

УДК 681.3:519.87

В.И. Лебедев

**ОЦЕНКИ МЕСТОПОЛОЖЕНИЯ ОБЪЕКТОВ НА ДИСКРЕТНОМ РАСТРЕ**

*Даются оценки погрешностей определения координат объектов изображения, обусловленных их дискретным представлением. Оценки основываются на вычислении ширины зоны неопределенности в положении границ объектов на дискретном растре. Определяются погрешности местоположения для многоугольников и кругов.*

**Введение**

Дискретный характер расположения фоточувствительных элементов в приборах с зарядовой связью, фотодиодных и фототранзисторных матрицах и других матричных приемниках приводит к искажению формы, разрывам, сдвигу, изменению размеров объектов изображения и, соответственно, к погрешностям в определении их местоположения. Эти погрешности в значительной мере зависят от ширины  $\beta$  зоны неопределенности (зоны нечувствительности применительно к матричным фотоприемникам или зоны непостоянной чувствительности применительно к отдельным фотоэлементам) в положении границ объектов изображения [1–9]. Для заданного участка границы объекта эта зона представляет собой множество всех участков, описываемых тем же самым цепным кодом (элементарными отрезками ломаной), что и исходный участок. Описание такой зоны для прямолинейных границ объектов получено в работах [4–6]. Так, в работе [4] показано, что для отрезка прямой с концевыми точками, лежащими в узлах квадратной решетки, ее самая низкая и самая высокая границы отличаются друг от друга на шаг решетки в горизонтальном и вертикальном направлениях. Вопросы оценки величины  $\beta$  в зависимости от угла ориентации отрезка прямой рассмотрены в работах [5–8]. Графический метод оценки величины  $\beta$  описан в работе [6]. Для некоторых значений углового коэффициента прямой получены аналитические оценки этой величины [7]. Для произвольного углового коэффициента оценки величины  $\beta$  даны в работе [8]. В ней также получены оценки погрешностей местоположения произвольно ориентированного прямоугольника на решетке в зависимости от  $\beta$ . Оценки погрешности местоположения центра круга на решетке приведены в работе [3], в которой показано, что они обратно пропорциональны количеству строк или столбцов раstra, содержащих круг. В настоящей работе эти погрешности выражаются через радиус круга, что дает возможность рассчитать их заранее. В основу оценок погрешностей положено определение величины  $\beta$  для отрезков прямых, углов и дуг окружностей. Это позволяет получить аналитические оценки погрешностей местоположения на дискретном растре многоугольников, кругов и других геометрических фигур.

**1. Дискретное представление объектов изображения**

Рассмотрим объект изображения (рис. 1) в прямоугольной декартовой системе координат  $XOY$ , совмещенной с координатной системой раstra, который представляет собой целочисленную решетку с постоянным шагом. В узлах решетки расположены точечные фоточувствительные элементы, а изображение квантовано в этих точках на два уровня: 0 – фон, 1 – объект. Под контурным элементом (точкой) объекта будем понимать единичный элемент, у которого из четырех соседних с ним элементов в горизонтальном и вертикальном направлениях есть хотя бы один нулевой. Кратчайшая замкнутая ломаная линия, соединяющая все контурные элементы в предположении, что они 8-связны, образует контур объекта, который, следуя [10], назовем черным (внутренним) контуром. Аналогично введем в рассмотрение белый (внешний) контур, т. е. кратчайшую замкнутую ломаную линию, соединяющую 8-связные нулевые элементы, граничные в смысле 4-связности с элементами черного контура. Для последующего описания этих контуров воспользуемся цепным кодом Фримена [10], ставящим в соответствие каждому из восьми возможных углов ориентации элементарных отрезков контура (т. е. отрезков, соединяющих два соседних элемента контура) одну из восьми цифр: 0, 1, ..., 7. При этом отрезку,

ориентированному в системе координат  $XOY$  под углом в  $0^\circ$ , ставится в соответствие цифра 0, отрезку, ориентированному под углом в  $45^\circ$ , – цифра 1 и т. д.

