

УДК 658.512.2:621.9.06

Г.М. Левин, Б.М. Розин

## ОПТИМИЗАЦИЯ РЕЖИМОВ ГРУППОВОЙ ОБРАБОТКИ ДЕТАЛЕЙ НЕПЕРЕСЕКАЮЩИМИСЯ БЛОКАМИ ИНСТРУМЕНТОВ НА МНОГОПОЗИЦИОННОМ ОБОРУДОВАНИИ

*Предлагаются математическая модель и декомпозиционные методы оптимизации режимов параллельной обработки группы деталей на многопозиционном многоинструментальном оборудовании непересекающимися блоками инструментов с учетом требуемой производительности и основных конструктивно-технологических ограничений. В качестве целевой функции может выступать один из следующих показателей: себестоимость обработки группы деталей, время ее обработки, суммарные затраты на инструмент.*

### Введение

Задача выбора режимов резания является типовой в комплексе взаимосвязанных задач, возникающих при проектировании как технологических процессов обработки деталей на металлорежущем оборудовании, так и самого оборудования. Режимы резания в значительной степени влияют на структуру технологического процесса, тип и количество оборудования, типоразмеры силовых узлов.

Моделям и методам определения оптимальных режимов работы многоинструментальных наладок металлорежущего оборудования посвящены многие публикации (см., в частности, [1–14]). В этих публикациях, как правило, предполагается обработка деталей лишь одного наименования. В настоящей работе предлагается подход к оптимизации режимов работы инструментальных наладок при параллельной групповой обработке деталей нескольких наименований на многопозиционном многоинструментальном оборудовании. Типичным примером такого оборудования являются агрегатные станки, которые достаточно широко используются в условиях серийного производства для обработки деталей различной конфигурации.

### 1. Постановка задачи

Рассматривается процесс обработки на многопозиционном многоинструментальном оборудовании последовательности деталей, составленной из следующих друг за другом идентичных подпоследовательностей, каждая из которых включает  $h$  деталей  $m$  различных наименований,  $h \geq m$ . В дальнейшем эту подпоследовательность будем называть группой. В группе может быть несколько деталей одного наименования. Предполагается, что рабочие позиции линейно упорядочены и каждая деталь последовательно в этом порядке обрабатывается на каждой рабочей позиции соответствующим этой позиции и детали набором инструментов, причем в каждый момент времени на каждой позиции может обрабатываться лишь одна деталь. Один такт обработки состоит в одновременной обработке на каждой из рабочих позиций соответствующей такту и позиции детали, при этом все инструменты каждой позиции, выполняющие обработку соответствующей детали, также работают одновременно. После завершения любого такта обработки каждая обрабатываемая деталь со своей позиции перемещается на следующую позицию, деталь с последней позиции снимается, а на первую позицию устанавливается очередная деталь последовательности. Таким образом, цикл обработки группы деталей состоит из  $h$  тактов.

В качестве примера рассмотрим схему (рис. 1) размещения деталей из последовательности ...1, 3, 1, 2, 1, 3, 1, 2, 1, 3, 1, 2... в различных тактах обработки на позициях станка с шестипозиционным поворотным столом, на котором одна из позиций (загрузочная) предназначена только для снятия уже обработанной детали и установки очередной. Отметим, что на таких станках снятие и установка деталей обычно осуществляются одновременно с обработкой деталей на остальных (рабочих) позициях. В данном случае каждая группа содержит четыре детали

трех наименований. Без ограничения общности можно считать, что детали в группе упорядочены в порядке 1, 3, 1, 2 и в качестве первого можно считать такт, в котором на первую рабочую позицию поступает первая деталь группы. В данном случае последовательность тактов обработки состоит из циклически повторяющихся подпоследовательностей из четырех различных тактов.

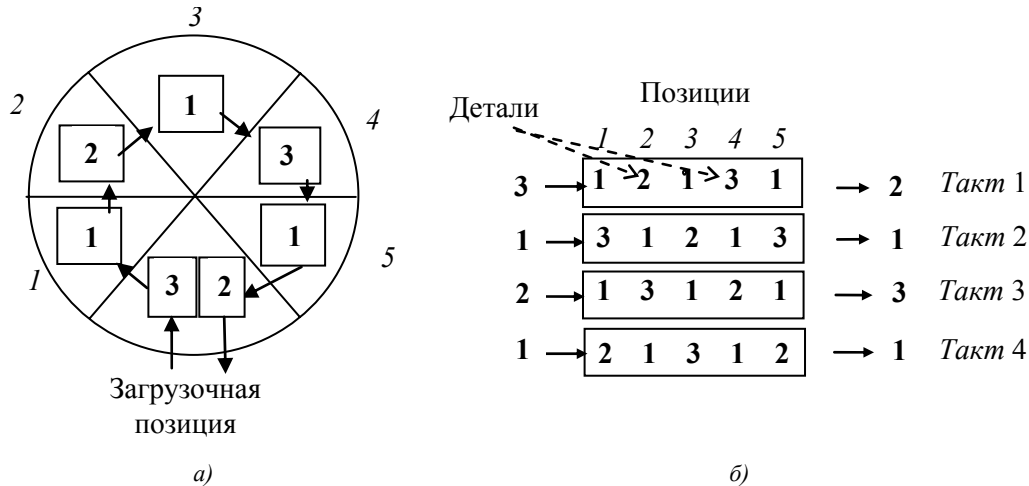


Рис. 1. Расположение деталей группы на позициях станка: а) в первом такте; б) на рабочих позициях в различных тактах обработки

