

УДК 534.26

Н.Н. Киселева, Г.Ч. Шушкевич

ЭКРАНИРОВАНИЕ ПЛОСКИМ ПРОНИЦАЕМОМ СЛОЕМ ЗВУКОВОГО ПОЛЯ СФЕРИЧЕСКОГО ИЗЛУЧАТЕЛЯ, РАСПОЛОЖЕННОГО ВНУТРИ ТОНКОЙ НЕЗАМКНУТОЙ СФЕРИЧЕСКОЙ ОБОЛОЧКИ

Предлагается аналитическое решение граничной задачи, описывающей процесс проникновения звукового поля сферического излучателя, который расположен внутри незамкнутой сферической оболочки, через плоский проницаемый слой. Численно исследуется влияние некоторых параметров задачи на значение коэффициента ослабления звукового поля.

Введение

Исследование распространения звуковых волн в многослойных средах играет большую роль в сейсмологии, сейсморазведке, акустике океана, медицинской диагностике (дефектоскопии) [1–4], а также в конструировании многослойных звукопоглощающих панелей для защиты от шума и вибрации [5–7].

Библиография по решению задач рассеяния весьма обширна. Упомянем лишь некоторые работы, имеющие отношение к данной теме исследования. Задача о дифракции звуковых волн на телах конечных размеров, находящихся в полупространстве, рассмотрена в [8]. Метод решения основывается на использовании амплитуды рассеяния включения. В настоящей статье приводятся работы, в которых применяются численные и асимптотические методы решения подобных задач. В работах [9, 10] исследуются двумерные задачи рассеяния звукового поля на импедансной границе раздела двух сред. Приближенное решение задачи о распространении звукового поля в трехслойном пространстве с плоскими границами разделов сред получено в [11]. Методом стационарной фазы исследуется акустическое поле в волноводе Пекериса [1] с поглощающим дном [12]. Построение точного решения о проникновении звукового поля диполя через плоский слой рассматривается в [4]. В [13] получены новые граничные условия, которые можно использовать для моделирования процесса проникновения акустических волн через тонкостенные упругие оболочки.

В настоящей работе построено точное осесимметричное решение задачи о проникновении звукового поля через плоский проницаемый слой. В качестве источника поля рассматривается сферический излучатель, расположенный внутри тонкой незамкнутой сферической оболочки. С помощью соответствующих теорем сложения [14] решение поставленной задачи сведено к решению парных сумматорных уравнений по полиномам Лежандра, которые преобразуются к бесконечной системе линейных алгебраических уравнений (СЛАУ) второго рода с вполне непрерывным оператором.

1. Постановка задачи и представление решения

Пусть все пространство R^3 разделено плоскостями $\Gamma_1(z = -h_1)$ и $\Gamma_2(z = -h_1 - h_2)$ на три области D_1, D_2, D_3 (рис. 1). В области D_1 находится идеально тонкая незамкнутая сферическая оболочка S_1 с углом раствора θ_0 , расположенная на сфере S радиуса a с центром в точке O . В точке O расположен сферический излучатель с круговой частотой ω . Области $D_j, j = 1, 2, 3$, заполнены материалом, в котором не распространяются сдвиговые волны. Плотность среды и скорость звука в области $D_j, j = 1, 2, 3$, обозначим соответственно через $\tilde{\rho}_j, c_j$. Область пространства, ограниченную сферой S , обозначим через D_0 .

Для решения задачи свяжем с точкой O (центром оболочки S_1) сферические координаты $\{r, \theta, \varphi\}$: $x = r \cos \varphi \sin \theta$, $y = r \sin \varphi \sin \theta$, $z = r \cos \theta$, где $0 \leq r < \infty$, $0 \leq \theta \leq \pi$, $0 \leq \varphi \leq 2\pi$,

и цилиндрические координаты $\{\rho, \varphi, z\}$: $x = \rho \cos \varphi$, $y = \rho \sin \varphi$, $z = z$, где $0 \leq \rho < \infty$, $0 \leq \varphi \leq 2\pi$, $-\infty < z < \infty$.

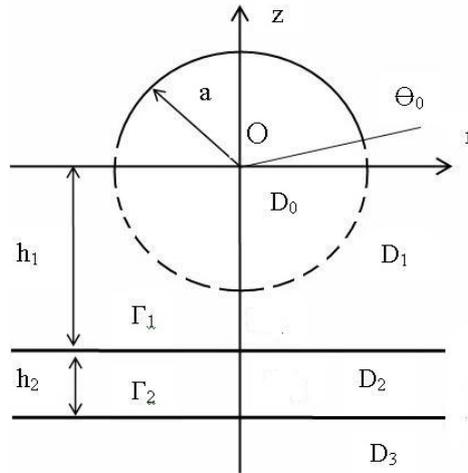


Рис. 1. Геометрия задачи

Сферическая оболочка S_1 и плоскости Γ_1 и Γ_2 описываются следующим образом:

$$S_1 = \{r = a, 0 \leq \theta \leq \theta_0 < \pi, 0 \leq \varphi \leq 2\pi\};$$

$$\Gamma_1 = \{z = -h_1, 0 \leq \rho < \infty, 0 \leq \varphi \leq 2\pi\}; \quad \Gamma_2 = \{z = -h_1 - h_2, 0 \leq \rho < \infty, 0 \leq \varphi \leq 2\pi\}.$$

Обозначим через p_c давление исходного звукового поля, p_j – давление рассеянного звукового поля в области D_j , $j = 0, 1, 2, 3$.

