

ISSN 1816-0301 (print)

ПРИКЛАДНЫЕ ИНФОРМАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ
APPLIED INFORMATION TECHNOLOGIES

УДК 621.382.3

Поступила в редакцию 08.05.2018

Received 08.05.2018

В. Э. Маркевич, В. В. Легкоступ*ОАО «АЛЕВКУРП», Минск, Беларусь*

**МОДИФИЦИРОВАННЫЙ МЕТОД ПРОПОРЦИОНАЛЬНОГО НАВЕДЕНИЯ
ПРИ ОГРАНИЧЕННОМ СЕКТОРЕ СОПРОВОЖДЕНИЯ ОБЪЕКТА УПРАВЛЕНИЯ**

Аннотация. Рассматривается усовершенствованный вариант алгоритма, реализующего метод пропорционального наведения для управления сверхзвуковыми беспилотными летательными аппаратами (БПЛА) в ограниченном секторе углового сопровождения, связанном с линией визирования аэродинамической цели. Метод обеспечивает устойчивое наведение объекта управления с углами упреждения, не превышающими предельно допустимые. Приводятся аналитические выражения, описывающие алгоритм формирования команд управления и сигналов коррекции, адаптивных к параметрам движения. Сопровождение и наведение БПЛА при этом реализуются в широком диапазоне дальностей, высот и скоростей движения объекта перехвата. Представлены результаты математического моделирования задачи пространственного перехвата аэродинамической цели, а также сравнительного анализа и предварительной оценки точности наведения классических и модифицированных вариантов метода пропорционального наведения.

Ключевые слова: модифицированный метод пропорционального наведения, станция наведения ракет, сектор углового сопровождения, маневрирующая аэродинамическая цель, пространственная модель движения ОУ, ошибки наведения

Для цитирования. Маркевич, В. Э. Модифицированный метод пропорционального наведения при ограниченном секторе сопровождения объекта управления / В. Э. Маркевич, В. В. Легкоступ // Информатика. – 2018. – Т. 15, № 3. – С. 71–92.

V. E. Markevich, V. V. Legkostup

**MODIFIED METHOD OF PROPORTIONAL GUIDANCE
IN CASE OF THE LIMITED SECTOR OF TRACKING OF THE CONTROL OBJECT**

OJSC "ALEVKURP", Minsk, Belarus

Abstract. An improved variant of the algorithm realizing a method of proportional guidance for the control of hypersonic unmanned aerial vehicles (UAVs) in a limited sector of angular tracking associated with the aerodynamic target line is considered. The method provides stable guidance of the control object with angles of anticipation that do not exceed the maximum allowable limits. Analytic expressions describing the algorithm of calculation of guidance commands and correction signals adaptive to the motion parameters are given. The tracking and guidance of the UAVs are realized in a wide range of ranges, heights and speeds of the interception. The results of mathematical modeling of the problem of spatial interception of the aerodynamic target, as well as comparative analysis and preliminary estimation of accuracy of guidance of classical and modified variants of the method of proportional navigation are presented.

Keywords: modified method of proportional guidance, guidance station missiles, the angular sector tracking, aerodynamics maneuvering target, a spatial model of the missile, the pointing errors

For citation. Markevich V. E., Legkostup V. V. Modified method of proportional guidance in case of the limited sector of tracking of the control object. *Informatics*, 2018, vol. 15, no. 3, pp. 71–92 (in Russian).

Введение. Большинство современных алгоритмов управления сверхзвуковыми БПЛА различного назначения, предназначенных для поражения целей различного класса, базируются на модификациях метода пропорционального наведения (МПН) как частного случая метода наведения объекта управления (ОУ) в фактическую (мгновенную) точку встречи [1–8].

Согласно МПН кинематические нормальные ускорения ОУ должны быть пропорциональны угловой скорости вращения (УСВ) линии визирования (ЛВ) ОУ – цели. В векторной форме выражение для заданных ускорений ОУ имеет следующий вид [9–12]:

$$\mathbf{W}_p = N_0(t) \mathbf{M}(\Theta_2)(\boldsymbol{\omega}_0 \times \Delta \mathbf{v}), \quad \boldsymbol{\omega}_0 = \frac{(\Delta \mathbf{v} \times \Delta \mathbf{r})}{\Delta r^2}, \quad (1)$$

где $\Theta_2 = (\theta_2, \varphi_2, \gamma_2)^T$ – вектор углов ориентации ЛВ ОУ – цель в декартовой системе координат (СК), связанной с точкой расположения радиолокационной станции наведения (РЛСН); $\mathbf{W}_p = (W_{px} \ W_{py} \ W_{pz})^T$ – вектор ускорений ОУ в проекциях на оси СК, связанной с ЛВ ОУ – цель (для управления продольная компонента W_{pz} не используется); $\boldsymbol{\omega}_0 = (\omega_{0x} \ \omega_{0y} \ \omega_{0z})^T$ – вектор УСВ ЛВ ОУ – цель в проекциях на оси СК, связанной с ЛВ; $\Delta \mathbf{v} = \Delta \dot{\mathbf{r}} = \mathbf{v}_2 - \mathbf{v}_1$ – вектор разности скоростей сближения ОУ \mathbf{v}_1 и цели \mathbf{v}_2 ; $\Delta \mathbf{r} = \mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1$ – вектор разности декартовых координат ОУ \mathbf{r}_1 и цели \mathbf{r}_2 ; $N_0(t)$ – навигационный параметр, зависящий от параметров движения ОУ $\mathbf{r}_1, \mathbf{v}_1$ и цели $\mathbf{r}_2, \mathbf{v}_2$ и изменяющийся, как правило, в диапазоне $N_0(t) \in (2; 10)$; $(\boldsymbol{\omega}_0 \times \Delta \mathbf{v}) = [\boldsymbol{\omega}_0, \Delta \mathbf{v}]$ – аналитическая запись векторного произведения.

Основными достоинствами МПН, используемого применительно к задаче перехвата скоростных и маневрирующих аэродинамических целей, являются:

- возможность реализации обстрела с произвольного ракурса как в переднюю, так и заднюю полусферу атаки;
- возможность формирования траектории наведения, обеспечивающей наведение на прямолинейно летящую (неманеврирующую) цель с минимальными перегрузками;
- слабая чувствительность метода к величине флуктуационной ошибки измерения угловых координат цели (в отличие от трехточечных методов телеуправления).

Вместе с тем существует ряд особенностей данного метода, снижающих в некоторых тактических ситуациях его эффективность:

- высокая чувствительность МПН к неконтролируемым случайным внешним возмущениям по нормальным ускорениям (противорадиолокационному или противоракетному маневру цели), зависящая от величины навигационного параметра метода;
- увеличение кривизны траектории при отсутствии сигналов компенсации систематических возмущающих воздействий (ускорения свободного падения, продольного ускорения ОУ);
- значительные углы упреждения ОУ относительно ЛВ цели, движущейся с большими угловыми скоростями относительно станции наведения ракет (СНР), которые достигают на начальном участке траектории величины (30...40)°.

В качестве примера на рис. 1 изображены геометрия взаимного перемещения ОУ и цели, а также системы координат, используемые при получении уравнений относительного и абсолютного движения ОУ и цели. В представленной схеме используются обозначения осей сопровождающих (динамических) и статических ортонормированных триэдров, связанных с полюсами соответствующих динамических объектов (СНР, ОУ и цели), взаимное положение которых характеризуется следующими ортами рассматриваемых СК: $\mathbf{I}_x, \mathbf{I}_y, \mathbf{I}_z$ – орты СК, связанной с фиксированной точкой визирования ОУ и цели, находящейся на земле (как правило, полюс данной СК определяется точкой стояния СНР); $\mathbf{I}_{x0}, \mathbf{I}_{y0}, \mathbf{I}_{z0}$ – орты СК ЛВ, характеризующие положение соответствующих осей данной СК; $\mathbf{I}_{x1}, \mathbf{I}_{y1}, \mathbf{I}_{z1}$ – орты связанной СК (СвСК), характеризующие положение продольной и поперечных осей (орт \mathbf{I}_{x1} и вектор скорости ОУ

можно считать коллинеарными в предположении о малости углов атаки и скольжения ОУ); $\mathbf{n}_{x1}, \mathbf{n}_{y1}, \mathbf{n}_{z1}$ – орты осей измерительной СК (ИСК), связанной с ЛВ ОУ (ИСК-1); $\mathbf{n}_{x2}, \mathbf{n}_{y2}, \mathbf{n}_{z2}$ – орты осей измерительной системы координат, связанной с ЛВ цели (ИСК-2); $\mathbf{r}_1 = \mathbf{x}_1, \mathbf{r}_2 = \mathbf{x}_2$ – векторы радиальной дальности ОУ и цели соответственно; \mathbf{v}_1 – вектор скорости ОУ; \mathbf{v}_2 – вектор скорости цели; $\Delta\mathbf{v} = \mathbf{v}_{12}$ – вектор относительной скорости сближения ОУ и цели (на рис. 1 не показан).

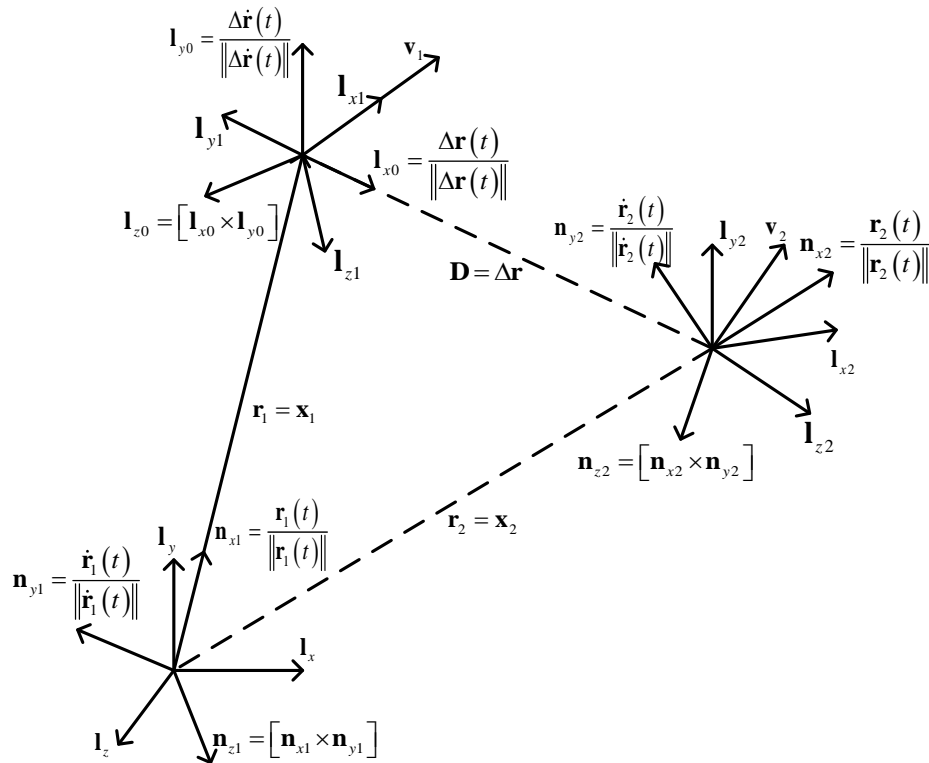


Рис. 1. Геометрия взаимного перемещения ОУ и цели, используемая для получения кинематических уравнений

Сопровождающий ортонормированный триэдр СК ЛВ характеризуется тремя ортами, которые связаны соотношениями вида

$$\mathbf{l}_{x0} = \frac{\Delta\mathbf{r}(t)}{\|\Delta\mathbf{r}(t)\|}, \mathbf{l}_{y0} = \frac{\Delta\dot{\mathbf{r}}(t)}{\|\Delta\dot{\mathbf{r}}(t)\|}, \mathbf{l}_{z0} = [\mathbf{l}_{x0} \times \mathbf{l}_{y0}]. \quad (2)$$

