

УДК 004.934, 004.52

А.Н. Кавальчук, Ал.А. Петровский

## ФОРМУЛА ДЛЯ ПЕРЕХОДА ИЗ ОБЛАСТИ ЧАСТОТ К ШКАЛЕ БАРКОВ И ОБРАТНО

Рассматриваются три широко используемые формулы для аппроксимации шкалы барков, заданные как функции от частоты. Две формулы имеют достаточную точность в относительно узком диапазоне звуковых частот, а выражение Цвикера при достаточной точности не имеет обратной формы. Предлагается новая формула (и ее аналитический вывод) для перехода из области частот к шкале барков и обратно, которая имеет погрешность менее 0,05 барка в диапазоне частот от 20 Гц до 15,5 кГц.

### Введение

Известно, что сильные сигналы маскируют более слабые, если их частоты близки. Эффект маскирования хорошо описывается с помощью критических полос слуха (барков) и связан как с психоакустикой, так и с физическими процессами, происходящими в базилярной мембране уха. Деление частотного диапазона на барки (шкала барков) было предложено Эберхардом Цвикером (Eberhard Zwicker) в 1961 г. [1]. Шкала барков делит частотный диапазон от 20 Гц до 15,5 кГц на 24 критические полосы, границы которых заданы в табличном виде:

$$f_{ref} \in \{100, 200, \dots, 12\,000, 15\,500\}, \quad z_{ref} \in \{1, 2, \dots, 23, 24\}.$$

Шкала барков широко используется в системах перцептуального кодирования звука и речи, одной из задач которых является уменьшение объема передаваемой информации. Табличное задание шкалы не всегда удобно, поэтому для перехода к шкале барков часто используется какое-либо приблизительное аналитическое выражение, одно из которых было предложено Цвикером совместно с Эрнстом Терхардом (Ernst Terhardt) в 1980 г. [2]:

$$Z_{Zwicker}(f) = 13 \cdot \tan^{-1}\left(\frac{0,76 \cdot f}{1000}\right) + 3,5 \cdot \tan^{-1}\left(\left(\frac{f}{7500}\right)^2\right), \text{ барк.} \quad (1)$$

На рис. 1, а тонкой линией показана зависимость, получаемая с помощью формулы (1), а жирной штриховой линией – эталонная шкала барков. Отклонение от эталонной шкалы барков  $\Delta z$  отображено на рис. 1, б, на котором видно, что максимальное абсолютное отклонение  $\Delta z_{max}$  не превышает 0,2 барка в диапазоне частот от 20 Гц до 15,5 кГц. Это совпадает с оценками авторов.

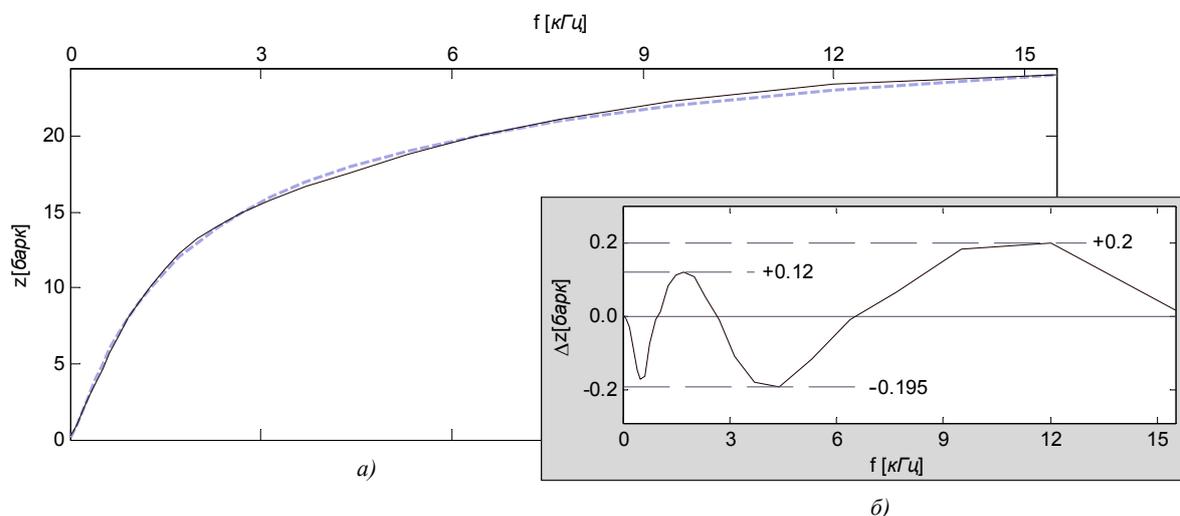


Рис. 1. Аппроксимация шкалы барков с помощью формулы Цвикера

Другая формула предложена Манфредом Шредером (Manfred Robert Schroeder) [3]:

$$Z_{Schroeder}(f) = 7 \cdot \sinh^{-1}(f/650), \text{ барк.} \quad (2)$$

На рис. 2, а тонкой линией показана зависимость, полученная с помощью формулы (2). Для сравнения на этом же рисунке жирной штриховой линией отображена эталонная шкала барков. Рис. 2, б дает представление о точности аппроксимации шкалы барков с помощью формулы (2). На частотах выше 4,2 кГц точность аппроксимации выражением (2) падает, а в диапазоне от 20 Гц до 4,2 кГц максимальное абсолютное отклонение не превышает 0,2 барка.

