

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

УДК 517.958:537.8

В.Т. Ерофеев¹, В.Ф. Бондаренко²ПРЕОБРАЗОВАНИЕ ПУЧКОВ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН
ПРИ ПРОХОЖДЕНИИ ЧЕРЕЗ ЭКРАН ИЗ КИРАЛЬНОГО МЕТАМАТЕРИАЛА

Решается краевая задача проникновения осесимметричного пучка высокочастотных электромагнитных волн Лагерра – Гаусса через биизотропный плоский экран при ортогональном падении. Поле, прошедшее через экран, представляется аналитически в интегральном виде. Разрабатывается компьютерная программа для численного исследования структуры пучка в зависимости от материальных параметров экрана. Исследуются свойства фокусировки пучка волн экраном из кирального метаматериала.

Введение

В научной литературе активно исследуются процессы взаимодействия электромагнитных волн различных типов с материальными структурами, выполненными из композитных материалов [1]: киральных и биизотропных [2], бианизотропных [3], метаматериалов [4–6] и др. Важнейшими для приложений техническими структурами являются электромагнитные плоскостойкие экраны из композитных материалов, используемые для подавления внешних электромагнитных излучений. Также применяются слоистые покрытия технических устройств различного назначения для решения проблем электромагнитной совместимости технических систем и снижения радиозаметности объектов. Типовыми полями внешних источников являются плоские электромагнитные поля [7, 8], поля точечных источников [9], пучки электромагнитных волн [3], которые воздействуют на биизотропные экраны. Актуальными для приложений являются исследования гауссовых пучков волн в различных средах для оптического диапазона частот [10–16]. В книге [16] для исследования круговых пучков используется приближенный метод параболических уравнений, а в работе [10] исследованы отражательные свойства плоских пучков волн. В работах [11, 12] рассмотрены сингулярные пучки со сложной осевой симметрией при взаимодействии с полупространством резонансных сред. Значительный интерес для исследований представляют свойства фокусировки электромагнитных волн с помощью плоских экранов из метаматериалов [6, 9, 13].

В настоящей работе получено точное решение краевой задачи проникновения круговых пучков электромагнитных волн Лагерра – Гаусса через плоский слой из биизотропного материала. Пучок, прошедший через экран, представлен в интегральном виде. Разработана компьютерная программа для численного исследования геометрической структуры пучка в полупространстве по другую сторону слоя. Представлен графический материал для пучков волн в случае экрана из кирального метаматериала.

1. Постановка задачи

В пространстве R^3 с электрической и магнитной постоянными ϵ_0, μ_0 размещен экран $D(0 < z < \Delta)$ толщины Δ . Экран D ограничен плоскостями $\Gamma_1(z = 0), \Gamma_2(z = \Delta)$ и заполнен биизотропным материалом с электромагнитными комплексными параметрами $\epsilon = \epsilon_r \epsilon_0, \mu = \mu_r \mu_0, G = G_r \sqrt{\epsilon_0 \mu_0}, Z = Z_r \sqrt{\epsilon_0 \mu_0}$. В пространстве $D_1(z < 0)$ ортогонально слою D распространяется круговой пучок электромагнитных волн Лагерра – Гаусса \vec{E}_0, \vec{H}_0 . Представим пучок в интегральном виде через базисные цилиндрические поля [17]:

$$\begin{aligned}\vec{E}_0 &= \int_0^\infty \left[a(\lambda) M_0^{(-1)}(\rho, z, \varphi; \lambda, k_0) + b(\lambda) M_0^{(-2)}(\rho, z, \varphi; \lambda, k_0) \right] d\lambda; \\ \vec{H}_0 &= h_0 \int_0^\infty \left[a(\lambda) M_0^{(-2)}(\rho, z, \varphi; \lambda, k_0) + b(\lambda) M_0^{(-1)}(\rho, z, \varphi; \lambda, k_0) \right] d\lambda,\end{aligned}\quad (1)$$

где $h_0 = \frac{1}{iZ_0}$, $Z_0 = \sqrt{\mu_0/\varepsilon_0}$, $k_0 = \frac{\omega}{c}$, $\omega = 2\pi f$ – круговая частота поля, c – скорость света,

$$a(\lambda) = Ag_n \left(\frac{\lambda}{\alpha_1} \right) \exp \left(-v_0(\lambda)h - \frac{1}{2} \left(\frac{\lambda}{\alpha_1} \right)^2 \right), \quad n = 0, 1, 2, \dots,$$

$$b(\lambda) = \frac{B}{\bar{v}_0(\lambda)} g_n \left(\frac{\lambda}{\alpha_2} \right) \exp \left(-v_0(\lambda)h - \frac{1}{2} \left(\frac{\lambda}{\alpha_2} \right)^2 \right),$$

$$g_n(x) = (x^2 - 2n)L_n(x^2) + 2nL_{n-1}(x^2),$$

$L_n(z)$ – полиномы Лагерра,

$$v_0(\lambda) = \sqrt{\lambda^2 - k_0^2} \quad \text{при } \lambda \geq k_0, \quad v_0(\lambda) = -i\sqrt{k_0^2 - \lambda^2} \quad \text{при } k_0 > \lambda, \quad 0 \leq \lambda < \infty;$$

A, B – произвольные комплексные постоянные, $h > 0$, $\alpha_1 > 0$, $\alpha_2 > 0$; ρ, z, φ – цилиндрические координаты.

Компоненты первичного электрического поля (1) в сечении $z = -h$ определяются простыми аналитическими формулами

$$\begin{aligned}E_{0\varphi} \Big|_{z=-h} &= (-1)^n \alpha_1^2 \rho A L_n \left((\alpha_1 \rho)^2 \right) \exp \left(-\frac{1}{2} (\alpha_1 \rho)^2 \right); \\ E_{0\rho} \Big|_{z=-h} &= (-1)^n \alpha_2^2 \rho B L_n \left((\alpha_2 \rho)^2 \right) \exp \left(-\frac{1}{2} (\alpha_2 \rho)^2 \right).\end{aligned}\quad (2)$$

Обозначим поля: \vec{E}'_1, \vec{H}'_1 – отраженное поле в области D_1 ; \vec{E}_2, \vec{H}_2 – поле, проникшее в область D_2 ; $\vec{E}_1 = \vec{E}_0 + \vec{E}'_1, \vec{H}_1 = \vec{H}_0 + \vec{H}'_1$ – суммарное поле в D_1 ; \vec{E}, \vec{H} – поле в слое D .

Сформулируем краевую задачу, моделирующую проникновение первичного поля \vec{E}_0, \vec{H}_0 через экран D .

Краевая задача 1. Требуется при заданном поле источника \vec{E}_0, \vec{H}_0 определить поля $\vec{E}'_1, \vec{H}'_1 \in C^1(D_1) \cap C(\bar{D}_1)$, $\vec{E}_2, \vec{H}_2 \in C^1(D_2) \cap C(\bar{D}_2)$, $\vec{E}, \vec{H} \in C^1(D) \cap C(\bar{D})$, для которых выполнены уравнения

$$\operatorname{rot} \vec{E} = i\omega(\mu \vec{H} + Z\vec{E}), \quad \operatorname{rot} \vec{H} = -i\omega(\varepsilon \vec{E} + G\vec{H}) \quad \text{в } D; \quad (3)$$

$$\operatorname{rot} \vec{E}_j = i\omega\mu_0 \vec{H}_j, \quad \operatorname{rot} \vec{H}_j = -i\omega\varepsilon_0 \vec{E}_j \quad \text{в } D_j, \quad (4)$$

граничные условия непрерывности тангенциальных составляющих полей на плоскостях Γ_1 и Γ_2

$$\left(\vec{E}_{1\tau} - \vec{E}_\tau\right)_{\Gamma_1} = 0, \quad \left(\vec{H}_{1\tau} - \vec{H}_\tau\right)_{\Gamma_1} = 0, \quad \left(\vec{E}_{2\tau} - \vec{E}_\tau\right)_{\Gamma_2} = 0, \quad \left(\vec{H}_{2\tau} - \vec{H}_\tau\right)_{\Gamma_2} = 0 \quad (5)$$

и условия излучения на бесконечности

$$\lim_{r \rightarrow \infty} r \left(\frac{\partial \vec{E}'_1}{\partial r} - ik_0 \vec{E}'_1 \right) = 0, \quad z < 0; \quad \lim_{r \rightarrow \infty} r \left(\frac{\partial \vec{E}'_2}{\partial r} - ik_0 \vec{E}'_2 \right) = 0, \quad z > \Delta, \quad (6)$$

где r – радиальная координата.

