

УДК 330.105.611

О.И. Еськова, И.И. Кикоть

ИМИТАЦИОННАЯ МОДЕЛЬ СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ ЗАПАСАМИ В УСЛОВИЯХ ФИНАНСОВЫХ ОГРАНИЧЕНИЙ

Рассматривается технология исследования финансовых аспектов системы управления запасами методом имитационного моделирования. Изучается влияние системы скидок, кредитования заказов и нестабильности процентных ставок по кредиту на оценку общих затрат и выбор параметров системы.

Введение

Исследование систем управления запасами является важным условием выбора корректных параметров их функционирования. Существует большое количество аналитических методов анализа работы систем управления запасами [1]. Такие методы могут дать ориентировочные значения показателей, но не могут учесть всех нюансов ситуации, в которой руководителю приходится принимать решение. Причиной этого является стохастический и динамический характер процессов, протекающих в системе управления запасами. Кроме того, в современных условиях на процесс принятия решения в отношении такой системы в значительной мере влияют финансовые аспекты управления системой. Это и необходимость учета сложной системы скидок на заказываемый товар, и потребность в использовании кредитов на оплату заказа, и возможность изменения процентной ставки по этим кредитам с течением времени и т. д. В данной ситуации единственно приемлемым способом исследования является метод имитационного моделирования, который дает возможность учитывать практически неограниченное количество условий функционирования системы, оценивать ее параметры для случая стохастического изменения входных величин, а также наблюдать за развитием процессов в динамике.

Моделирование систем управления запасами, наряду с моделированием систем массового обслуживания, можно назвать «классическими задачами имитационного моделирования». Известны работы еще 1960–70-х гг., посвященные имитации систем управления запасами [2]. Большое прикладное значение этих моделей заставляет исследователей постоянно развивать методы имитационного моделирования систем управления запасами [3–6], однако особенность имитационного моделирования состоит в том, что его результаты не носят глобального характера, как выводы аналитического моделирования. Это означает, что в каждом конкретном случае должна быть построена своя имитационная модель и на ней реализованы все этапы имитационного эксперимента. Поэтому любая модель системы управления запасами, учитывающая конкретные особенности эксплуатации системы и условия, в которых приходится принимать управленческие решения, будет обладать как новизной, так и практической значимостью. Очевидно, что изучение различных примеров моделирования дает возможность распространения определенного опыта, характерных приемов и методики имитационного исследования систем управления запасами.

В данной работе рассмотрены подходы к моделированию стратегии с двумя фиксированными уровнями запасов ((s, S)-стратегии)) для системы, описанной в классическом издании по имитационному моделированию [7] и дополненной финансовыми аспектами, которые нужно учитывать при выборе параметров этой системы. Небольшая модификация модели позволит настроить ее для исследования системы управления запасами при других исходных данных функционирования этой системы.

1. Постановка задачи

Торговой компании, которая продает один вид товара, нужно иметь определенный запас этого товара на складе. Возникновение спроса на данный товар носит пуассоновский характер

со средним значением интервала между возникновением спроса 0,1 месяца. Объемы спроса являются независимыми и одинаково распределенными случайными величинами (табл. 1).

Таблица 1
Случайная величина спроса на товар

Объем спроса	1	2	3	4
Вероятность	1/6	1/3	1/3	1/6

В начале каждого месяца компания пересматривает уровень запасов и решает, какое количество товара заказать у поставщика. При этом она использует (s, S)-стратегию управления запасами, т. е. объем заказа будет равен

$$Q = \begin{cases} S - I, & \text{если } I < s, \\ 0, & \text{если } I \geq s, \end{cases} \quad (1)$$

где I , S , s – соответственно уровень запасов в начале месяца, верхний уровень запаса и критический.

В случае когда компания заказывает Q единиц товара, она будет нести затраты, равные $K + i \cdot Q$, где K – накладные расходы на заказ партии, которые не зависят от ее объема, $K = 32$ у. е., а i – дополнительные затраты на единицу заказанного товара (включают и стоимость товара), $i = 3$ у. е. Если $Q = 0$, то какие-либо затраты отсутствуют. После оформления заказа время, необходимое для его доставки, является случайной величиной, равномерно распределенной между 0,5 и 1 месяцем.