Следует отметить, что при проектировании подобных групповых технологических процессов возникают, вообще говоря, две взаимосвязанные задачи: выбор оптимальной упорядоченности деталей в группе и определение оптимальных режимов обработки. В работе рассматривается только вторая из этих задач в предположении, что порядок деталей в группе задан.

В общем случае инструменты каждой позиции сгруппированы в один или несколько блоков, каждый из которых расположен в отдельной шпиндельной головке со своим приводом подачи. Таким образом, все инструменты одного блока обрабатывают конкретную деталь на одной и той же минутной подаче. Ограничимся частным случаем, когда подмножества инструментов любого блока каждой позиции, выполняющих обработку деталей различных наименований, между собой не пересекаются.

Оптимизируемыми режимами работы являются минутные подачи каждого блока при обработке детали каждого наименования, а также скорости резания (или, что эквивалентно, частоты вращения) всех инструментов.

Предполагаются заданными следующие параметры: длина резания каждым инструментом и величина рабочего хода для каждого блока инструментов при обработке каждого наименования детали; ограничения на диапазоны возможных значений минутных подач, скоростей резания, а также подач на оборот для каждого инструмента и детали; зависимости расчетного периода стойкости инструментов и характеристик процесса обработки от режимов при обработке каждой детали; предельные допустимые значения этих характеристик как для каждого инструмента, так и для каждого блока инструментов; минимально допустимые количества деталей, обработанных каждым инструментом за его период стойкости; предельно допустимое (исходя из требуемой производительности) время обработки группы деталей.

Общее время обработки группы деталей определяется как сумма продолжительностей тактов, составляющих полный цикл обработки группы, и доли времени на смену инструментов, приходящейся на одну группу. Аналогичную структуру имеет и общая себестоимость обработки группы деталей.

Требуется определить такие режимы обработки, которые удовлетворяют всем перечисленным ограничениям и минимизируют себестоимость обработки группы деталей при обеспечении требуемой производительности. Предполагается, что смена инструментов осуществляется независимо по истечении расчетного периода стойкости каждого из них.

## 2. Математическая модель задачи

Для построения математической модели рассматриваемой задачи введем следующие обозначения:

$n$  – число рабочих позиций оборудования;

$M = \{1, \dots, m\}$  – множество наименований деталей, составляющих группу;

$\delta = \{\delta_1, \dots, \delta_h\}$  – последовательность деталей в группе,  $\delta_r \in M, r = 1, \dots, h$ ;

$d(k, r) = \delta_{\chi(k,r)}$  – наименование детали из множества  $M$ , обрабатываемой в такте  $r$  на позиции  $k$ , где  $\chi(k, r) = 1 + \text{mod}(h + r - \text{mod}(k, h), h), r = 1, \dots, h, k = 1, \dots, n; \text{mod}(a, b)$  – остаток от деления  $a$  на  $b$ ;

$m_d$  – число деталей наименования  $d \in M$  в группе;

$I_k$  – множество блоков инструментов на позиции  $k$ ;

$I = \bigcup_{k=1}^n I_k$  – множество всех блоков инструментов;

$J_i$  – множество инструментов блока  $i \in I$  (в дальнейшем инструмент  $j \in J_i$  будет обозначаться как  $ij$ );

$J_i^d$  – подмножество инструментов из  $J_i$ , выполняющих обработку детали  $d \in M$  (предполагается, что  $\bigcup_{d=1}^m J_i^d = J_i$  и  $J_i^l \cap J_i^s = \emptyset$  для всех  $i \in I, l, s \in M, l \neq s$ );

$d_{ij}$  – наименование детали из множества  $M$ , обрабатываемой инструментом  $ij$ ;

$L_i^d$  – величина рабочего хода блока  $i \in I$  при обработке детали  $d \in M$ ;

$l_{ij}$  – длина резания  $ij$ -го инструмента при обработке детали  $d_{ij}$ ;

$S_i^d$  – искомая минутная подача блока  $i \in I$  при обработке детали  $d \in M$  (предполагается, что значения  $S_i^{d_{ij}}$  одинаковы для всех  $ij \in J_i^{d_{ij}}$ );

$w_{ij}$  – искомая скорость резания для инструмента  $ij \in J_i^d$  при обработке детали  $d \in M$ ;

$s_{ij} = S_i^{d_{ij}} / \gamma_{ij} w_{ij}$  – подача на оборот инструмента  $ij$ , где  $\gamma_{ij}$  – константа, связывающая скорость резания  $w_{ij}$  инструментом  $ij$  с частотой его вращения;

$[\underline{S}_i^d, \bar{S}_i^d], [\underline{w}_{ij}, \bar{w}_{ij}], [\underline{s}_{ij}, \bar{s}_{ij}]$  – диапазоны возможных значений параметров  $S_i^d, w_{ij}$  и  $s_{ij}$ .