2. Представление электромагнитных полей

Для аналитического решения задачи (3) – (6) представим электромагнитные поля в областях D_j через базисные поля в интегральном виде:

$$\vec{E}_2 = \int_0^\infty [x_2(\lambda) M_0^{(-1)} + y_2(\lambda) M_0^{(-2)}] d\lambda, \quad \vec{H}_2 = h_0 \int_0^\infty [x_2(\lambda) M_0^{(-2)} + y_2(\lambda) M_0^{(-1)}] d\lambda, \quad z > \Delta; \quad (7)$$

$$\vec{E}'_1 = \int_0^\infty [x_1(\lambda) M_0^{(+1)} + y_1(\lambda) M_0^{(+2)}] d\lambda, \quad \vec{H}'_1 = h_0 \int_0^\infty [x_1(\lambda) M_0^{(+2)} + y_1(\lambda) M_0^{(+1)}] d\lambda, \quad z < 0, \quad (8)$$

где $x_j(\lambda)$, $y_j(\lambda)$ – функции, подлежащие определению.

Базисные цилиндрические поля определяются формулами [17, с. 131]

$$\vec{M}_m^{(\mp 1)}(\rho, z, \varphi; \lambda, k_0) = \vec{V}_m^{(1)}(\lambda \rho) \exp(\mp v_0(\lambda) z + im\varphi); \quad (9)$$

$$\vec{M}_m^{(\mp 2)}(\rho, z, \varphi; \lambda, k_0) = \frac{1}{k_0} (\mp v_0(\lambda) \vec{V}_m^{(2)}(\lambda \rho) + \lambda J_m(\lambda \rho) \vec{e}_z) \exp(\mp v_0(\lambda) z + im\varphi),$$

где
$$\vec{V}_m^{(1)}(\lambda \rho) = \frac{im}{\lambda \rho} J_m(\lambda \rho) \vec{e}_\rho - J'_m(\lambda \rho) \vec{e}_\varphi, \quad \vec{V}_m^{(2)}(\lambda \rho) = J'_m(\lambda \rho) \vec{e}_\rho + \frac{im}{\lambda \rho} J_m(\lambda \rho) \vec{e}_\varphi,$$

$v_0(\lambda) = \sqrt{\lambda^2 - k_0^2}$ при $\lambda \geq k_0$, $v_0(\lambda) = -i\sqrt{k_0^2 - \lambda^2}$ при $k_0 > \lambda$, $\vec{e}_\rho, \vec{e}_\varphi, \vec{e}_z$ – орты цилиндрической системы координат, $J_m(\cdot)$ – функции Бесселя.

В частном случае при $m = 0$ поля (9) имеют вид

$$\begin{aligned} \vec{M}_0^{(\mp 1)} &= \vec{V}_0^{(1)} \exp(\mp v_0 z), \quad \vec{M}_0^{(\mp 2)} = (\mp \bar{v}_0 \vec{V}_0^{(2)} + \bar{\lambda} J_0(\lambda \rho) \vec{e}_z) \exp(\mp v_0 z), \\ \vec{V}_0^{(1)} &= J_1(\lambda \rho) \vec{e}_\varphi, \quad \vec{V}_0^{(2)} = -J_1(\lambda \rho) \vec{e}_\rho, \quad \bar{v}_0(\lambda) = v_0(\lambda)/k_0, \quad \bar{\lambda} = \lambda/k_0. \end{aligned} \quad (10)$$

Для удовлетворения граничным условиям (5) вычислим тангенциальные составляющие $\vec{E}_{j\tau} = [\vec{e}_z, [\vec{E}_j, \vec{e}_z]]$ полей (1), (7), (8) на плоскостях Γ_1 и Γ_2 в базисе (10):

$$\vec{E}'_{1\tau} \Big|_{z=0} = \int_0^\infty [\hat{E}'_{1v_1}(\lambda) \vec{V}_0^{(1)}(\lambda \rho) + \hat{E}'_{1v_2}(\lambda) \vec{V}_0^{(2)}(\lambda \rho)] d\lambda,$$

$$\begin{aligned}\vec{H}'_{1\tau}\Big|_{z=0} &= \int_0^\infty \left[\hat{H}'_{1v_1}(\lambda) \vec{V}_0^{(1)}(\lambda\rho) + \hat{H}'_{1v_2}(\lambda) \vec{V}_0^{(2)}(\lambda\rho) \right] d\lambda; \\ \vec{E}'_{2\tau}\Big|_{z=\Delta} &= \int_0^\infty \left[\hat{E}'_{2v_1}(\lambda) \vec{V}_0^{(1)}(\lambda\rho) + \hat{E}'_{2v_2}(\lambda) \vec{V}_0^{(2)}(\lambda\rho) \right] d\lambda,\end{aligned}\tag{11}$$

$$\begin{aligned}\vec{H}_{2\tau}\Big|_{z=\Delta} &= \int_0^\infty \left[\hat{H}_{2v_1}(\lambda) \vec{V}_0^{(1)}(\lambda\rho) + \hat{H}_{2v_2}(\lambda) \vec{V}_0^{(2)}(\lambda\rho) \right] d\lambda; \\ \vec{E}_{0\tau}\Big|_{z=0} &= \int_0^\infty \left[\hat{E}_{0v_1}(\lambda) \vec{V}_0^{(1)}(\lambda\rho) + \hat{E}_{0v_2}(\lambda) \vec{V}_0^{(2)}(\lambda\rho) \right] d\lambda, \\ \vec{H}_{0\tau}\Big|_{z=0} &= \int_0^\infty \left[\hat{H}_{0v_1}(\lambda) \vec{V}_0^{(1)}(\lambda\rho) + \hat{H}_{0v_2}(\lambda) \vec{V}_0^{(2)}(\lambda\rho) \right] d\lambda,\end{aligned}$$

где $\hat{E}'_{1v_1} = x_1(\lambda)$, $\hat{E}'_{1v_2} = \bar{v}_0(\lambda) y_1(\lambda)$, $\bar{v}_0(\lambda) = \frac{v_0(\lambda)}{k_0}$, $\hat{H}'_{1v_1} = h_0 y_1(\lambda)$, $\hat{H}'_{1v_2} = h_0 \bar{v}_0(\lambda) x_1(\lambda)$;

$$\hat{E}_{2v_1} = x_2(\lambda) F(\lambda), \quad \hat{E}_{2v_2} = -\bar{v}_0(\lambda) y_2(\lambda) F(\lambda), \quad F(\lambda) = e^{-v_0(\lambda)\Delta},\tag{12}$$

$$\hat{H}_{2v_1} = h_0 y_2(\lambda) F(\lambda), \quad \hat{H}_{2v_2} = -h_0 \bar{v}_0(\lambda) x_2(\lambda) F(\lambda);$$

$$\hat{E}_{0v_1} = a(\lambda), \quad \hat{E}_{0v_2} = -\bar{v}_0(\lambda) b(\lambda), \quad \hat{H}_{0v_1} = h_0 b(\lambda), \quad \hat{H}_{0v_2} = -h_0 \bar{v}_0(\lambda) a(\lambda);$$

$$\hat{E}_{1v_j} = \hat{E}_{0v_j} + \hat{E}'_{1v_j}, \quad \hat{H}_{1v_j} = \hat{H}_{0v_j} + \hat{H}'_{1v_j}.$$

