

УДК 621.37

С.Г. Алексеев, С.В. Абламейко

## УПРОЩЕННЫЕ МОДЕЛИ ДЛЯ РАСЧЕТА ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ИНДУКЦИОННЫХ СИСТЕМ ДИГИТАЙЗЕРОВ

*На основе декомпозиции индукционных систем дигитайзеров на элементарные пары взаимодействующих проводников типа линейная координатная шина с током – кольцевой приемный контур рассчитываются амплитудно-координатные характеристики фазомодулированных сигналов наведенных ЭДС, исследуется методическая погрешность координатных измерений. Приводятся расчетные формулы для выбора подходящих параметров конструкций реальных индукционных контуров датчиков координат.*

### Введение

Проблема автоматизации ввода графических изображений разрабатывается на протяжении нескольких последних десятилетий, тем не менее сколь-нибудь универсальных решений до настоящего времени не найдено. Возможно, что они не будут найдены в принципе из-за бесконечного разнообразия самих графических изображений и документов, физических носителей графической информации, на которых они размещаются, технических средств для считывания и преобразования их в цифровую форму и т. д. Поэтому дальнейшие исследования данной проблемы, и в частности разработка новых модификаций технических средств ввода и математических моделей для их анализа и проектирования, по-прежнему остаются актуальными. Стимулом к проведению данных работ еще в начале 1970-х гг. послужила идея цифрового моделирования информации о местности, заложенной в топографических и специальных картах. Именно тогда Институт технической кибернетики АН БССР (ныне Объединенный институт проблем информатики НАН Беларуси) был определен головным исполнителем по разработке и изготовлению комплекса технических и программных средств создания, хранения, обновления и выдачи цифровых карт местности (ЦКМ) и автоматизированного управления базой цифровых картографических данных (БЦКД) [1, 2]. В число основных направлений работ по БЦКД входило создание комплексов устройств автоматизации считывания графической информации с топографических карт и составления ЦКМ. Этим было занято значительное число сотрудников института и Центрального КБ АН БССР. К важнейшим результатам данного периода по вводу графической информации следует отнести разработку и создание высокоточных планшетных устройств ручного ввода «Планшет-Р» и «Планшет-РА», серийно освоенных промышленностью (ПО «Комета», Ульяновск, Россия). Позже (1990–1992) накопленный опыт разработок планшетных средств ввода послужил основой для создания и изготовления крупной серии в 5000 шт. дигитайзеров УВГ1-01 и УВГ1-02 [3].

Одним из недостатков БЦКД со временем стала технология ручного ввода. Затем последовали переход на растровые методы цифрования с помощью сканеров и разработка программного обеспечения для векторизации растровых копий картографических данных [4], однако сканирование крупноформатных документов формата более А3 (карт местности, чертежей, топографических планов и др.) и сейчас представляет трудности ввиду дороговизны сканирующего оборудования.

На протяжении последних пяти лет в Объединенном институте проблем информатики НАН Беларуси ведутся работы по созданию технологии пофрагментного растрового ввода произвольных графических изображений на базе крупноформатных дигитайзеров и планшетных сканеров. Основным результатом данных работ является разработка семейства аппаратно-программных комплексов ввода крупноформатных изображений на базе планшетного дигитайзера и сканера [5]. Эти результаты уже внедрены в ряде организаций республики.

Следующим значительным результатом стало создание секционных координатных матриц для крупноформатных дигитайзеров, состоящих из конструктивно разделенных малоформатных частей (секций) формата А3. К этому привели трудности, связанные с отсутствием возможности производства в Республике Беларусь крупноформатных координатных матриц форматов А2 и выше. Появившийся в результате данных работ новый класс устройств – секционные дигитайзеры – в настоящее время не имеет аналогов на рынке.

Следует также отметить, что сами дигитайзеры по-прежнему пользуются спросом. Они широко применяются в геоинформационных системах для работ по оцифровке изображений, в легкой промышленности для оцифровки лекал и последующего компьютерного моделирования эскизов одежды, а также в САД-системах [6, 7].

Разработка подобных технических решений требует проведения ряда инженерных расчетов на основе математического моделирования взаимодействия их индукционных систем. Между тем названные индукционные системы являются геометрически и технически достаточно сложными конструкциями. Для их описания в терминах математики и последующего анализа требуются значительные затраты ресурсов и времени. При этом зачастую исчезает наглядность расчетов и полученных результатов. Поэтому сложные системы проводников условно разбивают на более простые составляющие и в дальнейшем оперируют именно с их математическими моделями.

В настоящей статье авторы также придерживаются этой традиции. Вначале даются общие сведения об индукционных системах дигитайзеров. Затем рассматривается математическая модель взаимодействия бесконечно длинной координатной шины с током и кольцевого контура датчика координат. Далее с помощью такого подхода моделируется индукционная система дигитайзера с фазовым способом считывания координат, исследуются амплитудно-координатные характеристики фазомодулированных сигналов наведенных ЭДС, приводятся формулы для нахождения значений конструктивных параметров индукционных систем, обеспечивающих минимизацию методической погрешности измерений.

## **1. Индукционная система дигитайзера развертывающего преобразования. Амплитудно-координатные характеристики**

Индукционные системы дигитайзеров в общем случае состоят из матриц линейных проводников электрического тока и индуктивно связанных с ними контуров датчиков координат. Последние чаще всего имеют форму коротких цилиндрических однослойных или намотанных в несколько слоев катушек индуктивности с определенными радиусами намотки, подбираемыми из конструктивных и эргономических соображений.

Индукционная система координатной матрицы дигитайзера обычно состоит из двух групп линейных проводников электрического тока (координатных шин). Каждая группа координатных шин предназначена для считывания координат в направлении одной из координатных осей. Координатные шины подключаются к электронному блоку дигитайзера по-разному. В устройствах развертывающего преобразования они связаны с остальной схемой электронного блока через коммутатор и в процессе работы подключаются поочередно к источнику возбуждения магнитного поля. Таким способом реализуется развертка магнитных полей, возбуждаемых протекающими по шинам токами, во времени. Магнитное поле тока очередной возбужденной координатной шины наводит в приемном контуре датчика координат ЭДС взаимной индукции. При прочих равных условиях ЭДС является функцией расстояния от оси координатной шины до датчика координат. Огибающая последовательности поочередно наведенных ЭДС представляет собой нечетную двухэкстремальную функцию с нулем в точке вдоль оси измерений, совпадающим с проекцией центра датчика координат на эту ось. Наряду с таким классическим способом существует множество его модификаций. При этом в реализации текущего отсчета координаты участвует, например, пара соседних координатных шин. Обе шины находятся в это время по разные стороны от проекции центра датчика на поверхность рабочего поля дигитайзера. Известно и множество иных способов развертывающего преобразования, принципиально не отличающихся от вышеописанного.

Введем в рассмотрение пространственную систему координат  $Oxyz$  с расположенной по ее оси  $Ox$  одиночной бесконечно длинной координатной шиной с током  $i = i(t)$ \*. Направление мгновенного значения тока будем считать совпадающим с положительным направлением оси  $Ox$ . Плоскость расположения координатных шин координатной матрицы дигитайзера совместим с координатной плоскостью  $Oxy$ . Ток  $i(t)$  порождает в окружающем координатную шину пространстве магнитное поле с переменным значением магнитной индукции  $\vec{B}(x, y, z) = \mu_0 \vec{H}(x, y, z)$ , где  $\vec{H}$  – вектор напряженности магнитного поля в точке  $(x, y, z)$ ,  $\mu_0$  – физическая константа.

Поместим в зону действия магнитного поля тока  $i(t)$  индукционный контур датчика координат дигитайзера в виде одиночного кольцевого витка радиуса  $r$  с центром в точке  $(x_0, y_0, z_0)$ . Расположим виток параллельно плоскости  $Oxy$  на высоте  $z_0 = h$ . Магнитное поле тока возбуждает в контуре датчика ЭДС взаимной индукции  $e = -M \frac{d}{dt} i(t)$ , где  $M$  – взаимная индуктивность взаимодействующих контуров. В рассматриваемом случае наведенная ЭДС пропорциональна интегралу [8]:

$$\begin{aligned} \Phi &= -\frac{1}{4\pi} \int_{\bar{S}} B_Z(x, y, h) dx dy = -\frac{\mu_0}{4\pi} \int_{\bar{S}} H_Z(x, y, h) dx dy = \\ &= -\frac{\mu_0}{4\pi} \int_{y_0-r}^{y_0+r} \int_{x_0-\sqrt{r^2-(y-y_0)^2}}^{x_0+\sqrt{r^2-(y-y_0)^2}} H_Z(x, y, h) dx dy, \end{aligned} \quad (1)$$

где  $H_Z$  – вертикальная составляющая вектора напряженности магнитного поля тока  $i(t)$ :

$$H_Z = H_Z(x, y, h) = \frac{y}{y^2 + h^2} \quad [9]; \quad (2)$$

$\bar{S}$  – поверхность, стягивающая кольцевой контур радиуса  $r$ .