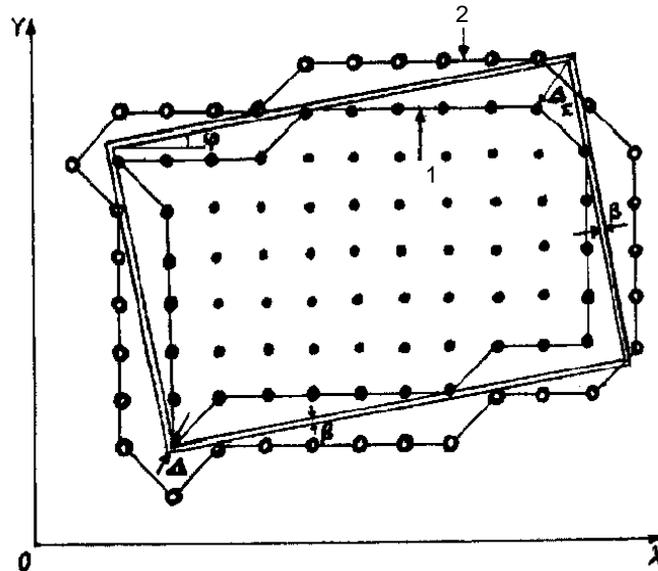


Рис. 1. Дискретизированный объект – прямоугольник (1 – черный контур, 2 – белый контур)

Область, лежащая между черным и белым контурами, определяет зону неопределенности положения границ объекта, от ширины  $\beta$  которой зависят погрешности  $\Delta = (\Delta x, \Delta y)$  определения координат  $(x, y)$  объекта. В пределах этой области множество участков границ описывается одним и тем же цепным кодом. Так, множество всех прямолинейных отрезков, заданных в первом октанте в пределах  $n+1$  столбцов раstra уравнением прямой  $y = kx + b$ , представляется цепным кодом Фримена вида  $L = l_1, l_2, \dots, l_n$  [5, 6], где  $l_i = y(i) - y(i-1)$ ;  $l_i = 0$  или 1;  $i = 1, 2, \dots, n$ ;  $y(i) = [ki + b]$ ,  $k$  – угловой коэффициент прямой;  $b$  – точка пересечения прямой с осью  $OY$ ;  $[A]$  – целая часть  $A$ . Аналогичным кодом представляется множество всех дуг окружности радиуса  $r$ , заданных уравнением  $(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 = r^2$  ( $x_0, y_0$  – координаты центра окружности), и других плоских кривых, заданных параметрами или уравнениями вида  $y = f(x)$  или  $F(x, y) = 0$ . Для прямолинейной границы объекта зона неопределенности представляет собой полосу шириной  $\beta_s$ , имеющую общие точки с черным и белым контурами, а для границы в виде окружности – кольцо шириной  $\beta_c$ , образованное двумя концентрическими окружностями, одна из которых (радиуса  $r$ ) имеет общие точки с черным контуром, а вторая (радиуса  $R$ ) – с белым.

## 2. Ширина зоны неопределенности

Дадим оценки ширины зоны неопределенности  $\beta$  для базовых элементов контурного изображения: отрезков прямых и дуг окружностей. Для простоты последующих выкладок предположим, что шаг решетки равен единице.

Пусть отрезок прямой лежит в первом октанте системы координат  $XOY$ , а его угловой коэффициент равен  $k = \operatorname{tg} \varphi = p/q$  ( $p$  и  $q$  – взаимно простые числа). Для других октантов выкладки существенно схожи.

С целью оценки величины  $\beta_s$  сопоставим отрезку прямой двоичную периодическую последовательность Фримена [10]

$$L = l_0, l_1, \dots, l_{q-1} \quad (1)$$

или ее реверсивную последовательность  $L' = l_{q-1}, \dots, l_1, l_0$ , где  $l_j$  – тангенс угла наклона  $j$ -го элементарного отрезка ( $j = 0, 1, \dots, q-1$ ), принадлежащего ближайшей ломаной линии, которая ап-

проксимирует отрезок прямой. Для горизонтальных элементарных отрезков единичной длины  $l_j = 0$ , а для отрезков, ориентированных под углом в  $45^\circ$  по отношению к горизонтальным и имеющих длину, равную  $\sqrt{2}$ ,  $l_j = 1$ .