3. Решение краевой задачи экранирования

Краевая задача (3)–(6) является трехобластной краевой задачей с классическими граничными условиями сопряжения (3) на плоскостях раздела сред Γ_1 и Γ_2 . В статье рассматриваются поля с осевой симметрией специального вида. Это позволяет сформулировать задачу (3)–(6) в виде двухобластной краевой задачи для областей D_1 и D_2 с нелокальными граничными условиями, связывающими поля по обе стороны экрана D [18].

Краевая задача 2. Требуется при заданном первичном поле \vec{E}_0, \vec{H}_0 определить поля $\vec{E}'_j, \vec{H}'_j \in C^1(D_1) \cap C(\bar{D}_1)$, $\vec{E}_2, \vec{H}_2 \in C^1(D_2) \cap C(\bar{D}_2)$, для которых выполнены уравнения

$$\text{rot } \vec{E}_j = i\omega\mu_0 \vec{H}_j, \quad \text{rot } \vec{H}_j = -i\omega\epsilon_0 \vec{E}_j \quad \text{в } D_j,\tag{13}$$

нелокальные граничные условия

$$\vec{W}_1\Big|_{\Gamma_1} = \hat{A}^{-1} \vec{W}_2\Big|_{\Gamma_2}\tag{14}$$

и условия излучения на бесконечности (6).

Здесь

$$\hat{A}^{-1} = \hat{A}(-\Delta) = \begin{pmatrix} A_{11} & -A_{12} & A_{13} & -A_{14} \\ -A_{21} & A_{22} & -A_{23} & A_{24} \\ A_{31} & -A_{32} & A_{33} & -A_{34} \\ -A_{41} & A_{42} & -A_{43} & A_{44} \end{pmatrix}, \quad \vec{W}_j = \begin{pmatrix} \hat{E}_{jv_1} \\ \hat{E}_{jv_2} \\ \hat{H}_{jv_1} \\ \hat{H}_{jv_2} \end{pmatrix},\tag{15}$$

$$\begin{aligned}
 A_{11} &= p(p_1 C_2 - p_2 C_1), & A_{12} &= p \left(p_2 \frac{q_1}{l_1} S_1 - p_1 \frac{q_2}{l_2} S_2 \right), \\
 A_{13} &= Z_0 p (C_1 - C_2), & A_{14} &= Z_0 p \left(\frac{q_2}{l_2} S_2 - \frac{q_1}{l_1} S_1 \right), \\
 A_{21} &= p \left(p_2 \frac{l_1}{q_1} S_1 - p_1 \frac{l_2}{q_2} S_2 \right), & A_{22} &= p (p_1 C_2 - p_2 C_1), \\
 A_{23} &= Z_0 p \left(\frac{l_2}{q_2} S_2 - \frac{l_1}{q_1} S_1 \right), & A_{24} &= Z_0 p (C_1 - C_2), \\
 A_{31} &= \frac{pp_1 p_2}{Z_0} (C_2 - C_1), & A_{32} &= \frac{pp_1 p_2}{Z_0} \left(\frac{q_1}{l_1} S_1 - \frac{q_2}{l_2} S_2 \right), \\
 A_{33} &= p (p_1 C_1 - p_2 C_2), & A_{34} &= p \left(p_2 \frac{q_2}{l_2} S_2 - p_1 \frac{q_1}{l_1} S_1 \right), \\
 A_{41} &= \frac{pp_1 p_2}{Z_0} \left(\frac{l_1}{q_1} S_1 - \frac{l_2}{q_2} S_2 \right), & A_{42} &= \frac{pp_1 p_2}{Z_0} (C_2 - C_1), \\
 A_{43} &= p \left(p_2 \frac{l_2}{q_2} S_2 - p_1 \frac{l_1}{q_1} S_1 \right), & A_{44} &= p (p_1 C_1 - p_2 C_2); \\
 C_j &= \operatorname{ch}(k_0 v_j \Delta), & S_j &= \operatorname{sh}(k_0 v_j \Delta).
 \end{aligned} \tag{16}$$

Матричные коэффициенты (16) определяются через параметры уравнения (3):

$$\begin{aligned}
 \varepsilon &= \varepsilon_r \varepsilon_0, & \mu &= \mu_r \mu_0, & G &= G_r \sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}, & Z &= Z_r \sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}, & l_j &= \frac{v_j}{k_j}, & q_j &= \frac{g}{k_j g_j}, \\
 g &= \varepsilon_r \mu_r - Z_r G_r, & g_j &= f_j - \frac{1}{2} a, & a &= i(G_r - Z_r), & f_j &= (-1)^j f_0, & j &= 1, 2, \\
 f_0 &= \sqrt{\varepsilon_r \mu_r - \frac{1}{4} (G_r + Z_r)^2}, & 0 \leq \arg f_0 &< \pi, & p_j &= \frac{1}{\mu_r} \left(i \frac{g}{g_j} - Z_r \right), \\
 k_j &= \sqrt{g + \frac{1}{2} a^2 + a f_j}, & 0 \leq \arg k_j &< \pi, \\
 v_j &= \sqrt{\bar{\lambda}^2 - k_j^2}, & -\frac{\pi}{2} \leq \arg v_j &< \frac{\pi}{2}, & \bar{\lambda} &= \frac{\lambda}{k_0}, & p &= \frac{1}{p_1 - p_2}.
 \end{aligned}$$

Заметим, что граничные условия (14) сформированы для амплитуд (12) подынтегральных выражений (11). При этом задача экранирования (13), (14) эквивалентна краевой задаче (3)–(6). Видно, что для обратной матрицы (15) $\hat{A}^{-1} = \left\{ (-1)^{s+l} A_{sl} \right\}$.

Удовлетворим граничным условиям (14), подставив в них выражения (12). Получим систему алгебраических уравнений для определения функций $x_j(\lambda)$, $y_j(\lambda)$, входящих в интегралы (7), (8):

$$\begin{aligned}
& \left(A_{11}\hat{E}_{2v_1} - A_{12}\hat{E}_{2v_2} + A_{13}\hat{H}_{2v_1} - A_{14}\hat{H}_{2v_2} \right) = x_1 + a, \\
& \frac{1}{\bar{v}_0} \left(-A_{21}\hat{E}_{2v_1} + A_{22}\hat{E}_{2v_2} - A_{23}\hat{H}_{2v_1} + A_{24}\hat{H}_{2v_2} \right) = y_1 - b, \\
& iZ_0 \left(A_{31}\hat{E}_{2v_1} - A_{32}\hat{E}_{2v_2} + A_{33}\hat{H}_{2v_1} - A_{34}\hat{H}_{2v_2} \right) = y_1 + b, \\
& \frac{iZ_0}{\bar{v}_0} \left(-A_{41}\hat{E}_{2v_1} + A_{42}\hat{E}_{2v_2} - A_{43}\hat{H}_{2v_1} + A_{44}\hat{H}_{2v_2} \right) = x_1 - a.
\end{aligned} \tag{17}$$

