

ISSN 1816-0301 (Print)
ISSN 2617-6963 (Online)
УДК 517.958; 537.8

Поступила в редакцию 06.07.2018
Received 06.07.2018

Принята к публикации 11.09.2018
Accepted 11.09.2018

Моделирование проникновения колеблющихся импульсных электромагнитных полей через экран, выполненный из сверхпроводящих материалов с временной дисперсией

В. Т. Ерофеенко¹✉, В. Ф. Бондаренко²

¹Учреждение БГУ «НИИ прикладных проблем математики и информатики»,
Минск, Беларусь

✉E-mail: bsu_erofeenko@tut.by

²Белорусская государственная академия связи, Минск, Беларусь

Аннотация. Разработана методика моделирования процессов прохождения импульсных колеблющихся TE -поляризованных плоских электромагнитных полей через тонкостенный сверхпроводящий экран. Краевая задача экранирования сформулирована для уравнений Максвелла в рамках модели Гортера – Казимира сверхпроводящих материалов с учетом временной дисперсии. Используются двухсторонние граничные условия, связывающие электромагнитные поля по обе стороны экрана. В качестве первичных полей, воздействующих на экран, рассмотрены импульсные плоские осциллирующие экспоненциально затухающие поля с милли- и микросекундным временем фронта. Импульсное поле за экраном представлено аналитически в интегральном виде. Разработана программа для численного исследования структуры импульсов и их спектральных составов в зависимости от температуры экрана. Для количественной оценки экранирования вычислен коэффициент эффективности экранирования, означающий, во сколько раз ослабевает импульсное поле при прохождении через экран.

Ключевые слова: сверхпроводящие экраны, краевая задача экранирования, двухсторонние граничные условия, импульсные электромагнитные поля, преобразование Фурье, аналитические методы, вычислительный эксперимент, эффективность экранирования, временная дисперсия

Для цитирования. Ерофеенко, В. Т. Моделирование проникновения колеблющихся импульсных электромагнитных полей через экран, выполненный из сверхпроводящих материалов с временной дисперсией / В. Т. Ерофеенко, В. Ф. Бондаренко // Информатика. – 2019. – Т. 16, № 1. – С. 36–48.

Modeling the penetration of oscillating impulse electromagnetic fields through the screen, made of superconducting materials with time dispersion

Viktor T. Erofeenko¹✉, Valentin F. Bondarenko²

¹Establishment of BSU "Research Institute of Applied Mathematics and Informatics",
Minsk, Belarus

✉E-mail: bsu_erofeenko@tut.by

²Belarusian State Academy of Communications, Minsk, Belarus

Abstract. A procedure of simulating the processes of impulse oscillating TE -polarized plane electromagnetic fields penetration through the superconducting thin-shelled plane screen is developed. The shielding boundary-value problem for Maxwell's equations in the frame of Gorter – Kazimir model for superconducting materials with time dispersion is formulated. Two-sided boundary conditions connecting the electromagnetic

fields on both sides of the screen are used. Impulse plane oscillating exponentially damped fields with millisecond and microsecond front time are considered as primary fields acting on the screen. The impulse field behind the screen is presented analytically in the integral form. A program for numerical investigation of impulses structure and their spectral composition depending on the temperature of the screen is developed. For quantitative estimation of shielding the coefficient of shielding efficiency, indicating how much impulse field weakens when passing through the screen, is calculated.

Keywords: superconducting screens, shielding boundary-value problem, two-sided boundary conditions, impulse electromagnetic fields, Fourier transform, analytical methods, numerical experiment

For citation. Erofeenko V. T., Bondarenko V. F. Modeling the penetration of oscillating impulse electromagnetic fields through the screen, made of superconducting materials with time dispersion. *Informatics*, 2019, vol. 16, no. 1, pp. 36–48 (in Russian).

Введение. В настоящее время одним из основных научных направлений в электродинамике является исследование электромагнитных свойств композитных материалов [1]. Изучаются биизотропные, киральные, анизотропные, магнитные, сверхпроводящие и многослойные материалы, среды с пространственной и временной дисперсиями и др. Материалы предназначены для создания экранов и пленок, которые применяются для защиты устройств электроники от воздействия внешних электромагнитных излучений [2–8]. Экраны, в свою очередь, используются в качестве преобразователей типов электромагнитных полей и для улучшения электромагнитной обстановки в помещениях технического персонала. Актуальной является проблема защиты от воздействия импульсных электромагнитных полей с помощью многослойных плоских и цилиндрических экранов [2, 4], сверхпроводящих [5] и биизотропных экранов [7]. Для аналитического моделирования воздействия импульсных полей на технические структуры с помощью краевых задач математической физики применяются интегральные граничные условия на экранах [9], а для упрощения процедуры решения задач используется методика двухсторонних граничных условий, связывающих поля по обе стороны экрана, которые эквивалентны совокупности граничных условий на поверхностях раздела сред. Развиваются и другие методы моделирования [10–12], в частности метод интегральных уравнений [3]. Особый интерес представляют исследования сверхпроводящих экранов и оболочек: нелинейных свойств материалов пленок [6], граничных условий на поверхностях сверхпроводников [13], экранирующих свойств экранов [5], а также изучение влияния температурных режимов на электромагнитные свойства экранов [14].

В настоящей статье предложена математическая модель сверхпроводящего экрана с временной дисперсией, характеризуемой временем релаксации. Сформулирована и решена краевая задача экранирования плоских импульсных электромагнитных полей, воздействующих на сверхпроводящий экран. Импульсное электромагнитное поле за экраном, которое образуется в результате прохождения через экран первичного импульсного поля, характеризуемого временем фронта, временем полуспада и частотой колебаний импульса, представлено аналитически в интегральном виде. Для анализа коэффициентов эффективности экранирования применен метод интегральных преобразований Фурье, позволивший преобразовать нестационарную краевую задачу в краевую задачу монохроматической электродинамики. Интегралы, определяющие поле, рассчитаны численно. Графически исследованы временные импульсы полей за экраном и их спектральные плотности в зависимости от температуры экрана и параметров первичного поля.

Постановка задачи экранирования для импульсных электромагнитных полей. В пространстве E_3 с электрической и магнитной постоянными $\epsilon_0 = 8,85419 \cdot 10^{-12}$ Ф/м, $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Гн/м размещен экран $D(-\infty < x, y < \infty, 0 < z < \Delta)$ толщиной Δ , м; $Oxyz$ – декартова система координат. Экран ограничен плоскостями $\Gamma_1(z=0)$, $\Gamma_2(z=\Delta)$. Материал экрана характеризуется следующими параметрами: $\epsilon = \epsilon'_r \epsilon_0$, ϵ_r – относительная диэлектрическая проницаемость; $\mu = \mu_r \mu_0$, μ_r – относительная магнитная проницаемость; γ – удельная электрическая проводимость, См/м; γ_c – величина, характеризующая сверхпроводимость, См/м·с; n_e – концентрация электронов в экране, $1/\text{м}^3$; τ_e – время свободного пробега электронов, с; T – аб-

солютная температура материала экрана, K ; $T_{кр}$ – критическая температура сверхпроводящего материала экрана, K ; $\beta = T/T_{кр}$ – относительная температура экрана.