Подставим (2) в интеграл (1). Получим

$$\Phi = \Phi(x, y_0, h) = -\frac{\mu_0}{4\pi} \int_{y_0-r}^{y_0+r} \int_{x_0-\sqrt{r^2-(y-y_0)^2}}^{x_0+\sqrt{r^2-(y-y_0)^2}} \frac{y}{y^2 + h^2} dx dy. \quad (3)$$

Опустим в (3) константу  $\frac{\mu_0}{4\pi}$  и воспользуемся для вычисления интеграла последовательностью действий, аналогичных приведенным в [10]. Получим

$$\Phi = \Phi(x, y_0, h) = - \int_{y_0-r}^{y_0+r} \frac{y}{y^2 + h^2} \int_{x_0-\sqrt{r^2-(y-y_0)^2}}^{x_0+\sqrt{r^2-(y-y_0)^2}} dx dy = -2 \int_{y_0-r}^{y_0+r} \frac{y}{y^2 + h^2} \sqrt{r^2 - (y - y_0)^2} dy. \quad (4)$$

\* Аппроксимация координатной шины ее бесконечно протяженным эквивалентом справедлива при решении множества задач по расчету дигитайзеров. Исключения составляют задачи оценки так называемого «краевого эффекта». Практически, влияние конечной длины координатной шины следует учитывать на расстоянии полутора – двух диаметров индукционной катушки датчика координат, отсчитанных от концов координатной шины. Именно в таких пределах заметно наблюдается «краевой эффект» в большинстве дигитайзеров, основанных на различных способах координатных измерений.

Ряд элементарных преобразований интеграла (4) приводит к сумме четырех интегралов:

$$\begin{aligned} \Phi &= 2\left[-\int_0^{\pi} r \cos \varphi d\varphi + \int_0^{\pi} y_0 d\varphi + \right. \\ &+ \int_0^{\pi} \frac{r(r^2 - y_0^2 + h^2) \cos \varphi}{r^2 \cos^2 \varphi + 2ry_0 \cos \varphi + y_0^2 + h_0^2} d\varphi + \\ &\left. + \int_0^{\pi} \frac{y_0(r^2 - y_0^2 + h^2)}{r^2 \cos^2 \phi + 2ry_0 \cos \phi + y_0^2 + h_0^2} d\phi\right]. \end{aligned} \quad (5)$$

Первый интеграл равен нулю, второй –  $\pi y_0$ . Остальные два после применения универсальной подстановки  $\operatorname{tg} \frac{t}{2} = \theta$  приобретают вид табличных интегралов [11, 12]:

$$I_1 = 2r(r^2 - y_0^2 + h^2) \int_0^{\infty} \frac{(1 - \theta^2) d\theta}{a\theta^4 + b\theta^2 + c}; \quad (6)$$

$$I_2 = 2y_0(r^2 - y_0^2 - h^2) \int_0^{\infty} \frac{(1 - \theta^2) d\theta}{a\theta^4 + b\theta^2 + c}, \quad (7)$$

где  $a = (r - y_0)^2 + h^2$ ,  $b = 2(y_0^2 + h^2 - r^2)$ ,  $c = (r + y_0)^2 + h^2$ .

Окончательный результат интегрирования:

$$\Phi = \Phi(y_0, r, h) = 2\pi \cdot \left[ y_0 + \frac{1}{\sqrt{2\sqrt{ac} + b}} \left( \frac{\alpha + \beta}{\sqrt{c}} - \frac{\alpha - \beta}{\sqrt{a}} \right) \right], \quad (8)$$

где  $\alpha = r(r^2 - y_0^2 + h^2)$ ,  $\beta = y_0(r^2 - y_0^2 - h^2)$ , а параметры  $a, b$  и  $c$  определяются формулой (7). По форме выражение (8) совпадает с ранее полученным результатом [10, формула (2)], отличаясь новым (уточненным) значением параметра  $c$ .

Рассмотрим предельный (гипотетический) случай, когда кольцевой контур датчика координат расположен в одной плоскости ( $Oxy$ ) с координатной шиной ( $h=0$ ). Из формулы (2) следует, что координатная составляющая напряженности магнитного поля  $H_z = \frac{1}{y}$ . С учетом этого

интеграл (4) приобретает вид

$$\Phi = \int_{y_0-r}^{y_0+r} \frac{1}{y} \int_{x_0-\sqrt{r^2-(y-y_0)^2}}^{x_0+\sqrt{r^2-(y-y_0)^2}} dx dy = 2 \int_{y_0-r}^{y_0+r} \frac{\sqrt{r^2-(y-y_0)^2}}{y} dy. \quad (9)$$

Замена переменной на  $y = y_0 + r \sin t$  дает

$$\begin{aligned} \Phi &= 2r^2 \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos^2 t dt}{r \sin t + y_0} = \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{2r^2 \sin^2 t - 2r^2}{r \sin t + y_0} dt = \\ &= -2 \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} r \sin t dt + 2 \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} y_0 dt + 2(r^2 - y_0^2) \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{dt}{r \sin t + y_0}. \end{aligned} \quad (10)$$

По аналогии с предыдущим случаем первый интеграл равен нулю, второй –  $2\pi y_0$ . Третий интеграл табличный [11]. Окончательный результат решения интеграла (9) выглядит следующим образом:

$$\Phi = 2\pi y_0 + \begin{cases} -4\sqrt{y_0^2 - r^2} \left( \operatorname{arctg}\left(\frac{y_0 + r}{\sqrt{y_0^2 - r^2}}\right) - \operatorname{arctg}\left(\frac{r - y_0}{\sqrt{y_0^2 - r^2}}\right) \right) & \text{и } \delta \text{è } y_0^2 > r^2 \text{ è } h = 0, \\ 0 & \text{и } \delta \text{è } y_0^2 \leq r^2 \text{ è } h = 0. \end{cases} \quad (11)$$

Объединяя результаты вычисления интегралов (4) и (9), получим

$$\Phi = 2\pi y_0 + \begin{cases} \frac{2\pi}{\sqrt{2\sqrt{ac} + b}} \left( \frac{\alpha + \beta}{\sqrt{c}} - \frac{\alpha - \beta}{\sqrt{a}} \right) & \text{и } \delta \text{è } h > 0; \\ -4\sqrt{y_0^2 - r^2} \left( \operatorname{arctg}\left(\frac{y_0 + r}{\sqrt{y_0^2 - r^2}}\right) - \operatorname{arctg}\left(\frac{r - y_0}{\sqrt{y_0^2 - r^2}}\right) \right) & \text{и } \delta \text{è } y_0^2 > r^2 \text{ è } h = 0; \\ 0 & \text{и } \delta \text{è } y_0^2 \leq r^2 \text{ è } h = 0. \end{cases} \quad (12)$$

В формуле (12) величины  $a, b, c, \alpha$  и  $\beta$  такие же, как в формулах (7) и (8).

Зафиксируем параметры  $r$  и  $h$ . Тогда наведенная ЭДС при прочих равных условиях зависит только от текущих значений координат  $y_0$ . Эту зависимость называют амплитудно-координатной характеристикой (АКХ). Встречаются и другие названия [13]. В рассмотренном случае АКХ представляет собой нечетную двухэкстремальную функцию, асимптотически стремящуюся к нулю при  $y_0 \rightarrow \pm\infty$ .