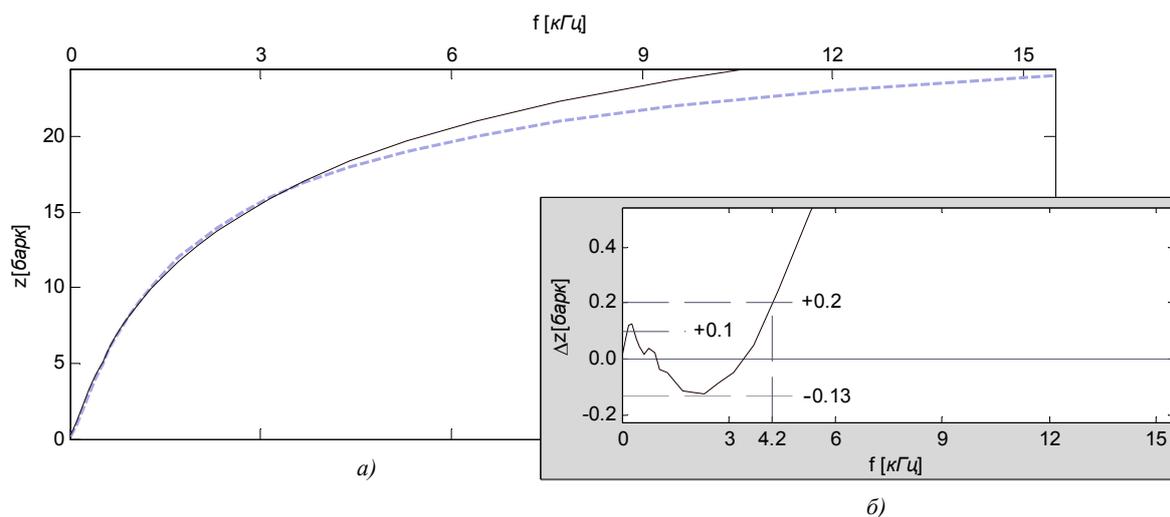


Рис. 2. Аппроксимация шкалы барков с помощью формулы Шредера

Хартмут Траунмюллер (Hartmut Traunmuller) в 1990 г. предложил формулу [4]

$$Z_{Traunmuller}(f) = 26,81 \cdot (1 + 1960/f)^{-1} - 0,53, \text{ барк.} \quad (3)$$

На рис. 3, а тонкой линией показана зависимость  $Z_{Traunmuller}(f)$ , а толстой штриховой линией – эталонная шкала барков. На рис. 3, б отображено отклонение значений, получаемых с помощью выражения (3), от  $z_{ref}$ . Из рис. 3, б видно, что в диапазоне от 200 Гц до 6,8 кГц значение  $\Delta z_{max}$  не превышает 0,05 барка, а в диапазоне от 100 Гц до 8,2 кГц – 0,2 барка.

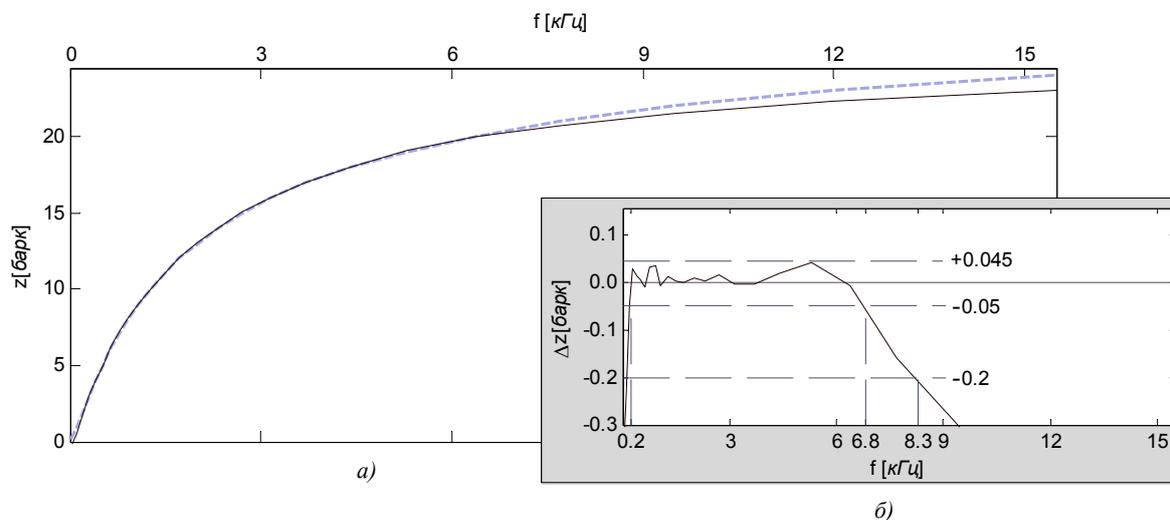


Рис. 3. Аппроксимация шкалы барков с помощью формулы Траунмюллера

В современных работах авторы чаще всего применяют формулы (1)–(3). В задачах, связанных с обработкой речевых (до 4 кГц) или узкополосных (до 8 кГц) сигналов, часто используются выражения (2) и (3), а в приложениях для более широкого диапазона частот, напротив, – выражение (1). Формула (1) имеет максимальную абсолютную погрешность  $\Delta z_{\max} = 0,2$  барка, и ее широкое применение говорит о том, что на практике такое отклонение от эталонной шкалы приемлемо. Приложения, использующие выражения (2) и (3), зачастую имеют диапазон частот, ограниченный интервалом, на котором величина погрешности для них также не превышает значение 0,2 барка. Поэтому в качестве критерия того, что аппроксимация является удовлетворительной, можно использовать оценку максимального отклонения, которая не должна превышать значение  $\Delta z_{\text{margin}} = 0,2$  барка.

