

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

УДК 519.22

Е.А. Миротин

**ПРИМЕНЕНИЕ НЕПРОРЕЖЕННОГО ВЕЙВЛЕТ-ПРЕОБРАЗОВАНИЯ
К ПРОГНОЗИРОВАНИЮ ВРЕМЕННЫХ РЯДОВ
С ПОЛИНОМИАЛЬНЫМ ТРЕНДОМ**

Рассматривается семейство алгоритмов, использующих непрореженное вейвлет-преобразование для прогнозирования временных рядов. Предлагаются критерии выбора фильтра, приводится пример поиска фильтра, удовлетворяющего одному из критериев в частном случае полиномиального тренда.

Введение

В последнее время достаточно широко разрабатываются алгоритмы прогнозирования временных рядов, основанные на вейвлет-преобразовании, в частности на так называемом непрореженном вейвлет-преобразовании (НПВП) [1–5]. Подобные алгоритмы, как правило, состоят из таких этапов, как разложение исходного временного ряда в совокупность последовательностей вейвлет-коэффициентов, построение прогнозов для каждой последовательности вейвлет-коэффициентов и, наконец, восстановление значений исходного временного ряда и спрогнозированных значений по имеющимся и спрогнозированным значениям коэффициентов.

Существующие алгоритмы построения прогноза с помощью вейвлет-преобразований можно классифицировать по нескольким признакам:

– *используемому фильтру*. В частности, могут применяться фильтр Хаара [1], вейвлеты Добеши [2], B_3 -сплайн [4] и др.;

– *использованию вейвлет-коэффициентов при прогнозировании*. Вейвлет-коэффициенты могут применяться как в совокупности (вейвлет-коэффициенты, соответствующие одному моменту времени, рассматриваются как векторная характеристика временного ряда, и в прогнозировании соответственно используется векторная модель [4]), так и независимо (вейвлет-коэффициенты на каждом уровне разрешения рассматриваются как отдельные временные ряды, которые прогнозируются независимо [1, 2]);

– *используемым методам прогнозирования вейвлет-коэффициентов*. Для прогнозирования коэффициентов могут применяться различные известные методы прогнозирования временных рядов: модели авторегрессии (АР) [1], авторегрессии и скользящего среднего, авторегрессии и проинтегрированного скользящего среднего [2], нейронные сети [4] и др.;

– *методам прогнозирования сглаженного временного ряда (остатка)*. В зависимости от исходной модели временной ряд может содержать либо не содержать тренда. Во втором случае возникает необходимость прогнозирования по тренду, которое, как правило, производится независимо от прогнозирования вейвлет-коэффициентов.

Ключевым моментом таких алгоритмов является то, что к детализирующим вейвлет-коэффициентам применяются методы прогнозирования, основанные на известной модели (например, АР). При этом авторы ([1, 2, 4, 5]), как правило, ограничиваются эмпирическими соображениями относительно того, что полученные в результате разложения детализирующие коэффициенты являются «более стационарными». В настоящей статье приводится формализация этого условия и рассматриваются способы его выполнения в частном случае полиномиального тренда.

1. Математическая модель

Рассмотрим временной ряд $Y(t), t \in Z$.

Постановка задачи. Пусть имеются наблюдения $Y(t)$ в моменты времени $t = 1, \dots, T$. Для заданного $\tau \in N$ требуется построить оценки $\hat{Y}(t)$ значений $Y(t)$ в моменты времени $t = T+1, \dots, T+\tau$.

Непрореженные вейвлет-коэффициенты определяются следующим образом [1]:

1. Дается число уровней разрешения M , на которые производится вейвлет-декомпозиция временного ряда.

2. Строится семейство последовательно «сглаживаемых» временных рядов по следующему правилу:

$$\begin{aligned} c_0(t) &= Y(t), t \in Z; \\ c_i(t) &= \sum_{k=-n}^n \phi(k)c_{i-1}(t+2^{i-1}k), t \in Z, i=1, \dots, M, \end{aligned} \quad (1)$$

где $\phi(\cdot)$ – фильтр длины $2n+1$, который, как правило, удовлетворяет условию $\sum_{k=-n}^n \phi(k) = 1$.

