  $\mathbf{K} = [K_1; K_2; \dots; K_n]^T$  находится из условия формирования ДХ с желаемой формой и характеристиками. Поскольку амплитуда сигнала  $u$  входит и в числитель и в знаменатель отношения (16), в мультипликативном дискриминаторе ДХ от амплитуды не зависит. При  $n = 2$  ДХ (16) будет соответствовать дискриминатору с суммарно-разностной обработкой сигналов [3].

Следуя изложенному в предыдущем разделе методу синтеза дискриминационных характеристик, в качестве критерия оптимальности при выборе весовых коэффициентов используем выражение (3). Обязательным условием формирования ДХ должно быть равенство

$$\sum_{i=1}^n K_i l_i(0) = 0, \quad (18)$$

что соответствует условию (4). Дополнительные ограничения, аналогичные (5), запишем в виде

$$\sum_{i=1}^n K_i r_{ij} = \psi_j, \quad j = \overline{2, m}, \quad i = \overline{1, n}. \quad (19)$$

Введем в рассмотрение матрицу размерности  $m \times n$

$$\mathbf{R} = \begin{vmatrix} l_1(0) & l_2(0) & \cdots & l_n(0) \\ r_{21} & r_{22} & \cdots & r_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ r_{m1} & r_{m2} & \cdots & r_{mn} \end{vmatrix} \quad (20)$$

и вектор  $\boldsymbol{\psi} = [\psi_1; \psi_2; \dots; \psi_m]^T$ , где  $\psi_1 = 0$ . Тогда по аналогии с синтезом параметров ДХ аддитивного дискриминатора можно записать уравнения для оптимальных весовых коэффициентов

$$\mathbf{K} = \mathbf{R}^T (\mathbf{R} \mathbf{R}^T)^{-1} \boldsymbol{\psi} \quad (21)$$

и ДХ

$$D(\vartheta) = \mathbf{I}(\vartheta) \mathbf{R}^T (\mathbf{R} \mathbf{R}^T)^{-1} \boldsymbol{\psi}. \quad (22)$$

Приведем примеры использования предложенного метода синтеза ДХ.

**Результаты моделирования.** Полагаем, что форма диаграмм направленности всех лучей одинакова и описывается гауссовой функцией

$$f(\vartheta) = e^{-9,2\vartheta^2}, \quad (23)$$

ширина которой на уровне 0,1 выбрана равной единице, а число лучей и ограничений выбрано равным четырем, т. е.  $n = m = 4$  (см. рис. 2).

Первоначально рассмотрим вариант синтеза параметров ДХ аддитивного дискриминатора, который в соответствии с выражениями (2) и (23) выглядит следующим образом:

$$D(\vartheta) = u \sum_{i=1}^4 K_i e^{-9,2(\vartheta - \alpha_i)^2}. \quad (24)$$

В качестве первого ограничения используем равенство (4), принимающее вид

$$D(0) = \sum_{i=1}^4 K_i f_i(\alpha_i) = \sum_{i=1}^4 K_i e^{-9,2\alpha_i^2} = 0,$$

что обеспечивает нулевое значение ДХ в равносигнальном направлении.

Исходя из выражения (24) коэффициент преобразования дискриминатора определяется формулой

$$k_\vartheta = \left. \frac{\partial}{\partial \vartheta} D(\vartheta) \right|_{\vartheta=0} = 18,4u \sum_{i=1}^4 K_i \alpha_i e^{-9,2\alpha_i^2}, \quad k_\vartheta > 0.$$

Согласно второму ограничению (5) величина коэффициента преобразования должна оставаться постоянной. Это возможно при условии выполнения равенства  $18,4 \sum_{i=1}^4 K_i \alpha_i e^{-9,2\alpha_i^2} = 1$ , при котором коэффициент преобразования будет равен амплитуде  $k_\vartheta = u$ .

Два следующих ограничительных условия обуславливают выбор ширины ДХ путем задания значений углов  $\vartheta_1$ ,  $\vartheta_2$  и определяются формулами (6):

$$\sum_{i=1}^4 K_i e^{-9,2(\vartheta_1 - \alpha_i)^2} = 0, \quad \sum_{i=1}^4 K_i e^{-9,2(\vartheta_2 - \alpha_i)^2} = 0.$$

Моделирование производилось при заданных угловых смещениях лучей, равных  $\alpha_1 = -0,3^\circ$ ,  $\alpha_2 = -0,1^\circ$ ,  $\alpha_3 = 0,1^\circ$ ,  $\alpha_4 = 0,3^\circ$ . Угол  $\vartheta_1$  был выбран равным  $-0,5^\circ$ , а угол  $\vartheta_2$  задавался значениями  $0,25$ ,  $0,5$  и  $0,75^\circ$ , что должно показывать возможность формирования нулевых значений ДХ в заданных направлениях.

