ИНФОРМАТИКА

2010 июль-сентябрь № 3

УДК 519.714

Д.Я. Новиков, Л.Д. Черемисинова

ВЕРИФИКАЦИЯ ФУНКЦИОНАЛЬНЫХ ОПИСАНИЙ С НЕОПРЕДЕЛЕННОСТЬЮ НА ОСНОВЕ ПАРАФАЗНОГО ПРЕДСТАВЛЕНИЯ БУЛЕВЫХ ФУНКЦИЙ

Исследуется задача проверки реализуемости системы частично определенных булевых функций многоблочной структурой, каждый блок которой также задается системой частично определенных булевых функций. Предлагается метод сведения задачи к проверке выполнимости конъюнктивной нормальной формы (КНФ), которая является объединением КНФ разрешения многоблочной структуры и КНФ запрета исходной системы функций. В основе построения КНФ разрешения лежит парафазное представление функций, реализуемых структурой.

Введение

Рост сложности проектируемых СБИС значительно усложняет задачу обеспечения правильности их функционирования. В то же время невыявленные ошибки в разработанных СБИС могут привести к тяжелым последствиям как для производителей устройств автоматики и вычислительной техники, так и для конечных пользователей. В связи с этим верификация, позволяющая выявить ошибки проектирования на достаточно ранних его этапах, становится все более важным аспектом процесса проектирования. В настоящее время стоимость верификации составляет до 80 % от общей стоимости проектов [1]. К сожалению, возможности средств верификации сегодня заметно отстают от возможностей систем проектирования, не говоря уже о технологических достижениях полупроводникового производства.

Задача верификации [1–3] традиционно сводится к проверке эквивалентности двух комбинационных схем, задающих полностью определенные функциональные описания проектируемого устройства. В настоящей работе задача верификации рассматривается для более общего случая, когда оба сравниваемые описания содержат неопределенность, т. е. не полностью определены. Эта ситуация обычно возникает на начальных этапах проектирования в следующих случаях: существуют такие возможные значения входных переменных проектируемого устройства, которые никогда не появляются при нормальном режиме его работы и выходные реакции на которые могут быть доопределены произвольным образом; сложное функциональное описание представляется в виде суперпозиции более простых функциональных описаний, также содержащих неопределенность. Получаемое в результате декомпозиции описание можно считать многоблочной структурой, поведение блоков которой определено частично.

Рассматривается случай, когда исходное логическое описание представляется системой частично определенных булевых функций (ЧБФ), заданной некоторой совокупностью многовыходных интервалов. Результирующее описание является многоблочной структурой, каждый блок которой также задается системой ЧБФ. Требуется доказать, что первое описание реализуется вторым, а именно на всех наборах значений входных переменных, на которых определена исходная система ЧБФ, многоблочная структура также определена и значения ее функций не противоречат значениям соответствующих функций исходной системы ЧБФ.

Рассматриваемую задачу можно было решить с помощью двоичного параллельного моделирования поведения заданной многоблочной структуры [4] на области определения системы ЧБФ, которое заключается в подаче всех двоичных наборов области определения исходной системы на входы моделируемой структуры, распространении сигналов по данной структуре и получении реакций на ее выходах. При этом перед моделированием все многовыходные интервалы, задающие исходную систему ЧБФ, предварительно представляются в виде совокупностей многовыходных наборов, что приводит к резкому усложнению задачи, если троичные векторы, соответствующие интервалам, содержат относительно большое число неопределенных компонент (интервал представляется 2^k наборами, где k – число неопределенных компонент).

В работе [5] рассматривается решение данной задачи для случая, когда поведение блоков многоблочной структуры полностью определено и структура может быть представлена в виде комбинационной схемы. В этом случае проверка реализуемости исходной системы ЧБФ комбинационной схемой сводится к решению задачи проверки выполнимости конъюнктивной нормальной формы (КНФ), которая получается объединением посредством конъюнкции КНФ разрешения комбинационной схемы, описывающей все допустимые сигналы на ее полюсах, и КНФ, которая задает условие нарушения реализуемости многовыходных интервалов, определяющих систему ЧБФ.

Подход к верификации, рассматриваемый в настоящей работе, также основан на сведении этой задачи к проверке выполнимости КНФ, но вместо КНФ разрешения комбинационной схемы предлагается строить КНФ разрешения многоблочной структуры, описывающую множество допустимых комбинаций сигналов на входах и выходах ее блоков. Поскольку блоки многоблочной структуры функционально определены не полностью, для формирования КНФ разрешения наряду с использованием метода Цейтина [6] для каждой функции блока предлагается вводить специальный элемент слияния сигналов.

