

УДК 004.383

М.И. Вашкевич, А.А. Петровский

## ПРОЕКТИРОВАНИЕ ПЕРЕДИСКРЕТИЗИРОВАННОГО НЕРАВНОПОЛОСНОГО КОСИНУСНО-МОДУЛИРОВАННОГО БАНКА ФИЛЬТРОВ

*Предлагается метод проектирования неравнополосного косинусно-модулированного банка фильтров с малым уровнем искажений, вносимых в реконструированный сигнал. Суть метода заключается в использовании для расчета коэффициентов фильтра-прототипа оптимизационной процедуры, позволяющей уменьшить искажения, вносимые при децимации/интерполяции сигналов в каналах банка фильтров. Рассматривается вопрос выбора коэффициентов децимации/интерполяции, которые также учитываются при расчете фильтра-прототипа. Эффективность предлагаемого метода подтверждается практическими примерами.*

### Введение

Цифровые банки фильтров играют важную роль в системах связи, при обработке речи, изображений, в цифровой аудиоаппаратуре. Банк фильтров состоит из двух частей (рис. 1): банка фильтров анализа и банка фильтров синтеза [1–3]. Банк фильтров анализа  $H_0(z), H_1(z), \dots, H_{M-1}(z)$  выполняет декомпозицию входного сигнала  $x[n]$  на  $M$  полосовых канальных сигналов (субполос). Как правило, для уменьшения нагрузки на вычислительную систему сигналы в каналах банка фильтров подвергаются децимации. В случае если коэффициенты децимации во всех каналах  $S_k=M$ , банк фильтров называют *критически децимированным*, иначе банк фильтров считают *передискретизированным*. Синтезирующий банк  $F_0(z), F_1(z), \dots, F_{M-1}(z)$  производит интерполяцию канальных сигналов и восстановление исходного сигнала  $\hat{x}[n]$ .

При обработке речевых сигналов часто требуется осуществлять декомпозицию сигнала на субполосы с неравной шириной спектра. Примером может служить слуховой аппарат, где необходима декомпозиция входного сигнала, согласованная со слуховой системой человека. В этом случае наиболее эффективным подходом является использование неравнополосных банков фильтров.

Существует два основных направления при построении неравнополосных банков фильтров:

1. Использование пакета дискретного вейвлет-преобразования. В данном подходе для получения неравномерной декомпозиции применяется блок из двух согласованных фильтров низкой и высокой частоты (импульсные характеристики данных фильтров представляют собой вейвлет-функции). Вначале исходный сигнал пропускается через блок согласованных фильтров низкой и высокой частоты, после чего выходные сигналы могут быть вновь обработаны при помощи двухканального банка фильтров. Данный процесс продолжается до тех пор, пока не будет получено необходимое частотное разрешение [4].

2. Использование частотного преобразования на основе фазового фильтра [5] (от англ. *all-pass transform*). В данном случае применяется свойство деформации частотной оси при замене всех элементов задержки системы на фазовые звенья. Неравнополосный банк фильтров получается из равнополосного путем деформации частотной оси при помощи фазового преобразования.

В работе [6] указывается, что банки фильтров с деформированной частотной осью обладают меньшей групповой задержкой и вычислительной сложностью, чем сравнимые с ними неравнополосные банки фильтров с древовидной структурой на основе пакета дискретного вейвлет-преобразования. Поэтому в данной работе рассматривается банк фильтров, получаемый с использованием фазового преобразования. В качестве исходного равнополосного банка фильтров, как правило, выбирается ДПФ- либо косинусно-модулированный банк фильтров [7–9]. Недостатком ДПФ-модулированных банков фильтров является то, что канальные сигналы имеют комплексные значения даже при действительном входном сигнале. Данное обстоятельство ведет к усложнению аппаратной/программной реализации как самого банка фильтров, так и последующей субполос-

ной обработки сигналов. Поэтому в данной работе в качестве исходного выбирается косинусно-модулированный банк фильтров (КМБФ).

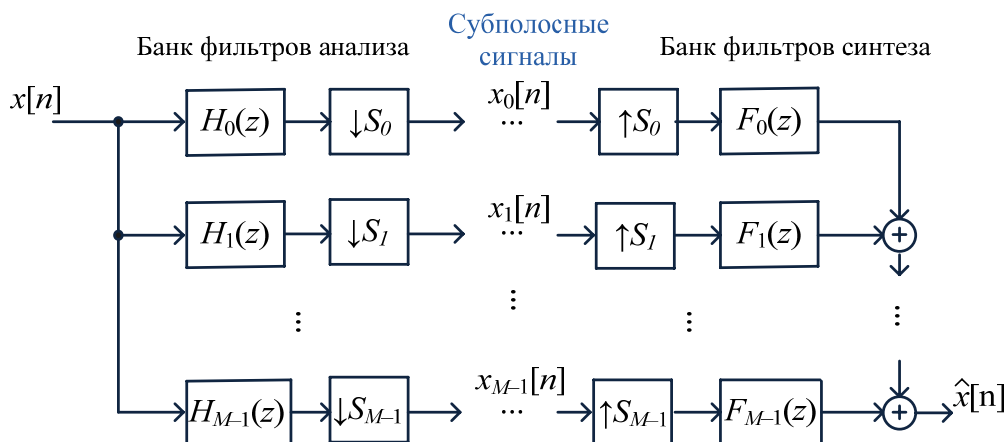


Рис. 1. Общая структура банка фильтров

При проектировании неравнополосного КМБФ главной задачей является обеспечение приемлемого уровня амплитудных и фазовых искажений в восстановленном сигнале. Искажения возникают в результате передискретизации (децимации/интерполяции) сигналов в каналах банка фильтров. Передискретизация позволяет значительно уменьшить вычислительную сложность субполосной обработки, однако приводит к возникновению эффектов наложения спектров [2].

В работе предлагается метод проектирования передискретизированного неравнополосного КМБФ с минимальным уровнем вносимых искажений на основе оптимизации фильтра-прототипа.

## 1. Неравнополосный косинусно-модулированный банк фильтров

### 1.1. Косинусно-модулированный банк фильтров

Рассмотрим метод построения неравнополосного банка фильтров на основе фазового преобразования, который был предложен в [9]. Исходным пунктом для построения служит  $M$ -канальный КМБФ [10]. Данный банк фильтров образуется путем косинусной модуляции одного фильтра нижних частот  $H(z)$  с конечной импульсной характеристикой (КИХ) и линейной фазово-частотной характеристикой, который называется *фильтром-прототипом*. Эта идея позволяет свести проектирование целого банка фильтров к расчету одной КИХ фильтра-прототипа.

Импульсные характеристики фильтров анализа ( $h_k[n]$ ) и синтеза ( $f_k[n]$ ) КМБФ имеют следующий вид:

$$h_k[n] = h[n] \cos\left(\frac{\pi(k+1/2)}{M}\left(n - \frac{N-1}{2}\right) + \theta_k\right); \quad (1)$$

$$f_k[n] = h[n] \cos\left(\frac{\pi(k+1/2)}{M}\left(n - \frac{N-1}{2}\right) - \theta_k\right), \quad (2)$$

где  $N$  – порядок фильтра-прототипа;  $k = 0, \dots, M-1$  – номер канала;  $n = 0, \dots, N-1$ ;  $h[n]$  – коэффициенты фильтра-прототипа. Схематично амплитудно-частотные характеристики (АЧХ) фильтра-прототипа и всего банка фильтров показаны на рис. 2.

Появление банка фильтров, описываемого выражениями (1) и (2), связано с развитием техники субполосного кодирования [11], где основной решаемой задачей является сокращение объема передаваемой информации. Поэтому предполагалось, что выходные сигналы банка

фильтров будут децимированы с коэффициентом  $M$ . Данное обстоятельство приводит к появлению компонент наложения спектров значительной величины (от англ. *significant aliasing terms*) из соседних полос вследствие неидеальности АЧХ фильтра-прототипа.

Наложение спектров из полос, несмежных с данной, определяется ослаблением АЧХ фильтра-прототипа в полосе заграждения. Подавление компонент наложения спектров значительной величины может быть выполнено лишь на этапе реконструкции сигнала с использованием информации из соседних каналов [12].