При возникновении спроса на товар он немедленно удовлетворяется, если уровень запасов, по меньшей мере, равен спросу на товар. Если спрос превышает уровень запасов, поставка той части товара, которая превышает спрос над предложением, откладывается и выполняется при будущих поставках. При этом текущий уровень запасов I может принять отрицательное значение. При поступлении заказа товар в первую очередь используется для максимально возможного выполнения отложенных поставок (если таковые имеются), а остаток заказа добавляется в запасы.

Затраты на хранение в месяц составляют $h = 1$ у. е. на единицу товара, имеющегося в положительных запасах, и включают арендную плату за склад, страховки, расходы на обслуживание и налоги, а также вмененные издержки, связанные с замораживанием средств в запасах. Издержки, связанные с отложенными поставками (издержки дефицита), равны $\pi = 5$ у. е. на единицу товара в отложенной поставке за месяц. При этом оцениваются убытки, возникающие при невыполнении заказа в связи с уроном, наносимым престижу компании.

Таким образом, в данной системе имеется три вида затрат: на приобретение товара, на хранение и на издержки, связанные с нехваткой товаров. Оценивать эти затраты будем по их среднемесячной величине. Обозначим $I(t)$ – уровень запасов в момент времени t (эта величина может быть положительной, отрицательной или равняться нулю). Пусть $I^+(t) = \max\{I(t), 0\}$ – количество товара, имеющегося в системе запасов на момент времени t ; $I^-(t) = \max\{-I(t), 0\}$ – количество товара, поставка которого была отложена на момент времени t . Пусть работа системы рассматривается в течение $n = 120$ месяцев. Тогда среднемесячные затраты на хранение составят

$$Z_1 = h \cdot \frac{1}{n} \sum I^+(t) \Delta t, \quad (2)$$

где Δt – интервал времени, в течение которого наблюдался постоянный уровень запасов на складе $I^+(t)$, т. е. интервал между событиями изменения состояния запасов.

Средние издержки, связанные с отложенными поставками, в месяц будут составлять

$$Z_2 = \pi \cdot \frac{1}{n} \sum I^-(t) \Delta t. \quad (3)$$

Средние затраты на приобретение товара в месяц можно рассчитать в процессе моделирования системы простым суммированием всех затрат на приобретение заказов и последующим делением этой суммы на число месяцев ($n=120$).

Следует исследовать данную систему, изменяя параметры S и s (рассмотреть девять стратегий, которые приведены в табл. 2). Целью моделирования является выбор таких параметров, при которых общие среднемесячные затраты (включающие все три вида упомянутых затрат) были бы минимальными.

Таблица 2
Варианты значений параметров (s, S)-стратегии управления запасами

s	20	20	20	20	40	40	40	60	60
S	40	60	80	100	60	80	100	80	100

Далее необходимо рассмотреть влияние скидки, которую предоставляет поставщик товара на переменные затраты при заказе каждой партии (т. е. на величину $i \cdot Q$). Первоначальный вариант рассматривавшейся системы скидок приведен в табл. 3. Следует ответить на вопрос, повлияет ли использование таких скидок на решение о выборе оптимальных параметров системы управления запасами? Если нет, то каковы должны быть скидки, чтобы решение об организации системы управления запасами нужно было изменить?

Таблица 3
Скидки на приобретение партии товара

Объем заказываемой партии	<40	40–50	50–60	60–70	70–80	80–90	90–100	>100
Скидка, %	0	2	3	4	5	6	7	8

Кроме того, для исходного варианта скидок нужно рассмотреть ситуацию, когда при отсутствии в достаточном количестве свободных денежных средств компания вынуждена пользоваться кредитом. Следует ответить на вопрос, изменятся ли оптимальные параметры системы, если кредитуются 70 % стоимости каждого заказа? При этом предусматривается ежемесячное погашение кредита в следующем порядке: сначала погашаются проценты по уже имеющемуся долгу (процентная ставка составляет 10 % годовых), выплачивается 10 % уже имеющегося долга, а затем принимается решение о заказе новой партии товара, часть которой снова кредитуются. Очевидно, что в случае использования кредита общие среднемесячные затраты будут расти. При дальнейшем исследовании системы необходимо оценить зависимость роста затрат от доли кредитруемой стоимости заказа.

Кроме того, следует учесть нестабильность финансового рынка и возможность изменения процентной ставки по кредиту с течением времени. Например, рассматривается процентная ставка с начальным значением 10 %, которая каждый квартал может возрасти на 1 % с вероятностью 0,4.