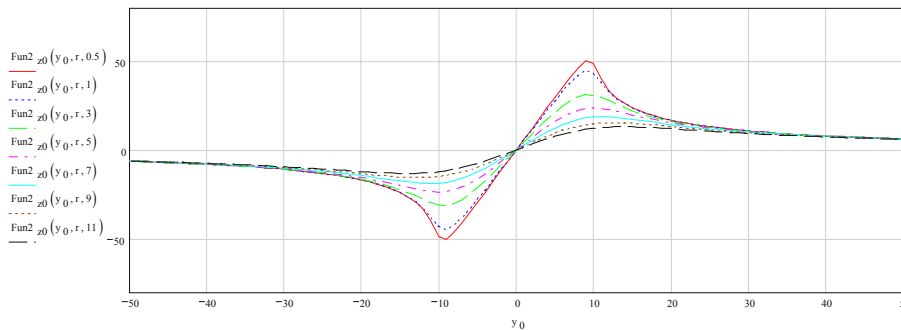


Рис. 1. Графики АКХ для  $h = 0,5, 1, 3, 5, 7, 9, 11$  мм и  $r = 10$  мм

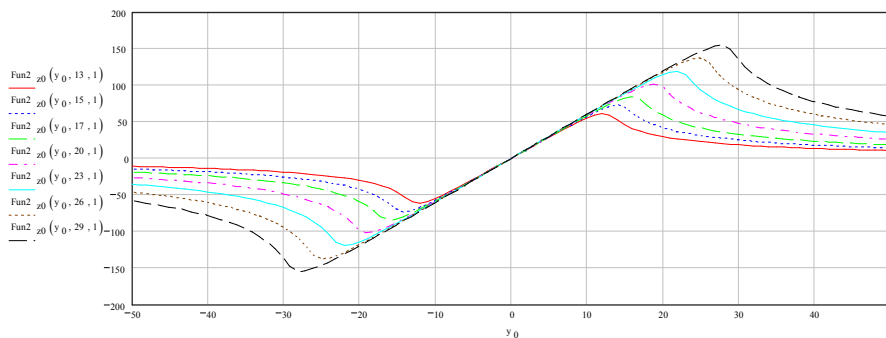
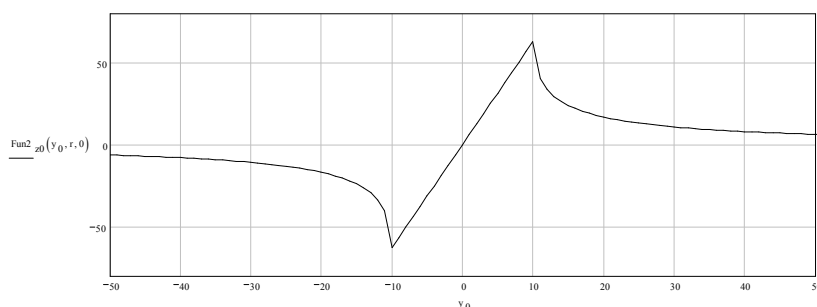


Рис. 2. Графики семейства АКХ для  $h = 1$  мм и  $r = 13, 15, 17, 20, 23, 26, 29$  мм

Рис. 3. График АКХ для  $h = 0$  мм и  $r = 10$  мм

Из рис. 1–3 видно то, что АКХ является нечетной относительно  $y_0 = 0$  двухэкстремальной функцией от  $y_0$  с нулевой асимптотикой, которая при  $-r < y_0 < r$  и  $h > 0$  мало отличается от линейной, а при  $h = 0$  в обозначенных пределах строго линейна. Это обстоятельство используют в дигитайзерах развертывающего преобразования с отсчетами координат по значениям амплитуд сигналов наведенных ЭДС. При поочередном импульсном возбуждении координатных шин матрицы в направлении каждой координатной оси в приемном контуре фиксируется временная последовательность дискретных сигналов наведенных ЭДС, огибающая которых является нечетной функцией текущей координаты и времени. Низкочастотная фильтрация названной последовательности сигналов с фиксацией момента перехода результирующего отфильтрованного сигнала через установленное (например, нулевое) пороговое значение приводит к искомой координате. Аналогичные графики получены в [13] численным интегрированием.

## 2. Индукционная система дигитайзера непрерывного преобразования. Амплитудно-координатные характеристики. Фазовые соотношения

Значительную часть современных электромагнитных дигитайзеров составляют устройства непрерывного преобразования, в которых выгодно используются свойства рассмотренных выше АКХ (непрерывность, нечетность, двухэкстремальность, нулевая асимптотика). В дигитайзерах этого класса отсчеты координат производят по фазовому рассогласованию между некоторым опорным синусоидальным сигналом  $i(t) = I_m \sin \omega t$ , где  $I_m$  – амплитуда,  $\omega$  – циклическая частота,  $t$  – время, и фазомодулированным сигналом той же частоты с начальной фазой, пропорциональной измеряемой координате.

Типовая схема индукционной системы координатной матрицы дигитайзера непрерывного преобразования в направлении каждой координатной оси в простейшем случае состоит из двух сеток последовательно соединенных координатных шин. Схема соединения координатных шин сетки короткими переключками напоминает форму двоично-квантованной функции с одинаковыми интервалами единичных и нулевых значений (меандр). В пределах сетки соседние координатные шины уложены с одинаковым шагом  $\Delta$ . Сами сетки расположены одна относительно другой со сдвигом  $0,5\Delta$  (находятся в квадратуре). В соответствии с укладкой одну из сеток называют условно синусной сеткой, другую – косинусной. Смысл этих названий прояснится в процессе дальнейшего изложения. Синусная и косинусная сетки могут быть электрически активными, т. е. выступать в роли формирователей магнитных полей, либо пассивными. Пассивные сетки являются приемниками магнитного поля, формируемого цилиндрическим контуром с током  $i(t) = I_m \sin \omega t$  датчика координат.

В первом случае в синусную и косинусную сетки одновременно подаются синусоидальные токи. Синусную сетку возбуждают синусоидальным током  $i_1(t) = I_m \sin \omega t$ , косинусную – синусоидальным током  $i_2(t) = -I_m \cos \omega t$ . Магнитные поля токов  $i_1(t)$  и  $i_2(t)$  наводят в приемном цилиндрическом контуре датчика координат ЭДС взаимоиндукции

$$e_{\sin} = -M_{\sin} \frac{d}{dt} i_1(t) \text{ и } e_{\cos} = -M_{\cos} \frac{d}{dt} i_2(t), \quad (13)$$

где  $M_{\sin}$  и  $M_{\cos}$  – взаимные индуктивности соответственно синусной и косинусной сеток датчика координат. В катушке датчика координат формируется результирующий фазомодулированный синусоидальный сигнал

$$e_{\Sigma} = -I_m \omega (M_{\sin} \cos \omega t + M_{\cos} \sin \omega t). \quad (14)$$

В современных дигитайзерах чаще применяют другую схему формирования фазомодулированного сигнала. Согласно этой схеме в индукционную катушку датчика координат подают переменный ток  $i(t) = I_m \sin \omega t$ , а обе сетки (синусная и косинусная) являются приемниками излучения. Переменный ток постоянной амплитуды  $i(t) = I_m \sin \omega t$  порождает в окружающем пространстве переменное магнитное поле. Магнитное поле наводит в каждой сетке проводников ЭДС взаимной индукции

$$e_{\sin} = -M_{\sin} \frac{d}{dt} i(t); \quad e_{\cos} = -M_{\cos} \frac{d}{dt} i(t), \quad (15)$$

где  $M_{\sin}$  и  $M_{\cos}$  – по-прежнему взаимные индуктивности синусной и косинусной сеток датчика координат.

ЭДС, наводимая в косинусной сетке, подвергается временному сдвигу на  $\frac{\pi\omega}{2}$ , и обе ЭДС суммируются. Считываемая координата в обоих случаях пропорциональна фазовому рассогласованию между результирующим сигналом (14) и опорным сигналом нулевой фазы. Параметры индуктивных систем матрицы и датчика координат (шаг  $\Delta$  укладки координатных шин, средний радиус  $r$  индукционной катушки датчика координат и высота  $h$  расположения датчика координат над плоскостью размещения координатных шин) подбираются расчетным путем либо экспериментально таким образом, чтобы начальная фаза фазомодулированного сигнала  $e_{\Sigma}$  была прямо пропорциональна измеряемой координате. Поэтому как в устройствах развертывающего преобразования, так и в дигитайзерах непрерывного преобразования в качестве элементарных звеньев взаимодействующих индукционных систем выступают элементарные пары проводников электрического тока: линейная координатная шина конечной длины – цилиндрический контур датчика координат. При расчетах физические (реальные) координатные шины заменяют бесконечно тонкими линейными проводниками. Цилиндрические контуры моделируют одиночным кольцевым контуром среднего радиуса  $r$  или некоторой совокупностью подобных контуров. На таких абстрактных моделях разными авторами построены многие математические модели для анализа и проектирования дигитайзеров (см., например, [13, 14]). Не отступая от этих традиций, продолжим исследования в данном направлении.

