

УДК 681.325

Л.Д. Черемисинова, И.П. Логинова

СВЕРТКА РЕГУЛЯРНЫХ МАТРИЧНЫХ СТРУКТУР ЗАКАЗНЫХ СБИС МЕТОДОМ МОДЕЛИРОВАНИЯ ОТЖИГА

Рассматривается задача топологической оптимизации программируемых логических матриц методом свертки. Предлагаются алгоритмы многократной и простой свертки регулярных структур СБИС на основе моделирования отжига, позволяющие находить оптимальное или близкое к нему решение задачи свертки. Приводятся результаты исследования предложенных алгоритмов свертки.

Введение

При проектировании управляющей логики широко используются двухмерные матричные структуры, на пересечении строк и столбцов которых могут находиться транзисторы. Такие структуры характеризуются высокой степенью регулярности топологии и внутренних связей, что делает возможным автоматическую генерацию топологии по их функциональному описанию, а также облегчает решение задач диагностики и логического проектирования. Широко используемыми регулярными структурами [1] при проектировании СБИС являются программируемые логические матрицы (ПЛМ), матричные структуры на базе последовательно соединенных МОП-транзисторов (РМОП-структуры), матрицы Вайнбергера. Существенным недостатком регулярных структур на этапе топологического проектирования является то, что они, имея регулярную организацию, проигрывают многоуровневым реализациям на основе произвольной логики по площади, занимаемой на кристалле, за счет неэффективного ее использования. Последнее выражается в сильной разреженности матричных структур: в среднем около половины транзисторов в матрицах программирования больших структур в реальных схемах не используется.

Одним из наиболее эффективных методов сокращения площади регулярных структур является широко применяемый метод топологической оптимизации матричных структур, известный как свертка [1–4]. Свертка основана на разрыве шин матричной структуры и реализации на одной вертикальной (и/или горизонтальной) шине двух или более ее столбцов (и/или строк). В первом случае свертка называется простой, во втором многократной. Алгоритмы свертки, не изменяя функциональности матричной структуры, основаны на поиске оптимального переупорядочения и совмещения ее столбцов и строк.

Центральной частью любой регулярной структуры (ее ядром) является двухмерная матрица, столбцы которой представляют собой линии подвода входных сигналов, а в строках реализуются конъюнкции входных переменных. Конъюнкцию образуют те переменные, для которых на пересечении соответствующих столбцов со строкой находятся транзисторы. В настоящей работе рассматривается задача сокращения площади такой двухмерной матрицы путем ее свертки. Предлагается метод многократной столбцовой свертки регулярных структур на основе процедуры моделирования отжига и обобщение этого метода на случай простой свертки. В статье рассматривается также задача ограниченной свертки (наличие ограничений влияет на ее вид) на примере свертки регулярной структуры типа ПЛМ, которая предназначена для реализации системы дизъюнктивных нормальных форм булевых функций. Особенностью ПЛМ является то, что она состоит из двух транзисторных матриц И и ИЛИ, столбцам которых соответствуют входные и выходные переменные. Для этого типа регулярных структур приводятся результаты экспериментального исследования методов свертки и сравнительная оценка степени сокращения площади при использовании многократной и простой свертки.

1. Оптимизация площади матричной структуры методом свертки

Формальной моделью матричной структуры при решении задачи свертки является булева матрица \mathbf{B} , называемая структурной и имеющая множества $C(\mathbf{B}) = \{c_1, c_2, \dots, c_n\}$ столбцов и $R(\mathbf{B}) = \{r_1, r_2, \dots, r_m\}$ строк. Единичный элемент матрицы $b_i^j \in \mathbf{B}$ говорит о наличии транзистора на пересечении строки r_i и столбца c_j матричной структуры. Каждый столбец $c_j \in C(\mathbf{B})$ порождает множество $R(c_j)$ строк, которые он пересекает: $r_i \in R(c_j) \leftrightarrow b_i^j = 1$.

Например, матрице И для ПЛИМ (рис. 1) соответствует структурная матрица \mathbf{B} , имеющая 8 строк и 14 столбцов, соответствующих входным сигналам в прямом и инверсном виде (рис. 2).