На экран D из области $D_1(z < 0)$ воздействует первичное импульсное электромагнитное поле $\vec{E}_0(\vec{r}, t), \vec{H}_0(\vec{r}, t)$. Обозначим поля: $\vec{E}'_1(\vec{r}, t), \vec{H}'_1(\vec{r}, t)$ – отраженное импульсное поле в D_1 ; $\vec{E}_2(\vec{r}, t), \vec{H}_2(\vec{r}, t)$ – импульсное поле, проникшее в область $D_2(z > \Delta)$; $\vec{E}_1(\vec{r}, t) = \vec{E}_0(\vec{r}, t) + \vec{E}'_1(\vec{r}, t)$, $\vec{H}_1(\vec{r}, t) = \vec{H}_0(\vec{r}, t) + \vec{H}'_1(\vec{r}, t)$ – суммарное поле в области D_1 ; $\vec{E}(\vec{r}, t), \vec{H}(\vec{r}, t)$ – импульсное поле в слое D . Поставим краевую задачу, описывающую проникновение первичного поля \vec{E}_0, \vec{H}_0 через экран D .

Краевая задача 1. Требуется при заданном импульсном поле \vec{E}_0, \vec{H}_0 определить импульсные поля \vec{E}'_1, \vec{H}'_1 ; \vec{E}_2, \vec{H}_2 ; \vec{E}, \vec{H} , для которых выполнены уравнения

$$\text{rot } \vec{E}_j = -\mu_0 \frac{\partial \vec{H}_j}{\partial t}, \quad \text{rot } \vec{H}_j = \varepsilon_0 \frac{\partial \vec{E}_j}{\partial t} \quad \text{в } D_j, \quad j=1, 2; \quad (1)$$

$$\text{rot } \vec{E} = -\mu_c \frac{\partial \vec{H}}{\partial t}, \quad \text{rot } \vec{H} = \varepsilon \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} + \gamma \vec{E} + \gamma_c C(\vec{E}) \quad \text{в } D, \quad (2)$$

где $C(\vec{E}) = \int_0^\infty g(\eta) \vec{E}(\vec{r}, t - \eta) d\eta$ – оператор релаксации токов сверхпроводимости (интеграл по времени характеризует временную дисперсию), $g(\eta) = \exp\left(-\frac{\eta}{\tau_\gamma}\right)$, τ_γ – время релаксации, c ; $\gamma = f_c \frac{n_e \tau_e e_0^2}{2m_e}$, $\gamma_c = (1 - f_c) \frac{n_e e_0^2}{m_e}$, $f_c = \beta^4$ при $0 \leq \beta \leq 1$, $\gamma_c = 0$, $\gamma = \gamma_c = \frac{n_e \tau_e e_0^2}{2m_e}$ при $\beta > 1$,

где $m_e = 9,11 \cdot 10^{-31}$ кг – масса электрона, $e_0 = 1,6 \cdot 10^{-19}$ Кл – заряд электрона.

Выполнены граничные условия непрерывности тангенциальных составляющих полей на плоскостях Γ_1, Γ_2 :

$$\left(\vec{E}_{1\tau} - \vec{E}_\tau\right)\Big|_{\Gamma_1} = 0, \quad \left(\vec{H}_{1\tau} - \vec{H}_\tau\right)\Big|_{\Gamma_1} = 0, \quad \left(\vec{E}_{2\tau} - \vec{E}_\tau\right)\Big|_{\Gamma_2} = 0, \quad \left(\vec{H}_{2\tau} - \vec{H}_\tau\right)\Big|_{\Gamma_2} = 0 \quad (3)$$

и условия излучения на бесконечность. ■

Сформулируем вспомогательную задачу для монохроматических электромагнитных полей, соответствующую задаче (1)–(3).

Краевая задача экранирования для монохроматических электромагнитных полей. К уравнениям (1), (2) и граничным условиям (3) применим интегральное преобразование Фурье по обезразмеренному времени t :

$$\vec{E}(\vec{r}, \omega) = \frac{1}{\tau} \int_{-\infty}^{\infty} \vec{E}(\vec{r}, t) e^{i\omega t} dt, \quad \vec{H}(\vec{r}, \omega) = \frac{1}{\tau} \int_{-\infty}^{\infty} \vec{H}(\vec{r}, t) e^{i\omega t} dt, \quad (4)$$

где $\vec{E}(\vec{r}, \omega), \vec{H}(\vec{r}, \omega)$ – спектральные поля для импульсных полей $\vec{E}(\vec{r}, t), \vec{H}(\vec{r}, t)$; τ – характерное время. В случае преобразования (4) для оператора $C(\vec{E})$ получаем

$$\frac{1}{\tau} \int_{-\infty}^{\infty} C(\vec{E}) e^{i\omega t} dt = \int_0^\infty g(\eta) e^{i\omega \eta} d\eta \frac{1}{\tau} \int_{-\infty}^{\infty} \vec{E}(\vec{r}, t - \eta) e^{i\omega(t-\eta)} dt = \frac{\tau_\gamma}{1 - i\omega\tau_\gamma} \vec{E}(\vec{r}, \omega).$$

Для преобразования (4) имеет место обратное интегральное преобразование Фурье:

$$\vec{E}(\vec{r}, t) = \frac{\tau}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \vec{E}(\vec{r}, \omega) e^{-i\omega t} d\omega, \quad \vec{H}(\vec{r}, t) = \frac{\tau}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \vec{H}(\vec{r}, \omega) e^{-i\omega t} d\omega. \quad (5)$$

Сформулируем краевую задачу экранирования для спектральных полей, соответствующих импульсным полям задачи (1)–(3). В пространстве E_3 разместим экран $D(0 < z < \Delta)$, характеризуемый магнитной проницаемостью $\mu_c = \mu_r^c \mu_0 = \mu$ и диэлектрической проницаемостью $\epsilon_c = \epsilon_r^c \epsilon_0$, где $\epsilon_r^c(\omega) = \epsilon_r + \frac{i\gamma}{\omega \epsilon_0} + \frac{i\tau_\gamma \gamma_c}{\omega \epsilon_0 (1 - i\omega \tau_\gamma)}$. В полупространстве $D_1(z < 0)$ на экран D воздействует первичное электромагнитное поле \vec{E}_0, \vec{H}_0 , колеблющееся с круговой частотой $\omega = 2\pi f$, f – частота поля, Гц. Обозначим монохроматические поля: \vec{E}'_1, \vec{H}'_1 – отраженное поле в области D_1 ; $\vec{E}_1 = \vec{E}_0 + \vec{E}'_1$, $\vec{H}_1 = \vec{H}_0 + \vec{H}'_1$ – суммарное поле в D_1 ; \vec{E}_2, \vec{H}_2 – поле, проникшее в область D_2 ; \vec{E}, \vec{H} – поле в слое D .