Постановка задачи. Найти давления p_j , $j = 0, 1, 2, 3$, удовлетворяющие:

– уравнению Гельмгольца

$$\Delta p_j + k_j^2 p_j = 0,$$

где $\Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$ – оператор Лапласа; $k_j = \omega / c_j$ – волновое число, $k_0 = k_1$;

– граничному условию на поверхности сферической оболочки S_1 (акустически мягкой оболочки)

$$(p_c + p_0)|_{S_1} = p_1|_{S_1} = 0; \tag{1}$$

– граничным условиям на проницаемой плоскости Γ_1

$$p_1|_{\Gamma_1} = p_2|_{\Gamma_1}, \quad \frac{1}{\tilde{\rho}_1} \frac{\partial p_1}{\partial \tilde{n}} \Big|_{\Gamma_1} = \frac{1}{\tilde{\rho}_2} \frac{\partial p_2}{\partial \tilde{n}} \Big|_{\Gamma_1}, \tag{2}$$

где \tilde{n} – нормаль к поверхности Γ_1 ;

– граничным условиям на проницаемой плоскости Γ_2

$$p_2|_{\Gamma_2} = p_3|_{\Gamma_2}, \quad \frac{1}{\tilde{\rho}_2} \frac{\partial p_2}{\partial \tilde{n}} \Big|_{\Gamma_2} = \frac{1}{\tilde{\rho}_3} \frac{\partial p_3}{\partial \tilde{n}} \Big|_{\Gamma_2}, \tag{3}$$

где \tilde{n} – нормаль к поверхности Γ_2 ;

– условию на бесконечности [4, 18]

$$\lim_{M \rightarrow \infty} r_j \left(\frac{\partial p_j(M)}{\partial r_j} - ik_j p_j(M) \right) = 0, \quad j = 1, 2, 3, \quad (4)$$

где M – произвольная точка пространства.

Потребуем выполнения также условий непрерывности давления на поверхности сферы S и производной по нормали $S \setminus S_1$:

$$(p_c + p_0)|_S = p_1|_S; \quad (5)$$

$$\frac{\partial(p_c + p_0)}{\partial \vec{n}} \Big|_{S \setminus S_1} = \frac{\partial p_1}{\partial \vec{n}} \Big|_{S \setminus S_1}, \quad (6)$$

где \vec{n} – нормаль к поверхности $S \setminus S_1$.

Реальные звуковые давления вычисляются по формуле [4]

$$P_j = \operatorname{Re}(p_j e^{-i\omega t}), \quad j = 0, 1, 2, 3.$$

Давление исходного звукового поля представим в виде ряда по сферическим волновым функциям [14, 18]:

$$p_c = P \frac{e^{ik_1 r}}{r} = ik_1 P h_0^{(1)}(k_1 r) = ik_1 P \sum_{n=0}^{\infty} \delta_{0n} h_n^{(1)}(k_1 r) P_n(\cos \theta), \quad (7)$$

где $h_n^{(1)}(k_1 r)$ – сферические функции Ханкеля; $P_n(\cos \theta)$ – полиномы Лежандра [16]; δ_{0k} – символ Кронекера; $P = \text{const}$ [15]; i – мнимая единица.

Представим давление p_j рассеянного звукового поля в области D_j , $j = 0, 1, 2, 3$, в виде суперпозиции базисных решений уравнения Гельмгольца, принимая во внимание условие на бесконечности (4):

$$p_0(r, \theta) = P \sum_{n=0}^{\infty} x_n \frac{j_n(k_1 r)}{j_n(\xi)} P_n(\cos \theta) \quad \text{в } D_0; \quad (8)$$

$$p_1 = p_1^{(1)}(r, \theta) + p_1^{(2)}(\rho, z) \quad \text{в } D_1,$$

$$p_1^{(1)}(r, \theta) = P \sum_{n=0}^{\infty} y_n \frac{h_n^{(1)}(k_1 r)}{h_n^{(1)}(\xi)} P_n(\cos \theta), \quad p_1^{(2)}(\rho, z) = P \int_0^{\infty} a(\lambda) J_0(\lambda \rho) e^{-v_1(z+h_1)} \lambda d\lambda; \quad (9)$$

$$p_2 = P \int_0^{\infty} b(\lambda) J_0(\lambda \rho) e^{v_2(z+h_1)} \lambda d\lambda + P \int_0^{\infty} \gamma(\lambda) J_0(\lambda \rho) e^{-v_2(z+h_1+h_2)} \lambda d\lambda \quad \text{в } D_2; \quad (10)$$

$$p_3(\rho, z) = P \int_0^{\infty} c(\lambda) J_0(\lambda \rho) e^{v_3(z+h_1+h_2)} \lambda d\lambda \quad \text{в } D_3, \quad (11)$$

