

УДК 621.316.726.078

В.Л. Бусько, А.А. Лобатый, М.В. Почебут, Ж.М. Саид

**АПОСТЕРИОРНЫЙ ВЕРОЯТНОСТНЫЙ АНАЛИЗ  
СИСТЕМЫ ФАЗОВОГО УПРАВЛЕНИЯ**

*На основе теории марковских процессов случайной структуры предлагается методика, позволяющая приближенно решать ряд задач апостериорного вероятностного анализа на этапе предварительного проектирования стохастических математических моделей систем фазового управления.*

**Введение**

Системы с фазовым управлением (СФУ) получили широкое развитие в различных областях автоматике, радиотехнике и связи. Наиболее распространенными являются СФУ автоматической автоподстройки частоты, представляющие собой разновидность систем синхронизации. Задачей таких систем является автоматическая регулировка скорости квазипериодических процессов с целью достижения определенных фазовых соотношений между ними. Эти системы используются в телевидении, радиолокации, радионавигации, а также в различных следящих системах. Среди них можно выделить системы фазовой автоподстройки частоты (ФАПЧ), у которых сигнал ошибки связан не с разностью частот, а с разностью фаз подстраиваемого и эталонного генераторов, что в стационарном режиме обеспечивает остаточную разность фаз, а не частот, как в системах частотной автоподстройки.

Задачи вероятностного анализа подобных систем решаются в ряде работ исходя из условия рассмотрения вероятности первого достижения фазовой координатой границ срыва синхронизма (области работоспособности). В реальных СФУ срыв управления не может произойти мгновенно. Инерционность перехода системы из одного состояния в другое может быть приближенно охарактеризована минимальным интервалом времени пребывания разности фаз за пределами границ области работоспособности системы, необходимым для перехода ее в другое (неработоспособное) состояние. Учет инерционности системы при вероятностном анализе смены режима ее работы позволяет более полно учесть реальные физические свойства [1]. Применение для исследования СФУ теории динамических систем случайной структуры, в отличие от традиционных подходов, основанных на использовании теории марковских процессов [2], дает возможность полнее исследовать граничные режимы работы СФУ, обусловленные переходом системы из режима поиска в режим автосопровождения сигнала и обратно.

Одним из направлений оптимизации СФУ является задача оптимального оценивания (фильтрации) фазовых координат на основе использования результатов измерений и априорной информации о математической модели оцениваемого процесса. Представляет интерес задача вероятностного анализа наблюдаемой СФУ.

**1. Постановка задачи**

Рассмотрим структурную схему СФУ (рис. 1 [2]). На рисунке введены следующие обозначения:  $\xi(t)$  – случайные возмущения (шумы), присутствующие в регулируемом сигнале  $y(t)$ ;  $\zeta(t)$  – помеха случайного характера типа флуктуационного шума, обусловленная шумами элементов электронных устройств и приведенная к входу фазового детектора (ФД). Отличия конкретных СФУ обычно заключаются в выборе сравнивающего устройства, в объекте управления и области применения.

Рассмотрим наиболее распространенный тип СФУ – систему фазовой автоподстройки частоты. Основное дифференциальное уравнение системы ФАПЧ имеет вид [3]

$$p\varphi + \Omega_y K(p)F(\varphi) = \Omega_i, \quad (1)$$

где  $\Omega_i$  – начальная расстройка подстраиваемого генератора относительно эталонного;  $K(p)$  – коэффициент передачи фильтра в операторной форме;  $p$  – дифференцирование по времени;  $\varphi$  – мгновенное значение разности фаз генераторов;  $F(\varphi)$  – нормированная характеристика фазового детектора;  $\Omega_y$  – полоса удержания – максимально возможная расстройка, которую может компенсировать цепь управления.

