

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ И КОМПЬЮТЕРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

УДК 004.3

В.В. Анищенко¹, К.В. Изотко², Л.И. Кульбак¹ОЦЕНКА НАДЕЖНОСТИ ИЗДЕЛИЙ
С ПЕРЕМЕННЫМИ РЕЖИМАМИ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ

Рассматриваются модели надежности изделий в случае их функционирования в режимах, отличающихся безотказностью. Получены формулы для расчета показателей надежности таких изделий, и на конкретном примере приводится расчет показателей надежности.

Введение

Многие изделия в процессе использования их по назначению работают в различных режимах, отличающихся показателями безотказности. Это изделия с изменяющейся в процессе работы конфигурацией или степенями активности элементов конфигурации, например:

– станция приема данных с космического аппарата (КА), работающая в режимах сеансов связи с КА и обработки принятых данных в промежутках между сеансами;

– автоматизированная информационно-аналитическая система (АИАС) «Клиника», где круглосуточно функционируют операционный блок, реанимационное отделение, клинично-диагностическая лаборатория, приемный покой, отделение функциональной диагностики и др., а остальные функциональные подсистемы работают посменно;

– автоматизированное рабочее место (АРМ) на базе ПЭВМ, в конфигурацию которой входят периферийные устройства;

– обычный телевизор, который может работать в режиме ожидания включения с пульта.

Назовем такие технические системы изделиями с переменными режимами использования (ИПРИ).

Следует заметить, что модели надежности ИПРИ не нашли достаточно полного отражения ни в технической литературе и справочниках по надежности, ни в нормативных документах по расчету надежности.

Невосстанавливаемые системы, у которых определяется вероятность безотказной работы, рассматриваются в фундаментальных изданиях по теории надежности [1–4]. В работе [1] исследуется одиночный элемент, в [2–4] – система из последовательно включаемых элементов или работающих одновременно.

В справочнике [5] и в работе [7] модель ИПРИ вообще не рассматривается. В [6] описывается модель, близкая к модели ИПРИ, в виде восстанавливаемого элемента со случайным временем работы, определяется вероятность безотказной работы, выражение которой совпадает при нормальном законе распределения времени работы элемента с результатом в [1]. В нормативных документах по расчету надежности [8–10] модель ИПРИ не рассматривается, в работе [11] дается марковская модель восстанавливаемого ИПРИ при экспоненциальном распределении времени работы изделия в различных режимах для случая возвращения изделия после его восстановления в исходный режим работы.

Представляется актуальным рассмотреть модель восстанавливаемого ИПРИ при произвольном законе распределения времени работы в различных режимах с целью определения его интенсивности отказов, а также марковскую модель восстановленного ИПРИ в случае возвращения изделия в режим работы, в котором произошел отказ.

1. Математическая модель восстанавливаемого ИПРИ

Допустим, что восстанавливаемое ИПРИ может работать в режимах, различающихся интенсивностью отказов, при этом закон распределения наработки до отказа в этих режимах

является экспоненциальным. В этом случае диаграмму интенсивности отказов ИПРИ в различных режимах работы можно представить в виде рис. 1, где $\Lambda(t)$ – интенсивность отказов ИПРИ; λ_j – интенсивность отказов ИПРИ в j -м режиме работы; t_j – время окончания работы ИПРИ в j -м режиме, $j = 1, 2, \dots, m$.