По аналогии с доказательством предложения 3 из работы [4] можем показать, что максимальная длина  $i_{\max}$  серии из смежных нулевых элементов в последовательности (1) соответствует отрезку прямой, две точки которого лежат в узлах решетки. При этом последовательность (1) имеет вид [8]

$$L = 0, \dots, 0, l_{i+1}, \dots, l_q \quad (\text{или } L' = 0, \dots, 0, l_{q-i}, \dots, l_1), \quad (2)$$

где максимальное значение  $i$  находится из выражения

$$i_{\max} = \left] \frac{q-p}{p} \left[ . \quad (3)$$

Здесь  $\left] A \left[$  – наименьшее целое, не меньшее, чем  $A$ .

Применяя это свойство и несложные геометрические построения, получаем

$$\beta_s = \frac{q - \left] \frac{q-p}{p} \left[ p}{\sqrt{p^2 + q^2}}, \quad (4)$$

если  $0 \leq \varphi \leq \arctg(1/2)$ .

Для углов  $\varphi$  ориентации отрезка прямой, лежащих в пределах  $\arctg(1/2) < \varphi \leq \pi/4$ , соответствующая оценка ширины зоны неопределенности имеет вид

$$\beta_s = \frac{q - \left] \frac{p}{q-p} \left[ (q-p)}{\sqrt{p^2 + q^2}}. \quad (5)$$

Если хотя бы две точки отрезка прямой не лежат в узлах решетки, ширина зоны неопределенности вычисляется для первого октанта по формуле [8]

$$\beta_s^* = \cos \varphi - j \sin \varphi \quad (j = 0, 1, \dots, q-2). \quad (6)$$

Для других октантов оценки ширины этой зоны для отрезков прямой схожи.

Ширину зоны неопределенности для окружности оцениваем как

$$0 \leq \beta_c < 1. \quad (7)$$

Кроме того, если центр окружности радиуса  $r$  лежит в узле решетки или смещен на половину шага решетки вдоль осей  $OX$  и  $OY$  относительно данного узла, имеют место неравенства

$$\sqrt{r^2 + 1} - r \leq \beta_c < 1. \quad (8)$$

В противном случае ширина зоны неопределенности удовлетворяет неравенствам

$$0 < \beta_c < \sqrt{r^2 + 1} - r. \quad (9)$$

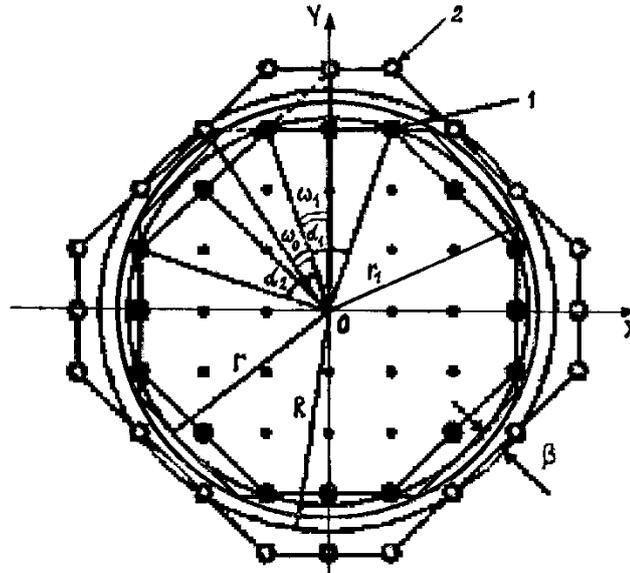


Рис. 2. Дискретизированный круг (1 – черный контур, 2 – белый контур)