Краевая задача 2. Требуется при заданном импульсном поле \vec{E}_0, \vec{H}_0 определить поля \vec{E}_2, \vec{H}_2 ; \vec{E}, \vec{H} , для которых выполнены уравнения

$$\text{rot } \vec{E}_j = i\omega \mu_0 \vec{H}_j, \quad \text{rot } \vec{H}_j = -i\omega \epsilon_0 \vec{E}_j \quad \text{в } D_j, \quad j = 1, 2; \quad (6)$$

$$\text{rot } \vec{E} = i\omega \mu_c \vec{H}, \quad \text{rot } \vec{H} = -i\omega \epsilon_c \vec{E} \quad \text{в } D, \quad (7)$$

условия непрерывности тангенциальных составляющих полей на плоскостях Γ_1, Γ_2

$$\left. (\vec{E}_{1\tau} - \vec{E}_\tau) \right|_{\Gamma_1} = 0, \quad \left. (\vec{H}_{1\tau} - \vec{H}_\tau) \right|_{\Gamma_1} = 0, \quad \left. (\vec{E}_{2\tau} - \vec{E}_\tau) \right|_{\Gamma_2} = 0, \quad \left. (\vec{H}_{2\tau} - \vec{H}_\tau) \right|_{\Gamma_2} = 0 \quad (8)$$

и условия излучения на бесконечность.

Краевая задача экранирования с двухсторонними граничными условиями. В основе краевой задачи экранирования лежит определение электромагнитного поля, прошедшего через экран, и сравнение его с первичным полем, воздействующим на экран. Постановка задачи экранирования (6)–(8) предполагает определение поля в слое D , которое не используется при вычислении коэффициента эффективности экранирования. В связи с этим применяется методика, в которой уравнения (7) и граничные условия (8) исключаются из рассмотрения и заменяются на эквивалентные двухсторонние граничные условия, связывающие поля по обе стороны экрана [2]. Сформулируем соответствующую краевую задачу.

Краевая задача 3. Требуется при заданном монохроматическом первичном поле \vec{E}_0, \vec{H}_0 определить поля \vec{E}'_1, \vec{H}'_1 ; \vec{E}_2, \vec{H}_2 , для которых выполнены уравнения

$$\text{rot } \vec{E}_j = i\omega \mu_0 \vec{H}_j, \quad \text{rot } \vec{H}_j = -i\omega \epsilon_0 \vec{E}_j \quad \text{в } D_j, \quad j = 1, 2, \quad (9)$$

двухсторонние граничные условия

$$\vec{V}_1 \Big|_{\Gamma_1} = \hat{A} \vec{V}_2 \Big|_{\Gamma_2}; \quad (10)$$

$$\vec{W}_1 \Big|_{\Gamma_1} = \hat{B} \vec{W}_2 \Big|_{\Gamma_2} \quad (11)$$

и условия излучения на бесконечность.

Граничное условие (10) используется для TE -поляризованных полей (вектор \vec{E}_0 параллелен экрану D), а условие (11) – для TH -поляризованных электромагнитных полей (магнитный

вектор \vec{H}_0 параллелен экрану D). Матрицы в граничных условиях для однослойного экрана D определяются формулами [2, с. 58]

$$\hat{A} = \begin{pmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} C; & \frac{Z_0 \mu_r^c}{i v_r^c} S \\ \frac{i v_r^c}{Z_0 \mu_r^c} S; & C \end{pmatrix}, \quad \vec{V}(z) = \begin{pmatrix} E_{V_1}(z) \\ H_{V_2}(z) \end{pmatrix}, \quad z = 0, z = \Delta; \quad (12)$$

$$\hat{B} = \begin{pmatrix} B_{11} & B_{12} \\ B_{21} & B_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} C; & \frac{Z_0 \nu_r^c}{i \varepsilon_r^c} S \\ \frac{i \varepsilon_r^c}{Z_0 \nu_r^c} S; & C \end{pmatrix}, \quad \vec{W}(z) = \begin{pmatrix} E_{V_2}(z) \\ H_{V_1}(z) \end{pmatrix},$$

где $C = \text{ch}(k_0 \nu_r^c \Delta)$, $S = \text{sh}(k_0 \nu_r^c \Delta)$, $k_0 = \frac{\omega}{c}$, $\nu_r^c = \sqrt{\sin^2 \theta_0 - \varepsilon_r^c \mu_r^c}$, $-\frac{\pi}{2} \leq \arg \nu_r^c < \frac{\pi}{2}$, $Z_0 = \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}}$, c – скорость света в вакууме.

Преобразование плоских импульсных электромагнитных полей, распространяющихся в вакууме. В свободном пространстве R^3 рассмотрим импульсные поля двух типов: TE -поляризованные и TH -поляризованные электромагнитные поля, распространяющиеся в прямом и обратном направлениях.

TE -поляризованные поля. В качестве базисных импульсных плоских электромагнитных полей рассмотрим поля, распространяющиеся в направлении векторов $\vec{p} = (p_1, p_2, \pm p_3)$,

$p_1 = \sin \theta_0 \cos \varphi_0$, $p_2 = \sin \theta_0 \sin \varphi_0$, $p_3 = \cos \theta_0$, $0 \leq \theta_0 < \frac{\pi}{2}$, $0 \leq \varphi_0 < 2\pi$. Поля представим в виде

$$\vec{E}(r, t) = -A \left(\frac{t - p_{\pm}}{\tau} \right) \vec{v}_1, \quad \vec{H}(r, t) = \frac{1}{Z_0} A \left(\frac{t - p_{\pm}}{\tau} \right) \vec{v}_2^{(\mp)}, \quad (13)$$

где τ – характерное время импульса, $\vec{v}_1 = \frac{1}{\sin \theta_0} \vec{V}_1 = \sin \varphi_0 \vec{e}_x - \cos \varphi_0 \vec{e}_y$, $\vec{v}_2^{(\mp)} = \mp \frac{\cos \theta_0}{\sin \theta_0} \vec{V}_2 + \sin \theta_0 \vec{e}_z = \mp \cos \theta_0 (\cos \varphi_0 \vec{e}_y + \sin \varphi_0 \vec{e}_x) + \sin \theta_0 \vec{e}_z$, $\vec{p}_{\pm} = \frac{1}{c} (p_1 x, p_2 y, \pm p_3 z)$, $A(t')$ – произвольная импульсная функция.

TH -поляризованные поля. Базисные импульсные плоские электромагнитные поля, распространяющиеся в направлении векторов $\vec{p} = (p_1, p_2, \pm p_3)$, представим в виде

$$\vec{E}(r, t) = B \left(\frac{t - p_{\pm}}{\tau} \right) \vec{v}_2^{(\mp)}, \quad \vec{H}(r, t) = \frac{1}{Z_0} B \left(\frac{t - p_{\pm}}{\tau} \right) \vec{v}_1, \quad (14)$$

где $B(t')$ – произвольная импульсная функция.