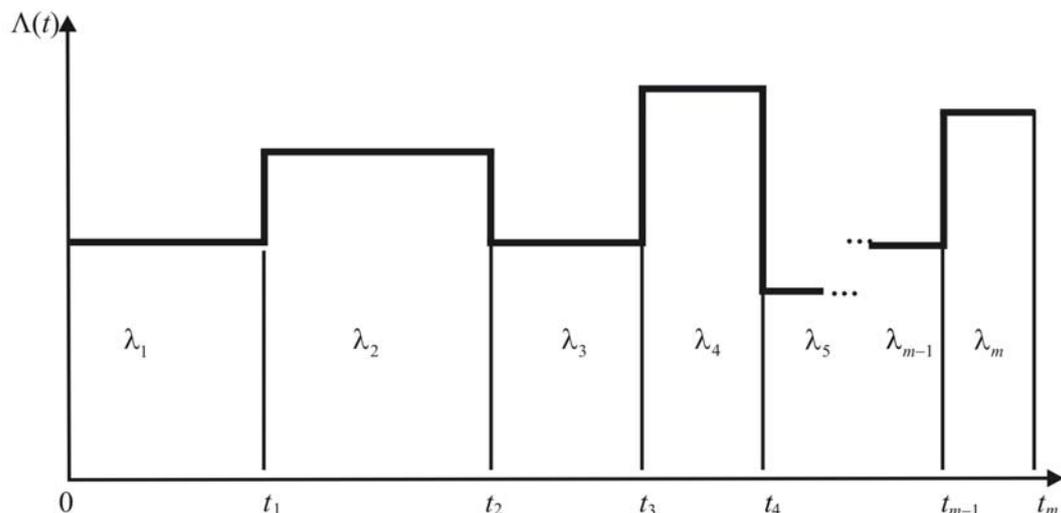


Рис. 1. Диаграмма распределения интенсивности отказов ИПРИ

Независимо от закона распределения наработки изделия до отказа справедлива следующая формула вероятности безотказной работы [6]:

$$P(t) = \exp\left(-\int_0^t \Lambda(t) dt\right), \quad (1)$$

где $P(t)$ – вероятность безотказной работы за наработку t ; $\Lambda(t)$ – интенсивность отказов как функция наработки.

Определим вероятность безотказной работы изделия за время t_m функционирования при диаграмме интенсивности отказов, приведенной на рис. 1:

$$P(t_m) = \exp\left(-\int_0^{t_m} \Lambda(t) dt\right). \quad (2)$$

Интеграл в формуле (2) представляет собой сумму интегралов

$$\sum_{j=0}^{m-1} \int_{t_j}^{t_{j+1}} \lambda_{j+1} dt = \left(\sum_{j=1}^m \lambda_j K_{H,j}\right) t_m, \quad t_0 = 0; \quad (3)$$

$$K_{H,j} = (t_j - t_{j-1})/t_m, \quad j = 1, 2, 3, \dots, m. \quad (4)$$

Таким образом, интенсивность отказов невосстанавливаемого ИПРИ можно выразить формулой

$$\Lambda(t) = \Lambda = \sum_{j=1}^m \lambda_j K_{H,j}, \quad j = 1, 2, \dots, m, \quad (5)$$

где Λ – интенсивность отказов ИПРИ; λ_j – интенсивность отказов ИПРИ в j -м режиме работы; m – количество изменений режимов работы ИПРИ за исследуемое время t_m ; $K_{H,j}$ – коэффициент (доля) использования j -го режима работы ИПРИ, вычисляемый (вычисляемая) по формуле (4).

2. Математическая модель восстанавливаемого ИПРИ

ИПРИ может находиться в одном из m режимов функционирования, отличающихся безотказностью, или в неработоспособном состоянии.

Время пребывания ИПРИ в каждом из режимов функционирования до перехода в другой режим $\tau_{i,j}$, $i = 1, \dots, m$, $j = 1, \dots, m$, $i \neq j$, распределено по экспоненциальному закону со средним значением

$$\tau_{CP,i,j} = 1/v_{i,j},$$

где $v_{i,j}$ – интенсивность перехода ИПРИ из режима i в режим j .

Наработка ИПРИ до отказа T_O в каждом из режимов функционирования распределена по экспоненциальному закону со средней наработкой до отказа

$$T_{O,i} = 1/\lambda_i, \quad i = 1, \dots, m,$$

где λ_i – интенсивность отказов ИПРИ в режиме i .

При отказе ИПРИ производится восстановление его работоспособности с продолжением работы в режиме, при котором отказал ИПРИ.