Вычитая из первого равенства (17) четвертое, а из третьего равенства второе, приходим к двум уравнениям, не содержащим неизвестные x_1 и y_1 :

$$\begin{aligned}
& \left(A_{11} + \frac{iZ_0}{\bar{v}_0} A_{41} \right) \hat{E}_{2v_1} - \left(A_{12} + \frac{iZ_0}{\bar{v}_0} A_{42} \right) \hat{E}_{2v_2} + \\
& + \left(A_{13} + \frac{iZ_0}{\bar{v}_0} A_{43} \right) \hat{H}_{2v_1} - \left(A_{14} + \frac{iZ_0}{\bar{v}_0} A_{44} \right) \hat{H}_{2v_2} = 2a; \\
& \left(iZ_0 A_{31} + \frac{1}{\bar{v}_0} A_{21} \right) \hat{E}_{2v_1} - \left(iZ_0 A_{32} + \frac{1}{\bar{v}_0} A_{22} \right) \hat{E}_{2v_2} + \\
& + \left(iZ_0 A_{33} + \frac{1}{\bar{v}_0} A_{23} \right) \hat{H}_{2v_1} - \left(iZ_0 A_{34} + \frac{1}{\bar{v}_0} A_{24} \right) \hat{H}_{2v_2} = 2b.
\end{aligned} \tag{18}$$

Учтем в этих равенствах формулы (12) и определим неизвестные x_2, y_2 , разрешая систему уравнений (18). Получим

$$x_2(\lambda) = \frac{2G(\lambda)}{D(\lambda)} (a(\lambda)Q_{22}(\lambda) - b(\lambda)Q_{12}(\lambda)), \quad y_2(\lambda) = \frac{2G(\lambda)}{D(\lambda)} (b(\lambda)Q_{11}(\lambda) - a(\lambda)Q_{21}(\lambda)), \tag{19}$$

где

$$D(\lambda) = Q_{11}(\lambda)Q_{22}(\lambda) - Q_{12}(\lambda)Q_{21}(\lambda),$$

$$G = e^{v_0(\lambda)\Delta}, \quad Q_{11} = A_{11} + h_0\bar{v}_0A_{14} + \frac{iZ_0}{\bar{v}_0}A_{41} + A_{44}, \quad Q_{12} = \bar{v}_0A_{12} + h_0A_{13} + iZ_0A_{42} + \frac{1}{\bar{v}_0}A_{43},$$

$$Q_{21} = \frac{1}{\bar{v}_0}A_{21} + h_0A_{24} + iZ_0A_{31} + \bar{v}_0A_{34}, \quad Q_{22} = A_{22} + \frac{h_0}{\bar{v}_0}A_{23} + iZ_0\bar{v}_0A_{32} + A_{33}.$$

Из уравнений (17) определим коэффициенты отраженного поля (8):

$$\begin{aligned}
x_1 &= F \left[(A_{11} + h_0\bar{v}_0A_{14})x_2 + (\bar{v}_0A_{12} + h_0A_{13})y_2 \right] - a; \\
y_1 &= -\frac{F}{\bar{v}_0} \left[(A_{21} + h_0\bar{v}_0A_{24})x_2 + (\bar{v}_0A_{22} + h_0A_{23})y_2 \right] + b.
\end{aligned} \tag{20}$$

Используя формулы (19), (20), определим решение краевой задачи (13), (14):

$$\vec{E}_2 = \int_0^\infty [x_2(\lambda)J_1(\lambda\rho)\vec{e}_\varphi + y_2(\lambda)(\bar{v}_0(\lambda)J_1(\lambda\rho)\vec{e}_\rho + \bar{\lambda}J_0(\lambda\rho)\vec{e}_z)] e^{-v_0(\lambda)z} d\lambda,$$

$$H_2 = h_0 \int_0^{\infty} [y_2(\lambda)J_1(\lambda\rho)\bar{e}_\varphi + x_2(\lambda)(\bar{v}_0(\lambda)J_1(\lambda\rho)\bar{e}_\rho + \bar{\lambda}J_0(\lambda\rho)\bar{e}_z)]e^{-v_0(\lambda)z}d\lambda, \quad z > \Delta; \quad (21)$$

$$\bar{E}'_1 = \int_0^{\infty} [x_1(\lambda)J_1(\lambda\rho)\bar{e}_\varphi + y_1(\lambda)(-\bar{v}_0(\lambda)J_1(\lambda\rho)\bar{e}_\rho + \bar{\lambda}J_0(\lambda\rho)\bar{e}_z)]e^{v_0(\lambda)z}d\lambda,$$

$$\bar{H}'_1 = h_0 \int_0^{\infty} [y_1(\lambda)J_1(\lambda\rho)\bar{e}_\varphi + x_1(\lambda)(-\bar{v}_0(\lambda)J_1(\lambda\rho)\bar{e}_\rho + \bar{\lambda}J_0(\lambda\rho)\bar{e}_z)]e^{v_0(\lambda)z}d\lambda, \quad z < 0.$$

4. Алгоритм вычисления поля, проходящего через экран

Для численного исследования поля \bar{E}_2 , представленного в интегральном виде (21), воспользуемся следующим алгоритмом.

1. Исходные данные:

f – частота;

Δ – толщина экрана;

ε_r – относительная комплексная диэлектрическая проницаемость;

μ_r – относительная комплексная магнитная проницаемость;

G_r, Z_r – относительные комплексные параметры киральности;

c – скорость света;

A, B – произвольные комплексные постоянные;

α_1, α_2 – постоянные ($\alpha_1 > 0, \alpha_2 > 0$);

z, ρ – цилиндрические координаты точки $M(z > \Delta, 0 \leq \rho < \infty)$;

$\bar{\lambda}$ ($0 \leq \bar{\lambda} < \infty$) – переменная интегрирования;

n ($n = 0, 1, 2, \dots$) – параметр пучка волн;

h – расстояние до экрана.

2. Вспомогательные величины:

$$\omega = 2\pi f, \quad k_0 = \frac{\omega}{c}, \quad Z_0 = \sqrt{\mu_0/\varepsilon_0},$$

$$\bar{\Delta} = k_0\Delta, \quad \bar{h} = k_0h, \quad \bar{\rho} = k_0\rho, \quad \bar{z} = k_0z,$$

$$g = \varepsilon_r\mu_r - Z_rG_r, \quad a = i(G_r - Z_r),$$

$$f_0 = \sqrt{\varepsilon_r\mu_r - \frac{1}{4}(G_r + Z_r)^2}, \quad 0 \leq \arg f_0 < \pi, \quad f_j = (-1)^j f_0,$$

$$k_j = \sqrt{g + \frac{1}{2}a^2 + af_j}, \quad 0 \leq \arg k_j < \pi, \quad j = 1, 2,$$

$$g_j = f_j - \frac{1}{2}a, \quad q_j = \frac{g}{k_j g_j}, \quad p_j = \frac{1}{\mu_r} \left(i \frac{g}{g_j} - Z_r \right),$$

$$p = \frac{1}{p_1 - p_2}, \quad \bar{\alpha}_j = \alpha_j/k_0.$$

3. Вспомогательные функции переменной $\bar{\lambda}$ ($0 \leq \bar{\lambda} < \infty$):

$$v_j(\bar{\lambda}) = \sqrt{\bar{\lambda}^2 - k_j^2}, \quad -\frac{\pi}{2} \leq \arg v_j < \frac{\pi}{2}, \quad l_j(\bar{\lambda}) = v_j(\bar{\lambda})/k_j;$$