Аналогичные соотношения связывают орты сопровождающих триэдров остальных динамических СК (например, СвСК ОУ и цели). В качестве примера приведем один из вариантов исходной нелинейной модели перехвата, которая может быть использована для синтеза оптимального устройства управления методом аналитического конструирования агрегированных регуляторов (АКАР) с учетом технических ограничений на сектор сопровождения ОУ. Теоретические основы АКАР и синергетической теории управления нелинейными объектами изложены в [13, 14]. Уравнения относительного движения цели и ОУ имеют следующий вид [12]:

$$\begin{aligned} \dot{\theta}_2 &= \omega_{z2}, \\ \dot{\phi}_2 &= \frac{\omega_{y2}}{\cos(\theta_2)}; \end{aligned} \quad (3)$$

$$\begin{aligned} \dot{W}_{y2}^* &= k_y (W_{y2} - \operatorname{tg}(W_{y2}^*)), \\ \dot{W}_{z2}^* &= k_z (W_{z2} - \operatorname{tg}(W_{z2}^*)), \\ \dot{\omega}_{z2} &= \frac{W_{yp}^* - 2|\dot{D}|\omega_{z2}}{D} - \omega_{y2}^2 \operatorname{tg}(\theta_2), \\ \dot{\omega}_{y2} &= \frac{-W_{zp}^* - 2|\dot{D}|\omega_{y2}}{D} + \omega_{y2}\omega_{z2} \operatorname{tg}(\theta_2), \\ \dot{W}_{y2} &= \alpha_{yp} (U_y - W_{y2}), \\ \dot{W}_{z2} &= \alpha_{zp} (U_z - W_{z2}). \end{aligned} \tag{4}$$

Уравнения движения ОУ относительно СНР примут вид

$$\begin{aligned} \dot{\varepsilon}_j &= \omega_{zj}, \\ \dot{\beta}_j &= \frac{\omega_{yj}}{\cos(\varepsilon_j)}, \\ \dot{\varepsilon}_j^* &= k_\varepsilon (\varepsilon_j - \operatorname{tg}(\varepsilon_j^*)), \\ \dot{\beta}_j^* &= k_\beta (\beta_j - \operatorname{tg}(\beta_j^*)), \\ \dot{\omega}_{zj} &= \frac{W_{yj} - 2\dot{\rho}_j \omega_{zj}}{\rho_j} - \omega_{yj}^2 \operatorname{tg}(\varepsilon_j^*), \\ \dot{\omega}_{yj} &= \frac{-W_{zj} - 2\dot{\rho}_j \omega_{yj}}{\rho_j} + \omega_{yj}\omega_{zj} \operatorname{tg}(\varepsilon_j^*), \\ \dot{W}_{yj} &= \alpha_{yp} (U_{yj} - W_{yj}), \\ \dot{W}_{zj} &= \alpha_{zp} (U_{zj} - W_{zj}), \end{aligned} \tag{5}$$

$$\mathbf{U}_j = \mathbf{M}(\varepsilon_j, \beta_j) \mathbf{M}^T(\theta_2, \varphi_2) (U_{jx} \ U_{jy} \ U_{jz})^T,$$

где $\mathbf{W}_2 = (W_{x2} \ W_{y2} \ W_{z2})^T$ – компоненты вектора линейных (продольных и нормальных) ускорений ОУ в системе координат, связанной с ЛВ ОУ – цель (СК ЛВ); $\boldsymbol{\omega}_2 = (\omega_{x2} \ \omega_{y2} \ \omega_{z2})^T$ – компоненты вектора УСВ ЛВ ОУ – цель в СК ЛВ; D, \dot{D} – относительная дальность и скорость сближения ОУ и цели; $\alpha_p = \Delta f_p$ – коэффициент, определяющий полосу пропускания (инерционные свойства) неизменной части ОУ; U_y, U_z – сигналы (команды) управления на выходе регулятора; $\hat{\mathbf{W}}_{ц} = (\hat{W}_{xц}, \hat{W}_{yц}, \hat{W}_{zц})^T$ – вектор оценок нормальных ускорений цели, полученных в следящем фильтре оценивания параметров движения цели; $W_{yp}^* = (\hat{W}_{yц} - W_{y2}^*)$, $W_{zp}^* = (\hat{W}_{zц} - W_{z2}^*)$ – относительные управляющие нормальные ускорения ОУ; $\varepsilon_j, \beta_j, \rho_j$ – угол места, азимут и радиальная дальность ОУ (цели) относительно наземной РЛСН; ρ_j – радиальная скорость ОУ (цели); ω_{yj}, ω_{zj} – УСВ ЛВ СНР – ОУ (цели) в проекциях на оси измерительной СК, продольная ось которой связана с ЛВ; W_{yj}, W_{zj} – нормальные ускорения ОУ (цели) в проекциях на оси стационарной (измерительной) СК (СтСК); W_{yj}, W_{zj} – команды управления ОУ (задающие нормальные ускорения цели) на входе фильтра, моделирующего запаздывание в контуре управления ОУ (динамику маневра цели); $j \in (0, 1)$ – подстрочный индекс переменных состояний: 0 – ОУ, 1 – цель.

Решение рассматриваемой задачи в замкнутой форме возможно с привлечением положения теории аналитического конструирования агрегированных регуляторов [13,14]. Однако сложность аналитических соотношений и прогнозируемые трудозатраты на исследование полученных законов методами статистического моделирования могут нивелировать ожидаемый выигрыш от учета технических и технологических нелинейностей (ограничений). Исходя из вышеизложенного рассмотрим инженерный метод решения задачи синтеза метода наведения, который предполагает использование эвристического подхода¹ для обеспечения изложенных выше требований с учетом структурных ограничений.

Постановка задачи. На рис. 2 представлен сектор сопровождения ОУ в картинной плоскости с обозначениями угловых размеров секторов соответствующих антенных систем. Сечение сектора сопровождения образовано пересечением диаграмм направленности узконаправленных антенн (ДНА) станции сопровождения цели (ССЦ), антенн станции сопровождения ОУ и цели (ССРЦ) с линейным сканированием и станции передачи команд (СПК) узкого луча (УЛ) и широкого луча (ШЛ) с плоскостью, ортогональной оптической оси антенн (ЛВ цели).

Задача заключается в формировании управляющих команд таким образом, чтобы обеспечить удержание ОУ в пределах сектора сканирования ССРЦ, образованного следом от перемещающихся в пространстве главных лучей ДНА с заданными размерами. При этом должно быть обеспечено выполнение следующих требований к методу наведения:

- угловое упреждение (отставание) ОУ относительно ЛВ цели не должно превышать указанных выше значений;
- величины флуктуационных и кинематических нормальных ускорений (равно как и величины УСВ ЛВ ОУ – цель) в процессе наведения должны быть минимальными;

¹Эвристический алгоритм – это алгоритм решения задачи, правильность которого для всех возможных случаев не доказана, но про который известно, что он дает достаточно хорошее решение в большинстве случаев. Алгоритм решения задачи включает практический метод, не являющийся гарантированно точным или оптимальным, но достаточный для решения поставленной задачи, и позволяет ускорить решение задачи в тех случаях, когда точное решение не может быть найдено. В действительности может быть даже известно (т. е. доказано) то, что эвристический алгоритм формально неверен. Его все равно можно применять, если при этом он дает неверный результат только в отдельных, достаточно редких и хорошо выделяемых случаях или дает неточный, но все же приемлемый результат. Проще говоря, эвристика – это не полностью математически обоснованный (или даже «не совсем корректный»), но при этом практически полезный алгоритм.

– величины мгновенного линейного промаха и скорости его изменения в точке встречи не должны превышать допустимых значений, определяемых характеристиками боевого снаряжения ОУ.

Выполнение первого и последнего требований является безусловным, так как выход ОУ за пределы сектора сопровождения приведет к потере ответного сигнала и срыву процесса наведения. Нулевые значения промаха и его производной в точке встречи обеспечиваются соответствующим выбором коэффициентов штрафа при фазовых координатах.

Второе требование обусловлено тем, что величина необходимых нормальных ускорений ОУ зависит не только от неконтролируемых внешних ускорений (ускорения маневра, свободного падения, продольного ускорения ОУ), но и от значения навигационного коэффициента, которое можно выразить следующим образом [15]:

$$W_p(t) = \frac{N_0}{N_0 - 2} \left(1 - \left(\frac{D}{D_1} \right)^{N_0 - 2} \right) W_u, \quad (6)$$

где D, D_1 – текущая дальность и дальность начала маневра цели соответственно; W_u – ускорение маневра цели.

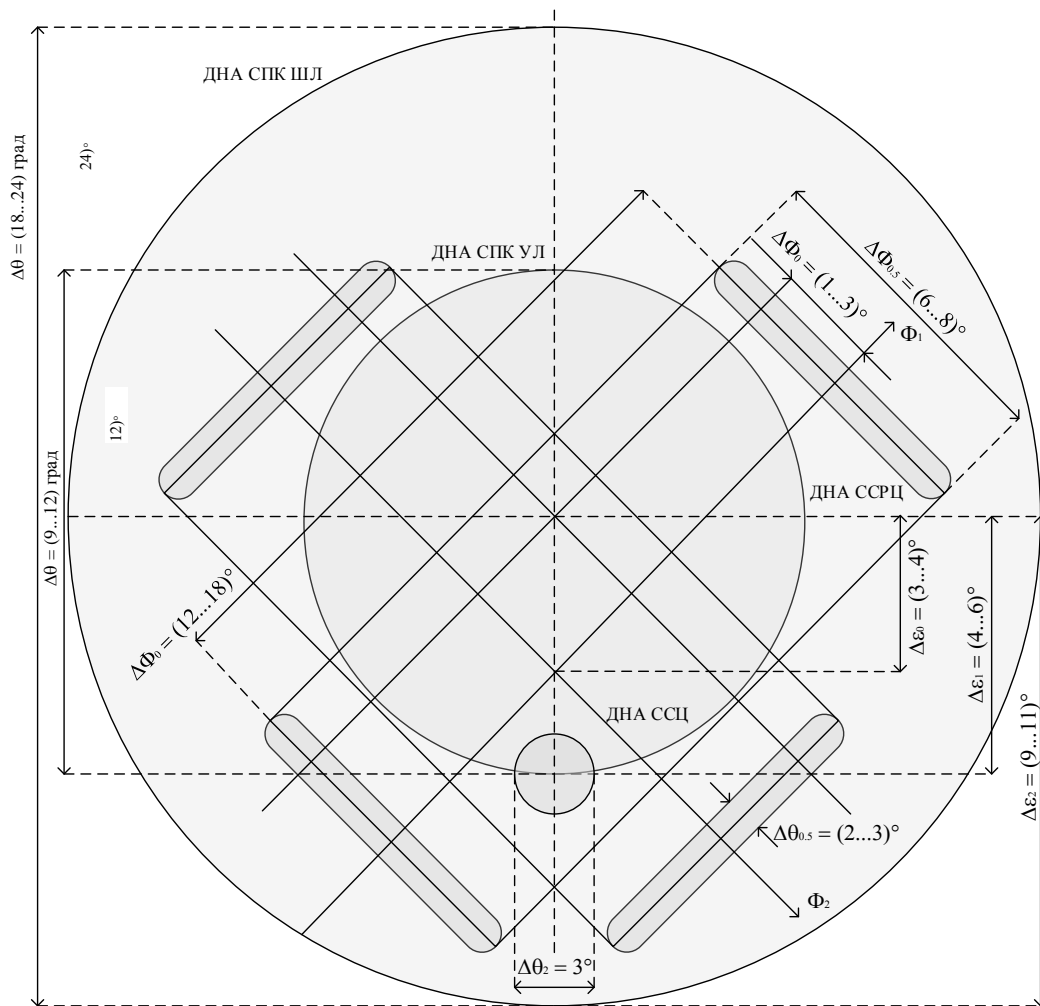


Рис. 2. Сектор углового сопровождения ракет в картинной плоскости, ортогональной ЛВ СНР – цель

При ограничении ускорений ОУ будет происходить неконтролируемый рост промаха h , величина которого с приемлемой для практики точностью определяется как [15]

$$h = \frac{W_u D_1^2}{2|\dot{D}|} \left(1 - \frac{W_p}{W_{mp}}\right) \left(1 - \frac{W_p}{W_{mp}}\right)^{\frac{2}{N_0-2}}, \quad (7)$$

где W_p – максимальные ускорения, развиваемые ракетой; W_{mp} – требуемые для наведения МПН ускорения ОУ; \dot{D} – относительная скорость сближения ОУ и цели.

Синтез оптимального закона перехвата вариационными методами приводит к необходимости решения многомерной нелинейной двухточечной краевой задачи в процессе наведения в реальном масштабе времени, что является весьма сложной и трудоемкой в алгоритмическом плане процедурой.

Использование методов синергетической теории управления позволяет получить оптимальное решение для задачи перехвата в замкнутой алгебраической форме. Однако громоздкость аналитических выражений и большой объем требуемых вычислений для оценки фазовых координат наряду со сложностью получения методики для практического анализа точности и динамических свойств существенно снижают прикладную ценность результатов синтеза.