Заметим, что поля (13), (14) удовлетворяют уравнениям (1). Применим к импульсным полям (13), (14) интегральное преобразование (4) и преобразуем их в монохроматические электромагнитные поля. Базисные монохроматические поля, распространяющиеся в вакууме в направлении векторов $\vec{p} = (p_1, p_2, \pm p_3)$, определяются формулами

$$\vec{E}(\vec{r}, \omega) = a \vec{W}_0^{(\mp 1)}(\vec{r}, k_0), \quad \vec{H}(\vec{r}, \omega) = h_0 a \vec{W}_0^{(\mp 2)}(\vec{r}, k_0); \quad (15)$$

$$\vec{E}(\vec{r}, \omega) = b \vec{W}_0^{(\mp 2)}(\vec{r}, k_0), \quad \vec{H}(\vec{r}, \omega) = h_0 b \vec{W}_0^{(\mp 1)}(\vec{r}, k_0), \quad (16)$$

где a, b – произвольные амплитуды, В/м; $h_0 = \frac{1}{iZ_0}$, $k_0 = \frac{\omega}{c}$;

$$\vec{W}_0^{(\mp 1)}(r, k_0) = \frac{i}{\sin \theta_0} \vec{V}_1 \Phi(x, y) \exp(\pm ik_0 z \cos \theta_0);$$

$$\vec{W}_0^{(\mp 2)}(r, k_0) = \left(\mp \frac{\cos \theta_0}{\sin \theta_0} \vec{V}_2 + \sin \theta_0 \vec{e}_z \right) \Phi(x, y) \exp(\pm ik_0 z \cos \theta_0);$$

$$\vec{V}_1 = p_2 \vec{e}_x - p_1 \vec{e}_y, \vec{V}_2 = p_1 \vec{e}_x + p_2 \vec{e}_y, \Phi(x, y) = \exp(ik_0(p_1 x + p_2 y)).$$

Поле (15) – TE -поляризованное, поле (16) – TH -поляризованное. Кроме того, поля (15), (16) удовлетворяют уравнениям (6).

Применим интегральное преобразование (4) к полям (13):

$$\begin{aligned} \vec{E}(\vec{r}, \omega) &= -\frac{1}{\tau} \int_{-\infty}^{\infty} A\left(\frac{t-p_{\pm}}{\tau}\right) e^{i\omega t} dt \frac{1}{\sin \theta_0} \vec{V}_1 = \left[t' = \frac{t-p_{\pm}}{\tau} \right] = -\int_{-\infty}^{\infty} A(t') e^{i\omega \tau t'} dt' e^{i\omega p_{\pm}} \frac{1}{\sin \theta_0} \vec{V} = \\ &= -\hat{A}(\omega \tau) \Phi(x, y) \exp(\pm ik_0 z \cos \theta_0) \frac{1}{\sin \theta_0} \vec{V}_1 = i\hat{A}(\omega \tau) \vec{W}_0^{(\mp 1)}(\vec{r}, k_0). \end{aligned}$$

Аналогично

$$\begin{aligned} \vec{H}(\vec{r}, \omega) &= \frac{1}{\tau Z_0} \int_{-\infty}^{\infty} A\left(\frac{t-p_{\pm}}{\tau}\right) dt \vec{v}_2^{(\pm)} = \\ &= \frac{1}{Z_0} \hat{A}(\omega \tau) \Phi(x, y) \exp(\pm ik_0 z \cos \theta_0) \left(\mp \frac{\cos \theta_0}{\sin \theta_0} \vec{V}_2 + \sin \theta_0 \vec{e}_z \right) = h_0 i \hat{A}(\omega \tau) \vec{W}_0^{(\mp 2)}(\vec{r}, k_0). \end{aligned}$$

Таким образом, импульсное поле (13) преобразуется в монохроматическое поле (15), где $a = a(\omega) = i\hat{A}(\omega \tau)$. Аналогично, применяя преобразование (4) к импульсным полям (14), получим монохроматическое поле (16), где $b = b(\omega) = \hat{B}(\omega \tau)$, $\hat{B}(\omega \tau) = \int_{-\infty}^{\infty} B(t') e^{i\omega \tau t'} dt'$. Применяя обратное интегральное преобразование (5) к полям (15), (16), приходим к импульсным полям (13), (14).

Представление решения краевой задачи 1 для TE -поляризованного поля. В качестве первичного импульсного TE -поляризованного электромагнитного поля, воздействующего на экран D , рассмотрим поле

$$\vec{E}_0(\vec{r}, t) = -A_0 \left(\frac{t-p_+}{\tau_\phi} \right) \vec{v}_1, \vec{H}_0(\vec{r}, t) = \frac{1}{Z_0} A_0 \left(\frac{t-p_+}{\tau_\phi} \right) \vec{v}_2^{(-)}. \quad (17)$$

Для задания импульсной функции $A_0(t')$ рассмотрим импульсную функцию $I(t)$, зависящую от размерного времени t . Импульс принимает максимальное значение $E_{\max} = I(\tau_\phi)$, где τ_ϕ – время фронта импульса, $I(\tau_\phi + T_u) = \frac{1}{2} E_{\max}$, где T_u – время полуспада импульса. Импульс экспоненциально затухает при $t \rightarrow \infty$ и совершает гармонические колебания $\cos\left(2\pi n_0 \frac{t}{\tau_\phi}\right)$, где n_0 – число колебаний импульса за время фронта τ_ϕ . Имеет место аналитическое представление

$$I(t) = E_{\max} y \left(\frac{t}{\tau_\phi} \right) = E_{\max} y(t'),$$

$$y(t') = y_0(t') \cos(2\pi n_0 t'),$$

$$y_0(t') = \begin{cases} y_1(t') = (t')^2 e^{-2(t'-1)}, & 0 < t' \leq 1, \\ y_2(t') = B((t'+C)^2 + D)e^{-A(t'-1)}, & 1 \leq t' < \infty, \\ 0 & \text{при } -\infty < t' < 0, \end{cases} \quad (18)$$

где $T_0 = T_u/\tau_\phi$, $z_0 = 2,4773\dots$, $C = \frac{T_0}{2} - 1$, $D = \frac{(4-z_0)}{4z_0} T_0^2$, $A = \frac{z_0}{T_0}$, $T_0 > 3$, $B = \frac{z_0}{T_0^2}$, а постоянная z_0 определяется как положительный корень уравнения $1 + 2z - \frac{1}{2}e^z = 0$.

Для первичного поля (17) положим $A_0(t') = E_{\max} y(t')$. При воздействии поля (17) на экран D в области D_1 образуется отраженное поле

$$\bar{\mathbf{E}}'_1(\vec{r}, t) = -A_1 \left(\frac{t-p_-}{\tau_\phi} \right) \vec{v}_1, \quad \bar{\mathbf{H}}'_1(\vec{r}, t) = \frac{1}{Z_0} A_1 \left(\frac{t-p_-}{\tau_\phi} \right) \vec{v}_2^{(+)} \quad (19)$$

и поле

$$\bar{\mathbf{E}}_2(\vec{r}, t) = -A_2 \left(\frac{t-p_+}{\tau_\phi} \right) \vec{v}_1, \quad \bar{\mathbf{H}}_2(\vec{r}, t) = \frac{1}{Z_0} A_2 \left(\frac{t-p_+}{\tau_\phi} \right) \vec{v}_2^{(-)}, \quad (20)$$

проникшее в область D_2 . Импульсные функции $A_1(t')$, $A_2(t')$ подлежат определению при решении краевой задачи (1)–(3).