1. Сведение задачи верификации к проверке выполнимости КНФ

Задача верификации заключается в проверке на функциональную эквивалентность или реализуемость пары логических описаний: исходного (например, спецификации на проектирование) и результирующего, порожденного исходным описанием в результате выполнения проектных операций. Исходное описание представляется системой ЧБФ, заданной множеством многовыходных интервалов. Результирующим описанием является многоблочная структура, каждый блок которой также задается системой ЧБФ. Рассматриваемая в настоящей работе задача заключается в том, чтобы проверить, реализуется ли исходное логическое описание результирующим. Эта задача сводится к доказательству того факта, что на всех наборах значений входных переменных, на которых определена исходная система ЧБФ, многоблочная структура также определена и значения ее функций не противоречат значениям соответствующих функций исходной системы ЧБФ.

В настоящей работе предлагается метод решения рассматриваемой задачи проверки реализуемости, основанный на сведении ее к задаче проверки выполнимости КНФ. Суть метода состоит в следующем. Для системы ЧБФ строится КНФ ее запрета D [5], определяющая условия нарушения реализуемости задающих ее многовыходных интервалов. Эта КНФ выполнима в том и только в том случае, когда нарушается условие, задаваемое хотя бы одним многовыходным интервалом, т. е. всякий набор значений переменных КНФ запрета, который является выполняющим для этой КНФ, противоречит хотя бы одному многовыходному интервалу. В свою очередь, для многоблочной структуры строится КНФ разрешения R, описывающая множество допустимых комбинаций сигналов на всех полюсах блоков этой структуры, т. е. всякий набор значений переменных КНФ разрешения (задающий воздействия на входы структуры и реакции на них), который является выполняющим для нее, является допустимым для этой структуры. Далее полученные КНФ D и R объединяются в одну КНФ $K = D \wedge R$.

Утверждение. *КНФ K выполнима тогда и только тогда, когда заданная многоблочная структура не реализует исходную систему функций.*

Доказательство. Если КНФ K выполнима, то существует комбинация сигналов на полюсах многоблочной структуры, которая выполняет КНФ разрешения R, т. е. возможна для заданной структуры. В то же время эта комбинация сигналов выполняет и КНФ запрета D, следовательно, она удовлетворяет условию нарушения реализуемости структурой хотя бы одного многовыходного интервала системы ЧБФ. Это означает, что данная структура не реализует исходную систему.

И обратно, если многоблочная структура не реализует исходную систему функций, то существует, по крайней мере, одна комбинация $\boldsymbol{x}$ значений аргументов системы функций, для которой некоторая ее функция принимает определенное значение δ (0 или 1), а многоблочная структура имеет на соответствующем выходе значение $\bar{\delta}$. В этом случае набор $\boldsymbol{x} \cup \bar{\delta}$ является выполняющим для КНФ запрета D и найдется набор $\boldsymbol{z}$ значений сигналов на полюсах схемы, порождаемый комбинацией $\boldsymbol{x}$ значений сигналов на ее входных полюсах, который будет выполняющим и для КНФ разрешения R. Соответственно КНФ K будет выполнимой, а выполняющим набором будет $\boldsymbol{z}$.

Основная проблема решения задачи верификации в предлагаемой постановке заключается в построении КНФ запрета системы ЧБФ и КНФ разрешения многоблочной структуры с функциональной неопределенностью. Ранее был описан метод [5] построения КНФ запрета системы ЧБФ. В настоящей работе предлагается метод построения КНФ разрешения многоблочной структуры с функциональной неопределенностью, основанный на идее парафазной реализации функций блоков данной структуры.

2. Построение КНФ запрета системы частично определенных булевых функций

Система S частично определенных булевых функций $f_i(x_1,\ldots,x_n)$, $i = 1,\ldots,m$, задается совокупностью многовыходных интервалов, которая представляется парой троичных матриц $\boldsymbol{U}$ и $\boldsymbol{T}$, например:

$$\boldsymbol{U} = \begin{array}{ccccc} x_1 & x_2 & x_3 & x_4 & x_5 \\ - & - & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & - & - & - \\ - & 0 & 0 & 0 & - \\ 0 & 1 & - & - & 0 \\ - & 0 & 1 & 0 & - \\ - & 0 & - & 1 & 1 \end{array}; \qquad \boldsymbol{T} = \begin{array}{ccc} f_1 & f_2 & \\ 1 & - & 1 \\ 1 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 3 \\ 0 & 0 & 4 \\ - & 0 & 5 \\ - & 1 & 6 \end{array}. \qquad (1)$$