В дальнейшем  $x_{ij} = (S_i^{d_{ij}}, w_{ij}), X_i^d = (S_i^d, (w_{ij} | ij \in J_i^d)), X^{d,k} = (X_i^d | i \in I_k), X^r = (X_i^{d(k,r),k} | k = 1, \dots, n, i \in I_k)$  и  $X = (X^r | r = 1, \dots, h)$  – режим работы инструментальной наладки в целом, который и требуется определить.

Как и в работах [5, 13], зависимости значений (расчетных) периода стойкости  $T'_{ij}(s_{ij}, w_{ij})$  инструмента  $ij$  и рассматриваемых физических характеристик  $R''_{pij}(s_{ij}, w_{ij}), p \in P_{ij}$ , процесса резания (в частности, усилия резания, шероховатости, температуры в зоне резания и т. д.) от его параметров  $s_{ij}$  и  $w_{ij}$  аппроксимируются функциями вида

$$T'_{ij}(s_{ij}, w_{ij}) = \min \{ C'_{iju} / (s_{ij}^{\eta'_{iju}} w_{ij}^{\mu'_{iju}} + G'_{iju}) | u = 1, \dots, \bar{u}_{ij} \}; \quad (1)$$

$$R''_{pij}(s_{ij}, w_{ij}) = C''_{pij} s_{ij}^{\alpha'_{pij}} w_{ij}^{\beta'_{pij}}, \quad (2)$$

параметры  $C'_{iju}, \eta'_{iju}, \mu'_{iju}, G'_{iju}, C''_{pij}, \alpha'_{pij}, \beta'_{pij}$  которых считаются известными для конкретных условий обработки. Здесь  $P_{ij}$  – заданное для каждого инструмента  $ij$  множество индексов рассматриваемых характеристик. Аппроксимация (1) учитывает наблюдаемое на практике

снижение скорости возрастания стойкости инструмента со снижением интенсивности режимов обработки, а также существование некоторого максимального значения периода стойкости (предельной стойкости).

Поскольку время резания при обработке инструментом  $ij$  одной детали равно  $l_{ij} / S_i^{d_{ij}}$ , соотношения (1) и (2) дают следующие аппроксимации зависимостей от искомым параметров резания числа деталей  $D_{ij}(x_{ij})$ , обрабатываемых инструментом  $ij$  за расчетный период его стойкости (также зависящий от этих параметров), а также значений  $R_{p_{ij}}(x_{ij}), p \in P_{ij}$ , рассматриваемых физических характеристик процесса резания:

$$D_{ij}(x_{ij}) = 1 / \max_{u=1, \bar{u}} b_{iju} ((S_i^{d_{ij}})^{\eta_{iju}} w_{ij}^{\mu_{iju}} + G_{iju} / S_i); \quad (3)$$

$$R_{p_{ij}}(x_{ij}) = C_{p_{ij}} (S_i^{d_{ij}})^{\alpha_{p_{ij}}} w_{ij}^{\beta_{p_{ij}}}, \quad (4)$$

где параметры  $b_{iju}, \eta_{iju}, \mu_{iju}, G_{iju}, C_{p_{ij}}, \alpha_{p_{ij}}, \beta_{p_{ij}}$  можно считать известными.

Для фиксированного  $X$  время обработки детали  $d \in M$  подмножеством  $J_i^d$  инструментов равно  $t_i^d(X_i^d) = L_i^d / S_i^d$ , а время обработки этой детали на  $k$ -й позиции  $t^{d,k}(X^{d,k}) = \max\{t_i^d(X_i^d) \mid i \in I_k\}$ . Таким образом, время  $r$ -го такта  $t_r(X^r) = \max\{t^{d(k,r),k}(X^{d(k,r),k}) \mid k = 1, \dots, n\} + t_b$ , а время цикла обработки группы  $t(X) = \sum_{r=1}^h t_r(X^r)$ , где  $t_b$  – заданное время вспомогательных перемещений узлов станка на такте.

Предполагаются заданными:

- предельно допустимые величины  $\bar{R}_{p_{ij}}$  рассматриваемых характеристик  $p \in P_{ij}$ ;
- предельно допустимые величины  $\bar{R}_{p_i}^d$  суммарных значений характеристик  $p \in P_i$  для  $i$ -го блока и детали  $d \in M$ ;
- минимальное число  $\underline{D}_{ij}$  деталей, которое должно быть обработано инструментом  $ij$  за его период стойкости;
- предельно допустимое значение  $t_0$  зависящей от режимов резания составляющей  $\Theta_2(X)$  общего времени обработки группы деталей.