3. Вычисляются разности

$$w_i(t) = c_{i-1}(t) - c_i(t), t \in Z.$$

Тогда исходный временной ряд можно представить в виде

$$Y(t) = c_M(t) + \sum_{j=1}^M w_j(t).$$

Последнее равенство является простым аддитивным алгоритмом восстановления исходного временного ряда. При этом компонента c_M имеет смысл сглаженного временного ряда и может рассматриваться как оценка тренда, а компоненты $w_j, j=1, \dots, M$, называемые детализирующими, имеют смысл уточняющих составляющих. Чем больше значение M , тем более гладким получается остаток, и чем больше j , тем более мелкие детали характеризуются слагаемым w_j .

Замечание. На практике t , как правило, изменяется в конечных пределах (например, от 1 до некоторого $T > 1$). Тогда формула (1) некорректна при t , близком к 1 или T . В этом случае формулу слегка изменяют, уменьшая базу таким образом, чтобы в формулу не входили индексы, меньшие 1 или большие T (см. (11)).

Следует отметить, что при произвольном выборе фильтра непрореженное вейвлет-преобразование, в отличие от классического, не порождается разложением пространства в прямую сумму. Кроме того, в отличие от так называемого быстрого вейвлет-преобразования, где на каждом уровне число вейвлет-коэффициентов уменьшается, при применении НПВП число коэффициентов на каждом уровне одинаково и коэффициенты $c_M, w_{jt}, j=1, \dots, M$, соответствуют отсчету $Y(t)$.

Как правило, алгоритмы, использующие НПВП, основываются на том, что выделяемые детализирующие компоненты обладают свойствами стационарности [2]. Для исследования этих свойств построим аналог дискретного вейвлет-преобразования для непрерывного случая.

Рассмотрим случайный процесс $c(t) = c(t, \omega), t \in R, \omega \in \Omega$. Пусть имеются число $p > 0$ и функция φ с компактным носителем, такая, что

$$\int_{-\infty}^{\infty} \varphi(t) dt = 1. \quad (*)$$

Определим зависящий от этих параметров оператор сглаживания (фильтрации):

$$W_A c(t) = \int_R c(t + pu) \varphi(u) du. \quad (2)$$

Результатом применения данного оператора является случайный процесс, который будем называть аппроксимирующей составляющей исходного процесса. В дальнейшем будем обозначать его $d(t)$.

Определим детализирующий оператор следующим образом:

$$W_D c(t) = c(t) - W_A c(t). \quad (3)$$

Обозначим $w(t) = W_D c(t)$ и определим этот процесс как детализирующую составляющую исходного процесса.

Таким образом, непрореженное непрерывное вейвлет-преобразование по исходному процессу $c(t)$ строит его аппроксимирующую составляющую $W_A c(t)$ и детализирующую $W_D c(t)$.

Обратное преобразование имеет вид

$$c(t) = d(t) + w(t) = W_A c(t) + W_D c(t).$$

Обычное НПВП можно считать дискретизацией данного непрерывного преобразования, при этом процедура производится за M шагов, а в качестве p выбираются степени 2.

Эмпирически [1–5] аппроксимирующая составляющая считается оценкой тренда процесса, а детализирующая – стохастической компонентой.

2. Исследование стационарности детализирующей составляющей

Рассмотрим математическое ожидание $m(t)$ случайного процесса $c(t)$. Будем полагать, что $m(t)$ измерима и локально ограничена на R .