Решение краевой задачи 3. Применим интегральное преобразование (4) при $\tau = \tau_\phi$ к импульсным полям (17), (19), (20) и получим монохроматические поля, которые являются решениями краевой задачи (9), (10). Импульсное поле (17) преобразуется к виду (15):

$$\bar{\mathbf{E}}(\vec{r}, \omega) = a_0 \bar{\mathbf{W}}_0^{(-1)}(\vec{r}, k_0), \quad \bar{\mathbf{H}}(\vec{r}, \omega) = h_0 a_0 \bar{\mathbf{W}}_0^{(-2)}(\vec{r}, k_0). \quad (21)$$

Амплитуда a_0 вычисляется аналитически:

$$a_0 = i\hat{A}_0(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} A_0(t') e^{i\omega t'} dt' = iE_{\max} \int_{-\infty}^{\infty} y(t') e^{i\omega t'} dt' = iE_{\max} \hat{y}(\omega),$$

где $\omega = \omega \tau_\phi$,

$$\hat{y}(\omega) = \frac{1}{2} [\hat{y}_1(\omega + 2\pi n_0) + \hat{y}_1(\omega - 2\pi n_0) + \hat{y}_2(\omega + 2\pi n_0) + \hat{y}_2(\omega - 2\pi n_0)];$$

$$\hat{y}_1(x) = \frac{1}{\alpha^3(x)} [2e^2 - (\alpha^2(x) + 2\alpha(x) + 2)e^{ix}], \quad \alpha(x) = 2 - ix, \quad e = \exp(1);$$

$$\hat{y}_2(x) = \frac{1}{T_0^2 \beta^3(x)} [T_0^2 \beta^2(x) + z_0 T_0 \beta(x) + 2z_0] e^{ix}, \quad \beta(x) = A - ix.$$

Импульсные поля (19), (20) преобразуются к виду

$$\bar{\mathbf{E}}'_1(\vec{r}, \omega) = a_1 \bar{\mathbf{W}}_0^{(+1)}(\vec{r}, k_0), \quad \bar{\mathbf{H}}'_1(\vec{r}, \omega) = h_0 a_1 \bar{\mathbf{W}}_0^{(+2)}(\vec{r}, k_0), \quad (22)$$

$$\bar{E}_2(\vec{r}, \omega) = a_2 \bar{W}_0^{(-1)}(\vec{r}, k_0), \quad \bar{H}_2(\vec{r}, \omega) = h_0 a_2 \bar{W}_0^{(-2)}(\vec{r}, k_0), \quad (23)$$

где амплитуды

$$a_j = i \hat{A}_j(\omega) = i \int_{-\infty}^{\infty} A_j(t') e^{i\omega t'} dt'. \quad (24)$$

Поля (21)–(23) удовлетворяют нелокальному граничному условию (10), из которого следует представление амплитуд a_j через матричные элементы (12) [2, с. 59]:

$$a_1 = \frac{a_0}{D_A} \left(A_{11} - A_{22} + \frac{\cos \theta_0}{Z_0} A_{12} - \frac{Z_0}{\cos \theta} A_{21} \right), \quad (25)$$

$$a_2 = \frac{2a_0}{FD_A}, \quad D_A = A_{11} + A_{22} + \frac{\cos \theta_0}{Z_0} A_{12} + \frac{Z_0}{\cos \theta} A_{21}, \quad F = \exp(ik_0 \Delta \cos \theta_0).$$

Расчет коэффициента эффективности экранирования. Вычислим временной импульс поля, прошедшего через экран. Применяя обратное интегральное преобразование Фурье к (24), получим

$$A_2(t') = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \hat{A}_2(\omega) e^{-i\omega t'} d\omega, \quad (26)$$

где из соотношений (25) следует

$$\hat{A}_2(\omega) = \frac{2\hat{A}_0(\omega)}{F(\omega)D_A(\omega)} = 2 \frac{E_{\max} \hat{y}(\omega)}{F(\omega)D_A(\omega)}.$$

Представим функции D_A, F через безразмерную переменную w :

$$\varepsilon_r^c(\omega) = \varepsilon_r^c \left(\frac{w}{\tau_\phi} \right) = \frac{1}{w} \bar{\varepsilon}_r^c(w), \quad \bar{\varepsilon}_r^c(w) = \varepsilon_r w + \frac{i\tau_\phi}{\varepsilon_0} \left(\gamma + \frac{\tau_\gamma \tau_\phi \gamma_c}{\tau_\phi - i\tau_\gamma w} \right), \quad k_0 = \frac{\omega}{c} = \frac{w}{c\tau_\phi},$$

$$v_r^c(\omega) = v_r^c \left(\frac{w}{\tau_\phi} \right) = \frac{1}{\sqrt{w}} \bar{v}_r^c(w), \quad \bar{v}_r^c(w) = \sqrt{w \sin^2 \theta_0 - \bar{\varepsilon}_r^c(w) \mu_r}, \quad -\frac{\pi}{2} \leq \arg \bar{v}_r^c(w) < \frac{\pi}{2},$$

$$A_{11}(\omega) = A_{22}(\omega) = A_{11} \left(\frac{w}{\tau_\phi} \right) = \bar{C}(w), \quad \bar{C}(w) = \operatorname{ch} \left(\frac{\sqrt{w}}{c\tau_\phi} \bar{v}_r^c(w) \right), \quad A_{12}(\omega) = A_{12} \left(\frac{w}{\tau_\phi} \right) = \frac{Z_0 \mu_r \sqrt{w}}{i\bar{v}_r^c(w)} \bar{S}(w),$$

$$\bar{S}(w) = \operatorname{sh} \left(\frac{\sqrt{w}}{c\tau_\phi} \bar{v}_r^c(w) \right), \quad A_{21}(\omega) = \frac{i\bar{v}_r^c(w)}{Z_0 \mu_r \sqrt{w}} \bar{S}(w), \quad F(\omega) = F \left(\frac{w}{\tau_\phi} \right) = \bar{F}(w), \quad \bar{F}(w) = \exp(i\omega t'_\Delta), \quad t'_\Delta = \frac{\Delta}{c\tau_\phi} \cos \theta_0.$$

В результате получим

$$D_A(\omega) = \bar{D}_A(w) = 2\bar{C}(w) + \left(\frac{\mu_r \cos \theta_0 \sqrt{w}}{i\bar{v}_r^c(w)} + \frac{i\bar{v}_r^c(w)}{\mu_r \cos \theta_0 \sqrt{w}} \right) \bar{S}(w),$$

$$\hat{A}_2(\omega) = 2E_{\max} Y(\omega), \quad Y(\omega) = \frac{\hat{y}(\omega)}{\bar{F}(w)\bar{D}_A(w)}.$$