При предположениях, аналогичных принятым в [5], зависящая от режимов резания составляющая  $\Theta_1(X)$  общей стоимости обработки группы и значение  $\Theta_2(X)$  определяются следующим образом:

$$\Theta_q(X) = E_q t(X) + \sum_{l=1}^m m_d \sum_{i \in I} \sum_{j \in J_i^d} g_{qij} / D_{ij}(x_{ij}), \quad q=1, 2,$$

где  $E_q$  – заданные коэффициенты, учитывающие (в зависимости от значения индекса  $q$ ) надежность оборудования, зарплату, амортизационные отчисления и т. д.;  $g_{1ij}$  – стоимость смены инструмента  $ij$  (включая и стоимость самого инструмента),  $g_{2ij}$  – время на его смену.

При принятых предположениях математическая модель рассматриваемой задачи определения оптимальных режимов  $X^*$  формулируется следующим образом:

$$\Theta_1(X) \rightarrow \min; \quad (5)$$

$$\Theta_2(X) \leq t_0; \quad (6)$$

$$\underline{S}_i^d \leq S_i^d \leq \bar{S}_i^d, \quad d \in M, \quad i \in I; \quad (7)$$

$$\underline{w}_{ij} \leq w_{ij} \leq \bar{w}_{ij}, ij \in J_i, i \in I; \quad (8)$$

$$\underline{s}_{ij} \leq S_i^d / w_{ij} \leq \bar{s}_{ij}, d \in M, ij \in J_i, i \in I; \quad (9)$$

$$R_{pij}(x_{ij}) \leq \bar{R}_{pij}, p \in P_i, ij \in J_i, i \in I; \quad (10)$$

$$R_{pi}^d(X) = \sum_{ij \in J_i^d} R_{pij}(x_{ij}) \leq \bar{R}_{pi}^d, p \in P_i, d \in M, i \in I; \quad (11)$$

$$D_{ij}(x_{ij}) \geq \underline{D}_{ij}, ij \in J_i, i \in I. \quad (12)$$

В приведенной модели соотношение (5) отражает стремление минимизировать стоимость обработки группы деталей, ограничение (6) обеспечивает требуемую производительность, соотношения (7)–(11) обеспечивают выполнение ограничений на параметры процесса обработки, ограничения (12) – смену каждого из инструментов после обработки этим инструментом не менее заданного числа деталей в рамках его периода стойкости.

Задачу (5)–(12) в дальнейшем будем называть задачей **A**. Эта задача относится к классу задач геометрического программирования, однако ее значительная размерность в реальных приложениях, а также ряд специфических особенностей делают нецелесообразным непосредственное применение для ее решения традиционных методов геометрического программирования.

В разд. 3 предложен специальный подход к решению задачи **A** для частного случая, когда все детали в группе различны, т. е.  $h = m > 1$ , а в разд. 4 этот подход развивается для более общего случая, когда в группе имеется несколько деталей хотя бы одного наименования, т. е.  $h > m$ . Случай с  $m = 1$  для задачи **A** рассмотрен в работе [5]. Эти подходы основаны на сочетании методов множителей Лагранжа и фрагментарной параметризации [5, 15].

*Замечание.* Для определения режимов работы, минимизирующих лишь общие затраты на инструмент при обеспечении требуемой производительности, достаточно в модели (5)–(12) заменить целевую функцию  $\Theta_1(X)$  на функцию  $\Theta_3(X) = \sum_{l=1}^m m_d \sum_{i \in I} \sum_{j \in J_i^d} g_{zij} / D_{ij}(x_{ij})$ , где параметр

$g_{zij}$  учитывает лишь долю стоимости инструмента  $ij$ , отнесенную к одной его переточке. Аналогично, для определения режимов работы, минимизирующих время обработки группы деталей, достаточно в качестве целевой рассматривать функцию  $\Theta_2(X)$ , отбросив ограничение (6).

### 3. Параллельная обработка группы из различных деталей

Рассмотрим схему решения задачи **A**, когда  $h = m$ .

Пусть  $\mathbf{X}_i^d$  и  $\mathbf{X}$  обозначают множества векторов  $X_i^d$  и  $X$  соответственно, удовлетворяющих ограничениям (7)–(12),  $X^*(\lambda)$  – значение  $X \in \mathbf{X}$ , доставляющее минимум функции Лагранжа  $L(X, \lambda) = \lambda \Theta_1(X) + (1 - \lambda) \Theta_2(X)$  для фиксированного  $\lambda \in [0, 1]$  (подзадача **A**<sub>1</sub>( $\lambda$ )).