Для стационарного процесса $m(t) = const$. Пусть K – некоторое положительное число. Рассмотрим подпространство констант $C = \{g(t) : g(t) = const, t \in [-K, K]\}$ в весовом Гильбертовом пространстве $L_2([-K, K], \frac{mes}{2K})$, где mes – мера Лебега на прямой. Введем

Определение 1. Вариативностью математического ожидания процесса $c(t)$ размера K назовем величину $N_K^{mean} \langle c(t) \rangle = \|m(t) - m_C\|_{L_2(R, \frac{1}{2K} I_{[-K, K]})}$ – расстояние от функции математического ожидания этого процесса до множества C (здесь $m_C = \frac{1}{2K} \int_{-K}^K m(t) dt$ – проекция $m(t)$ на подпространство C).

Данная величина может служить мерой нестационарности случайного процесса по математическому ожиданию. Поскольку она зависит только от функции математического ожидания, иногда вместо случайного процесса будем указывать в скобках саму функцию m .

Введем нормированный фильтр

$$h(t) = \frac{1}{p} \varphi\left(\frac{t}{p}\right). \quad (4)$$

Тогда можно показать, что математическое ожидание детализирующего процесса $w(t)$ имеет вид $n(t) = Bm(t) = m(t) - \int_R m(t+u)h(u)du$.

Действительно, $n(t) = E\{w(t)\} = E\left\{c(t) - \int_R c(t+pu)\varphi(u)du\right\} = m(t) - E\left\{\int_R c(t+pu)\varphi(u)du\right\} =$
 $=$ [по теореме Фубини] $= m(t) - \int_R m(t+pu)\varphi(u)du$, и с помощью замены переменной получаем требуемый результат.

Определение 2. Будем говорить, что фильтр h (т. е. пара φ и p) не увеличивает вариативность математического ожидания на некотором классе трендов M , если для всех $m \in M$ при каждой фиксированной функции m для всех достаточно больших K выполняется $N_K^{mean}\langle Bm(t)\rangle \leq N_K^{mean}\langle m(t)\rangle$.

Определение 3. Будем говорить, что фильтр h выделяет из случайного процесса тренд (на классе математических ожиданий M), если для всякого $m \in M$ для достаточно больших K выполняется $N_K^{mean}\langle Bm(t)\rangle = 0$.

Определение 4. Будем говорить, что фильтр h асимптотически выделяет из случайного процесса тренд, если для всякого $m \in M$ имеет место сходимость $N_K^{mean}\langle Bm(t)\rangle \xrightarrow{K \rightarrow \infty} 0$.

Очевидно следующее: для того чтобы к прогнозированию случайного процесса можно было применить описанный выше подход, выделяемая детализирующая составляющая должна быть стационарной. Одним из необходимых условий стационарности является то, что математическое ожидание – константа, т. е. что фильтр h выделяет из случайного процесса тренд.

3. Оценка полиномиального тренда

Пусть случайный процесс $c(t)$ имеет вид $m(t) + \xi_t$, где $m(t) = \sum_{i=0}^s a_i t^i$ – полиномиальный тренд, а ξ_t – стационарный случайный процесс.

Вычислим математическое ожидание детализирующего процесса:

$$n(t) = m(t) - \int_R m(t+v)h(v)dv = \sum_{i=0}^s a_i \left(t^i - \sum_{j=0}^i C_i^j t^{i-j} \int_R v^j h(v)dv \right).$$

Поскольку $n(t)$ должна быть константой при всех возможных значениях вектора коэффициентов a_i , необходимо и достаточно, чтобы все $\int_R v^j h(v)dv$ обращались в 0 для всех $j = 1, \dots, s$. Это равносильно тому, что

$$\int_R v^j \varphi(v)dv = 0, \quad j = 1, \dots, s. \tag{5}$$

Покажем один из способов нахождения функции, удовлетворяющей (5) и условию нормировки (*). Будем искать ее в виде

$$\varphi(v) = \begin{cases} v^{s+1} - \sum_{i=0}^s q_i v^i, & \text{если } v \in [-1, 1]; \\ 0 & \text{в противном случае.} \end{cases} \tag{6}$$