Таким образом, одной из основных задач, стоящих перед разработчиками систем управления, является поиск научных и инженерных решений, позволяющих снизить влияние указанных факторов на характеристики точности, устойчивости и чувствительности системы наведения ракет при сохранении приемлемой для практической реализации технической сложности проектируемого устройства. Перечислим возможные варианты решения задачи наведения ОУ в условиях ограниченного сектора сопровождения:

- формирование дополнительных корректирующих сигналов (наряду с сигналами компенсации продольного ускорения, сил тяжести и маневра цели) в контуре оценки УСВ ЛВ ОУ – цель, зависящих от текущего углового упреждения относительно ЛВ СНР – цель, на основе простейших схем регулирования, например, нелинейных модификаций классического пропорционально-интегрального дифференцирующего (ПИД) регулятора;

- расчет кинематической (заданной) УСВ ЛВ ОУ – цель по расчетным кинематическим угловым координатам (УК) ОУ с последующим сравнением заданной и фактической УСВ ЛВ ОУ – цель и плавным переходом на классический МПН;

- комбинированное управление за счет плавного сопряжения траекторий трехточечных методов наведения (полного или частичного спрямление траектории, метода параллельного сближения) и двухточечных (например, МПН);

- комбинированное управление с использованием наведения с постоянным или переменным углом упреждения (метода погони) на начальном участке и МПН – на конечном участке;

- использование переменного навигационного коэффициента в выражениях для МПН, адаптивного к прогнозируемым параметрам встречи и позволяющего опосредованно управлять величиной углового упреждения;

- использование упрощенной эталонной модели движения ОУ для прогнозирования и предварительной оценки максимальных углов упреждения цели для последующей коррекции параметров МПН (навигационного коэффициента или сигнала компенсации);

- комбинация двух или более перечисленных способов на различных этапах наведения.

Из всего перечня способов учета технологических ограничений на допустимые углы упреждения ОУ ограничимся детальным рассмотрением подхода, основанного на использовании отдельного контура коррекции по сигналам углового рассогласования совместно с адаптацией навигационного коэффициента к параметрам наведения.

Модифицированный МПН для ограниченного сектора сопровождения БПЛА. Геометрия задачи пространственного наведения ОУ на цель изображена на рис. 3. Обозначения осей сопровождающих (динамических) и статических ортонормированных триэдров, связанных с полюсами (центрами масс) объектов, соответствуют приведенным ранее.

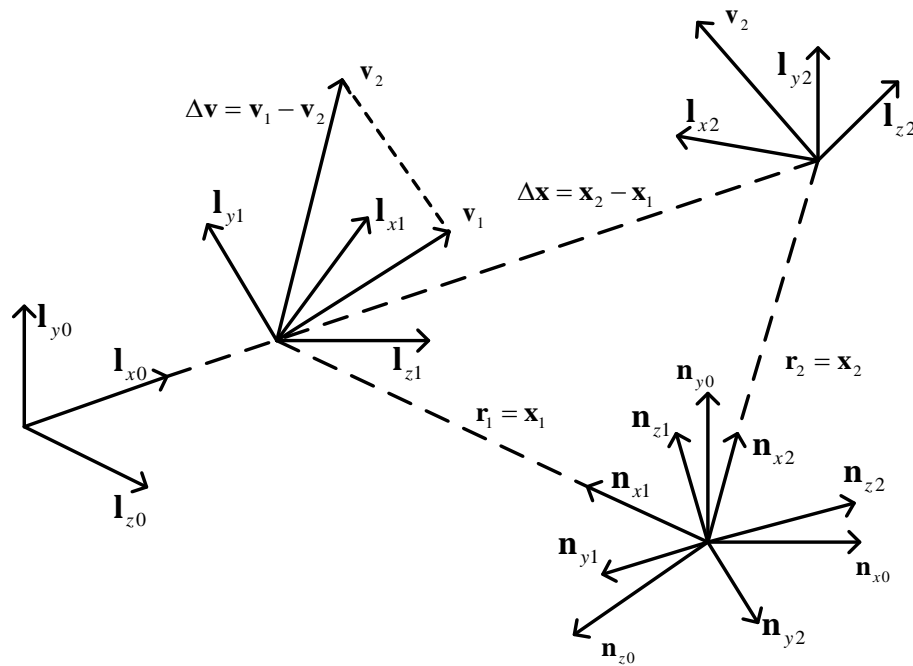


Рис. 3. Системы координат, используемые при рассмотрении взаимного перемещения ОУ и цели

Выражение для модифицированного МПН с использованием контура коррекции в общем случае имеет следующий вид (для вертикального канала наведения):

$$\begin{aligned}
 W_y &= N_y(t) \left(\omega_z + \Delta\bar{\omega}_z + \sum_{j=0}^2 \Delta\omega_{zj} \right), \\
 \Delta\dot{\omega}_z &= k_{od} \frac{\partial f(\Delta\varphi_z)}{\partial t} + k_{op} f(\Delta\varphi_z) + \Delta\zeta_z, \\
 \Delta\dot{\zeta}_z &= k_{oi} f(\Delta\varphi_z) + k_{oi} \delta\omega_z, \\
 \delta\dot{\omega}_z &= k_{\beta\omega} \left(\left(\Delta\omega_z - k_z \operatorname{th} \left(\frac{\Delta\omega_z}{k_z} \right) \right) - \delta\omega_z \right), \\
 \Delta\dot{\bar{\omega}}_z &= k_{\omega\alpha} \left(k_z \operatorname{th} \left(\frac{\Delta\omega_z}{k_z} \right) - \Delta\bar{\omega}_z \right), \\
 N_y(t) &= N_0(t) |\dot{D}(t)|,
 \end{aligned} \tag{8}$$

где $\dot{D}(t)$ – скорость сближения ОУ и цели; $\Delta\bar{\omega}_z$ – поправка по УСВ ω_z на выходе корректирующего устройства на основе модифицированного нелинейного ПИД-регулятора; k_z – нормировочный коэффициент функции $\operatorname{tanh}(x)$ для плавного ограничения; $k_{\omega\alpha}$ – коэффициент сходимости сглаживающего фильтра на выходе ограничителя ПИД-регулятора; k_{od}, k_{op}, k_{oi} – коэффициенты дифференцирующего, пропорционального и интегрирующего каналов коррекции по УСВ ЛВ; $\Delta\varphi_z, \Delta\zeta_z$ – переменные состояния ПИД-регулятора; $\Delta\omega_{zj}$ – корректирующая поправка по УСВ, обусловленная воздействием j -го внешнего возмущающего ускорения; $f(\Delta\varphi_z)$ – функция, обеспечивающая быстрый рост сигнала ошибки от входного рассогласования.

Функциональная зависимость навигационного параметра $N_0(t)$ подбирается по результатам математического моделирования. Диапазон изменения параметра составляет $N_0(t) \in (2...6)$ в зависимости от прогнозируемых условий встречи. Одна из типовых зависимостей имеет следующий вид:

$$N_0(t) = N_{y0} + \Delta N_0 \exp\left(-\frac{(t-t_0)}{\Delta t(\tau)}\right), \quad (9)$$

где $N_{y0} = 2$ – начальное значение навигационного коэффициента (реализуется метод наведения с постоянным пеленгом); $\Delta N_0 \in (2...4)$ – приращение параметра за время наведения; $\Delta t(\tau)$ – постоянная времени, зависящая от текущего значения подлетного времени τ и определяющая время достижения коэффициентом $N_0(t)$ установившегося значения. Величина $\Delta t(\tau)$ выбирается опытным путем или по результатам математического моделирования и может быть аппроксимирована как

$$\Delta t(\tau) = \Delta t_0 + \delta t_0 \operatorname{th}\left(\frac{\tau - \tau_0}{\delta \tau_0}\right), \quad (10)$$

где Δt_0 – минимальное начальное значение постоянной времени; $\delta \tau_0$ – величина, определяющая время нарастания параметра $\Delta t(\tau)$ от минимального до максимального значения; δt_0 – приращение величины $\Delta t(\tau)$.

Структурная схема нелинейного ПИД-регулятора изображена на рис. 4. Функциональный преобразователь $f(\Delta\varphi)$ на входе ПИД-регулятора выполняет следующие функции:

- обеспечивает нелинейную зависимость крутизны преобразования от величины входного сигнала ошибки $\Delta\varphi$;
- обеспечивает плавную коммутацию цепи коррекции при достижении граничного значения $\Delta\varphi_0(\Delta\dot{\varphi})$;
- исключает случайную коммутацию (дребезг) сигнала рассогласования вблизи граничного значения.

Назначением ограничителя сигнала ошибки на входе интегрирующей цепи является контролируемое увеличение сигнала регулирования по соответствующей компоненте выходного сигнала. Назначение ограничителя с обратной связью на выходе ПИД-регулятора – предотвращение насыщения выходного сигнала при больших величинах сигнала рассогласования на входе и уменьшение времени выхода из зоны ограничения. Типовые функции могут использовать зоны нечувствительности для плавного ввода сигнала ошибки в контур коррекции:

$$f(\Delta\varphi) = \left(\left| \Delta\varphi \right| < \Delta\varphi_0, 0, \varphi_0 \operatorname{tg}\left(\frac{\Delta\varphi - \Delta\varphi_0(\Delta\dot{\varphi}) \operatorname{sign}(\Delta\varphi)}{\varphi_0}\right) \right) \quad (11)$$

или

$$f(\Delta\varphi) = \left(\left| \Delta\varphi \right| < \Delta\varphi_0, 0, \sum_{j=0}^3 \kappa_j (\Delta\varphi - \Delta\varphi_0(\Delta\dot{\varphi}) \operatorname{sign}(\Delta\varphi))^j \right), \quad (12)$$

где $\Delta\varphi_0(\Delta\dot{\varphi})$ – смещение гистерезисного типа относительно нулевого значения сигнала рассогласования, при котором включается нелинейный контур коррекции; κ_j – постоянные полиномиальные коэффициенты.

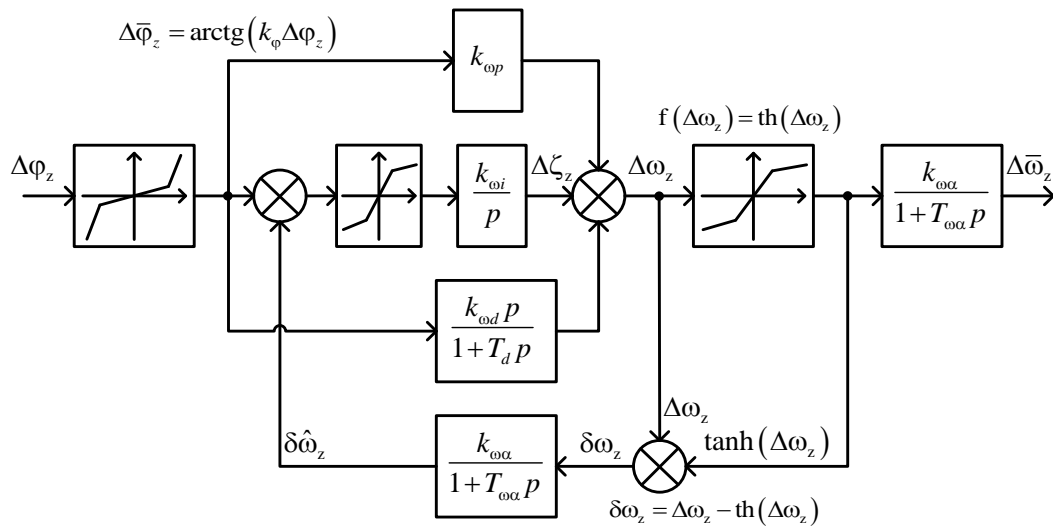


Рис. 4. Структурная схема нелинейного ПИД-регулятора канала углового упреждения

Рассмотрим возможные варианты поэтапного расчета управляющих ускорений ОУ. Первый вариант представляет собой векторную форму алгоритма расчета УСВ в проекциях на оси СК ЛВ и описывается следующими выражениями:

$$\begin{aligned}
 \boldsymbol{\omega}_2 &= \mathbf{M}_2 \cdot (\boldsymbol{\omega}_0 + \Delta\bar{\boldsymbol{\omega}}) + \sum_{j=0}^2 \Delta\boldsymbol{\omega}_j, \quad \boldsymbol{\omega}_0 = \frac{(\Delta\mathbf{x} \times \Delta\mathbf{v})}{(\Delta\mathbf{x}^T \Delta\mathbf{x})}, \\
 \Delta\dot{\boldsymbol{\omega}} &= k_{\omega d} \frac{\partial \mathbf{f}(\Delta\varphi_y, \Delta\varphi_z)}{\partial t} + k_{\omega p} \mathbf{f}(\Delta\varphi_y, \Delta\varphi_z) + \Delta\boldsymbol{\zeta}, \\
 \Delta\dot{\boldsymbol{\zeta}} &= k_{\omega i} \mathbf{f}(\Delta\varphi_y, \Delta\varphi_z) + k_{\omega l} (\Delta\boldsymbol{\omega} - \text{th}(\Delta\boldsymbol{\omega})), \\
 \Delta\dot{\bar{\boldsymbol{\omega}}} &= k_{\omega\alpha} (\text{th}(\Delta\boldsymbol{\omega}) - \Delta\bar{\boldsymbol{\omega}}), \\
 \Delta\boldsymbol{\omega}_j &= \sum_{j=0}^2 \frac{\Delta\mathbf{W}_j}{2|\dot{\mathbf{D}}|},
 \end{aligned} \tag{13}$$