Очевидно, если  $\Theta_2(X^*(0)) > t_0$ , то ограничения (6)–(12) являются несовместными; если  $\Theta_2(X^*(1)) \leq t_0$ , то  $X^*(1)$  является решением  $X^*$  задачи **A**. Можно показать, что в остальных случаях  $X^* = X^*(\lambda^*)$ , где  $\lambda^* \in (0, 1)$  является корнем уравнения  $\Theta_2(X^*(\lambda)) = t_0$  с монотонной левой частью (подзадача **C**<sub>1</sub>). Это позволяет решать задачу **A** в рамках следующей двухуровневой схемы (рис. 2).

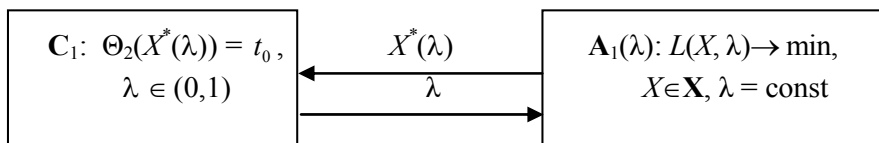


Рис. 2. Схема декомпозиции задачи **A**

Подзадачу  $\mathbf{A}_1(\lambda)$  целесообразно заменить эквивалентной параметризованной подзадачей  $\mathbf{B}_1(\lambda)$  с помощью следующих преобразований: замены компонент  $t_r(X^r)$  в функции Лагранжа  $L(X, \lambda)$  параметрами  $t_r$  и введения дополнительных ограничений  $t_r(X^r) \leq t_r$ ,  $r = 1, \dots, h$ . Такая параметризация позволяет использовать специфику структуры связей между инструментами и их блоками, выполняющими множество технологических операций.

Подзадачи  $\mathbf{A}_1(\lambda)$  и  $\mathbf{B}_1(\lambda)$  являются эквивалентными в том смысле, что по решению одной из этих задач можно получить решение другой. Так, если  $X^*(\lambda) = (X^{*r}(\lambda) | r = 1, \dots, h)$  – решение подзадачи  $\mathbf{A}_1(\lambda)$ , то  $(X^{*r}(\lambda), t_r^* = t_r(X^{*r}(\lambda)) | r = 1, \dots, h)$  – решение подзадачи  $\mathbf{B}_1(\lambda)$ .

Подзадача  $\mathbf{B}_1(\lambda)$  распадается на  $h$  независимых подзадач определения оптимальных значений  $X^{*r}(\lambda)$  режимов  $X^r$  для каждого  $r = 1, \dots, h$ . Каждая подзадача  $\mathbf{B}_{1r}(\lambda)$  решается в рамках следующей двухуровневой схемы (рис. 3), где на нижнем уровне для  $i \in I$  решаются независимые подзадачи  $\mathbf{B}_{2ri}(\lambda, t_r)$  определения оптимальных величин  $X_i^{*d}(t_r, \lambda)$  режимов  $X_i^d$  для детали  $d(k, r) = d \in M$  при фиксированных  $t_r$  и  $\lambda$ .

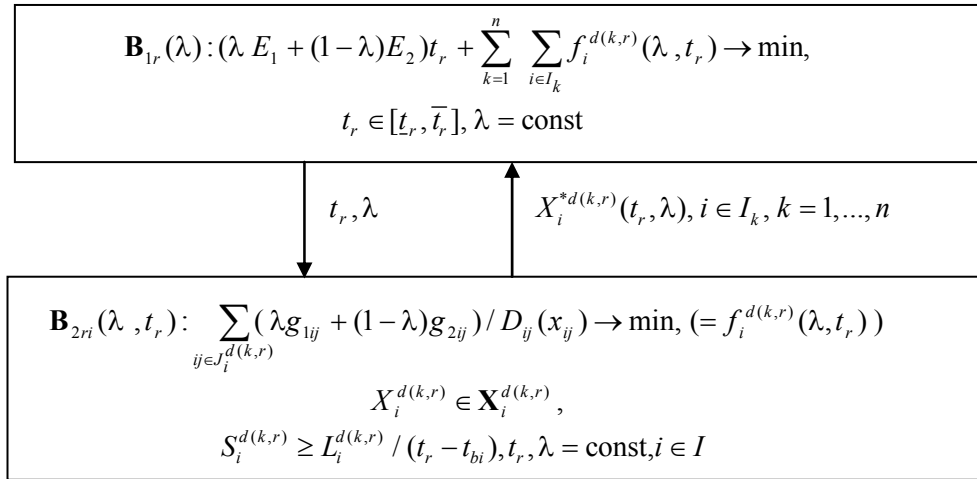


Рис. 3. Декомпозиция подзадачи  $\mathbf{B}_{1r}(\lambda)$

На верхнем уровне находятся оптимальное значение  $t_r^*(\lambda)$  параметра  $t_r \in [\underline{t}_r, \bar{t}_r]$  и оптимальная величина  $X^{*r}(\lambda) = (X_i^{*d(k,r)}(t_r^*(\lambda), \lambda), i \in I_k, k = 1, \dots, n)$  вектора режимов  $X^r(\lambda)$  (подзадача  $\mathbf{B}_{1r}(\lambda)$ ). В результате получается  $X^*(\lambda) = (X^{*r}(\lambda) | r = 1, \dots, h)$ .