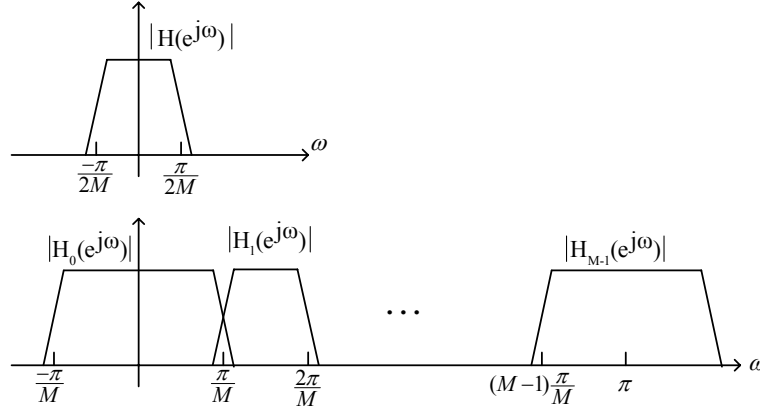


Рис. 2. АЧХ фильтра-прототипа и косинусно-модулированного банка фильтров

Рассмотрим механизм подавления компонент наложения спектров значительной величины. Пусть  $H(z) = \sum_{n=0}^{N-1} h[n]z^{-n}$  –  $z$ -образ фильтра-прототипа. Для  $0 \leq k < M$  введем следующие обозначения:

$$U_k(z) = b_k H(zW_{2M}^{(k+0,5)}); \quad V_k(z) = b_k^* H(zW_{2M}^{-(k+0,5)}),$$

где  $W_M = e^{-j2\pi/M}$ ,  $b_k = W_{2M}^{\frac{N-1}{2}(k+0,5)}$ . Тогда для банка фильтров анализа и синтеза могут быть записаны выражения

$$\begin{aligned} H_k(z) &= a_k U_k(z) + a_k^* V_k(z); \\ F_k(z) &= a_k^* U_k(z) + a_k V_k(z), \end{aligned} \tag{3}$$

где  $a_k = e^{j\theta_k}$ . Ключевым моментом при построении КМБФ является предположение, что фильтры несмежных каналов не перекрываются. Например, в 8-канальном банке фильтров АЧХ четвертого канала  $|H_4(e^{j\omega})|$  перекрывается только с  $|H_3(e^{j\omega})|$  и  $|H_5(e^{j\omega})|$ . Полосы пропускания всех остальных фильтров лежат в полосе заграждения фильтра  $|H_4(e^{j\omega})|$ . Запишем выражение для выхода  $k$ -го канала критически децимированного банка фильтров синтеза с учетом компонент наложения спектров значительной величины из смежных каналов:

$$\begin{aligned} Y_k(z) &= \frac{1}{M} F_k(z) \left[ a_k U_k(z) X(z) + a_k^* V_k(z) X(z) + a_k U_k(zW_M^{-k}) X(zW_M^{-k}) + \right. \\ &+ \left. a_k^* V_k(zW_M^k) X(zW_M^k) + a_k U_k(zW_M^{-(k+1)}) X(zW_M^{-(k+1)}) + a_k^* V_k(zW_M^{(k+1)}) X(zW_M^{(k+1)}) \right]. \end{aligned} \tag{4}$$

В выражение (4) входят четыре компоненты наложения спектров, сгруппируем их и введем обозначения

$$A_{k,low}(z) = F_k(z) \left[ a_k U_k(zW_M^{-k}) X(zW_M^{-k}) + a_k^* V_k(zW_M^k) X(zW_M^k) \right];$$

$$A_{k,high}(z) = F_k(z) \left[ a_k U_k(zW_M^{-(k+1)}) X(zW_M^{-(k+1)}) + a_k^* V_k(zW_M^{(k+1)}) X(zW_M^{(k+1)}) \right].$$

В общем виде выражение для выхода  $k$ -го канала банка фильтров синтеза запишется как

$$Y_k(z) = \frac{1}{M} \left( F_k(z) H_k(z) X(z) + A_{k,low}(z) + A_{k,high}(z) \right).$$

В работе [12] показывается, что подавление компонент наложения спектров значительной величины достигается при условии

$$A_{k+1,low}(z) = -A_{k,high}(z), \quad (5)$$

которое после упрощений приводит к уравнению

$$a_k^2 + (a_k^*)^2 = 0, \quad 0 \leq k < M. \quad (6)$$

Одним из возможных решений, удовлетворяющих (6), является  $a_k = e^{j\theta_k}$  при  $\theta_k = (-1)^k (\pi/4)$ . Таким образом, выбор параметров модуляции  $\theta_k$  имеет определяющее значение для подавления компонент наложения спектров значительной величины. Заметим, что последнего удастся достичь за счет использования во всех каналах одинаковых коэффициентов децимации  $S_k = M$ .

## 1.2. Полифазная реализация КМБФ

Интерес к КМБФ [12–14] объясняется хорошо разработанной теорией алгоритмов их реализации. В работе [10] предлагается эффективная схема реализации КМБФ на основе полифазного представления фильтра-прототипа. Для случая когда порядок фильтра-прототипа  $N = 2mM$ , где  $m$  – произвольное положительное число, выражение для банка фильтров анализа можно записать в следующем виде:

$$\begin{bmatrix} H_0(z) \\ H_1(z) \\ \vdots \\ H_{M-1}(z) \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} c_{0,0} & c_{0,1} & \cdots & c_{0,N-1} \\ c_{1,0} & c_{1,1} & \cdots & c_{1,N-1} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ c_{M-1,0} & c_{M-1,1} & \cdots & c_{M-1,N-1} \end{bmatrix}}_{\mathbf{M}_C} \begin{bmatrix} 1 & & & \\ & z^{-1} & & \\ & & \ddots & \\ & & & z^{-(N-1)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} h[0] \\ h[1] \\ \vdots \\ h[N-1] \end{bmatrix}, \quad (7)$$

где  $c_{k,n} = \cos\left(\frac{\pi(k+1/2)}{M}\left(n - \frac{N-1}{2}\right) + (-1)^k \frac{\pi}{4}\right)$  – компоненты матрицы косинусной модуляции

$\mathbf{M}_C$ . Из свойства периодичности функции косинус имеем  $c_{k,(l+2pM)} = (-1)^p c_{k,l}$ , что позволяет записать матрицу косинусной модуляции  $\mathbf{M}_C$  в блочном виде:

$$\mathbf{M}_C = \underbrace{\begin{bmatrix} \mathbf{C} & -\mathbf{C} & \mathbf{C} & -\mathbf{C} & \cdots \end{bmatrix}}_{t \text{ повторений}}, \quad (8)$$

где  $\mathbf{C} = [c_{k,n}]_{0 \leq k < M, 0 \leq n < 2M}$ . Регулярная структура матрицы косинусной модуляции дает возможность представить ее в виде следующего произведения:

$$\mathbf{M}_C = \mathbf{C} \cdot \underbrace{\begin{bmatrix} \mathbf{I}_{2M} & -\mathbf{I}_{2M} & \mathbf{I}_{2M} & -\mathbf{I}_{2M} & \cdots \end{bmatrix}}_{t \text{ повторений}}. \quad (9)$$

Далее подставим выражение для матрицы косинусной модуляции (9) в (7):

$$\begin{aligned}
 \begin{bmatrix} H_0(z) \\ H_1(z) \\ \vdots \\ H_{M-1}(z) \end{bmatrix} &= \mathbf{C} \cdot \underbrace{\begin{bmatrix} \mathbf{I}_{2M} & -\mathbf{I}_{2M} & \mathbf{I}_{2M} & -\mathbf{I}_{2M} & \dots \end{bmatrix}}_{t \text{ повторов}} \cdot \begin{bmatrix} 1 & & & & \\ & z^{-1} & & & \\ & & \ddots & & \\ & & & \ddots & \\ & & & & z^{-(N-1)} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} h[0] \\ h[1] \\ \vdots \\ h[N-1] \end{bmatrix} = \\
 &= \mathbf{C} \cdot \begin{bmatrix} h[0] - z^{-2M} h[2M] + \dots \\ z^{-1} h[1] - z^{-(2M+1)}(z) h[2M+1] + \dots \\ \vdots \\ z^{-(2M-1)}(z) h[2M-1] - z^{-(4M+1)}(z) h[4M-1] + \dots \end{bmatrix}.
 \end{aligned} \tag{10}$$

Умножение на матрицу (9) требует в  $t$  раз меньше операций умножения, чем на матрицу вида (8). Выражение (10) служит основой для построения полифазной реализации КМБФ. Элементами вектора-столбца в последнем выражении служат так называемые полифазные компоненты фильтра-прототипа. Аналогичное выражение может быть получено и для банка фильтров синтеза.

Эффективность полифазной реализации заключается в возможности построения быстрого алгоритма для вычисления матрицы косинусной модуляции. Под быстрым алгоритмом понимается представление матрицы  $\mathbf{C}$  в виде произведения слабозаполненных матриц. В работе [12] показано, что матрица косинусной модуляции может быть записана в виде

$$\mathbf{C} = \begin{cases} \sqrt{M} (-1)^{m_1} \mathbf{DCT4}_M \cdot [(\mathbf{I}_M - \mathbf{J}_M) \quad -(\mathbf{I}_M - \mathbf{J}_M)] \\ \text{для четных } m \ (m = 2m_1), \\ \sqrt{M} (-1)^{m_1} \mathbf{DCT4}_M \cdot [(\mathbf{I}_M + \mathbf{J}_M) \quad (\mathbf{I}_M - \mathbf{J}_M)] \\ \text{для нечетных } m \ (m = 2m_1 + 1), \end{cases} \tag{11}$$

где  $\mathbf{DCT4}_M$  – матрица дискретного косинусного преобразования типа 4 (ДКП-4),

$$\mathbf{DCT4}_M = \left[ \sqrt{\frac{2}{M}} \cos\left(\frac{\pi(k+1/2)(\ell+1/2)}{M}\right) \right]_{0 \leq k, \ell < M}, \quad \mathbf{J}_M = \begin{bmatrix} 1 & & & \\ & \ddots & & \\ & & \ddots & \\ & & & 1 \end{bmatrix}.$$

Выражение (11) позволяет свести задачу реализации КМБФ к задаче синтеза быстрого алгоритма для ДКП-4. Наиболее общий подход к построению быстрых алгоритмов для всего семейства дискретных синусных и косинусных преобразований, основанный на привлечении методов теории групп и абстрактной алгебры, дан в [15].