Подставляя выражение (6) в условия (*), (5), получаем систему

$$\begin{aligned} \int_{-1}^1 \left(v^{s+1} - \sum_{i=0}^s q_i v^i \right) dv &= 1; \\ \int_{-1}^1 v^j \left(v^{s+1} - \sum_{i=0}^s q_i v^i \right) dv &= 0, \quad j = 1, \dots, s. \end{aligned} \tag{7}$$

Обозначим $\alpha_i = \int_{-1}^1 v^i dv = \begin{cases} \frac{2}{i+1}, & \text{если } i \text{ четно;} \\ 0, & \text{если } i \text{ нечетно,} \end{cases} \quad i = 0, 1, 2, \dots$

Тогда после раскрытия скобок система (7) принимает вид

$$\begin{cases} \alpha_0 q_0 + \alpha_1 q_1 + \dots + \alpha_s q_s = \alpha_{s+1} - 1; \\ \alpha_1 q_0 + \alpha_2 q_1 + \dots + \alpha_{s+1} q_s = \alpha_{s+2}; \\ \alpha_2 q_0 + \alpha_3 q_1 + \dots + \alpha_{s+2} q_s = \alpha_{s+3}; \\ \vdots \\ \alpha_s q_0 + \alpha_{s+1} q_1 + \dots + \alpha_{2s} q_s = \alpha_{2s+1}. \end{cases} \quad (8)$$

Разрешив систему (8) относительно q_i , можно построить функцию φ в соответствии с формулой (6). Покажем ее разрешимость при любом s . Поскольку α_i при нечетных i равны 0, в нечетных строках системы присутствуют только переменные с четными индексами, и, наоборот, в четных строках – только переменные с нечетными индексами.

Иными словами, система распадается на две. При четном $s = 2k$ одна система имеет матрицу

$$A^{k+1,0} = \begin{pmatrix} \alpha_0 & \alpha_2 & \dots & \alpha_{2k} \\ \alpha_2 & \alpha_4 & \dots & \alpha_{2k+2} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \alpha_{2k} & \alpha_{2k+2} & \dots & \alpha_{4k} \end{pmatrix},$$

а другая – матрицу

$$A^{k,1} = \begin{pmatrix} \alpha_2 & \alpha_4 & \dots & \alpha_{2k} \\ \alpha_4 & \alpha_6 & \dots & \alpha_{2k+2} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \alpha_{2k} & \alpha_{2k+2} & \dots & \alpha_{4k-2} \end{pmatrix}.$$

Если же $s = 2k + 1$, одна система будет иметь матрицу $A^{k+1,0}$, а другая – матрицу $A^{k+1,1}$.

Покажем, что матрица $A^{k,l}$, $l \in \{0, 1\}$ положительно определена при любом k (это гарантирует разрешимость каждой из подсистем). Рассмотрим соответствующую квадратичную форму

$$Q_{k,l} = \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^k A_{i,j}^{k,l} x_i x_j = \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^k \alpha_{2(i+j-2+l)} x_i x_j = 2 \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^k \frac{1}{2i+2j+2l-4+1} x_i x_j.$$

Воспользуемся соотношением $\frac{1}{a} = \int_0^\infty e^{-at} dt$, $a > 0$. Тогда

$$\begin{aligned} Q_{k,l} &= 2 \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^k \int_0^\infty e^{-(2i+2j+2l-3)t} dt x_i x_j = 2 \int_0^\infty e^{-(2l-3)t} \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^k e^{-2(i+j)t} x_i x_j dt = \\ &= 2 \int_0^\infty e^{-(2l-3)t} \left(\sum_{i=1}^k e^{-2it} x_i \right)^2 dt. \end{aligned}$$

Подынтегральная функция неотрицательна, поэтому весь интеграл также неотрицателен, что доказывает неотрицательную определенность формы. Если же интеграл равен нулю, в силу

неотрицательности и непрерывности подынтегральная функция также должна быть тождественно равна нулю. Множитель $e^{-(2l-3)t}$ положителен при любом t . Поэтому равенство нулю всей формы равносильно тому, что $\sum_{i=1}^k e^{-2it} x_i = 0$ при любом t , но поскольку коэффициенты при x_i также положительны, последнее возможно лишь при всех x_i , равных 0, что и завершает доказательство положительной определенности квадратичной формы.