Оценки (7)–(9) получаем следующим образом. Пусть центр окружности лежит в узле  $O$  решетки (рис. 2). Совместим начало системы координат  $XOY$  с этим узлом и построим выпуклую оболочку черного контура, представляющую собой в общем случае выпуклый многоугольник, который совпадает с черным контуром на его горизонтальных, вертикальных и диагональных участках и заменяет ломаную на прямолинейные отрезки на переходных участках (от горизонтальных или вертикальных к диагональным и наоборот). Таким образом, этот многоугольник в общем случае состоит из горизонтальных (перпендикулярных оси  $OY$ ), вертикальных (перпендикулярных оси  $OX$ ), диагональных (перпендикулярных осям, ориентированных под углами в  $\pi/4$  и  $3\pi/2$  по отношению к оси  $OX$ ) и комбинированных участков (прямолинейных отрезков, соединяющих горизонтальные или вертикальные отрезки с диагональными). С помощью несложных геометрических построений оцениваем ширину зоны неопределенности для каждого типа участков (сторон многоугольника, вписанного в окружность радиуса  $r$ ):  $\beta_h$  – для горизонтальных (вертикальных);  $\beta_d$  – для диагональных;  $\beta_k$  – для комбинированных;  $\beta_{hd}$  – для точек перехода от горизонтальных (вертикальных) элементарных отрезков ломаной к диагональным в углах многоугольника;  $\beta_{dh}$  – для точек перехода от диагональных элементарных отрезков ломаной к горизонтальным (вертикальным) в углах многоугольника. Эти оценки равны:

– для нечетного числа  $N$  ( $N = 1, 3, \dots$ ) контурных точек, содержащихся в отрезке,

$$\beta_{h1} = r \cos(\alpha_1 / 2) + 1 - r; \quad (10)$$

– для четного числа  $N$  ( $N = 2, 4, \dots$ ) контурных точек, содержащихся в отрезке,

$$\beta_{d1} = \sqrt{r^2 \cos^2(\alpha_2 / 2) + \sqrt{2} r \cos(\alpha_2 / 2) + 1} - r; \quad (11)$$

– для нечетного числа контурных точек, содержащихся в отрезке,

$$\beta_{d2} = r \cos(\alpha_3 / 2) + \sqrt{2} / 2 - r; \quad (12)$$

– для отрезка, рассматриваемого как направленный от горизонтального (вертикального) отрезка к диагональному,

$$\beta_{k1} = r \cos(\alpha_4 / 2) + \cos \theta - \sin \theta - r; \quad (13)$$

– для отрезка, рассматриваемого как направленный от диагонального отрезка к горизонтальному (вертикальному),

$$\beta_{k_2} = r \cos(\alpha_5 / 2) + \sin \theta - r; \quad (14)$$

$$\beta_{hd} = \cos(\alpha_6 / 2) / \sin \omega_0 - r; \quad (15)$$

$$\beta_{dh} = \cos(\alpha_7 / 2) / \sin \omega_1 - r, \quad (16)$$

где  $\alpha_1 - \alpha_7$  – центральные углы;  $\omega_0$  и  $\omega_1$  – углы, под которыми видны продолжения отрезков из центра окружности: на шаг решетки – для горизонтального или вертикального отрезка и на  $\sqrt{2}$ , умноженному на шаг решетки, – для диагонального отрезка;  $\theta$  – угол наклона комбинированного отрезка.

Ширина зоны неопределенности для круга

$$\beta_c = R - r = \min \{ \beta_{h1}, \beta_{d1}, \beta_{d2}, \beta_{k1}, \beta_{k2}, \beta_{hd}, \beta_{dh} \}. \quad (17)$$