$$w_0(\bar{\lambda}) = \sqrt{|\bar{\lambda}^2 - 1|},$$

$$g_n(\bar{\lambda}) = (\bar{\lambda}^2 - 2n)L_n(\bar{\lambda}^2) + 2nL_{n-1}(\bar{\lambda}^2),$$

$$\tilde{C}_1(\bar{\lambda}) = \frac{1}{2}(1 + \exp(-2v_1(\bar{\lambda})\bar{\Delta})),$$

$$\tilde{C}_2(\bar{\lambda}) = \frac{1}{2}[\exp((v_2(\bar{\lambda}) - v_1(\bar{\lambda}))\bar{\Delta}) + \exp(-(v_2(\bar{\lambda}) + v_1(\bar{\lambda}))\bar{\Delta})],$$

$$\tilde{S}_1(\bar{\lambda}) = \frac{1}{2}(1 - \exp(-2v_1(\bar{\lambda})\bar{\Delta})),$$

$$\tilde{S}_2(\bar{\lambda}) = \frac{1}{2}[\exp((v_2(\bar{\lambda}) - v_1(\bar{\lambda}))\bar{\Delta}) - \exp(-(v_2(\bar{\lambda}) + v_1(\bar{\lambda}))\bar{\Delta})].$$

$\tilde{A}_{s,l}(\bar{\lambda})$ ($s, l = 1, 2, 3, 4$) – матричные функции, которые вычисляются по формулам (16) после замены функций $C_j(\bar{\lambda}), S_j(\bar{\lambda})$ на функции $\tilde{C}_j(\bar{\lambda}), \tilde{S}_j(\bar{\lambda})$.

4. Вспомогательные функции на отрезках $0 \leq \bar{\lambda} < 1, 1 < \bar{\lambda} < \infty$:

$$A_0^{(1)}(\bar{\lambda}) = k_0 w_0(\bar{\lambda}) A g_n \left(\frac{\bar{\lambda}}{\alpha_1} \right) \exp \left(i w_0(\bar{\lambda}) \bar{h} - \frac{1}{2} \left(\frac{\bar{\lambda}}{\alpha_1} \right)^2 \right), \quad 0 \leq \bar{\lambda} < 1,$$

$$A_0^{(2)}(\bar{\lambda}) = k_0 w_0(\bar{\lambda}) A g_n \left(\frac{\bar{\lambda}}{\alpha_1} \right) \exp \left(-w_0(\bar{\lambda}) \bar{h} - \frac{1}{2} \left(\frac{\bar{\lambda}}{\alpha_1} \right)^2 \right), \quad 1 < \bar{\lambda} < \infty;$$

$$B_0^{(1)}(\bar{\lambda}) = i k_0 B g_n \left(\frac{\bar{\lambda}}{\alpha_2} \right) \exp \left(i w_0(\bar{\lambda}) \bar{h} - \frac{1}{2} \left(\frac{\bar{\lambda}}{\alpha_2} \right)^2 \right), \quad 0 \leq \bar{\lambda} < 1,$$

$$B_0^{(2)}(\bar{\lambda}) = k_0 B g_n \left(\frac{\bar{\lambda}}{\alpha_2} \right) \exp \left(-w_0(\bar{\lambda}) \bar{h} - \frac{1}{2} \left(\frac{\bar{\lambda}}{\alpha_2} \right)^2 \right), \quad 1 \leq \bar{\lambda} < \infty;$$

$$G^{(1)}(\bar{\lambda}) = \exp(-i w_0(\bar{\lambda}) + v_1(\bar{\lambda}))\bar{\Delta}), \quad 0 \leq \bar{\lambda} < 1,$$

$$G^{(2)}(\bar{\lambda}) = \exp((w_0(\bar{\lambda}) - v_1(\bar{\lambda}))\bar{\Delta}), \quad 1 \leq \bar{\lambda} < \infty;$$

$$Q_{11}^{(1)}(\bar{\lambda}) = w_0(\bar{\lambda}) \left(\tilde{C}_1(\bar{\lambda}) + \tilde{C}_2(\bar{\lambda}) - \frac{w_0(\bar{\lambda})}{Z_0} \tilde{A}_{14}(\bar{\lambda}) \right) - Z_0 A_{41}(\bar{\lambda}),$$

$$Q_{12}^{(1)}(\bar{\lambda}) = i w_0(\bar{\lambda}) (p(1 + p_1 p_2) (\tilde{C}_2(\bar{\lambda}) - \tilde{C}_1(\bar{\lambda})) - w_0(\bar{\lambda}) \tilde{A}_{12}(\bar{\lambda})) + i \bar{A}_{43}(\bar{\lambda}),$$

$$Q_{21}^{(1)}(\bar{\lambda}) = i w_0(\bar{\lambda}) (p(1 + p_1 p_2) (\tilde{C}_2(\bar{\lambda}) - \tilde{C}_1(\bar{\lambda})) - w_0(\bar{\lambda}) \tilde{A}_{34}(\bar{\lambda})) + i \bar{A}_{21}(\bar{\lambda}),$$

$$\begin{aligned}
 Q_{22}^{(1)}(\bar{\lambda}) &= w_0(\bar{\lambda})(\tilde{C}_1(\bar{\lambda}) + \tilde{C}_2(\bar{\lambda}) + Z_0 w_0(\bar{\lambda}) \tilde{A}_{32}(\bar{\lambda})) + \frac{1}{Z_0} \tilde{A}_{23}(\bar{\lambda}), \quad 0 \leq \bar{\lambda} < 1; \\
 Q_{11}^{(2)}(\bar{\lambda}) &= w_0(\bar{\lambda}) \left(\tilde{C}_1(\bar{\lambda}) + \tilde{C}_2(\bar{\lambda}) - \frac{i w_0(\bar{\lambda})}{Z_0} \tilde{A}_{14}(\bar{\lambda}) \right) + i Z_0 A_{41}(\bar{\lambda}), \\
 Q_{12}^{(2)}(\bar{\lambda}) &= w_0(\bar{\lambda}) (i p (1 + p_1 p_2) (\tilde{C}_2(\bar{\lambda}) - \tilde{C}_1(\bar{\lambda})) + w_0(\bar{\lambda}) \tilde{A}_{12}(\bar{\lambda})) + \bar{A}_{43}(\bar{\lambda}), \\
 Q_{21}^{(2)}(\bar{\lambda}) &= w_0(\bar{\lambda}) (i p (1 + p_1 p_2) (\tilde{C}_2(\bar{\lambda}) - \tilde{C}_1(\bar{\lambda})) + w_0(\bar{\lambda}) \tilde{A}_{34}(\bar{\lambda})) + \bar{A}_{21}(\bar{\lambda}), \\
 Q_{22}^{(2)}(\bar{\lambda}) &= w_0(\bar{\lambda}) (\tilde{C}_1(\bar{\lambda}) + \tilde{C}_2(\bar{\lambda}) + i Z_0 w_0(\bar{\lambda}) \tilde{A}_{32}(\bar{\lambda})) - \frac{i}{Z_0} \tilde{A}_{23}(\bar{\lambda}), \quad 1 \leq \bar{\lambda} < \infty; \\
 Q^{(1)}(\bar{\lambda}) &= 2G^{(1)}(\bar{\lambda}) / [\tilde{Q}_{11}(\bar{\lambda}) \tilde{Q}_{22}(\bar{\lambda}) - \tilde{Q}_{12}(\bar{\lambda}) \tilde{Q}_{21}(\bar{\lambda})], \quad 0 \leq \bar{\lambda} < 1, \\
 Q^{(2)}(\bar{\lambda}) &= 2G^{(2)}(\bar{\lambda}) / [\tilde{Q}_{11}(\bar{\lambda}) \tilde{Q}_{22}(\bar{\lambda}) - \tilde{Q}_{12}(\bar{\lambda}) \tilde{Q}_{21}(\bar{\lambda})], \quad 1 \leq \bar{\lambda} < \infty; \\
 x_2^{(1)}(\bar{\lambda}) &= Q^{(1)}(\bar{\lambda}) (A_0^{(1)}(\bar{\lambda}) \tilde{Q}_{22}^{(1)}(\bar{\lambda}) - B_0^{(1)}(\bar{\lambda}) \tilde{Q}_{12}^{(1)}(\bar{\lambda})), \quad 0 \leq \bar{\lambda} < 1, \\
 y_2^{(1)}(\bar{\lambda}) &= Q^{(1)}(\bar{\lambda}) (B_0^{(1)}(\bar{\lambda}) \tilde{Q}_{11}^{(1)}(\bar{\lambda}) - A_0^{(1)}(\bar{\lambda}) \tilde{Q}_{21}^{(1)}(\bar{\lambda})), \quad 0 \leq \bar{\lambda} < 1; \\
 x_2^{(2)}(\bar{\lambda}) &= Q^{(2)}(\bar{\lambda}) (A_0^{(2)}(\bar{\lambda}) \tilde{Q}_{22}^{(2)}(\bar{\lambda}) - B_0^{(2)}(\bar{\lambda}) \tilde{Q}_{12}^{(2)}(\bar{\lambda})), \quad 1 < \bar{\lambda} < \infty, \\
 y_2^{(2)}(\bar{\lambda}) &= Q^{(2)}(\bar{\lambda}) (B_0^{(2)}(\bar{\lambda}) \tilde{Q}_{11}^{(2)}(\bar{\lambda}) - A_0^{(2)}(\bar{\lambda}) \tilde{Q}_{21}^{(2)}(\bar{\lambda})), \quad 1 < \bar{\lambda} < \infty.
 \end{aligned}$$