Предположим, что ось нулевой шины синусной сетки совпадает с осью  $Ox$  прямоугольной системы координат, а последующие  $N$  шин уложены в плоскости  $Oxy$  с шагом  $\Delta$  в сторону положительных значений оси  $Oy$ . Предположим также, что свободные концы синусной сетки соединены с ее выходами: один непосредственно, а другой – через параллельно соединенные перемычками нулевую и дополнительную  $(N+1)$ -ю координатные шины так называемого токоотводящего контура, расположенные на расстояниях  $\Delta$  от первой и  $N$ -й шин сетки соответственно.

Исходя из принятых величин и направлений токов в  $i$ -й координатной шине синусной сетки и в шинах токоотводящего контура, по аналогии с (2) можно записать

$$H_{z,i}^{\sin} = (-1)^i I_m \sin \omega t \frac{y - i\Delta}{(y - i\Delta)^2 + h^2}, \quad i = \overline{1, N}; \quad (16)$$

$$H_{z,0}^{\sin} = 0,5I_m \sin \omega t \frac{y}{y^2 + h^2}; \quad (17)$$

$$H_{z,(N+1)}^{\sin} = (-1)^{N+1} 0,5I_m \sin \omega t \frac{y - (N+1)\Delta}{(y - (N+1)\Delta)^2 + h^2}. \quad (18)$$

В формулах (16)–(18)  $H_{z,i}^{\sin}, H_{z,-1}^{\sin}, \dots, H_{z,(N+1)}^{\sin}$  – вертикальные составляющие векторов напряженности магнитных полей токов, протекающих по  $i$ -м координатным шинам синусной и косинусной сеток и соответствующим координатным шинам токоотводящих контуров. Коэффициенты 0,5 в формулах (17) и (18) означают, что токи в токоотводящих контурах имеют половинные значения в отличие от токов в остальных координатных шинах обеих сеток.

Полагая по-прежнему взаимные индуктивности координатных шин синусной сетки и кольцевого контура указателя координат с точностью до знака пропорциональными интегралу от вертикальных составляющих (16)–(18) вектора напряженности магнитного поля в текущей точке  $(x,y,z)$  пространства, взятому по поверхности  $S$ , которая стягивает упомянутый контур датчика радиуса  $r$ , имеем

$$\begin{aligned} e_{i,\sin} &= e_{i,\sin}(y, t, \Delta, r, h) = (-1)^i \frac{d}{dt} (I_m \sin \omega t) \int_S \frac{y - i\Delta}{(y - i\Delta)^2 + h^2} dS = \\ &= (-1)^i (I_m \omega \cos \omega t) \int_S \frac{y - i\Delta}{(y - i\Delta)^2 + h^2} dS, \quad i = \overline{1, N}; \end{aligned} \quad (19)$$

$$e_{0,\sin} = e_{0,\sin}(y, t, \Delta, r, h) = \frac{d}{dt} (0,5I_m \sin \omega t) \int_S \frac{y}{y^2 + h^2} dS = 0,5I_m \omega \cos \omega t \int_S \frac{y}{y^2 + h^2} dS; \quad (20)$$

$$\begin{aligned} e_{(N+1),\sin} &= e_{(N+1),\sin}(y, t, \Delta, r, h) = (-1)^{N+1} \frac{d}{dt} (0,5I_m \sin \omega t) \int_S \frac{y - (N+1)\Delta}{(y - (N+1)\Delta)^2 + h^2} dS = \\ &= (-1)^{N+1} 0,5I_m \omega \cos \omega t \int_S \frac{y - (N+1)\Delta}{(y - (N+1)\Delta)^2 + h^2} dS. \end{aligned} \quad (21)$$

Результирующая ЭДС суммарного воздействия всех токов, протекающих по координатным шинам синусной сетки и ее токоотводящего контура, в приемном кольцевом контуре радиуса  $r$  с центром в точке  $(x_0, y_0, h_0)$  в соответствии с принципом суперпозиции равна алгебраической сумме ЭДС, записанных формулами (19)–(21):

$$E_{\sin} = E_{\sin}(y_0, t, \Delta, r, h) = e_{0,\sin} + \sum_{i=1}^N (-1)^i e_{i,\sin} + e_{(N+1),\sin}. \quad (22)$$

В развернутом виде с учетом результатов интегрирования (4), представленных формулой (12),

$$E_{\sin} = E_{\sin}(y_0, t, \Delta, r, h) = A_m^{\sin} \cos \omega t, \quad (23)$$

где

$$\begin{aligned} A_m^{\sin} &= A_m^{\sin}(y_0, \Delta, r, h) = I_m \omega \pi \left\{ \left[ y_0 + \frac{1}{\sqrt{2\sqrt{a_0 c_0} + b_0}} \left( \frac{\alpha_0 + \beta_0}{\sqrt{c_0}} - \frac{\alpha_0 - \beta_0}{\sqrt{a_0}} \right) \right] + \right. \\ &+ 2 \sum_{i=1}^N (-1)^i \left[ y_0 - i\Delta + \frac{1}{\sqrt{2\sqrt{a_i c_i} + b_i}} \left( \frac{\alpha_i + \beta_i}{\sqrt{c_i}} - \frac{\alpha_i - \beta_i}{\sqrt{a_i}} \right) \right] + \\ &\left. + (-1)^{N+1} \left[ y_0 - (N+1)\Delta + \frac{1}{\sqrt{2\sqrt{a_{N+1} c_{N+1}} + b_{N+1}}} \left( \frac{\alpha_{N+1} + \beta_{N+1}}{\sqrt{c_{N+1}}} - \frac{\alpha_{N+1} - \beta_{N+1}}{\sqrt{a_{N+1}}} \right) \right] \right\}. \end{aligned} \quad (24)$$



Здесь

$$\begin{aligned}
\alpha_0 &= r(r^2 - y_0^2 + h^2); \beta_0 = y_0(r^2 - y_0^2 - h^2); a_0 = (r - y_0)^2 + h^2; \\
b_0 &= 2(y_0^2 - r^2 + h^2); c_0 = (r + y_0)^2 + h^2; \alpha_i = r(r^2 - (y_0 - i\Delta)^2 + h^2); \\
\beta_i &= (y_0 - i\Delta)(r^2 - (y_0 - i\Delta)^2 - h^2); a_i = (r - (y_0 - i\Delta))^2 + h^2; \\
b_i &= 2((y_0 - i\Delta)^2 + r^2 + h^2); c_i = (r + (y_0 - i\Delta))^2 + h^2; \\
\alpha_{N+1} &= r(r^2 - (y_0 - (N+1)\Delta)^2 + h^2); \\
\beta_{N+1} &= (y_0 - (N+1)\Delta)(r^2 - (y_0 - (N+1)\Delta)^2 - h^2); \\
a_{N+1} &= (r - (y_0 - (N+1)\Delta))^2 + h^2; b_{N+1} = 2((y_0 - (N+1)\Delta)^2 - r^2 + h^2); \\
c_{N+1} &= (r + (y_0 - (N+1)\Delta))^2 + h^2.
\end{aligned} \tag{25}$$

По условию косинусная сетка находится в квадратуре к синусной сетке, т. е. сдвинута относительно последней, например, в сторону отрицательных значений по оси  $Oy$  на величину  $0,5\Delta$ . В остальном ее конфигурация идентична конфигурации синусной сетки. С учетом этого и в соответствии с принципом суперпозиции для результирующей ЭДС в приемном контуре датчика координат подобно (23) и (24) имеем

$$E_{\cos} = E_{\cos}(y_0, t, \Delta, r, h) = A_m^{\cos} \sin \omega t, \tag{26}$$

где

$$\begin{aligned}
A_m^{\cos} &= A_m^{\cos}(y_0, \Delta, r, h) = I_m \omega \pi \left\{ [\tilde{y}_0 + \frac{1}{\sqrt{2\sqrt{\tilde{a}_0\tilde{c}_0} + \tilde{b}_0}} \left( \frac{\tilde{\alpha}_0 + \tilde{\beta}_0}{\sqrt{\tilde{c}_0}} - \frac{\tilde{\alpha}_0 - \tilde{\beta}_0}{\sqrt{\tilde{a}_0}} \right)] + \right. \\
&+ 2 \sum_{i=1}^N (-1)^i [\tilde{y}_0 - i\Delta + \frac{1}{\sqrt{2\sqrt{\tilde{a}_i\tilde{c}_i} + \tilde{b}_i}} \left( \frac{\tilde{\alpha}_i + \tilde{\beta}_i}{\sqrt{\tilde{c}_i}} - \frac{\tilde{\alpha}_i - \tilde{\beta}_i}{\sqrt{\tilde{a}_i}} \right)] + \\
&\left. + (-1)^{N+1} [\tilde{y}_0 - (N+1)\Delta + \frac{1}{\sqrt{2\sqrt{\tilde{a}_{N+1}\tilde{c}_{N+1}} + \tilde{b}_{N+1}}} \left( \frac{\tilde{\alpha}_{N+1} + \tilde{\beta}_{N+1}}{\sqrt{\tilde{c}_{N+1}}} - \frac{\tilde{\alpha}_{N+1} - \tilde{\beta}_{N+1}}{\sqrt{\tilde{a}_{N+1}}} \right)] \right\}.
\end{aligned} \tag{27}$$