Подзадачи  $\mathbf{B}_{2ri}(\lambda, t_r)$  являются задачами выпуклого программирования относительно переменных  $\ln S_i^d$ ,  $\ln w_{ij}$ , а подзадачи  $\mathbf{B}_{1r}(\lambda)$  являются задачами оптимизации унимодальной функции на отрезке. Для решения этих задач могут быть использованы известные методы.

#### 4. Параллельная обработка группы с повторяющимися деталями

В случае  $h > t$  группа содержит повторяющиеся детали, т. е.  $m_d > 1$  хотя бы для одного  $d \in M$ . Предполагается, что режимы обработки одним и тем же блоком инструментов деталей одного наименования одинаковы независимо от номера такта, на котором выполняется обработка.

Пусть  $(\mathbf{H}, \mathbf{V})$  – граф, где  $\mathbf{H} = \{1, 2, \dots, h\}$  – множество номеров тактов и ребро  $(r_p, r_s) \in \mathbf{V}$ , если и только если  $d(k, r_p) = d(k, r_s)$ , по крайней мере, для одной позиции  $k$ . В общем случае этот граф содержит  $\gamma > 1$  компонент связности  $(\mathbf{H}_\vartheta, \mathbf{V}_\vartheta)$ ,  $\vartheta = 1, \dots, \gamma$ . Граф  $(\mathbf{H}, \mathbf{V})$  для примера на рис. 1 содержит две компоненты связности, поскольку в первом и третьем тактах на позициях 1, 3, 5, а также на втором и четвертом тактах на позиции 2 обрабатываются одинаковые детали первого наименования (рис. 4).

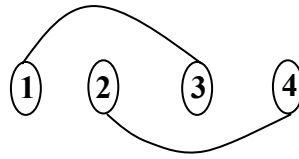


Рис. 4. Граф (H, V)

Отметим следующие свойства связности графа (H, V) :

1. Для фиксированной группы деталей с увеличением количества рабочих позиций количество компонент связности графа (H, V) не возрастает.
2. Количество компонент связности графа (H, V) не возрастает при замене в группе детали с  $m_d = 1$  на уже имеющуюся в ней деталь.
3. Максимальное количество компонент связности достигается, когда все детали в группе различны ( $\gamma = h = m$ ) либо рабочая позиция единственна ( $\gamma = m$ ).
4. Если в группе несколько деталей одного наименования следуют друг за другом и  $n \geq h$ , то граф (H, V) является связным.

Справедливость первых двух утверждений следует из того, что в указанных случаях как с увеличением количества позиций, так и с уменьшением в группе числа деталей с  $m_d = 1$  множество ребер графа может только расширяться.

Заметим, что с изменением порядка деталей в группе число компонент связности в графе (H, V) может измениться. Так, если детали из примера на рис. 1 переупорядочить в группе в последовательности 1, 2, 3, 1, то соответствующий граф (H, V) будет связным (рис. 5).

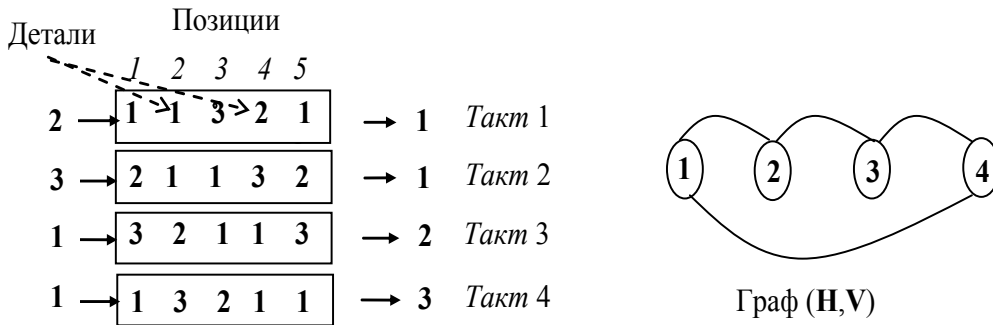


Рис. 5. Расположение деталей на рабочих позициях в различных тактах обработки и граф (H, V)

При  $\gamma > 1$  подзадача  $\mathbf{B}_1(\lambda)$  распадается на  $\gamma$  независимых подзадач  $\mathbf{B}_{1g}(\lambda)$  по определению оптимальных величин  $t_r^*(\lambda)$  и  $X^{*r}(\lambda)$  для  $r \in \mathbf{H}_g, g = 1, \dots, \gamma$ . Решение каждой из подзадач  $\mathbf{B}_{1g}(\lambda)$  может быть получено по следующей схеме многошаговой оптимизации.