Деление на критические полосы используется для анализа сигнала, но в ряде случаев необходим и обратный переход из шкалы герцев в шкалу барков. Так, в технике кодирования TwinVQ, определенной в стандарте кодера MPEG 2 AAC [5], огибающая спектра сигнала передается с использованием шкалы барков, а не герцев. Обратный переход применяется также для определения границ критических полос при многополосной обработке [6], а в работе Шихена Ванга (Shizhen Wang) [7] переход из шкалы герцев в шкалу барков и обратно используется для получения смещенной шкалы в задаче нормализации голосов дикторов. Для формул (2) и (3) задача получения обратного перехода решается с помощью обратных выражений. Для формулы (1) построить точную обратную функцию нельзя, и для решения задачи обычно используется таблично заданная функция, что не всегда является удобным.

Целью настоящей работы является получение новой формулы, аппроксимирующей шкалу барков с абсолютной погрешностью, не превышающей  $\Delta z_{\text{margin}} = 0,2$  барка, в диапазоне от 20 Гц до 15,5 кГц. При этом ее форма должна быть простой для вывода обратного выражения.

## 1. Аналитический вывод формулы для аппроксимации шкалы барков

### 1.1. Получение базового аппроксимирующего выражения в общем виде

Наряду со шкалой барков широко распространена шкала мелов, отражающая нелинейность восприятия высоты тона от частоты и используемая в основном в музыкальной акустике. Шкалы мелов и барков имеют схожую зависимость от частоты, близкую к логарифмической. Переход к шкале мелов осуществляется с помощью формулы [8]

$$Z_{\text{Mel}}(f) = 1127,0105 \cdot \ln(1 + f/700), \text{ мел.} \quad (4)$$

Оригинальную формулу Шредера (2) также можно представить через логарифм:

$$Z_{\text{shroeder}}(f) = 7 \cdot \sinh^{-1}(f/650) = 7 \cdot \ln\left(f/650 + \sqrt{1 + (f/650)^2}\right), \text{ барк.} \quad (5)$$

В формуле (4) часть аргумента логарифма является линейной функцией от частоты в отличие от более сложной суммы двух функций в формуле (5). Учитывая невысокую точность аппроксимации шкалы барков с помощью выражения (5), можно заменить сумму двух функций от частоты в аргументе логарифма на одну более простую без существенной потери точности. Эмпирически подобранные коэффициенты для упрощенной формулы позволили получить зависимость от частоты для выражения (6), очень близкую к оригинальному выражению Шредера:

$$Z_{\text{shroeder}}(f) = 7 \cdot \ln\left(f/650 + \sqrt{1 + (f/650)^2}\right) \approx 4,83 \cdot \ln\left(1,08 + (f/345,77)^{1,476}\right), \text{ барк.} \quad (6)$$

Общий вид формул (4) и (6) можно представить следующим образом:

$$Z(f) = a \cdot \ln\left(c1 + (f/b)^k\right), \text{ где } c1 \approx 1. \quad (7)$$

Формула (7) далее будет использоваться в качестве базовой, различные варианты которой будут обозначаться буквой В (Big или Basic) или L (Little) с порядковым номером, первым вариантом которой является формула (6) с обозначением В1.

Подставляя различные коэффициенты в выражение (7), можно улучшать качество аппроксимации шкалы барков на различных участках шкалы частот. Для оценки качества аппроксимации использовались среднеквадратичное (MSE) и максимальное абсолютное отклонения  $\Delta z_{\max}$  от эталонной шкалы барков. Эмпирический подбор коэффициентов для формулы (7) позволил получить вариант формулы В2, имеющей более точную аппроксимацию шкалы барков, чем В1, в диапазоне частот от 20 Гц до 15,5 кГц, а также еще шесть вариантов (L1–L6), которые с небольшой погрешностью аппроксимируют шкалу барков в более узких частотных диапазонах (табл. 1).

Таблица 1  
Значения коэффициентов для различных вариантов базовой формулы и их оценки

Вариант формулы	Коэффициент				Оценка качества аппроксимации в диапазоне частот			
	a	c1	k	b	MSE	dz <sub>max</sub>	Граница, Гц	
							Нижняя	Верхняя
В1	4,83	1,08	1,476	345,77	0,924	3,129	20	15 500
В2	3,1	1,0	1,86	216,1	0,424	0,638	20	15 500
L1	13,16	0,991	1,04	1060,8	0,0356	0,042	100	770
L2	8,49	0,995	1,1	608,9	0,0275	0,0391	630	1720
L3	5,92	1	1,25	380,9	0,0310	0,0413	1480	3150
L4	4,91	1	1,3	266	0,0362	0,0395	2705	4400
L5	4,2	1	1,3	165,6	0,0262	0,0349	3700	7700
L6	2,29	1	1,87	56,45	0,0491	0,0504	7700	15 500