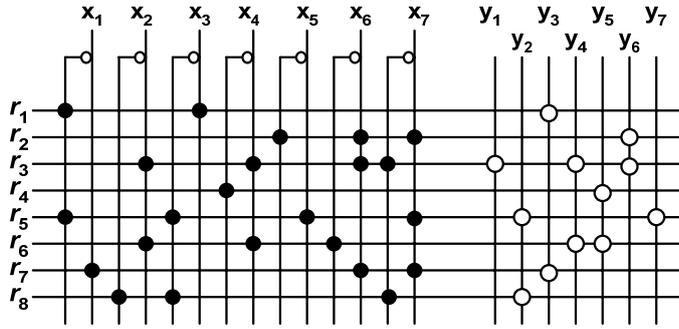


Рис. 1. Пример матричной структуры ПЛИМ

	\bar{x}_1	x_1	\bar{x}_2	x_2	\bar{x}_3	x_3	\bar{x}_4	x_4	\bar{x}_5	x_5	\bar{x}_6	x_6	\bar{x}_7
r_1	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0
r_2	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0
r_3	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	1	1
r_4	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0
r_5	1	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0
r_6	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	1	0	0
r_7	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0
r_8	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1

Рис. 2. Булева матрица \mathbf{B} , являющаяся моделью структуры И ПЛИМ

При проведении свертки матричной структуры ищутся столбцы/строки матрицы \mathbf{B} , которые могут быть размещены на одной вертикальной/горизонтальной шине при ее топологической реализации. Непересекающиеся столбцы c_k и c_l называются совместимыми, если $R(c_k) \cap R(c_l) = \emptyset$. Набором столбцовой свертки $l^c_k = \langle c_{k1}, c_{k2}, \dots, c_{ku} \rangle$ ($1 < u \leq n$) называется упорядоченное множество попарно совместимых столбцов c_{ij} . Набор свертки $l^c_k = \langle c_{k1}, c_{k2} \rangle$ мощности два называется парой свертки. Столбцы, входящие в любой набор свертки l^c_k , не пересекаются и могут быть реализованы на одной вертикальной шине матричной структуры, располагаясь на ней следующим образом: столбцы c_{k1} выше c_{k2} , c_{k2} выше c_{k3} и т. д., $c_{k,u-1}$ выше c_{ku} . Реализация набора свертки l^c_k приводит к перестановке на множестве строк матрицы \mathbf{B} : $R(c_{k1}) > R(c_{k2})$ – строки из $R(c_{k1})$ располагаются выше строк из $R(c_{k2})$; $R(c_{k2}) > R(c_{k3})$ – строки из $R(c_{k2})$ располагаются выше строк из $R(c_{k3})$; $R(c_{k,u-1}) > R(c_{ku})$ – строки из $R(c_{k,u-1})$ располагаются выше строк из $R(c_{ku})$, порождая отношение на множестве строк $R(\mathbf{B})$:

$$P^r(l^c_k) = \bigcup_{i < j} (R(c_{ki}) \times R(c_{kj})),$$

т. е. $P^r(l^c_k) = \{ r_p \times r_q \mid r_p \in R(c_{ki}), r_q \in R(c_{kj}), i < j \}$.

Данное отношение является отношением частичного порядка, так как оно иррефлексивно, асимметрично и транзитивно по определению. Множеством столбцовой свертки (МСС) $L^c = \{ l^c_1, l^c_2, \dots, l^c_k \}$ называется множество непересекающихся наборов свертки. Число столбцов, входящих во все наборы $l^c_i \in L^c$, называется размером МСС L^c , а число k наборов – мощностью МСС L^c . МСС L^c порождает множество отношений порядка на множестве строк, которое задается объединением отношений порядка $P^r(l^c_i)$, порождаемых наборами $l^c_i \in L^c$:

$$P^r(L^c) = \bigcup_{i=1}^k (P^r(l^c_i)).$$

Отношение $P^r(L^c)$ является иррефлексивным, асимметричным, но в общем случае нетранзитивным. Транзитивное замыкание $T(P^r)$ отношения $P^r(L^c)$ является иррефлексивным, транзитивным, но может быть неасимметричным. Доказано в [3], что МСС L^c является реализуемым топологически (соответствующей свернутой матричной структурой), если транзитивное замы-