Обозначим через  $\Omega_r = \{(d(k, r), k) \mid k = 1, \dots, n\}$  множество пар деталь – позиция, соответствующее такту  $r \in \mathbf{H}_g$ , положим  $\Omega = \bigcup_{r \in \mathbf{H}_g} \Omega_r$ . Пусть  $\Pi$  – множество последовательностей

$\pi = ((\Psi_1(\pi), t_1(\pi)), \dots, (\Psi_v(\pi), t_v(\pi)), \dots, (\Psi_{h_\pi}(\pi), t_{h_\pi}(\pi)))$ , таких, что (i)  $\Psi_v(\pi)$  – некоторое непустое подмножество множества  $\Omega$ , для которого существует такое  $r \in \mathbf{H}_g$ , что  $\Psi_v(\pi) = \Omega_r \setminus \bigcup_{p=1}^{v-1} \Psi_p(\pi)$ ; (ii)  $t_v \in [\max[t_{v-1}(\pi), t_1(\Psi_v(\pi))], \max[t_{v-1}(\pi), t_2(\Psi_v(\pi))]]$ , где  $t_1(\Psi)$  и  $t_2(\Psi)$  – некоторые нижняя и верхняя оценки целесообразного времени обработки для пар деталь – позиция подмножества  $\Psi \subseteq \Omega$ ; (iii)  $\bigcup_{v=1}^{h_\pi} \Psi_p = \Omega$ . Очевидно, что  $h_\pi \leq |\mathbf{H}_g|$  для всех  $\pi \in \Pi$ .

Предполагается также, что  $\Psi_0(\pi) = \emptyset$  и  $t_0(\pi) = 0$ .

Положим  $Z_0 = \{Z(\pi, \nu) = \bigcup_{p=1}^{\nu} \Psi_p(\pi) \mid \pi \in \Pi, \nu = 1, \dots, h_\pi\}$  и для  $Z \in Z_0$  обозначим через  $\Psi_0^+(Z)$  семейство таких минимальных по включению непустых подмножеств  $\Psi$  множества  $\Omega$ , для каждого из которых существует такое  $r \in \mathbf{H}_g$ , что  $\Psi = \Omega_r \setminus Z$ , а через  $\Psi_0^-(Z)$  обозначим семейство таких минимальных по включению непустых подмножеств  $\Psi$  множества  $Z$ , что  $Z \setminus \Psi \in Z_0$  и  $\Psi \in \Psi_0^+(Z \setminus \Psi)$ . Очевидно, что  $\Psi_0^+(Z) = \emptyset$  тогда и только тогда, когда  $Z = \Omega$ . Для  $Z \in Z_0$ ,  $\Psi \in \Psi_0^+(Z)$  и  $t \geq 0$  положим  $f(\lambda, t, Z, \Psi) = \text{tr}(Z, \Psi) + \sum_{(d,k) \in \Psi} \sum_{i \in I_k} m_d f_i^d(\lambda, t)$ , где  $\text{tr}(Z, \Psi)$  – число тактов  $r \in \mathbf{H}_g$ , таких, что  $\Psi = \Omega_r \setminus Z$ .

Пусть  $\pi^*(\lambda)$  – последовательность из  $\Pi$ , которой соответствует наименьшее значение функции  $F(\lambda, \pi) = \sum_{\nu=1}^{h_\pi} f(\lambda, t_\nu(\pi), Z(\pi, \nu-1), \Psi_\nu(\pi))$ . Можно показать, что  $(X_i^{*d}(\lambda, t_\nu(\pi^*(\lambda))) \mid i \in I_k, (d, k) \in \Psi_\nu(\pi^*(\lambda)), \nu = 1, \dots, h_{\pi^*(\lambda)})$  совпадает с искомым решением подзадачи  $\mathbf{B}_{1g}(\lambda)$ . Для нахождения  $\pi^*(\lambda)$  можно использовать следующий подход.

Пусть  $\mathbf{N} = \{N(\pi, \nu) = (Z(\pi, \nu), t_\nu(\pi)) \mid \pi \in \Pi, \nu = 1, \dots, h_\pi\}$ . Для  $N \in \mathbf{N}$  обозначим через  $\Phi(N)$  наименьшее значение функции  $\sum_{p=1}^{\nu} f(\lambda, t_p(\pi), Z(\pi, p-1), \Psi_p(\pi))$  по всем  $\pi \in \Pi$  и  $\nu = 1, \dots, h_\pi$ , так, что  $N(\pi, \nu) = N$ .

Можно показать справедливость следующих рекуррентных соотношений:

$$F(\lambda, \pi^*(\lambda)) = \min \{ \Phi(N) \mid N = (\Omega, t) \in \mathbf{N} \};$$

$$\Phi(Z, t) = \min \{ \Phi(Z \setminus \Psi, t') + f(\lambda, t, Z \setminus \Psi, \Psi) \mid \Psi \in \Psi_0^-(Z), (Z \setminus \Psi, t') \in \mathbf{N}, t' \leq t \}, (Z, t) \in \mathbf{N},$$

где  $\Phi(\emptyset, 0) = 0$ .