2. Построение модели и организация имитационных экспериментов

Модель описанной системы управления запасами была разработана на языке моделирования GPSS. Для постановки имитационных экспериментов и обработки результатов моделирования была использована система моделирования GPSS World. Язык GPSS применяет транзактный способ имитации дискретных процессов. В исходной модели системы были использованы три вида транзактов:

1. Первый вид транзактов имитирует возникновение спроса на товар, причем параметром этого транзакта является объем спроса. Транзакты данного вида поступают в систему согласно экспоненциальному закону распределения со средним значением 0,1 месяца. Поступление транзакта-спроса приводит к изменению переменных системы, характеризующих уровень наличного запаса и объем отложенных поставок.

2. Второй вид транзактов используется для имитации ежемесячного пересмотра уровня запасов. Транзакты этого вида поступают в систему регулярно каждый месяц. Приход такого транзакта инициирует проверку состояния запасов и, если это необходимо, заказ новой партии. Далее время доставки заказа моделируется задержкой на случайный интервал времени, равномерно распределенный в диапазоне от 0,5 до 1 месяца. Дальнейшее продвижение транзакта вызывает пополнение запаса после поступления заказа, вслед за этим транзакт уничтожается.

3. Третий вид транзактов – это транзакт-таймер, который служит для прекращения моделирования по истечении 120 месяцев.

Для варианта модели, учитывающего изменение процентной ставки по кредиту, использовался еще один вид транзактов, которые поступали в систему каждый квартал. Приход такого транзакта с вероятностью 0,4 приводил к увеличению процентной ставки по кредиту на 1 %.

Исходный вариант модели затем был легко модифицирован с целью учета скидки, кредитования заказов и изменения процентной ставки. При этом был использован аппарат функций, сохраняемых величин и переменных GPSS. Таким образом, были получены четыре модели исследуемой системы:

- исходная модель по описанию задачи из [7];
- модель с учетом системы скидок;
- модель с учетом кредитования и выплат по кредитам (использование скидки сохраняется);
- модель с учетом нестабильности процентной ставки по кредиту.

На каждой из этих моделей был поставлен ряд имитационных экспериментов с изменением двух параметров системы (s и S). При этом для каждого варианта системы проводилось по 20 реплик эксперимента с различными начальными значениями генераторов случайных чисел. Для автоматизации постановки этих двухфакторных экспериментов была написана программа на языке PLUS (является фирменным расширением языка GPSS), а для обработки результатов использовалась процедура ANOVA. Результаты исследования системы подробно рассматриваются ниже.

3. Выбор оптимальных параметров системы управления запасами с учетом различных факторов, влияющих на систему

Результаты экспериментов на каждой из четырех моделей исследуемой системы управления запасами приведены в табл. 4. Сразу отметим, что результаты экспериментов на исходной модели соответствуют результатам, описанным в работе [7]. Это может служить одним из доказательств корректности предлагаемой модели.

Таблица 4
Общие среднемесячные затраты в системе управления запасами

Результаты экспериментов позволяют сделать следующие выводы:	S	s	Исходная модель (без скидки и кредитования)	Модель с учетом скидки	Модель с учетом 70 % кредитования заказа	Модель с изменением процентной ставки	1. Как и следовало ожидать, введение скидки уменьшает общие затраты, причем более значительным для которой
	40	20	126,07	125,60	131,66	137,20	затраты
	60	20	118,82	116,56	121,66	126,41	выводы:
	80	20	121,47	117,72	123,39	127,16	Как и следовало ожидать, введение скидки уменьшает общие затраты, причем более значительным для которой
	100	20	126,87	121,72	126,80	130,53	затраты
	60	40	126,88	126,34	131,12	136,57	затраты
	80	40	126,07	123,70	128,18	132,65	затраты
	100	40	130,67	126,95	132,89	136,86	затраты
	80	60	143,40	142,90	149,50	155,07	затраты
	100	60	143,79	141,45	146,60	151,12	затраты

«вилка» между параметрами s и S . Так, для системы (20, 40) снижение затрат при введении скидки составило $126,07 - 125,6 = 0,47$ у. е., т. е. 0,38 %. Для системы же (20, 100) этот показатель значительно выше: $126,87 - 121,72 = 5,15$ у. е., т. е. 4,06 %.