Заметим, что (11) представляет собой произведение матрицы предположений  $[(\mathbf{I}_M - \mathbf{J}_M) \quad -(\mathbf{I}_M - \mathbf{J}_M)]$  на матрицу  $\mathbf{DCT4}_M$ . При этом для умножения на матрицу предположений необходимо выполнить  $3M$  операций сложения. Это число может быть уменьшено до  $2M$ . В качестве примера рассмотрим случай, когда  $m$  и  $M$  – четные числа, тогда матрица предположений имеет блочный вид:

$$\mathbf{S}_M^e = [(\mathbf{I}_M - \mathbf{J}_M) \quad -(\mathbf{I}_M - \mathbf{J}_M)] = \begin{bmatrix} \mathbf{I}_{M/2} & -\mathbf{J}_{M/2} & -\mathbf{I}_{M/2} & -\mathbf{J}_{M/2} \\ -\mathbf{J}_{M/2} & \mathbf{I}_{M/2} & -\mathbf{J}_{M/2} & -\mathbf{I}_{M/2} \end{bmatrix}. \tag{12}$$

Используя элементарные преобразования, приведем (12) к блочному ступенчатому виду:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{I}_{M/2} & \mathbf{0} \\ \mathbf{J}_{M/2} & -\mathbf{I}_{M/2} \end{bmatrix} \cdot \mathbf{S}_M^e = \begin{bmatrix} \mathbf{I}_{M/2} & -\mathbf{J}_{M/2} & -\mathbf{I}_{M/2} & -\mathbf{J}_{M/2} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & -2\mathbf{J}_{M/2} & -\mathbf{I}_{M/2} \end{bmatrix},$$

$$\begin{bmatrix} \mathbf{I}_{M/2} & -1/2\mathbf{J}_{M/2} \\ \mathbf{0} & \mathbf{I}_{M/2} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{I}_{M/2} & \mathbf{0} \\ \mathbf{J}_{M/2} & \mathbf{I}_{M/2} \end{bmatrix} \cdot \mathbf{S}_M^e = \begin{bmatrix} 1 & \\ & 2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{I}_{M/2} & -\mathbf{J}_{M/2} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & -\mathbf{J}_{M/2} & -\mathbf{I}_{M/2} \end{bmatrix}.$$

Отсюда  $\mathbf{S}_M^e$  выражается как

$$\mathbf{S}_M^e = \begin{bmatrix} \mathbf{I}_{M/2} & \mathbf{J}_{M/2} \\ -\mathbf{J}_{M/2} & \mathbf{I}_{M/2} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{I}_{M/2} & -\mathbf{J}_{M/2} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & -\mathbf{J}_{M/2} & -\mathbf{I}_{M/2} \end{bmatrix}. \quad (13)$$

Вычисление по формуле (13) при реализации требует выполнения  $2M$  операций сложения. Аналогичные выражения получаются в случае, если число каналов банка фильтров  $M$  нечетно [16]. С учетом выражений (11) и (13) схема, реализующая умножение на матрицу косинусной модуляции  $\mathbf{C}$ , может быть графически представлена в виде рис. 3.

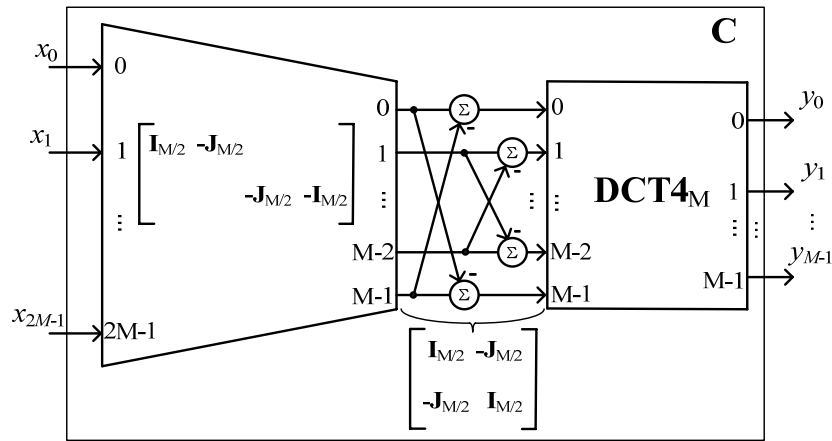


Рис. 3. Схема, реализующая умножение на матрицу косинусной модуляции  $\mathbf{C}$

### 1.3. Получение неравнополосного косинусно-модулированного банка фильтров

При построении неравнополосного банка фильтров ключевую роль играет фазовое преобразование, которое было предложено в [5], где использовалось для получения неравномерного частотного разрешения дискретных сигналов. Применение данной идеи к банку фильтров позволяет получить его неравнополосную версию [8, 9].

Неравнополосный КМБФ можно получить, если заменить в выражении (10) элементы задержки на фазовые звенья:

$$z^{-1} \rightarrow A(z). \quad (14)$$

В настоящей работе рассматривается применение фазовых звеньев первого порядка с действительными коэффициентами:

$$A(z) = \frac{\alpha + z^{-1}}{1 + \alpha z^{-1}}, \quad |\alpha| \leq 1, \quad A(e^{j\omega}) = e^{j\varphi(\omega)},$$

где

$$\varphi(\omega) = -\omega + 2\arctg(\alpha \sin \omega / (\alpha \cos \omega - 1)). \quad (15)$$

В результате замены (14) происходит отображение (деформация) оси частот  $\omega \mapsto \varphi(\omega)$ , что позволяет получить неравнополосный банк фильтров (рис. 4).

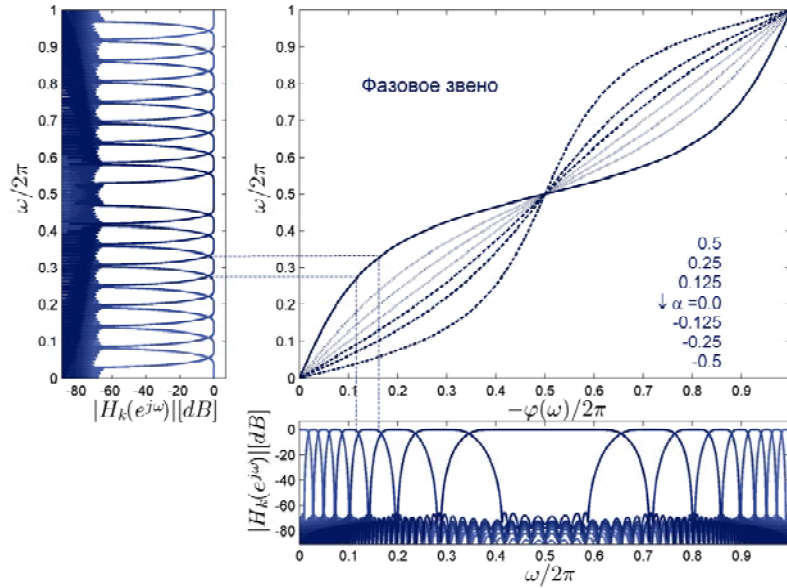


Рис. 4. Деформация оси частот при получении неравнополосного банка фильтров

На рис. 4 видно, что степень деформации частотной оси зависит только от одного параметра  $\alpha$ , регулируя который можно изменять ширину полос банка фильтров. Полифазная структура неравнополосного КМБФ (рис. 5) строится на основании выражений (10) и (14), где через  $g_i$  обозначены коэффициенты полифазных компонент фильтра-прототипа, которые согласно (10) связаны с коэффициентами фильтра-прототипа соотношением

$$g_{q+2rM} = (-1)^r h[q + 2rM], \quad 0 \leq q < M, \quad 0 \leq r < m.$$

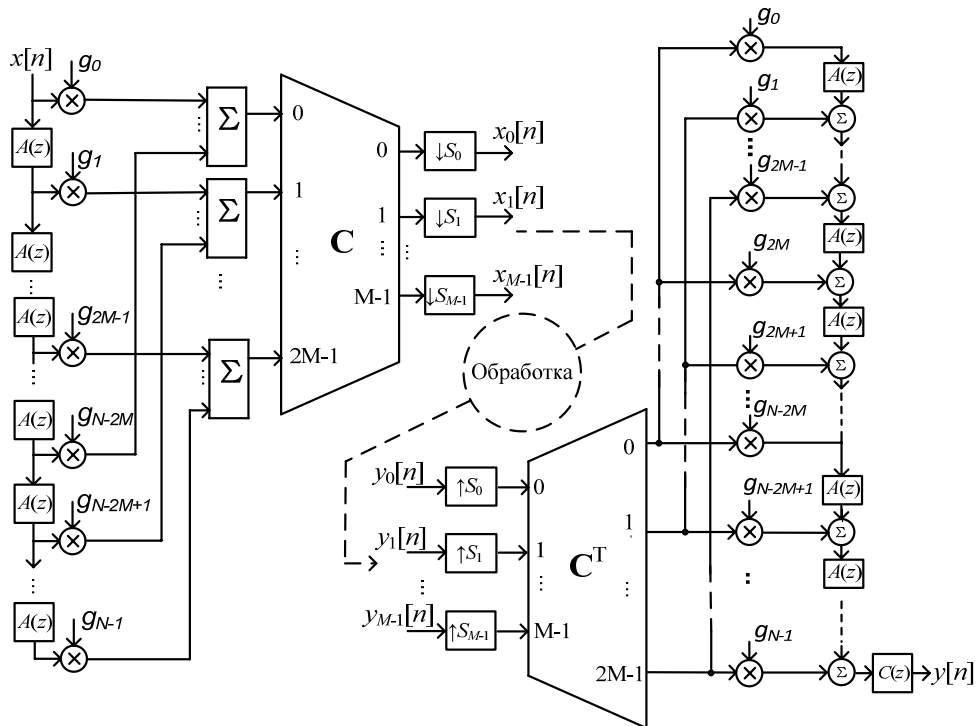


Рис. 5. Полифазная структура неравнополосного КМБФ

#### 1.4. Выбор коэффициентов децимации/интерполяции

Важным вопросом при проектировании неравнополосного банка фильтров является выбор коэффициентов децимации/интерполяции. Поскольку выходные сигналы банка фильтров анализа являются полосовыми (рис. 6), для выбора коэффициента децимации можно воспользоваться теорией дискретизации полосовых сигналов [17]. Систематическое описание метода выбора коэффициентов децимации применительно к неравнополосным банкам фильтров дано в [18], где показано, что значения коэффициентов децимации/интерполяции ( $S_k$ ) должны удовлетворять неравенствам

$$\left\lfloor \frac{n_k}{2f_{U_k}} f_s \right\rfloor \geq S_k \geq \left\lceil \frac{n_k - 1}{2f_{L_k}} f_s \right\rceil, \quad 1 \leq n_k \leq \left\lfloor \frac{f_{U_k}}{f_{U_k} - 2f_{L_k}} \right\rfloor, \quad (16)$$