При этом строки матрицы U представляют собой интервалы значений входных переменных, а столбцы матрицы T задают значения функций на них. Например, вторые строки матриц $\boldsymbol{U}$ и $\boldsymbol{T}$ говорят о том, что на интервале значений переменных x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, задаваемом элементарной конъюнкцией x_1x_2, функция f_1 принимает значение 1, а функция f_2 – значение 0. Указанные строки представляют собой многовыходной интервал $(x_1x_2, f_1, \bar{f_2})$. В общем случае многовыходной интервал имеет вид $(C^i, p_1^{\,i}, p_2^{\,i},\ldots, p_{ki}^{\,i})$, где C^i – элементарная конъюнкция, представленная i-й строкой матрицы $\boldsymbol{U}$, а $p_1^{\,i}, \ldots, p_{ki}^{\,i}$ – литералы переменных из множества $\{f_1, f_2, \ldots, f_n\}$, соответствующие определенным компонентам i-й строки матрицы $\boldsymbol{T}$. Приведенная выше система функций задана шестью многовыходными интервалами.

КНФ D^i, описывающая условие нарушения реализуемости многовыходного интервала $(C^i, p_1^{\,i}, p_2^{\,i},\ldots, p_{ki}^{\,i})$ и называемая далее КНФ запрета этого интервала, состоит из однолитеральных дизъюнктов, соответствующих литералам элементарной конъюнкции C^i, и дизъюнкта, задающего инверсии литералов $p_1^{\,i}, p_2^{\,i},\ldots, p_{ki}^{\,i}$:

$$D^i = C^i \wedge (\,\bar{p}_1^{\,i} \vee \bar{p}_2^{\,i} \vee \ldots \vee \bar{p}_{ki}^{\,i}). \qquad (2)$$

Например, КНФ запрета D^2 интервала $u_2 = (x_1x_2,\ f_1,\ \bar{f_2})$ представляется формулой $x_1 \wedge x_2 \wedge (\,\bar{f_1} \vee f_2)$, которая в матричной форме имеет следующий вид:

$$\begin{array}{cccccccc} x_1 & x_2 & x_3 & x_4 & x_5 & f_1 & f_2 & \\ 1 & - & - & - & - & - & - & 1 \\ - & 1 & - & - & - & - & - & 2 \\ - & - & - & - & - & 0 & 1 & 3. \end{array}$$

Условие нарушения реализуемости системы ЧБФ – $F = D^1 \vee \ldots \vee D^l$. КНФ запрета D системы ЧБФ есть представление данной формулы в виде КНФ. Теоретически данная формула всегда может быть преобразована к виду КНФ при помощи законов де Моргана, однако такое преобразование может привести к экспоненциальному взрыву размеров получаемых формул. В связи с этим в работе [5] предложен метод преобразования формулы F к виду КНФ путем единичного кодирования l КНФ запрета D^i l булевыми переменными u^i ($i = 1, \ldots, l$). После кодирования КНФ запрета многовыходных интервалов ($C^i, p_1{}^i, p_2{}^i, \ldots, p_{ki}{}^i$) формула F преобразуется к виду

$$\begin{gathered}(C^1 \vee u^1)\wedge(\bar{p}_1{}^1 \vee \ldots \vee \bar{p}_{k1}{}^1 \vee u^1) \wedge (C^2 \vee u^2)\wedge(\bar{p}_1{}^2 \vee \ldots \vee \bar{p}_{k2}{}^2 \vee u^2) \wedge \ldots \wedge \\ \wedge (C^n \vee u^l)\wedge(\bar{p}_1{}^l \vee \ldots \vee \bar{p}_{kn}{}^l \vee u^l) \wedge (\bar{u}^1 \vee \bar{u}^2 \vee \ldots \vee \bar{u}^l).\end{gathered} \tag{3}$$

Переменная u^i используется для выделения условия нарушения реализуемости i-го интервала ($C^i, p_1{}^i, p_2{}^i, \ldots, p_{ki}{}^i$). Выделение осуществляется следующим образом. Если формула (3) выполнима при некоторой комбинации значений ее переменных, то дизъюнкт $\bar{u}^1 \vee \bar{u}^2 \vee \ldots \vee \bar{u}^l$ на этом наборе обращается в 1. Это означает, что одна из переменных $u^1, u^2, \ldots, u^l$ имеет значение 0. Если $u^i = 0$, то i-я строка в формуле (3) превращается в КНФ нарушения реализуемости i-го многовыходного интервала:

$$(C^i \vee u^i) \wedge (\bar{p}_1{}^i \vee \bar{p}_2{}^i \vee \ldots \vee \bar{p}_{ki}{}^i \vee u^i) \;=\; C^i \wedge (\bar{p}_1{}^i \vee \bar{p}_2{}^i \vee \ldots \vee \bar{p}_{ki}{}^i). \tag{4}$$

Приведение формулы (3) к виду КНФ выполняется тривиально – путем применения закона дистрибутивности к подформулам $C^i \vee u^i$. Например, КНФ запрета упомянутой выше системы ЧБФ (1) приведена в первом столбце таблицы.