Формула (26) отличается от (23) тем, что вместо функции  $\cos \omega t$  в ее правой части фигурирует функция  $\sin \omega t$ , а параметры  $\tilde{a}, \tilde{b}, \tilde{c}, \tilde{\alpha}$  и  $\tilde{\beta}$  в (27) отличаются от  $a, b, c, \alpha$  и  $\beta$  в соотношениях (25) тем, что в их записях принято новое значение для  $y_0$ , а именно  $\tilde{y}_0 = y_0 + 0,5\Delta$ , например:

$$\begin{aligned}
\tilde{\alpha}_0 &= r(r^2 - \tilde{y}_0^2 + h^2) = r(r^2 - (y_0 + 0,5\Delta)^2 + h^2); \\
\cdots \\
\tilde{\alpha}_i &= r(r^2 - (\tilde{y}_0 - i\Delta)^2 + h^2) = r(r^2 - (y_0 + 0,5\Delta - i\Delta)^2 + h^2); \\
\cdots \\
\tilde{c}_{N+1} &= (r + (\tilde{y}_0 - (N+1)\Delta))^2 + h^2 = (r + (y_0 + 0,5\Delta - (N+1)\Delta))^2 + h^2.
\end{aligned} \tag{28}$$

В приемном кольцевом контуре датчика координат формируется результирующий фазомодулированный синусоидальный сигнал [15]

$$\begin{aligned}
e_{\Sigma} &= e_{\Sigma}(y_0, t, \Delta, r, h) = A_m^{\cos} \sin \omega t + A_m^{\sin} \cos \omega t = \\
&= A_m (\cos \varphi \sin \omega t + \sin \varphi \cos \omega t) = A_m \sin(\omega t + \varphi),
\end{aligned} \tag{29}$$

Начальная фаза этого сигнала в радианах

$$\varphi = \varphi(y_0, \Delta, r, h) = \operatorname{arctg} \frac{A_m^{\sin}}{A_m^{\cos}}; \quad (34)$$

и в метрических единицах

$$\varphi = \varphi(y_0, \Delta, r, h) = \frac{\Delta}{\pi} \operatorname{arctg} \frac{A_m^{\sin}}{A_m^{\cos}}. \quad (35)$$

### 3. Методическая погрешность

Традиционно дигитайзеры непрерывного преобразования проектируют в предположении, что начальная фаза (34) должна быть линейной функцией измеряемых координат, например,

$$\varphi = \varphi(y_0) = \frac{\pi}{\Delta} y_0 \text{ рад.} \quad (36)$$

При таком условии электронный блок дигитайзера почти гарантированно наименее затратен в изготовлении и эксплуатации. Однако, как и всякому технически сложному устройству с электронной схемой косвенных измерений физических величин, дигитайзерам присуща методическая погрешность, зависящая от принятого способа измерений и параметров конструкции, обеспечивающих этот процесс. В данном случае методическую погрешность с точностью до знака можно оценить по тому, насколько фаза (34) результирующего фазомодулированного сигнала (29) уклоняется от ожидаемой линейной зависимости (36) [3], т. е.

$$\begin{aligned} \delta\varphi(y_0) &= \operatorname{arctg}\left(\operatorname{tg} \frac{\pi}{\Delta} y_0\right) - \operatorname{arctg} \frac{A_m^{\sin}}{A_m^{\cos}} = \operatorname{arctg} \frac{\sin \frac{\pi}{\Delta} y_0 A_m^{\cos} - \cos \frac{\pi}{\Delta} y_0 A_m^{\sin}}{\sin \frac{\pi}{\Delta} y_0 A_m^{\sin} + \cos \frac{\pi}{\Delta} y_0 A_m^{\cos}} = \\ &= \operatorname{arctg}\left(\operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{\Delta} y_0 - \varphi\right)\right) \quad \text{дàä.} \end{aligned} \quad (37)$$

Для геометрически идентичных синусной и косинусной сеток можно воспользоваться эквивалентными разностями

$$\delta\varphi(y_0)_{\sin} = \arcsin\left(\sin \frac{\pi}{\Delta} y_0\right) - \arcsin \frac{A_m^{\sin}}{\sqrt{(A_m^{\sin})^2 + (A_m^{\cos})^2}} \quad \text{рад;} \quad (38)$$

$$\delta\phi(y_0)_{\cos} = \arccos(\cos \frac{\pi}{\Delta} y_0) - \arccos \frac{A_m^{\cos}}{\sqrt{(A_m^{\sin})^2 + (A_m^{\cos})^2}} \text{ рад.} \quad (39)$$

Для перехода к метрическим единицам необходимо домножить правые части трех последних формул на коэффициент  $\frac{\Delta}{\pi}$ . В итоге получим

$$\delta\phi(y_0)_{i \text{ в } \delta} = \frac{\Delta}{\pi} (\arctg(\tg \frac{\pi}{\Delta} y_0) - \arctg \frac{A_m^{\sin}}{A_m^{\cos}}) \text{ м. е.} \quad (40)$$

Из графиков на рис. 4 следует, что в границах размещения шин на плоскости  $Oxy$  амплитудно-координатные характеристики обеих сеток представляют приблизительно синусоидальные функции, устремляющиеся к нулю за границами сеток. Это подтверждается и графиками (рис. 5), на которых визуально прослеживается разница аргументов синусоидальных функций общего вида от аргументов их аналогов (24) и (27).

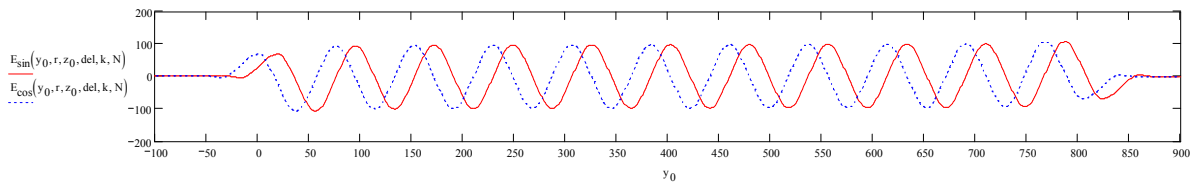


Рис. 4. Графики АКХ синусной (красный цвет) и косинусной (синий цвет) сеток как функции координаты  $y_0$

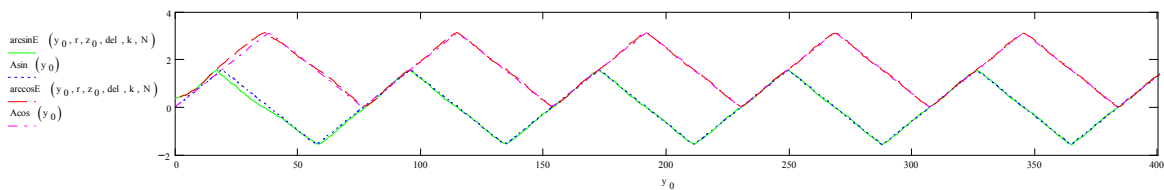


Рис. 5. Визуальное отличие аргументов синусоидальной и косинусоидальной функций общего вида и аргументов их аналогов (24) и (27)

Таким образом, методическая погрешность измерительного процесса при соблюдении требований по линейности начальной фазы зависима от множества параметров, входящих в формулу (40): шага  $\Delta$  укладки координатных шин обеих сеток, высоты  $h$  подъема кольцевого датчика над плоскостью  $Oxy$  размещения сеток и от радиуса  $r$  этого датчика. Шаг  $\Delta$  укладки координатных шин является назначаемым параметром. Из конструктивных соображений его величину в метрической системе счисления выбирают из ряда двоично-квантованных чисел: 6,4, 12,8, 19,2 мм и т. д. В дюймовой системе соответственно: четверть дюйма, половина дюйма и т. д. Высота  $h$  расположения датчика координат над координатными шинами является неуправляемым параметром, принимающим значения в пределах от 5 до 15 мм. В эти цифры входят: толщина защитного покрытия координатной матрицы (от 0,5 до 2 мм); толщина носителей графической информации (от 0,1 до 1,0 мм для бумаги и пленок, от 1 до 7 мм – для картона, фанеры и др.); толщина основания курсора, на котором размещается цилиндрический контур датчика координат (от 1,3 до 2,0 мм), и, наконец, высота самой цилиндрической катушки датчика координат (от 1,0 до 5,0 мм). Третьим важным управляемым параметром является радиус  $r$ . Этот параметр практически единственный, выбор которого делает проектировщик исходя из соображений удобства работы оператора и эстетического вида собственно курсора дигитайзера. Ограничиваясь конструкциями курсоров с «плоскими» датчиками координат типа оптически прозрачных шайб с визирными перекрестиями, отметим, что наиболее распространенными датчиками считаются тонкостенные короткие цилиндрические катушки индуктивности с ра-

диусами намотки от 10 до 20 мм. На рис. 6–8 показаны графики методической погрешности, рассчитанные по формуле (40) для некоторых характерных величин параметров  $\Delta$ ,  $h$  и  $r$ .