5. Вычисление компонент электрического поля $\vec{E}_2 = E_{2\phi} \vec{e}_\phi + E_{2\rho} \vec{e}_\rho + E_{2z} \vec{e}_z$:

$$\begin{aligned}
 E_{2\phi}(\rho, z) &= \int_0^1 x_2^{(1)}(\bar{\lambda}) J_1(\bar{\lambda} \bar{\rho}) e^{i w_0(\bar{\lambda}) z} d\bar{\lambda} + \int_1^\infty x_2^{(2)}(\bar{\lambda}) J_1(\bar{\lambda} \bar{\rho}) e^{-w_0(\bar{\lambda}) z} d\bar{\lambda}, \\
 E_{2\rho}(\rho, z) &= -i \int_0^1 y_2^{(1)}(\bar{\lambda}) w_0(\bar{\lambda}) J_1(\bar{\lambda} \bar{\rho}) e^{i w_0(\bar{\lambda}) z} d\bar{\lambda} + \int_1^\infty y_2^{(2)}(\bar{\lambda}) w_0(\bar{\lambda}) J_1(\bar{\lambda} \bar{\rho}) e^{-w_0(\bar{\lambda}) z} d\bar{\lambda}, \quad (22) \\
 E_{2z}(\rho, z) &= \int_0^1 y_2^{(1)}(\bar{\lambda}) \bar{\lambda} J_0(\bar{\lambda} \bar{\rho}) e^{i w_0(\bar{\lambda}) z} d\bar{\lambda} + \int_1^\infty y_2^{(2)}(\bar{\lambda}) \bar{\lambda} J_0(\bar{\lambda} \bar{\rho}) e^{-w_0(\bar{\lambda}) z} d\bar{\lambda}.
 \end{aligned}$$

5. Вычислительный эксперимент

Для расчетов рассмотрен пучок Лагерра – Гаусса \vec{E}_0 на частоте $f = 3 \cdot 10^8$ Гц, ортогонально падающий на экран $D(0 < z < \Delta)$, $\Delta = 0,2$ м, и распространяющийся в положительном направлении оси Oz . За начальное сечение пучка выбрана плоскость $z = -h$ ($h = 0,1$ м), в которой компоненты поля представляются аналитически в достаточно простом виде (2).

На рис. 1 модули компонент электрического поля пучка (1) изображены в четырех ортогональных сечениях ($z = \text{const}$), когда экран D отсутствует. Выбраны следующие параметры пучка: $f = 3 \cdot 10^8$ Гц, $h = 0,1$ м, $A = 1$, $B = 0$, $\alpha_1 = 2 \text{ м}^{-1}$, $\alpha_2 = 2 \text{ м}^{-1}$, $n = 1$, $n = 5$. В этом случае вектор \vec{E}_0 параллелен экрану D (TE -поляризация), компоненты $E_{0\rho}$, E_{0z} отсутствуют. Графики на рисунках являются образующими вращения с осью симметрии Oz .

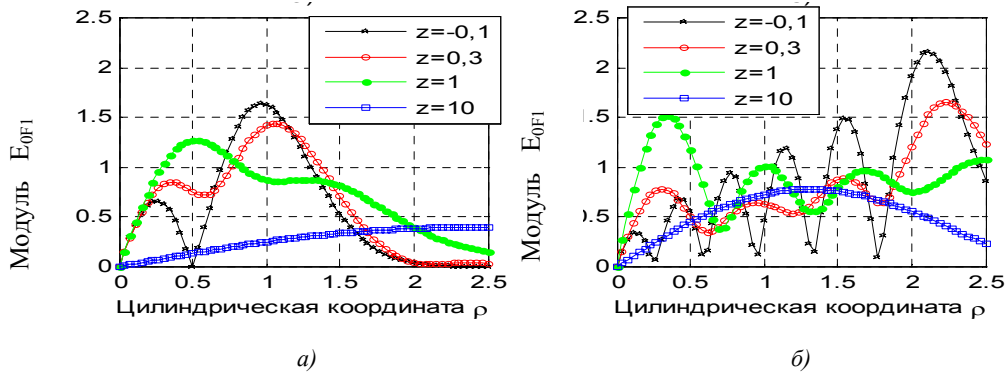


Рис. 1. Графики модуля компоненты $E_{0\varphi}$ электрического поля \vec{E}_0 при отсутствии экрана: а) $n=1$; б) $n=5$

На рис. 2 при аналогичных значениях параметров изображено изменение реального электрического поля $\text{Re}(\vec{E}_0 e^{-i\omega t})$ пучка в течение периода колебаний электромагнитного поля, $0 \leq \bar{t} \leq 1$, $\bar{t} = t/T$ – безразмерное время, $T = 1/f$ – период поля. Параметры пучка: $f = 3 \cdot 10^8$ Гц, $h = 0,1$ м, $A = 1$, $B = 0$, $\alpha_1 = 2 \text{ м}^{-1}$, $\alpha_2 = 2 \text{ м}^{-1}$, $n = 1$.