кание $T(P')$ отношения $P^r(L^c)$ порождает отношение частичного порядка на $R(\mathbf{B})$, т. е. $T(P')$ является асимметричным. Другими словами, МСС L^c является реализуемым топологически, если существует линейный порядок на множестве строк $R(\mathbf{B})$, задаваемый отношением $T(P')$. Реализуемое множество свертки L^c точно определяет структуру свернутой матрицы, а ее размер определяется размером свертки: число наборов свертки в L^c соответствует числу шин, которые

заменяют $\sum_{i=1}^k |L^c_i|$ столбцов исходной матричной структуры.

На рис. 3, а отображен результат ограниченной многократной столбцовой свертки, представленный множеством свертки с мощностью 7, для приведенной ранее структуры ПЛМ:

$$L^c = \{ \langle \bar{x}_6, \bar{x}_4, x_6, \bar{x}_1 \rangle, \langle x_2, \bar{x}_3, x_3 \rangle, \langle x_7, \bar{x}_7 \rangle, \langle x_4, \bar{x}_2, \bar{x}_5, x_1, x_5 \rangle, \langle y_2, y_4 \rangle, \langle y_5, y_6, y_7 \rangle, \langle y_1, y_3 \rangle \}.$$

На этом рисунке «разрыв» шины, на которой располагаются свернутые столбцы, обозначается символом «~». Семь столбцов свернутой структуры замещает 21 столбец первоначальной структуры. На рис. 3, б отображен результат ограниченной простой столбцовой свертки этой же структуры ПЛМ, соответствующий множеству свертки

$$L^c = \{ \langle x_6, \bar{x}_1 \rangle, \langle x_7, \bar{x}_7 \rangle, \langle x_4, \bar{x}_2 \rangle, \langle x_1, x_5 \rangle, \langle \bar{x}_6, \bar{x}_5 \rangle, \langle x_2, \bar{x}_4 \rangle, \langle \bar{x}_3, x_3 \rangle, \langle y_2, y_4 \rangle, \langle y_5, y_6 \rangle, \langle y_7 \rangle, \langle y_1, y_3 \rangle \}.$$

Итак, формальная постановка задачи столбцовой свертки состоит в следующем: дана булева матрица, соответствующая матричной структуре, необходимо найти реализуемое упорядоченное множество свертки, обеспечивающее максимальное сокращение числа столбцов.