Вычислим максимальное значение импульса (26):

$$\max_{|t'| < \infty} |A_2(t')| = \max_{|t'| < \infty} |A_2(t' - t'_\Delta)| = E_{\max} \max_{|t'| < \infty} \frac{1}{\pi} \left| \int_{-\infty}^{\infty} Y(\omega) e^{-i\omega(t' - t'_\Delta)} d\omega \right| = E_{\max} M_2,$$

где

$$M_2 = \frac{1}{\pi} \max_{|r| < \infty} \left| \int_{-\infty}^{\infty} \bar{Y}(w) e^{-iwt'} dw \right|, \quad \bar{Y}(w) = \frac{\hat{y}(w)}{D_A(w)}. \quad (27)$$

Преобразуем интеграл (27), используя соотношение для подынтегральной функции $\bar{Y}(-w) = \bar{Y}^*(w)$, где * – комплексное сопряжение. Получим представление

$$M_2 = \frac{2}{\pi} \max_{|r| < \infty} \left| \int_0^{\infty} (\operatorname{Re} \bar{Y}(w) \cos(wt') + \operatorname{Im} \bar{Y}(w) \sin(wt')) dw \right|.$$

Учитывая формулы (17), (20) для первичного импульса и импульса, прошедшего через экран D , определим коэффициент эффективности экранирования

$$\Theta = \frac{\max_{|r| < \infty} |\bar{E}_0(0, t)|}{\max_{|r| < \infty} |\bar{E}_2(0, t)|} = \frac{\max_{|r| < \infty} |A_0(t')|}{\max_{|r| < \infty} |A_2(t')|} = \frac{1}{M_2}. \quad (28)$$

Вычислительный эксперимент. Численно построен график импульса (17) TE -поляризованного электромагнитного поля (вектор \bar{E}_0 параллелен экрану), падающего под углом θ_0 на плоский однослойный сверхпроводящий экран, а также график спектральной функции импульса.

Приведены соответствующие графики импульсов с миллисекундным временем фронта ($\tau_\Phi = 10^{-3}$ с) (рис. 1) и микросекундным временем фронта ($\tau_\Phi = 10^{-6}$ с) (рис. 3), время осциллирующих электромагнитных полей, проникших через экран в случае фиксированной температуры экрана ($\beta = T/T_{\text{кп}} = 0,9$), а также их спектральные функции. Численно исследуются импульсы, которые совершают одно колебание за время фронта ($n_0 = 1$). Материальные параметры экрана, использованные на рис. 1 и 3, выбраны одинаковыми.

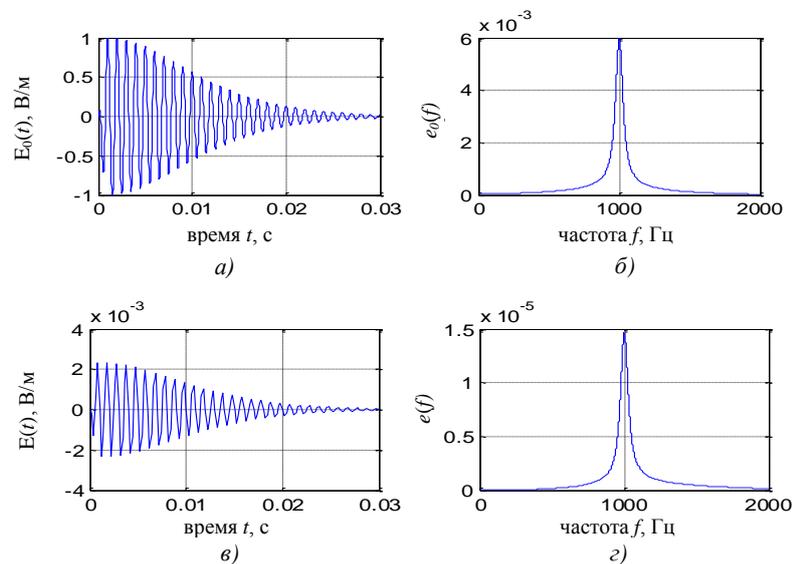


Рис. 1. Экранирование миллисекундного импульса, $n = 3$. Графики временных импульсов: а) $E_0(t)$ – первичный импульс; в) $E(t)$ – импульс за экраном. Графики спектральных функций: б) $e_0(f)$; г) $e(f)$.

Исходные параметры: $\beta = 0,9$, $\tau_e = 10^{-12}$, $n_e = 7 \cdot 10^{15}$, $\varepsilon_r = 8$, $\mu_r = 1$, $\Delta = 1 \cdot 10^{-4}$,

$$\theta_0 = \frac{\pi}{3}, \quad I_{\max} = 1, \quad \tau_\Phi = 10^{-n}, \quad T_u = 10 \cdot 10^{-n}, \quad n = 3, \quad n_0 = 1, \quad \tau_\gamma = 10^{-2}, \quad \Theta = 406,9$$

На рис. 1 и 3 представлены графики первичного импульса; спектральной функции первичного импульса; импульса, прошедшего через экран, и спектральной функции импульса, прошедшего через экран.

На рис. 2 и 4 приведены графики коэффициента эффективности экранирования (28), который указывает, во сколько раз ослабевает импульс при прохождении через экран в зависимости от относительной температуры экрана $\beta(f)$ ($0 < \beta < 1$). Отметим, что при $\beta = 1$ эффективность экранирования $\mathcal{E} = 1$.

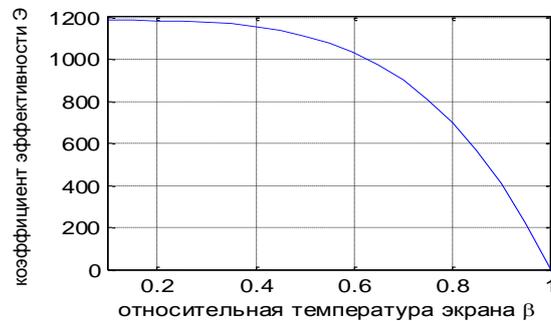


Рис. 2. График коэффициента эффективности экранирования миллисекундного импульса в зависимости от температуры. Исходные параметры определены в подрисуночной подписи к рис. 1

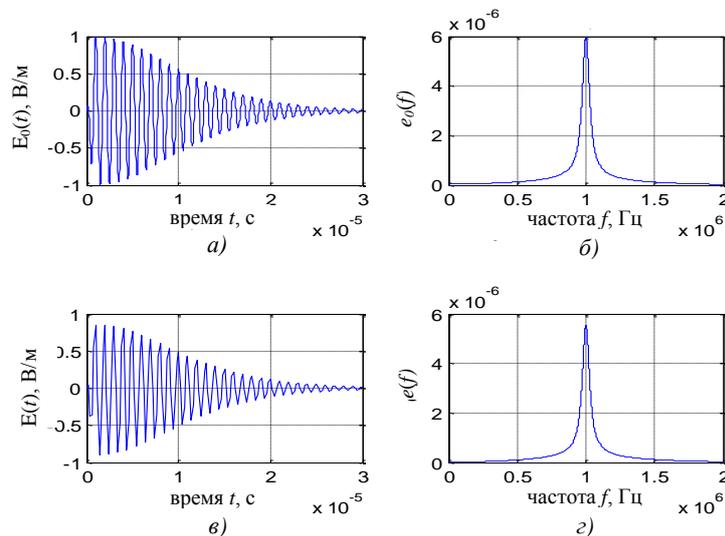


Рис. 3. Экранирование микросекундного импульса, $n = 6$. Графики временных импульсов: а) $E_0(t)$ – первичный импульс; в) $E(t)$ – импульс за экраном. Графики спектральных функций: б) $e_0(f)$; г) $e(f)$.