Пример КНФ запрета и КНФ разрешения

КНФ запрета системы ЧБФ (1)												
x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	f_1	f_2	u_1	u_2	u_3	u_4	u_5	u_6
–	–	1	–	–	–	–	0	–	–	–	–	–
–	–	–	1	–	–	–	0	–	–	–	–	–
–	–	–	–	1	–	–	0	–	–	–	–	–
–	–	–	–	–	0	–	0	–	–	–	–	–
1	–	–	–	–	–	–	–	0	–	–	–	–
–	1	–	–	–	–	–	–	0	–	–	–	–
–	–	–	–	–	0	1	–	0	–	–	–	–
–	0	–	–	–	–	–	–	–	0	–	–	–
–	–	0	–	–	–	–	–	–	0	–	–	–
–	–	–	0	–	–	–	–	–	0	–	–	–
–	–	–	–	–	1	0	–	–	0	–	–	–
0	–	–	–	–	–	–	–	–	–	0	–	–
–	1	–	–	–	–	–	–	–	–	0	–	–
–	–	–	–	0	–	–	–	–	–	0	–	–
–	–	–	–	–	1	1	–	–	–	0	–	–
–	0	–	–	–	–	–	–	–	–	–	0	–
–	–	1	–	–	–	–	–	–	–	–	0	–
–	–	–	0	–	–	–	–	–	–	–	0	–
–	–	–	–	–	–	1	–	–	–	–	0	–
–	0	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	0
–	–	–	1	–	–	–	–	–	–	–	–	0
–	–	–	–	1	–	–	–	–	–	–	–	0
–	–	–	–	–	–	0	–	–	–	–	–	0
–	–	–	–	–	–	–	1	1	1	1	1	1

КНФ разрешения функции z_1 структуры								
x_1	x_2	x_3	C_1	C_2	Z_1	d_1	d_0	z_1
0	–	–	0	–	–	–	–	–
–	1	–	0	–	–	–	–	–
1	0	–	1	–	–	–	–	–
1	–	–	–	0	–	–	–	–
–	1	–	–	0	–	–	–	–
0	0	–	–	1	–	–	–	–
–	0	–	–	–	0	–	–	–
–	–	0	–	–	0	–	–	–
–	1	1	–	–	1	–	–	–
–	–	–	1	1	–	0	–	–
–	–	–	0	–	–	1	–	–
–	–	–	–	0	–	1	–	–
–	–	–	–	–	1	–	0	–
–	–	–	–	–	0	–	1	–
–	–	–	–	–	–	0	–	1
–	–	–	–	–	–	–	0	0
–	–	–	–	–	–	0	0	–

3. Построение КНФ разрешения структуры на основе ее парафазной реализации

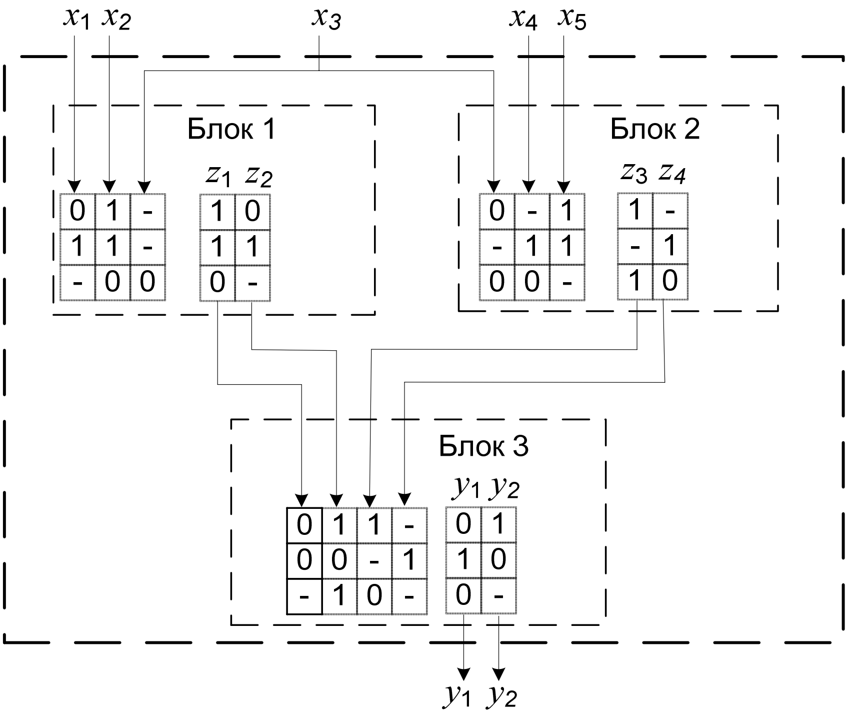
Каждый блок W_j, $j = 1,\ldots,w$, многоблочной структуры W так же, как и исходное описание, задается системой ЧБФ $f_{sj}(x_{1j},\ldots,x_{mj})$, $s = 1,\ldots,q_j$, представляемой совокупностью многовыходных интервалов ($C_j^i, p_{1j}{}^i, \ldots, p_{kj}{}^i$), $1 \le k_j^i \le q_j$. При этом предполагается, что все системы ЧБФ заданы непротиворечиво в том смысле, что для любых двух пересекающихся многовыходных интервалов i и j, у которых $C^i \wedge C^j \ne 0$, значения одноименных функций неортогональны, т. е. если значение некоторой функции системы определено на одном из этих интервалов и равно δ, где