в которых полагается, что сигнал  $k$ -го канала является действительным, занимает частотный диапазон  $[-f_{U_k}, -f_{L_k}] \cup [f_{L_k}, f_{U_k}]$  и имеет частоту дискретизации  $f_s$ . Оператор  $\lfloor a \rfloor$  обозначает наибольшее целое число, меньшее  $a$ , а оператор  $\lceil a \rceil$  обозначает наименьшее целое число, большее  $a$ .

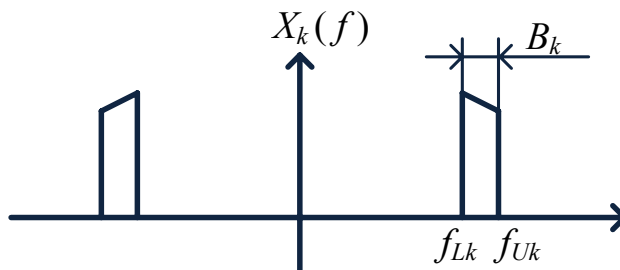


Рис. 6. Полосовой сигнал на выходе  $k$ -го канала банка фильтров анализа

Рассмотрим вопрос определения границ частотных полос  $f_{U_k}$  и  $f_{L_k}$ . В случае равнополосного банка фильтров можно считать, что диапазон  $[f_{L_k}, f_{U_k}]$  совпадает с полосой пропускания  $k$ -го фильтра. Данное предположение при использовании механизма подавления компонент наложения спектров значительной величины позволяет получить критически децимированный банк фильтров. Для неравнополосного банка фильтров, полученного путем деформации оси частот (15), механизм подавления компонент наложения спектров значительной величины не работает, поскольку смежные полосы имеют различные коэффициенты децимации (условие (5) не выполняется). Поэтому при определении  $f_{U_k}$  и  $f_{L_k}$  необходимо исходить из того же принципа, который лежит в основе механизма подавления компонент наложения спектров значительной величины: *фильтры несмежных каналов не перекрываются*. Это означает, что в диапазон  $[f_{L_k}, f_{U_k}]$  должны входить полоса пропускания фильтра  $k$ -го канала, а также полосы пропускания  $(k-1)$ -го и  $(k+1)$ -го фильтров.

Определим общий алгоритм нахождения границ частотных полос  $f_{U_k}$  и  $f_{L_k}$  для неравнополосного КМБФ. Упорядоченное множество

$$F^u = \left\{ \frac{\pi k}{M} \right\}, \quad 0 \leq k < M,$$

определяет границы частотных полос пропускания равнополосного КМБФ. Отображение (15) позволяет перейти к границам частотных полос неравнополосного КМБФ (рис. 7):

$$\varphi: F^u \rightarrow F^n.$$



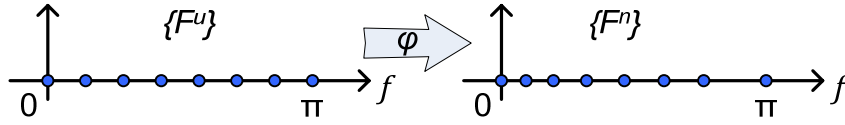


Рис. 7. Отображение точек на частотной оси под действием преобразования

Тогда согласно предлагаемому правилу частотный диапазон для  $k$ -го канала неравнополосного КМБФ определяется как

$$f_{L_k} = \varphi(F_{k-1}^u) / 2\pi, \quad f_{U_k} = \varphi(F_{k+2}^u) / 2\pi, \quad (17)$$

для  $k = 0$  и  $k = M - 1$  справедливы следующие соотношения:

$$\begin{aligned} f_{L_0} &= 0, \quad f_{U_0} = \varphi(F_2^u) / 2\pi; \\ f_{L_{M-1}} &= \varphi(F_{M-2}^u) / 2\pi, \quad f_{U_{M-1}} = \varphi(F_M^u) / 2\pi. \end{aligned} \quad (18)$$

Совместное использование правил определения границ частотных полос (17), (18) и выражений (16) позволяет определить значения коэффициентов децимации/интерполяции  $S_k$  для неравнополосного КМБФ.

### 1.5. Передаточная функция банка фильтров

Обратимся к передаточной функции банка фильтров (см. рис. 1), которая имеет следующий вид:

$$T_{all}(z) = \sum_{k=0}^{M-1} \sum_{l=0}^{S_k-1} H_k(zW_{S_k}^l) F_k(z). \quad (19)$$

Данную функцию можно представить в виде суммы передаточной функции искажения банка фильтров ( $T_{dist}(z)$ ) и передаточной функции компонента наложения спектра ( $T_{alias}(z)$ ):

$$T_{all}(z) = T_{dist}(z) + T_{alias}(z), \quad (20)$$

где  $T_{dist}(z) = \sum_{k=0}^{M-1} H_k(z) F_k(z);$

$$T_{alias}(z) = \sum_{k=0}^{M-1} \sum_{l=1}^{S_k-1} H_k(zW_{S_k}^l) F_k(z).$$

Условиями полного восстановления сигнала в банке фильтров являются равенства

$$T_{dist}(z) = z^{-D}; \quad T_{alias}(z) = 0.$$

Во многих случаях этим условиям сложно удовлетворить, поэтому их часто ослабляют, требуя лишь приблизительного равенства. В последнем случае банк фильтров относят к классу систем с квазиполным восстановлением (от англ. *near-perfect reconstruction*). К этому классу относятся, в частности, и неравнополосный КМБФ, рассматриваемый в данной работе.

Имеется два источника искажений в реконструированном сигнале в банке фильтров:

1) искажения появляются вследствие неравномерности в полосе пропускания фильтра-прототипа  $H(e^{j\omega})$ . Этот тип искажений описывается частотной характеристикой искажений

$$T_{dist}(e^{j\omega});$$

2) искажения возникают в результате неполного подавления компонент наложения спектров, которые образуются в результате децимации/интерполяции сигналов в каналах банка фильтров. Этот тип искажений описывается частотной характеристикой передачи компонент наложения спектров  $T_{alias}(e^{j\omega})$ .

Следовательно, для уменьшения уровня искажений в реконструированном сигнале фильтр-прототип должен быть рассчитан таким образом, чтобы иметь малую неравномерность в полосе пропускания (тем самым минимизируется  $T_{dist}(e^{j\omega})$ ), а также обеспечивать подавление компонент наложения спектра (для минимизации  $T_{alias}(e^{j\omega})$ ).

### 1.6. Расчетные выражения

Решим вспомогательную задачу получения основных расчетных выражений. Для дальнейшего изложения необходимо выразить зависимость функции  $T_{all}(e^{j\omega})$  от коэффициентов фильтр-прототипов  $h[n]$  в явном виде.

Известно [19], что частотную характеристику КИХ фильтра с линейной фазово-частотной характеристикой можно записать в виде

$$H(e^{j\omega}) = e^{-j[(N-1)\omega/2]} \mathbf{C}^T(\omega) \mathbf{h}, \quad (21)$$

где

$$\mathbf{C}(\omega) = \begin{cases} \left[ 2 \cos\left(\frac{\omega}{2}\right) 2 \cos\left(\frac{3\omega}{2}\right) \dots 2 \cos\left(\frac{[N-1]\omega}{2}\right) \right]^T \\ \text{для четного } N, \\ \left[ 1 2 \cos(\omega) \dots 2 \cos\left(\frac{[N-1]\omega}{2}\right) \right]^T \\ \text{для нечетного } N; \end{cases}$$

$$\mathbf{h} = \left[ h\left(\left\lfloor \frac{N}{2} \right\rfloor\right) h\left(\left\lfloor \frac{N}{2} \right\rfloor + 1\right) \dots h(N-1) \right]^T.$$

Надстрочный знак  $T$  обозначает транспонирование.