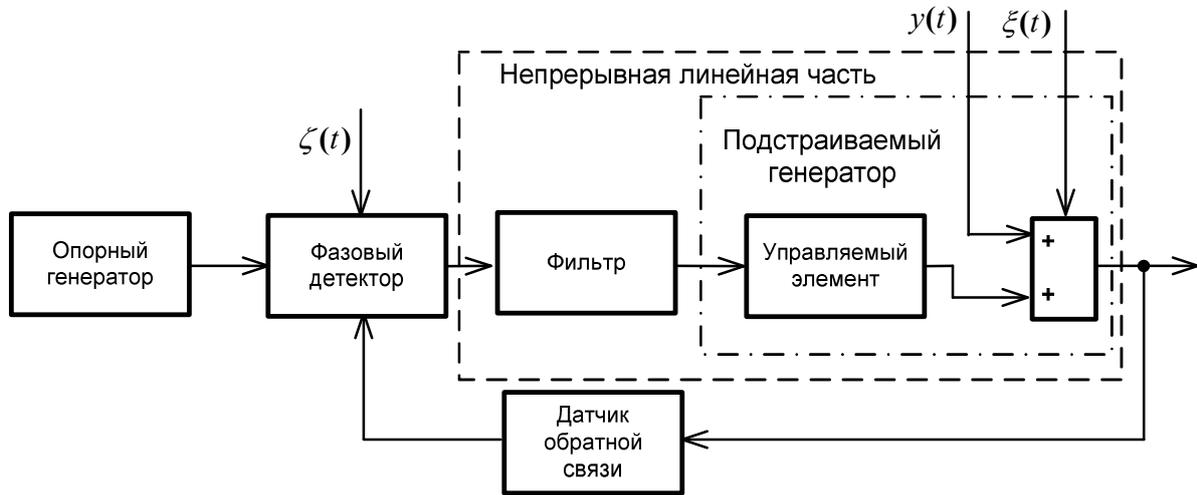


Рис. 1. Обобщенная структурная схема СФУ

Для системы ФАПЧ, находящейся под воздействием флуктуационных возмущений для случая, когда  $\Omega_y = \text{const}$  и  $K(p) = 1$ , уравнение (1) можно записать в виде

$$\frac{d\varphi}{dt} = \Omega_i - \Omega_y \cos \varphi + n(t), \quad (2)$$

где  $n(t)$  – флуктуационное воздействие:

$$n(t) = \frac{d\varphi_{\dot{y}\dot{A}}}{dt} - \frac{\Omega_y}{U_{\dot{y}\dot{A}}} [A(t)\cos(\varphi - \varphi_{\dot{y}\dot{A}}) + C(t)\sin(\varphi - \varphi_{\dot{y}\dot{A}})]. \quad (3)$$

Здесь  $U_{\dot{y}\dot{A}}$  и  $\varphi_{\dot{y}\dot{A}}$  – случайные функции времени, характеризующие законы модуляции амплитуды и фазы эталонного сигнала;  $A(t) = E_{N_I}(t)\cos(\theta)$ ,  $C(t) = E_{N_I}(t)\sin(\theta)$  – косинусоидальная и синусоидальная составляющие огибающей  $E_{N_I}(t)$  входного шума  $N_I$ ;  $\theta$  – его фаза.

Известно, что устойчивая работа системы ФАПЧ возможна в условиях, когда разность фаз  $\varphi$  не выходит из окрестности точки устойчивого равновесия  $\varphi_{op}$  за границы области срыва синхронизма  $U_\varphi = [\varphi_- = \varphi_{op} - 2\pi, \varphi_+ = \varphi_{op} + 2\pi] = [\alpha, \beta]$ .

В реальных системах ФАПЧ время корреляции  $\tau_k$  случайных воздействий значительно меньше времени установления  $\tau_y$  координаты  $\varphi$  ( $\tau_y \approx 1/\Omega_y$ ). В этом случае, как показано в [3], исходный процесс близок по распределению к марковскому и для плотности вероятности  $f(\varphi, t)$  координаты  $\varphi$  справедливо уравнение Фоккера – Планка – Колмогорова, которое для функции  $f(\varphi, t)$  имеет вид

$$\frac{\partial f(\varphi, t)}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial \varphi} \pi(\varphi, t), \quad f(\varphi, t_0) = f_0(\varphi_0), \quad (4)$$

где  $\pi(\varphi, t)$  – плотность потока вероятности:

$$\pi(\varphi, t) = A(\varphi, t)f(\varphi, t) - \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial \varphi} [B(\varphi, t)f(\varphi, t)]. \quad (5)$$

Как видно из уравнения (4), вероятностные характеристики рассматриваемой системы полностью определяются своими локальными характеристиками – коэффициентами сноса  $A(\varphi, t)$  и диффузии  $B(\varphi, t)$ .