Пусть выполняются равенства  $\alpha_1 = \alpha_2 = \dots = \alpha_7$ . Тогда выпуклая оболочка черного контура представляет собой правильный многоугольник. В связи с тем что угловые коэффициенты диагональных отрезков являются иррациональными числами, а угловые коэффициенты комбинированных отрезков могут являться таковыми, период цепного кода Фримена, соответствующего этим отрезкам, в общем случае является бесконечным. Например, для 16-угольника комбинированные отрезки перпендикулярны осям, ориентированным под углами в  $\pi/8$ ,  $3\pi/8$ ,  $5\pi/8$  и  $7\pi/8$  по отношению к оси  $OX$ . Поскольку их тангенсы углов наклона являются иррациональными числами:  $\text{tg}(\pi/8(k+1)) = \pm\sqrt{2} \pm 1$ ,  $k = 0, \dots, 3$ , т. е. бесконечными непериодическими дробями (из-за иррациональности числа  $\sqrt{2}$ ), период цепного кода Фримена, соответствующего этим отрезкам, тоже является бесконечным. Поэтому для конечных размеров решетки приближаем число  $\sqrt{2}$  согласно [11] конечной цепной дробью вида  $[1; 2, \dots, 2]$ . В результате такого приближения многоугольник становится «почти правильным» для больших значений  $r$ . Аналогично поступаем и для других многоугольников в подобных случаях. Следовательно, для них выполняется условие  $\alpha_1 \approx \alpha_2 \approx \dots \approx \alpha_7$ . С учетом этого условия можем показать, что выполняются неравенства:

– для  $k\pi/4 < \theta < \text{arctg}((k\pi + 2)/4)$

$$1 > \beta_{h1} > \beta_{d1} > \beta_{d2} > \beta_{k1} > \beta_{k2} > \beta_{dh} > \beta_{hd} > \beta_{hd} (\alpha_6 = 0) = \sqrt{r^2 + 1} - r; \quad (18)$$

– для  $\text{arctg}((k\pi + 2)/4) < \theta < (k+1)\pi/4$  ( $k = 0, 1, 2, 3$ )

$$1 > \beta_{h1} \geq \beta_{d1} \geq \beta_{d2} \geq \beta_{k2} \geq \beta_{k1} \geq \beta_{dh} \geq \beta_{hd} \geq \beta_{hd} (\alpha_6 = 0) = \sqrt{r^2 + 1} - r. \quad (19)$$

Если центр окружности смещен вместе с началом системы координат  $XOY$  на  $1/2$  шага решетки в горизонтальном и вертикальном направлениях, выпуклая оболочка черного контура также является правильным или почти правильным многоугольником. Тогда величина  $\beta_c$  определяется также по формуле (17) после замены  $\beta_{h1}$  на  $\beta_{h2}$ , где

$$\beta_{h2} = \sqrt{r^2 \cos^2(\alpha_8 / 2) + 2r \cos(\alpha_8 / 2) + 5/4} - r \quad (20)$$

представляет собой ширину зоны неопределенности для горизонтальных (вертикальных) сторон многоугольника при четном числе  $N$  ( $N = 2, 4, \dots$ ) контурных точек, расположенных на стороне многоугольника, а  $\alpha_8$  – центральный угол, соответствующий этой стороне.

В этом случае выполняются неравенства:

– для  $k\pi/4 < \theta \leq \text{arctg}((k\pi + 2)/4)$

$$1 > \beta_{h2} \geq \beta_{d1} \geq \beta_{d2} \geq \beta_{k1} \geq \beta_{k2} \geq \beta_{dh} \geq \beta_{hd} \geq \beta_{hd} (\alpha_6 = 0) = \sqrt{r^2 + 1} - r; \quad (21)$$

– для  $\text{arctg}((k\pi + 2)/4) < \theta < (k+1)\pi/4$  ( $k = 0, 1, 2, 3$ )

$$1 > \beta_{h_2} \geq \beta_{d_1} \geq \beta_{d_2} \geq \beta_{k_2} \geq \beta_{k_1} \geq \beta_{dh} \geq \beta_{hd} \geq \beta_{hd} (\alpha_6 = 0) = \sqrt{r^2 + 1} - r. \quad (22)$$