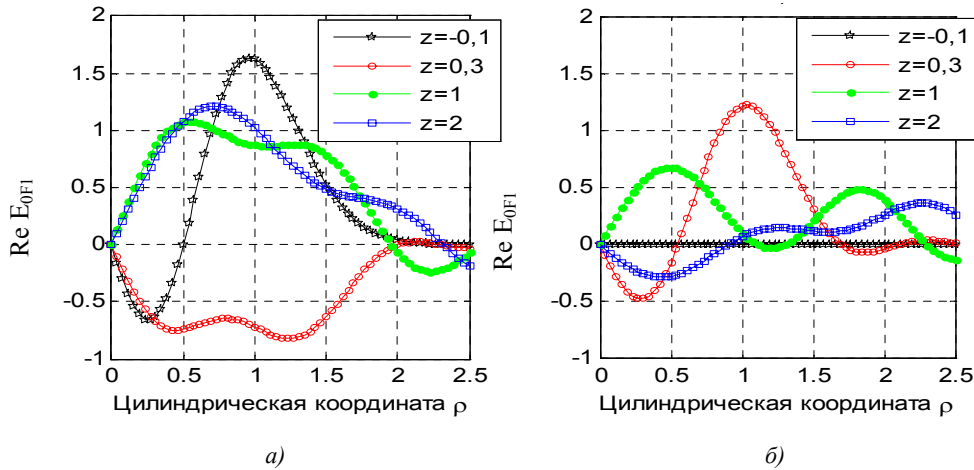


Рис. 2. Изменение структуры пучка волн \vec{E}_0 ($A = 1, B = 0, \alpha_1 = 2, n = 1$) в течение периода при отсутствии экрана: а) $\bar{t} = 0$; б) $\bar{t} = 0,25$

На рис. 3 и 4 представлены графики, описывающие структуру пучка волн (7) в полупространстве $D_2(z > \Delta)$ при прохождении пучка (1) через биизотропный экран D с различными значениями параметров киральности. На рис. 3 изображена структура пучка при наличии экрана из кирального метаматериала с параметрами $\Delta = 0,2$ м, $G_r = 3i$, $Z_r = 3i$, $\epsilon_r = -4$, $\mu_r = 2$. Рассмотрен пучок (1) при $f = 3 \cdot 10^8$ Гц, $h = 0,1$ м, $A = 1$, $B = 0$, $\alpha_1 = 2 \text{ м}^{-1}$, $n = 1$, представляющий собой TE -поляризованное поле. Заметим, что пучок (1) при прохождении через экран D преобразуется в поле \vec{E}_2 с компонентами (22), состоящее из двух поляризаций: $\vec{E}_2 = \vec{E}_2^{TE} + \vec{E}_2^{TH}$. На рис. 3, а показано TE -поляризованное поле $\vec{E}_2^{TE} = E_{2\varphi} \vec{e}_\varphi$, на рис. 3, б и в – компоненты TH -поляризованного поля $\vec{E}_2^{TH} = E_{2\rho} \vec{e}_\rho + E_{2z} \vec{e}_z$ (вектор \vec{H}_2^{TH} параллелен экрану D), а на рис. 3, г – модуль поля $|\vec{E}_2|$.

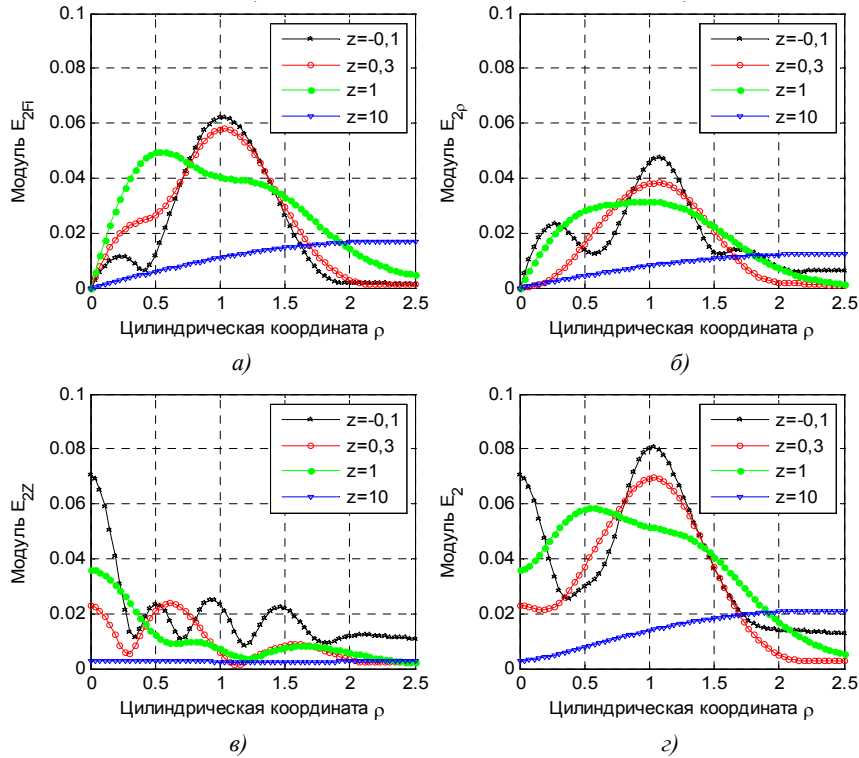


Рис. 3. Графики модуля компонент поля \vec{E}_2 ($A = 1, B = 0, \alpha_1 = 2, n = 1$) при наличии экрана из кирального метаматериала: а) $|E_{z\phi}|$; б) $|E_{z\rho}|$; в) $|E_{zz}|$; г) $|\vec{E}_2|$

На рис. 4 показаны результаты решения задачи (3)–(6) для параметров $f = 3 \cdot 10^9$, $\Delta = 0,05$ м, $G_r = 0,5i$, $Z_r = -0,5i$, $\epsilon_r = 4$, $\mu_r = 1$, $A = 1, B = 0, h = 0,1$ м, $\alpha_1 = 2 \text{ м}^{-1}$, $n = 1$.

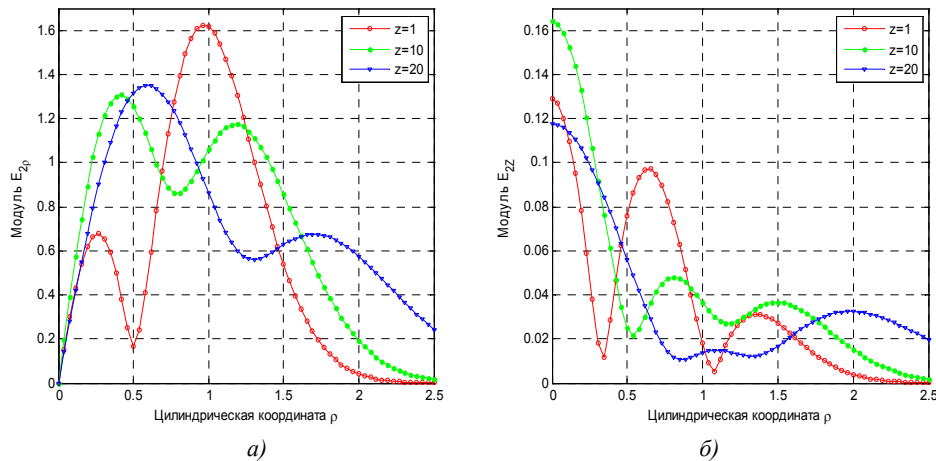


Рис. 4. Модули компонент поля \vec{E}_2 при наличии экрана из кирального материала: а) $|E_{z\rho}|$; б) $|E_{zz}|$

В работе [19] рассмотрен экран с аналогичными параметрами, через который ортогонально экрану проходит плоская TE -поляризованная волна. Показано, что в результате прохождения TE -поляризованная плоская волна преобразуется в TH -поляризованную плоскую волну. Аналогичная ситуация наблюдается и для пучка волн при ортогональном падении на экран: TE -поляризованный пучок волн (первичное поле) при прохождении через экран преобразуется в TH -поляризованный пучок. Компонента $E_{z\phi}$ (TE -поле) в полупространстве D_2 практически

равна нулю (в D_1 для первичного поля $E_{0\varphi} \neq 0$, $E_{0\rho} \equiv 0$, $E_{0z} \equiv 0$). На рис. 4 изображены компоненты TH -поляризованного пучка волн в D_2 . При этом преобладает компонента $E_{2\rho}$. Сравнение рисунков 3, а и 4, а позволяет заключить, что при увеличении частоты поля пучок волн в направлении оси Oz расплывается гораздо медленнее.