Время восстановления работоспособного состояния ИПРИ τ_{B_i} распределено по экспоненциальному закону со средним значением

$$\tau_{B,CP,i} = 1/\mu_i, \quad i = 1, \dots, m,$$

где μ_i – интенсивность восстановления ИПРИ в режиме i .

3. Исследование модели ИПРИ

Математической модели ИПРИ соответствует граф состояний (рис. 2), где приняты следующие обозначения:

1, ..., m – работоспособные состояния ИПРИ при функционировании в соответствующих режимах;

$m + 1, \dots, 2m$ – неработоспособные состояния ИПРИ;

$v_{i,j}$, $i = 1, \dots, m$, $j = 1, \dots, m$, $i \neq j$, – интенсивность перехода в соответствующие режимы функционирования;

λ_i , $i = 1, \dots, m$, – интенсивность отказа ИПРИ в соответствующих режимах функционирования.

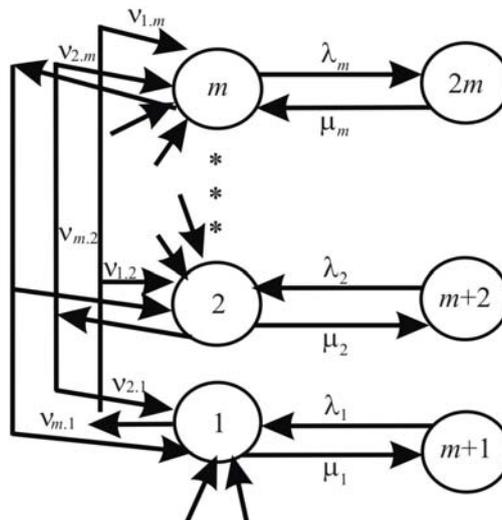


Рис. 2. Граф состояний ИПРИ

Согласно СТБ ИЕС 61165–2008 [9] средняя наработка на отказ, определяемая по графу состояний, в общем случае находится по формуле

$$T_O = \frac{\sum_{j \in UP} P_j}{\sum_{j \in UP, i \in D} \lambda_{ji} P_j}, \quad (6)$$

где T_O – средняя наработка на отказ;
 P_j – вероятность пребывания изделия в j -м состоянии;
 λ_{ji} – интенсивность перехода изделия из состояния j в состояние i ;
 UP – множество работоспособных состояний;
 D – множество неработоспособных состояний.
 Приведем формулу (6) в соответствие с графом состояний на рис. 2:

$$T_O = \frac{\sum_{j=1}^m P_j}{\sum_{j=1}^m \lambda_j P_j} = \frac{1}{\Lambda}, \quad (7)$$

где Λ – интенсивность отказов ИПРИ.

Вероятности пребывания ИПРИ в состояниях $P_j, j = 1, \dots, m$, являются корнями следующей системы уравнений, формируемой из графа состояний на рис. 2:

$$\begin{aligned} (\lambda_i + \sum_{j=1, j \neq i}^m \nu_{i,j}) P_i &= \sum_{j=1, i \neq j}^m \nu_{j,i} P_j + \mu_i P_{m+i}, \quad i = 1, \dots, m; \\ \mu_i P_{m+i} &= \lambda_i P_i; \\ \sum_{i=1}^{2m} P_i &= 1. \end{aligned} \quad (8)$$

В соответствии с (7)

$$\Lambda = \sum_{j=1}^m \lambda_j \frac{P_j}{\sum_{i=1}^m P_i} = \sum_{j=1}^m \lambda_j K_{II,j}, \quad (9)$$

где $K_{II,j}$ – коэффициент использования режима j в работе ИПРИ:

$$K_{II,j} = \frac{P_j}{\sum_{j=1}^m P_i}, \quad j = 1, \dots, m. \quad (10)$$

Очевидно, $K_{II,j}$ представляет собой условную вероятность пребывания ИПРИ в состоянии j при условии, что ИПРИ работоспособен.