Если выпуклая оболочка черного контура представляет собой неправильный  $n$ -угольник (который соответствует окружности радиуса  $r$  с центром, лежащим в узле решетки или смещенным относительно его на  $1/2$  шага решетки в горизонтальном и вертикальном направлениях), дополним его до правильного  $n$ -угольника (рис. 2). Поскольку при этом длина некоторых сторон этого  $n$ -угольника превосходит длину соответствующих сторон исходного  $n$ -угольника, то радиус  $r_1$  окружности, описанной вокруг него, превосходит  $r$ . Если при этом выполняется условие  $r < r_1 < R$ , ширина зоны неопределенности  $\beta_1$ , соответствующая неправильному  $n$ -угольнику, равна  $\beta_c \geq (r^2 + 1)^{1/2} - r$ . Если же  $r_1 \geq R$ , то  $\beta_1$  не меньше чем  $(r_1^2 + 1)^{1/2} - r_1^2$ , так как функция  $f(r) = (r^2 + 1)^{1/2} - r$  является невозрастающей.

При смещении центра окружности относительно узла решетки на величину  $\delta = (\delta x, \delta y)$  ( $0 < \delta x, \delta y < 1/2$ ) неравенства (18), (19) или (21), (22) нарушаются, в том числе и для величин  $\beta_{hd}$  и  $\beta_{dh}$ , определяемых по формулам (15) и (16). Можем показать с помощью несложных геометрических построений, что при этом соответствующие им величины  $\beta'_{hd}$  и  $\beta'_{dh}$  вычисляются по формулам

$$\beta'_{hd} = \frac{r}{\sqrt{r^2 + \delta^2}} \sin^{-1} \omega_0 - r; \quad (23)$$

$$\beta'_{dh} = \frac{r}{\sqrt{r^2 + \delta^2}} \sin^{-1} \omega_1 - r \quad (24)$$

и при этом выполняются неравенства  $0 < \beta'_{hd}, \beta'_{dh} < \beta_{hd} (\alpha_6 = 0) = \sqrt{r^2 + 1} - r$ .

При  $r \rightarrow \infty$  величина  $\beta_c \rightarrow 0$ , а при  $r \rightarrow 0$  величина  $\beta_c \rightarrow 1$ .

### 3. Погрешности местоположения объектов

Погрешности  $\Delta = (\Delta x, \Delta y)$  определения координат угловых точек прямоугольника, когда все его угловые точки лежат в узлах решетки, вычисляются по формуле [8]

$$\Delta = \sqrt{2} \beta_s, \quad (25)$$

где  $\Delta$  – модуль вектора  $\Delta$ , а величина  $\beta_s$  определяется по формулам (4) и (5).

Если хотя бы одна из угловых точек прямоугольника не лежит в узле решетки, то погрешности  $\Delta_\Sigma$  в определении координат такой точки согласно работе [8] лежат в пределах

$$\sqrt{2} \cos \varphi \leq \Delta_\Sigma \leq 2 \cos \varphi - (2 - \sqrt{2}) \beta_s. \quad (26)$$

Отметим, что функция  $\Delta$ , определяемая по формуле (25), и функции  $\sqrt{2} \cos \varphi$  и  $2 \cos \varphi - (2 - \sqrt{2}) \beta_s$  в неравенствах (26) являются симметричными функциями относительно значений  $\varphi_n = (\pi/4)n$  на интервалах  $[(\pi/2)(n-1), (\pi/2)n]$ ,  $n = 1, 2, \dots$ . Кроме того, они являются периодическими функциями с минимальным периодом, равным  $\pi/2$ . Значения функции  $\Delta$  (в шагах решетки) для некоторых значений тангенсов углов ориентации прямоугольника приведены в табл. 1.

Таблица 1

Значения погрешностей  $\Delta$  для различных углов ориентации прямоугольника

$\text{tg}\varphi$	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1
$\Delta$	$\sqrt{2}$	1,41	0,28	0,14	0,26	0,63	0,24	0,12	0,22	0,1	1

Если ширина зоны неопределенности вычисляется по формуле (6), погрешность в определении координат угловых точек прямоугольника находится из выражения

$$\Delta^* = \sqrt{2 \cos^2 \varphi - 2 j_0 \sin \varphi \cos \varphi + j_0^2 \sin^2 \varphi} . \quad (27)$$

Оценки (25)–(27) имеют место и для фигур, стороны которых представляют собой взаимно перпендикулярные отрезки. Эти оценки являются нижними оценками для фигур с острыми углами и верхними – для фигур с тупыми углами. Приведем соответствующие выражения.