где $j_n(x)$ – сферические функции Бесселя первого рода; $J_0(x)$ – функции Бесселя первого рода [16]; $\xi = k_1 a$; $v_j = \sqrt{\lambda^2 - k_j^2}$, $j = 1, 2, 3$.

Неизвестные коэффициенты x_n, y_n и функции $a(\lambda), b(\lambda), \gamma(\lambda), c(\lambda)$ подлежат определению из граничных условий.

2. Выполнение граничных условий

Для выполнения граничных условий (1), (5), (6) представим функцию $p_1^{(2)}(\rho, z)$ через сферические волновые функции. Для этого используем формулу, которая связывает цилиндрические и сферические волновые функции [14]:

$$J_0(\lambda\rho)e^{-\nu z} = \sum_{n=0}^{\infty} i^n (2n+1) P_n\left(\frac{i\nu}{k}\right) j_n(kr) P_n(\cos\theta), \quad \nu = \sqrt{\lambda^2 - k^2}, \quad -\pi/2 \leq \arg \nu < \pi/2.$$

Тогда

$$p_1^{(2)}(r, \theta) = P \sum_{n=0}^{\infty} d_n j_n(k_1 r) P_n(\cos\theta), \quad (12)$$

где
$$d_n = i^n (2n+1) \int_0^{\infty} \lambda a(\lambda) e^{-\nu_1 h_1} P_n\left(\frac{i\nu_1}{k_1}\right) d\lambda, \quad \nu_1 = \sqrt{\lambda^2 - k_1^2}. \quad (13)$$

Выполним граничное условие (5). Принимая во внимание представления (7), (9) (12) и учитывая ортогональности полиномов Лежандра на отрезке $[0, \pi]$, получим

$$ik_1 \delta_{0n} h_n^{(1)}(\xi) + x_n = y_n + d_n j_n(\xi), \quad n = 0, 1, \dots \quad (14)$$

Выполним граничное условие (1) на поверхности сферической оболочки S_1 и условие непрерывности (6). В полученных уравнениях исключим коэффициенты x_n с помощью представления (14) и, принимая во внимание вронскиан функций $j_n(x)$, $h_n^{(1)}(x)$ [16]

$$W [h_n^{(1)}(x), j_n(x)] = \frac{i}{x},$$

получим парные сумматорные уравнения по полиномам Лежандра вида

$$\begin{cases} \sum_{n=0}^{\infty} y_n P_n(\cos\theta) = -\sum_{n=0}^{\infty} d_n j_n(\xi) P_n(\cos\theta), & 0 \leq \theta < \theta_0; \\ \sum_{n=0}^{\infty} \frac{y_n P_n(\cos\theta)}{j_n(\xi) h_n^{(1)}(\xi)} = ik_1 \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\delta_{0n} P_n(\cos\theta)}{j_n(\xi)}, & \theta_0 < \theta \leq \pi. \end{cases} \quad (15)$$

Для преобразования парных уравнений (15) введем в рассмотрение новые коэффициенты T_n по формуле

$$y_n = ik_1 \delta_{0n} h_n^{(1)}(k_1 a) + (2n+1) T_n j_n(k_1 a) h_n^{(1)}(k_1 a), \quad n = 0, 1, \dots, \quad (16)$$

и параметр

$$g_n = 1 - i \xi (2n+1) j_n(\xi) h_n^{(1)}(\xi), \quad n = 0, 1, \dots \quad (17)$$

Из асимптотических представлений [16] для функций $j_n(x)$, $h_n^{(1)}(x)$ при $n \gg x$, $n \geq 1$, следует, что $g_n = O(n^{-2})$.