На основании эргодических свойств марковского процесса изменения состояний ИПРИ в рассматриваемой модели можно показать, что

$$K_{II,j} = \frac{\tau_j}{\sum_{j=1}^m \tau_i}, \quad j = 1, \dots, m. \quad (11)$$

Представляет интерес распространение результатов, полученных для ИПРИ, на структурную схему надежности изделия (рис. 3).



Рис. 3. Структурная схема надежности исследуемого изделия

На структурной схеме надежности обозначены элементы изделия, отказы которых приведут к отказу изделия в целом. Если под режимом работы понимать определенную конфигурацию функционирования изделия, изменяющуюся за счет ввода в конфигурацию и вывода из нее элементов, то такое изделие можно отнести к категории ИПРИ.

Так как интенсивность отказов изделия, структурная схема которого приведена на рис. 3, равна сумме интенсивностей отказов составляющих ее элементов, то для расчета интенсивности отказов можно использовать формулы (9), (11), которые совпадают с формулами (5), (4).

4. Примеры расчета показателей надежности ИПРИ

Пример 1. Определить среднюю наработку на отказ T_O телевизора при использовании его в режиме ожидания включения и в режиме работы при следующих исходных данных: средняя продолжительность работы телевизора – 8 ч в сутки, средняя наработка на отказ в режиме работы $T_{O,P}$ – три года, в режиме ожидания работы $T_{O,O}$ – 20 лет.

Согласно (7), (9), (11) среднюю наработку на отказ телевизора следует рассчитывать по формуле

$$T_O = \left(\frac{K_{И.Р}}{T_{O,P}} + \frac{(1 - K_{И.Р})}{T_{O,O}} \right)^{-1},$$

где $K_{И.Р} = 0,33$ – коэффициент использования телевизора в режиме работы.

При установленных исходных данных $T_O = 7$ лет.

Пример 2. Определить показатели надежности комплекса приема, обработки и регистрации информации (КПРОИ), поступающей с КА дистанционного зондирования Земли (ДЗЗ) TERRA и NOAA.

Структурная схема надежности (ССН) КПРОИ при критерии отказа «Недопустимость отказа любой компоненты КПРОИ» показана на рис. 4.

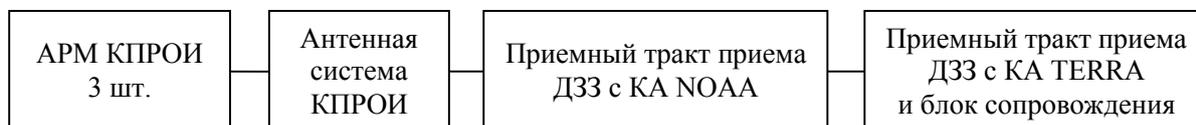


Рис. 4. Структурная схема надежности КПРОИ

За показатели надежности КПРОИ примем установленные в эксплуатационной документации КПРОИ среднюю наработку на отказ T_O и коэффициент готовности K_G . Исходные данные для расчета показателей надежности КПРОИ, полученные в результате эксплуатации КПРОИ в течение 5530 ч наработки, при фиксировании 10 отказов составных частей КПРОИ приведены в таблице. В качестве показателей надежности элементов ССН в таблице даны опытные (точечные) значения, полученные без учета времени на доставку запасных элементов.

Исходные данные элементов ССН КПРОИ

Элемент ССН	Количество сеансов связи с КА	Время работы в сутки, мин	Коэффициент использования, $K_{Иj}$	Средняя наработка на отказ, T_O^* , ч	Среднее время восстановления, T_O^* , ч
Антенная система	25	330	0,244	450	6,0
Приемный тракт КА NOAA	20	255	0,189	348	2,0
Приемный тракт КА TERRA с блоком автосопровождения	5	75	0,055	101	2,0
АРМ	25	1350	1,000	16590	1,0