Предположим, что  $\psi = \varphi_1 - \varphi_2$  – угол, определяемый двумя лучами с углами наклона  $\varphi_1$  и  $\varphi_2$  соответственно, и угол  $\varphi_1$  лежит в первом октанте ( $\varphi_1 < \varphi_2$ ). Тогда ошибка в определении координат острого угла  $\psi$  ( $0 < \psi \leq \pi/2$ ) равна

$$\Delta_{\Sigma}^a \leq \Delta^a + \Delta_0^a, \quad (28)$$

где

$$\Delta^a = (\beta_1^2 + \beta_2^2 + 2 \beta_1 \beta_2 \cos \psi)^{1/2} / \sin \psi ; \quad (29)$$

$$(\cos \varphi_1 + \cos \varphi_2 - \beta_1 - \beta_2) / 2 \sin(\psi / 2) \leq \Delta_0^a \leq (\cos \varphi_1 + \cos \varphi_2 - \beta_1 - \beta_2) / \sin \psi \quad (30)$$

для  $\arctg(\text{tg} \varphi_1 + 1) < \varphi_2 \leq \arctg(\text{tg} \varphi_1 + 2)$  и

$$(\cos \varphi_1 + \sin \varphi_2 - \beta_1 - \beta_2) / 2 \sin(\psi / 2) \leq \Delta_0^a \leq (\cos \varphi_1 + \sin \varphi_2 - \beta_1 - \beta_2) / \sin \psi \quad (31)$$

для  $\arctg(\text{tg} \varphi_1 + 2) < \varphi_2 \leq \varphi_1 + \pi/2$ ;  $\beta_1$  и  $\beta_2$  – ширина зоны неопределенности, соответствующая углам  $\varphi_1$  и  $\varphi_2$ .

Ошибка в определении координат тупого угла  $\psi$  ( $\pi/2 \leq \psi < \pi$ ) вычисляется по формуле

$$\Delta_{\Sigma}^o \leq \Delta^o + \Delta_0^o, \quad (32)$$

где

$$\Delta^o = \Delta^a; \quad (33)$$

$$\begin{aligned} ((\cos \varphi_1 + \sin \varphi_2)(\sin \psi - \cos \psi) - \beta_1 - \beta_2) / 2 \sin(\psi / 2) \leq \Delta_0^o \leq \\ \leq ((\cos \varphi_1 + \sin \varphi_2)(\sin \psi - \cos \psi) - \beta_1 - \beta_2) / \sin \psi. \end{aligned} \quad (34)$$

Оценку  $\Delta^a$  получаем путем определения евклидова расстояния между точкой  $O_1$  пересечения прямых, заданных уравнениями  $y_1 = k_1 x + b_1$  и  $y_2 = k_2 x + b_2$ , и точкой  $O_2$  пересечения прямых, заданных уравнениями  $y_1 = k_1 x + b_1 + \beta_1$  и  $y_2 = k_2 x + b_2 + \beta_2$ , где  $k_1 = \text{tg} \varphi_1$ ,  $k_2 = \text{tg} \varphi_2$ .

Оценки  $\Delta_0^a$  и  $\Delta_0^o$  основываются на определении посредством несложных геометрических построений кратчайшего расстояния  $d$  между точкой  $O_1$  и точками черного контура:

$$d = (\cos \varphi_1 + \cos \varphi_2 - \beta_1 - \beta_2) / (\sin \psi_1 + \sin \psi_2) \quad (35)$$

( $\psi_1$  и  $\psi_2$  – углы, на которые делит угол  $\psi$  отрезок прямой, проведенный из точки  $O_1$  к ближайшей точке черного контура) – и оценивании величины  $d$  снизу и сверху путем доказательства неравенств (30), (31) и (34).

