

УДК 519.714

П.Н. Бибило, П.В. Леончик

ИССЛЕДОВАНИЕ ЭФФЕКТИВНОСТИ ЛОГИЧЕСКОЙ МИНИМИЗАЦИИ В ПРОЦЕССЕ СИНТЕЗА КОМБИНАЦИОННЫХ СХЕМ

Экспериментально исследуется влияние различных процедур отдельной и совместной минимизации систем полностью определенных булевых функций на площадь регулярных схем программируемых логических матриц и на сложность нерегулярных схем, синтезированных в библиотеке проектирования отечественных базовых матричных кристаллов.

Введение

В настоящее время для реализации управляющей логики заказных цифровых сверхбольших интегральных схем (СБИС) часто употребляются регулярные матричные структуры типа программируемых логических матриц (ПЛМ). Данные структуры реализуют системы дизъюнктивных нормальных форм (ДНФ) булевых функций – обычно минимизированные двухуровневые И/ИЛИ представления систем функций, так как минимизация площади ПЛМ сводится к широко известной в практике проектирования задаче совместной минимизации системы полностью определенных булевых функций в классе ДНФ [1]. Другим способом реализации управляющих блоков является применение многоуровневых представлений систем функций. Такие представления реализуются в заказных СБИС нерегулярными многоуровневыми логическими схемами в базе логических вентилей, т. е. в библиотеке проектирования. К задаче синтеза логических схем в библиотечном базисе сводится также синтез схем полужаказных СБИС на базовых матричных кристаллах (БМК) [2].

Целью данной статьи является экспериментальное исследование эффективности различных программ логической минимизации для синтеза комбинационных схем в базисе ПЛМ и БМК. При синтезе схем БМК логическая минимизация выступает в качестве предварительного этапа, т. е. синтез схем БМК ведется от минимизированных представлений систем функций.

1. ПЛМ и ее площадь

ПЛМ реализует систему ДНФ булевых функций. Например, система булевых функций

$$\begin{aligned} y_0 &= x_0 \bar{x}_1 \bar{x}_2 x_3 \vee \bar{x}_0 \bar{x}_2 x_3 \vee \bar{x}_0 \bar{x}_1 x_2 \vee \bar{x}_0 x_2 x_3 \vee x_0 x_1 x_2 \bar{x}_3; \\ y_1 &= \bar{x}_0 \bar{x}_1 \bar{x}_2 \vee x_0 x_1 x_3 \vee x_0 x_2 \bar{x}_3 \vee \bar{x}_0 x_2 x_3; \\ y_2 &= x_0 \bar{x}_1 \bar{x}_2 \bar{x}_3 \vee x_0 \bar{x}_1 \bar{x}_2 x_3 \vee \bar{x}_0 \bar{x}_1 x_2 \vee \bar{x}_0 x_2 x_3 \vee x_0 x_1 \bar{x}_2 x_3 \vee x_0 x_1 x_2 \bar{x}_3; \\ y_3 &= x_1 \bar{x}_3 \vee x_0 x_2 \bar{x}_3 \vee x_0 \bar{x}_1 \bar{x}_2 \bar{x}_3 \vee \bar{x}_0 \bar{x}_2 x_3 \vee x_0 x_1 \bar{x}_2 x_3; \end{aligned} \quad (1)$$

реализуется на ПЛМ (рисунок), имеющей 4 входа, 4 выхода и 11 промежуточных шин. Каждая элементарная конъюнкция реализуется на одной промежуточной шине ПЛМ.

Площадь $S_{ПЛМ}$ (в числе информационных ячеек) вычисляется по формуле

$$S_{ПЛМ} = (2n + m) \times k, \quad (2)$$

где n – число входов схемы ПЛМ; m – число выходов; k – промежуточных шин (число элементарных конъюнкций в реализуемой системе ДНФ булевых функций).

Площадь схемы ПЛМ, представленной на рисунке, составляет 132 информационных ячейки. Информационная ячейка соответствует одному программируемому транзистору. В ра-

боте [3] показано, что формула (2) достаточно хорошо отражает реальную площадь ПЛМ, так как величина площади кристалла под «обрамление» ПЛМ может не приниматься во внимание.