С учетом представлений (16), (17) парные сумматорные уравнения (15) преобразуются к виду

$$\begin{cases} \sum_{n=0}^{\infty} (1-g_n) T_n P_n(\cos \theta) = -i\xi \sum_{n=0}^{\infty} \left[ik_1 \delta_{0n} h_n^{(1)}(\xi) + d_n J_n(\xi) \right] P_n(\cos \theta), & 0 \leq \theta \leq \theta_0; \\ \sum_{n=0}^{\infty} (2n+1) T_n P_n(\cos \theta) = 0, & \theta_0 \leq \theta \leq \pi. \end{cases} \quad (18)$$

С помощью интегральных представлений Мелера – Дирихле для полиномов Лежандра $P_n(\cos \theta)$ [17] парные сумматорные уравнения (18) преобразуются к бесконечной СЛАУ второго рода с вполне непрерывным оператором [18]:

$$T_s - \sum_{n=0}^{\infty} g_n Q_{sn} T_n = -i\xi \sum_{n=0}^{\infty} \left[ik_1 \delta_{0n} h_n^{(1)}(\xi) + d_n J_n(\xi) \right] Q_{sn}, \quad s = 0, 1, 2, \dots, \quad (19)$$

где $Q_{sn} = \frac{1}{\pi} \left[\frac{\sin(n-s)\theta_0}{n-s} + \frac{\sin(n+s+1)\theta_0}{n+s+1} \right]$, $\left. \frac{\sin(n-s)\theta_0}{n-s} \right|_{n=s} = \theta_0$.

Для выполнения граничных условий (2), (3) представим функцию $p_1^{(1)}(r, \theta)$ через цилиндрические волновые функции, используя формулу [14]

$$h_n^{(1)}(kr) P_n(\cos \theta) = \int_0^{\infty} \frac{i^{n-1}}{kv} P_n\left(\frac{iv}{k}\right) J_0(\lambda \rho) \lambda e^{vz} d\lambda, \quad v = \sqrt{\lambda^2 - k^2}, \quad -\pi/2 \leq \arg v < \pi/2, \quad z < 0.$$

Тогда

$$p_1^{(1)}(\rho, z) = P \int_0^{\infty} D(\lambda) J_0(\lambda \rho) \lambda e^{v_1 z} d\lambda, \quad z < 0, \quad (20)$$

где

$$D(\lambda) = \frac{1}{k_1 v_1} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{i^{n-1}}{h_n^{(1)}(\xi)} P_n\left(\frac{iv_1}{k_1}\right) y_n. \quad (21)$$

Принимая во внимание представления (9)–(11), (20), выполняя граничные условия (2), (3), а также в силу единственности интегрального преобразования Ханкеля получим систему линейных уравнений вида

$$\begin{cases} a(\lambda) - b(\lambda) - e^{-v_2 h_2} \gamma(\lambda) = -e^{-v_1 h_1} D(\lambda); \\ v_1 a(\lambda) + v_2 \rho_{12} b(\lambda) - v_2 \rho_{12} e^{-v_2 h_2} \gamma(\lambda) = v_1 e^{-v_1 h_1} D(\lambda); \\ e^{-v_2 h_2} b(\lambda) + \gamma(\lambda) - c(\lambda) = 0; \\ v_2 e^{-v_2 h_2} b(\lambda) - v_2 \gamma(\lambda) - v_3 \rho_{23} c(\lambda) = 0, \end{cases} \quad (22)$$

где $\rho_{12} = \frac{\tilde{\rho}_1}{\tilde{\rho}_2}$, $\rho_{23} = \frac{\tilde{\rho}_2}{\tilde{\rho}_3}$.

Решая систему (22), находим выражения для функций $a(\lambda)$, $b(\lambda)$, $\gamma(\lambda)$, $c(\lambda)$:

$$a(\lambda) = W_1(\lambda)D(\lambda); \quad b(\lambda) = W_2(\lambda)D(\lambda); \quad \gamma(\lambda) = W_3(\lambda)D(\lambda); \quad c(\lambda) = W_4(\lambda)D(\lambda), \quad (23)$$

где $W_1(\lambda) = \frac{\Delta_1}{\Delta}$; $W_2(\lambda) = \frac{\Delta_2}{\Delta}$; $W_3(\lambda) = \frac{\Delta_3}{\Delta}$; $W_4(\lambda) = \frac{\Delta_4}{\Delta}$;

$$\Delta = -(e^{-2v_2 h_2} + 1)v_2(v_3 \rho_{12} \rho_{23} + v_1) + (e^{-2v_2 h_2} - 1)(v_2^2 \rho_{12} + v_1 v_3 \rho_{23});$$

$$\Delta_1 = e^{-v_1 h_1} \left[(e^{-2v_2 h_2} + 1)v_2(\rho_{12} \rho_{23} v_3 - v_1) + (e^{-2v_2 h_2} - 1)(\rho_{23} v_1 v_3 - \rho_{12} v_2^2) \right];$$

$$\Delta_2 = -2e^{-v_1 h_1} v_1(v_3 \rho_{23} + v_2); \quad \Delta_3 = 2e^{-(v_1 h_1 + v_2 h_2)} v_1(v_3 \rho_{23} - v_2); \quad \Delta_4 = -4v_1 v_2 e^{-v_1 h_1 - v_2 h_2}.$$