где $\Delta\bar{\boldsymbol{\omega}}$ – корректирующая поправка для предотвращения выхода ОУ за пределы сектора сопровождения; $\Delta\boldsymbol{\omega}_j$ – компенсирующие поправки к фактической УСВ ЛВ, обусловленные возмущающим воздействием внешних ускорений; $\Delta\mathbf{x} = \mathbf{x}_2 - \mathbf{x}_1$ – разность координат цели и ОУ в проекциях на оси земной системы координат (ЗСК); $\Delta\mathbf{v} = \mathbf{v}_2 - \mathbf{v}_1$ – разность производных координат цели и ОУ в проекциях на оси ЗСК; $\mathbf{M}_2 = \mathbf{M}_2(\theta_2, \varphi_2)$ – матрица перехода от ЗСК к СК ЛВ, зависящая от углов ориентации ЛВ в ЗСК (θ_2, φ_2) ; $\Delta\mathbf{W}_j$ – поправки для компенсации возмущающего воздействия внешних неконтролируемых ускорений; $|\dot{\mathbf{D}}| = |\Delta\mathbf{v}|$ – модуль вектора скорости сближения; $k_{\omega d}, k_{\omega p}, k_{\omega i}$ – коэффициенты дифференцирующего, пропорционального и интегрирующего каналов коррекции по нормальным ускорениям; $\mathbf{f}(\Delta\varphi_y, \Delta\varphi_z)$ – векторная функция нелинейного преобразователя на входе ПИД-регулятора; $\mathbf{f}(\Delta\boldsymbol{\omega}) = \text{th}(\Delta\boldsymbol{\omega})$ – векторная функция векторного аргумента «гиперболический тангенс».

Управляющие нормальные ускорения определяются следующим образом:

$$\mathbf{W}_{\rho 2} = N_y(t) \mathbf{M}_3 \left(\boldsymbol{\omega}_2 \times \frac{\mathbf{v}_1}{|\mathbf{v}_1|} \right), N_y(t) = N_0(t) |\dot{D}_1|, \quad (14)$$

$$|\dot{D}_1| = \frac{|\dot{D}|}{\cos(\varepsilon_0) \cos(\beta_0)}, \dot{D} = \frac{\Delta \mathbf{x} \cdot \Delta \mathbf{v}}{|\Delta \mathbf{x}|},$$

где $\mathbf{M}_3 = \mathbf{M}_3(\boldsymbol{\Theta}_3) = \mathbf{M}_1 \mathbf{M}_2^T$ – матрица перехода от СК ЛВ к СвСК, зависящая от углов ориентации ОУ в СК ЛВ $\boldsymbol{\Theta}_3 = (\nu_3, \psi_3, \zeta_3)$, полученных с учетом пространственного крена ОУ при условии идеальной работы системы стабилизации; $N_0(t) \in (2 \dots 10)$ – навигационный коэффициент, зависящий от текущих условий наведения и прогнозируемых параметров встречи; $\mathbf{M}_1 = \mathbf{M}_1(\nu_1, \psi_1, \zeta_1)$ – матрица перехода от земной СК к СвСК, характеризующаяся углами тангажа ν_1 , рыскания ψ_1 и крена ζ_1 ОУ; ε_0, β_0 – угол места и азимут цели в СвСК ОУ (углы относительного пеленга цели).

Запишем альтернативный вариант оценки управляющих ускорений в СвСК:

$$\mathbf{W}_{\rho 1} = \mathbf{M}_3 \mathbf{W}_{\rho 2},$$

$$\mathbf{W}_{\rho 2} = N_y(t) \left(\mathbf{M}_2 \left(\boldsymbol{\omega}_0 \times \frac{\mathbf{v}_1}{|\mathbf{v}_1|} \right) + \Delta \mathbf{W} + \sum_{j=0}^2 \Delta \mathbf{W}_{0j} \right), \quad (15)$$

$$\Delta \dot{\mathbf{W}} = k_{wd} \frac{\partial \mathbf{f}(\Delta \varphi_y, \Delta \varphi_z)}{\partial t} + k_{wp} \mathbf{f}(\Delta \varphi_y, \Delta \varphi_z) + \Delta \mathbf{Q},$$

$$\Delta \dot{\mathbf{Q}} = k_{wi} \mathbf{f}(\Delta \varphi_y, \Delta \varphi_z),$$

где k_{wd}, k_{wp}, k_{wi} – коэффициенты дифференцирующего, пропорционального и интегрирующего каналов коррекции по нормальному ускорению.

Методика расчета компенсирующих (корректирующих) сигналов по нормальным ускорениям $\Delta \mathbf{W}_{0j}$ будет рассмотрена в следующем разделе.

Формирование корректирующих сигналов. В процессе наведения на ракету помимо управляющих нормальных ускорений в СК ЛВ действуют следующие задающие и возмущающие ускорения:

- вектор продольного ускорения ОУ \mathbf{W}_{x1} , обусловленного переменной величиной тяги двигателя и высотным градиентом параметров атмосферы;
- вектор ускорения свободного падения \mathbf{g} в заданной точке пространства;
- вектор ускорения цели \mathbf{W}_τ , вызванный случайным маневром.

С целью компенсации указанных возмущающих воздействий необходимо сформировать соответствующие сигналы компенсации. Для этого обобщим частную методику расчета вектора управляющих ускорений, изложенную в [10, 15]. Запишем в векторной форме уравнения для оценки ускорений, действующих на ОУ:

$$\mathbf{W}_\rho = \mathbf{W}_{x1} + \mathbf{W}_\rho + \mathbf{G}_0 + \mathbf{W}_2, \quad (16)$$

где $\mathbf{W}_{x1} = (W_{x1} \ 0 \ 0)^T$ – вектор продольного ускорения ОУ; \mathbf{W}_p – вектор фактических нормальных ускорений ОУ в СК ЛВ; \mathbf{G}_0 – вектор ускорения силы тяжести; \mathbf{W}_2 – вектор ускорения маневра цели.

Необходимо отметить, что расчет оценки вектора нормальных ускорений цели \mathbf{W}_2 является отдельной нетривиальной и специфической задачей, которая будет рассмотрена в дальнейших публикациях.

Вектор полных ускорений ОУ в проекциях на оси СК ЛВ запишется как

$$\mathbf{W}_p = k_1 \mathbf{1}_{x0} + k_2 \mathbf{1}_{y0} + k_3 \mathbf{1}_{z0}, \quad (17)$$

где k_1, k_2, k_3 – неопределенные коэффициенты, которые необходимо вычислить.

Введем векторные ограничения, которые формулируются следующим образом:

– проекция на продольную ось ОУ результирующего вектора ускорений равна величине собственного продольного ускорения ОУ;

– проекция на нормальные к ЛВ оси СК результирующего вектора ускорений ОУ определяется соответствующими величинами кинематических (заданных) ускорений.

Ограничения в аналитической форме примут следующий вид:

$$\begin{aligned} \mathbf{W}_p \cdot \mathbf{1}_{x1} &= W_{x1}, \\ \mathbf{W}_p \cdot \mathbf{1}_{y0} &= W_{y0} = +N_0(t) \left| \dot{D} \right| \omega_{z0}, \\ \mathbf{W}_p \cdot \mathbf{1}_{z0} &= W_{z0} = -N_0(t) \left| \dot{D} \right| \omega_{y0}. \end{aligned} \quad (18)$$

Подставив (17) в (18) и выполнив необходимые преобразования, получим

$$\begin{aligned} \mathbf{W}_{p1} &= \mathbf{M}_1 \mathbf{W}_{p0}, \\ \mathbf{W}_{p0} &= \mathbf{W}_0 + \left(\frac{W_{x1} - \mathbf{W}_0 \cdot \mathbf{1}_{x1}}{\mathbf{1}_{x0} \cdot \mathbf{1}_{x1}} \right) \mathbf{1}_{x0} - \mathbf{M}_0 (\mathbf{G}_0 - \mathbf{N}_2^T \mathbf{W}_2), \end{aligned} \quad (19)$$

где $\mathbf{W}_{p0} = (W_{px0} \ W_{py0} \ W_{pz0})^T$ – вектор ускорений ОУ в проекциях на оси СК ЛВ с учетом компенсации возмущающих (внешних) ускорений; $\mathbf{W}_0 = (0 \ W_{y0} \ W_{z0})^T$ – вектор кинематических ускорений в СК ЛВ; $\mathbf{G}_0 = (0 \ -9,81 \ 0)^T$ – вектор ускорения свободного падения в ЗСК, связанной с точкой стояния СНР; \mathbf{M}_0 – матрица перехода из ЗСК в СК ЛВ, характеризующаяся вертикальным θ_0 и горизонтальным ϕ_0 углами ориентации ЛВ РЦ; \mathbf{N}_2 – матрица перехода от ИСК цели к ЗСК, характеризующаяся углами места и азимута ε_2, β_2 ; $\mathbf{1}_{x0} \mathbf{1}_{x1}$ – произведение ортов соответствующих СК, которое определяется первым диагональным элементом матрицы перехода от СК ЛВ к СвСК.

Полученные аналитические соотношения являются обобщением алгоритма оценки команд управления ОУ, изложенного в [10] и не учитывающего воздействие гравитационного ускорения и ускорения маневра цели.

Метод расчета результирующих управляющих ускорений, основанный на прямой компенсации ускорений без учета ограничения $\mathbf{W}_p \cdot \mathbf{1}_{x1} = W_{x1}$ и предполагающий компенсацию возмущающих нормальных ускорений в СК ЛВ, приводит к следующему результату:

$$\begin{aligned} \mathbf{W}_{p1} &= \mathbf{M}_3(\Theta_3) \mathbf{O}_3 \mathbf{W}_{p0}, \mathbf{W}_{p0} = \mathbf{W}_0 + \Delta \mathbf{W}_0, \\ \mathbf{W}_{p0} &= \left(\mathbf{W}_0 - \mathbf{M}_0 \left(\mathbf{G}_0 - \mathbf{M}_1^T \mathbf{O}_1 \mathbf{W}_1 - \mathbf{N}_2^T \mathbf{W}_2 \right) \right), \end{aligned} \quad (20)$$

где $\mathbf{M}_3(\Theta_3)$ – матрица перехода от СК ЛВ к СвСК, зависящая от вектора углов Θ_3 ; \mathbf{O}_j – единичная матрица размером 3×3 с нулевым j -м диагональным элементом; $\Delta \mathbf{W}_0$ – вектор ускорений, компенсирующих возмущающее воздействие внешних ускорений.

Моделирование показывает, что второй вариант расчета ускорений ОУ дает некоторый выигрыш для типовых траекторий наведения (с точки зрения минимизации промаха). Заметные преимущества появляются лишь при обстреле интенсивно маневрирующих целей, а также целей, движущихся с большими угловыми скоростями.

В дальнейшем для математического моделирования и статистического анализа будем использовать соотношения (15) и (20).

Учет пространственного скручивания ИСК и СвСК. Вследствие пространственного движения ОУ и цели, а также из-за ошибок системы стабилизации ОУ по крену возникает расхождение между осями СК ЛВ и СвСК, что приводит к снижению запасов устойчивости контура наведения и увеличению случайной компоненты мгновенного промаха.

Ошибки системы стабилизации по крену вызваны возмущающим действием момента «косой обдувки» и не превышают в большинстве случаев (3...5)°. Пространственный крен ОУ появляется при повороте в двух плоскостях – по рысканию и тангажу.

Пространственный крен ОУ в гироскопной СК (ГСК) или СК свободного гироскопа устраняется системой стабилизации ОУ по крену. Остаточный крен ОУ в СК ЛВ при условии равенства нулю крена в ГСК называется углом пространственного скручивания [15].