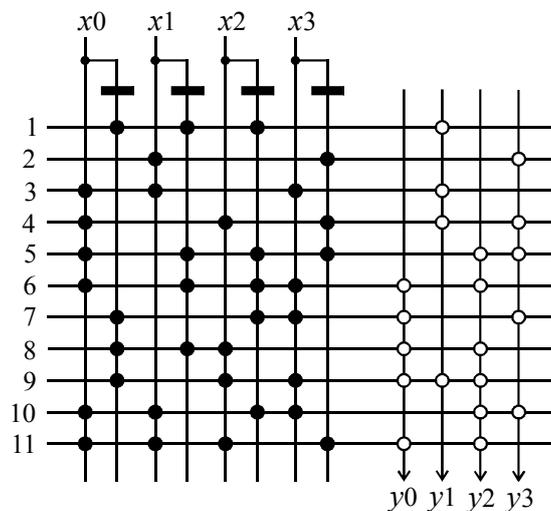


Рис. ПЛМ

2. Сложность схемы БМК

Сложность схемы $S_{БМК}$ в библиотеке проектирования БМК (далее просто схемы БМК) подсчитывается как сумма площадей входящих в данную схему элементов, а площадь элемента будем подсчитывать в числе элементарных ячеек БМК. Элементарная ячейка БМК соответствует одному транзистору, входящему в сеть транзисторов, из которых состоит логический элемент. Например, схема инвертора включает пару комплементарных транзисторов, поэтому площадь инвертора равна двум элементарным ячейкам БМК [4]. При оценке сложности схемы, синтезированной в библиотеке БМК, в расчет не принимается площадь под межсоединения элементов схемы. Синтезаторы логических схем БМК позволяют подсчитать суммарную площадь всех элементов схемы. Полную площадь схемы можно получить после выполнения трудоемкого этапа топологического проектирования. В практике проектирования установлено, что минимизация суммарной площади всех элементов схемы в общем случае приводит к меньшей суммарной (под элементы и межсоединения) площади кристалла [5].

Например, система функций (1) может быть реализована логической схемой, размещаемой в БМК и имеющей сложность $S_{БМК} = 67$ (элементарных ячеек БМК). Функции логических элементов из библиотеки проектирования БМК [2, с. 159], их площади и задержки даны в табл. 1.

Таблица 1

Элементы библиотеки БМК

Элемент	Функция	Сложность (число элементарных ячеек БМК)	Собственная задержка элемента, пс (библиотека LIB_EXACT)	Собственная задержка элемента, нс (библиотека LIB_APPROX)
N	$Y = \overline{A}$	2	160	0,1
NA3O2	$Y = \overline{AB(C \vee D)}$	5	441	0,3
NAO3	$Y = \overline{A(B \vee C \vee D)}$	5	1000	0,3
NMX2	$y = \overline{(A \vee \overline{V})(B \vee V)}$	6	593	1,0
NO2	$y = A \vee B$	3	299	0,2
NO3A2	$y = \overline{A \vee B \vee DC}$	5	643	0,3
NOAO2	$y = A \vee B(C \vee D)$	5	570	0,2
O2	$y = A \vee B$	4	601	1,0

3. Программы логической минимизации

Далее используются три программы совместной минимизации и одна программа раздельной минимизации системы полностью определенных булевых функций в классе ДНФ.

Программа 1 совместной минимизации систем булевых функций описана в работе [6].

Программа 2 совместной минимизации систем функций описана в работе [7].

Критерием оптимизации в программах 1, 2 является число k_{\min} общих элементарных конъюнкций, на которых заданы минимизированные ДНФ функций системы. Программы 1, 2 позволяют минимизировать площадь ПЛМ, вычисляемую по формуле (2).

В программе 2 реализован алгоритм, состоящий из трех шагов.

Шаг 1. Поиск всех простых импликант исходной системы ДНФ булевых функций.

Шаг 2. Построение булевой матрицы A покрытия и ее сокращение.

Шаг 3. Нахождение кратчайшего столбцового покрытия матрицы A .