В (21) вместо коэффициентов y_n подставим (16) и получим

$$D(\lambda) = \frac{1}{k_1 v_1} \sum_{n=0}^{\infty} \left(i^n k_1 \delta_{0n} P_n \left(\frac{iv_1}{k_1} \right) + (2n+1) i^{n-1} T_n j_n(\xi) P_n \left(\frac{iv_1}{k_1} \right) \right). \quad (24)$$

Полученный результат подставим в (24) и установим связь между функцией $a(\lambda)$ и коэффициентами T_k :

$$a(\lambda) = \frac{W_1(\lambda)}{k_1 v_1} \sum_{n=0}^{\infty} \left(i^n k_1 \delta_{0n} P_n \left(\frac{iv_1}{k_1} \right) + (2n+1) i^{n-1} T_n j_n(\xi) P_n \left(\frac{iv_1}{k_1} \right) \right). \quad (25)$$

Согласно формуле (25) из (13) следует связь между коэффициентами d_n и T_k :

$$d_n = (2n+1) i^n I_n^{(1)} + (2n+1) \sum_{k=0}^{\infty} (2k+1) i^{k+n-1} T_k j_k(\xi) I_{nk}^{(2)}, \quad (26)$$

где $I_n^{(1)} = \int_0^{\infty} \frac{W_1(\lambda)}{v_1} P_n \left(\frac{iv_1}{k_1} \right) e^{-v_1 h_1} \lambda d\lambda$; $I_{nk}^{(2)} = \int_0^{\infty} \frac{W_1(\lambda)}{k_1 v_1} P_n \left(\frac{iv_1}{k_1} \right) P_k \left(\frac{iv_1}{k_1} \right) e^{-v_1 h_1} \lambda d\lambda$.

Преобразуем правую часть системы (19). Для этого исключим из правой части системы коэффициенты d_n , используя представление (26), и получим бесконечную СЛАУ второго рода относительно коэффициентов T_k :

$$T_s + \sum_{n=0}^{\infty} (\beta_{ns} - g_n Q_{sn}) T_n = \sum_{n=0}^{\infty} \left(\xi k_1 \delta_{0n} h_n^{(1)}(\xi) - \xi (2n+1) i^{n+1} I_n^{(1)} j_n(\xi) \right) Q_{sn}, \quad s=0, 1, \dots, \quad (27)$$

где $\beta_{ns} = \xi (2n+1) j_n(\xi) \sum_{p=0}^{\infty} (2p+1) i^{n+p} j_p(\xi) I_{pn}^{(2)} Q_{sp}$.

Учитывая (16), (23) и (24), вторичные давления p_j , $j=1, 2, 3$, вычисляются через решение СЛАУ (27) по следующим формулам:

$$p_1^{(1)}(r, \theta) = P i k_1 h_0^{(1)}(\xi) + P \sum_{n=0}^{\infty} (2n+1) T_n j_n(k_1 a) h_n^{(1)}(\xi) P_n(\cos \theta);$$

$$p_1^{(2)}(\rho, z) = P k_1 J_0(\rho, z) + P \sum_{n=0}^{\infty} (2n+1) i^{n-1} T_n j_n(\xi) J_1(\rho, z) \quad \text{в } D_1;$$

$$p_2(\rho, z) = Pk_1(J2_0(\rho, z) + J3_0(\rho, z)) + P \sum_{n=0}^{\infty} (2n+1) i^{n-1} j_n(\xi) T_n(J2_n(\rho, z) + J3_n(\rho, z)) \quad \text{в } D_2;$$

$$p_3(\rho, z) = Pk_1 J4_0(\rho, z) + P \sum_{n=0}^{\infty} (2n+1) i^{n-1} T_n j_n(\xi) J4_n(\rho, z) \quad \text{в } D_3,$$

где $J1_n(\rho, z) = \int_0^{\infty} W_1(\lambda) J_0(\lambda \rho) e^{-v_1(h_1+z)} \lambda P_n \left(\frac{iv_1}{k_1} \right) d\lambda;$

$$J2_n(\rho, z) = \int_0^{\infty} W_2(\lambda) J_0(\lambda \rho) e^{v_2(z+h_1)} \lambda P_n \left(\frac{iv_1}{k_1} \right) d\lambda;$$

$$J3_n(\rho, z) = \int_0^{\infty} W_3(\lambda) J_0(\lambda \rho) e^{-v_2(z+h_1+h_2)} \lambda P_n \left(\frac{iv_1}{k_1} \right) d\lambda;$$

$$J4_n(\rho, z) = \int_0^{\infty} W_4(\lambda) J_0(\lambda \rho) e^{v_3(z+h_1+h_2)} \lambda P_n \left(\frac{iv_1}{k_1} \right) d\lambda.$$

Коэффициент ослабления звукового поля в области D_3 вычисляется по формуле

$$K(\rho, z) = |p_3(\rho, z)| / |p_c|, \quad |z| \geq h_1 + h_2.$$

3. Вычислительный эксперимент

Используя систему компьютерной алгебры MathCAD [19], были проведены вычисления коэффициента ослабления звукового поля в области D_3 для различных параметров задачи.