Рассмотрим функцию  $T_{all}(e^{j\omega})$  неравнополосного КМБФ, которую с помощью выражений (3) и (19) можно записать как

$$T_{all}(e^{j\omega}) = \sum_{k=0}^{M-1} \sum_{l=0}^{S_k-1} \left( a_k b_k H(e^{-j\varphi(\omega+2\pi l/S_k)} W_{2M}^{(k+0,5)}) + a_k^* b_k^* H(e^{-j\varphi(\omega+2\pi l/S_k)} W_{2M}^{-(k+0,5)}) \right) \times \\ \times \left( a_k^* b_k^* H(e^{-j\varphi(\omega)} W_{2M}^{(k+0,5)}) + a_k b_k H(e^{-j\varphi(\omega)} W_{2M}^{-(k+0,5)}) \right).$$

Для упрощения дальнейших выражений введем следующие обозначения:

$$\gamma_1(\omega, l, k) = \varphi(\omega + 2\pi l / S_k) - 2\pi(k + 0,5)/2M; \quad \gamma_2(\omega, l, k) = \varphi(\omega + 2\pi l / S_k) + 2\pi(k + 0,5)/2M.$$

Применение (21) к функции  $T_{all}(e^{j\omega})$  приводит к выражению

$$T_{all}(e^{j\omega}) = \sum_{k=0}^{M-1} \sum_{l=0}^{S_k-1} \left( a_k b_k e^{-j[(N-1)\gamma_1(\omega, l, k)/2]} \mathbf{C}^T(\gamma_1(\omega, l, k)) \mathbf{h} + a_k^* b_k^* e^{-j[(N-1)\gamma_2(\omega, l, k)/2]} \mathbf{C}^T(\gamma_2(\omega, l, k)) \mathbf{h} \right) \times \\ \times \left( a_k^* b_k^* e^{-j[(N-1)\gamma_1(\omega, 0, k)/2]} \mathbf{C}^T(\gamma_1(\omega, 0, k)) \mathbf{h} + a_k b_k e^{-j[(N-1)\gamma_2(\omega, 0, k)/2]} \mathbf{C}^T(\gamma_2(\omega, 0, k)) \mathbf{h} \right).$$

Обозначение

$$\mathbf{U}(\omega) = \sum_{k=0}^{M-1} \sum_{l=0}^{S_k-1} \left( a_k b_k e^{-j[(N-1)\gamma_1(\omega, l, k)/2]} \mathbf{C}^T(\gamma_1(\omega, l, k)) + a_k^* b_k^* e^{-j[(N-1)\gamma_2(\omega, l, k)/2]} \mathbf{C}^T(\gamma_2(\omega, l, k)) \right) \times \\ \times \left( a_k^* b_k^* e^{-j[(N-1)\gamma_1(\omega, 0, k)/2]} \mathbf{C}^T(\gamma_1(\omega, 0, k)) + a_k b_k e^{-j[(N-1)\gamma_2(\omega, 0, k)/2]} \mathbf{C}^T(\gamma_2(\omega, 0, k)) \right)^T$$

позволяет привести выражение для функции  $T_{all}(e^{j\omega})$  к простому виду:

$$T_{all}(e^{j\omega}) = \mathbf{h}^T \mathbf{U}(\omega) \mathbf{h}.$$

Последнее выражение представляется в виде суммы двух компонент (по аналогии с выражением (20)):

$$T_{all}(e^{j\omega}) = \underbrace{\mathbf{h}^T \mathbf{U}_{dist}(\omega) \mathbf{h}}_{T_{dist}(e^{j\omega})} + \underbrace{\mathbf{h}^T \mathbf{U}_{alias}(\omega) \mathbf{h}}_{T_{alias}(e^{j\omega})}. \quad (22)$$

Таким образом, получено выражение, которое определяет зависимость функции  $T_{all}(e^{j\omega})$  от коэффициентов фильтра-прототипа.

## 2. Метод проектирования неравнополосного КМБФ

Рассмотрим задачу нахождения коэффициентов фильтра-прототипа банка фильтров, которые обеспечивают минимальный уровень вносимых искажений в реконструированный сигнал неравнополосного КМБФ. Сформулируем задачу оптимизации:

$$\min_{\mathbf{h}} \max |E(\omega)|, \quad (23)$$

где  $E(\omega)$  – функция ошибки (мера искажений, вносимых банком фильтров), определяемая как  $E(\omega) = |T_{all}(e^{j\omega})|^2 - 1$ ,  $\omega \in [0, \pi]$ ;

$\mathbf{h}$  – вектор коэффициентов фильтра-прототипа.

Использование выражения (22) для передаточной функции банка фильтра позволяет записать функцию ошибки в квадратичном виде:

$$E(\omega) = (\mathbf{h}^T \mathbf{R}(\omega) \mathbf{h} + \mathbf{h}^T \mathbf{I}(\omega) \mathbf{h})^2 - 1,$$

где  $\mathbf{R}(\omega) = \text{Re } \mathbf{U}_{dist}(\omega) + \text{Re } \mathbf{U}_{alias}(\omega)$ ;

$\mathbf{I}(\omega) = \text{Im } \mathbf{U}_{dist}(\omega) + \text{Im } \mathbf{U}_{alias}(\omega)$ .

Решения минимаксной задачи (23) можно достичь, минимизировав взвешенную по наименьшим квадратам функцию ошибки [13]. Для этого сформулируем целевую функцию

$$g = \sum_{\omega \in [0, \pi]} B(\omega) |E(\omega)|^2,$$

где  $B(\omega)$  – неотрицательная весовая функция.

Для проектирования предлагается использовать метод оптимизации, состоящий из двух итеративных процедур, одна из которых располагается внутри другой. Индекс  $\ell$  будет использо-

ваться для значений функций на  $\ell$ -й итерации внутреннего цикла оптимизации, а индекс  $\mu$  – для обозначения величин, которые изменяются на  $\mu$ -й итерации внешнего цикла. Внутренний цикл итерационно оптимизирует коэффициенты фильтра-прототипа ( $\mathbf{h}_\ell$ ), в то время как во внешнем цикле процедуры итеративно корректируется значение весовой функции  $B_\mu(\omega)$ . Учитывая данные замечания, целевая функция на  $\ell$ -й итерации принимает следующий вид:

$$g(\mathbf{h}_\ell) = \sum_{\omega \in [0, \pi]} B_\mu(\omega) \left[ \left( \mathbf{h}_\ell^T \mathbf{R}(\omega) \mathbf{h}_\ell + \mathbf{h}_\ell^T \mathbf{I}(\omega) \mathbf{h}_\ell \right)^2 - 1 \right]^2.$$

Используя введенные обозначения, найдем градиент целевой функции. Для этого вначале определим градиент функции ошибки:

$$\text{grad } E(\omega) = \left( \mathbf{h}_\ell^T \mathbf{R}(\omega) \mathbf{h}_\ell \right) \left( \mathbf{R}(\omega) + \mathbf{R}^T(\omega) \right) \mathbf{h}_\ell + \left( \mathbf{h}_\ell^T \mathbf{I}(\omega) \mathbf{h}_\ell \right) \left( \mathbf{I}(\omega) + \mathbf{I}^T(\omega) \right) \mathbf{h}_\ell.$$

Учитывая данное выражение, градиент целевой функции принимает вид

$$\nabla g(\mathbf{h}_\ell) = 2 \sum_{\omega \in [0, \pi]} B_\mu(\omega) \left( \text{grad } E(\omega) \times E(\omega) \right).$$

Предположим, что  $\mathbf{h}_{\ell, \text{opt}} = \mathbf{h}_\ell + \mathbf{e}_\ell$  является оптимальным решением, которое обращает градиент целевой функции в нуль. Для определения вектора невязки  $\mathbf{e}_\ell$  необходимо разложить градиент  $\nabla g(\mathbf{h}_\ell)$  в ряд Тейлора в окрестности точки оптимума:

$$\nabla g(\mathbf{h}_\ell + \mathbf{e}_\ell) = \nabla g(\mathbf{h}_\ell) + \nabla^2 g(\mathbf{h}_\ell) (\mathbf{h}_\ell + \mathbf{e}_\ell - \mathbf{h}_\ell) + \dots = 0.$$

Не учитывая члены высших порядков, можно получить выражение для вектора невязки

$$\nabla g(\mathbf{h}_\ell) = -\nabla^2 g(\mathbf{h}_\ell) \mathbf{e}_\ell,$$

откуда

$$\mathbf{e}_\ell = -\left[ \nabla^2 g(\mathbf{h}_\ell) \right]^{-1} \nabla g(\mathbf{h}_\ell), \quad (24)$$

где  $\nabla^2 g(\mathbf{h}_\ell)$  – матрица Гессе целевой функции, которая определяется как

$$\nabla^2 g(\mathbf{h}_\ell) = 2 \sum_{\omega \in [0, \pi]} B_\mu(\omega) \left( \left( \text{grad } E(\omega) \right) \left( \text{grad } E(\omega) \right)^T + E(\omega) \mathbf{H}(E(\omega)) \right).$$

Здесь  $\mathbf{H}(E(\omega)) = \mathbf{h}_\ell^T \left( \mathbf{R}(\omega) + \mathbf{R}^T(\omega) \right)^T \left( \mathbf{R}(\omega) + \mathbf{R}^T(\omega) \right) \mathbf{h}_\ell + \left( \mathbf{h}_\ell^T \mathbf{R}(\omega) \mathbf{h}_\ell \right) \left( \mathbf{R}(\omega) + \mathbf{R}^T(\omega) \right) + \mathbf{h}_\ell^T \times \left( \mathbf{I}(\omega) + \mathbf{I}^T(\omega) \right)^T \left( \mathbf{I}(\omega) + \mathbf{I}^T(\omega) \right) \mathbf{h}_\ell + \left( \mathbf{h}_\ell^T \mathbf{I}(\omega) \mathbf{h}_\ell \right) \left( \mathbf{I}(\omega) + \mathbf{I}^T(\omega) \right)$  – матрица Гессе функции ошибки.