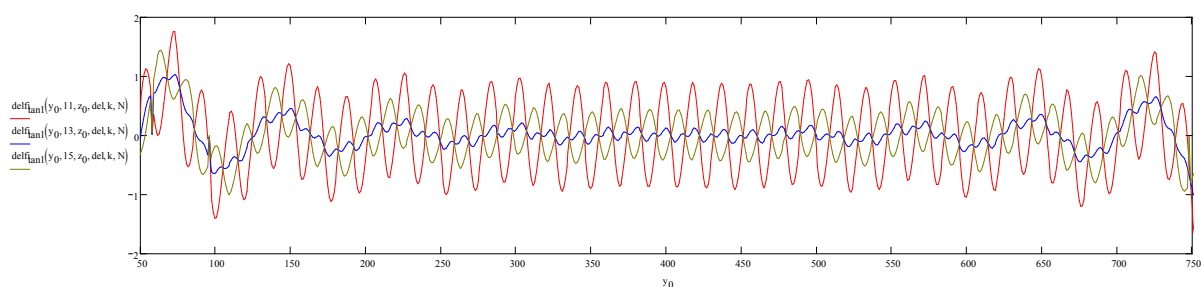


Рис. 6. Графики методической погрешности в миллиметрах, рассчитанные по формуле (40) при  $\Delta = 38,4$  мм,  $h = 5$  мм,  $r = 11$  мм (красный),  $r = 13$  мм (синий) и  $r = 15$  мм (зеленый)

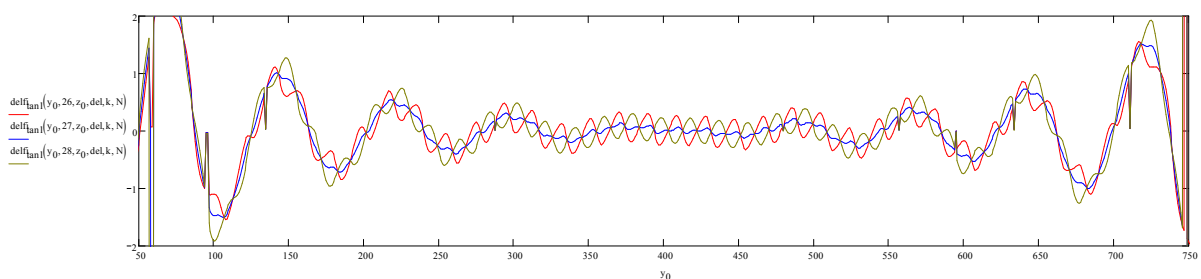


Рис. 7. Графики методической погрешности в миллиметрах, рассчитанные по формуле (40) при  $\Delta = 38,4$  мм,  $h = 5$  мм,  $r = 26$  мм (красный),  $r = 27$  мм (синий) и  $r = 28$  мм (зеленый)

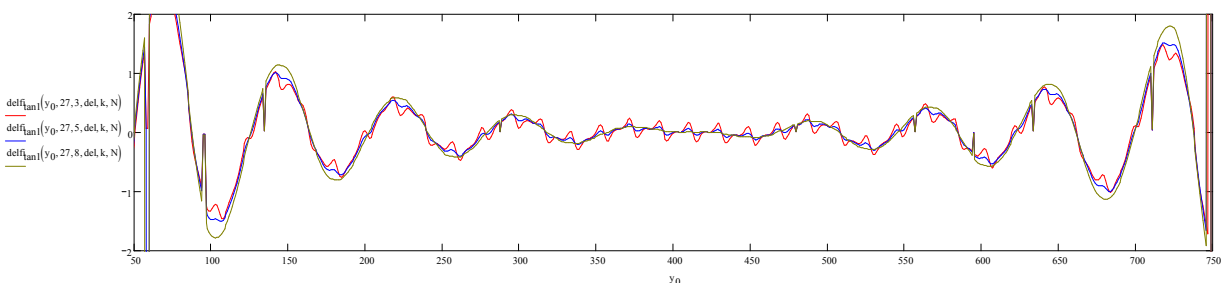


Рис. 8. Графики методической погрешности в миллиметрах, рассчитанные по формуле (40) при  $\Delta = 38,4$  мм,  $r = 27$  мм,  $h = 3$  мм (красный),  $h = 5$  мм (синий) и  $h = 8$  мм (зеленый)

Проанализировав графики на рис. 6–8, можно сделать следующие выводы:

1. Методическая погрешность – существенно нелинейная функция координаты  $y_0$ . Она включает периодические составляющие основной пространственной частоты и пятой гармоники, наблюдаемые визуально, а также некоторую нелинейную зависимость в виде выпуклой огибающей, которую на рис. 7 можно мысленно построить как огибающую. Эта огибающая проходит через точки графика, принадлежащие окрестностям их локальных экстремальных значений.

2. Методическая погрешность существенно зависит от величины радиуса  $r$  кольцевого датчика координат и имеет локальные минимумы, отвечающие в рассмотренном примере ориентировочным значениям радиусов 13,0 и 27,0 мм.

3. Составляющая методической погрешности основной пространственной частоты нелинейно возрастает от центра к границам сеток координатной матрицы, достигая при  $r=27,0$  мм значений около  $\pm 2,0$  мм, а при  $r=13,0$  мм – около  $\pm 1,0$  мм. Данная погрешность связана с конечным числом координатных шин каждой сетки и проявляется как «краевой эффект» потери

точности. При этом для меньшего радиуса ( $r=13,0$  мм) значения погрешности на периферийных зонах практически в два раза меньше, чем при  $r=27,0$  мм.

4. Составляющая погрешности в виде пятой пространственной гармоники имеет противоположную тенденцию (предположительно для других значений параметров  $\Delta, h$  и  $r$  могут превалировать гармонические составляющие и других пространственных частот). Для меньшего радиуса ( $r=13,0$  мм) ее амплитудные значения примерно в два раза больше, чем для  $r=27,0$  мм. При этом в обоих случаях сохраняется примерное постоянство амплитуды на протяжении всей шкалы значений  $y_0$ .

5. Составляющая методической погрешности (см. рис. 8) слабо зависит от высоты  $h$  расположения датчика координат над координатными шинами.

6. Минимально возможные величины методической погрешности, полученные в результате расчетов на данной упрощенной модели, не отвечают современным техническим требованиям к дигитайзерам по допустимой погрешности измерений. Более того, использование на практике одновиткового кольцевого датчика нецелесообразно, по крайней мере, из-за слабой индуктивной связи с сетками координатной матрицы и, как следствие, малого ожидаемого значения отношения сигнал-помеха, влияющего на устойчивость координатных измерений.

Поэтому рассмотренные модели на основе одновитковых кольцевых датчиков целесообразно использовать только для предварительных (оценочных) расчетов. При необходимости получения более точных результатов следует перейти к более сложным и близким к реальным моделям на основе многослойных тонкостенных коротких цилиндрических катушек индуктивности. Такие приближенные к практике модели обеспечивают достаточное для устойчивых измерений потокосцепление датчика с координатной матрицей и расширяют возможности маневра при математическом моделировании.