В соответствии с (9) и ССН на рис. 4 формулы для расчета показателей надежности КПРОИ примут вид

$$\Lambda = 3\lambda_{АРМ} + K_{И.АС}\lambda_{АС} + K_{И.П.Н}\lambda_{П.Н} + K_{И.П.Т}\lambda_{П.Т}; \quad (12)$$

$$T_O^* = 1/\Lambda; \quad (13)$$

$$\lambda_j = 1/T_j^*, \quad j := АРМ, АС, П.Н, П.Т; \quad (14)$$

$$T_B^* = T_O^*(3\lambda_{АРМ}T_{В.АРМ}^* + K_{И.АС}\lambda_{АС}T_{В.АС}^* + K_{И.П.Н}\lambda_{П.Н}T_{П.Н}^* + K_{И.П.Т}\lambda_{П.Т}T_{В.П.Т}^*); \quad (15)$$

$$K_\Gamma^* = \frac{T_O^*}{T_O^* + T_B^*}, \quad (16)$$

где $\Lambda, \lambda_{АРМ}, \lambda_{АС}, \lambda_{П.Н}, \lambda_{П.Т}$ – интенсивности отказов соответственно КПРОИ, АРМ, антенной системы, приемного тракта с КА NOAA, приемного тракта с КА TERRA и блоком автосопровождения;

$K_{И.АС}, K_{И.П.Н}, K_{И.П.Т}$ – коэффициент использования соответственно антенной системы, приемного тракта с КА NOAA, приемного тракта с КА TERRA и блоком автосопровождения;

T_O^*, T_B^*, K_Γ^* – точечные значения соответственно средней наработки на отказ КПРОИ, среднего времени восстановления КПРОИ, коэффициента готовности КПРОИ.

В результате расчетов по формулам (12)–(16) точечное значение средней наработки на отказ КПРОИ T_O^* составило 560 ч, точечное значение коэффициента готовности K_Γ^* равно 0,9947.

Оценим доверительные интервалы показателей надежности КПРОИ.

В силу простейшего потока отказов элементов ССН КПРОИ при фиксированном значении наработки доверительные пределы показателей надежности [12] определяются по следующим формулам:

– для средней наработки на отказ

$$T_{O.H} = r_2 T_O^*; \quad (17)$$

$$T_{O.B} = r_1 T_O^*, \quad (18)$$

где $T_{O.H}, T_{O.B}$ – соответственно нижнее и верхнее значения средней наработки на отказ;

$$r_1 = \frac{2m}{\chi_{1-\alpha}} \text{ при } R = 2m; \quad (19)$$

$$r_2 = \frac{2m}{\chi_\alpha} \text{ при } R = 2(m + 1), \quad (20)$$

где α – односторонняя доверительная вероятность, $\alpha = \text{Вер}(T_O \geq T_{O.H}) = \text{Вер}(T_O \leq T_{O.B})$;

$\chi_\alpha, \chi_{1-\alpha}$ – квантили распределения хи-квадрат соответственно доверительным вероятностям α и $(1 - \alpha)$;

R – число степеней свободы распределения хи-квадрат;

– для коэффициента готовности

$$K_{Г.Н} = K_G^* - Z_\alpha \sigma(K_G); \quad (21)$$

$$K_{Г.В} = K_G^* + Z_\alpha \sigma(K_G); \quad (22)$$

$$\sigma(K_G) = K_G^* \frac{T_B^*}{T_O^*} \sqrt{\frac{1}{m_O} + \frac{1}{m_B}}, \quad (23)$$

где $K_{Г.Н}$, $K_{Г.В}$ – соответственно нижнее и верхнее значения доверительного интервала;
 Z_α – квантиль нормального распределения при доверительной вероятности α ;
 $\sigma(K_G)$ – среднеквадратическое отклонение коэффициента готовности;
 m_O , m_I – количество отказов, по которым определялись соответственно точечные значения средней наработки на отказ и среднего времени восстановления.