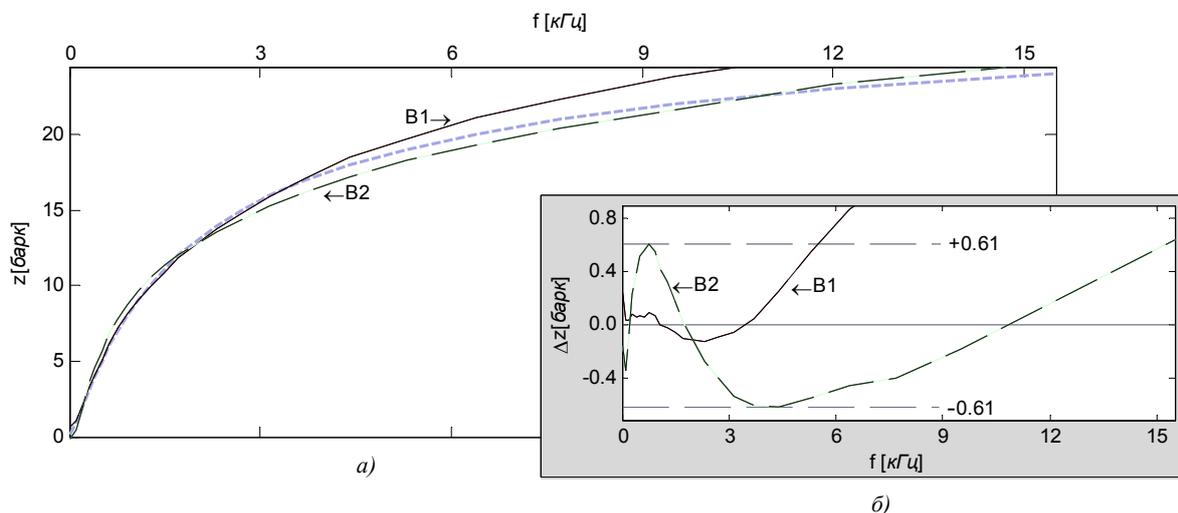


Рис. 4. Результат аппроксимации шкалы барков вариантами В1 и В2 формулы (7)

Графики для вариантов В1 и В2 формулы (7) в сравнении с эталонной шкалой барков, которая показана жирной штриховой линией серого цвета, изображены на рис. 4, а, отклонение вариантов В1 и В2 формулы (7) от эталонной шкалы – на рис. 4, б.

Хотя вариант В2 имеет лучшее качество аппроксимации шкалы барков, чем В1, с максимальной ошибкой аппроксимации  $\Delta z_{\max} = 0,61$  барка (см. рис. 4, б), он не удовлетворяет критерию  $\Delta z_{\text{margin}} = 0,2$  барка.

**1.2. Анализ зависимости параметров базовой формулы через шкалу барков**

Для дальнейшего анализа определим функцию  $Z_{ref}(f)$  как эталон шкалы барков:

$$Z_{ref}(f) \ni \{Z_{ref}(f_{ref}) = z_{ref}\}. \quad (8)$$

В вычислениях в качестве функции (8) использовалась функция интерполяции сплайнами, встроенная в MATLAB (spline), в которую в качестве эталона передавались множества  $z_{ref}$  и  $f_{ref}$ .

Представим общий вид базовой формулы (7), в котором выразим аргумент логарифма как сумму константы  $c1$  и функции  $t(f)$ :

$$Z(f) = a \cdot \ln(c1 + t(f)). \quad (9)$$

Для сохранения эквивалентности выражения (8) исходной формуле (7) определим функцию  $t(f)$ , общий вид которой представлен выражением

$$t(f) = (f/b)^k. \quad (10)$$

Получим функцию, отражающую зависимость значений параметра  $t$  от значений  $z_{ref}$ , как обратное выражение для формулы (9):

$$t(z_{ref}) = e^{z_{ref}/a} - c1. \quad (11)$$

Функция, отражающая зависимость значений  $f$  от  $z_{ref}$ , получается с использованием функции  $t(z_{ref})$  и функции, обратной выражению (10):

$$f(z_{ref}) = b \cdot t(z_{ref})^{1/k}. \quad (12)$$

Подставляя в качестве аргументов функций  $t(z_{ref})$  и  $f(z_{ref})$  значения функции  $Z_{ref}(f)$ , получим зависимость значений аргументов  $t$  и  $f$  от частоты  $f_{ref}$ , которая покажет, какими должны быть «идеальные» значения этих аргументов для получения эталонной шкалы барков с помощью базовой формулы (7):

$$t(f_{ref}) = e^{Z_{ref}(f_{ref})/a} - c1; \quad (13)$$

$$f(f_{ref}) = b \cdot t(f_{ref})^{1/k}. \quad (14)$$

Для анализа зависимости аргументов  $t$  и  $f$  от частоты  $f_{ref}$  построим их графики для всех вариантов базовой формулы. Для возможности отображения графиков для всех вариантов на одном рисунке введем нормализующие коэффициенты  $H_t$  и  $H_f$ , рассчитываемые следующим образом:

$$H_t = 1300 / (e^{Z_{ref}(f_{ref})/a} - c1); \quad (15)$$

$$H_f = 11200 / (b \cdot t(f_{ref})^{1/k}). \quad (16)$$

Рассмотрим графики зависимостей  $t(f_{ref})$  (рис. 5, а) и  $f(f_{ref})$  (рис. 5, б), нормализованных с помощью коэффициентов  $H_t$  и  $H_f$  соответственно. Жирной линией отображены зависимости для варианта В1, а жирной штриховой линией – для варианта В2. Тонкими линиями изображены графики зависимостей для вариантов L1–L6.

