ИНФОРМАТИКА

2007 **январь-март** **№ 1**

ЛОГИЧЕСКОЕ ПРОЕКТИРОВАНИЕ

УДК 519.714.5

Л.Д. Черемисинова

НАХОЖДЕНИЕ ОТНОШЕНИЯ ПАРАЛЛЕЛЬНОСТИ НА МНОЖЕСТВЕ ЦЕПОЧЕК АЛГОРИТМА УПРАВЛЕНИЯ

Рассматривается проблема нахождения отношения параллельности на множестве меток корректного алгоритма логического управления. Исследуется случай, когда структура переходов между цепочками алгоритма описывается небезопасной α-сетью, а корректность алгоритма обеспечивается с помощью специальных операций изменения последовательности выполнения цепочек, не отображаемых в α-сети, – операций гашения.

Введение

Одной из важнейших проблем автоматизации производственных процессов в различных отраслях промышленности является проблема проектирования систем управления. К промышленным системам, требующим логического управления, относится широкий класс автоматических устройств, таких как автоматические линии, станки-автоматы, роботизированные комплексы и т. д. Управление такими объектами заключается в обеспечении согласованной работы компонентов, реализующих технологические процессы и работающих параллельно и асинхронно. Функции управления сосредоточены в устройстве управления, которое должно обеспечить синхронизацию взаимодействия компонентов систем.

Существует множество языков описания поведения устройств управления параллельно и асинхронно протекающими процессами. Одним из языков описания параллельных алгоритмов логического управления, в основе которых лежит широко известный формализм сетей Петри, является язык ПРАЛУ [1, 2]. Параллельный алгоритм, выраженный на языке ПРАЛУ, характеризуется тем, что в нем могут одновременно выполняться операции нескольких его цепочек. Эти цепочки и соответствующие им метки называются параллельными. Практически все задачи разработки и реализации параллельных алгоритмов так или иначе связаны с проблемой установления отношения параллельности на множестве его цепочек. К этим задачам относятся, в частности, следующие:

1. Анализ свойств параллельного алгоритма управления, обеспечивающих его корректность, – проверка таких его свойств, как непротиворечивость, устойчивость, самосогласованность [2, 3].
2. Эквивалентные преобразования параллельных алгоритмов управления и автоматов, например декомпозиция параллельного алгоритма [4] (или автомата) в сеть последовательных, укрупнение блоков (композиция [5]) иерархически заданного параллельного алгоритма управления.
3. Синтез параллельного автомата Мура [5], реализующего алгоритм на языке ПРАЛУ.
4. Минимизация автоматных моделей алгоритма управления – параллельных автоматов Мили и Мура [5].
5. Кодирование частичных состояний параллельных автоматов [2, 5–8].
6. Минимизация секвенциальных автоматов, реализующих параллельные алгоритмы управления [5].

В настоящей работе рассматривается проблема определения отношения параллельности на множестве меток корректного алгоритма логического управления, заданного на языке ПРАЛУ. Исследуется случай, когда структура переходов между цепочками алгоритма описывается небезопасной α-сетью. Нарушение ее безопасности вызывается наличием в цепочках алгоритма операций гашения, которые не отображаются в α-сети, но могут изменять последовательность выполнения цепочек алгоритма управления. Известные методы определения отношения параллельности, базирующиеся на традиционных α-сетях, находят это отношение на множестве цепочек корректного алгоритма управления, которым соответствуют не только безопасные, но и опасные α-сети, с разной степенью избыточности (некоторые цепочки никогда не будут выполняться параллельно).

Предлагаемый метод позволяет более точно определить отношение параллельности на множестве меток корректного алгоритма логического управления в том случае, когда алгоритм содержит операции гашения. Метод основан на использовании расширенных α-сетей и имеет полиномиальную сложность.

1. α-сети и корректность алгоритма управления

В языке ПРАЛУ [1, 2] описание параллельного алгоритма логического управления задается в виде неупорядоченного множества цепочек, представляемых выражениями вида $\mu_i: \to l_i \to \nu_i$, где l_i – некоторый линейный алгоритм, состоящий из последовательности операций языка, μ_i и ν_i – начальная и конечная метки цепочки. Метками служат подмножества натуральных чисел $m_i \in M$. Из всех операций языка ПРАЛУ для рассматриваемой задачи интерес представляют операции ожидания и действия, с помощью которых можно организовать взаимодействие цепочек, а также операция гашения, с помощью которой можно изменить последовательность реализации цепочек алгоритма.

Операция «$- p_i$» ожидания заключается в проверке условия, представляемого предикатом p_i. Операция выполняется, если значение предиката p_i равно 1. Операция действия «$\to A_i$» заключается в присвоении значений булевым переменным, обращающим конъюнкцию A_i в 1. Параллельный алгоритм характеризуется тем, что в нем могут одновременно выполняться операции нескольких цепочек. Эти цепочки и соответствующие им метки в этом случае называются параллельными. Запуск и слияние параллельных цепочек обеспечивается в языке возможностью использования конечных ν_i и начальных μ_i меток и с $|\nu_i|, |\mu_i| > 1$.

Операция гашения, введенная в язык для обеспечения реакции устройства управления на некоторые особые события, доступна в трех модификациях: «$\to *$», «$\to *\gamma_i$» и «$\to *' \gamma_i$», где $\gamma_i \subseteq M$. Действие операции заключается в прекращении реализации всех (в случае «$\to *$») или некоторых цепочек алгоритма (начальные метки которых содержатся в γ_i в случае «$\to *\gamma_i$» или не содержатся в γ_i в случае «$\to *' \gamma_i$»), выполняемых параллельно с «гасящей» цепочкой (содержащей операцию гашения).

α-сеть. Многие задачи, возникающие в теории алгоритмов логического управления, в том числе и задачу поиска отношения параллельности на множестве цепочек, удобно решать на дискретной динамической модели алгоритма на ПРАЛУ – α-сети [2]. Эта модель представляет собой схему на множестве цепочек алгоритма управления, которая задает отношение частичного порядка на этом множестве и дает частичную информацию о взаимодействии цепочек в процессе выполнения алгоритма (без учета информационного взаимодействия).