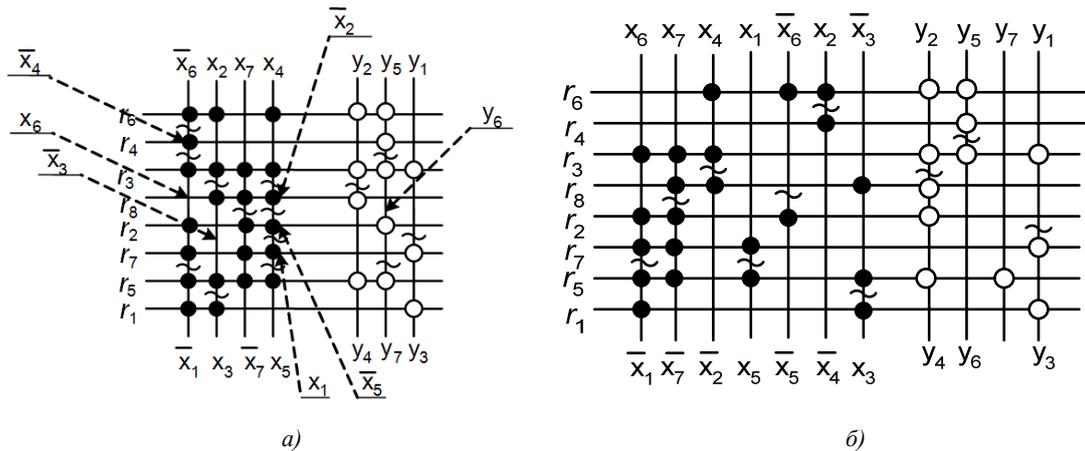


Рис. 3. Свертки ПЛМ: а) многократная; б) простая

2. Реализация многократной свертки регулярной структуры

Столбцовая свертка в соответствии с реализуемым множеством свертки L^c накладывает, как было установлено в разд. 1, ограничение на порядок строк матрицы \mathbf{B} и сводится к перестановке ее строк. Соответственно решение задачи свертки может быть получено путем поиска такого упорядочения строк, которое позволило бы разбить множество столбцов на минимальное число неконфликтующих наборов свертки, т. е. наборов свертки, образующих реализуемое множество свертки. Бесконфликтный порядок строк является оптимальным, если он вызывает максимальную свертку столбцов или минимальное число физических вертикальных шин в структурной матрице.

Для того чтобы получить условия, которым должна удовлетворять перестановка строк, обеспечивающая максимальное по мощности реализуемое множество свертки, рассмотрим результат многократной свертки регулярной структуры (см. рис. 3, а). Эта свертка соответствует некоторой перестановке π на множестве строк исходной матрицы \mathbf{B} (см. рис. 2):

$\{\pi(r_1), \pi(r_2), \dots, \pi(r_u)\} \rightarrow \{r_6, r_4, r_3, r_8, r_2, r_7, r_5, r_1\}$. Перестановка π на множестве строк булевой матрицы \mathbf{B} трансформирует ее в матрицу \mathbf{B}^π (рис. 4), которая функционально эквивалентна матрице \mathbf{B} , но соответствует другой структурной реализации. Для заданной перестановки π строк столбцовая свертка реализуется путем расположения на каждой вертикальной шине частей совместимых (относительно перестановки π) столбцов матрицы \mathbf{B}^π .

Столбцовая свертка мощности k существует, если существует такое разбиение $C^\pi = \{C_1, C_2, \dots, C_k\}$ на множестве $C(\mathbf{B}^\pi)$ столбцов, что каждое из множеств C_i состоит из взаимно совместимых столбцов. Соответственно множества C_i являются наборами свертки, а C^π – реализуемым множеством свертки. Для рассматриваемого примера булева матрица \mathbf{B}^π допускает следующее разбиение C^π на множестве столбцов, которое удовлетворяет этим условиям и является реализуемым:

$$C^\pi = \{\{c_{11}, c_7, c_{12}, c_1\}, \{c_4, c_5, c_6\}, \{c_{13}, c_{14}\}, \{c_8, c_3, c_9, c_2, c_{10}\}\}.$$

Введем некоторые обозначения для формулировки критерия оценки перестановки π на множестве строк. Матрица \mathbf{B}^π определяет граф $G = (V, E)$, вершины множества V которого соответствуют столбцам $c_i^\pi \in C(\mathbf{B}^\pi)$ и пара вершин v_i и v_j связана ребром $e_{ij} \in E$, если соответствующие столбцы c_i^π и c_j^π несовместимы, т. е. пересекаются: $c_i^\pi \cap c_j^\pi \neq \emptyset$.

	\bar{x}_1	x_1	\bar{x}_2	x_2	\bar{x}_3	x_3	\bar{x}_4	x_4	\bar{x}_5	x_5	\bar{x}_6	x_6	\bar{x}_7	x_7
	c_1	c_2	c_3	c_4	c_5	c_6	c_7	c_8	c_9	c_{10}	c_{11}	c_{12}	c_{13}	c_{14}
r_6	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0
r_4	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0
r_3	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	1	1	0
r_8	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0
r_2	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	1	1
r_7	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	1
r_5	1	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	1	1
r_1	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0

Рис. 4. Булева матрица \mathbf{B}^π , порождаемая перестановкой строк $\{r_6, r_4, r_3, r_8, r_2, r_7, r_5, r_1\}$