Для нахождения оптимальных значений весовых коэффициентов  $K_i$  и построения функций ДХ использовались выражения (14) и (15). На рис. 3 изображены кривые относительных значений ДХ  $D(\vartheta)/u$  для выбранных параметров.

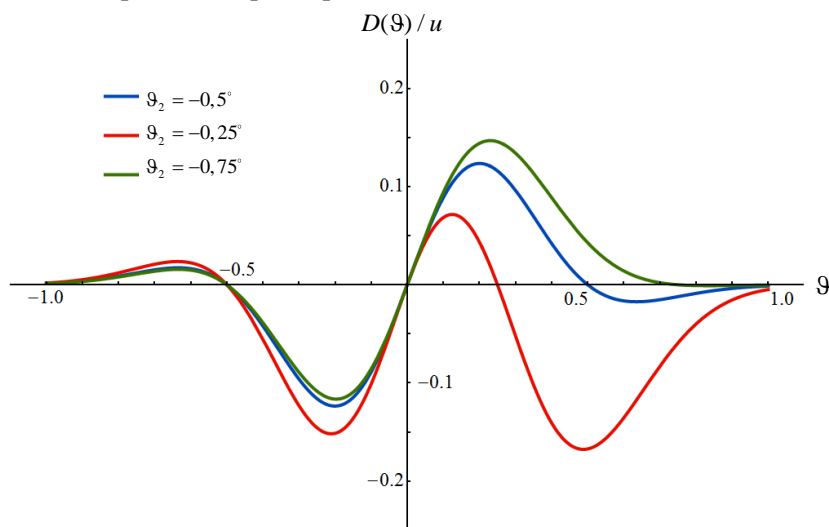


Рис. 3. Дискриминационные характеристики при значениях  $\vartheta_1 = -0,5^\circ$  и различных значениях  $\vartheta_2$

Для тех же исходных данных проведено моделирование ДХ мультипликативного дискриминатора при значениях  $q_i = 1, i = \overline{1,4}$ . Выражение для этой характеристики определялось формулой (16), где функция  $l_i(\vartheta)$  принимает вид

$$l_i(\vartheta) = D(\vartheta) = e^{-9,2(\vartheta - \alpha_i)^2} / \sum_{j=1}^4 e^{-9,2(\vartheta - \alpha_j)^2}. \quad (25)$$

Критерий оптимальности (3), ограничения (18), (19) и матрица (20) имели ту же структуру, что и в предыдущем случае с заменой функций  $f_i(\alpha_i)$  на  $l_i$ . Результаты моделирования показаны на рис. 4.



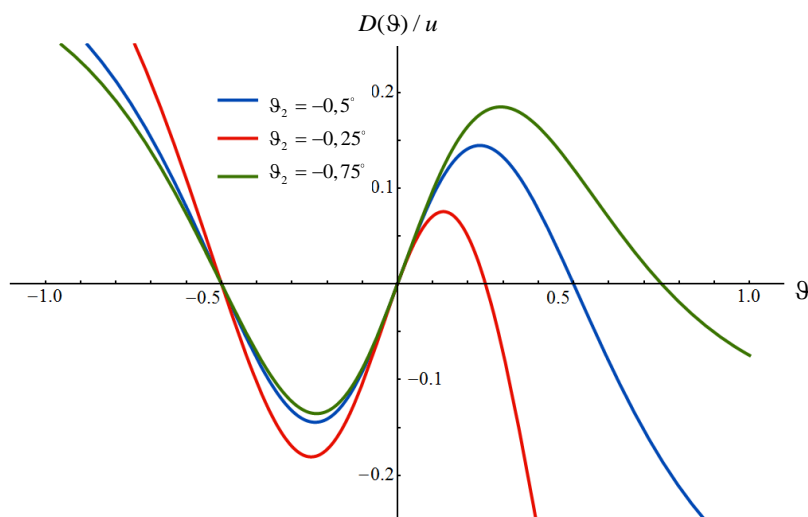


Рис. 4. Дискриминационные характеристики мультипликативного дискриминатора при  $\vartheta_1 = -0,5^\circ$  и различных значениях  $\vartheta_2$

Масштаб изображенных на рис. 4 функций не зависит от амплитуды  $u$  входного сигнала и сохраняет заданную величину коэффициента преобразования в отличие от аддитивного дискриминатора. Характер поведения данных функций вне пределов ширины ДХ значения не имеет, так как выход угловой ошибки за пределы ширины ДХ приводит к срыву слежения, т. е. прекращению работы угломерной системы. Тем не менее снижение уровня функций за пределами ширины ДХ возможно путем выбора значений коэффициентов  $q_j$ . Полученные результаты подтверждают возможность формирования ДХ с заданными параметрами.