α-сеть алгоритма на ПРАЛУ получается преобразованием каждой его цепочки $\mu_i: \to l_i \to \nu_i$ к виду $\mu_i: \to \nu_i$ и определяется тройкой $A = (M, T, N_0)$, где $M = \{1, 2, \ldots\}$ – множество мест; $T = \{\tau_1, \tau_2, \ldots, \tau_n\}$ – множество переходов $\tau_i = (\mu_i, \nu_i)$ между наборами μ_i и ν_i мест; N_0 – начальная разметка (N_0, μ_i, $\nu_i \subseteq M$). Для любой пары переходов τ_i и τ_j α-сети выполняется условие: $(i \neq j) \wedge (\mu_i \cap \mu_j \neq \varnothing) \to \mu_i = \mu_j$. Состояние α-сети задается текущей разметкой N_t. Переходы $\tau_i = (\mu_i, \nu_i)$ срабатывают по одному при выполнении условий $\mu_i \subseteq N_t$. В результате срабатывания перехода τ_i текущее состояние N_t заменяется на $(N_t \setminus \mu_i) \cup \nu_i$.

α-сеть является подклассом класса ординарных сетей Петри [10]. Ее функционирование формально описывается с помощью множества последовательностей срабатывания переходов и множества достижимых разметок.

Корректность алгоритма управления. Корректными [2] называются алгоритмы, которые обладают свойствами непротиворечивости, устойчивости, безызбыточности, восстанавливаемости и самосогласованности. Существенным для решения задачи определения отношения параллельности на множестве меток алгоритма управления является самосогласованность алгоритма управления. Алгоритм самосогласован, если никакая из его цепочек не может быть повторно инициирована во время ее выполнения. Показано [2], что если α-сеть безопасна, то алгоритм управления самосогласован. В безопасной α-сети для любой достижимой разметки N_t и любого перехода τ_i имеет место условие

$$(\mu_i \subseteq N_t) \rightarrow (N_t \setminus \mu_i) \cap \nu_i = \varnothing.$$

В опасных α-сетях возможна ситуация

$$(\mu_i \subseteq N_t) \rightarrow ((N_t \setminus \mu_i) \cap \nu_i \neq \varnothing). \quad (1)$$

Безопасная α-сеть эквивалентна безопасной расширенной сети свободного выбора [10].

α-сеть, являясь «скелетом» алгоритма управления, отражает лишь частичную информацию о взаимодействии цепочек в процессе выполнения алгоритма управления. Остальная информация заключена в операциях ожидания и действия, обеспечивающих информационное взаимодействие цепочек, а также операциях гашения. Последние операции прекращают выполнение некоторых цепочек алгоритма управления, изменяя тем самым порядок выполнения цепочек в процессе реализации алгоритма. Наличие операций гашения (равно как и других операций) никак не отражается в α-сети. Информационное взаимодействие цепочек алгоритма и наличие в них операций гашения могут привести к тому, что самосогласованному алгоритму будет соответствовать небезопасная (опасная) α-сеть.

Отношения на множестве мест α-сети. Рассмотрим три бинарных отношения на множестве мест α-сети:

– параллельности P:

$$(m_i, m_j) \in P \subseteq M^2, \text{ если } \exists N_t\, (m_i, m_j \in N_t);$$

– непосредственного предшествования S^d:

$$(m_i, m_j) \in S^d \subseteq M^2, \text{ если } \exists(\tau_l = (\mu_l, \nu_l))(m_i \in \mu_l, m_j \in \nu_l);$$

– предшествования S (транзитивное замыкание отношения S^d).

Идея метода определения отношения параллельности следует из того, что два места m_i и m_j $(i \neq j)$ называются параллельными, если существует такая разметка N_t сети, что $m_i, m_j \subseteq N_t$. Отношение параллельности симметрично, в общем случае нетранзитивно (транзитивно в случае безопасных α-сетей), можно считать его и нерефлексивным. Запуск и слияние параллельных цепочек обеспечиваются в языке ПРАЛУ и в соответствующей α-сети возможностью существования конечных и начальных меток ν_i и μ_i с $|\nu_i|, |\mu_i| > 1$.

Отношение S^d непосредственного предшествования антисимметрично, нетранзитивно. Отношение предшествования $S \subseteq M^2$ представляет собой транзитивное замыкание отношения непосредственного предшествования S^d, т. е. $(m_i, m_j) \in S$, если существует последовательность переходов $(\mu_{s1}, \nu_{s1}), (\mu_{s2}, \nu_{s2}), \ldots, (\mu_{sl}, \nu_{sl})$, такая, что $m_i \in \mu_{s1}$, $m_j \in \mu_{sl}$ и $\nu_{si} \cap \mu_{si+1} \neq \varnothing$ для всех $i < l$. Имеет смысл рассматривать отношение S для α-сетей, не содержащих циклы. В этом случае отношение предшествования транзитивно и несимметрично. Обратными отношениям S и S^d являются отношения следования $F = S^{-1}$ и непосредственного следования $F^d = (S^d)^{-1}$, т. е. $(m_i, m_j) \in F^d$, если $(m_j, m_i) \in S^d$, и наоборот [11].

2. Отношение параллельности и корректность алгоритма управления

Задача поиска параллельных цепочек алгоритма управления на языке ПРАЛУ сводится к задаче определения отношения параллельности на множестве мест соответствующей α-сети. Очевидный метод решения задачи поиска параллельных мест α-сети состоит в нахождении всех достижимых разметок α-сети путем построения графа достижимости. Однако число вершин этого графа растет экспоненциально с ростом числа мест соответствующей α-сети, что делает такой способ построения отношения параллельности практически неэффективным.