$\delta \in \{0,1\}$, то ее значение на другом из этих интервалов может быть либо не определено, либо также равно δ (см. рисунок).

В работе [7] для целей моделирования было введено парафазное представление частично определенных функций блоков структуры и показано, что каждый блок структуры с неопределенностью поведения можно рассматривать как логическую схему, содержащую наряду с многовходовыми элементами (типа И, ИЛИ и элементами типа НЕ) специальные элементы слияния сигналов, заданные в трехзначной логике. При этом каждая ЧБФ f_{sj} блока реализуется трехъярусной структурой. Элементы первого яруса реализуют конъюнкции C_j^i всех многовыходных интервалов, два элемента второго яруса (дизъюнкторы) – функции f_{sj} и $\bar{f}_{sj}$. Входные полюсы дизъюнктора, реализующего f_{sj} ($\bar{f}_{sj}$), связываются с выходными полюсами конъюнкторов, реализующих конъюнкции, на которых $f_{sj} = 1$ ($f_{sj} = 0$). Выходные полюсы дизъюнкторов, реализующих f_{sj} и $\bar{f}_{sj}$, подаются на входы элемента слияния сигналов, выход которого определяет итоговое значение функции f_{sj} согласно следующему определению:

$$\begin{array}{r|cccc} f_{sj}: & 0 & 0 & 1 & 1 \\ \bar{f}_{sj}: & 0 & 1 & 0 & 1 \\ \hline \text{Слияние:} & - & 0 & 1 & *, \end{array} \tag{5}$$

где $*$ соответствует комбинации значений функций, невозможной для непротиворечивой системы ЧБФ.



Трехблочная структура

Традиционно задача верификации состоит в проверке функциональной эквивалентности пары схем, представляющих разные структурные реализации одного и того же устройства. Проверка функциональной эквивалентности обычно сводится к задаче проверки выполнимости КНФ, решаемой с помощью SAT-решателей (т. е. программ, предназначенных для решения этой задачи). Соответственно, для того чтобы воспользоваться SAT-решателем, необходимо привести задание сравниваемых комбинационных схем к виду КНФ [1, 2]. Если бы блоки многоблочной структуры были заданы системами полностью определенных булевых функций, то КНФ разрешения данной структуры можно было бы построить, используя метод Цейтина [6]. При применении данного преобразования для каждого логического элемента комбинационной схемы вводится внутренняя булева переменная, приписываемая его выходному полюсу. Далее рассматриваются локальные функции логических элементов. Построение функции разрешения элемента, реализующего локальную функцию $y = f(z_1, z_2, \ldots, z_k)$, основано на определении новой функции [2]

$$\varphi(y, f) = y \sim f(z_1, z_2, \ldots, z_k), \tag{6}$$

которая задает все допустимые комбинации сигналов на всех полюсах этого элемента (выходном полюсе y и k входных полюсах). КНФ этой функции $\varphi(y, f)$ традиционно называется КНФ разрешения элемента. КНФ разрешения всех элементов схемы объединяются операцией конъюнкции в одну КНФ разрешения схемы. КНФ разрешения элементов НЕ, k-входовых элементов И и ИЛИ (с учетом равносильности $a \sim b = (\bar{a} \vee b) \wedge (a \vee \bar{b})$) имеют следующий вид:

$$\begin{aligned} \varphi^{\neg}(y, z) &= (z \vee y) \wedge (\bar{z} \vee \bar{y}); \\ \varphi^{\wedge}(y, z_1, z_2, \ldots, z_k) &= (z_1 \vee \bar{y}) \wedge (z_2 \vee \bar{y}) \wedge \ldots \wedge (z_k \vee \bar{y}) \wedge (\bar{z}_1 \vee \bar{z}_2 \vee \ldots \vee \bar{z}_k \vee y); \\ \varphi^{\vee}(y, z_1, z_2, \ldots, z_k) &= (\bar{z}_1 \vee y) \wedge (\bar{z}_2 \vee y) \wedge \ldots \wedge (\bar{z}_k \vee y) \wedge (z_1 \vee z_2 \vee \ldots \vee z_k \vee \bar{y}). \end{aligned} \tag{7}$$