Задачу сформулируем следующим образом. Необходимо определить математическую модель фильтра СФУ, обеспечивающего оптимальное оценивание (сглаживание) сигнала с выхода ФД, и на основе этой модели рассчитать апостериорную вероятность захвата сигнала поисковой системой ФАПЧ. Оптимальное оценивание в данном случае подразумевает в качестве критерия оптимальности максимум апостериорной вероятности оцениваемого сигнала.

## 2. Определение вероятности захвата сигнала

Пусть все элементы СФУ, кроме фазового детектора и фильтра, описываются уравнением (3), представленным в виде

$$\dot{\varphi}(t) = a\varphi(t) + \xi, \quad \varphi(t_0) = \varphi_0, \quad (6)$$

где  $a$  – известный коэффициент;  $\xi$  – белый гауссов шум с интенсивностью  $G(t)$ .

Фазовый детектор является безынерционным измерителем  $\varphi(t)$  и описывается выражением

$$Z(t) = c\varphi(t) + \zeta(t), \quad (7)$$

где  $c$  – известный коэффициент;  $\zeta(t)$  – белый гауссов шум с интенсивностью  $Q(t)$ .

Полной вероятностной характеристикой  $\varphi(t)$  по результатам наблюдения  $Z(t)$  на интервале  $\tau \in [t_0, t]$  является апостериорная плотность распределения вероятности (ПРВ)  $\hat{f}(\varphi, t) = f(\varphi, t|Z, \tau)$ .

Используем для апостериорного вероятностного анализа ФАПЧ теорию динамических систем случайной структуры [4]. Для этого будем рассматривать три области, в которых может находиться процесс  $\varphi(t)$  (рис. 2), как три состояния (случайные структуры) процесса  $\varphi(t)$ .

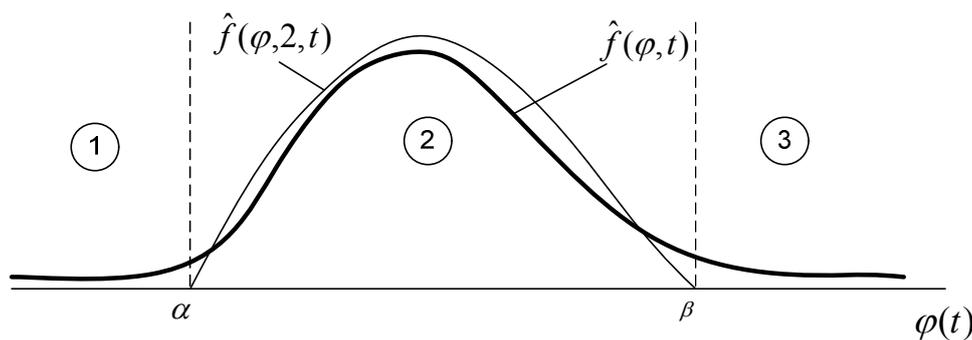


Рис. 2. Эволюция плотности распределения вероятности

Эволюция оценки  $\hat{\varphi}(t)$  с учетом перехода ее через границы области  $U_\varphi = [\alpha, \beta]$  описывается обобщенным уравнением Стратоновича – Кушнера для  $l$ -й структуры при симметрированной форме стохастических интегралов, которое в нашей задаче при  $l = 1, 3$  имеет вид

$$\begin{aligned} \frac{\partial \hat{f}(\varphi, l, t)}{\partial t} = & -\frac{\partial \hat{\pi}(\varphi, l, t)}{\partial \varphi} - \sum_{\substack{r=1 \\ (r \neq l)}}^3 [\hat{v}_{er}(\varphi, t) - \hat{u}_{rl}(\varphi, t)] - \\ & - \frac{1}{2} \left[ \rho(\varphi, z, t) - \sum_{k=1}^3 \int_{-\infty}^{\infty} \rho(\varphi, z, t) \hat{f}(\varphi, k, t) d\varphi \right] \cdot \hat{f}(\varphi, l, t) \end{aligned} \quad (8)$$

при начальных условиях  $\hat{f}(\varphi, l, t_0) = f(\varphi, t_0)$ .