	\bar{x}_1	x_1	\bar{x}_2	x_2	\bar{x}_3	x_3	\bar{x}_4	x_4	\bar{x}_5	x_5	\bar{x}_6	x_6	\bar{x}_7	x_7
	c_1	c_2	c_3	c_4	c_5	c_6	c_7	c_8	c_9	c_{10}	c_{11}	c_{12}	c_{13}	c_{14}
r_1^π	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0
r_2^π	0	0	0	1	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0
r_3^π	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	1	1	0
r_4^π	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	1	1	0
r_5^π	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	1	0	1
r_6^π	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	1
r_7^π	1	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	1
r_8^π	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0

Рис. 5. Матрица интервалов \mathbf{D}^π , соответствующая матрице \mathbf{B}^π

Для данной перестановки π на множестве строк и разбиения $C^\pi = \{C_1, C_2, \dots, C_k\}$ на множестве столбцов свертка регулярной структуры реализуется назначением на каждую i -ю вертикальную шину частей \mathbf{d}_j^p столбцов c_j из блока C_p , которые соответствуют интервалам (введенным в [5]), порождаемым перестановкой π на столбцах: $\mathbf{d}_j^p = [\min_i b_i^j, \max_i b_i^j,]$ (от первой свер-

ху до последней единичной компоненты), где b_i^j – i -я компонента столбца c_j , имеющая значение 1. Таким образом, для заданной перестановки π матрица \mathbf{B}^π порождает матрицу интервалов \mathbf{D}^π : при переходе от матрицы \mathbf{B}^π к матрице интервалов \mathbf{D}^π нули между $\min_i b_i^j$ и $\max_i b_i^j$ (в каж-

дом столбце) заменяются единицами. На рис. 5 приведена матрица интервалов \mathbf{D}^π , соответствующая матрице И ПЛМ (см. рис. 1) и перестановке строк $\pi = \{r_6, r_4, r_3, r_8, r_2, r_7, r_5, r_1\}$. Здесь единицы исходной матрицы \mathbf{B} (являющейся моделью матрицы И ПЛМ) отмечены жирным шрифтом. Матрица \mathbf{D}^π задает следующие 14 интервалов: $\{[7,8]\}$, $\{[6,6]\}$, $\{[4,4]\}$, $\{[1,3]\}$, $\{[4,7]\}$, $\{[8,8]\}$, $\{[2,2]\}$, $\{[1,3]\}$, $\{[5,5]\}$, $\{[7,7]\}$, $\{[1,1]\}$, $\{[3,6]\}$, $\{[3,4]\}$, $\{[5,7]\}$.

При переходе от \mathbf{B}^π к \mathbf{D}^π в общем случае увеличиваются значения плотностей строк, оцениваемых числом единиц в них. Величина их прироста существенно зависит от перестановки π . В то же время чем меньше значения плотностей строк, тем большее число столбцов может быть свернуто. Более желателен выбор такой перестановки на множестве строк, которая в меньшей степени увеличивает плотности строк при переходе от \mathbf{B}^π к \mathbf{D}^π .

Чтобы оценить прогнозируемый размер свертки, соответствующей перестановке π , рассмотрим отношение совместимости между интервалами: интервалы \mathbf{d}_i и \mathbf{d}_j называются совмес-

тими, если они не пересекаются: $d_i \cap d_j = \emptyset$. При свертке совместимые (непересекающиеся) интервалы могут быть назначены на одну и ту же вертикальную шину свернутой структуры. Зададим обратное отношение (отношение несовместимости на множестве интервалов) в виде графа $G = (V, E)$ (рис. 6), в котором вершины $v_i \in V$ соответствуют столбцам $c_i \in C(\mathbf{B}^\pi)$ и $(v_i, v_j) \in E$, если интервалы d_i и d_j пересекаются ($d_i \cap d_j \neq \emptyset$). Прогнозируемое число наборов свертки (определяющее число вертикальных шин свернутой матрицы) для перестановки π на множестве строк равно хроматическому числу графа G , а сами наборы образуются из столбцов матрицы \mathbf{B} , соответствующих одноцветным вершинам графа G .