Исходные параметры: $\beta = 0,9$, $\tau_e = 10^{-12}$, $n_e = 7 \cdot 10^{15}$, $\varepsilon_r = 8$, $\mu_r = 1$, $\Delta = 1 \cdot 10^{-4}$,

$$\theta_0 = \frac{\pi}{3}, I_{\max} = 1, \tau_\phi = 10^{-n}, T_u = 10 \cdot 10^{-n}, n = 6, n_0 = 1, \tau_\gamma = 10^{-2}, \mathcal{E} = 1,06$$

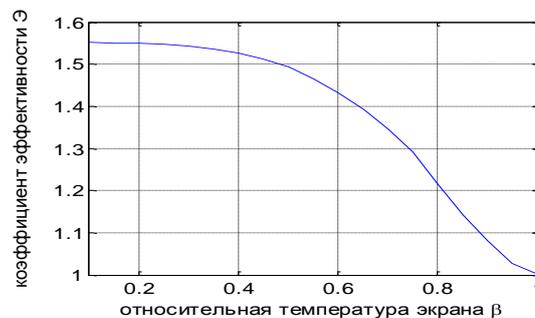


Рис. 4. График коэффициента эффективности экранирования микросекундного импульса в зависимости от температуры. Исходные параметры определены в подрисуночной подписи к рис. 3

Показано, что изменение времени полуспада $T_u = \alpha \cdot \tau_\phi$ в пределах $\alpha > 3$ слабо влияет на коэффициент эффективности экранирования: $T_u = 3 \cdot 10^{-3}$, $\Theta = 408,6$; $T_u = 5 \cdot 10^{-3}$, $\Theta = 407,4$; $T_u = 10 \cdot 10^{-3}$, $\Theta = 406,9$; $T_u = 15 \cdot 10^{-3}$, $\Theta = 406,9$.

Точные значения коэффициентов эффективности экранирования в зависимости от концентрации электронов в экране и угла наклона первичного поля, падающего на экран, представлены в табл. 1 и 2.

Таблица 1

Коэффициент эффективности Θ	5,9	58,4	583,9	5838
Концентрация n_e	10^{14}	10^{15}	10^{16}	10^{17}

Таблица 2

Коэффициент эффективности Θ	204	221	289	661
Угол наклона поля θ_0	0	$\pi/8$	$\pi/4$	$2\pi/5$

Данные таблиц соответствуют исходным параметрам рис. 1.

Заключение. Разработан метод аналитико-численного решения краевой задачи проникновения под произвольным углом импульсных плоских электромагнитных полей через сверхпроводящий экран с временной дисперсией и заданной температурой. Нестационарная краевая задача с помощью интегрального преобразования Фурье по временной переменной преобразована в краевую задачу экранирования монохроматических полей плоским экраном. Задача решена аналитически с применением двухсторонних граничных условий. Определено монохроматическое электромагнитное поле, проникшее через экран. С использованием обратного интегрального преобразования Фурье восстановлен нестационарный импульс электромагнитного поля, прошедшего через экран. Импульс представлен аналитически в интегральном виде. Разработаны компьютерные программы для численного вычисления интегралов поля и исследования коэффициента эффективности экранирования импульсов сверхпроводящим экраном в зависимости от температуры. Показано, что изменение времени полуспада первичного импульса практически не влияет на эффективность экранирования, которая существенно зависит от концентрации электронов в сверхпроводящем экране, резко возрастающая при увеличении десятичной степени концентрации (см. табл. 1).

Список использованных источников

1. Виноградов, А. П. Электродинамика композитных материалов / А. П. Виноградов. – М. : Эдиториал УРСС, 2001. – 206 с.
2. Бондаренко, В. Ф. Экранирование импульсных электромагнитных полей многослойными плоскопараллельными экранами с чередующимися магнитными и немагнитными слоями / В. Ф. Бондаренко, В. Т. Ерофеенко // Физические основы приборостроения. – 2017. – Т. 6, № 2. – С. 53–66.
3. Кравченко, В. Ф. Дифракция электромагнитных волн на сверхпроводящих тонких цилиндрических оболочках / В. Ф. Кравченко, В. Т. Ерофеенко // Доклады Академии наук. – 1994. – Т. 337, № 1. – С. 25–27.
4. Ерофеенко, В. Т. Экранирование магнитного импульса пленочным многослойным экраном с чередующимися магнитными и немагнитными слоями / В. Т. Ерофеенко, В. Ф. Бондаренко // Журнал технической физики. – 2017. – Т. 87, вып. 6. – С. 831–836.
5. Ерофеенко, В. Т. Экранирование импульсных электромагнитных полей пленочным сверхпроводящим экраном / В. Т. Ерофеенко, В. Ф. Бондаренко // Тез. докл. Всерос. науч. школы-семинара, Саратов, 16–17 мая 2018 г. – Саратов : Саратовский источник, 2018. – С. 59–63.
6. Кулик, О. И. Нелинейные высокочастотные свойства тонких сверхпроводящих пленок / О. И. Кулик // Журнал экспериментальной и теоретической физики. – 1969. – Т. 57, вып. 2(8). – С. 600–616.
7. Ерофеенко, В. Т. Дифракция плоской электромагнитной волны на плоскостной структуре из биизотропных материалов / В. Т. Ерофеенко, С. В. Малый // Информатика. – 2012. – № 1(33). – С. 58–65.

8. Ерофеенко, В. Т. Взаимодействие экспоненциально затухающих осциллирующих электромагнитных полей с многослойными композитными экранами / В. Т. Ерофеенко, В. Ф. Бондаренко // Вестник БГУ. Сер. 1. – 2014. – № 1. – С. 62–67.
9. Ерофеенко, В. Т. Краевые задачи с интегральными граничными условиями для моделирования магнитных полей в цилиндрических пленочных оболочках / В. Т. Ерофеенко, Г. Ф. Громыко, Г. М. Заяц // Дифференциальные уравнения. – 2017. – Т. 53, № 7. – С. 962–975.
10. Аполлонский, С. М. Эквивалентные граничные условия в электродинамике / С. М. Аполлонский, В. Т. Ерофеенко. – СПб. : Безопасность, 1998. – 416 с.
11. Ерофеенко, В. Т. Аналитическое моделирование в электродинамике / В. Т. Ерофеенко, И. С. Козловская. – М. : Либроком, 2014. – 304 с.
12. Кравченко, В. Ф. Электродинамика сверхпроводящих структур / В. Ф. Кравченко. – М. : Физматлит, 2006. – 280 с.
13. Андрушин, Е. А. О граничных условиях в макроскопической теории сверхпроводимости / Е. А. Андрушин, В. Л. Гинзбург, А. П. Силин // Успехи физ. наук. – 1993. – Т. 57, № 9. – С. 105–108.
14. Гринчик, Н. Н. Влияние тепловых и диффузионных процессов на распространение электромагнитных волн в слоистых материалах / Н. Н. Гринчик, А. П. Достанко. – Минск : Институт тепло- и массообмена им. А. В. Лыкова НАН Беларуси, 2005. – 149 с.