Случай безопасных α-сетей. Первый практический метод поиска параллельных мест для живой безопасной α-сети предложен в работе [3]. В его основу были положены следующие свойства безопасной α-сети:

– для любого перехода $\tau_k = (\mu_k, \nu_k)$ места из ν_k параллельны тем местам α-сети, которым параллельны все места из μ_k;

– любая пара мест из ν_k параллельна.

Доказано [12], что итеративное применение положенного в его основу свойства порождения параллельных мест позволяет определить отношение параллельности на множестве мест безопасной α-сети за полиномиальное время, не находя всего множества достижимости α-сети.

Алгоритм, предложенный в работе [12], основан на выполнении циклов последовательного просмотра всех переходов из T и пополнения отношения параллельности (в соответствии с упомянутым свойством безопасных α-сетей) до тех пор, пока после очередного цикла просмотра это отношение не останется прежним. Алгоритм из работы [3] отличается от изложенного в работе [12] направленным просмотром переходов из T, начиная с тех из них, которые срабатывают при начальной разметке, при этом циклические последовательности переходов разрываются. Каждый переход живой и безопасной α-сети просматривается один и только один раз, соответственно сложность алгоритма линейно зависит от числа переходов α-сети.

В работе [13] задача построения отношения параллельности на множестве мест безопасной α-сети сведена к составлению системы логических уравнений, описывающих условия параллельности мест, и поиску их решения методом подстановки. Данный метод интересен только с теоретической точки зрения.

Случай опасных α-сетей. Можно сказать, что для корректных алгоритмов управления, которым соответствуют безопасные α-сети, задача определения отношения параллельности на множестве меток была решена. Однако алгоритмы управления, порождающие безопасные α-сети, составляют весьма узкий класс корректных алгоритмов логического управления, описывающих производственные системы управления. Дело в том, что множество реализуемых в алгоритме управления последовательностей переходов обычно меньше множества всех возможных последовательностей переходов α-сети. Это может быть обусловлено информационным взаимодействием цепочек алгоритма управления посредством использования внутренних переменных, а также наличием операций гашения.

Напомним, что алгоритм является самосогласованным, если никакая из его цепочек не может быть повторно инициирована во время ее выполнения. В опасных α-сетях возможна ситуация (1). В терминах отношений на множестве мест α-сети это означает, что в α-сети будут существовать места, связанные отношениями и предшествования, и параллельности: по определению параллельности, места, образующие разметку N_t α-сети, попарно параллельны, в частности места из μ_i параллельны местам из $(N_t \setminus \mu_i) \cap \nu_i$, и в то же время, по определению предшествования, предшествуют им, так как связаны переходом $\tau_i = (\mu_i, \nu_i)$. Если алгоритм управления, порождающий опасную α-сеть, самосогласован, то предполагается, что при его реализации ситуация (1) каким-то образом исключается (т. е. исключается возможность параллельности мест, связанных отношением предшествования), а значит места из μ_i не параллельны ни одному из мест, составляющих ν_i.

Методы [3, 12], будучи примененными к опасной α-сети, определят отношение параллельности на множестве мест алгоритма управления «с избытком»: среди указанных ими параллельных меток будут, в действительности, и непараллельные. Об этом будет сигнализировать, в частности, факт наличия пар мест, связанных отношениями и параллельности, и предшествования.

В методе [9] при нахождении отношения параллельности на множестве мест опасной α-сети, соответствующей самосогласованному алгоритму, строится и отношение предшествования. Алгоритм определения этих отношений основан на следующем положении: если в множестве переходов α-сети разорвать замкнутые последовательности переходов (в $\mu_1 \rightarrow \nu_1$, $\mu_2 \rightarrow \nu_2$, …, $\mu_k \rightarrow \nu_k$, где $\nu_k = \mu_1$ и $\mu_{i+1} \cap \nu_i \neq \varnothing$, положить $\nu_k = \varnothing$), то любые два места алгоритма управления параллельны, если соответствующие им места полученной α-сети связаны отношением параллельности, но не связаны отношением предшествования.

Разрывы замкнутых последовательностей переходов совмещаются с нахождением отношений параллельности и предшествования на множестве мест α-сети. Эти процедуры осуществляются просмотром путей – последовательностей переходов – из начальной разметки N_0 α-сети. Путь в α-сети отображают некоторый процесс, порождаемый α-сетью, в виде частично упорядоченной последовательности срабатываний переходов: переходы, выполняемые параллельно, рассматриваются в произвольном порядке, выполняемые альтернативно (при одной и той же разметке срабатывает только один из этих переходов) – одновременно. Все переходы α-сети при этом будут просмотрены, по крайней мере, по одному разу.

Обозначим через $P(m_i)$ и $S(m_i)$ множества мест, соответственно параллельных и предшествующих месту m_i, а переход $\tau_k = (\mu_k, \nu_k)$ представим в виде $\tau_k = (\mu_k^{\,1}, \mu_k^{\,2}, \ldots, \mu_k^{\,n\mu}, \nu_k^{\,1}, \nu_k^{\,2}, \ldots, \nu_k^{\,n\nu})$, где $\mu_k^{\,i}$, $\nu_k^{\,i} \in M$. В этих обозначениях приведенные выше правила (свойства безопасной α-сети [3]) порождения мест α-сети, параллельных и предшествующих данному, задаются следующим образом:

$$P^{+}(\nu_k^{\,j}) = \bigcap_{i=1}^{n_\mu} P(\mu_k^{\,i}) \cup (\nu_k \setminus \nu_k^{\,j}); \tag{2}$$

$$S^{+}(\nu_k) = \bigcup_{i=1}^{n_\mu} S(\mu_k^{\,i}) \cup \mu_k. \tag{3}$$

Здесь $P^{+}(\nu_k^{\,j})$ и $S^{+}(\nu_k)$ – множества мест, для которых из рассмотрения перехода $\tau_k = (\mu_k, \nu_k)$ установлено, что они соответственно параллельны месту $\nu_k^{\,j}$ и предшествуют местам из ν_k. Если некоторое место $\nu_k^{\,i}$ входит в $S^{+}(\nu_k^{\,i})$, то в α-сети имеется ориентированный цикл. Для таких мест $\nu_k^{\,i}$ не применяются правила порождения параллельных и предшествующих мест и не прослеживается продолжение пути.