Здесь  $\hat{\pi}(\varphi, l, t)$  – оценка плотности потока вероятности  $l$ -й структуры:

$$\hat{\pi}(\varphi, l, t) = a\varphi(t) \hat{f}(\varphi, l, t) - \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial \varphi} [G \cdot \hat{f}(\varphi, l, t)]; \quad (9)$$

$\hat{v}_{lr}$  – оценка интенсивности перехода реализации процесса  $\varphi(t)$  из области  $l$  в область  $r$  (интенсивность поглощения реализаций структуры  $l$ ):

$$\hat{v}_{lr}(\varphi, t) = \hat{\pi}(\varphi, l, t) \cdot \delta(\varphi - \gamma_{lr}); \quad (10)$$

$\gamma_{lr}$  – граница областей  $l$  и  $r$ ;

$\delta$  – дельта-функция;

$\hat{u}_{rl}(\varphi, t)$  – оценка интенсивности возврата реализаций процесса из области  $r$  в область  $l$  (интенсивность восстановления реализацией структуры  $l$ ):

$$\hat{u}_{rl}(\varphi, t) = -\hat{v}_{lr}(\varphi, t); \quad (11)$$

$\rho(\varphi, z, t)$  – функция невязки, которая при допущении о нормальности процесса  $\zeta(t)$  определяется выражением

$$\rho(\varphi, z, t) = \frac{1}{Q} [z - c\varphi]^2. \quad (12)$$

Для определения оценки вероятности нахождения процесса  $\varphi(t)$  в  $l$ -й структуре  $\hat{P}_l$  ( $l = \overline{1, 3}$ ) необходимо проинтегрировать уравнение (8) по  $\varphi$  в бесконечных пределах. Перейдя к нормированному ПРВ и принимая во внимание, что

$$\frac{\partial}{\partial \varphi} \int_{-\infty}^{\infty} \hat{\pi}(\varphi, z, t) d\varphi = 0, \quad (13)$$

получаем выражение вида

$$\dot{\hat{P}}_l = - \sum_{r=1}^3 \int_{-\infty}^{\infty} [\hat{P}_l \hat{v}_{lr}(\varphi, t) - \hat{P}_r \hat{u}_{rl}(\varphi, t)] d\varphi - \frac{1}{2} \hat{P}_l \left[ \hat{\rho}(z, l, t) - \sum_{k=1}^3 \hat{P}_k \hat{\rho}(z, k, t) \right], l = \overline{1, 3}, \quad (14)$$

где

$$\hat{\rho}(z, l, t) = \int_{-\infty}^{\infty} \rho(z, l, t) \cdot \hat{f}(\varphi, l, t) d\varphi. \quad (15)$$

Начальные условия при интегрировании уравнения (14)  $\hat{P}_l(t_0) = P_l(t_0)$ .

Вероятность захвата сигнала  $\varphi(t)$  поисковой системы ФАПЧ определим как вероятность того, что  $\varphi(t)$  попадет в область захвата  $U_\varphi$  и не выйдет из  $U_\varphi$  в течение заданного времени  $\tau_{\zeta\delta}$ , необходимого для устойчивого захвата. В работе [5] предложена методика определения

вероятности захвата сигнала поисковой системой ФАПЧ  $P_{\hat{\varphi}}(t_r)$  на основе априорного анализа. Важной задачей является определение оценки этой вероятности  $\hat{P}_{\hat{\varphi}}(t_r)$  по результатам измерений. На основе  $\hat{P}_{\hat{\varphi}}(t_r)$  интеллектуальный блок системы принимает решение о переходе ее на автосопровождение сигнала  $\varphi(t)$ :

$$\hat{P}_{\hat{\varphi}}(t_r) = 1 - \prod_{i=1}^r \{1 - \hat{P}_1(t_i) \hat{P}_2(t_i + \tau_{\hat{\varphi}} | \varphi(t_i) \in U_\varphi)\}. \quad (16)$$

Рекуррентная формула (16) отличается от выражения, приведенного в [4], тем, что здесь имеют место оценки вероятностей (апостериорные вероятности).