Бесконечная система (26) решалась методом усечения [18]. Кроме того, для получения достоверного решения СЛАУ (27) необходимо было проверить обусловленность системы. Матрица, соответствующая системе, считается хорошо обусловленной, если число обусловленности матрицы ≥ 1 [20]. Для вычисления числа обусловленности матрицы в системе MathCAD использовались встроенные функции `cond1` (число обусловленности в норме L_1 [21]), `cond2` (в норме L_2) и `conde` (в евклидовой норме). Вычислительный эксперимент показал, что порядок усечения для рассмотренных параметров задачи можно взять равным 50. Это обеспечивает решение системы (27) с точностью 10^{-4} и число обусловленности не будет превосходить 25. Несобственные интегралы вычислялись приемами, предложенными в [21], с использованием адаптивного (Adaptive) метода [22]. Величина $v_j, j=1, 2, 3$, которая входит в представления (9)–(11), вычислялась по формуле

$$v_j = \begin{cases} \sqrt{\lambda^2 - k_j^2}, & \lambda \geq k_j; \\ -i\sqrt{k_j^2 - \lambda}, & 0 \leq \lambda < k_j. \end{cases}$$

На рис. 2, а изображены графики коэффициента ослабления звукового поля $K(0, z)$, $|z| \geq h_1 + h_2$, для различных значений углов раствора θ_0 сферической оболочки S_1 : $\theta_0 = 60^\circ$ (1), $\theta_0 = 75^\circ$ (2), $\theta_0 = 100^\circ$ (3), $\theta_0 = 120^\circ$ (4), если области D_1, D_3 заполнены воздухом ($\tilde{\rho}_1 = \tilde{\rho}_3 = 1,225 \text{ кг/м}^3$, $c_1 = c_3 = 340 \text{ м/с}$), область D_2 – пробкой ($\tilde{\rho}_2 = 240 \text{ кг/м}^3$, $c_2 = 500 \text{ м/с}$ [23, 24]), $h_1 = 1,5 \text{ м}$, $h_2 = 0,2 \text{ м}$, $a = 0,5 \text{ м}$, $f = 100 \text{ Гц}$, $\omega = 2\pi f$.

На рис. 2, б показаны графики коэффициента ослабления звукового поля $K(0, z)$, $|z| \geq h_1 + h_2$, для различных значений углов раствора θ_0 сферической оболочки S_1 , если об-

ласть D_1 заполнена воздухом, область D_2 – машинным маслом ($\tilde{\rho}_2 = 900 \text{ кг/м}^3$, $c_2 = 1390 \text{ м/с}$), область D_3 – морской водой ($\tilde{\rho}_3 = 1030 \text{ кг/м}^3$, $c_3 = 1510 \text{ м/с}$ [23, 24]), $h_1 = 1,5 \text{ м}$, $h_2 = 0,05 \text{ м}$, $a = 0,1 \text{ м}$, $f = 50 \text{ Гц}$.

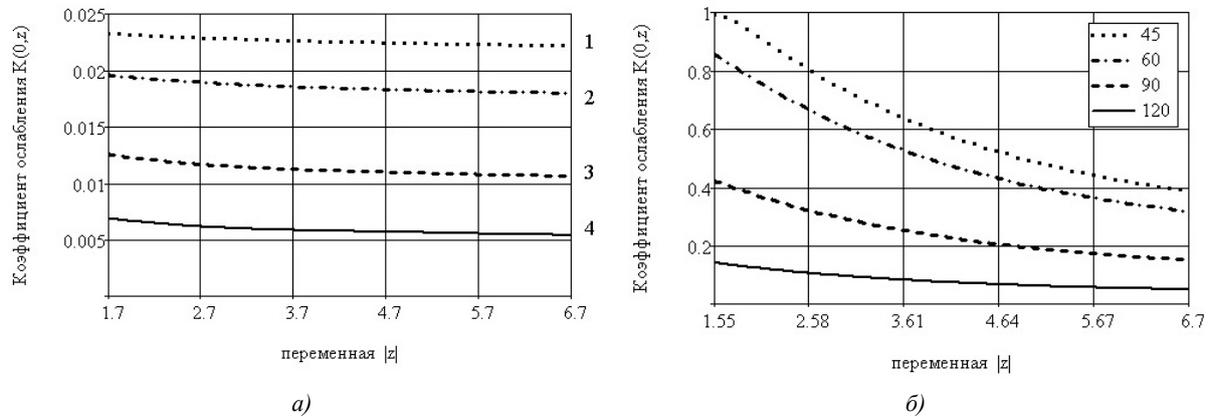


Рис. 2. Графики коэффициента ослабления звукового поля $K(0, z)$ для различных значений углов раствора θ_0 сферической оболочки S_1