Помимо опасных запусков переходов α-сети, исключаемых посредством размыкания замкнутых путей, могут быть пути, повторно запускаемые с некоторого места m_i переходом $(\mu_k \to \nu_k)$ $(m_i \in \nu_k)$, в котором места из μ_k параллельны месту m_i. В этом случае для некоторого места $\nu_k^{\,i} \in \nu_k$ правила (2) и (3) порождают такие $P^{+}(\nu_k^{\,i})$ и $S^{+}(\nu_k^{\,i})$, что $P^{+}(\nu_k^{\,i}) \cap S^{+}(\nu_k^{\,i}) = S' \neq \varnothing$, но так как алгоритм самосогласован, то места из S' не параллельны месту $\nu_k^{\,i}$ и, следовательно, из множества $P^{+}(\nu_k^{\,i})$ необходимо исключить места из S': $P^{+}(\nu_k^{\,i}) \setminus S(\nu_k^{\,i})$.

Определение отношений предшествования и параллельности на множестве мест α-сети. Метод построения отношения параллельности сводится к моделированию процесса срабатывания переходов α-сети. Каждый t-й шаг алгоритма характеризуется текущими состояниями множеств $P_t(m_i)$ и $S_t(m_i)$ для всех $m_i \in M$ и разметкой N_t. Перед началом моделирования все $P_0(m_i)$ и $S_0(m_i)$ представляют собой пустые множества.

На каждом t-м шаге алгоритма рассматриваются переходы $\tau_k = (\mu_k \to \nu_k)$, срабатывающие при текущей разметке N_t $(\mu_k \in N_t)$, определяются места, параллельность и предшествование которых местам $m_i \in \nu_k$ вытекает из рассмотрения этих переходов. Надо заметить, что при срабатывании переходов алгоритма управления, которому соответствует данная α-сеть, из нескольких альтернативных переходов (переходов α-сети, порождаемых цепочками $\mu_k\!: \to l_k \to \nu_k$ и $\mu_j\!: \to l_j \to \nu_j$ алгоритма управления, у которых $\mu_k = \mu_j$ и цепочки l_k и l_j начинаются с операций ожидания взаимно несовместимых событий), допускаемых текущей разметкой, может сработать один. Это приводит к различным вариантам последовательностей срабатывания переходов и соответственно к разным разметкам. Для ускорения процесса поиска все такие переходы считаются срабатывающими одновременно, что не приводит к потере решения. Для каждого перехода $\tau_k = (\mu_k \to \nu_k)$ с $\mu_k \in N_t$ определяется по правилу (3) множество $S^{+}(\nu_k)$ мест, предшествующих всем местам из ν_k, и для каждого места $\nu_k^{\,j} \in \nu_k$, не замыкающего некоторый цикл, т. е. $\nu_k^{\,j} \in M_k$, где $M_k = \nu_k \setminus S(\nu_k)$, находится дополнение множества параллельных ему мест:

$$P^{+}(\nu_k^j) = \bigcap_{i=1}^{n_\mu} P(\mu_k^i) \cup (M_k \setminus \nu_k^j).$$

Текущие состояния множеств мест, предшествующих и параллельных месту $\nu_k^j \in \nu_k$, дополняются следующим образом:

$$S_{t+1}(\nu_k^j) = S_t(\nu_k^j) \cup S^{+}(\nu_k);$$
$$P_{t+1}(\nu_k^j) = P_t(\nu_k^j) \cup P^{+}(\nu_k^j) \setminus S_{t+1}(\nu_k^j). \quad (4)$$

Соответственно в множества $P_t(m_i)$ для мест $m_i \in P^{+}(\nu_k^j) \setminus S_{t+1}(\nu_k^j)$ включается место ν_k^j, а из множеств $P_t(m_i)$, где $m_i \in P_t(\nu_k^j) \cap S_{t+1}(\nu_k^j)$, исключается место ν_k^j. Множество N_t корректируется: $N_{t+1} = (N_t \setminus \mu_k) \cup M_k$.

Если для некоторого $m_l \in \nu_i$ в результате выполнения t-го шага получается, что $m_l \in S^{+}(m_l)$, то α-сеть имеет ориентированный цикл, заканчивающийся m_l. Цикл разрывается исключением места ν_k^i из N_{t+1}, а $S(m_l)$ не получает приращения $S^{+}(m_l)$ (иначе место m_l будет предшествовать самому себе).

Доказано [9], что алгоритм сходится через конечное число шагов и определяет отношение параллельности на множестве меток корректного алгоритма управления, может быть, с избытком. Это может иметь место, если недостижимость некоторой разметки α-сети при выполнении алгоритма обеспечивается посредством использования операций гашения.

3. Определение отношения параллельности на множестве мест α-сети, порождаемой корректным алгоритмом управления

Далее описывается метод определения отношения параллельности на множестве мест расширенной α-сети [9], порождаемой алгоритмом логического управления, корректность которого обеспечивается использованием операций гашения. α-сеть, соответствующая такому алгоритму, как правило, является опасной. Идея предлагаемого метода заключается в использовании известных методов поиска отношения параллельности на множестве мест α-сети, соответствующей алгоритму управления, и последующей корректировке найденного ими отношения. Эти методы (например, описанные в [3, 9, 12]) определят отношение параллельности на множестве мест опасной α-сети «с избытком»: среди указанных ими пар параллельных меток будут иметься, в действительности, и непараллельные. Эти пары можно обнаружить в процессе анализа переходов расширенной α-сети, соответствующей тому же алгоритму управления и содержащей информацию об операциях гашения. Для нахождения всех таких пар необходимо определить также отношение предшествования на множестве мест α-сети.