Оценка вероятности нахождения процесса  $\varphi(t)$  в  $i$ -й момент времени в области  $U_\varphi$ :

$$\hat{P}_1(t_i) = \int_{U_\varphi} \hat{f}(\varphi, t_i) d\varphi. \quad (17)$$

Функция  $\hat{f}(\varphi, t_i)$  удовлетворяет уравнению (8) при условии отсутствия смены структуры ( $\hat{v}_{ir} = U_{r1} = 0$ ), т. е.

$$\frac{\partial \hat{f}(\varphi, t)}{\partial t} = -\frac{\partial \hat{\pi}(\varphi, t)}{\partial \varphi} - \frac{1}{2} \left[ \rho(\varphi, z, t) - \int_{-\infty}^{\infty} \rho(\varphi, z, t) \hat{f}(\varphi, t) d\varphi \right] \cdot \hat{f}(\varphi, t). \quad (18)$$

$\hat{P}_2(t_i + \tau_{\hat{\varphi}} | \varphi(t_i) \in U_\varphi)$  – оценка вероятности невыхода  $\varphi(t)$  из области  $U_\varphi$  (недостижения границ области  $U_\varphi$ ) к моменту времени  $t_i + \tau_{\hat{\varphi}}$  при условии, что в момент  $t_i$  процесс  $\varphi(t)$  находился в  $U_\varphi$ .

Для определения  $\hat{P}_2 = \hat{P}_2(t_i + \tau_{\hat{\varphi}} | \varphi(t_i) \in U_\varphi)$  необходимо рассматривать плотность распределения вероятности  $\hat{f}(\varphi, 2, t)$  непоглощенных реализаций  $\varphi(t)$ , находящихся внутри области  $U_\varphi$  (см. рис. 2) при  $U_{r2} = 0$  ( $r = \overline{1, 3}$ ).

Проинтегрировав уравнение (8) по  $\varphi$  в бесконечных пределах и перейдя к нормированному ПРВ, получим

$$\hat{P}_2 = -\hat{P}_2 \cdot \hat{q}_2(t), \quad (19)$$

где  $\hat{q}_2(t)$  – нормированный апостериорный поток поглощения реализаций второй структуры (см. рис. 2):

$$\hat{q}_2(t) = \int_{-\infty}^{\infty} [\hat{v}_{21}(\varphi, t) + \hat{v}_{23}(\varphi, t)] d\varphi - \frac{1}{2} \hat{\rho}(z, 2, t) + \frac{1}{2} \hat{P}_1 \cdot \hat{\rho}(z, 1, t) + \frac{1}{2} \hat{P}_3 \cdot \hat{\rho}(z, 3, t). \quad (20)$$

Уравнение (19) для апостериорной вероятности  $\hat{P}_2$  отличается от соответствующего уравнения для априорной вероятности  $P_2$ , используемого в [5], наличием дополнительных членов, связанных с производимыми измерениями.

В соответствии с выражением (10) входящий в (20) интеграл вычисляется просто:

$$\int_{-\infty}^{\infty} [\hat{v}_{21}(\varphi, t) + \hat{v}_{23}(\varphi, t)] d\varphi = \hat{\pi}(\alpha, 2, t) + \hat{\pi}(\beta, 2, t). \quad (21)$$

Выражение (21) представляет собой сумму значений апостериорных потоков вероятности второй структуры, вычисленных на поглощающих границах  $\alpha$  и  $\beta$ .