2. Введение кредитования, наоборот, увеличивает средние затраты, в которые теперь включаются и выплаты по кредиту. Сложность расчета среднемесячных затрат для модели кредитования заключается в том, что для этой модели имеется значительный переходный период стохастического процесса. Об этом можно судить, например, по поведению такого показателя, как текущая величина долга компании по кредиту. На рис. 1 график изменения величины долга для одной из реализаций случайного процесса, развернутый во времени, построен средствами системы GPSS World в процессе моделирования.

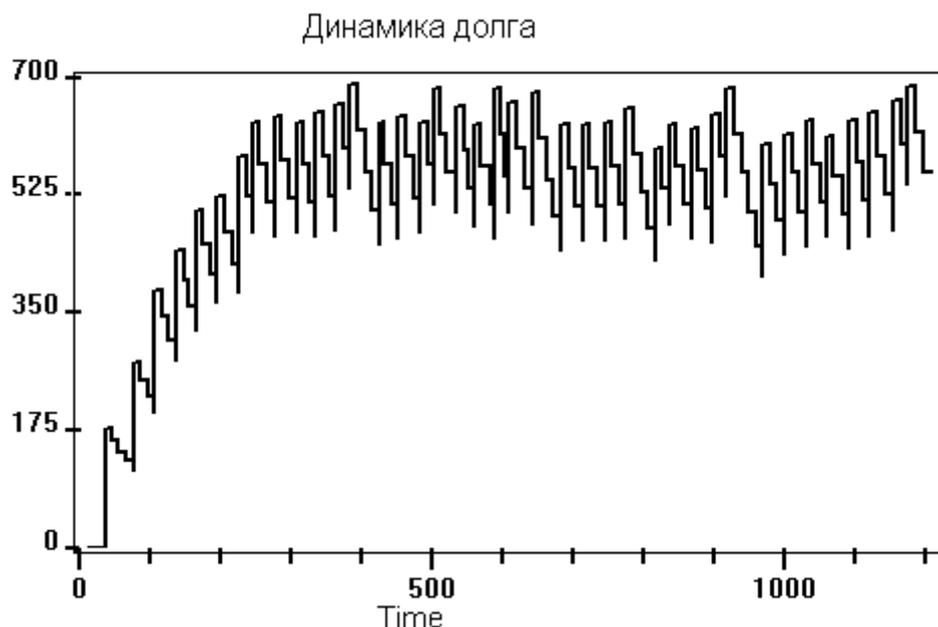


Рис. 1. График изменения размера долга в ходе моделирования

Для определения длительности переходного периода с учетом случайности исследуемого процесса была применена графическая процедура Велча, которая позволяет исключить влияние выбора начальных значений генераторов случайных чисел на продолжительность переходного периода системы. В результате расчетов длительность переходного периода составила 300 единиц модельного времени. Поскольку за единицу измерения времени в модели принята 0,1 месяца, это означает, что 30 месяцев идет рост долга (а следовательно, и выплат по кредиту), а затем он стабилизируется и колеблется вокруг некоей средней величины. Таким образом, речь о средней величине выплат по кредиту можно вести только для стационарного периода. Поэтому имитационный эксперимент на этой модели включал сброс статистики по размеру долга и выплат по кредитам в момент времени 300 и затем подсчет этих величин для периода 300–1200.

3. Динамическое увеличение процентной ставки также приводит к росту среднемесячных затрат компании, при этом величина роста зависит и от размера «вилки» между параметрами S и s (а следовательно, от среднего размера заказываемой партии товара). Из табл. 5 можно сделать вывод, что процент увеличения общих затрат компании составит от 2,9 % при «вилке» в 80 ед. товара до 4,2 % при «вилке» в 20 ед. товара. При этом эксперименты показывают, что процентная ставка банка за 120 месяцев возрастает от 10 до 25 % годовых.

4. Наконец, самый главный вывод касается выбора оптимальных параметров системы управления запасами. Из табл. 4 видно, что для каждой из рассмотренных моделей наименьшие общие затраты достигаются при значениях $S = 60$, $s = 20$. Следует отметить, что эти рекомендации учитывают именно средние значения показателей, так как в ходе экспериментов для отдельных реализаций случайного процесса наблюдались сдвиги, например, в пользу параметров (20, 80).