На рис. 3, *а* представлены графики коэффициента ослабления звукового поля $K(0, z)$, $|z| \geq h_1 + h_2$, для различных значений частоты звука f : $f = 75 \text{ Гц}$ (1), $f = 100 \text{ Гц}$ (2), $f = 125 \text{ Гц}$ (3), $f = 150 \text{ Гц}$ (4), если области D_1, D_3 заполнены воздухом, область D_2 – пробкой, $h_1 = 1,0 \text{ м}$, $h_2 = 0,1 \text{ м}$, $a = 0,3 \text{ м}$, $\theta = 90^\circ$.

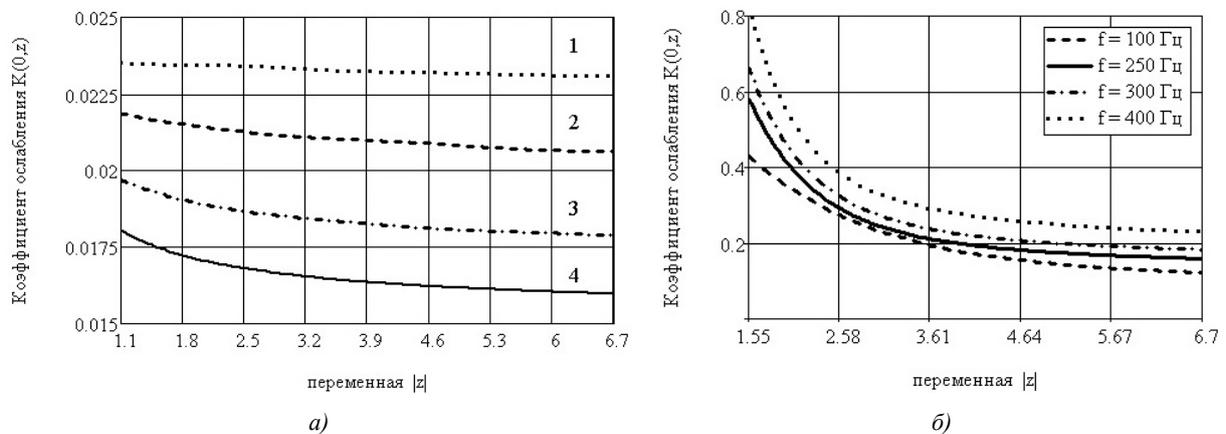


Рис. 3. Графики коэффициента ослабления звукового поля $K(0, z)$ для различных значений частоты звука f

На рис. 3, *б* даны графики коэффициента ослабления звукового поля $K(0, z)$, $|z| \geq h_1 + h_2$, для различных значений частоты звука f , если область D_1 заполнена воздухом, область D_2 – машинным маслом, область D_3 – морской водой, $h_1 = 1,5 \text{ м}$, $h_2 = 0,05 \text{ м}$, $a = 0,1 \text{ м}$, $\theta = 90^\circ$.

Заключение

В настоящей работе задача о проникновении звукового поля через плоский проницаемый слой сведена к решению бесконечной системы линейных алгебраических уравнений второго

рода с вполне непрерывным оператором. В качестве источника звукового поля рассматривается сферический излучатель, расположенный внутри тонкой незамкнутой сферической оболочки.

Численно исследовано влияние геометрических параметров задачи, плотности сред и скорости звука на значение коэффициента ослабления поля.

Разработанная методика и программное обеспечение могут найти практическое использование в задачах экранирования звуковых полей.