Для расчета начальных значений коэффициентов фильтра-прототипа ( $\mathbf{h}_0$ ) предполагается использовать методы, разработанные для равнополосных банков фильтров [13, 14]. Далее на  $\ell$ -й итерации вычисляется вектор невязки при помощи (24), после чего обновляется вектор коэффициентов:

$$\mathbf{h}_{\ell+1} = \mathbf{h}_\ell + \mathbf{e}_\ell.$$

Критерием окончания процедуры является малая величина нормы вектора невязки  $\|\mathbf{e}_\ell\|^2 \leq \eta$ , где  $\eta$  – малое положительное число (типичное значение  $\eta = 10^{-10}$ ).

Во внешнем цикле оптимизации происходит перерасчет весовой функции  $B_\mu(\omega)$ . Пусть  $\mathbf{h}_{\mu,opt}$  – решение, которое было найдено посредством процедуры, описанной выше для конкретного значения функции  $B_\mu(\omega)$ . Вычислим значение функции ошибки  $E_{\mu,opt}(\omega)$  для полученного вектора коэффициентов  $\mathbf{h}_{\mu,opt}$  и определим  $V_\mu(\omega_l)$  как  $l$ -й экстремум функции  $|E_{\mu,opt}(\omega)|$ . Далее введем огибающую функцию

$$\beta_\mu(\omega) = \frac{\omega - \omega_l}{\omega_{l+1} - \omega_l} V_\mu(\omega_{l+1}) + \frac{\omega_{l+1} - \omega}{\omega_{l+1} - \omega_l} V_\mu(\omega_l); \quad \omega \in [0, \pi],$$

где  $l$  выбирается так, что  $\omega_l \leq \omega \leq \omega_{l+1}$ . Огибающая функция  $\beta_\mu(\omega)$  показывает, что больший относительный вес должны иметь те участки в частотной области, на которых  $|E_{\mu,opt}(\omega)|$  имеет большее значение (рис. 8).

Новая весовая функция  $B_{\mu+1}(\omega)$  получается с использованием следующего правила [13]:

$$B_{\mu+1}(\omega) = B_\mu(\omega) \frac{\beta_\mu(\omega)^\theta}{A_\mu},$$

где нормализующий множитель  $A_\mu$  определяется выражением

$$A_\mu = \sqrt{\sum_{\omega \in [0, \pi]} \beta_\mu(\omega)^{2\theta}}.$$

Здесь  $\theta$  – положительное число, влияющее на сходимость алгоритма. Начальное значение весовой функции  $B_\mu(\omega) = 1, \forall \omega \in [0, \pi]$ .

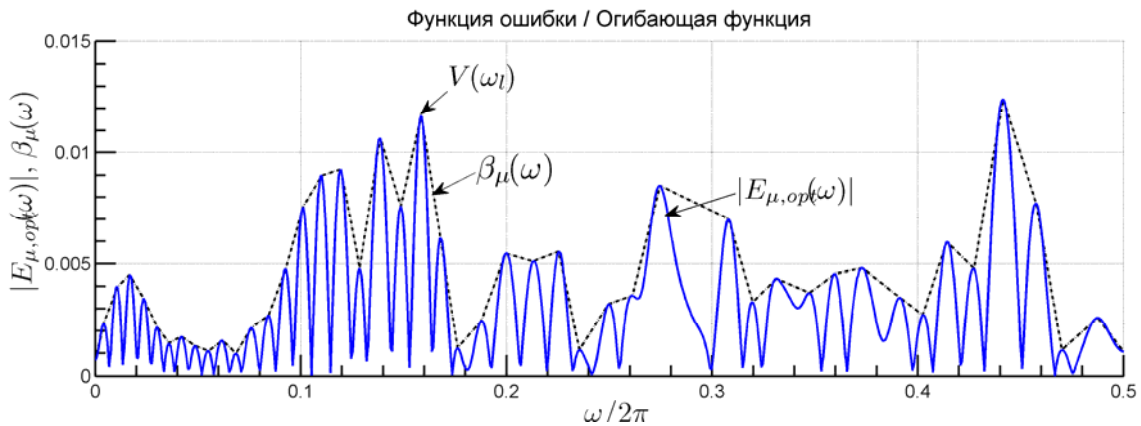


Рис. 8. Функция ошибки  $|E_{\mu,opt}(\omega)|$  и огибающая функция  $\beta_\mu(\omega)$

Итерационный алгоритм завершается, когда

$$\frac{\max \beta_\mu(\omega) - \min \beta_\mu(\omega)}{\max \beta_\mu(\omega) + \min \beta_\mu(\omega)} \leq \psi,$$

где  $\psi$  – константа, определяющая «пологость» огибающей  $\beta_\mu(\omega)$ . Ориентировочные значения для параметров внешнего цикла оптимизации  $0,5 \leq \psi \leq 0,6$ , а  $1,0 \leq \theta \leq 1,5$ . Число точек частот-

ной сетки для расчета функции ошибки, как правило, выбирается равным  $4N$ , где  $N$  – порядок фильтра-прототипа.

### 3. Результаты экспериментов

#### 3.1. Расчет коэффициентов децимации/интерполяции

В качестве практического примера рассмотрим 18-канальный неравнополосный КМБФ, который аппроксимирует психоакустическую шкалу барков при частоте дискретизации сигнала  $f_s = 8$  кГц. Для этого согласно [20] установим коэффициент деформации оси частот  $\alpha = 0,4092$ . Далее воспользуемся алгоритмом определения частотных полос неравнополосного КМБФ для нахождения коэффициентов децимации/интерполяции. В качестве примера определим коэффициент децимации/интерполяции для третьего канала ( $k = 2$ ) банка фильтров. Необходимые границы частот равнополосного банка фильтров равны

$$F_1^u = \frac{\pi}{18}, \quad F_1^l = \frac{4\pi}{18}.$$

Используя (17), найдем соответствующий частотный диапазон для третьего канала неравнополосного КМБФ (значения частот нормированы к значению частоты дискретизации):

$$f_{L_2} = \frac{\varphi(F_1^l)}{\pi} \approx 0,0119, \quad f_{U_2} = \frac{\varphi(F_1^u)}{\pi} \approx 0,0493.$$

Применим правило (16) для определения коэффициента  $S_2$ :

$$1 \leq n_2 \leq \left\lfloor \frac{f_{U_2}}{f_{U_2} - f_{L_2}} \right\rfloor = \lfloor 1,3196 \rfloor = 1 \Rightarrow n_2 = 1,$$

$$\left\lfloor \frac{n_2}{2f_{U_2}} \right\rfloor \geq S_2 \geq \left\lfloor \frac{n_2 - 1}{2f_{L_2}} \right\rfloor \Rightarrow \left\lfloor \frac{1}{0,0985} \right\rfloor \geq S_2 \geq \left\lfloor \frac{0}{0,0239} \right\rfloor \Rightarrow \lfloor 10,15 \rfloor \geq S_2 \geq \lfloor 0 \rfloor \Rightarrow S_2 = 10.$$

Аналогичным образом определяются оставшиеся коэффициенты децимации/интерполяции канальных сигналов неравнополосного КМБФ:

$$S_k = [28, 13, 10, 7, 6, 5, 9, 7, 6, 5, 4, 4, 3, 3, 1, 2, 2, 4], \quad 0 \leq k < M.$$

По этим значениям можно вычислить коэффициент передискретизации банка фильтров [21] (от англ. *oversampling factor*), иногда называемый также общим отношением передискретизации (от англ. *total oversampling ratio*), который рассчитывается как

$$TOR = \sum_{k=0}^{M-1} \frac{1}{S_k}.$$

Данный показатель отражает отношение числа отсчетов сигналов в каналах банка фильтров к числу отсчетов входного сигнала. В случае критически децимированного банка фильтров это отношение равно единице, что означает отсутствие информационной избыточности (последовательность из  $M$  входных отсчетов преобразуется в  $M$  канальных сигналов – по одному отсчету в каждом канале). Для рассматриваемого банка фильтров  $TOR = 4,75$ , что говорит о наличии

определенной информационной избыточности сигналов в каналах банка фильтров. Уменьшение значения  $TOR$  привело бы к увеличению уровня искажений, образующихся в результате эффекта наложения спектров. Значение  $TOR > 1$  обычно является платой за уменьшение уровня искажений, вносимых банком фильтров. Так, для банка фильтров, предлагаемого в [21], общее отношение передискретизации равно четырем.

### 3.2. Оптимизация фильтра-прототипа

В качестве начального приближения рассчитаем фильтр-прототип для банка фильтров, используя метод [13], порядок фильтра-прототипа примем  $N=144$ . В результате предварительного расчета получен неравнополосный банк фильтров анализа (рис. 9).