Замечание. Очевидно, что функция, удовлетворяющая всем условиям (5) для некоторого $s = s_0$, будет удовлетворять им и при всех $s < s_0$.

Пример. Построим фильтр φ , выделяющий полиномиальный тренд степени не выше $s = 3$. Функцию φ будем искать в виде (6). При $s = 3$ система (8) принимает вид

$$\begin{cases} 2q_0 & +2/3q_2 & = & -3/5 \\ & 2/3q_1 & + 2/5q_3 & = & 0 \\ 2/3q_0 & +2/5q_2 & = & 2/7 \\ & 2/5q_1 & +2/7q_3 & = & 0 \end{cases}$$

Решая данную систему, находим решение $q_0 = -339/280, q_1 = 0, q_2 = 153/56, q_3 = 0$. Подставив эти значения в (6), получаем

$$\varphi(k) = \begin{cases} k^4 - 153/56k^2 + 339/280, & \text{если } k \in [-1, 1]; \\ 0 & \text{в противном случае.} \end{cases} \quad (9)$$

4. Одноуровневый алгоритм прогнозирования и вычислительный эксперимент

Рассмотрим модель случайного процесса $c(t) = m(t) + \xi_t, t \in N$, где ξ_t – стационарный шум.

Будем использовать упрощенный вариант алгоритма многоуровневого прогнозирования – одноуровневый алгоритм прогнозирования временных рядов с использованием непрореженного вейвлет-преобразования.

Пусть $Y(t)$ – наблюдения ряда $c(t)$ в моменты времени $t = 1, \dots, T$ и требуется построить прогноз $\hat{Y}(t)$ значений $c(t)$ в моменты времени $t = T + 1, \dots, T + \tau, \tau \in N$.

С помощью дискретного непрореженного вейвлет-преобразования, используя некоторую базовую функцию φ , построим аппроксимирующую и детализирующую компоненты – ряды $D(t)$ и $W(t)$.

Замечание. Если, к примеру, область компактного задания функции φ – отрезок $[-1, 1]$, то при использовании формулы (1) в сумме будут только три слагаемых (соответствующих отсчетам $-1, 0, 1$). Учитывая то, что (1) фактически являются формулами приближенного вычисления интегралов из формул (2), (3), такое число слагаемых является слишком малым. Точность формулы можно повысить, используя другой ее вариант:

$$D(t) = \frac{1}{p} \sum_{k=-\infty}^{\infty} Y(t+k) \varphi\left(\frac{k}{p}\right). \quad (10)$$

Формула (10) дает суммирование уже по $2p + 1$ (для той же области задания $[-1, 1]$) точкам.

Замечание. На практике формула (10) некорректна при значениях t , близких к 1 или T . Чтобы исправить эту некорректность, можно применить метод уменьшения базы, заменяя формулу (10) следующей:

$$D(t) = \frac{1}{p - u(t)/2} \sum_{k=-\infty}^{\infty} \tilde{Y}(t+k) \varphi\left(\frac{k}{p}\right), \quad t \in Z, \quad (11)$$

где $\tilde{Y}(t) = \begin{cases} Y(t), & \text{если } 1 \leq t \leq T; \\ 0 & \text{в противном случае,} \end{cases}$ $u(t)$ – количество таких k (при заданном t), что $t+k$ не попадают в отрезок $[1, T]$, а k/p лежит в области компактного задания φ .