Рассмотрим одну из таких моделей. Положим, что названный индукционный контур выполнен в виде  $j$ -слойной,  $j = \overline{2, J}$ , короткой цилиндрической катушки индуктивности, изготовленной из тонкого намоточного провода диаметра  $d$ . Обозначим средний радиус внутреннего слоя через  $r_0$ . Радиусы последующих слоев:  $r_1 = r_0 + d, \dots, r_j = r_0 + jd, \dots, r_J = r_0 + Jd$ ,  $j = \overline{2, J}$ . Предположим также, что нижние витки каждого слоя катушки подняты над плоскостью размещения координатных шин сеток на высоту  $h = h_0$ , а последующие витки одноименных колец каждого слоя расположены соответственно на высотах  $h_1 = h_0 + d, \dots, h_k = h_0 + kd, \dots, h_K = h_0 + Kd$ . Практически число витков в каждом слое назначают в пределах от 5 до 15, т. е.  $k = \overline{5, K}$ ,  $K = 15$ , что при  $d = 0,2$  мм соответствует высотам катушки от 1 до 3 мм. Именно при таких значениях  $\Delta, h$  и  $r$  следует вести поиск ряда близких к оптимальным параметрам многослойных коротких цилиндрических катушек датчиков координат.

Обратимся к формуле (24) и введем следующую индексацию входящих в нее величин:

$$\begin{aligned}
\alpha_{0,jk} &= r_j(r_j^2 - y_0^2 + h_k^2); \quad \beta_{0,jk} = y_0(r_j^2 - y_0^2 - h_k^2); \quad a_{0,jk} = (r_j - y_0)^2 + h_k^2; \\
b_{0,jk} &= 2(y_0^2 - r_j^2 + h_k^2); \quad c_{0,jk} = (r_j + y_0)^2 + h_k^2; \quad \alpha_{ijk} = r_j(r_j^2 - (y_0 - i\Delta)^2 + h_k^2); \\
\beta_{ijk} &= (y_0 - i\Delta)(r_j^2 - (y_0 - i\Delta)^2 - h_k^2); \quad a_{ijk} = (r_j - (y_0 - i\Delta))^2 + h_k^2; \\
b_{jki} &= 2((y_0 - i\Delta)^2 + r_j^2 + h_k^2); \quad c_{ijk} = (r_j + (y_0 - i\Delta))^2 + h_k^2; \\
\alpha_{N+1,jk} &= r_j(r_j^2 - (y_0 - (N+1)\Delta)^2 + h_k^2); \\
\beta_{N+1,jk} &= (y_0 - (N+1)\Delta)(r_j^2 - (y_0 - (N+1)\Delta)^2 - h_k^2); \\
a_{N+1,jk} &= (r_j - (y_0 - (N+1)\Delta))^2 + h_k^2; \quad b_{N+1,jk} = 2((y_0 - (N+1)\Delta)^2 - r_j^2 + h_k^2); \\
c_{N+1,jk} &= (r_j + (y_0 - (N+1)\Delta))^2 + h_k^2.
\end{aligned} \tag{41}$$

Здесь  $r_j = r_0 + jd$ ,  $j = \overline{0, J}$ ,  $h_k = h_1 + kd$ ,  $k = \overline{5, K}$ ,  $K = 15$ . С учетом принятых обозначений формула для амплитуды ЭДС, наведенной в многослойной многovitковой цилиндрической катушке датчика координат действием магнитного поля тока в синусной сетке, подобно (24), имеет вид

$$\begin{aligned}
A_{m,jk}^{\sin} = & \sum_{j=0}^J \sum_{k=5}^K I_m \omega \pi \left\{ [y_0 + \frac{1}{\sqrt{2\sqrt{a_{0,jk}c_{0,jk}} + b_{0,jk}}} (\frac{\alpha_{0,jk} + \beta_{0,jk}}{\sqrt{c_{0,jk}}} - \frac{\alpha_{0,jk} - \beta_{0,jk}}{\sqrt{a_{0,jk}}})] + \right. \\
& + 2 \sum_{i=1}^N (-1)^i [y_0 - i\Delta + \frac{1}{\sqrt{2\sqrt{a_{ijk}c_{ijk}} + b_{ijk}}} (\frac{\alpha_{ijk} + \beta_{ijk}}{\sqrt{c_{ijk}}} - \frac{\alpha_{ijk} - \beta_{ijk}}{\sqrt{a_{ijk}}})] + \\
& \left. + (-1)^{N+1} [y_0 - (N+1)\Delta + \frac{1}{\sqrt{2\sqrt{a_{N+1,jk}c_{N+1,jk}} + b_{N+1,jk}}} \times \right. \\
& \left. \times (\frac{\alpha_{N+1,jk} + \beta_{N+1,jk}}{\sqrt{c_{N+1,jk}}} - \frac{\alpha_{N+1,jk} - \beta_{N+1,jk}}{\sqrt{a_{N+1,jk}}})] \right\}. \tag{42}
\end{aligned}$$

Для амплитуды ЭДС, наведенной в контуре датчика действием тока в косинусной сетке, по аналогии с (42) получим

$$\begin{aligned}
A_{m,jk}^{\cos} = & \sum_{j=0}^J \sum_{k=5}^K I_m \omega \pi \left\{ [\tilde{y}_0 + \frac{1}{\sqrt{2\sqrt{\tilde{a}_{0,jk}\tilde{c}_{0,jk}} + \tilde{b}_{0,jk}}} (\frac{\tilde{\alpha}_{0,jk} + \tilde{\beta}_{0,jk}}{\sqrt{\tilde{c}_{0,jk}}} - \frac{\tilde{\alpha}_{0,jk} - \tilde{\beta}_{0,jk}}{\sqrt{\tilde{a}_{0,jk}}})] + \right. \\
& + 2 \sum_{i=1}^N (-1)^i [\tilde{y}_0 - i\Delta + \frac{1}{\sqrt{2\sqrt{\tilde{a}_{ijk}\tilde{c}_{ijk}} + \tilde{b}_{ijk}}} (\frac{\tilde{\alpha}_{ijk} + \tilde{\beta}_{ijk}}{\sqrt{\tilde{c}_{ijk}}} - \frac{\tilde{\alpha}_{ijk} - \tilde{\beta}_{ijk}}{\sqrt{\tilde{a}_{ijk}}})] + \\
& \left. + (-1)^{N+1} [\tilde{y}_0 - (N+1)\Delta + \frac{1}{\sqrt{2\sqrt{\tilde{a}_{N+1,jk}\tilde{c}_{N+1,jk}} + \tilde{b}_{N+1,jk}}} \times \right. \\
& \left. \times (\frac{\tilde{\alpha}_{N+1,jk} + \tilde{\beta}_{N+1,jk}}{\sqrt{\tilde{c}_{N+1,jk}}} - \frac{\tilde{\alpha}_{N+1,jk} - \tilde{\beta}_{N+1,jk}}{\sqrt{\tilde{a}_{N+1,jk}}})] \right\}. \tag{43}
\end{aligned}$$

В формуле (43) параметры  $\tilde{\alpha}, \tilde{\beta}, \tilde{a}, \tilde{b}$  и  $\tilde{c}$  с соответствующими индексами отличаются от одноименных параметров в (42) тем, что в них по аналогии с (28) и (41) фигурируют новые значения переменной  $\tilde{y}_0 = y_0 + 0,5\Delta$ , например:

$$\begin{aligned}
\tilde{\alpha}_{0,jk} &= r_j (r_j^2 - \tilde{y}_0^2 + h_k^2) = r_j (r_j^2 - (y_0 + 0,5\Delta)^2 + h_k^2), \\
&\dots \\
\tilde{\alpha}_{ijk} &= r_j (r_j^2 - (\tilde{y}_0 - i\Delta)^2 + h_k^2) = r_j (r_j^2 - (y_0 + 0,5\Delta - i\Delta)^2 + h_k^2), \\
&\dots \\
\tilde{c}_{N+1,jk} &= (r_j + (\tilde{y}_0 - (N+1)\Delta))^2 + h_k^2 = (r_j + (y_0 + 0,5\Delta - (N+1)\Delta))^2 + h_k^2, \quad j = \overline{0, J}, \quad k = \overline{5, K}. \tag{44}
\end{aligned}$$

В формулах (42) и (43) учтены практически все основные геометрические параметры взаимодействующих контуров: со стороны датчиков координат – число слоев катушки и средние радиусы витков каждого слоя, диаметр и число витков в слое, высота расположения основания катушки индуктивности датчика над плоскостью укладки координатных шин; со стороны сеток координатных шин – число координатных шин и шаг их укладки. Другими словами, есть все необходимое для выполнения, по крайней мере, численных расчетов по анализу возможно-

стей существующих и оптимизации показателей назначения вновь проектируемых электромагнитных дигитайзеров. В первом случае оценка методической погрешности выполняется путем подстановки в (42) и (43) значений соответствующих параметров и вычисления фазового рассогласования по формулам (37) или (40). Последняя формула дает оценку погрешности в метрических единицах. Во втором случае целесообразно поступить следующим образом. На первом этапе в заданном из эргономических соображений диапазоне радиусов цилиндрического контура датчика координат (например, от 10 до 30 мм) необходимо определить значения радиусов, при которых ориентировочно обеспечивается минимальная величина методической погрешности (40). Это можно сделать на упрощенной математической модели с кольцевым датчиком радиуса  $r$ , используя формулы (24) и (27). Для ускорения поиска значений радиусов первого приближения можно воспользоваться графиками методической погрешности, полученными в результате расчетов на этом этапе. На втором этапе нужно произвести уточнение ранее полученных результатов. Из конструктивных соображений назначают число слоев намотки катушки датчика координат, число витков в слое и диаметр намоточного провода, устанавливают ориентировочно высоту основания катушки над плоскостью размещения координатных шин, фиксируют значения независимых параметров  $\Delta$  и  $N$ . Значение одного из рассчитанных на первом этапе радиусов кольцевого контура принимают условно за наименьший радиус намотки реальной катушки датчика. Выполняют расчеты методической погрешности, используя формулы (42), (43) и одну из формул для нахождения фазового рассогласования. При необходимости расчеты по второму этапу повторяют, задавая, например, новые значения наименьшего радиуса, числа слоев намотки и т. д.