Однако использование метода Цейтина в рассматриваемом случае, когда поведение хотя бы одного блока описывается системой ЧБФ, неприемлемо. В настоящей работе предлагается комбинированный метод построения КНФ разрешения многоблочной структуры S^*, который заключается в применении метода Цейтина для логических элементов и использовании специального условия слияния сигналов для элементов слияния.

Рассмотрим способ построения КНФ разрешения на примере одной ЧБФ f некоторого блока, заданной совокупностью одновыходных интервалов (C^i, p^i). Эта совокупность состоит из двух подмножеств интервалов $M^1 = \cup\, (C^i, 1)$, $i = 1,\ldots,k$, и $M^0 = \cup\, (Z^j, 0)$, $j = 1,\ldots,p$, на которых функция f принимает значения 1 и 0 соответственно. Так как задание функции непротиворечиво, интервалы из разных множеств не пересекаются, соответственно $M^1 \cap M^0 = \varnothing$.

Согласно [7] строятся две двухуровневые схемы, одна из которых реализует ДНФ $d^1 = C^1 \vee \ldots \vee C^k$, другая – ДНФ $d^0 = Z^1 \vee \ldots \vee Z^p$, описывающие области соответственно единичных и нулевых значений функции f, или положительную и отрицательную фазы выходного сигнала блока, соответствующего функции f. Далее выходы этих схем, реализующие функции d^1 и d^0, подаются на входы элемента слияния сигналов. Согласно определению (5) сигнал на выходе элемента слияния равен 1, если $d^1 = 1$, а $d^0 = 0$, и равен 0, если $d^1 = 0$, а $d^0 = 1$. Эти условия можно задать в виде формулы $((d^1 \wedge \bar{d}^0) \rightarrow f) \wedge ((\bar{d}^1 \wedge d^0) \rightarrow \bar{f})$, которая преобразуется в следующую КНФ: $(\bar{d}^1 \vee d^0 \vee f) \wedge (d^1 \vee \bar{d}^0 \vee \bar{f})$. Поскольку функция f блока задана непротиворечиво, то если одна из функций d^1 или d^0 принимает значение 1, другая будет равна 0, т. е. справедливо $d^1 \rightarrow \bar{d}^0$ и $d^0 \rightarrow \bar{d}^1$. Последние условия являются эквивалентными и преобразуются к виду $\bar{d}^1 \vee \bar{d}^0$. Таким образом, КНФ, описывающая условие слияния сигналов, имеет следующий вид:

$$(\bar{d}^1 \vee d^0 \vee f) \wedge (d^1 \vee \bar{d}^0 \vee \bar{f}) \wedge (\bar{d}^1 \vee \bar{d}^0) = (\bar{d}^1 \vee f) \wedge (\bar{d}^0 \vee \bar{f}) \wedge (\bar{d}^1 \vee \bar{d}^0). \tag{8}$$

КНФ разрешения схем, реализующих функции d^1 и d^0 (по методу Цейтина), строится согласно (6):

$$(d^1 \sim (C^1 \vee C^2 \vee \ldots \vee C^k)) \wedge (d^0 \sim (Z^1 \vee Z^2 \vee \ldots \vee Z^p)). \tag{9}$$

Перемножая (8) и (9), получаем функцию разрешения части многоблочной структуры, реализующей ЧБФ f:

$$(d^1 \sim (C^1 \vee C^2 \vee \ldots \vee C^k)) \wedge (d^0 \sim (Z^1 \vee Z^2 \vee \ldots \vee Z^p)) \wedge (\bar{d}^1 \vee f) \wedge (\bar{d}^0 \vee \bar{f}) \wedge (\bar{d}^1 \vee \bar{d}^0). \tag{10}$$