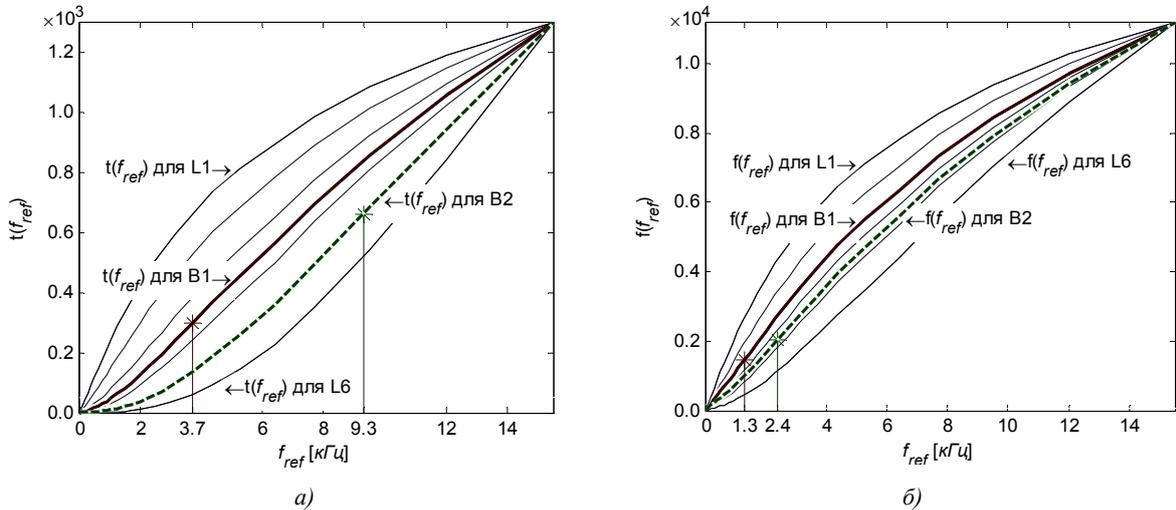


Рис. 5. Зависимости  $t(f_{ref})$  и  $f(f_{ref})$  для различных вариантов базовой формулы

Если проанализировать графики на рис. 5, то можно сказать, что они схожи для аргументов  $t$  и  $f$  и имеют S-образный вид. Графики  $t(f_{ref})$  для вариантов L1 (выпуклый вверх) и L6 (выпуклый вниз) можно считать частными случаями, в которых точки перегиба смещены в область нижних и верхних частот соответственно. Для вариантов В1 и В2 точки перегиба обозначены звездочками.

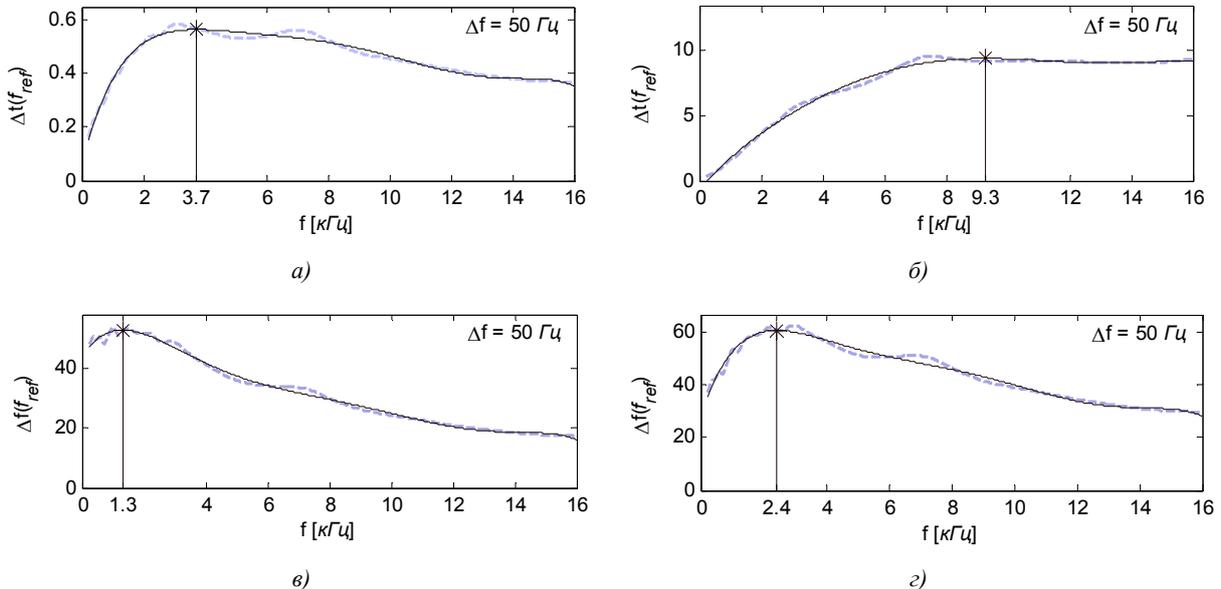


Рис. 6. Скорость изменения  $t$  и  $f$  в зависимости от  $f_{ref}$  для вариантов В1 и В2

Точка перегиба была определена с помощью дискретного дифференцирования функций  $t(f_{ref})$  и  $f(f_{ref})$  с шагом  $\Delta f = 50$  Гц. На рис. 6, а и б показаны значения производной параметров  $t$  и  $f$  в зависимости от частоты для варианта В1, а на рис. 6, в и г – для варианта В2 соот-

ответственно. Фактические данные отображены жирной серой штриховой линией, аппроксимация полиномом, рассчитанным с помощью встроенных средств MATLAB, – сплошной тонкой линией. Точка перегиба определяется как частота, соответствующая максимуму скорости изменения аргументов, для данных, полученных аппроксимирующим полиномом, а не фактических данных, так как за счет их волнообразного характера значение частоты, соответствующей точке перегиба, меняется скачкообразно.