Компоненту $D(t)$ примем за оценку тренда $m(t)$ и будем экстраполировать ее, оценивая коэффициенты полинома с помощью метода наименьших квадратов (МНК). Компоненту $W(t) = Y(t) - D(t)$ примем за оценку шума и будем прогнозировать ее с использованием модели АР. Например, если порядок АР известен, можно использовать оценки Юла – Уокера для коэффициентов АР.

Окончательная оценка будет иметь вид $\hat{Y}(t) = \hat{D}(t) + \hat{W}(t)$, $t = T+1, \dots, T+\tau$, где $\hat{D}(t) = \sum_{i=0}^s \hat{a}_i t^i$ – оценка тренда, в которой коэффициенты \hat{a}_i построены по значениям $D(t)$ при $t = 1, \dots, T$, а $\hat{W}(t)$ – упомянутый выше прогноз $W(t)$.

При проведении эксперимента моделировался временной ряд $Y(t) = m(t) + \xi_t$, $t = 1, \dots, T+\tau$, где $m(t) = t^3 - t^2 + 2t + 3$, $\xi_t = \gamma \zeta_t$, ζ_t – процесс АР(q) с коэффициентами b_1, \dots, b_q и инновационным процессом со стандартным гауссовским распределением; γ – коэффициент, регулирующий дисперсию шума. Затем по первым T значениям ряда $Y(t)$ происходило прогнозирование следующих τ отсчетов. Для прогнозирования тренда использовались оценки коэффициентов полинома по МНК при известной степени полинома, для коэффициентов АР использовались оценки Юла – Уокера при известном порядке АР.

Для каждого значения γ проводилось $N = 1000$ экспериментов. В каждом эксперименте описанным выше способом генерировалась выборка, к которой затем применялись три способа прогнозирования:

– описанное выше одноуровневое прогнозирование с использованием вейвлета Хаара

$$(\varphi_{\text{Haar}}(t) = \frac{1}{2} I_{[-1,1]}(t)), \text{ как в [1];}$$

– одноуровневое прогнозирование с использованием фильтра (9);

– прогнозирование (экстраполяция) с использованием оценок МНК, примененных к исходной выборке (следует отметить, что, вообще говоря, классический МНК в данном случае неприменим, так как не выполняется предположение относительно независимости шума).

Для оценки качества прогноза вычислялось среднее относительное отклонение

$$\delta = \frac{1}{\tau} \sum_{t=T+1}^{T+\tau} |Y(t) - \hat{Y}(t)|.$$

Для каждого из методов прогнозирования это отклонение усреднялось по N экспериментам.

Использовались следующие модельные значения: $T = 100$, $\tau = 2$, $q = 2$, $b_1 = -0,25$, $b_2 = 1$. Значение параметра p для вейвлет-преобразования было взято 20.

Результаты эксперимента приведены в таблице.

γ	1	100	1000	3000	6000
δ (вейвлет Хаара [1])	0,0670	0,0670	0,0673	0,0679	0,0674
δ (вейвлет (9))	0,0300	0,0300	0,0295	0,0314	0,0500
δ (МНК)	0,0000	0,0001	0,0016	0,0044	0,0091

График модельных данных при $\gamma = 6000$ показан на рис. 1, графики истинных значений ряда в будущем и прогнозы при $\gamma = 6000$ – на рис. 2.

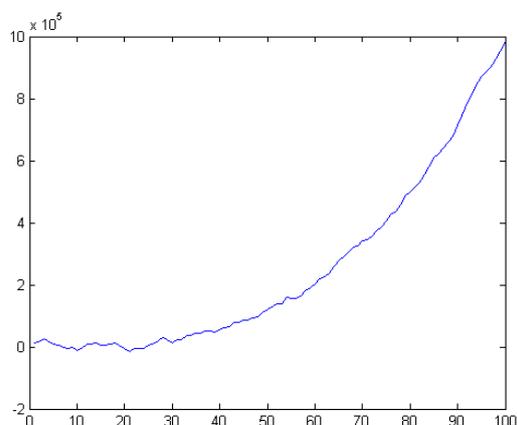


Рис. 1. Исходный ряд Y ($\gamma = 6000, t = 1, \dots, T$)