Данные соотношения позволяют построить искомую последовательность  $\pi^*(\lambda)$  с использованием известных схем динамического программирования.

### Заключение

В работе предложены математическая модель и метод оптимизации режимов параллельной групповой обработки последовательности деталей, состоящей из одинаковых циклически повторяющихся групп деталей различных наименований, на многоинструментальном многопозиционном металлорежущем оборудовании непересекающимися блоками инструментов. Задача относится к классу сложных задач геометрического программирования. Выделены два ее случая: когда все детали в группе различны и когда детали в группе могут повторяться. Для решения сформулированных задач предложены декомпозиционные подходы, основанные на использовании методов множителей Лагранжа, фрагментарной параметрической декомпозиции, а также динамического программирования. Эти подходы сводят решение исходных задач к решению конечной последовательности более простых взаимосвязанных подзадач.

### Список литературы

1. Оптимизация режимов обработки на металлорежущих станках / А.М. Гильман [и др.]. – М. : Машиностроение, 1972. – 188 с.
2. Горанский, Г.К. Автоматизация технического нормирования работ на металлорежущих станках с помощью ЭВМ / Г.К. Горанский, Е.В. Владимиров, Л.Н. Ламбин. – М. : Машиностроение, 1970. – 222 с.



3. Жак, С.В. Оптимизация проектных решений в машиностроении / С.В. Жак. – Ростов : РГУ, 1982. – 168 с.
4. Игумнов, Б.Н. Расчет оптимальных режимов обработки для станков и автоматических линий / Б.Н. Игумнов. – М. : Машиностроение, 1974. – 198 с.
5. Левин, Г.М. Декомпозиционные методы оптимизации проектных решений / Г.М. Левин, В.С. Танаев. – Минск : Наука и техника, 1978. – 240 с.
6. Якобс, Г.Ю. Оптимизация резания / Г.Ю. Якобс, Э. Якоб, Д. Кохан. – М. : Машиностроение, 1981. – 279 с.
7. Cakir, M.C. Optimization of machining conditions for multi-tool milling operations / M.C. Cakir, A. Gurarda // International Journal of Production Research. – 2000. – Vol. 38, № 15. – P. 3537–3552.
8. Hui, Y.V. Optimal machining conditions with cost of quality and tool maintenance for turning // Y.V. Hui, L.C. Leung, R. Linn // International Journal of Production Research. – 2001. – Vol. 39, № 4. – P. 647–665.
9. Juan, H. The optimal cutting parameter selection of production cost in HSM for SKD61 tool steels / H. Juan, S.F. Yu, B.Y. Lee // International Journal of Machine Tools and Manufacture. – 2003. – Vol. 43. – P. 679–686.
10. Liang, M. Integration of cutting parameter selection and tool adjustment decision for multi-pass turning / M. Liang, M. Mgwatu, M. Zuo // International Journal of Advanced Manufacturing Technology. – 2001. – Vol. 17. – P. 861–869.
11. Libao, An. On Optimization of Machining Parameters / An. Libao, M. Chen // Proceedings 4th International Conference on Control and Automation. – Montreal, Canada, 2003. – P. 839–843.
12. Mukherjee, I. A review of optimization techniques in metal cutting processes / I. Mukherjee, P.K. Ray // Computers and Industrial Engineering. – 2006. – Vol. 50, № 1. – P. 15–34.
13. Левин, Г.М. Оптимизация режимов многоинструментальной обработки при групповой смене инструментов / Г.М. Левин, Б.М. Розин // Информатика. – 2011. – № 3. – С. 33–47.
14. Levin, G. Optimization of multi-tool machining modes for simultaneous manufacturing of multiple workpieces / G. Levin, B. Rozin // Book of abstracts of the 2010 EnginSoft International Conference CAE Technologies for Industry and Ansys Italian Conference. – Italy, Montichiari, 2010. – P. 55.
15. Левин, Г.М. Параметрическая декомпозиция задач оптимизации / Г.М. Левин, В.С. Танаев // Весці НАН Беларусі. Сер. фіз.-мат. навук. – 1998. – № 4. – С.121–131.

Поступила 05.10.11

*Объединенный институт проблем информатики НАН Беларуси,  
Минск, Сурганова, 6  
e-mail: {levin; rozin}@newman.bas-net.by*

**G.M. Levin, B.M. Rozin**

### **OPTIMIZATION OF MACHINING MODES FOR PROCESSING THE BATCH OF PARTS BY NONINTERSECTING TOOL BLOCKS ON MULTI-POSITION EQUIPMENT**

A mathematical model and decomposition technique for the problem of optimization of machining modes of multiple-tool processing the batches of parts at multi-head machines by nonintersecting tool blocks are proposed. The modes should subject to basic technological and constructional constraints and the required productivity. The one of following criteria can be accepted as the objective function: the unit production cost, the summary tooling investment, the floor-to-floor time.