Получим соотношения для расчета углов ориентации СвСК в СК ЛВ при условии работы системы стабилизации ОУ по крену. С этой целью запишем кинематические уравнения для расчета углов ориентации ОУ в ГСК:

$$\dot{\Theta}_4 = \mathbf{M}_\omega(\Theta_4) \Delta \omega_3, \quad (21)$$

$$\dot{\Theta}_4 = \begin{pmatrix} \dot{\vartheta}_4 \\ \dot{\psi}_4 \\ \dot{\gamma}_4 \end{pmatrix}, \mathbf{M}_\omega(\Theta_4) = \begin{pmatrix} 0 & \omega_{y1} & \omega_{z1} \\ 0 & \frac{\cos \gamma_4}{\cos \vartheta_4} & -\frac{\sin \gamma_4}{\cos \vartheta_4} \\ 1 & -\operatorname{tg} \vartheta_4 \cos \gamma_4 & \operatorname{tg} \vartheta_4 \sin \gamma_4 \end{pmatrix},$$

и преобразуем их при условии равенства угла крена в ГСК нулю ($\dot{\gamma}_4 = \gamma_4 = 0$):

$$\dot{\psi}_4 = \frac{\omega_{y1}}{\cos \vartheta_4}, \dot{\vartheta}_4 = \omega_{z1}, \quad (22)$$

где $\mathbf{M}_\omega(\Theta_4) = \mathbf{M}_\omega(\vartheta_4, \psi_4, \gamma_4)$ – матрица перехода от вектора УСВ, заданного в проекциях на оси соответствующей СК, к производным углов последовательного поворота относительно промежуточных осей (углов Эйлера – Крылова).

Спроецируем последовательно УСВ СвСК на оси неподвижной ГСК и на оси СК ЛВ:

$$\omega_3 = \mathbf{M}(\varepsilon_1, \beta_1) \mathbf{M}(\vartheta_0, \psi_0)^T \mathbf{M}(\vartheta_4, \psi_4)^T \omega_1, \quad (23)$$

где ω_3 – проекции УСВ СвСК на оси СтСК; ϑ_0, ψ_0 – углы ориентации ГСК в ЗСК, определяемые начальными углами ориентации ОУ (фиксируются в момент старта).

Запишем выражение для относительных УСВ ОУ в СК ЛВ:

$$\Delta\omega_3 = \omega_3 - \mathbf{M}_0(\theta_2, \varphi_2)\omega_0, \quad (24)$$

где $\mathbf{M}_0(\theta_2, \varphi_2)$ – матрица перехода от ЗСК к СК ЛВ.

Отсюда несложно получить кинематические уравнения для расчета вектора углов ориентации ОУ (СвСК) в СтСК Θ_3 при условии идеальной работы системы стабилизации по крену:

$$\dot{\Theta}_3 = \mathbf{M}_\omega(\Theta_3)\Delta\omega_3, \quad (25)$$

где Θ_3 – вектор углов ориентации СвСК в СК ЛВ при условии $\dot{\gamma}_4 = \gamma_4 = 0$.

Углы используются в матрице поворота для пересчета управляющих ускорений ОУ из СК ЛВ в СвСК, полученных в соответствии с выбранным методом наведения, согласно выражению (20):

$$\mathbf{W}_{p1} = \mathbf{M}_3(\Theta_3)\mathbf{O}_3\mathbf{W}_{p0}, \quad (26)$$

где $\mathbf{M}_1(\Theta_3)$ – матрица перехода от СК ЛВ к СвСК с учетом работы системы стабилизации по крену ОУ.

Следует напомнить, что МПН может быть реализован с использованием как наземных измерителей (СНР), так и бортовых (полуактивной или активной ГСН). В первом случае для расчета управляющих ускорений используются УСВ и углы тангажа, рыскания и крена скоростной СК (СкСК). При этом наведение осуществляется за счет управления ориентацией вектора скорости ОУ. Во втором случае (при отсутствии датчиков углов атаки на борту) для управления используются УСВ и углы ориентации СвСК (планера ОУ) в предположении малости углов атаки и скольжения $\alpha = (3...5)^\circ$, $\beta = (3...5)^\circ$ в большинстве практически важных приложений. При этом наведение выполняется путем управления ориентацией вектора скорости ОУ.

Результаты математического моделирования. Для оценки эффективности предлагаемой модификации МПН было выполнено математическое моделирование процесса наведения ОУ на аэробаллистическую цель. Варианты расчета траектории наведения ракет для заданных начальных условий приведены в табл. 1 и 2. Моделировалась динамика движения тактического истребителя, летящего прямолинейно и равномерно (варианты 1 и 3) и совершающего маневр кабрированием-пикированием с перегрузкой 80 м/с^2 (вариант 4), а также противорадиолокационной ОУ (вариант 2) для экстремальных по дальности, высоте, параметру и скорости цели точек зоны поражения. На рис. 5–16 изображены зависимости сферических координат цели ε_2, β_2 , ОУ ε_1, β_1 , относительных координат ОУ Φ_1, Φ_2 , а также компонент нормальных ускорений ОУ в скоростной СК W_x, W_y, W_z от полетного времени.

Таблица 1

Условия наведения, наблюдения и встречи ОУ с целью

Вариант расчета	Координаты точки встречи x, y, z , м	Скорость цели, м/с	СКО ошибки измерения УК цели, угл. мин	СКО ошибки измерения дальности цели, м	СКО ошибки измерения скорости цели, м/с
1	–2000, 100, 15 000	500	1...2	2...4	3...5
2	2000, 14 000, 14 000	750	2...3	3...5	4...8
3	25 000, 20 000, 15 000	300	4...6	4...5	6...8
4	20 000, 10 000, 5000	300	2...4	1...3	4...6

Таблица 2

Ошибки наведения и мгновенный промах ОУ в точке встречи

Вариант расчета	m_w, σ_w для W_0 , ММПН / МПСТ, м/с ²	m_ζ, σ_ζ для h_0 , ММПН / МПСТ, м	m_γ, σ_γ для γ_0 , ММПН / МПСТ, м
1	(-65, 06) / (50, 04)	(19, 3) / (24, 5)	(15, 2) / (21, 4)
2	(55, 05) / (75, 06)	(27, 4) / (37, 3)	(24, 3) / (32, 3)
3	(09, 07) / (19, 11)	(16, 3) / (39, 5)	(14, 3) / (35, 4)
4	(45, 08) / (23, 03)	(31, 3) / (18, 4)	(29, 3) / (16, 3)

В процессе моделирования проведен сравнительный анализ точности наведения с использованием метода полного спрямления траектории (МПСТ) и предлагаемой модификации метода пропорциональной навигации (ММПН) для различных типов траектории полета цели и условий встречи. Кинематические углы в соответствии с МПСТ формировались согласно выражению

$$\varepsilon_3 = \varepsilon_1 + k_\varepsilon(t) \omega_{\varepsilon 1} \tau, \quad \beta_3 = \beta_1 + k_\beta(t) \omega_{\beta 1} \tau, \quad (27)$$

где ε_1, β_1 – текущий угол места и азимут цели; ε_3, β_3 – кинематический угол места и азимут ОУ; $\omega_{\varepsilon 1}, \omega_{\beta 1}$ – УСВ ЛВ цели; $k_\varepsilon(t), k_\beta(t)$ – коэффициенты упреждения.

Для модели использовались типовые структуры измерителей координат цели и ОУ, функционирующие совместно с системой управления силовыми электрическими следящими приводами антенны сопровождения цели и ОУ. СКО флуктуационной ошибки измерения УК цели задавалось в диапазоне $\sigma_\varphi = (2...6)$ угл. мин, СКО измерения дальности цели – в пределах $\sigma_r = (1...5)$ м, СКО измерения скорости цели – в пределах $\sigma_v = (3...8)$ м/с, математические ожидания (МО) ошибок измерения координат цели равны нулю. Начальные условия (координаты встречи и СКО ошибок измерения) представлены в табл. 1. Статистические оценки ошибок наведения и мгновенных промахов в момент встречи для различных методов наведения ОУ (табл. 2) характеризуются следующими параметрами:

- координатами точки встречи ОУ с целью $\mathbf{r}_m = (x_m \ y_m \ z_m)^T$ и скоростью цели V_u ;
- используемым методом наведения ОУ (ММПН, МПСТ), а также типом и интенсивностью маневра цели W_u (варианты расчетов 1, 3 и 4 соответствуют цели типа «истребитель», вариант 3 – цели типа «противорадиолокационная ракета»);
- СКО ошибок измерения УК σ_φ , дальности σ_r и скорости σ_v цели, определяющим величину флуктуационной нормальной перегрузки ОУ;
- МО и СКО величины мгновенного промаха² $\sigma_\gamma, m_\gamma, \gamma_0 = \|\gamma\|, \mathbf{h} = (0 \ \gamma_y \ \gamma_z)^T$ и ошибки наведения (линейного расстояния между ракетой и целью) m_ζ, σ_ζ в картинной плоскости $h_0 = \|\mathbf{h}\|, \mathbf{h} = (0 \ h_y \ h_z)^T$, а также МО и СКО нормальных ускорений ОУ в СКСК в момент встречи.

Величина мгновенного промаха рассчитывалась по формуле, учитывающей влияние ненулевого нормального ускорения ОУ в точке встречи:

$$\mathbf{h}_\gamma = \left[\boldsymbol{\omega} \times (\Delta \mathbf{v} + \Delta \mathbf{a} \cdot \tau_y) \cdot \tau_y \right] \cdot \tau_y, \quad \boldsymbol{\omega} = \frac{\Delta \mathbf{r} \times \Delta \mathbf{v}}{\Delta r^2}, \quad (28)$$

$$\tau_y = \frac{\Delta \mathbf{r} \cdot \Delta \mathbf{v}_0}{\|\Delta \mathbf{v}\|}, \quad \Delta \mathbf{v}_0 = \frac{\Delta \mathbf{v}}{\|\Delta \mathbf{v}\|}, \quad \Delta \mathbf{a} = \Delta \dot{\mathbf{v}},$$

где τ_y – экстраполированное время до встречи ОУ с целью (упрежденное время встречи); $\Delta \mathbf{a}$ – вектор полного ускорения ОУ в СКЛВ.

²Текущей мерой точности наведения, т. е. величиной, прогнозирующей наименьшее значение модуля относительной дальности, принято считать дальность, на которой ракета пролетит мимо цели, если с данного момента времени ракета и цель в относительном движении будут перемещаться прямолинейно (по касательной к относительной траектории). Эту дальность называют пролетом, или промахом. Возможны и другие меры текущей точности, например, расстояние, на котором ракета пролетит мимо цели, если с данного момента ускорение будет постоянным. В момент времени, когда вектор пролета совпадает с вектором дальности, расстояние между ракетой и целью минимально.

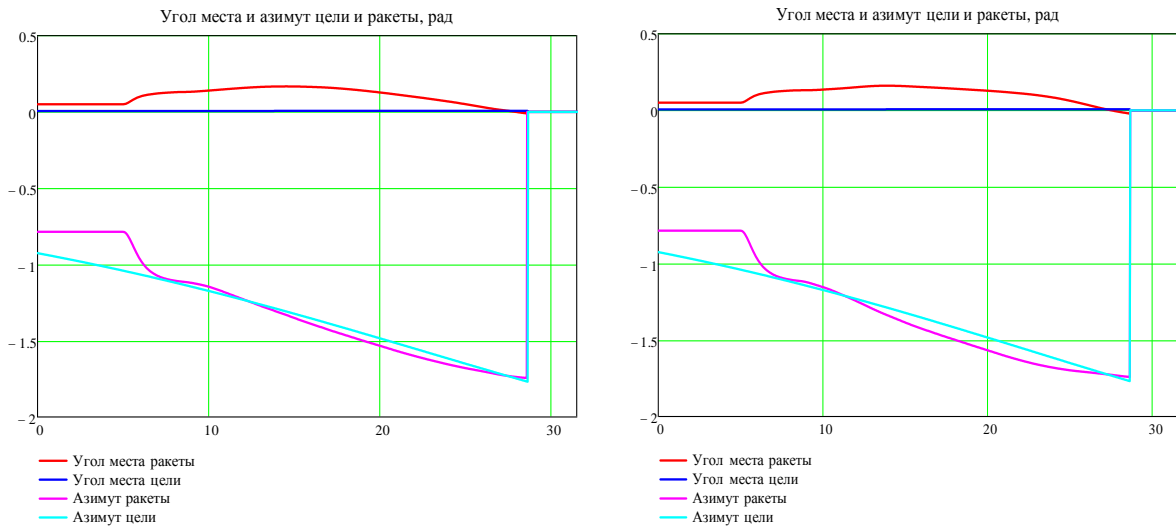


Рис. 5. Сферические координаты ОУ и цели при наведении методом ММПН (а) и МПСТ (б). Траектория 1