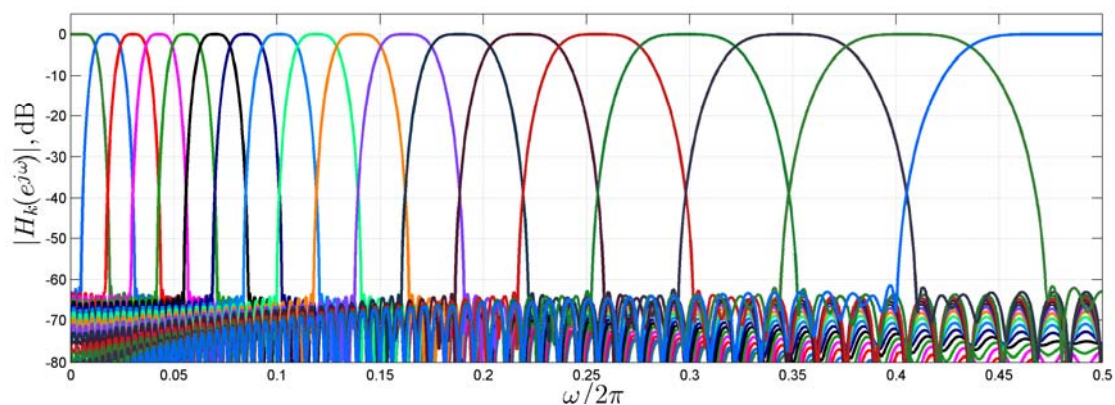


Рис. 9. АЧХ неравнополосного банка фильтров анализа ( $M = 18$ ,  $\alpha = 0,4092$ )

Результат применения предлагаемого метода проектирования неравнополосного КМБФ показан на рис. 10. По виду частотной характеристики оптимизированного фильтра-прототипа можно сделать вывод, что оптимизационная процедура увеличила коэффициент ослабления в тех частотных областях, которые влияют на подавление компонент наложения спектров, появляющихся как результат процесса децимации/интерполяции сигналов в каналах банка фильтров.

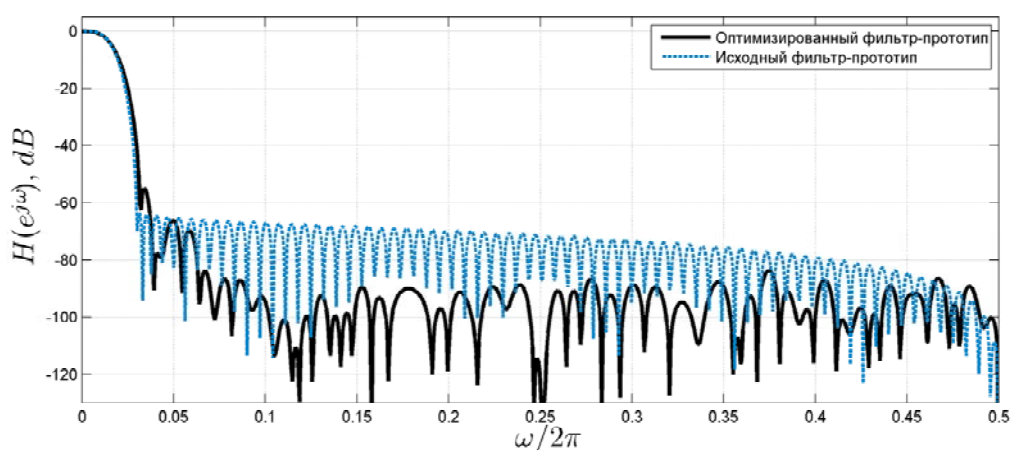


Рис. 10. АЧХ фильтров-прототипов неравнополосного КМБФ

Результаты сравнения функции  $T_{all}(e^{j\omega})$  исходного и оптимизированного банков фильтров (рис. 11) показывают, что предлагаемый метод проектирования позволяет уменьшить уровень искажений с 0,018 до 0,002 дБ.

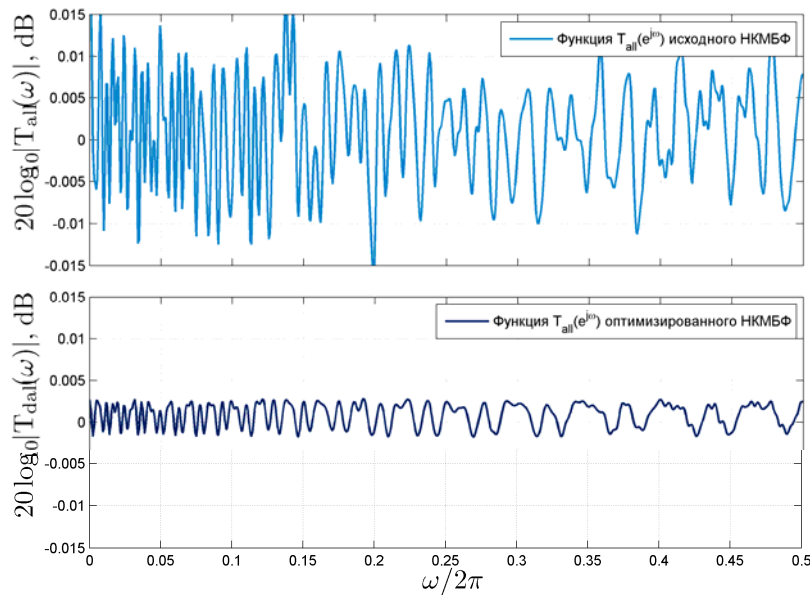


Рис. 11. Частотные характеристики исходного и оптимизированного НКМБФ

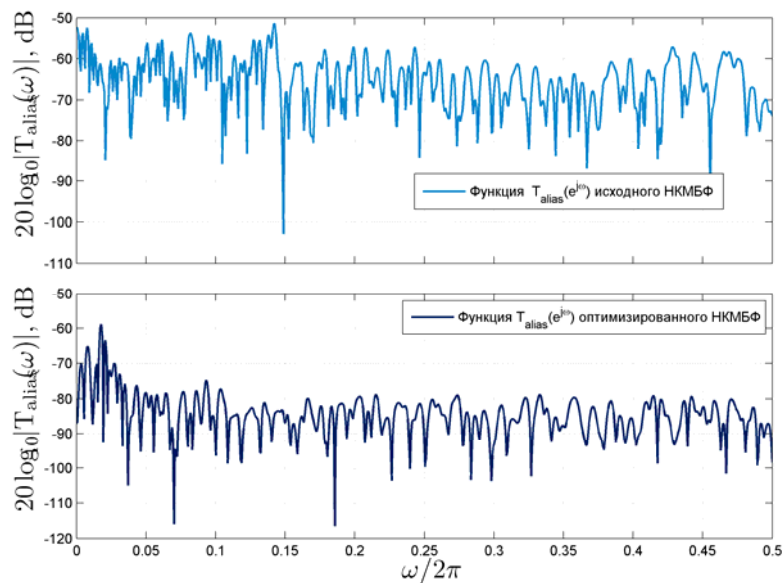


Рис. 12. Частотная характеристика передачи компонент наложения спектров исходного и оптимизированного неравнополосного КМБФ

Рис. 12 дает представление об уровне компонент наложения спектров, присутствующих в реконструированном сигнале. В среднем уровень компонент наложения спектра уменьшается на 20 дБ.

### 3.3. Бичастотная функция неравнополосного КМБФ

Лучшее представление о возникающих в системе анализа/синтеза банка фильтров нежелательных компонентах наложения спектров дает построение *бичастотной функции системы* с переменными параметрами (от англ. *time-varying system*). Линейная система с переменными параметрами может быть записана в виде следующего соотношения вход/выход:

$$y[m] = \sum_{n=-\infty}^{\infty} K(m, n)x[n],$$



где  $K(m, n)$  – отклик системы (или функция Грина), которая соответствует отклику системы в момент времени  $m$  на входное воздействие в момент времени  $n$ . Функцию

$$K(e^{j\omega'}, e^{j\omega}) = \frac{1}{2\pi} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} K(m, n) e^{j\omega' n} e^{-j\omega m}$$

называют бичастотной функцией системы. Данная функция определяет отображение из частотной области сигнала  $X(e^{j\omega})$  в частотную область  $Y(e^{j\omega'})$ .

Бичастотная функция позволяет оценить величину компонент наложения АЧХ каналов банка фильтров, возникающих в результате процесса децимации/интерполяции сигнала, в каждом отдельном канале. На рис. 13 изображены компоненты наложения спектров, появляющиеся в результате процесса децимации/интерполяции только во втором канале банка фильтров ( $S_1 = 13$ ). В следующем примере (рис. 14) показываются бичастотные функции для исходного и оптимизированного неравнополосного КМБФ (при децимации/интерполяции всех каналов).