Список литературы

1. Бреховских, Л.М. Волны в слоистых средах / Л.М. Бреховских. – М. : Наука, 1973. – 342 с.
2. The 10th Intern. Conf. on Theoretical and Computational Acoustics [Electronic resource]. – Mode of access : <http://ictca2011.esoe.ntu.edu.tw/main.php>. – Date of access : 07.12.2011.
3. Acoustical Society of America [Electronic resource]. – Mode of access : <http://acousticalsociety.org>. – Date of access : 07.12.2011.
4. Ерофеевко, В.Т. Основы математического моделирования / В.Т. Ерофеевко, И.С. Козловская. – Минск : БГУ, 2002. – 196 с.
5. Абракитов, В.Э. Многослойная ограждающая панель / В.Э. Абракитов, В.А. Руссова [Электронный ресурс]. – Режим доступа : <http://abrakitov.narod.ru/Monograph/6-1.htm>. – Дата доступа : 07.01.2012.
6. III Всерос. науч.-практ. конф. с междунар. участием «Защита населения от повышенного шумового воздействия» [Электронный ресурс]. – Режим доступа : <http://onlinereg.ru/noise2011>. – Дата доступа : 07.12.2011.
7. Иванов, Н.И. Инженерная акустика. Теория и практика борьбы с шумом / Н.И. Иванов. – М. : Логос, 2008. – 424 с.
8. Зацерковный, А.В. Использование амплитуды рассеяния для решения задач дифракции волн в полупространстве / А.В. Зацерковный, В.А. Сергеев, Б.П. Шарфарец // Акустический журнал. – 2001. – Т. 47, № 5. – С. 650–656.
9. Отражение сферической волны на импедансной границе раздела двух сред : электронное научно-техническое издание «Наука и образование» / Б.А. Касаткин [и др.] [Электронный ресурс]. – Режим доступа : <http://technomag.edu.ru/doc/168640.html>. – Дата доступа : 17.12.2011.
10. Ochmann, M. The full-field equation for acoustic radiation and scattering / M. Ochmann // J. Acoust. Soc. Amer. – 1999. – Vol. 105, № 5. – P. 2557–2564.
11. Лапин, Д.А. Звуковое поле в жидком волноводе от монопольного и дипольного источников, расположенных в граничащем с волноводом твердом полупространстве / Д.А. Лапин // Акустический журнал. – 1993. – Т. 39, № 5. – С. 859–865.
12. Ластовенко, О.Р. Решение для импульсной характеристики волновода Пекериса с поглощающим дном методом стационарной фазы / О.Р. Ластовенко, В.А. Лисютин, А.А. Ярошенко // Акустический вестник. – 2009. – Т. 12, № 1. – С. 64–71.
13. Ерофеевко, В.Т. Моделирование двухсторонних граничных условий для акустических волн на упругом экране / В.Т. Ерофеевко // Весці НАН Беларусі. Сер. фіз.-мат. навук. – 2010. – № 4. – С. 76–84.
14. Ерофеевко, В.Т. Теоремы сложения / В.Т. Ерофеевко. – Минск : Наука и техника, 1989. – 240 с.
15. Шендарев, Е.Л. Излучение и рассеяние звука / Е.Л. Шендарев. – Л. : Судостроение, 1989. – 304 с.
16. Справочник по специальным функциям с формулами, графиками и таблицами / под ред. М. Абрамовица, И. Стиган. – М. : Наука, 1979. – 830 с.
17. Шушкевич, Г.Ч. Расчет электростатических полей методом парных, тройных уравнений с использованием теорем сложения / Г.Ч. Шушкевич. – Гродно : ГрГУ, 1999. – 238 с.
18. Иванов, Е.А. Дифракция электромагнитных волн на двух телах / Е.А. Иванов. – Минск : Наука и техника, 1968. – 584 с.
19. Шушкевич, Г.Ч. Компьютерные технологии в математике. Система Mathcad 14. Ч. 1. / Г.Ч. Шушкевич, С.В. Шушкевич. – Минск : Изд-во Гревцова, 2010. – 287 с.

20. Каханер, Д. Численные методы и программное обеспечение / Д. Каханер, К. Моулер, С. Нэш. – М. : Мир, 1998. – 576 с.
21. Вержбицкий, В.М. Основы численных методов / В.М. Вержбицкий. – М. : Высшая школа, 2002. – 848 с.
22. Numerical integration [Electronic resource]. – Mode of access : http://en.wikipedia.org/wiki/Numerical_integration#Adaptive_algorithms. – Date of access : 05.10.2011.
23. Обзор : Скорость звука в газах, жидкостях и твердых телах. 20–20000 Гц. Краткая таблица. Продольная волна [Электронный ресурс]. – Режим доступа : <http://www.dpva.info/Guide/GuidePhysics/Sound/SoundSpeedTable1>. – Дата доступа : 09.02.2012.
24. Обзор : Таблица. Плотность веществ, продуктов, жидкостей и газов при атмосферном давлении. Состояние вещества. Английские наименования [Электронный ресурс]. – Режим доступа : <http://www.dpva.info/Guide/GuidePhysics/GuidePhysicsDensity/DensityTable>. – Дата доступа : 09.02.2012.

Поступила 03.02.12

*Гродненский государственный
университет им. Янки Купалы,
Гродно, Ожешко, 22
e-mail: g_shu@tut.by*

N.N. Kiselyova, G.Ch. Shushkevich

**SHIELDING OF SOUND FIELD OF SPHERICAL RADIATOR
LOCATED INSIDE A THIN UNCLOSED SPHERICAL SHELL
BY THE FLAT PENETRABLE LAYER**

The analytical solution of boundary problem describing process of penetration of the sound field of a spherical radiator located inside a thin unclosed spherical shell through the flat penetrable layer is constructed. Influence of some parameters on the value of the attenuation coefficient of a sound field was studied using numerical simulations.