Подробно алгоритм описан в работе [7]. Отличительными особенностями алгоритма являются оригинальная процедура нахождения импликант и процедура нахождения покрытия матрицы A .

Программа 3 совместной минимизации является модификацией программы 2. Критерием оптимизации в программе 3 является суммарное число литералов (букв) в общих элементарных конъюнкциях, на которых заданы ДНФ всех функций системы. Отличие программы 3 от программы 2 заключается в том, что в программе 3 на шаге 3 решается задача нахождения наименьшего по весу столбцового покрытия булевой матрицы A . Вес покрытия определяется суммарным весом входящих в данное покрытие столбцов. Вес w_i столбца (каждый столбец соответствует простой импликанте системы булевых функций) высчитывается по формуле

$$w_i = k_i \times m_i,$$

где k_i – число литералов в i -й конъюнкции; m_i – число функций, в ДНФ которых входит i -я конъюнкция.

Программа 4 раздельной минимизации также является модификацией программы 3. По сути, в программе 4 каждая из функций системы минимизируется (с помощью программы 3) независимо от других. Критерием оптимизации при минимизации каждой из функций системы является минимальное число литералов в ДНФ этой функции. Ограничением программ 2, 3, 4 является число n аргументов минимизируемых систем функций [7]: $n < 22$.

4. Программа синтеза схем БМК

В качестве программы синтеза (синтезатора) был выбран известный синтезатор LeonardoSpectrum компании Mentor Graphics [8]. Данный синтезатор может быть настроен пользователем на собственную библиотеку проектирования, т. е. на собственный тип БМК. В качестве библиотеки БМК была выбрана библиотека [2, с. 159], состоящая из 35 элементов, некоторые из которых приведены в табл. 1.

Синтезатор может оптимизировать схемы по различным критериям (площадь – *area*, быстродействие – *delay*) и учитывать разнообразные технологические ограничения. Синтез схемы ведется от алгоритмических описаний на языке VHDL, поэтому исходные и минимизированные представления систем булевых функций конвертировались в представления на языке VHDL.

Во всех случаях синтез проводился одинаково – критерием оптимизации была сложность схемы БМК, управление синтезом всех схем осуществлялось одинаковым образом с помощью скриптов, содержащих текстовые команды управления синтезатором. Познакомиться со скриптами для управления процессом синтеза в LeonardoSpectrum можно по книге [8].

Если применить программы 1–4 минимизации систем функций к системе (1), а затем синтезировать логические схемы в LeonardoSpectrum, то по минимизированному программой 4 представлению

$$\begin{aligned}
 y_0 &= x_0 x_1 x_2 \bar{x}_3 \vee \bar{x}_1 \bar{x}_2 x_3 \vee \bar{x}_0 \bar{x}_1 x_2 \vee \bar{x}_0 x_3; \\
 y_1 &= \bar{x}_0 \bar{x}_1 \bar{x}_2 \vee \bar{x}_0 x_2 x_3 \vee x_0 x_2 \bar{x}_3 \vee x_0 x_1 x_3; \\
 y_2 &= x_0 x_1 x_2 \bar{x}_3 \vee \bar{x}_0 \bar{x}_1 x_2 \vee \bar{x}_0 x_2 x_3 \vee x_0 \bar{x}_1 \bar{x}_2 \vee x_0 \bar{x}_2 x_3; \\
 y_3 &= \bar{x}_0 \bar{x}_2 x_3 \vee x_1 \bar{x}_2 \vee x_1 \bar{x}_3 \vee x_0 \bar{x}_3
 \end{aligned} \tag{3}$$

будет получена логическая схема наименьшей сложности. Применение программ 1–3 минимизации приводит к схемам с большей сложностью. В книге [8] подробно описываются этапы синтеза логических схем в LeonardoSpectrum и используемые форматы представления данных, а так же различные способы управления синтезом, однако алгоритмы синтеза логических схем, реализованные в этом синтезаторе, не доступны пользователям. Можно лишь с уверенностью сказать, что синтез схем ведется от многоуровневых представлений логических функций, полученных после замены операторов языка VHDL соответствующими описаниями логических подсхем. В синтезаторе не представлены способы получения и глобальной логической минимизации двухуровневых (в виде систем ДНФ) представлений систем функций из соответствующих многоуровневых представлений.