Формула (10) с учетом $a \sim b = (\bar{a} \vee b) \wedge (a \vee \bar{b})$ и (7) легко преобразуется к виду КНФ, которая и является КНФ разрешения R многоблочной структуры:

$$
\begin{gathered}
(\bar{d}^1 \vee C^1 \vee \ldots \vee C^k) \wedge (d^1 \vee \bar{C}^1 \wedge \ldots \wedge \bar{C}^k) \wedge (\bar{d}^0 \vee Z^1 \vee \ldots \vee Z^p) \wedge (d^0 \vee \bar{Z}^1 \wedge \ldots \wedge \bar{Z}^p) \wedge \\
\wedge (\bar{d}^1 \vee f) \wedge (\bar{d}^0 \vee \bar{f}) \wedge (\bar{d}^1 \vee \bar{d}^0) = \\
= (\bar{d}^1 \vee C^1 \vee \ldots \vee C^k) \wedge (d^1 \vee \bar{C}^1) \wedge \ldots \wedge (d^1 \vee \bar{C}^k) \wedge \\
\wedge (\bar{d}^0 \vee Z^1 \vee \ldots \vee Z^p) \wedge (d^0 \vee \bar{Z}^1) \wedge \ldots \wedge (d^0 \vee \bar{Z}^p) \wedge \\
\wedge (\bar{d}^1 \vee f) \wedge (\bar{d}^0 \vee \bar{f}) \wedge (\bar{d}^1 \vee \bar{d}^0),
\end{gathered}
\tag{11}
$$

где $C^i = x_1^{\;Ci} \wedge \ldots \wedge x_{qi}^{\;Ci}$, $Z^j = x_1^{\;Zj} \wedge \ldots \wedge x_{rj}^{\;Zj}$. Например, КНФ разрешения первой функции z_1 первого блока многоблочной структуры приведена во втором столбце таблицы.

КНФ $K = D \wedge R$, выполнимость которой свидетельствует о том, что многоблочная структура (см. рисунок) не реализует систему ЧБФ (1), получается объединением КНФ запрета системы ЧБФ (первый столбец таблицы) с КНФ разрешения всех функций (аналогичных КНФ разрешения первой функции z_1 первого блока, второй столбец таблицы) блоков структуры. В нашем случае КНФ K выполнима. Выполняющим является, например, набор, в котором $\bar{x}_1 x_2 \bar{x}_3 \bar{x}_4 \bar{x}_5 z_1 \bar{z}_2 z_3 \bar{z}_4 y_1 \bar{y}_2$.

4. Оценка размера формируемой КНФ

Через $v(S)$, $f(S)$ и $i(S)$ будем обозначать далее числа соответственно входных переменных, функций, многовыходных интервалов некоторой системы ЧБФ S, через $v(D)$ и $q(D)$ – числа соответственно переменных и дизъюнктов некоторой КНФ D.

Рассмотрим, как размер формируемой КНФ K, определяемый числом $v(K)$ ее переменных и числом $q(K)$ ее дизъюнктов, зависит от размерностей анализируемых описаний. Поскольку $K = D \wedge R$, где D – КНФ запрета исходной системы ЧБФ, а R – КНФ разрешения многоблочной структуры, то $v(K) < v(D) + v(R)$, а $q(K) = q(D) + q(R)$. Из способа построения КНФ D следует, что число ее переменных

$$v(D) = v(S) + f(S) + i(S), \tag{12}$$

а число дизъюнктов $q(D) = d(S) + i(S) + 1$, где $d(S)$ – число определенных компонентов троичной матрицы $\boldsymbol{U}$ интервалов значений входных переменных системы ЧБФ S. Максимум числа $d(S)$ равен $d^{max}(S) = v(S)\, i(S)$, он достигается в том случае, когда система ЧБФ задается на наборах значений входных переменных. Следовательно, максимальное число дизъюнктов КНФ D определяется как

$$q^{max}(D) = i(S)\,(v(S) + 1) + 1. \tag{13}$$

КНФ разрешения R многоблочной структуры получается объединением (с помощью операции конъюнкции) КНФ разрешения R_j, $j = 1,\ldots,w$, ее блоков, реализующих системы ЧБФ S_j. Следовательно, $v(R) \le \sum_j v(R_j)$, $q(R) = \sum_j q(R_j)$. Число переменных $v(R_j)$ КНФ разрешения j-го блока

$$v(R_j) = v(S_j) + i(S_j) + 3f(S_j). \tag{14}$$

Здесь член $3f(S_j)$ обусловлен тем, что для каждой функции вводятся три дополнительные переменные (элемента): для d^1 и d^0, а также для самой функции, реализуемой на выходе элемента слияния.