### 3. Гауссово приближение

Так как в реальных системах ФАПЧ имеют место большие отношения сигнал/шум, то есть основание считать апостериорную плотность вероятности фазовой координаты  $\varphi$  гауссовой. Гауссово приближение дает возможность построить сравнительно простой алгоритм нелинейной фильтрации, основанной на двухмоментной аппроксимации ПРВ.

Для получения алгоритма фильтрации в гауссовом приближении следует считать  $\hat{f}(\varphi, l, t)$  в формулах (8), (9) нормальной ПРВ, зависящей от вектора условного математического ожидания  $\hat{\varphi}(l, t)$  и дисперсии ошибки оценки  $D_\varphi(l, t)$ :

$$\hat{f}(\varphi, l, t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi D_\varphi(l, t)}} \exp \left[ -\frac{(\varphi(l, t) - \hat{\varphi}(l, t))^2}{2D_\varphi(l, t)} \right]. \quad (22)$$

Уравнения для  $\hat{\varphi}(l, t)$  и  $D_\varphi(l, t)$  при непрерывных измерениях (7) можно получить непосредственно из уравнения (8). Для получения уравнения для  $\hat{\varphi}(l, t)$  необходимо умножить правую и левую части уравнения (8) на  $\varphi(l, t)$  и проинтегрировать по  $\varphi$  в бесконечной области.

Учтем формулу

$$\hat{\varphi}(l, t) = M[\varphi(t) | z, l, \tau, t_0 \leq \tau \leq t] = \int_{-\infty}^{\infty} \varphi(l, t) \hat{f}(\varphi, l, t) d\varphi, \quad (23)$$

а также выражения (5)–(7) и

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{-\infty}^{\infty} \varphi(l, t) \cdot \hat{f}(\varphi, l, t) d\varphi = \int_{-\infty}^{\infty} \varphi(l, t) \frac{\partial \hat{f}(\varphi, l, t)}{\partial t} d\varphi = \dot{\hat{\varphi}}(l, t). \quad (24)$$

После несложных преобразований получим апостериорные уравнения для оценок  $\hat{\varphi}(2, t) = \hat{\varphi}_2$  и  $D_\varphi(2, t) = D_2$ :

$$\dot{\hat{\varphi}}_2 = a\hat{\varphi}_2 + \frac{cD_2}{Q}(z - c\hat{\varphi}_2) - [(\alpha - \hat{\varphi}_2) + (\beta - \hat{\varphi}_2)]\hat{q}_2, \quad \hat{\varphi}_2(t_i) = \varphi(t_i); \quad (25)$$

$$\dot{D}_2 = 2aD_2 - \frac{c^2 D_2^2}{Q} + G - \left( [(\alpha - \hat{\varphi}_2)^2 - D_2] + [(\beta - \hat{\varphi}_2)^2 - D_2] \right) \cdot \hat{q}_2, \quad D_2(t_i) = D(t_i). \quad (26)$$

Считая значения оценок функций невязки  $\hat{\rho}(z, l, t)$  величинами высшего порядка малости при допущении об усеченной гауссовой  $\hat{f}(\varphi, 2, t)$ , определяемой выражением (22) на интервале  $[\alpha, \beta]$ , на основе (20), (21) получим следующее выражение:

$$\hat{q}_2 = \frac{G}{2\Delta\varphi\sqrt{2D_2}} \cdot \left[ e^{-\frac{(\alpha + \Delta\varphi - \hat{\varphi}_2)^2}{2D_2}} + e^{-\frac{(\beta - \Delta\varphi - \hat{\varphi}_2)^2}{2D_2}} \right]. \quad (27)$$

В формулах (19), (25)–(27) учтено, что

$$\hat{f}(\varphi, 2, t) = \hat{f}(\varphi, t) = \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{2D_2}} \exp\left[-\frac{(\varphi - \hat{\varphi}_2)^2}{2D_2}\right], & \varphi \in U_\varphi, \\ 0, & \varphi \notin U_\varphi. \end{cases} \quad (28)$$

Производную  $\partial \hat{f}(\varphi) / \partial \varphi$  на границе  $\alpha$  вычисляем как

$$\frac{\partial}{\partial \varphi} [\hat{f}(\varphi, 2)] = \frac{\partial}{\partial \varphi} [\hat{f}^{(1)}(\varphi)]_{\varphi=\alpha} = \frac{\hat{f}(\alpha + \Delta\varphi, 2)}{\Delta\varphi}, \quad (29)$$

где  $\Delta\varphi$  – малое приращение координаты  $\varphi$ . Выражение (29) используется для вычисления производной  $\partial \hat{f}(\varphi) / \partial \varphi$  и на границе  $\beta$ .