Граф G по определению представляет собой интервальный граф, который является частным видом хордального графа [6], обладающего некоторыми замечательными свойствами, позволяющими решить задачу поиска реализуемого множеств свертки за полиномиальное время. Установлено, что хроматическое число хордального графа равно размеру его наибольшей клики. Размер наибольшей клики графа G равен максимальной из плотностей строк матрицы \mathbf{D}^π (обозначаемой далее через p^π), что следует из определения графа $G = (V, E)$ отношения несовместимости на множестве интервалов. Другими словами, прогнозируемый размер свертки, соответствующий данной перестановке π , может быть найден прямо из соответствующей матрицы интервалов \mathbf{D}^π .

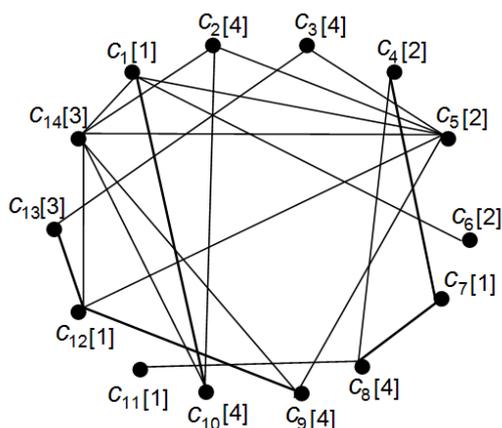
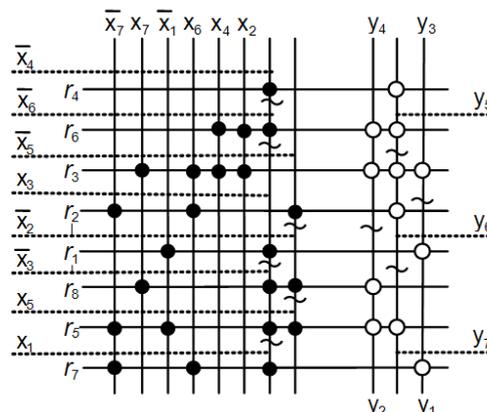
Рис. 6. Интервальный граф $G = (V, E)$ 

Рис. 7. Многократно свернутая ПЛМ с указанием линий подвода сигналов

Таким образом, численной оценкой качества перестановки строк π может служить максимальная плотность строк p^π . После выбора перестановки, лучшей по этому критерию, находится разбиение на множестве интервалов и соответственно разбиение на множестве столбцов матрицы \mathbf{B}^π путем решения одной из задач:

1) раскраски графа $G = (V, E)$: для раскраски интервального графа, каковым является $G = (V, E)$, существует простой алгоритм раскраски линейной сложности [7];

2) упорядочения интервалов, заданных матрицей \mathbf{D}^π : множество интервалов может быть упорядочено с помощью алгоритма Left Edge [8] линейной сложности.

Хроматическое число интервального графа G (рис. 6) равно четырем для перестановки $\pi = \{r_6, r_4, r_3, r_8, r_2, r_7, r_5, r_1\}$ на множестве строк. Цвета вершин графа приведены в квадратных скобках. Соответственно получаются следующие четыре набора свертки:

$$\langle c_1, c_7, c_{11}, c_{12} \rangle, \langle c_4, c_5, c_6 \rangle, \langle c_{13}, c_{14} \rangle, \langle c_2, c_3, c_8, c_9, c_{10} \rangle.$$

Множество свертки $L^c = \{\langle c_{11}, c_7, c_{12}, c_1 \rangle, \langle c_4, c_5, c_6 \rangle, \langle c_{14}, c_{13} \rangle, \langle c_8, c_3, c_9, c_2, c_{10} \rangle\}$ по построению является реализуемым, соответствующая свернутая структура изображена на рис. 3, а.

Таким образом, для любой перестановки π существует просто вычисляемая оценка ее эффективности: значение максимальной плотности p^π строк матрицы интервалов. После выбора наилучшей перестановки максимальное (для этой перестановки) реализуемое множество свертки находится с помощью алгоритма линейной сложности.