Расширенные α-сети. Операции гашения при реализации алгоритма управления равносильны операции слияния тех гасимых цепочек алгоритма, которые выполняются параллельно с гасящей цепочкой (цепочкой, содержащей операцию гашения).

Введенные в язык ПРАЛУ модификации операции гашения («$\to$ *», «$\to$ *γ_i» и «$\to$ *′ γ_i») могут быть приведены к одному общему виду «$\to$*γ_i», в котором гасимые цепочки упоминаются в явном виде (перечисляются в γ_i). Это делается тривиально, если для гасящей цепочки («$\to$ *» или «$\to$ *′ γ_i») известно множество β_i параллельных ей цепочек алгоритма управления. Для нахождения отношения параллельности на множестве цепочек алгоритма управления подходят рассмотренные в предыдущем разделе методы, которые для опасной α-сети (а именно такие α-сети порождаются алгоритмами, содержащими операции гашения) определят это отношение в общем случае с избытком. Соответственно найденные множества β_i для операции «$\to$ *» (или «$\to$ *′ γ_i») будут содержать цепочки, которые никогда не будут выполняться параллельно с гасящей цепочкой, но это никак не повлияет на результат, даваемый предлагаемым в статье методом. Операция гашения «$\to$ *γ_i» ($\gamma_i \subset M$) в процессе реализации алгоритма прекращает выполнение тех цепочек, метки которых содержатся в списке γ_i и которые выполняются параллельно с гасящей цепочкой при текущей разметке.

В работе [9] было введено понятие расширенной α-сети, которая строится на базе обычной α-сети. При этом модификации подвергаются те переходы $\tau_k = (\mu_k, \nu_k)$ α-сети, при срабатывании которых в алгоритме управления выполняются операции гашения «$\to *\gamma_k$». Такой переход $\tau_k = (\mu_k, \nu_k)$ заменяется на переход с гашением $(\mu_k/\gamma_k, \nu_k)$, где $\gamma_k \subseteq M$ и $\gamma_k \cap \mu_k = \varnothing$, при этом места из γ_k параллельны местам из μ_k. Переход $(\mu_k/\gamma_k, \nu_k)$ не может быть описан переходами α-сети: не все пары мест из γ_k (в отличие от пар мест из μ_k или ν_k) связаны отношением параллельности, некоторые связаны отношением предшествования или альтернативы (отношение параллельности на множестве мест опасной α-сети нетранзитивно). При срабатывании перехода $(\mu_k/\gamma_k, \nu_k)$ места из ν_k, следующие за местами из μ_k, будут уже не параллельны ни одному месту из γ_k. Таким образом, при функционировании расширенной α-сети срабатывание перехода $(\mu_k/\gamma_k, \nu_k)$ прекращает выполнение гасимых ветвей, начиная с мест $m_i \in \gamma_k$, как бы стягивая все места из $\gamma_k \cup \mu_k$ в одно место, за которым следуют места из ν_k.

Отношение параллельности на множестве мест расширенной α-сети. Описываемый метод определения отношения параллельности на множестве мест расширенной α-сети состоит из трех этапов.

На первом этапе определяется отношение предшествования (следования) на множестве мест α-сети, соответствующей алгоритму управления. На втором этапе находится отношение параллельности на множестве мест α-сети с помощью одного из известных методов. На последнем этапе в процессе анализа переходов расширенной α-сети из найденного отношения параллельности исключаются пары мест (m_k, m_l), которые при реализации алгоритма управления никогда не будут выполняться параллельно в силу наличия операций гашения в цепочках алгоритма управления.

Отношение S предшествования на множестве мест α-сети может быть установлено с помощью описанного выше метода [9] одновременно с определением отношения параллельности.

Отношение P параллельности на множестве мест безопасной α-сети может быть установлено, как уже говорилось выше, с помощью одного из известных методов [3, 9, 12] на множестве мест опасной *α-сети* – с помощью метода из работы [9].

Отношение P^n параллельности на множестве мест опасной α-сети, порождаемой корректным алгоритмом управления, который содержит операции гашения, выделяется из отношения P ($P^n \subseteq P$) параллельности на множестве мест α-сети, соответствующей этому алгоритму. Для рассматриваемого алгоритма управления строится расширенная α-сеть и анализируются ее переходы $(\mu_k/\gamma_k, \nu_k)$, где $\gamma_k \neq \varnothing$. Из найденного отношения P параллельности исключаются пары мест (m_i, m_j), у которых $m_i \in \gamma_k$ (или $m_j \in \gamma_k$) и m_j (m_i) входят в множество ν_k или следуют за некоторым местом из ν_k.

В качестве примера определим отношение параллельности на множестве цепочек корректного алгоритма управления, который порождает α-сеть и расширенную α-сеть:

α-сеть	расширенная α-сеть
$1 \to 2.3$	$1 \to 2.3$
$2 \to 11$	$2/(3,4,5,6,7,8,9,10) \to 11$
$11 \to 1$	$11 \to 1$
$3 \to 4.5$	$3 \to 4.5$
$4 \to 6.7$	$4 \to 6.7$
$6 \to 8$	$6/(7,9) \to 8$
$8 \to 10$	$8 \to 10$
$7 \to 9$	$7/(6,8) \to 9$
$9 \to 10$	$9 \to 10$
$5.10 \to 3$	$5.10 \to 3$

Здесь $P = \{1, 2, \ldots, 11\}$, $N_0 = \{1\}$.

Рассмотрим последовательность шагов метода из работы [9], определяющего отношения предшествования S и параллельности P на множестве мест α-сети. На начальном шаге разметка N_0 включает единственный элемент 1; множества S_0 и P_0 пар мест, находящихся в отношениях предшествования и параллельности, пусты: $N_0 = \{1\}$, $S_0 = \varnothing$, $P_0 = \varnothing$.