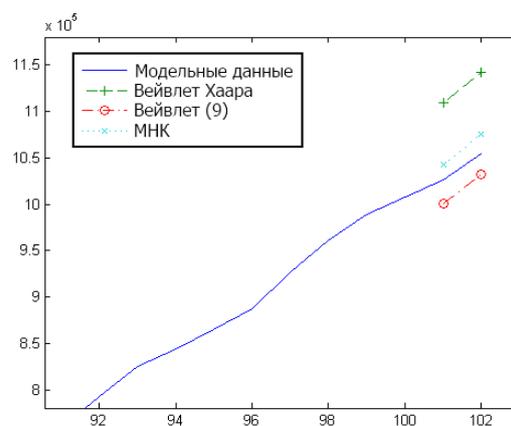


Рис. 2. Истинные значения Y ($t = T + 1, \dots, T + \tau$) и прогнозы, построенные с применением вейвлетов Хаара и (9), а также МНК

Заключение

В работе приведен способ построения критериев выбора фильтра при прогнозировании временных рядов с использованием непрореженного вейвлет-преобразования. В частном случае показано, как находить фильтр, удовлетворяющий построенному критерию. Проведен численный эксперимент.

При применении непрореженного вейвлет-преобразования выбор фильтра существенно влияет на точность прогноза. В статье сформулирован критерий применимости фильтра и показано, как находить удовлетворяющие ему функции.

Полученные численные результаты подтверждают, что найденная таким образом функция действительно повышает точность прогноза при малых и средних значениях параметра γ . Видно также, что при применении вейвлета (9) точность прогноза убывает с ростом γ , а при использовании вейвлета Хаара ошибка остается неизменной. Это можно объяснить тем, что вейвлет (9) «подстраивается» под структуру тренда, в то время как вейвлет Хаара всегда дает усредненное значение.

Автор благодарит за советы и ценные замечания Ю.С. Харина и М.С. Абрамовича.

Список литературы

1. Renaud, O. Wavelet-Based forecasting of short and long memory time series / O. Renaud, J.-L. Starck, F. Murtagh // Université de Genève [Electronic recourse]. – Mode of access : http://www.unige.ch/ses/metri/cahiers/2002_04.pdf. Date of access : 20.10.2010
2. Day-Ahead Electricity Price Forecasting Using the Wavelet Transform and ARIMA Models / A.J. Conejo [et al.] // IEEE Transactions on Power Systems. – 2005. – Vol. 20, № 2. – P. 1035–1042.
3. Fryzlewicz, P. Forecasting Non-stationary Time Series by Wavelet Process Modeling / P. Fryzlewicz, S. Van Belleghem, R. von Sachs // Annals of the Institute of Statistical Mathematics. – 2003. – № 55. – P. 737–764.
4. Aussem, A. Wavelet-Based Feature Extraction and Decomposition Strategies for Financial Forecasting / A. Aussem, J. Campbell, F. Murtagh // Journal of Computational Intelligence in France. – 1998. – № 6 (2). – P. 5–12.

5. Craigmile, P.F. Wavelet-Based Trend Detection and Estimation / P.F. Craigmile, D.B. Percival // Encyclopedia of Environmetrics. Vol. 4 / ed. by A. H. El-Shaarawi and W.W. Piegorsch. – England : John Wiley and Sons, Ltd., 2002.

Поступила 22.06.10

*Белорусский государственный университет,
Минск, пр. Независимости, 4
e-mail: emirotin@gmail.com*

E.A. Mirotin

**APPLYING NON-DECIMATED WAVELET TRANSFORM
FOR FORECASTING TIME SERIES WITH POLYNOMIAL TREND**

An approach to forecasting time series with polynomial trend is suggested. The criteria for choosing the filtering function are constructed and applied to the case of time series with polynomial trend.