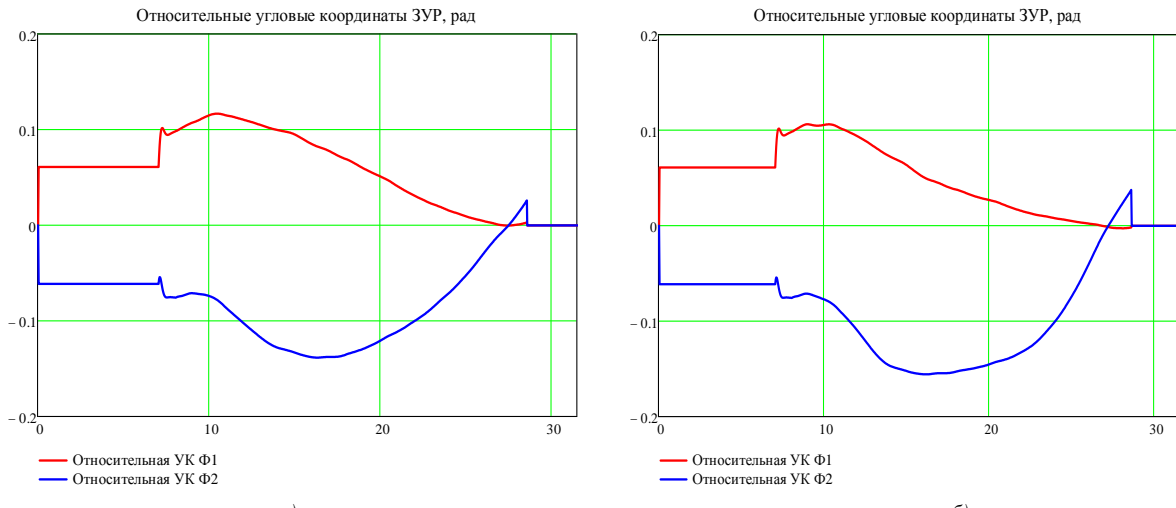


Рис. 6. Относительные координаты ОУ при наведении методом ММПН (а) и МПСТ (б). Траектория 1

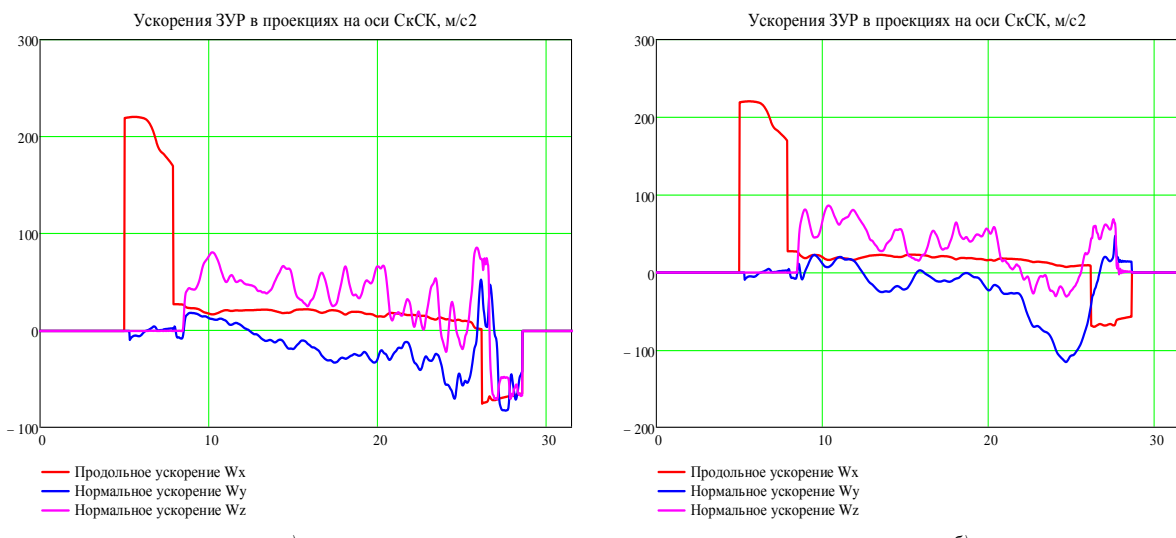


Рис. 7. Ускорения ОУ в СкСК при наведении методом ММПН (а) и МПСТ (б). Траектория 1

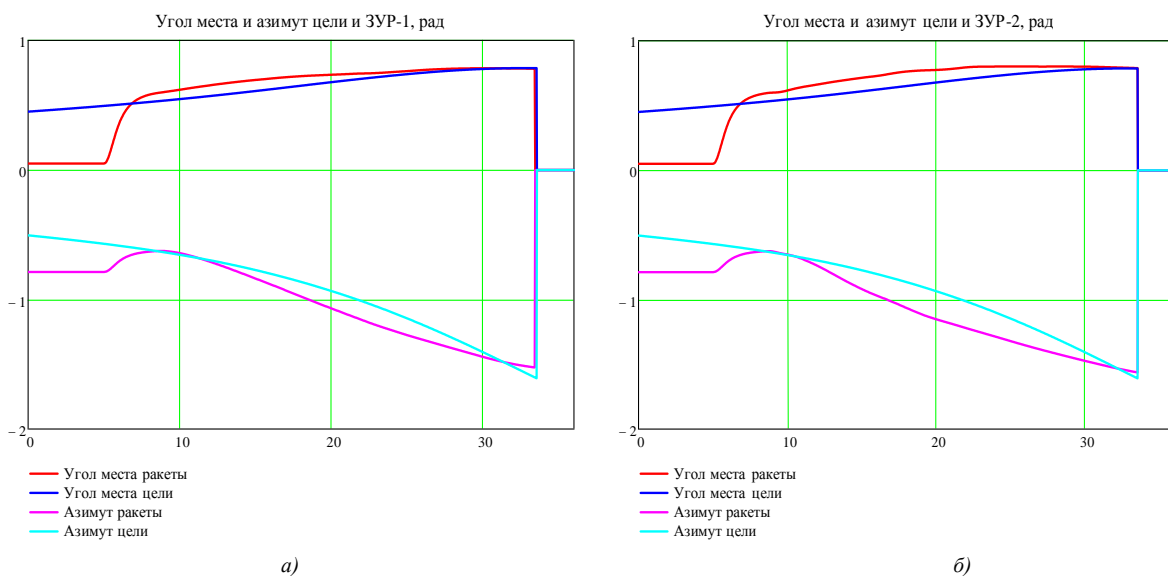


Рис. 8. Сферические координаты ОУ и цели при наведении методом ММПН (а) и МПСТ (б). Траектория 2

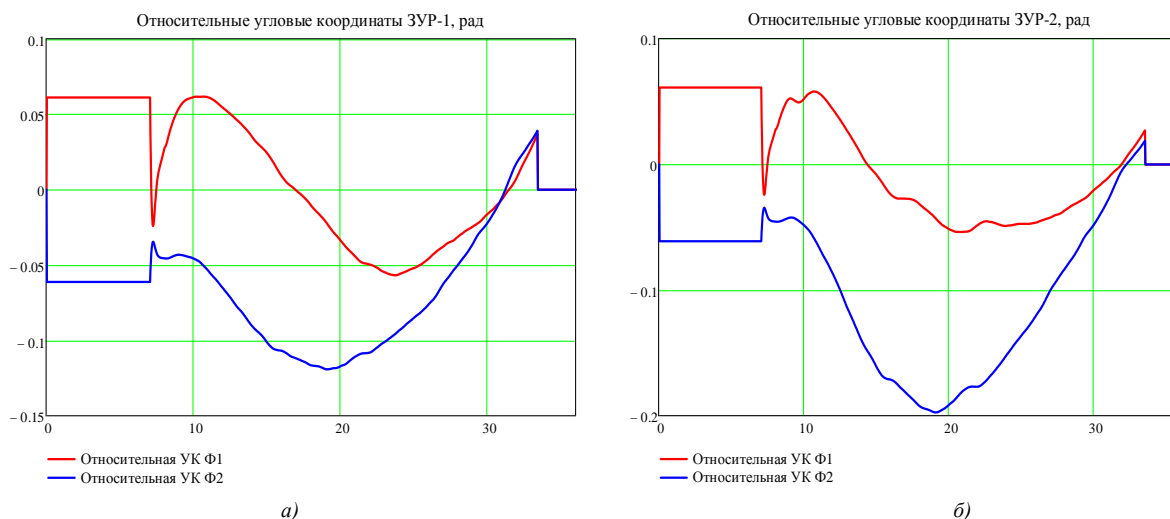


Рис. 9. Относительные координаты ОУ при наведении методом ММПН (а) и МПСТ (б). Траектория 2

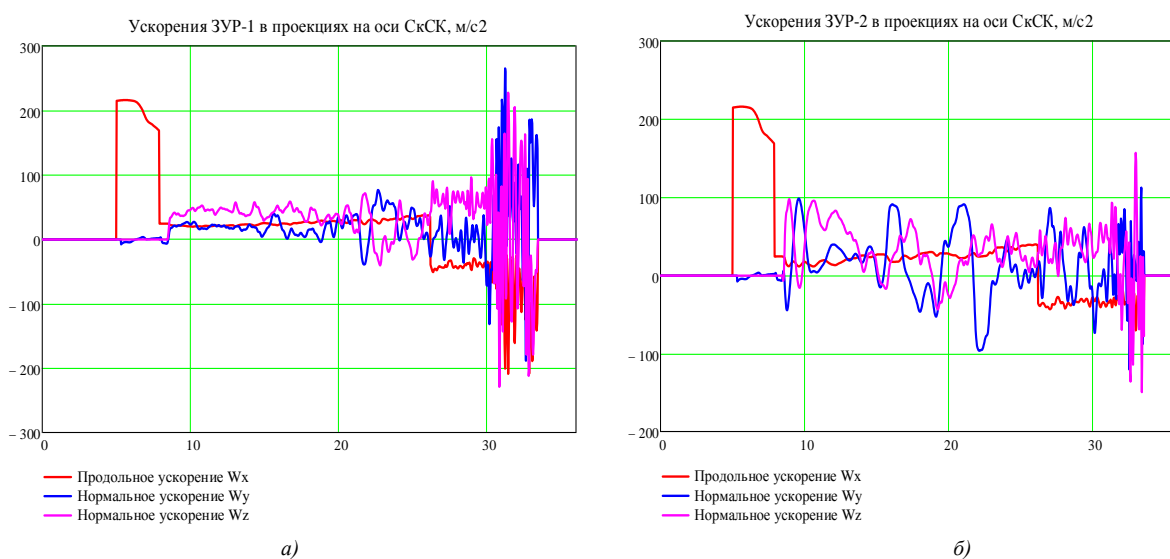


Рис. 10. Ускорения ОУ в СкСК при наведении методом ММПН (а) и МПСТ (б). Траектория 2

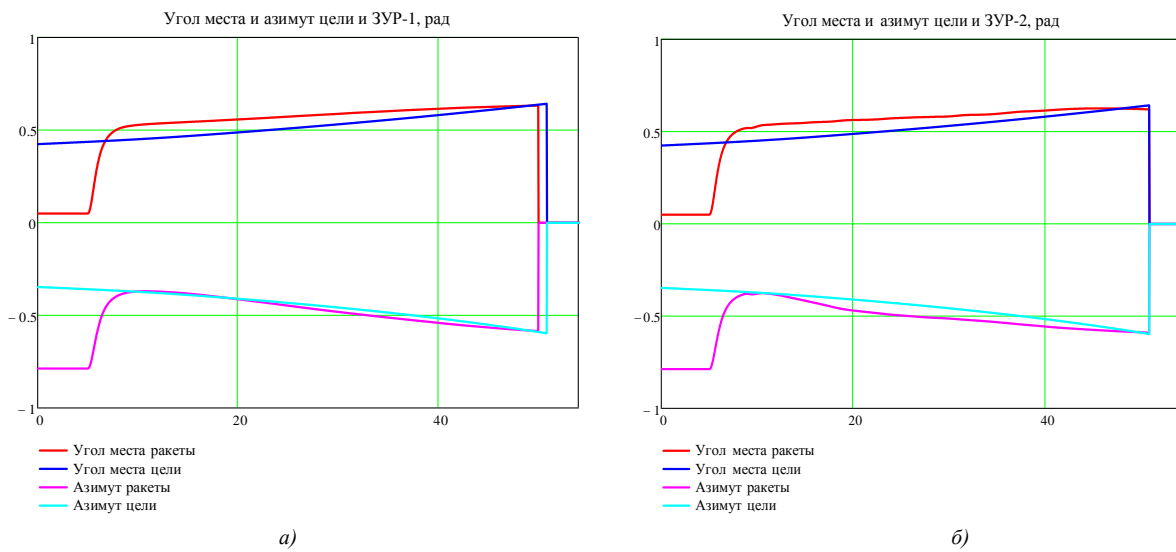


Рис. 11. Сферические координаты ОУ и цели при наведении методом ММПН (а) и МПСТ (б). Трассерия 3