Таблица 5
Изменение общих затрат при динамическом увеличении процентной ставки по кредиту

S	s	Модель с учетом 70 % кредитования заказа	Модель с изменением процентной ставки	Процент увеличения затрат
40	20	131,66	137,20	4,2
60	20	121,66	126,41	3,9
80	20	123,39	127,16	3,1
100	20	126,80	130,53	2,9
60	40	131,12	136,57	4,2
80	40	128,18	132,65	3,5
100	40	132,89	136,86	3,0
80	60	149,50	155,07	3,7
100	60	146,60	151,12	3,1

4. Анализ влияния системы скидок на выбор параметров системы

Как уже было показано, заданная в условии система скидок не повлияла на выбор оптимальных параметров системы. Возникают закономерные вопросы: действительно ли скидки не играют роли при расчете параметров системы управления запасами, или же существуют такие системы скидок, которые могут привести к изменению оптимальных параметров S и s ? А если это так, то каковы хотя бы ориентировочные правила формирования таких скидок?

Для ответа на эти вопросы нужно учесть, что размеры скидок на заказываемый товар не влияют на затраты хранения и издержки, связанные с дефицитом (при заданных значениях параметров системы). Единственный вид затрат, который чувствителен к изменению размеров скидок, – это среднемесячные затраты на приобретение товара. При этом в целом уменьшение таких затрат зависит от среднего объема заказываемой партии и размера скидки, предоставляемого именно на данный объем. Можно предположить (и это проверено в ходе имитационных экспериментов), что средний размер заказа зависит от «вилки» между максимальным и критическим уровнем запасов, т. е. средний размер заказываемой партии для системы (20, 40) такой же, как и для систем (40, 60) и (60, 80). Поэтому количество имитационных экспериментов можно сократить, рассмотрев только варианты значений параметров с критическим уровнем запасов $s = 20$. В табл. 6 приведены такие варианты параметров системы, причем указаны средний объем заказа, скидка на этот объем и величина снижения затрат. Интересно, что даже для варианта (20, 40), когда нет скидки на средний объем заказываемой партии, все же наблюдается незначительное снижение затрат (0,48 у. е.). Это происходит потому, что в модели учитывается скидка на каждый заказ, а даже при небольшом среднем объеме партии встречаются случайные значения объемов заказов, которые получают значительную скидку.

Разумеется, увеличивая скидки на большие объемы заказов, можно добиться, что оптимальный набор параметров системы изменится в сторону увеличения «вилки» (например, оптимальными станут параметры (20, 80) или даже (20, 100)). Первоначально было выдвинуто предположение, что можно равномерно увеличить размеры скидок для каждого интервала значения объема партии, однако эксперименты на модели показали, что это не приводит к изменению выбора параметров. Тогда стали исследоваться неравномерные скидки. В частности, постепенно увеличивался «разрыв» между интервалом 50–60 (3 % исходно) и 70–80 (5 % исходно). Было обнаружено, что если этот разрыв составляет более 5 %, то оптимальным становится выбор параметров (20, 80). В табл. 7 приведено несколько проверенных авторами вариантов скидок, при которых происходит указанное изменение оптимального решения.

Таблица 6

Зависимость снижения затрат от среднего объема заказываемой партии при использовании скидки на приобретение товара

S	s	«Вилка» (S-s)	Средний объем заказа	Скидка на этот объем	Средние общие затраты в месяц (без скидки)	Средние общие затраты в месяц (нач. вариант скидки)	Снижение затрат
40	20	20	33,22	0	126,07	125,60	0,48
60	20	40	56,72	3	118,82	116,56	2,27
80	20	60	76,54	5	121,47	117,72	3,76
100	20	80	93,28	7	126,87	121,72	5,16

Таблица 7

Различные варианты системы скидок

Объем заказа	Исходные скидки, %	Скидки, при которых изменяется решение, %		
<40	0	0	0	0
40–50	2	2	1	0
50–60	3	3	2	0
60–70	4	4	3	2
70–80	5	8	7	5
80–90	6	9	8	6
90–100	7	10	9	7
100–110	8	11	10	8

Поскольку предусмотреть заранее все возможные системы скидок нельзя, решение о выборе оптимального варианта параметров системы должно приниматься по результатам экспериментов на соответствующей модели. Величина разрыва 5 % между диапазонами 70–80 и 50–60 является ориентировочной, на выбор решения в конечном счете влияют значения скидок и по другим диапазонам объема заказа.