5. Экспериментальные исследования

В качестве исходных данных для проведения экспериментов было отобрано 39 примеров из библиотеки примеров ПЛМ Berkeley PLA Test Set.

Эксперимент 1. Минимизация площади ПЛМ. В эксперименте участвовали программы 1, 2 совместной минимизации. Результаты эксперимента 1 представлены в табл. 2. Жирным шрифтом выделены лучшие (минимальные по площади ПЛМ) решения.

Эксперимент 2. Минимизация сложности схемы БМК. Эксперимент состоял из двух этапов.

На *первом этапе* исходные представления систем функций подвергались логической минимизации с помощью программ 1–4.

На *втором этапе* выполнялся синтез схемы БМК с помощью синтезатора LeonardoSpectrum. Синтез схемы БМК осуществлялся в двух различных библиотеках синтеза, назовем их LIB_APPROX, LIB_EXACT. Библиотеки LIB_APPROX, LIB_EXACT – это, по сути, одна и та же библиотека БМК [2, с.159], только задержки одного и того же элемента существенно различаются и представляются с различной точностью: в библиотеке LIB_APPROX задержки элементов схемы представлялись в десятых долях наносекунды, в библиотеке LIB_EXACT – в пикосекундах. В библиотеках LIB_APPROX, LIB_EXACT площади элементов библиотеки задавались в числе элементарных ячеек БМК.

Результаты синтеза комбинационных схем в библиотеке LIB_APPROX представлены в табл. 3, результаты синтеза схем БМК в библиотеке LIB_EXACT – в табл. 4. Лучшие (минимальные по сложности) решения в каждой из табл. 2–4 выделены жирным шрифтом.

Таблица 2

Реализация схем на ПЛМ

Имя схемы	Исходные данные				Программа 1		Программа 2	
	n	m	k	$S_{ПЛМ}$	k_{\min}	$S_{ПЛМ}$	k_{\min}	$S_{ПЛМ}$
1	2	3	4	5	6	7	8	9
add6	12	7	1092	33852	355	11005	355	11005
addm4	9	8	480	12480	202	5252	189	4914
b12	15	9	431	16809	48	1872	41	1599
b2	16	17	110	5390	104	5096	104	5096
b9	16	5	123	4551	119	4403	119	4403
br1	12	8	34	1088	19	608	19	608
br2	12	8	35	1120	13	416	13	416
dc2	8	7	58	1334	41	943	39	897

Продолжение табл. 2

1	2	3	4	5	6	7	8	9
dist	8	5	255	5355	124	2604	120	2520
dk48	15	17	42	1974	28	1316	21	987
in0	15	11	135	5535	108	4428	107	4387
in2	19	10	137	6576	135	6480	134	6432
intb	15	7	664	24568	639	23643	629	23273
life	9	1	140	2660	84	1596	84	1596
log8mod	8	5	46	966	42	882	38	798
m1	6	12	32	768	19	456	19	456
m181	15	9	430	16770	48	1872	41	1599
m2	8	16	96	3072	48	1536	47	1504
m3	8	16	128	4096	65	2080	62	1984
mlp4	8	8	225	5400	131	3144	121	2904
mp2d	14	14	123	5166	36	1512	30	1260
newcpla1	9	16	38	1292	38	1292	38	1292
newtpla	15	5	23	805	23	805	23	805
newtpla1	10	2	4	88	4	88	4	88
newtpla2	10	4	9	216	9	216	9	216
p82	5	14	24	576	22	528	21	504
prom2	9	21	287	11193	287	11193	287	11193
radd	8	5	120	2520	75	1575	75	1575
rd53	5	3	31	403	31	403	31	403
rd73	7	3	147	2499	147	2499	127	2159
root	8	5	255	5355	57	1197	57	1197
ryy6	16	1	112	3696	112	3696	112	3696
sqn	7	3	84	1428	39	663	38	646
sym10	10	1	837	17577	210	4410	210	4410
t3	12	8	148	4736	33	1056	33	1056
tial	14	8	640	23040	640	23040	575	20700
tms	8	16	30	960	30	960	30	960
z5xp1	7	10	128	3072	69	1656	63	1512
z9sym	9	1	420	7980	86	1634	84	1596