После выбора первого перехода $\tau_1 = 1 \rightarrow 2.3$ с $\mu_1 \subseteq N_0$ множества мест, предшествующих и параллельных местам 2 и 3 (согласно (3) и (2)), получают приращения $S^+(2,3) = \{1\}$, $P^+(2) = \{3\}$, $P^+(3) = \{2\}$. Соответственно множества пар мест, находящихся в отношениях предшествования и параллельности, пополняются: $S_1 = \{(1,2), (1,3)\}$, $P_1 = \{(2,3)\}$, $N_0 = \{1\}$ заменяется на $N_1 = \{2,3\}$. Ниже приводится последовательность изменений упомянутых множеств в результате срабатывания переходов алгоритма управления.

2. $2 \rightarrow 11$, $S^+(11) = \{(1,2)\}$, $P^+(11) = \{3\}$, $S_2 = \{(1,2), (1,3), (1,11), (2,11)\}$, $P_2 = \{(2,3), (3,11)\}$, $N_2 = \{3, 11\}$.
3. $11 \rightarrow 1$, $S^+(1) = \{1, 2\}$, $M_k = \varnothing$, $S_3 = \{(1,2), (1,3), (1,11), (2,11)\}$, $P_3 = \{(2,3), (3,11)\}$, $N_3 = \{3\}$.
4. $3 \rightarrow 4.5$, $S^+(4,5) = \{1, 3\}$, $P^+(4) = \{2, 5, 11\}$, $P^+(5) = \{2, 4, 11\}$,
   $S_4 = \{(1,2), (1,3), (1,4), (1,5), (1,11), (2,11), (3,4), (3,5)\}$,
   $P_4 = \{(2,3), (2,4), (2,5), (3,11), (4,5), (4,11), (5,11)\}$, $N_4 = \{4, 5\}$.
5. $4 \rightarrow 6.7$, $S^+(6,7) = \{1, 3, 4\}$, $P^+(6) = \{2, 5, 7, 11\}$, $P^+(7) = \{2, 5, 6, 11\}$,
   $S_5 = \{(1,2), (1,3), (1,4), (1,5), (1,6), (1,7), (1,11), (2,11), (3,4), (3,5), (3,6), (3,7), (4,6), (4,7)\}$,
   $P_5 = \{(2,3), (2,4), (2,5), (2,6), (2,7), (3,11), (4,5), (4,11), (5,6), (5,7), (5,11), (6,7), (6,11), (7,11)\}$, $N_5 = \{5, 6, 7\}$.
6. $6 \rightarrow 8$, $S^+(8) = \{1, 3, 4, 6\}$, $P^+(8) = \{2, 5, 7, 11\}$,
   $S_6 = \{(1,2), (1,3), (1,4), (1,5), (1,6), (1,7), (1,8), (1,11), (2,11), (3,4), (3,5), (3,6), (3,7), (3,8), (4,6), (4,7), (4,8), (6,8)\}$,
   $P_6 = \{(2,3), (2,4), (2,5), (2,6), (2,7), (2,8), (3,11), (4,5), (4,11), (5,6), (5,7), (5,8), (5,11), (6,7), (6,11), (7,8), (7,11), (8,11)\}$, $N_6 = \{5, 7, 8\}$.
7. $7 \rightarrow 9$, $S^+(9) = \{1, 3, 4, 7\}$, $P^+(9) = \{2, 5, 6, 8, 11\}$,
   $S_7 = \{(1,2), (1,3), (1,4), (1,5), (1,6), (1,7), (1,8), (1,9), (1,11), (2,11), (3,4), (3,5), (3,6), (3,7), (3,8), (3,9), (4,6), (4,7), (4,8), (4,9), (6,8), (7,9)\}$,
   $P_7 = \{(2,3), (2,4), (2,5), (2,6), (2,7), (2,8), (2,9), (3,11), (4,5), (4,11), (5,6), (5,7), (5,8), (5,9), (5,11), (6,7), (6,9), (6,11), (7,8), (7,11), (8,9), (8,11), (9,11)\}$, $N_7 = \{5, 8, 9\}$.
8. $8 \rightarrow 10$, $S^+(10) = \{1, 3, 4, 6, 8\}$, $P^+(10) = \{2, 5, 7, 9, 11\}$,
   $S_8 = \{(1,2), (1,3), (1,4), (1,5), (1,6), (1,7), (1,8), (1,9), (1,10), (1,11), (2,11), (3,4), (3,5), (3,6), (3,7), (3,8), (3,9), (3,10), (4,6), (4,7), (4,8), (4,9), (4,10), (6,8), (6,10), (7,9), (8,10)\}$,
   $P_8 = \{(2,3), (2,4), (2,5), (2,6), (2,7), (2,8), (2,9), (2,10), (3,11), (4,5), (4,11), (5,6), (5,7), (5,8), (5,9), (5,10), (5,11), (6,7), (6,9), (6,11), (7,8), (7,10), (7,11), (8,9), (8,11), (9,10), (9,11), (10,11)\}$, $N_7 = \{5, 9, 10\}$.
9. $9 \rightarrow 10$, $S^+(10) = \{1, 3, 4, 7, 9\}$, $P^+(10) = \{2, 5, 6, 8, 10, 11\}$,
   $S_9 = \{(1,2), (1,3), (1,4), (1,5), (1,6), (1,7), (1,8), (1,9), (1,10), (1,11), (2,11), (3,4), (3,5), (3,6), (3,7), (3,8), (3,9), (3,10), (4,6), (4,7), (4,8), (4,9), (4,10), (6,8), (6,10), (7,9), (7,10), (8,10), (9,10)\}$,
   $P_9 = \{(2,3), (2,4), (2,5), (2,6), (2,7), (2,8), (2,9), (2,10), (3,11), (4,5), (4,11), (5,6), (5,7), (5,8), (5,9), (5,10), (5,11), (6,7), (6,9), (6,10), (6,11), (7,8), (7,10), (7,11), (8,9), (8,10), (8,11), (9,10), (9,11), (10,11)\}$, $N_9 = \{5, 10\}$.
10. $5.10 \rightarrow 3$, $S^+(3) = \{1, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$, $M_k = \varnothing$,
   $S_{10} = \{(1,2), (1,3), (1,4), (1,5), (1,6), (1,7), (1,8), (1,9), (1,10), (1,11), (2,11), (3,4), (3,5), (3,6), (3,7), (3,8), (3,9), (3,10), (4,6), (4,7), (4,8), (4,9), (4,10), (6,8), (6,10), (7,9), (7,10), (8,10), (9,10)\}$,

$P_{10} = \{(2,3), (2,4), (2,5), (2,6), (2,7), (2,8), (2,9), (2,10), (3,11), (4,5), (4,11), (5,6), (5,7), (5,8), (5,9), (5,10), (5,11), (6,7), (6,9), (6,10), (6,11), (7,8), (7,10), (7,11), (8,9), (8,10), (8,11), (9,10), (9,11), (10,11)\}$, $N_{10} = \varnothing$.