5. Оценка влияния доли кредитуемой стоимости заказа

Незначительная модификация модели с учетом кредитования позволила провести эксперименты и сделать выводы относительно ситуаций, когда кредитуется различная доля стоимости заказываемой партии. Результаты этих экспериментов для системы (20, 60) приведены в табл. 8, а на рис. 2 построен график роста общих среднемесячных затрат компании в зависимости от доли кредита.

На основании приведенных результатов можно сделать вывод о линейной статистической зависимости затрат от доли кредитуемой стоимости заказа. Расчет параметров уравнения регрессии методом наименьших квадратов дает следующую формулу зависимости: $y = 7,3905 \cdot x + 116,5$ (при коэффициенте детерминации $R^2 = 0,9993$, т. е. практически равном 1).

Однако несмотря на то, что с увеличением доли кредитуемой стоимости заказа растут общие затраты, этот рост не является таким уж значительным. Неправильный выбор параметров системы (S и s) может привести к значительно большему росту затрат (см. табл. 4). Так, например, при кредитовании 70 % стоимости заказа в системе (60, 100) общие затраты составляют 146,6 у. е., что на 23,4 у. е. больше, чем даже 90 %-е кредитование в системе (20, 60).



Рис. 2. График роста затрат при увеличении доли кредита

Таблица 8

Изменение общих среднемесячных затрат в зависимости от объемов кредитования в системе с параметрами $s=20$, $S=60$

Моделируемая ситуация	Средние общие затраты в месяц
Нет кредитования	116,56
Кредитуется 50 %	120,10
Кредитуется 60 %	120,88
Кредитуется 70 %	121,66
Кредитуется 80 %	122,44
Кредитуется 90 %	123,22

Заключение

При адекватной оценке функционирования (s, S)-системы управления запасами необходимо учитывать влияние множества различных факторов, среди которых немаловажную роль играют финансовые аспекты работы системы. В настоящей статье была сделана попытка учета этих аспектов для классической системы управления запасами, а также исследована степень их влияния на общие затраты в системе. Разработанная имитационная модель на языке моделирования GPSS допускает ее настройку на параметры конкретной реальной системы управления запасами. Постановка имитационных экспериментов и обработка результатов моделирования автоматизированы в системе GPSS World, что позволяет эксплуатировать модель даже неподготовленному пользователю.

Список литературы

1. Рыжиков, Ю.И. Теория очередей и управление запасами: учеб. пособие / Ю.И. Рыжиков. – СПб.: Питер, 2001. – 384 с.
2. Рыжиков, Ю.И. Имитационное моделирование. Теория и технологии / Ю.И. Рыжиков. – СПб.: КОРОНА принт; М.: Альтекс-А, 2004. – 384 с.
3. Мельников, В.Ф. Исследования двухуровневой системы управления запасами на примере заправочной станции нефтепродуктов / В.Ф. Мельников, И.М. Якимов. – Казань: КГТУ им. А.Н. Туполева, 1997. – № 4. – С. 63–65.
4. Robinson, L.W. Optimal and approximate policies in multiperiod multilocation inventory models with transshipment / L.W. Robinson // Operations Research. – 1990. – № 2. – P. 278–295.
5. Collins, B.L. The Use of Simulation to Evaluate Inventory Models for Management of Hazardous Material / B.L. Collins, G.F. Stroh. – USA: Naval Postgraduate School Monterey CA, 1995. – 181 p.
6. Инютина, К.В. Совершенствование планирования и организация материально-технического снабжения производственных объединений / К.В. Инютина. – Л.: Машиностроение, 1986. – 246 с.
7. Кельтон, В. Имитационное моделирование. Классика CS / В. Кельтон, А. Лоу. – 3-е изд. – СПб.: Питер; Киев: BHV, 2004. – 847 с.

Поступила 08.02.08

*Белкоопсоюз,
Белорусский торгово-экономический университет
потребительской кооперации,
Гомель, пр-т Октября, 50
e-mail: oieskova@rambler.ru*

O.I. Eskova, I.I. Kikot

**SIMULATION INVENTORY MODEL
IN CONDITIONS OF FINANCIAL RESTRICTIONS**

The authors discuss investigation technology of inventory systems, based on simulation method. Financial restrictions are considered: discounts, crediting and non-stable behavior of percent rates.