Таблица 3

Реализация схем в базе БМК (библиотека LIB_APPROX)

Имя схемы	Синтез без миними- зации	Синтез с минимизацией			
		Программа 1	Программа 2	Программа 3	Программа 4
	$S_{БМК}$	$S_{БМК}$	$S_{БМК}$	$S_{БМК}$	$S_{БМК}$
1	2	3	4	5	6
add6	3804	329	332	332	377
addm4	3653	1510	1637	1405	1264
b12	196	193	317	195	193
b2	2275	2206	2268	2229	2993
b9	345	386	373	373	373
br1	405	325	323	323	310
br2	312	243	253	253	242
dc2	409	352	342	545	310
dist	1189	1202	1148	1162	1076
dk48	403	405	221	114	114
in0	1852	1480	1401	1494	1435
in2	1605	1659	1686	1691	1638
intb	5437	5407	5604	5417	5177
life	335	196	223	223	223
log8mod	354	344	351	333	335
m1	286	321	303	222	220
m181	207	204	258	186	204
m2	938	896	982	828	673
m3	1338	1164	1239	1176	851
mlp4	2325	1256	1168	1009	997
mp2d	444	191	232	189	191

Продолжение табл. 3

1	2	3	4	5	6
newcpla1	322	286	312	297	256
newtpla	150	150	140	150	150
newtpla1	40	40	40	40	40
newtpla2	81	81	67	70	69
p82	330	324	302	294	285
prom2	9644	9706	9511	7507	7486
radd	95	95	95	95	95
rd53	96	117	121	76	96
rd73	203	203	411	328	397
root	834	543	392	396	378
ryy6	47	47	32	32	32
sqn	416	416	307	307	307
sym10	981	570	963	963	963
t3	245	193	178	178	178
tial	4173	4173	4424	4319	4235
tms	723	702	735	599	693
z5xp1	1495	264	392	255	261
z9sym	678	676	679	679	679

Таблица 4

Реализация схем в базисе БМК (библиотека LIB_EXACT)

Имя схемы	Синтез без минимизации $S_{БМК}$	Синтез с минимизацией			
		Программа 1 $S_{БМК}$	Программа 2 $S_{БМК}$	Программа 3 $S_{БМК}$	Программа 4 $S_{БМК}$
1	2	3	4	5	6
add6	2397	269	260	260	295
addm4	2128	948	999	872	817
b12	149	148	244	154	148
b2	1620	1538	1642	1699	1949
b9	229	253	259	259	259
br1	327	259	260	260	250
br2	262	218	227	227	227
dc2	260	228	233	260	224
dist	718	760	752	711	671
dk48	321	331	206	113	113
in0	1281	1035	929	986	957
in2	1001	1126	1077	1095	1099
intb	3396	3355	3542	3336	3359
life	237	137	163	163	163
log8mod	264	227	253	235	240
m1	187	246	185	175	157
m181	166	156	191	153	156
m2	552	650	604	657	415
m3	766	688	771	702	527
mlp4	1374	768	719	665	631
mp2d	303	159	210	155	157
newcpla1	242	215	237	213	185
newtpla	121	121	129	121	121
newtpla1	40	40	40	40	40
newtpla2	98	98	55	76	77
p82	218	194	196	192	178
prom2	5570	5607	5476	4225	3837
radd	84	84	84	84	84
rd53	80	88	87	57	66
rd73	137	137	278	225	257
root	464	367	281	309	256
ryy6	47	47	32	32	32
sqn	279	279	210	209	209
sym10	562	396	633	633	633

Продолжение табл. 4

1	2	3	4	5	6
t3	193	156	130	130	130
tial	2675	2675	2824	2752	2732
tms	592	568	502	446	417
z5xp1	914	204	279	203	204
z9sym	431	416	458	458	458

Анализируя результаты экспериментов, можно сделать следующие выводы.