Вероятность  $\hat{P}_1(t_i)$  в данном случае вычисляется по следующей формуле:

$$\hat{P}_1(t_i) = \hat{O} \left[ \frac{\beta - \hat{\varphi}_1(t_i)}{\sqrt{D_1(t_i)}} \right] - \hat{O} \left[ \frac{\alpha - \hat{\varphi}_1(t_i)}{\sqrt{D_1(t_i)}} \right], \quad (30)$$

где  $\Phi(\dots)$  – функция Лапласа;  $\hat{\varphi}_1(t_i), D_1(t_i)$  – соответственно апостериорное математическое ожидание и дисперсия процесса  $\varphi(t)$ , вычисленные в момент времени  $t_i$  без учета поглощения  $\varphi(t)$  на границах  $\alpha$  и  $\beta$ .

Уравнения для оценок  $\hat{\varphi}_1$  и  $\hat{D}_1$  получаются аналогично, как и для  $\hat{\varphi}_2$  и  $\hat{D}_2$ , но при условии, что поглощение реализаций на границах отсутствует. Эти уравнения (фильтр Калмана) имеют вид

$$\hat{\varphi}_1 = a\varphi_1 + \frac{cD_1}{Q}(Z - c\varphi_1), \quad \hat{\varphi}_1(t_0) = \varphi_0; \quad (31)$$

$$\hat{D}_1 = 2aD_1 - \frac{c^2 D_1^2}{Q} + G, \quad D_1(t_0) = D_0. \quad (32)$$

Моделирование по изложенной выше методике было произведено при следующих условиях:  $a = -1$ ;  $c = 1$ ;  $Q = 5$ ;  $G = 2$ ;  $\Delta\varphi = 0,05$ ;  $\varphi_0 = 0$ ;  $D_0 = 0,001$ .

На рис. 3 показан график зависимости  $\hat{P}_1(t)$  при  $\beta = -\alpha = 0,5$ .

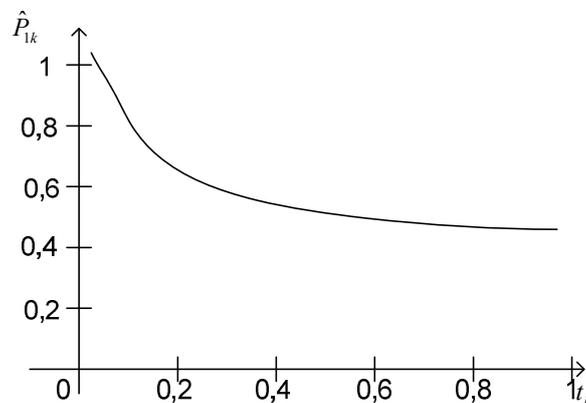


Рис. 3. График зависимости  $\hat{P}_1(t)$

На рис. 4 изображены графики  $\hat{P}_2(t)$  на интервалах времени  $[t_{i-1} - t_i]$  ( $i = \overline{1,4}$ ) при  $\beta = 0,5$  и  $\tau_f = 0,05$ .