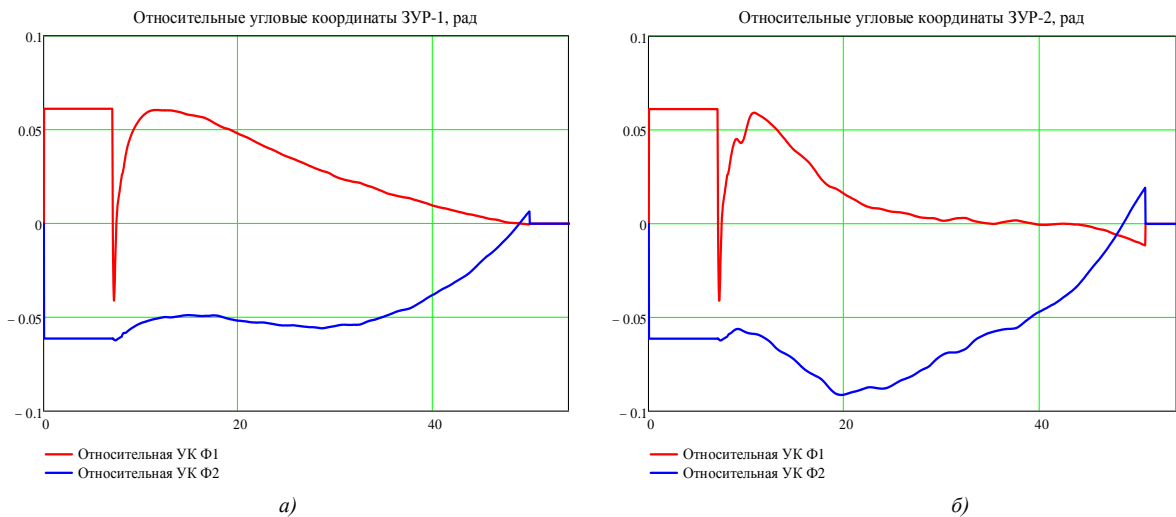


Рис. 12. Относительные координаты ОУ при наведении методом ММПН (а) и МПСТ (б). Трассерия 3

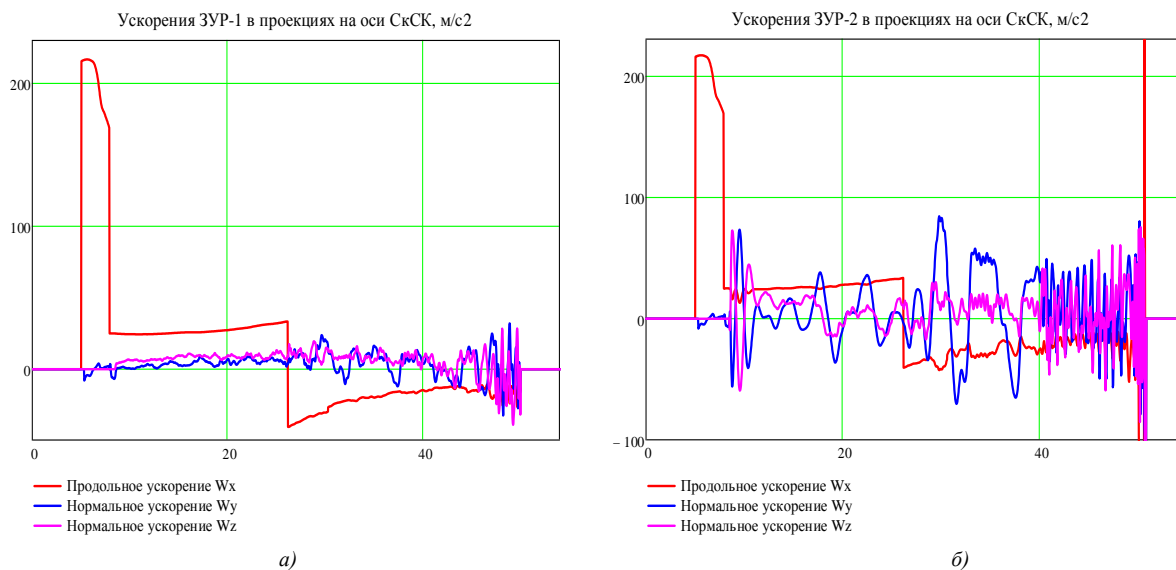


Рис. 13. Ускорения ОУ в С_кС_к при наведении методом ММПН (а) и МПСТ (б). Трассерия 3

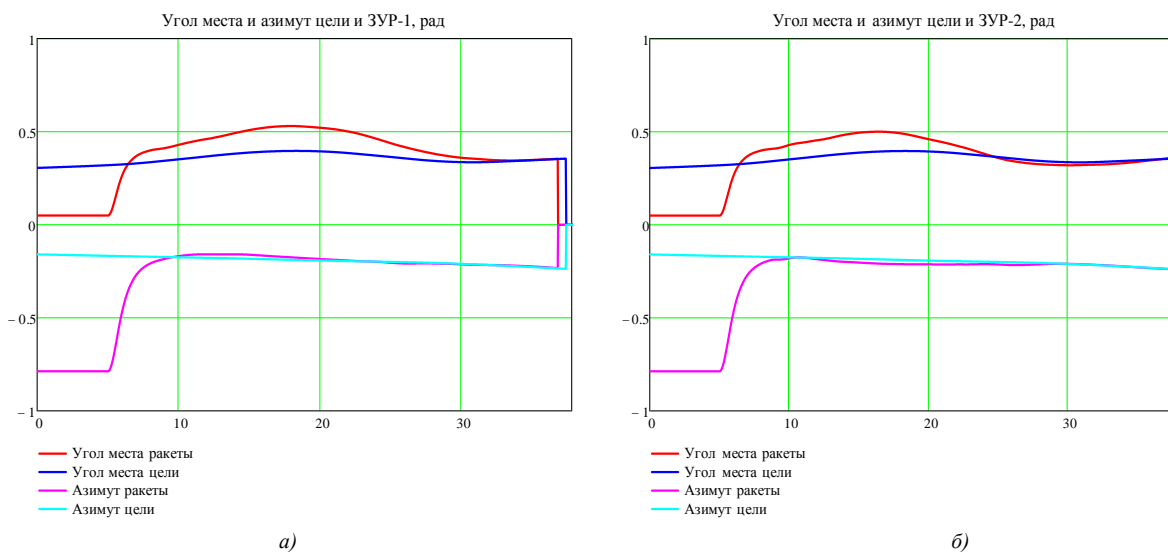


Рис. 14. Сферические координаты ОУ и цели при наведении методом ММПН (а) и МПСТ (б). Траектория 4

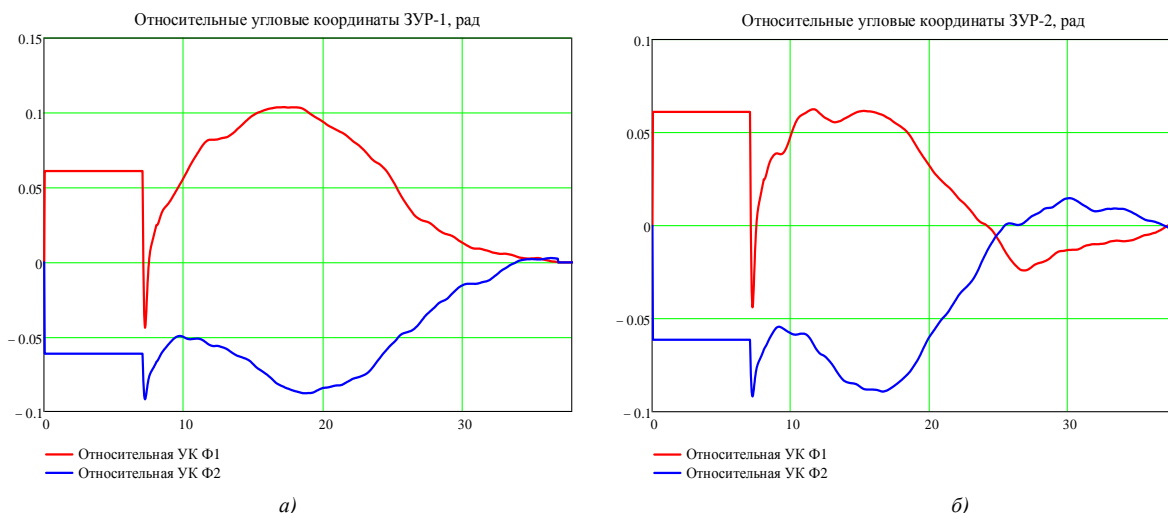


Рис. 15. Относительные координаты ОУ при наведении методом ММПН (а) и МПСТ (б). Траектория 4

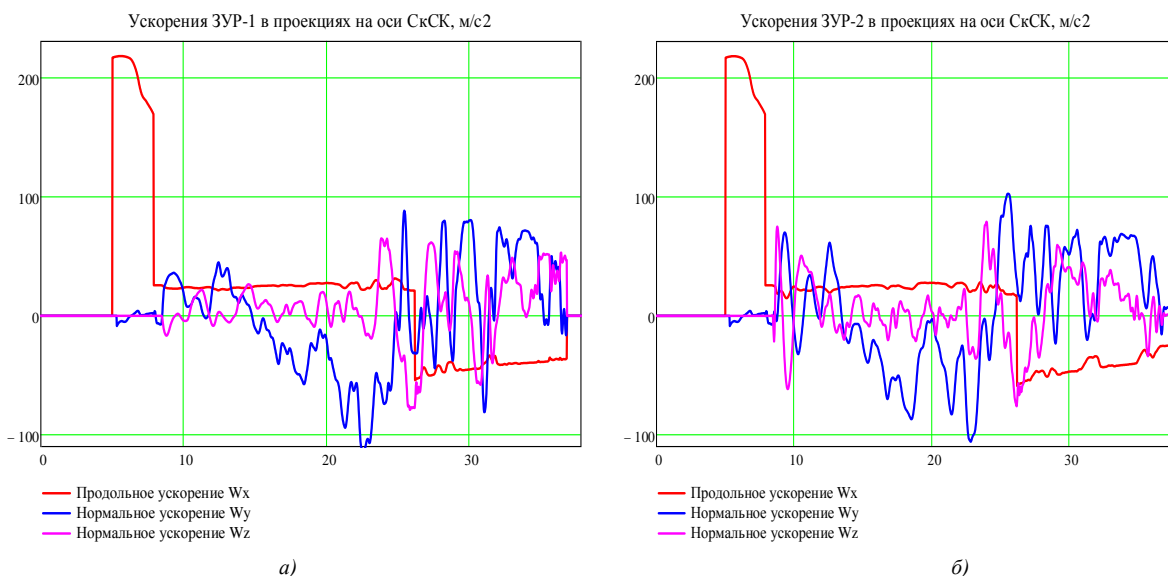


Рис. 16. Ускорения ОУ в CrCK при наведении методом ММПН (а) и МПСТ (б). Траектория 4

Альтернативная форма записи выражения для текущего промаха имеет вид [4, 5]

$$\begin{aligned} \mathbf{h}_\gamma &= \mathbf{h}_0 + \dot{\mathbf{h}}_0 \tau_y, \Delta \mathbf{a}_0 = \frac{\Delta \mathbf{a}}{\|\Delta \mathbf{a}\|}, \Delta \mathbf{v}_0 = \frac{\Delta \mathbf{v}}{\|\Delta \mathbf{v}\|}, \\ \mathbf{h}_0 &= (\Delta \mathbf{r} - \Delta \mathbf{v}_0 (\Delta \mathbf{r} \cdot \Delta \mathbf{v}_0)), \\ \dot{\mathbf{h}}_0 &= -(\Delta \mathbf{a}_0 (\Delta \mathbf{r} \cdot \Delta \mathbf{v}_0) + \Delta \mathbf{v}_0 (\Delta \mathbf{r} \cdot \Delta \mathbf{a}_0)). \end{aligned} \quad (29)$$

Линейная ошибка наведения $\mathbf{h}_\zeta = (0 \ h_y \ h_z)^T$ оценивалась в момент равенства дальностей цели и ОУ согласно следующим выражениям:

$$\begin{aligned} \Phi &= 0,707 \left((\Delta \varepsilon + \Delta \beta \cos(\varepsilon_2)) (\Delta \beta \cos(\varepsilon_2) - \Delta \varepsilon) \right)^T, \\ \mathbf{h}_\zeta (\Delta r = 0) &= r_1 (\Delta \varepsilon \ \Delta \beta)^T, \\ \mathbf{h}_\phi (\Delta r = 0) &= r_1 (\Phi_1 \ \Phi_2)^T, \Delta \varepsilon = \varepsilon_1 - \varepsilon_2, \Delta \beta = \beta_1 - \beta_2, \end{aligned} \quad (30)$$

где Δr – разность радиальных дальностей цели и ОУ; \mathbf{h}_ϕ – двухкомпонентный вектор линейной ошибки наведения в СК, повернутой на 45° относительно продольной оси.