Численно исследовано решение краевой задачи (3)–(6) для параметров $f = 3 \cdot 10^8$ Гц, $h = 0,1$ м, $A = 1$, $B = 0$, $\alpha_1 = 2$ м⁻¹, $n = 1$, $\Delta = 0,2$ м, $G_r = 3i$, $Z_r = 3i$, $\varepsilon_r = -4$, $\mu_r = 2$ с фокусирующим параметром $\tau = 0$ [9]. Показано, что при прохождении пучка (1) через экран D пучок сдвигается вдоль оси Oz на расстояние 0,4 м и полностью сохраняет вид. Начало пучка в сечении $z = -0,1$ переходит в сечение $z = 0,3$.

Отметим, что в публикации [20] аналитически исследованы пучки волн с зависимостью от азимутального угла φ .

Заключение

В работе сформулирована краевая задача прохождения кругового пучка электромагнитных волн через плоский экран из биизотропного материала с использованием нелокальных двухсторонних граничных условий специального типа, связывающих поля по обе стороны экрана. Изучены пучки волн Лагерра – Гаусса, которые являются произвольными комбинациями TE - и TH -поляризованных пучков, распространяющихся ортогонально плоскому экрану с произвольными комплексными диэлектрической и магнитной проницаемостями и параметрами киральности. Методика решения задачи основана на представлении первичного и результирующего пучков волн через базисные цилиндрические электромагнитные поля. В результате компоненты поля, прошедшего через экран, представлены в виде несобственных интегралов, содержащих функции Бесселя.

Разработана программа и численно исследованы свойства экранов из специальных киральных материалов. Показано, что с помощью кирального экрана TE -поляризованные пучки волн преобразуются в TH -поляризованные пучки и наоборот. С помощью экрана из кирального метаматериала пучок волн сдвигается вдоль оси пучка с полным сохранением структуры.

Работа выполнена по заданию № 20110838 ГПНИ «Информатика и космос».

Список литературы

1. Виноградов, А.П. Электродинамика композитных материалов / А.П. Виноградов. – М. : Эдиториал УРСС, 2001. – 206 с.
2. Electromagnetic Waves in Chiral and Bi-isotropic Media / I.V. Lindell [et al.]. – Boston : Artech House, 1994. – 324 p.
3. Иванов, О.В. Распространение электромагнитных волн в анизотропных и бианизотропных слоистых структурах / О.В. Иванов. – Ульяновск : УлГТУ, 2010. – 262 с.
4. Гуляев, Ю.В. Метаматериалы: фундаментальные исследования и перспективы применения / Ю.В. Гуляев, А.Н. Лагарьков, С.А. Никитов // Вестник РАН. – 2008. – Т. 78, № 5. – С. 438–457.
5. Веселаго, В.Г. Электродинамика веществ с одновременно отрицательными значениями ε и μ / В.Г. Веселаго // Успехи физических наук. – 1967. – Т. 92, № 3. – С. 517.
6. Миттра, Р. Критический взгляд на метаматериалы / Р. Миттра // Радиотехника и электроника. – 2007. – Т. 52, № 9. – С. 1051–1058.
7. Ерофеев, В.Т. Алгоритм численного исследования экранирующих свойств многослойных экранов из композитных материалов / В.Т. Ерофеев, С.В. Малый // Информатика. – 2010. – № 4 (28). – С. 96–103.
8. Иванов, О.В. Распространение света в киральных слоистых средах. Метод матриц 4×4 / О.В. Иванов, Д.И. Семенов // Кристаллография. – 2000. – Т. 45, № 3. – С. 534–540.

9. Ерофеенко, В.Т. Краевая задача проникновения электромагнитных полей дипольных источников через биизотропный экран / В.Т. Ерофеенко // Вестник БГУ. Сер. 1. – 2012. – № 2. – С. 71–76.
10. Кухарчик, П.Д. Полное внутреннее отражение гауссова светового пучка / П.Д. Кухарчик, В.М. Сердюк, И.А. Титовицкий // ЖТФ. – 1999. – Т. 69, № 4. – С. 74–79.
11. Казак, Л.А. Формирование, суперпозиция и устойчивость вихревых оптических пучков различных порядков / Л.А. Казак, А.Л. Толстик // Вестник БГУ. Сер. 1. – 2010. – № 2. – С. 3–7.
12. Романов, О.Г. Самофокусировка и модуляционная неустойчивость оптических вихрей в резонансных средах / О.Г. Романов, А.Л. Толстик // Вестник БГУ. Сер. 1. – 2010. – № 3. – С. 13–17.
13. Шевченко, В.В. Геометрооптическая теория плоской линзы из кирального метаматериала / В.В. Шевченко // Радиотехника и электроника. – 2009. – Т. 54, № 6. – С. 696–700.
14. Иванов, О.В. Трансформация гауссова светового пучка при отражении вблизи угла Брюстера / О.В. Иванов, Д.И. Семенов // Оптика и спектроскопия. – 2002. – Т. 92, № 3. – С. 462–467.
15. Панов, В.П. О распространении волновых пучков в средах с изотропной комплексной диэлектрической проницаемостью / В.П. Панов, В.В. Приходько // Радиотехника и электроника. – 2007. – Т. 52, № 6. – С. 662–670.
16. Гончаренко, А.М. Оптические гауссовы пучки и солитоны / А.М. Гончаренко. – Минск : Беларуская навука, 2011. – 126 с.
17. Ерофеенко, В.Т. Аналитическое моделирование в электродинамике / В.Т. Ерофеенко, И.С. Козловская. – Минск : БГУ, 2010. – 304 с.
18. Ерофеенко, В.Т. Модели граничных условий на композиционных экранах для электромагнитных полей с осевой симметрией / В.Т. Ерофеенко // Известия НАН Беларуси. Сер. физ.-мат. наук. – 2010. – № 2. – С. 41–45.
19. Ерофеенко, В.Т. Дифракция плоской электромагнитной волны на плоском слое из биизотропного материала / В.Т. Ерофеенко, С.В. Малый // Вестник БГУ. Сер.1. – 2010. – № 2. – С. 11–16.
20. Ерофеенко, В.Т. Краевая задача дифракции пучков электромагнитных волн на плоском экране из биизотропных материалов / В.Т. Ерофеенко // Известия НАН Беларуси. Сер. физ.-мат. наук. – 2012. – № 4. – С. 72–79.

Поступила 22.11.2012

¹ Учреждение БГУ «НИИ прикладных проблем математики и информатики»,
Минск, пр. Независимости, 4
e-mail: bsu_erofeenko@tut.by

² Высший государственный колледж связи,
Минск, ул. Ф. Скорины, 8, корп. 2
e-mail: valbandarenka@yandex.ru

V.T. Erofeenko, V.F. Bondarenko

TRANSFORMATION OF BEAMS OF ELECTROMAGNETIC WAVES PASSING THROUGH A CHIRAL METAMATERIAL SCREEN

The boundary value problem of penetration of beams of monochromatic electromagnetic fields through a flat screen of biisotropic material with arbitrary complex parameters of media is solved. The solution is represented in the integral form. The results of computational experiment for specific screens of chiral metamaterials are discussed.