КНФ разрешения $R_j(f_k^j)$, где f_k^j – k-я функция j-го блока, некоторой функции блока вычисляется по формуле (11), в соответствии с которой число дизъюнктов $q(f_k^j)$ КНФ $R_j(f_k)$ определяется как $q(f_k^j) = q_j(f_k^j) + 5 + h_j(f_k^j)$, где $q_j(f_k^j)$ – число интервалов области задания системы ЧБФ S_j j-го блока, на которых определена функция f_k^j; $h_j(f_k^j)$ – суммарное число дизъюнктов КНФ разрешения формул $C^i = x_1^{\;Ci} \wedge \ldots \wedge x_{qi}^{\;Ci}$, $Z^j = x_1^{\;Zj} \wedge \ldots \wedge x_{rj}^{\;Zj}$. Максимум числа дизъюнктов $q(f_k^j)$ достигается в том случае, когда функция f_k^j определена на всех интервалах системы ЧБФ S_j j-го блока и каждый из этих интервалов состоит из одного набора. В этом случае $q_j^{max}(f_k^j) = i(S_j)$, $h_j^{max}(f_k^j) = v(S_j)\, i(S_j) + i(S_j)$ и $q^{max}(f_k^j) = i(S_j) + 5 + i(S_j)\,(v(S_j) + 1)$.

Максимальное число дизъюнктов $q^{max}(R_j)$ КНФ R_j определяется как

$$q^{max}(R_j) = f(S_j)\,(i(S_j) + 5) + i(S_j)\,(v(S_j) + 1). \tag{15}$$

Из (12)–(15) получаются следующие оценки сверху числа переменных и дизъюнктов КНФ K:

$$v^{max}(K) < v(S) + f(S) + i(S) + \sum_j (v(S_j) + i(S_j) + 3f(S_j));$$

$$q^{max}(K) \le i(S)\,(v(S) + 1) + 1 + \sum_j (f(S_j)\,(i(S_j) + 5) + i(S_j)\,(v(S_j) + 1)).$$

Следовательно, число переменных КНФ K, формируемой предлагаемым методом, зависит линейно, а число дизъюнктов квадратично от размерностей верифицируемых описаний.

Заключение

В настоящей работе предложен метод решения задачи проверки реализуемости системы частично определенных булевых функций многоблочной структурой, блоки которой также имеют функциональную неопределенность. Данный метод основан на сведении задачи к проверке выполнимости КНФ, объединяющей КНФ запрета системы ЧБФ и КНФ разрешения многоблочной структуры. При этом для построения КНФ разрешения многоблочной структуры предложен метод, основанный на парафазном представлении реализуемых ею функций. Размер формируемой предлагаемым методом КНФ полиномиально зависит от размерностей верифицируемых описаний.

Список литературы

1. Advanced Formal Verification / R. Drechsler [et al.]. – Kluwer Academic Publishers, 2005. – 249 p.

2. Kunz, W. SAT and ATPG: Algorithms for Boolean Decision Problems. – Logic synthesis and Verification / W. Kunz ; ed. S. Hassoun, T. Sasao and R.K. Brayton. – Kluwer Academic Publishers, 2002. – P. 309–341.

3. Goldberg, E. BerkMin: A fast and robust SAT-Solver / E. Goldberg , Y. Novikov // Proceedings of the conference on Design, automation and test in Europe. – France, Paris, 2002. – P. 142–149.

4. Cheremisinova, L. Simulation-based approach to verification of logical descriptions with functional indeterminacy / L. Cheremisinova, D. Novikov // Information Theories & Applications (IJ ITA). – 2008. – Vol. 15, № 3. – P. 218–224.

5. Cheremisinova, L. SAT-Based Approach to Verification of Logical Descriptions with Functional Indeterminacy / L. Cheremisinova, D. Novikov // Proc. 8th International Workshop on Boolean Problems. – Germany, Freiberg, 2008. – P. 59–66.

6. Tseitin, G.C. On the Complexity of Derivation in Propositional Calculus / G.C. Tseitin // Studies in Constructive Mathematics and Mathematical Logic. – New York, London, 1968. – Part 2. – P. 115–125.

7. Cheremisinova, L.D. Verification of multi-block structures with functional indeterminacy / L. Cheremisinova, D. Novikov // Материалы VI Междунар. конф. «Автоматизация проектирования дискретных устройств» (CAD DD'07). – Минск : ОИПИ НАН Беларуси, 2007. – С. 103–108.

Поступила 04.02.10

Объединенный институт проблем информатики НАН Беларуси,
Минск, Сурганова, 6
e-mail: cld@newman.bas-net.by

D.Ya. Novikov, L.D. Cheremisinova

VERIFICATION OF FUNCTIONAL DESCRIPTIONS WITH INDETERMINACY ON THE BASIS OF PARAPHASE REPRESENTATION OF BOOLEAN FUNCTIONS

A task of testing whether a system of partially defined Boolean functions is implemented by a multi-block structure is explored. The case is investigated, when each block of the structure is specified by a system of partially defined Boolean functions. The method of reducing the task to checking satisfiability of a conjunctive normal form (CNF) is proposed. The CNF is formed by conjunction of the conventional CNF of the multi-block structure and the prohibitive CNF of the given system. The construction of the conventional CNF is based on paraphase representation of the functions implemented by the structure.