Таким образом, в результате выполнения первых двух этапов метода получены следующие булевы матрицы, задающие отношения предшествования S и параллельности P на множестве мест приведенной α-сети (единицы выделены жирным шрифтом):

$$
\boldsymbol{S} = \begin{array}{ccccccccccc}
1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 & 10 & 11 \\
0 & \mathbf{1} & \mathbf{1} & \mathbf{1} & \mathbf{1} & \mathbf{1} & \mathbf{1} & \mathbf{1} & \mathbf{1} & \mathbf{1} & \mathbf{1} \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \mathbf{1} \\
0 & 0 & 0 & \mathbf{1} & \mathbf{1} & \mathbf{1} & \mathbf{1} & \mathbf{1} & \mathbf{1} & \mathbf{1} & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \mathbf{1} & \mathbf{1} & \mathbf{1} & \mathbf{1} & \mathbf{1} & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \mathbf{1} & 0 & \mathbf{1} & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \mathbf{1} & \mathbf{1} & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \mathbf{1} & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \mathbf{1} & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0
\end{array};
\qquad
\boldsymbol{P} = \begin{array}{ccccccccccc|c}
1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 & 10 & 11 & \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\
0 & 0 & \mathbf{1} & \mathbf{1} & \mathbf{1} & \mathbf{1} & \mathbf{1} & \mathbf{1} & \mathbf{1} & \mathbf{1} & 0 & 2 \\
0 & \mathbf{1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \mathbf{1} & 3 \\
0 & \mathbf{1} & 0 & 0 & \mathbf{1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \mathbf{1} & 4 \\
0 & \mathbf{1} & 0 & \mathbf{1} & 0 & \mathbf{1} & \mathbf{1} & \mathbf{1} & \mathbf{1} & \mathbf{1} & \mathbf{1} & 5 \\
0 & \mathbf{1} & 0 & 0 & \mathbf{1} & 0 & \mathbf{1} & 0 & \mathbf{1} & \mathbf{1} & \mathbf{1} & 6 \\
0 & \mathbf{1} & 0 & 0 & \mathbf{1} & \mathbf{1} & 0 & \mathbf{1} & 0 & \mathbf{1} & \mathbf{1} & 7 \\
0 & \mathbf{1} & 0 & 0 & \mathbf{1} & 0 & \mathbf{1} & 0 & \mathbf{1} & \mathbf{1} & \mathbf{1} & 8 \\
0 & \mathbf{1} & 0 & 0 & \mathbf{1} & \mathbf{1} & 0 & \mathbf{1} & 0 & \mathbf{1} & \mathbf{1} & 9 \\
0 & \mathbf{1} & 0 & 0 & \mathbf{1} & \mathbf{1} & \mathbf{1} & \mathbf{1} & \mathbf{1} & \mathbf{1} & \mathbf{1} & 10 \\
0 & 0 & \mathbf{1} & \mathbf{1} & \mathbf{1} & \mathbf{1} & \mathbf{1} & \mathbf{1} & \mathbf{1} & \mathbf{1} & 0 & 11
\end{array}.
$$

Матрица $\boldsymbol{S}$ асимметрична, матрица $\boldsymbol{P}$ симметрична (относительно главной диагонали).

Далее рассматриваются переходы (μ_k/γ_k, ν_k) ($\gamma_k \neq \varnothing$) расширенной α-сети. Для каждого из переходов формируется порождаемое им множество P^- пар мест, не являющихся параллельными при реальном выполнении алгоритма управления, что получается в результате действия операций гашения. Эти пары исключаются из найденного ранее отношения P, порождая некоторое текущее отношение P^i:

1. $2/(3,4,5,6,7,8,9,10) \to 11$, $P^- = \{(3,11), (4,11), (5,11), (6,11), (7,11), (8,11), (9,11), (10,11)$, $P^1 = \{(2,3), (2,4), (2,5), (2,6), (2,7), (2,8), (2,9), (2,10), (4,5), (5,6), (5,7), (5,8), (5,9), (5,10), (6,7), (6,9), (6,10), (7,8), (7,10), (8,9), (8,10), (9,10)\}$.
2. $6/(7, 9) \to 8$, $P^- = \{(7,8), (7,10), (8,9), (9,10)\}$, $P^2 = \{(2,3), (2,4), (2,5), (2,6), (2,7), (2,8), (2,9), (2,10), (4,5), (5,6), (5,7), (5,8), (5,9), (5,10), (6,7), (6,9), (6,10), (8,10)\}$.
3. $7/(6, 8) \to 9$, $P^- = \{(6,9), (6,10), (8,10)\}$, $P^3 = \{(2,3), (2,4), (2,5), (2,6), (2,7), (2,8), (2,9), (2,10), (4,5), (5,6), (5,7), (5,8), (5,9), (5,10), (6,7)\}$.