Теперь для получения формулы, точно аппроксимирующей шкалу барков, необходимо найти  $S$ -образную функцию, которая будет иметь зависимость от частоты, показанную на рис. 5. Обозначим искомую  $S$ -образную функцию как  $S(f)$ . Для различных вариантов выражений и типа аргумента ( $t$  или  $f$ ) диапазоны значений функции  $S(f)$  будут отличаться, поэтому введем масштабирующий коэффициент  $m$ . Подставляя вместо аргументов  $t$  и  $f$  функцию  $S(f)$  с масштабирующим коэффициентом  $m$  в формулу (7), получим

$$Z(f) = a \cdot \ln(c1 + t(f)) \rightarrow Z(f) = a \cdot \ln(c1 + m \cdot S(f)); \quad (17)$$

$$Z(f) = a \cdot \ln(c1 + t(f)) \rightarrow Z(f) = a \cdot \ln(c1 + t(m \cdot S(f))). \quad (18)$$

Подставляя функцию (8) в выражение (18), получим

$$Z(f) = a \cdot \ln(c1 + t(m \cdot S(f))) \rightarrow Z(f) = a \cdot \ln\left(c1 + \left(\frac{m \cdot S(f)}{b}\right)^k\right). \quad (19)$$

Соотношение  $m/b$  в формуле (19) является постоянным коэффициентом, и его можно вынести за скобки в виде  $(m/b)^k$ . Коэффициент  $(m/b)^k$  также является постоянным, и его можно заменить одним коэффициентом  $m$ , упростив формулу (19):

$$Z(f) = a \cdot \ln\left(c1 + \left(\frac{m \cdot S(f)}{b}\right)^k\right) \rightarrow Z(f) = a \cdot \ln(c1 + m \cdot S(f)^k). \quad (20)$$

При  $k=1$  выражение (17) является частным случаем формулы (20), поэтому в дальнейшем в качестве базовой используется формула (20), которая при наличии функции  $S(f)$  будет точно аппроксимировать шкалу барков.

### 1.3. Поиск вариантов $S$ -образных функций

Задача сводится к поиску функции  $S(f)$ . Класс  $S$ -образных функций также имеет название сигмоидных функций и часто используется для активации в нейронных сетях [9]. Аппроксимация различных кривых, описывающих, например, явление гистерезиса, осуществляется также при помощи  $S$ -образных функций [10]. Большинство  $S$ -образных функций базируется на сложных полиномах, для которых обратные функции громоздки или отсутствуют, однако некоторые элементарные тригонометрические и гиперболические функции подходят для решения данной задачи, так как обладают необходимой характеристикой в окрестности точки  $x=0$ , где  $x=0$  – точка перегиба.

В качестве  $S$ -образной используется функция  $\sinh^{-1}(x)$  с желательным интервалом аргумента  $x \in [-4\pi, 4\pi]$ . Реальным аргументом функции является значение частоты  $f$ , лежащей в интервале  $f \in [20, 20\,000]$ , и величину  $f$  необходимо масштабировать так, чтобы она попадала в желательный интервал, а точка перегиба – в точку  $x=0$ . Затем значение функции необходимо перенести в область положительных значений, сложив с константой, значение которой

равно значению функции на частоте  $f = 0$  Гц с учетом других коэффициентов. В результате получим выражение (21), являющееся первым вариантом функции  $S(f)$ . В выражении (21) константа  $p$  задает точку перегиба, а коэффициент  $d$  определяет ширину интервала аргумента  $x$  для  $\sinh^{-1}(x)$ :

$$S_1(f) = \sinh^{-1}\left(\frac{f-p}{d}\right) - \sinh^{-1}\left(\frac{0-p}{d}\right), \quad \text{если } -10 \leq \frac{f-p}{d} \leq 10. \quad (21)$$

Анализируя функцию  $\sinh^{-1}(x)$  на участке  $x \in [0, 4\pi]$ , можно, как в случае с формулами (5) и (6), заменить ее на функцию вида  $\ln(x+c)$ . График последней является выпуклым вверх, а в области малых значений  $x$ , где  $x < c$ , он будет практически линейным. Это объясняется тем, что в области малых значений аргумент логарифма будет определяться в основном значением константы  $c$ , и рост  $x$  в этой области будет вызывать лишь незначительный рост аргумента логарифма. Возведение  $x$  в степень  $q$ , где  $q > 1$ , приведет к получению  $S$ -образной функции:

$$S_2(f) = \ln\left(\left(\frac{f+o}{p}\right)^q + c2\right). \quad (22)$$

Получить  $S$ -образную функцию можно также, возведя в степень  $q$  (где  $q > 1$ ) и само выражение вида  $\ln(x+c)$ . Заменяя последнее на функцию  $\sinh^{-1}(x)$ , получим

$$S_3(f) = \sinh^{-1}\left(\frac{f+o}{p}\right)^q. \quad (23)$$

В выражениях (22) и (23) коэффициент  $p$  также определяет точку перегиба, но в отличие от выражения (21) сильное влияние имеет также и коэффициент  $q$ , от значения которого зависит степень выпуклости вверх после точки перегиба.

Подставляя выражения  $S_1(f)$ ,  $S_2(f)$  или  $S_3(f)$  в формулу (20), получим соответственно три формулы для аппроксимации шкалы барков  $Z_v(f)$ , где  $v$  – номер варианта формулы, и задача теперь сводится к нахождению значений коэффициентов данных формул.

#### 1.4. Нахождение оптимальных значений коэффициентов

Для нахождения коэффициентов использовался генетический алгоритм (ГА). Диапазоны возможных значений для различных коэффициентов приведены в табл. 2 и выбраны исходя из значений в табл. 1, а также ограничений на диапазон аргументов выражений (20)–(23).