References

1. Vinogradov A. P. *Jelektrodinamika kompozitnyh materialov. Electrodynamics of Composite Materials*. Moscow, Editorial URSS, 2001, 206 p. (in Russian).
2. Bondarenko V. F., Erofeenko V. T. Jekranirovanie impul'snyh jelektromagnitnyh polej mnogoslojnymi ploskoparallel'nymi jekranami s cheredujushhimisja magnitnymi i nemagnitnymi slojami [The shielding of impulse electromagnetic fields by multilayer plane-parallel screens with alternating magnetic and non-magnetic layers]. *Fizicheskie osnovy priborostroenija [Physikal Base of the Apparatusconstruction]*, 2017, vol. 6, no. 2, pp. 53–66 (in Russian).
3. Kravchenko V. F., Erofeenko V. T. Difrakcija jelektromagnitnyh voln na sverhprovodjashhijh tonkih cilindricheskijh obolochkah [Diffraction of an electromagnetic wave on a superconducting cylindrical shells]. *Doklady Akademii nauk [Reports of the Academy of Sciences]*, 1994, vol. 337, no. 1, pp. 25–27 (in Russian).
4. Erofeenko V. T., Bondarenko V. F. Jekranirovanie magnitnogo impul'sa plenochnym mnogoslojnym jekranom s cheredujushhimisja magnitnymi i nemagnitnymi slojami [Shielding of a magnetic pulse by the multilayer film shield with alternating magnetic and nonmagnetic layers]. *Zhurnal tehniczeskoj fiziki [Technical Physics]*, 2017, vol. 87, no. 6, pp. 831–836 (in Russian).
5. Erofeenko V. T., Bondarenko V. F. Jekranirovanie impul'snyh jelektromagnitnyh polej pljonochnym sverhprovodiashhim jekranom [The shielding of impulse electromagnetic fields by film superconducting screen]. *Tezisy dokladov Vserossijskoj nauchnoj shkoly-seminara [All-Russian Scientific School-Seminar, Saratov, 16–17 May 2018]*. Saratov, Saratovskii istochnik, 2018, pp. 59–63 (in Russian).
6. Kulik O. I. Nelinejnye vysokochastotnye svojstva tonkih sverhprovodjashhijh pljonok [Nonlinear high-frequency property of the superconducting films]. *Zhurnal jeksperimental'noj i teoreticzeskoj fiziki [Journal of the Experimental and Theoretical Physics]*, 1969, vol. 57, no. 2(8), pp. 600–616 (in Russian).
7. Erofeenko V. T., Malyi S. V. Difrakcija ploskoj jelektromagnitnoj volny na ploskoslojnoj strukture iz biizotropnyh materialov [Diffraction of a plane electromagnetic wave on a plane-layer structure of bi-isotropic materials]. *Informatika [Informatics]*, 2012, no. 1(33), pp. 58–65 (in Russian).
8. Erofeenko V. T., Bondarenko V. F. Vzaimodejstvie jeksponencial'no zatuhajushhijh oscillirujushhijh jelektromagnitnyh polej s mnogoslojnymi kompozitnymi jekranami [Interaction of exponentially damped oscillating electromagnetic fields with multilayered composite screens]. *Vestnik BGU. Ser. 1 [Bulletin of the Belarusian State University. Ser. 1]*, 2014, no. 1, pp. 62–67 (in Russian).
9. Erofeenko V. T., Gromyko G. F., Zayats G. M. Kraevye zadachi s integral'nymi granichnymi uslovijami dlja modelirovanija magnitnyh polej v cilindricheskijh plenochnyh obolochkah [Boundary value problems with integral boundary conditions for the modeling of magnetic fields in cylindrical film shells]. *Differencial'nye uravnenija [Differential Equations]*, 2017, vol. 53, no. 7, pp. 962–975 (in Russian).
10. Apollonskij S. M., Erofeenko V. T. Jekvivalentnye granichnye uslovija v jelektrodinamike. *Equivalent Boundary Conditions in Electrodynamics*. Saint-Petersburg, Bezopasnost', 1998, 416 p. (in Russian).
11. Erofeenko V. T., Kozlovskaja I. S. Analiticheskoe modelirovanie v jelektrodinamike. *Analytical Modeling in Electrodynamics*. Moscow, Librocom, 2014, 304 p. (in Russian).
12. Kravchenko V. F. *Jelektrodinamika sverhprovodjashhijh struktur. Electrodynamics of the Superconducting Structures*. Moscow, Fizmatlit, 2006, 280 p. (in Russian).

13. Andrjushin E. A., Ginzburg V. L., Silin A. P. O granichnyh uslovijah v makroskopicheskoj teorii sverhprovodimosti [On boundary conditions in the macroscopic theory of superconductivity]. Uspekhi fizicheskikh nauk [*Advances in Physical Sciences*], 1993, vol. 57, no. 9, pp. 105–108 (in Russian).

14. Grinchik N. N., Dostanko A. P. Vlijanie teplovyh i diffuzionnyh processov na rasprostranenie jelektromagnitnyh voln v sloistyh materialah. *Influence of the Heat and Diffusive Processes on the Propagation of Electromagnetic Waves in Layer Materials*. Minsk, Institut teplo- i massoobmena im. A. V. Lykova NAN Belarusi, 2005, 149 p. (in Russian).

Информация об авторах

Ерофеенко Виктор Тихонович, доктор физико-математических наук, профессор, главный научный сотрудник научно-исследовательской лаборатории математических методов защиты информации, Белорусский государственный университет «НИИ прикладных проблем математики и информатики», Минск, Беларусь.

E-mail: bsu_erofeenko@tut.by

Бондаренко Валентин Федорович, кандидат физико-математических наук, доцент, факультет электросвязи, Белорусская государственная академия связи, Минск, Беларусь.

E-mail: valbond1949@yandex.ru

Information about the authors

Viktor T. Erofeenko, Dr. Sci. (Phys.-Math.), Prof., Chief Researcher of the Research Laboratory of Mathematical Methods of Information Security, Establishment of Belarusian State University "Research Institute of Applied Mathematics and Informatics", Minsk, Belarus.
E-mail: bsu_erofeenko@tut.by

Valentin F. Bondarenko, Cand. Sci. (Phys.-Math.), Assoc. Prof., Faculty of Electrical Communication, Belarusian State Academy of Communications, Minsk, Belarus.

E-mail: valbond1949@yandex.ru