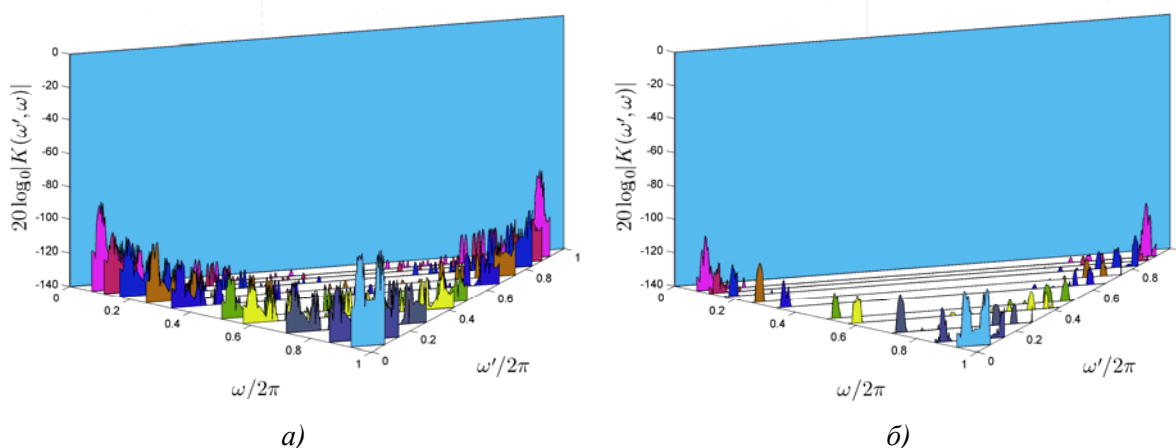


Рис. 13. Компоненты наложения спектров, возникающие в результате децимации/интерполяции во втором канале неравнополосного КМБФ: а) исходный банк фильтров; б) оптимизированный

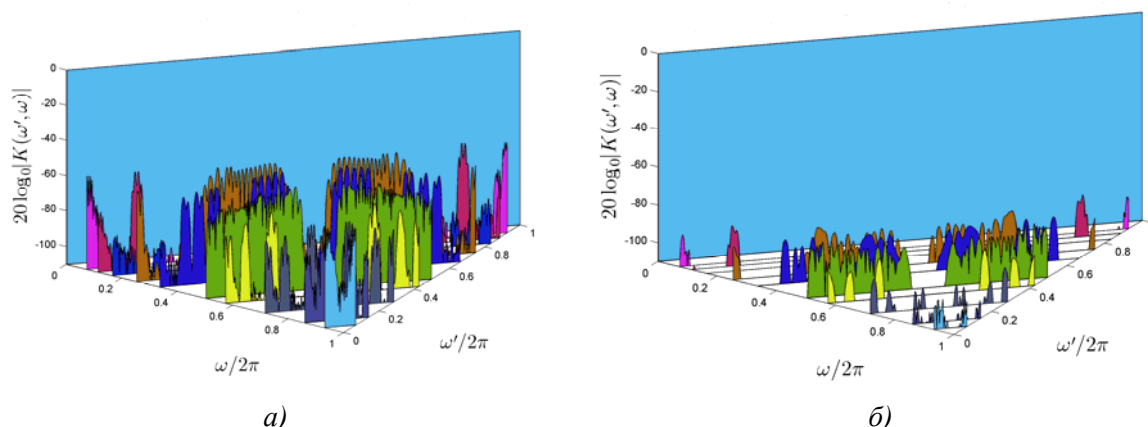


Рис. 14. Бичастотные функции неравнополосного КМБФ: а) исходный банк фильтров; б) оптимизированный

Бичастотная функция оптимизированного неравнополосного КМБФ (рис. 14, б) показывает, что уровень компонент наложения спектров, появляющихся в результате процесса децимации/интерполяции, значительно ниже, чем у исходного неравнополосного КМБФ. Это объясняется тем, что на этапе оптимизации фильтра-прототипа учитывался специфический набор коэффициентов децимации/интерполяции  $S_k$ . Полученный в результате оптимизации фильтр-

прототип (и банк фильтров на его основе) позволяет лучше ослаблять компоненты наложения спектров, что приводит к меньшему уровню искажений в реконструированном сигнале.

### Заключение

Предложенный в статье метод проектирования неравнополосного передискретизированного КМБФ позволяет получать банк фильтров с малым уровнем вносимых искажений. В основе метода лежит оптимизационная процедура расчета фильтра-прототипа, которая учитывает конкретные значения коэффициентов децимации/интерполяции  $S_k$  сигналов в каналах банка фильтров. Данная особенность позволяет значительно снизить эффекты, связанные с наложением спектра. Экспериментальные данные подтверждают эффективность предлагаемого метода для уменьшения уровня искажений, вносимых банком фильтров в реконструированный сигнал.

### Список литературы

1. Вайдьянатхан, П.П. Цифровые фильтры, блоки фильтров и полифазные цепи с многократной дискретизацией : методический обзор / П.П. Вайдьянатхан // ТИИЭР. – 1990. – № 3. – С. 77–119.
2. Крот, А.М. Теория анализа и синтеза бэнк-фильтров и их применение / А.М. Крот, В.О. Кудрявцев // Успехи современной радиоэлектроники. – 1999. – № 2. – С. 3–17.
3. Piotrowski, A. Digital filter banks: analysis, synthesis and implementation for multimedia systems / A. Piotrowski, M. Parfieniuk. – Bialystok : Wydawnictwo Politechniki Bialostockiej, 2006. – 389 p.
4. Petrovsky, Al. Real-time wavelet packet-based low bit rate audio coding on a dynamic reconfigurable system / Al. Petrovsky, D. Krahe, A.A. Petrovsky // 114<sup>th</sup> AES Convention : Netherlands, Amsterdam, March 22–25, 2003. – Amsterdam, 2003. – P. 1–22.
5. Oppenheim, A. Computation of Spectra with Unequal Resolution Using the Fast Fourier Transform / A. Oppenheim, D. Johnson, K. Streiglitz // Proceeding of IEEE. – 1971. – Vol. 59, № 2. – P. 299–301.
6. Gülzow, T. Comparison of a discrete wavelet transformation and nonuniform polyphase filterbank applied to spectral-subtraction speech enhancement / T. Gülzow, A. Engelsberg, U. Heute // Signal Processing. – 1998. – Vol. 64, № 1. – P. 109–112.
7. Löllmann, H.W. Least-square design of DFT filter-banks based on allpass transformation of higher order / H.W. Löllmann, P.Vary // IEEE transaction on signal processing. – 2010. – Vol. 58, № 4. – P. 2393–2398.
8. Kappelan, M. Flexible nonuniform filter banks using allpass transformation of multiple order / M. Kappelan, B. Straub, P.Vary // European signal processing conference: proceedings of inter conf. – Trieste, Italy, 1996. – Vol. 3. – P. 1745–1748.
9. Parfieniuk, M. Tunable non-uniform filter bank mixing cosine modulation with perceptual frequency warping by allpass transformation / M. Parfieniuk, A. Petrovsky // Automatic Control and Computer Sciences. – 2004. – Vol. 38, № 4. – P. 44–52.
10. Koilpillai, D. Cosine-modulated FIR filter banks satisfying perfect reconstruction / D. Koilpillai, P.P. Vaidyanathan // IEEE transaction on signal processing. – 1992. – Vol. 40, № 4. – P. 770–783.
11. Rothweiler, J.H. Polyphase quadrature filters – a new subband technique / J.H. Rothweiler // IEEE Intern. conf. on acoustic speech and signal processing, Boston, USA, 1983. – Boston, 1983. – P. 1280–1283.
12. Koilpillai, D. A spectral factorization approach to pseudo-QMF design / D. Koilpillai, P.P. Vaidyanathan // IEEE intern. symposium on circuits and systems, Singapore, June 11–14, 1991. – Singapore, 1991. – P. 160–163.
13. Goh, C.K. An efficient algorithm for the design of weighted minimax M-channel cosine-modulated filter banks / C.K. Goh, Y.C. Lim // IEEE signal processing letters. – 1998. – Vol. 46, № 5. – P. 1426–1430.
14. Lin, Y.P. A Kaiser window approach for the design of prototype filters of cosine-modulated filterbanks / Y.P. Lim, P.P. Vaidyanathan // IEEE signal processing letters. – 1998. – Vol. 5, № 6. – P. 132–134.

15. Püschel, M. Algebraic Signal Processing Theory: Cooley-Tukey Type Algorithms for DCTs and DSTs / M. Püschel, J.M.F. Moura // IEEE Transactions on Signal Processing. – 2008. – Vol. 56, № 4. – P. 1502–1521.

16. Вашкевич, М.И. Неравнополосные банки фильтров для слуховых аппаратов: анализ алгоритмов, автоматизация проектирования / М.И. Вашкевич, А.А. Петровский // Автоматизация проектирования дискретных систем : материалы Седьмой Междунар. конф., Беларусь, Минск, 16–17 нояб. 2010 г. – Минск, 2010. – С. 53–60.

17. Vaughan, R.G. The theory of bandpass sampling / R.G. Vaughan, N.L. Scott, R. White // IEEE transaction on signal processing. – 1991. – Vol. 39, № 9. – P. 1973–1984.

18. Parfieniuk, M. Simple rule of selection of subsampling ratios for warped filter banks / M. Parfieniuk, A.A. Petrovsky // Известия Белорусской инженерной академии. – 2003. – № 1. – С. 130–134.

19. Рабинер, Л. Теория и применение цифровой обработки сигналов / Л. Рабинер, Б. Гоулд. – М. : Мир, 1978. – 848 с.

20. Smith, J.O. Bark and ERB bilinear transforms / J.O. Smith, J.S. Abel // IEEE transaction on speech, audio processing. – 1999. – Vol. 7, № 6. – P. 697–708.

21. A novel approach to the design of oversampling complex-modulated digital filter banks / C. Stöcker [et al.] // European signal processing conference : proc. of 17th intern. conf., Glasgow, Scotland, August 24–28, 2009. – Glasgow, 2009. – P. 2648–2652.

Поступила 25.02.11

*Белорусский государственный университет  
информатики и радиоэлектроники,  
Минск, П. Бровки, 6  
e-mail: vashkevich@bsuir.by,  
palex@bsuir.by*

**M.I. Vashkevich, A.A. Petrovsky**

### **A METHOD OF DESIGN OF OVERSAMPLED WARPED COSINE-MODULATED FILTER BANKS**

A method of design of oversampled warped cosine-modulated filter banks with low distortion level of reconstructed signal is proposed. The method is based on optimization of coefficients of filter prototype that allows reducing distortion introduced by decimation/interpolation of channel signals. The problem of choosing subsampling ratios is also considered. The chosen subsampling ratios were taken into account in optimization procedure of filter prototype. The efficiency of the method is proved by real examples.