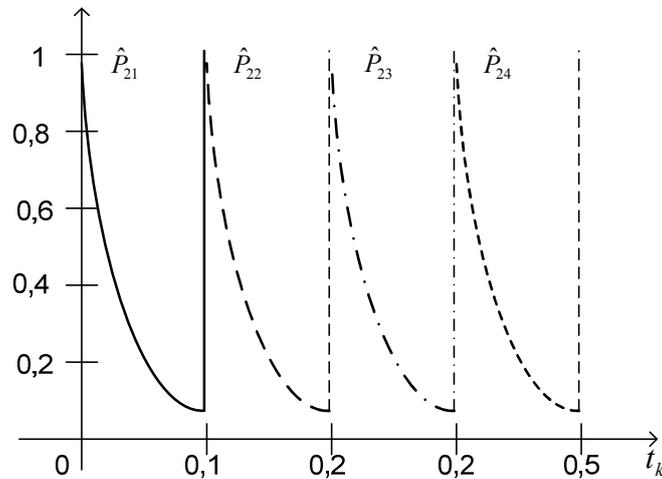


Рис. 4. Графики зависимости  $\hat{P}_2(t)$

Значения  $\hat{P}_{3\delta}(t_r)$ , соединенные интерполяционной линией, представлены в виде графика на рис. 5.

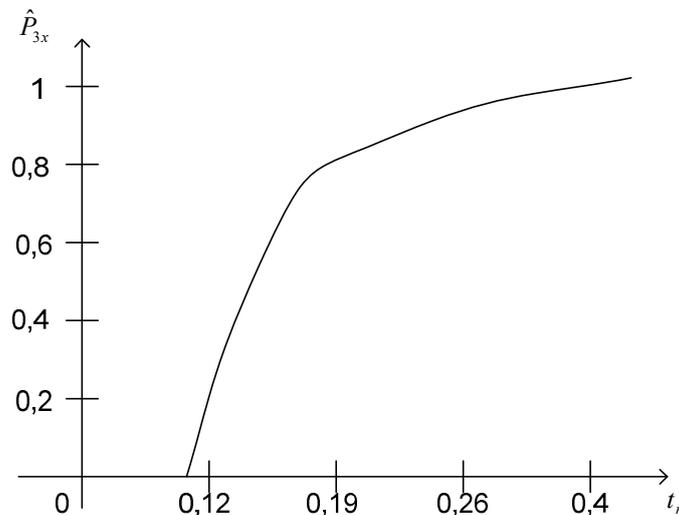


Рис. 5. График зависимости  $\hat{P}_{3\delta}(t_r)$

### Заключение

Результаты расчетов показывают, что при апостериорном вероятностном анализе срыва управления СФУ необходимо учитывать инерционность системы, поскольку неучет этого фактора приводит к существенному изменению вероятностной картины процесса и может вызвать ошибки при принятии решения о переходе на автосопровождение поисковой системой ФАПЧ.

Таким образом, приведенная выше методика позволяет приближенно решать ряд задач апостериорного вероятностного анализа на этапе предварительного проектирования на основе стохастических математических моделей систем ФАПЧ.

**Список литературы**

1. Бусько, В.Л. Системы с фазовым управлением случайной структуры / В.Л. Бусько, А.А. Лобатый. – Минск : БГУИР, 2008. – 177 с.
2. Батура, М.П. Дискретные системы с фазовым управлением / М.П. Батура. – Минск : БГУИР, 2002. – 152 с.
3. Шахгильдян, В.В. Системы фазовой автоподстройки частоты / В.В. Шахгильдян, В.В. Ляховкин. – М. : Связь, 1972. – 447 с.
4. Казаков, И.Е. Оптимизация динамических систем случайной структуры / И.Е. Казаков, В.М. Артемьев. – М. : Наука, 1980. – 384 с.
5. Бусько, В.Л. Вероятностный анализ поисковой системы фазовой автоподстройки частоты / В.Л. Бусько, А.А. Лобатый, Х.А. Алькатауна // Доклады БГУИР. – 2007. – № 4 (20). – С. 5–12.

Поступила 20.02.09

*Белорусский государственный университет  
информатики и радиоэлектроники,  
Минск, П. Бровка, 6  
e-mail: pochebut@bsuir.by*

**V.L. Busko, A.A. Lobaty, M.V. Pochebut, G.M. Said**

**A POSTERIORY PROBABILISTIC ANALYSIS  
OF THE PHASE CONTROL SYSTEM**

A method for solving a posteriori probabilistic analysis task at the preliminary design stage is proposed. It is based on the theory of markov processes of random structure and mathematical models of phase control systems.