Нормальные ускорения ОУ в момент встречи рассчитывались следующим образом:

$$\begin{aligned} \mathbf{W} &= [\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{V}], \boldsymbol{\omega} = \mathbf{M}(\theta, \varphi) \frac{[\mathbf{v}_1 \times \mathbf{a}_1]}{\mathbf{v}_1^T \mathbf{v}_1}, \\ \mathbf{v}_1 = \dot{\mathbf{r}}_1 &= (v_{x1} \ v_{y1} \ v_{z1})^T, \mathbf{a}_1 = \ddot{\mathbf{r}}_1 = (\dot{v}_{x1} \ \dot{v}_{y1} \ \dot{v}_{z1})^T, \end{aligned} \quad (31)$$

где $\mathbf{V} = (V_x \ 0 \ 0)^T$ – вектор скорости ОУ в проекциях на оси СКСК; $\mathbf{M}(\theta, \varphi)$ – матрица связи ЗСК и СКСК, зависящая от скоростных углов тангажа и рыскания θ, φ ОУ.

Сравнительный анализ результатов моделирования, приведенных в табл. 2, позволяет сделать следующие выводы:

- оценки точности наведения ОУ на низколетящую цель для МПСТ и ММПН отличаются незначительно (это связано с отсутствием учета влияния зеркальных отражений от земли), при росте интенсивности флуктуаций по каналу цели предпочтительно использовать ММПН как менее чувствительный к ошибкам измерения на начальном и среднем участках траектории;

- для обстрела скоростной цели, летящей на больших высотах и предельном параметре, целесообразно использовать ММПН, который обеспечивает меньшее значение ошибки наведения при докритических углах упреждения (на рис. 9, б видно, что перехват цели на траектории 2 методом МПСТ в реальной ситуации невозможен, так как ОУ выходит за пределы сектора сопровождения);

- для обстрела цели, находящейся на предельных дальностях и высоте, целесообразно использовать ММПН ввиду меньшего уровня флуктуационных перегрузок ОУ, обусловленных ошибками измерения УК цели;

- при наведении ОУ на маневрирующую цель и при отсутствии канала оценивания нормальных ускорений цели предпочтение следует отдавать МПСТ как менее чувствительному к величине ускорения маневра и его продолжительности;

- для оценки величины нормальных ускорений целесообразно использовать не только траекторную информацию (величину первых и вторых производных угловых координат и дальности), но и сигнальную (ширину спектра флуктуаций отраженного сигнала), которая обрабатывается в устройстве адаптивной фильтрации параметров движения цели.

Заключение. В работе рассмотрен модифицированный МПН, учитывающий ограничения на сектор сопровождения ОУ, несовпадение измерительной и связанной СК, а также влияние неконтролируемых возмущающих воздействий, действующих на ОУ.

Сравнительный анализ существующих и вновь разработанных методов показывает перспективность использования ММПН для перехвата скоростных целей, а также целей, летящих на предельной дальности и высотах.

Снижение величины ошибок наведения при использовании ММПН обусловлено меньшим порядком астатизма контура наведения (структурой кинематического звена) и, как следствие, более медленным ростом интенсивности флуктуаций команд управления (УСВ вектора скорости ОУ) при увеличении СКО ошибок измерений.

Направлениями дальнейших исследований будут являться учет пространственных кинематических связей относительного движения цели и ОУ при формировании команд управления; разработка алгоритмов управления ракетой по крену для повышения точности наведения и вероятности перехвата (поражения) цели; разработка алгоритмов нелинейной оптимальной фильтрации для совместного оценивания координат и параметров движения; реализация эталонной модели ОУ, корректируемой по данным измерителей координат ОУ, для устойчивого сопровождения при больших углах упреждения.

Список использованных источников

1. Кельзон, А. С. Пропорциональная навигация как проблема кибернетики / А. С. Кельзон, О. В. Григорьева // Докл. АН СССР. – 1958. – Т. 121, № 3. – С. 432–435.
2. Кан, В. Л. О точных решениях уравнений пропорциональной навигации / В. Л. Кан, А. С. Кельзон // Изв. ВУЗов. Математика. – 1962. – № 1. – С. 50–56.
3. Пугачев, В. С. Системы управления и динамика полета ракет / В. С. Пугачев, И. Е., Казаков, Д. И. Гладков ; под ред. В. С. Пугачева. – М. : ВВИА им. проф. Н. Е. Жуковского, 1965. – 615 с.
4. Кринецкий, Е. И. Системы самонаведения / Е. И. Кринецкий. – М. : Машиностроение, 1970. – 236 с.
5. Батков, А. М. Проектирование систем наведения / А. М. Батков, А. А. Горский, В. Ф. Левитин ; под ред. Е. А. Федосова. – М. : Машиностроение, 1975. – 296 с.
6. Максимов, М. В. Радиоэлектронные системы самонаведения / М. В. Максимов, Г. И. Горгонов – М. : Радио и связь, 1982. – 304 с.
7. Казаков, И. Е. Авиационные управляемые ракеты : в 2 ч. Ч. 2 : Системы управления и динамика наведения управляемых ракет и бомб / И. Е. Казаков, А. Ф. Мишаков ; под ред. И. Е. Казакова. – М. : ВВИА им. проф. Н. Е. Жуковского, 1985. – 423 с.
8. Теория автоматического управления : учебник для ВУЗов : в 2 ч. Ч. 2 : Теория нелинейных и специальных систем автоматического управления / А. А. Воронов [и др.] ; под ред. А. А. Воронова. – М. : Высш. шк., 1986. – 504 с.
9. Dohi, N. Modified proportional navigation for a missile with varying velocity – comparison with the optimal guidance / N. Dohi, Y. Baba, H. Takano // The Proc. of 24th Intern. Congress of the Aeronautical Sciences (ICAS-2004). – Yokohama, 2004. – Vol. 7. – P. 207–215.
10. Palumbo, N. F. Modern homing missile guidance theory and techniques / N. F. Palumbo, R. A. Blauwkamp, J. M. Lloyd // Johns Hopkins APL Technical Digest. – 2010. – Vol. 29, no. 1. – P. 42–59.
11. Seunghyun, K. Robust proportional navigation guidance against highly maneuvering targets / K. Seunghyun, K. Jin // The Proc. of 13th Intern. Conf. on Control, Automation and Systems (ICCAS-2013). – Seoul, 2013. – P. 173–182.
12. Маркевич, В. Э. Аналитический синтез метода наведения сверхзвукового беспилотного летательного аппарата на основе многомерной нелинейной динамической модели / В. Э. Маркевич // Информатика. – 2017. – № 2(54). – С. 93–112.
13. Колесников, А. А. Проектирование многокритериальных систем управления промышленными объектами / А. А. Колесников, А. Г. Гельфгат. – М. : Энергоатомиздат, 1993. – 304 с.
14. Колесников А. А. Синергетическая теория управления. Инварианты, оптимизация, синтез / А. А. Колесников. – М. : Энергоатомиздат, 1994. – 344 с.
15. Кун, А. А. Основы построения зенитно-ракетных комплексов / А. А. Кун, В. Ф. Лукьянов, С. А. Шабан. – Минск : ВА РБ, 2001. – 327 с.

References

1. Kel'zon, A. S., Grigoryeva O. V. Proportsional'naya navigatsiya kak problema kibernetiki [Proportional navigation as a problem of cybernetics]. Dokl. AN SSSR [Reports of the Academy of Sciences of the USSR], 1958, vol. 121, no. 3, pp. 432–435 (in Russian).
2. Kan V. L., Kel'zon, A. S. O tochnyh resheniyah uravnenij proporcional'noj navigacii [About exact solutions of the equations of proportional navigation]. Izvestiya VUZov. Matematika [News of Universities. Mathematica], 1962, no. 1, pp. 50–56 (in Russian).
3. Pugachev V. S. (ed.), Kazakov I. E., Gladkov D. I. Sistemy upravleniya i dinamika poleta raket. Control Systems and Dynamics of Flight of Rockets. Moscow, VVIA im. prof. N. E. Zhukovskogo Publ., 1965, 615 p. (in Russian).

4. Krineckij E. I. *Sistemy samonavedeniya. Homing Systems*. Moscow, Mashinostroenie Publ., 1970, 236 p. (in Russian).
5. Batkov A. M., Gorsky A. A., Levitin V. F., Fedosov E. A. (ed.) *Proektirovanie sistem navedeniya. Design of Guidance Systems*. Moscow, Mashinostroenie Publ., 1975, 296 p. (in Russian).
6. Maximov M. V., Gorgonov G. I. *Radioelektronnye sistemy samonavedeniya. The Radio-Electronic Systems of Homing*. Moscow, Radio i svyaz Publ., 1982, 304 p. (in Russian).
7. Kazakov I. E., Mishakov A. F. *Aviacionnye upravlyaemye rakety. T. 2: Sistemy upravleniya i dinamika navedeniya upravlyaemyh raket i bomb. Aviation guided missiles. Vol. 2: Control systems and dynamics of guidance of guided missiles and bombs*. Moscow, VVIA im. prof. N. E. Zhukovskogo Publ., 1985, 423 p. (in Russian).
8. Voronov A. A. (ed.) *Teoriya avtomaticheskogo upravleniya. T. 2: Teoriya nelinejnyh i special'nyh sistem avtomaticheskogo upravleniya. Theory of Automatic Control. Vol. 2: Theory of Nonlinear and Special Systems of Automatic Control*. Moscow, Vysshaya shkola Publ., 1986, 504 p. (in Russian).
9. Dohi N., Baba Y., Takano H. Modified proportional navigation for a missile with varying velocity – comparison with the optimal guidance. *The Proceeding of 24th International Congress of the Aeronautical Sciences (ICAS-2004)*. Yokohama, 2004, vol. 7, pp. 207–215.
10. Palumbo N. F., Blauwkamp R. A., Lloyd J. M. Modern homing missile guidance theory and techniques. *Johns Hopkins APL Technical Digest*, 2010, vol. 29, no. 1, pp. 42–59.
11. Markevich V. E. Analiticheskij sintez metoda navedeniya sverhzhukovogo bespilotnogo letatel'nogo apparata na osnove mnogomernoj nelinejnoj dinamicheskoy modeli [Analytical synthesis of a method of guidance of the supersonic unmanned aircraft on the basis of multidimensional nonlinear dynamic model]. *Informatika [Informatics]*, 2017, vol. 2(54), pp. 93–112 (in Russian).
12. Kolesnikov A. A., Gelfgat A. G. *Proektirovanie mnogokriterial'nyh sistem upravleniya promyshlennymi ob'ektami. Design of Multicriterial Control Systems of Industrial Facilities*. Moscow, Energoatomizdat Publ., 1993, 304 p. (in Russian).
13. Kolesnikov A. A. *Sinergeticheskaya teoriya upravleniya. Invarianty, optimizaciya, sintez. Synergetic Theory of Control. Invariants, Optimization, Synthesis*. Moscow, Energoatomizdat Publ., 1994, 344 p. (in Russian).
14. Seunghyun K., Jin K. Robust proportional navigation guidance against highly maneuvering targets. *The Proceeding of 13th International Conference on Control, Automation and Systems (ICCAS-2013)*, Seoul, 2013, pp. 173–182.
15. Kun A. A., Luk'yanov V. F., Shaban S. A. *Osnovy postroeniya zenitno-raketnyh kompleksov. The Basic of Designed Anti-Aircraft Missile System*. Minsk, VA RB Publ., 2001, 327 p. (in Russian).

Информация об авторах

Маркевич Виталий Эдмундович – кандидат технических наук, ведущий научный сотрудник научно-исследовательского сектора ОАО «АЛЕВКУРП» (пр. Независимости, 95/7, 220043, Минск, Республика Беларусь). E-mail: mark.vit@tut.by

Легкоступ Виктор Валерьевич – аспирант БГУИР, младший научный сотрудник научно-исследовательского сектора ОАО «АЛЕВКУРП» (пр. Независимости, 95/7, 220043, Минск, Республика Беларусь). E-mail: legkostupvv@gmail.com

Information about the authors

Vitaliy E. Markevich – Ph. D. (Engineering), Leader Scientist, OJSC “ALEVKURP” (95/7, Nezavisimosti Ave., 220043, Minsk, Republic of Belarus). E-mail: mark.vit@tut.by

Victor V. Legkostup – Post-Graduate Student of BSUIR, Junior Researcher, OJSC “ALEVKURP” (95/7, Nezavisimosti Ave., 220043, Minsk, Republic of Belarus). E-mail: legkostupvv@gmail.com