Наличие графического материала, характеризующего распределение фазового рассогласования, позволяет качественно оценить и «краевой эффект» в направлении координатной оси (в данном случае оси  $Oy$ ), по которой производится отсчет координат. На графиках  $\delta\varphi(y_0)$  это периферийные участки сеток в окрестностях первой и последней координатных шин, в пределах которых  $\delta\varphi(y_0)$  превышает установленные конструктивными требованиями границы.

### Заключение

Индукционные системы электромагнитных дигитайзеров являются достаточно сложными объектами для аналитического описания и расчетов их взаимодействия. Поэтому при расчетах и проектировании дигитайзеров прибегают к декомпозиции упомянутых индукционных систем на простейшие элементарные пары. Чаще всего такими парами выступают линейные проводники, индуктивно связанные с одиночными кольцевыми контурами. В настоящей работе эта традиция сохранена. В качестве исходного объекта исследования выбрана модель на основе бесконечно тонкого и бесконечно длинного проводника с током и кольцевого контура. При расчетах использовались традиционные приемы интегрирования функций действительной переменной, понятные большинству специалистов технического профиля, в отличие от техники интегрирования в комплексной плоскости.

Получены уточненные аналитические выражения, удобные для компьютерных расчетов, содержащие арифметические действия и операции с вычислением квадратных корней. Данные результаты распространены на более сложные конструкции координатных матриц, включающие сетки из множества регулярно уложенных и последовательно соединенных координатных шин дигитайзеров непрерывного и нониусного преобразования. В качестве приемников наведенных ЭДС рассмотрены короткие многослойные цилиндрические катушки датчиков координат, «составленные» из набора соосных кольцевых контуров подходящих радиусов. В такой композиции сохранены вышеупомянутые операции. Вместе с тем, в отличие от представления реальной многослойной цилиндрической катушки индуктивности в виде массивного витка заранее заданного, например, прямоугольного сечения [14], композиция из множества отдельных кольцевых контуров обладает более широкими возможностями моделирования для получения конструкторских решений при относительно незначительном увеличении объемов вычислений, не критичном для современных компьютеров.

Полученные результаты проверены численным моделированием в системе MathCad и натурным макетированием. На планшетном дигитайзере формата А0 были проверены цилиндрические катушки среднего радиуса намотки  $r=10$ ,  $r=13$  и  $r=15$  мм. При этом оптимальным радиусом, обеспечивающим максимальную амплитуду сигнала и минимальные искажения при настройке так называемого «векторного сумматора» входного каскада дигитайзера, обладала катушка датчика координат со средним радиусом намотки  $r=13$  мм, что полностью согласуется с приведенными в данной статье расчетами.

Результаты данной работы предполагается использовать для анализа существующих конструкций дигитайзеров и как инструментарий для математического моделирования взаимодействия индукционных систем дигитайзеров на основе координатных матриц с секционными сетками координатных шин [16, 17].

### Список литературы

1. Абламейко, С.В. Цифровая картография: история и этапы разработок отечественных технологий в институте / С.В. Абламейко, А.Н. Крючков // Информатика. – 2004. – № 4. – С. 76-84.
2. Абламейко, С.В. Информационные технологии создания и обновления цифровых и электронных карт местности / С.В. Абламейко, А.Н. Крючков // Информатика. – 2004. – № 2. – С. 86-93.
3. Алексеев, Г.И. Планшетные устройства ввода изображений / Г.И. Алексеев // Информатика. – 2004. – № 4. – С. 109–116.
4. Семенов, О.И. Методы и алгоритмы обработки растровой графической информации / О.И. Семенов, С.В. Абламейко. – Минск: Ин-т техн. кибернетики АН БССР, 1984. – 104 с.
5. Алексеев, Г.И. Аппаратно-программный комплекс ввода крупноформатных документов ДИСКАН / Г.И. Алексеев, А.А. Камович, В.А. Мильман // Материалы Первого Белорусского космического конгресса, Минск, 28-30 окт. 2003 г. / ОИПИ НАН Беларуси. – Минск, 2003. – С. 190–191.
6. Iril, C.K. Graphics Tablet Solutions / C.K. Iril. – Cincinnati, Ohio: Muska & Lipman, 2001. – 330 p.
7. Jones, W.D. Peripherals: Graphic Tablets for the masses / W.D. Jones // IEEE Spectrum. – 2001, October. – P. 70.
8. Никольский, В.В. Теория электромагнитного поля / В.В. Никольский. – М.: Высшая школа, 1961. – 372 с.
9. Калантаров, П.Л. Расчет индуктивностей. Справочная книга / П.Л. Калантаров, Л.А. Цейтлин; 3-е изд. – Л.: Энергоатомиздат, 1986. – 488 с.
10. О некоторых математических моделях взаимодействия индукционных систем планшетных электромагнитных устройств ввода / Г.И. Алексеев [и др.] // Весці Акад. навук. Сер. фіз.-тэхн. навук. – 1984. – № 1. – С. 83–88.
11. Прудников, А.П. Интегралы и ряды / А.П. Прудников, Ю.А. Брычков, О.И. Маричев. – М.: Наука. Главная ред. физ.-мат. лит., 1981. – 800 с.
12. Градштейн, И.С. Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений / И.С. Градштейн, И.М. Рыжик; 4-е изд. – М.: Гос. изд-во физ.-мат. лит., 1963. – 1100 с.
13. Леонович, Э.Н. Математическое моделирование индукционного съемника координат устройства графического ввода / Э.Н. Леонович // Весці Акад. навук. Сер. фіз.-тэхн. навук. – 1976. – № 4. – С. 96–100.
14. Расчет взаимной индуктивности прямолинейного проводника и круговой катушки / Г.И. Алексеев [и др.] // Электричество. – 1995. – № 4. – С. 59–63.
15. Бродштейн, И.Н. / Справочник по математике для инженеров и учащихся втузов / И.Н. Бродштейн, К.А. Семендяев; 13-е изд., исправленное. – М.: Наука, 1986. – 544 с.
16. Сетка координатных шин планшета для устройства считывания графической информации: пат. 2478 Респ. Беларусь, МПК7 G 06K 11/10, 11/16 / Г.И. Алексеев, С.Г. Алексеев; зая-



витель ОИПИ НАН Беларуси. – № и 20050437; заявл. 15.07.05 // Официальный бюл. / Нац. центр интеллектуальной собственности. – 2006.

17. Сетка координатных шин планшета для устройства считывания графической информации: пат. 3281 Респ. Беларусь, МПК7 G 06K 11/10, 11/16 / С.В. Абламейко, Г.И. Алексеев, С.Г. Алексеев; заявитель ОИПИ НАН Беларуси. – № и 20060287; заявл. 06.05.06 // Официальный бюл. / Нац. центр интеллектуальной собственности. – 2007.

Поступила 10.04.08

*Объединенный институт проблем  
информатики НАН Беларуси,  
Минск, Сурганова, 6  
e-mail: saa88@list.ru*

**S.G. Alexeyev, S.V. Ablameyko**

**SIMPLIFIED MODELS FOR CALCULATING  
INDUCTIVE DIGITIZERS SYSTEMS INTERACTION**

The paper considers calculations of amplitude-coordinate characteristics of phase-modulated signals on the basis of decomposition of inductive digitizers systems into elementary pairs of interactive wires like a linear wire with a current flowing in it. The error of the method formula and design formulae which for choosing suitable parameters of inductive digitizer cursor coil are described.