Таблица 2  
Диапазоны значений коэффициентов для выражений (20)–(23)

Граница значений	Коэффициент								
	$a$	$c1$	$k$	$m$	$d$	$o$	$p$	$q$	$c2$
Нижняя	1,2	0,8	1	$10^{-4}$	800	-15	100	1	0,8
Верхняя	14	1,2	3	$10^4$	50 000	100	15 500	3	1,2

Критерием, определяющим качество аппроксимации, является среднеквадратичное отклонение  $MSE_{freq}$  для  $n$  точек, определенных множествами  $f_{ref}$  и  $z_{ref}$ , с предварительным взвешиванием отклонения функциями  $K(f)$ , зависящей от частоты, и  $E(\Delta z)$ :

$$MSE_{freq} = \sqrt{\sum_{i=1}^{i=n} E(K(f_i) \cdot |\Delta z|)^2}, \quad f \in f_{ref}, \quad \Delta z = Z_v(f_i) - Z_{ref}(f_i). \quad (24)$$

Весовая функция  $K(f)$  повышает чувствительность к ошибкам в области средних частот:

$$K(f) = 1,2 - \frac{(\ln(f + 50) - 14,8)^2 + f/210}{300}. \quad (25)$$

Функция  $E(\Delta z)$  позволяет получить более равномерное распределение отклонения за счет нелинейности, обеспечивающей быстрый рост своего значения от аргумента, что приводит к ухудшению критерия  $MSE_{freq}$ , когда отклонение ( $\Delta z$ ) на каком-либо участке частот превышает среднее значение отклонения  $\Delta z$  во всем частотном диапазоне:

$$E(\Delta z) = 0,7 \cdot dz + 10 \cdot dz^2. \quad (26)$$

Для ГА различные варианты формул  $Z_v(f)$  представлены в виде функций от нескольких аргументов (значений коэффициентов), которые минимизируются по критерию (24). В классическом варианте ГА поиск значений параметров производится в рамках всей заданной области значений, но, сузив ее, можно повысить вероятность нахождения оптимума. В используемом варианте алгоритма значения коэффициентов  $m$  и  $p$  выбираются не абсолютно случайно. Коэффициент  $p$  задает точку перегиба для искомой функции  $S(f)$  и зависит от значений коэффициентов  $a$  и  $k$  формулы (20). Ниже приведено эмпирически полученное выражение, позволяющее найти значение коэффициента  $p$  с точностью 4000 Гц в зависимости от аргументов  $a$  и  $k$ :

$$P(a, k) = 19\,000 - 1200 \cdot (2 + k) \cdot \tan^{-1}(2 \cdot (a - 1,7 + \log(k - 0,73))) - 4300 \cdot k^{1,2} \cdot \sinh^{-1}(a/k). \quad (27)$$

Для расчета коэффициента  $m$  определим обратную формуле (20) функцию  $S(z)$ :

$$S(z) = \left( \frac{\exp(z/a) - c1}{m} \right)^{1/k}. \quad (28)$$

Задав для выражения (28) значение коэффициента  $m = 1$ , получим выражение, определяющее требуемое значение  $S(f)$  без учета масштабирующего коэффициента  $m$ :

$$S_{ctrl}(z) = (\exp(z/a) - c1)^{1/k}. \quad (29)$$

Подставив значения коэффициентов в выражение  $S_{ctrl}(z)$  и в используемое выражение  $S_v(f)$  с константами  $f_{ctrl} = 15\,500$  Гц и  $z_{ctrl} = 24$  в качестве аргументов, получаем фактическое и требуемое значения функции  $S(f)$  в заданной контрольной точке. Соотношение требуемого и фактического значений определяет значение коэффициента  $m$  в контрольной точке  $m_{ctrl}$ :

$$m \approx m_{ctrl} = S_{ctrl}(z_{ctrl}) / S_v(f_{ctrl}). \quad (30)$$

## 2. Полученные результаты

В работе были получены оптимальные значения коэффициентов для всех вариантов формул  $Z_v(f)$ . Новый вариант формулы для аппроксимации шкалы барков, который выбирался по

наименьшему значению критериев  $MSE_{freq}$  и  $\Delta z_{max}$ , использует в качестве функции  $S(f)$  выражение (22). С учетом значения коэффициента  $k = 1$  новая формула имеет вид

$$Z_{new}(f) = a \cdot \ln \left( c1 + m \cdot \ln \left( c2 + \left( \frac{f+o}{p} \right)^q \right) \right). \quad (31)$$

Соответствующее обратное выражение для перехода от шкалы барков к шкале герцев имеет вид

$$f_{new}(z) = p \cdot \left( \exp \left( \frac{\exp(z/a) - c1}{m} \right) - c2 \right)^{\frac{1}{q}} - o. \quad (32)$$

Оптимальные значения коэффициентов для формул (31) и (32):  $a = 8,96$ ,  $c1 = 0,978$ ,  $m = 5$ ,  $o = 75,4$ ,  $p = 2173$ ,  $q = 1,347$ ,  $c2 = 0,994$ . При этих значениях предлагаемое выражение имеет значение  $\Delta z_{max} = 0,05$  барка, что в четыре раза меньше заданного критерия  $\Delta z_{margin}$ .

Рис. 7 позволяет оценить точность предлагаемой формулы. На рис. 7, а тонкой сплошной линией показаны значения, получаемые при помощи формулы  $Z_{new}(f)$  на фоне жирной штриховой линии, соответствующей эталонной шкале барков. Рис. 7, б отображает отклонение значений, получаемых с помощью формулы  $Z_{new}(f)$ , от эталонной шкалы барков.