Для других октантов результаты оценивания ошибок в определении координат углов схожи.

При определении погрешностей местоположения многоугольника устанавливаем принадлежность его внутренних углов одному из возможных интервалов:  $(0, \pi/2]$ ,  $(\pi/2, \pi)$ ,  $(\pi, 3\pi/2]$ ,

( $3\pi/2, 2\pi$ ). Затем оцениваем погрешности по формуле (28) для интервалов  $(0, \pi/2]$  и  $(\pi, 3\pi/2]$  и по формуле (32) – для интервалов  $(\pi/2, \pi)$  и  $(3\pi/2, 2\pi)$ .

Погрешность  $\Delta_c$  в определении местоположения центра круга равна половине зоны неопределенности, вычисляемой по формулам (8) и (9). Значения погрешности  $\Delta_c = (1/2)((r^2 + 1)^{1/2} - r)$  для некоторых значений радиуса  $r$  круга приведены в табл. 2.

Таблица 2

Значения погрешности местоположения центра круга для различных значений радиуса  $r$

$r$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
$\Delta_c$	1	0,207	0,118	0,081	0,061	0,049	0,041	0,036	0,031	0,028	0,025	0,023

### Заключение

В работе получены формулы для вычисления ширины зоны неопределенности положения границ (отрезков прямых и дуг окружностей) объектов на дискретном растре. С помощью этих формул определены погрешности местоположения многоугольников и кругов на растре.

### Список литературы

1. Jain, R. Digital straight line as basic path in digital geometry / R. Jain // Journal of the Institution of Electronics and Telecommunication Engineers. – 1976. – Vol. 22, № 7. – P. 451–457.
2. Klette, R. Digital Geometry: Geometric Methods for Digital Picture Analysis / R. Klette, A. Rosenfeld. – N.Y. : Morgan Kaufman, 2004. – 672 p.
3. Machine intelligence research applied to industrial automation. Eight Report. SRI Project 4391 / J. Hill [et al.]. – Menlo Park : SRI International, 1978.
4. Pham, S. Digital straight segments / S. Pham // Computer Vision, Graphics, and Image Processing. – 1986. – Vol. 36, № 1. – P. 10–30.
5. Dorst, L. Discrete representation of straight lines / L. Dorst, A.W.M. Smeulders // IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence. – 1984. – Vol. PAMI-6, № 4. – P. 450–463.
6. Dorst, L. The accuracy of digital representation of a straight line / L. Dorst // NATO ASI Series. – 1985. – Vol. F17. – P. 141–152.
7. Системы технического зрения (принципиальные основы, аппаратное и математическое обеспечение) / А.Н. Писаревский [и др.]. – Л. : Машиностроение, 1988. – 424 с.
8. Lebedev, V.I. The accuracy of the objects position measuring in an image / V.I. Lebedev // The International Archives of the Photogrammetry, Remote Sensing and Spatial Information Sciences. – Istanbul, 2004. – Vol. XXXV, pt. B1. – P. 45–47.
9. Ефимов, В.М. Применение повышенной пространственной дискретизации для увеличения разрешения изображений, полученных с матричных фотоприемников / В.М. Ефимов, А.Л. Резник, А.В. Торгов // Автометрия. – 2009. – Т. 45, № 5. – С. 22–26.
10. Freeman, H. Boundary encoding and processing / H. Freeman // Picture Processing and Psychopictorics : coll. papers. – N.Y. : Academic Press, 1970. – P. 241–266.
11. Хинчин, А.Я. Цепные дроби / А.Я. Хинчин. – М. : Наука, 1978. – 112с.

Поступила 12.04.2011

*Белорусский государственный аграрный  
технический университет,  
Минск, пр. Независимости, 99  
e-mail: vil\_lebedev@yahoo.com*

**V.I. Lebedev**

### THE ESTIMATES OF THE OBJECTS' POSITIONS IN DISCRETE RASTER

The error estimates of definition of the objects position in discrete raster are given. The estimates are based on calculating uncertainly zone width in object boundary location in the raster.