В результате скорректированное отношение параллельности на множестве меток расширенной α-сети P равно P^3 и представляется следующей матрицей:

$$
\boldsymbol{P} = \begin{array}{ccccccccccc|c}
1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 & 10 & 11 & \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\
0 & 0 & \mathbf{1} & \mathbf{1} & \mathbf{1} & \mathbf{1} & \mathbf{1} & \mathbf{1} & \mathbf{1} & \mathbf{1} & 0 & 2 \\
0 & \mathbf{1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 3 \\
0 & \mathbf{1} & 0 & 0 & \mathbf{1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 4 \\
0 & \mathbf{1} & 0 & \mathbf{1} & 0 & \mathbf{1} & \mathbf{1} & \mathbf{1} & \mathbf{1} & \mathbf{1} & 0 & 5 \\
0 & \mathbf{1} & 0 & 0 & \mathbf{1} & 0 & \mathbf{1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 6 \\
0 & \mathbf{1} & 0 & 0 & \mathbf{1} & \mathbf{1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 7 \\
0 & \mathbf{1} & 0 & 0 & \mathbf{1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 8 \\
0 & \mathbf{1} & 0 & 0 & \mathbf{1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 9 \\
0 & \mathbf{1} & 0 & 0 & \mathbf{1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 10 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 11
\end{array}.
$$

Матрица $\boldsymbol{P}$, задавая отношение параллельности на множестве мест расширенной α-сети, представляет также отношение параллельности на множестве цепочек алгоритма управления.

Каждый переход α-сети и ее расширенного аналога просматривается только один раз, соответственно сложность алгоритма линейно зависит от числа переходов α-сети.

Заключение

Известные методы определения отношения параллельности на множестве цепочек алгоритма управления, базирующиеся на традиционных α-сетях, строят это отношение с разной степенью избыточности. Они полезны на некоторых стадиях анализа и канонизации алгоритмов управления [5]. Например, при нахождении множества γ_i гасимых цепей в операциях гашения типа «$\rightarrow *$» (погасить все выполняемые цепочки) и «$\rightarrow * ' \gamma_k$» (погасить все цепочки, кроме входящих в γ_k). При схемной реализации алгоритма управления важно более точно определить отношение параллельности. Предлагаемый в настоящей работе метод позволяет это сделать для корректного алгоритма логического управления в том случае, когда непараллельность цепочек при реализации алгоритма управления обусловливается наличием операций гашения, не отображаемых в α-сети.

Список литературы

1. Закревский, А.Д. Параллельные алгоритмы логического управления / А.Д. Закревский // Докл. АН БССР. – 1982. – Т. 26. – № 12. – С. 1088–1091.

2. Закревский, А.Д. Параллельные алгоритмы логического управления / А.Д. Закревский. – Минск: Ин-т техн. кибернетики НАН Беларуси, 1999. – 202 с.

3. Василенок, В.К. Анализ корректности алгоритмов управления, представленных в языке ПРАЛУ / В.К. Василенок // Логическое проектирование дискретных систем: сб. науч. тр. – Минск: Ин-т техн. кибернетики НАН БССР, 1984. – С. 78–88.

4. Ковалев, А.В. К декомпозиции параллельных алгоритмов логического управления / А.В. Ковалев, Ю.В. Поттосин // Автоматика и вычислительная техника. – 1988. – № 1. – С. 8–13.

5. Черемисинова, Л.Д. Реализация параллельных алгоритмов логического управления / Л.Д. Черемисинова. – Минск: ОИПИ НАН Беларуси, 2002. – 246 с.

6. Поттосин, Ю.В. Кодирование состояний асинхронного параллельного автомата кодами минимальной длины уравнений / Ю.В. Поттосин // Вестник Томского гос. ун-та. Приложение № 1. – Томск, 2002. – С. 110–115.

7. Cheremisinova, L.D. Optimal State Assignment of Asynchronous Parallel Automata / L.D. Cheremisinova // Design of embedded Control Systems. – Springer, 2005. – P. 125–137.

8. Zakrevskij, A. D. A quick algorithm for state assignment in parallel automata / A.D. Zakrevskij, I.V. Vasilkova // Proc. of the Third Int. conf. on Computer-Aided Design of Discrete Devices (CAD DD'99). Minsk, Nov. 1999. – Vol. 1. – Minsk: UIIP of NAS of Belarus. – P. 40–44.

9. Красильникова, Л.В. Поиск отношения параллельности на множестве меток алгоритма управления / Л.В. Красильникова, Л.Д. Черемисинова. – Минск, 1990. – 16 с. – (Препринт / Акад. наук БССР, Ин-т техн. кибернетики; № 9).

10. Питерсон, Дж. Теория сетей Петри и моделирование систем / Дж. Питерсон. – М.: Мир, 1984. – 264 с.

11. Закревский, А.Д. Основы логического проектирования. Комбинаторные алгоритмы дискретной математики: в 2 кн. Кн. 1 / А.Д. Закревский, Ю.В. Поттосин, Л.Д. Черемисинова. – Минск: ОИПИ НАН Беларуси, 2004. – 226 с.

12. Ковалев, А.В. О нахождении отношения параллельности на множестве мест одного подкласса сетей Петри / А.В. Ковалев // Весці АН БССР. Сер. фіз.-мат. навук. – 1989. – № 2. – С. 106–110.

13. Поттосин, Ю.В. Установление параллельности мест алгоритма управления с помощью решения системы логических уравнений / Ю.В. Поттосин // Логическое проектирование: сб. науч. тр. – Минск: Ин-т техн. кибернетики НАН Беларуси, 1999. – Вып. 4. – С. 102–109.

Поступила 14.09.06

Объединенный институт проблем
информатики НАН Беларуси,
Минск, Сурганова, 6
e-mail: *cld@newman.bas-net.by*

L.D. Cheremisinova

COMPUTATION OF THE CONCURRENCY RELATION ON A SET OF CHAINS OF A CONTROL ALGORITHM

The problem under consideration is to compute the concurrency relation between the chain labels of a correct control algorithm. The case is investigated when transitions structure between algorithm chains is described with α-net, that could be unsafe, while the algorithm correctness is ensured by means of special operations – killing operations – that change execution sequence of algorithm chains and are not reflected with α-net.