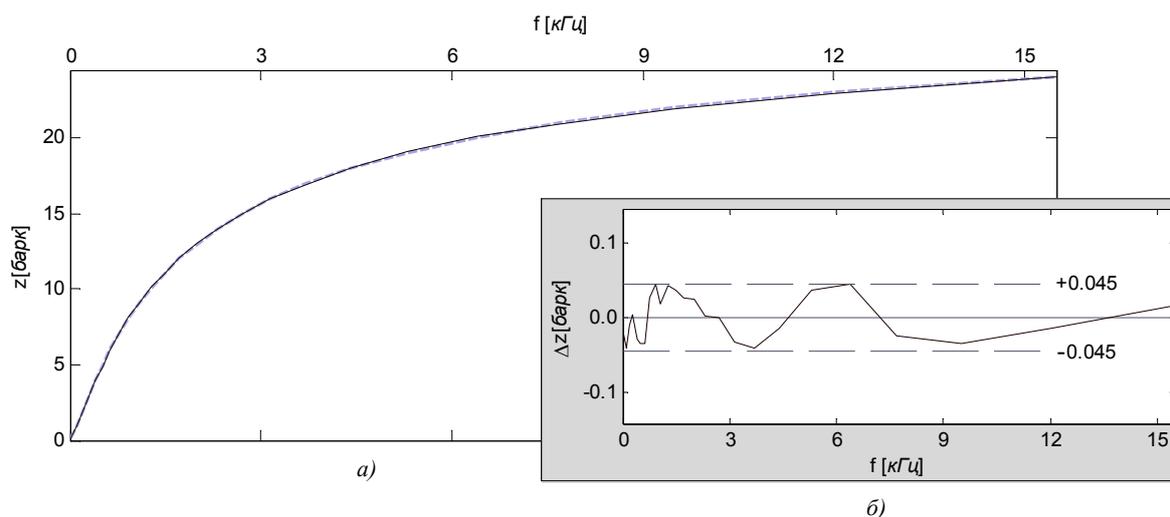


Рис. 7. Аппроксимация шкалы барков с помощью новой формулы

### Заключение

В настоящей работе получена новая формула для аппроксимации шкалы барков абсолютной погрешностью  $\Delta z_{max}$  менее 0,05 барка в диапазоне частот от 20 Гц до 15,5 кГц, что с запасом удовлетворяет критерию  $\Delta z_{margin} = 0,2$  барка. При сравнении точности аппроксимации шкалы барков по критерию  $\Delta z_{max}$  в указанном ранее диапазоне частот формулой (31) и формулами из работ [2–4] можно сказать, что предлагаемая формула имеет наиболее высокую точность. Помимо высокой точности, новая формула имеет обратную форму (32), позволяя осуществлять однозначный переход от шкалы герцев к шкале барков и обратно. Полученную формулу предлагается использовать для задач обработки и анализа сигналов в критических полосах слуха вместо предложенных ранее в [2–4]. Использование одной формулы для осуществления перехода между шкалами барков и герцев позволит упростить интерпретацию результатов, получаемых различными исследователями, и построение универсальных перцептуальных моделей для анализа и обработки звуковых и речевых сигналов в критических полосах слуха.

**Список литературы**

1. Zwicker, E. Subdivision of the audible frequency range into critical bands / E. Zwicker // J. Acoust Soc. Am. – 1961. – № 33. – P. 248–248.
2. Zwicker, E. Analytical expressions for critical-band rate and critical bandwidth as a function of frequency / E. Zwicker, E. Terhardt // J. Acoust Soc. Am. – 1980. – № 68 (5). – P. 1523–1525.
3. Schroeder, M.R. Optimizing digital speech coders by exploiting masking properties of the human ear / M.R. Schroeder, B.S. Atal, J.L. Hall // J. Acoust. Soc. Am. – 1979. – № 66 (6). – P. 1647–1652.
4. Traunmuller, H. Analytical Expressions for the Tonotopic Sensory Scale / H. Traunmuller // J. Acoust. Soc. Am. – 1990. – № 88. – P. 97–100.
5. ISO/IEC 14496–3:2009 Information technology – Coding of audio-visual objects – Part 3: Audio.
6. Wang, M.L. Implementation and Complexity Reduction for Scalable Speech Coders. Dissertation for Doctor of Philosophy / M.L. Wang ; Department of Electrical Engineering National Cheng Kung University. – Taiwan, 2005.
7. Wang, S. Abeer Alwan. Bark-shift based nonlinear speaker normalization using the second subglottal resonance. / S. Wang, Y.H. Lee, A. Alwan // InterSpeech. – 2009. – P. 1619–1622.
8. Dixon Ward, W. Musical Perception / W. Dixon Ward // Foundations of Modern Auditory Theory. – 1970. – № 1. – P. 412–412.
9. Yonaba, H. Comparing Sigmoid Transfer Functions for Neural Network Multistep Ahead Streamflow Forecasting / H. Yonaba, F. Anctil, V. Fortin // J. Hydrol. Eng. – 2010. – № 15. – P. 275.
10. Lapshin, V. Analytical model for the approximation of hysteresis loop and its application to the scanning tunneling microscope / V. Lapshin // Review of Scientific Instruments. – 1995. – № 66 (9). – P. 4718–4730.

**Поступила 03.10.2011**

*Белорусский государственный университет  
информатики и радиоэлектроники,  
Минск, ул. П. Бровки, 6  
e-mail: xmusic@inbox.ru,  
petrovsky@bsuir.by*

**A.N. Kavalchuk, A.I.A. Petrovsky****A FORMULA FOR FREQUENCY CONVERSION  
TO A CRITICAL BAND RATE AND VICE VERSA**

The paper deals with three widely used expressions for approximating the bark scale as a function of frequency. Consideration of expressions revealed that two from them are sufficiently accurate in a relatively narrow range of sound frequencies, and that the Zwicker expression is sufficiently accurate too but has no inverse analytical form. In this paper we propose a new expression (and its analytical derivation) for frequency conversion to a critical band rate and vice versa. The proposed expression has an accuracy of better than 0.05 bark at the frequency range from 20 Hz to 15.5 kHz.