**Закключение.** Использование многолучевых РЛС позволило расширить возможности радиолокации путем управления параметрами угловых дискриминаторов в реальном масштабе времени. В работе изложен метод параметрического синтеза дискриминационных характеристик с желаемыми параметрами, такими как коэффициент преобразования, ширина и значения функции в заданных дискретных точках. Сущность метода состоит в весовой обработке сигналов с выходов приемных каналов многолучевой РЛС и нахождении оптимальных весовых коэффициентов на основе выбранного критерия. Желаемые параметры дискриминационной характеристики заданы посредством системы линейных ограничений на значения весовых коэффициентов. Решение осуществлялось методом Лагранжа с учетом линейных ограничений. В частности, для обеспечения требуемого значения коэффициента преобразования дискриминатора и ширины дискриминационной характеристики использовались четыре луча, что позволило получить нулевые значения дискриминационной характеристики в желаемых направлениях с целью подавления помех. При большем числе лучей можно ввести дополнительные линейные ограничения, задающие желаемые значения дискриминационной характеристики в дискретных точках, тем самым влияя на ее форму.

#### Список использованных источников

1. Черняк, В. С. О новых и старых идеях в радиолокации: ММО РЛС / В. С. Черняк // Успехи современной радиоэлектроники. – 2011. – № 2. – С. 5–19.
2. Многолучевые радиолокаторы в составе охранных комплексов / под ред. И. К. Антонова. – М. : Радиотехника, 2017. – 210 с.
3. Sherman, S. M. Monopulse Principles and Techniques / S. M. Sherman, D. K. Barton. – Boston : Artech House, 2011. – 395 p.
4. Леонов, А. И. Моноимпульсная радиолокация / А. И. Леонов, К. И. Фомичев. – М. : Сов. радио, 1970. – 392 с.
5. Bunday, B. D. Basic Optimization Methods / B. D. Bunday. – London : Hodder Arnold, 1984. – 136 p.
6. Сизиков, В. С. Математические методы обработки результатов измерений / В. С. Сизиков. – СПб. : Политехника, 2001. – 240 с.

## References

1. Chernjak V. S. O novyh i staryh idejah v radiolokacii: MIMO RLS [About new and old ideas in radar: MIMO radar]. *Uspehi sovremennoj radioelektroniki [Successes of Modern Radioelectronics]*, 2011, no. 2, pp. 5–19 (in Russian).
2. Antonov I. K. (ed.). *Mnogoluchevye radiolokatory v sostave ohrannyh kompleksov. Multibeam Radars as Part of Security Systems*. Moscow, Radiotekhnika, 2017, 210 p. (in Russian).
3. Sherman S. M., Barton D. K. *Monopulse Principles and Techniques*. Boston, Artech House, 2011, 395 p.
4. Leonov A. I., Fomichev K. I. Monoimpul'snaja radiolokacija. *Monopulse Radiolocation*. Moscow, Sovetskoe radio, 1970, 392 p. (in Russian).
5. Bunday B. D. *Basic Optimization Methods*. London, Hodder Arnold, 1984, 136 p.
6. Sizikov V. S. Matematicheskie metody obrabotki rezul'tatov izmerenij. *Mathematical Methods for Measurements Processing*. Saint Petersburg, Politehnika, 2001, 240 p. (in Russian).

## Информация об авторах

*Артемьев Валентин Михайлович*, член-корреспондент Национальной академии наук Беларуси, доктор технических наук, профессор, главный научный сотрудник, Институт прикладной физики НАН Беларуси, Минск, Беларусь.

E-mail: artemiev@iaph.bas-net.by

*Наумов Александр Олегович*, кандидат физико-математических наук, заведующий лабораторией, Институт прикладной физики НАН Беларуси, Минск, Беларусь.

E-mail: naumov@iaph.bas-net.by

## Information about the authors

*Valentin M. Artemiev*, Corresponding Member of the National Academy of Sciences of Belarus, D. Sci. (Eng.), Professor, Chief Researcher, Institute of Applied Physics of the National Academy of Sciences of Belarus, Minsk, Belarus.

E-mail: artemiev@iaph.bas-net.by

*Alexander O. Naumov*, Cand. Sci. (Phys.-Math.), Head of Laboratory, Institute of Applied Physics of the National Academy of Sciences of Belarus, Minsk, Belarus.

E-mail: naumov@iaph.bas-net.by