В результате расчетов по формулам (17)–(23) доверительные интервалы показателей надежности КПРОИ при доверительной вероятности $\alpha = 0,8$ и $m_O = m_B = 10$ составили:

$$T_{O.Н} = 408 \text{ ч}; \quad T_{O.В} = 767 \text{ ч}; \quad K_{Г.Н} = 0,9927; \quad K_{Г.В} = 0,9969.$$

Заключение

В работе показано, что для расчета интенсивности отказов невосстанавливаемых и восстанавливаемых ИПРИ в инженерной практике можно пользоваться едиными формулами. При этом формула расчета интенсивности отказов ИПРИ при экспоненциальном законе распределения времени работы в различных режимах не зависит от того, в каком режиме работы начнет работу ИПРИ после восстановления его работоспособности.

ССН с последовательным соединением элементов при различной доле участия элементов в работе изделия можно отнести к категории ИПРИ и распространить на это изделие формулы для расчета интенсивности отказов ИПРИ. В этом случае интенсивность отказов изделия можно рассчитывать по формуле

$$\Lambda = \sum_{i=1}^M K_{И.і} \lambda_i,$$

где Λ – интенсивность отказов ИПРИ; λ_i – интенсивность отказов i -го элемента ССН; $K_{И.і}$ – коэффициент использования i -го элемента ССН; M – количество элементов в ССН ИПРИ.

Список литературы

1. Гнеденко, Б.В. Математические методы в теории надежности / Б.В. Гнеденко, Ю.К. Беляев, А.Д. Соловьев. – М. : Наука, 1966. – 524 с.
2. Половко, А.М. Основы теории надежности / А.М. Половко. – М. : Наука, 1964. – 447 с.
3. Гуров, С.В. Основы теории надежности / С.В. Гуров, А.М. Половко. – СПб. : БХВ–Петербург, 2005.
4. Половко, А.М. Основы теории надежности : практикум / А.М. Половко, С.В. Гуров. – СПб. : БХВ–Петербург, 2006.
5. Козлов, Б.А. Краткий справочник по расчету надежности радиоэлектронной аппаратуры / Б.А. Козлов, И.А. Ушаков. – М. : Сов. радио, 1966. – 432 с.
6. Надежность технических систем : справочник / под ред. И.А. Ушакова. – М. : Радио и связь, 1985. – 608 с.
7. Инженерные методы исследования надежности радиоэлектронных систем : пер. с англ. / под ред. А.М. Половко, А.Г. Варжапетяна. – М. : Сов. радио, 1968. – 339 с.

8. Надежность в технике : методические указания. Расчет показателей надежности. Общие положения : РД 50-639-87. – М. : Изд-во стандартов, 1987. – 51 с.

9. Управление надежностью. Методы анализа. Применение методов Маркова : СТБ ИЕС 61165-2008. – Минск : Белорус. гос. ин-т стандартизации и сертификации, 2008. – 25 с.

10. Проектная оценка надежности сложных систем с учетом технического и программного обеспечения и оперативного персонала. Основные положения : ГОСТ 27.205-97. – Минск : Белорус. гос. ин-т стандартизации и сертификации, 2005. – 21 с.

11. Кульбак, Л.И. Средняя наработка на отказ технических средств при случайных изменениях режимов функционирования / Л.И. Кульбак // Вопросы радиоэлектроники. Сер. электронная вычислительная техника. – 1987. – Вып. 10. – С. 32–36.

12. Шор, Я.Б. Статистические методы анализа и контроля качества и надежности / Я.Б. Шор. – М. : Сов. радио, 1962.

Поступила 18.08.09

¹Объединенный институт проблем информатики НАН Беларуси,
Минск, Сурганова, 6
e-mail: anishch@newman.bas-net.by

²УП «Геоинформационные системы»,
Минск, Сурганова, 6

U.V. Anishchanka, K.V. Izotka, L.I. Kulbak

**ASSESSMENT OF PRODUCTS RELIABILITY
WITH VARIABLE MODES OF USE**

Models of products reliability operating in fail proof modes are considered. The relevant formulas for calculating the reliability factors of such products have been deducted. A specific example of the products and appropriate calculation of their reliability are given.