1. Программа 2 совместной минимизации, ориентированная на задачи размерности $n < 22$, выигрывает по качеству решения (площади ПЛМ) у аналогичной программы 1 при синтезе схем ПЛМ (табл. 1). Однако программа 1 позволяет находить решения при $n \geq 22$, т. е. в том диапазоне, где программа 2 не работает, что подтверждается результатами экспериментального исследования, приведенными в работе [6].

2. При синтезе схем БМК минимизация по критерию минимальности числа литералов является более предпочтительной, чем минимизация по критерию минимальности числа конъюнкций: программы 3, 4 чаще выигрывают у программ 1, 2. В целом же программы логической минимизации составляют конкурентоспособный набор программ.

3. Сравнение программ 3, 4 (минимизации по критерию минимальности числа литералов) между собой показывает, что программа 4 является более предпочтительной, так как реализация в LeonardoSpectrum минимизированных представлений, полученных программой 4, приводит к лучшим схемам.

4. Для синтезатора LeonardoSpectrum наиболее предпочтительным видом логической минимизации является раздельная минимизация по критерию минимальности числа литералов.

5. Сравнение результатов синтеза в библиотеках LIB_APPROX, LIB_EXACT показывает, что существенные различия в значениях задержек библиотечных элементов приводят к существенным изменениям результатов синтеза, т. е. к существенным изменениям сложностей схем БМК.

Заключение

В статье показано, что логическая минимизация позволяет значительно уменьшить сложность схем ПЛМ и БМК, однако для этого желательно использовать программы минимизации по различным критериям: для минимизации площади ПЛМ нужна совместная минимизация по числу конъюнкций, для схем БМК – раздельная минимизация по числу литералов. При использовании синтезатора LeonardoSpectrum целесообразно провести тщательное описание библиотеки логических элементов, так как в результате проведенных экспериментов выяснилось, что грубое (ошибочное) задание значений задержек библиотечных элементов приводит к искажению реальных результатов проектирования. Это может быть выяснено при последующем схемотехническом моделировании синтезированных схем.

Список литературы

1. Закревский, А.Д. Логический синтез каскадных схем / А.Д. Закревский. – М.: Наука, 1981. – 416 с.
2. Бибилло, П.Н. Синтез логических схем с использованием языка VHDL / П.Н. Бибилло. – М.: Солон-Р, 2002. – 384 с.
3. Бибилло, П.Н. Символьная топология матричных макроэлементов СБИС в кремниевом компиляторе SCAS. I / П.Н. Бибилло // Микроэлектроника. – 1998. – № 2. – С. 134–143.
4. Лукошко, Г.К. КМОП базовые матричные кристаллы серии K1574 / Г.К. Лукошко, Е.В. Коннов // Радиолюбитель. – 1997. – № 9. – С. 39–40.
5. Быстродействующие матричные БИС и СБИС. Теория и проектирование / Под общ. ред. Б.Н. Файзулаева и И.И. Шагурина. – М.: Радио и связь, 1989. – 304 с.
6. Торопов, Н.Р. Минимизация систем булевых функций в классе ДНФ / Н.Р. Торопов // Логическое проектирование. – Минск: Ин-т техн. кибернетики НАН Беларуси, 1999. – Вып. 4. – С. 4–19.

7. Леончик, П.В. Минимизация систем булевых функций в классе дизъюнктивных нормальных форм / П.В. Леончик // Информатика. – 2006. – № 1. – С. 88–96.

8. Бибило, П.Н. Системы проектирования интегральных схем на основе языка VHDL. StateCAD, ModelSim, LeonardoSpectrum / П.Н. Бибило. – М.: СОЛОН-Пресс, 2005. – 384 с.

Поступила 17.05.06

*Объединенный институт проблем
информатики НАН Беларуси,
Минск, Сурганова, 6
e-mail: bibilo@newman.bas-net.by*

P.N. Bibilo, P.V. Liavonchyk

THE INVESTIGATION OF EFFICIENCY FACTOR OF LOGICAL MINIMIZATION IN THE PROCESS OF COMBINATORIAL CIRCUITS SYNTHESIS

The influence of various procedures of Boolean function system minimization on the area of regular circuits of programmable logic arrays and on the complexity of irregular circuits that are synthesized in the design library of Gate Array, is investigated experimentally.