3. Метод моделирования отжига

Метод моделирования отжига (simulated annealing) основан на имитации физического процесса, который происходит при кристаллизации вещества из жидкого состояния в твердое. История метода восходит к пионерским работам Н. Метрополиса [9], использовавшего метод отжига для моделирования физических процессов, и С. Киркпатрика [10], впервые предложившего использовать его для решения оптимизационных задач. С тех пор моделирование отжига является широко используемым методом решения комбинаторных задач оптимизации для широкого круга приложений, где необходим поиск оптимального или близкого к нему решения. С формальной точки зрения этот метод оптимизации основан на управляемом случайном поиске. Его преимуществом является способность сбрасывать решение из локальных минимумов оптимизируемой функции с тем, чтобы продолжить поиск глобального минимума.

В общем случае задачи, для которых целесообразно применение метода отжига, могут быть сформулированы следующим образом [11, 12]: имеется конечное множество S состояний $s_i(x) = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ и целевая (стоимостная) функция $Cost(s_i(x))$. Требуется найти состояние $s_i(x) \in S$ с минимумом (максимумом) значения $Cost(s_i(x))$.

подавляющее большинство подобных задач являются NP-трудными, на практике же для задач большой размерности достаточно получить решение, близкое к оптимальному. Одной из эвристик решения подобных задач за полиномиальное время является жадная эвристика, но она дает всего лишь локальный оптимум, не всегда доставляющий хорошее решение. Моделирование отжига дополняет жадный алгоритм случайным отклонением от локального минимума, преобразуя его в конечном счете в алгоритм случайного спуска. Величина случайного отклонения контролируется посредством параметра, называемого температурой. Более высокая температура делает алгоритм более чувствительным к увеличению величины целевой функции при выборе очередного состояния. Алгоритм моделирования отжига состоит из следующих шагов:

1. Начальные установки параметров задачи.
2. Изменение решения случайным образом.
3. Оценка нового решения.
4. Проверка условия принятия нового решения.
5. Уменьшение температуры.

На первом шаге процедуры моделирования отжига устанавливаются значение начальной температуры, начальное состояние процесса и его оценка (значение целевой функции). Шаги 2–5 выполняются в цикле до тех пор, пока не выполнится условие остановки, например, заданное значением температуры или числом итераций. После выбора решения $s_i(x)$ и вычисления его целевой функции $Cost(s_i(x))$ находится величина $\Delta = Cost(s_i(x)) - Cost^*$ изменения значения целевой функции по сравнению с найденным глобальным минимумом. Новое состояние $s_i(x)$ принимается с вероятностью 1, если $\Delta < 0$ (если новое состояние дает лучшее значение целевой функции, то оно будет всегда принято), или с вероятностью $P(\Delta, t) = e^{-\Delta/t}$ (вероятность принятия «худшего» состояния уменьшается экспоненциально с увеличением его стоимости и уменьшением температуры t).

Выбираемые значения температуры образуют некую убывающую, сходящуюся к нулю последовательность, она строится на основе распределений Больцмана (как, например, в [10]) или Коши, сверхбыстрого отжига [13] и др. Для задач больших размерностей, ориентированных на получение не обязательно оптимального решения, применяются последовательности с быстрым затуханием температуры, например с законом изменения температуры $t_i = c t_{i-1}$, где значение константы c выбирается из интервала $0,7 - 0,99$.

Таким образом, схема метода моделирования отжига для конкретной оптимизационной задачи определяется:

- правилом выбора очередного состояния $s_i(x) \in S$;
- законом изменения температуры $t(i)$, где i – номер итерации;
- функцией вероятности принятия решения $P(\Delta, t)$.

4. Многократная свертка матричной структуры на основе моделирования отжига

В процессе решения задачи свертки методом моделирования отжига строки структурной матрицы \mathbf{B} переставляются таким образом, чтобы минимизировать мощность порождаемого множества свертки. Состоянием задачи в процессе моделирования отжига является текущий порядок строк π в матрицах \mathbf{B}^π и \mathbf{D}^π . За начальное состояние π принимается первоначально заданный порядок $\pi = \{r_1, r_2, \dots, r_m\}$ на множестве строк. Итерацией (движением) является перестановка местами двух строк, меняющая текущее состояние на некоторое соседнее.

Температурный режим представляется геометрической прогрессией со знаменателем прогрессии 0,85 и начальным значением $t_0 = \lambda_r n$, где n – число столбцов матрицы \mathbf{B} , а значение $\lambda_r = 0,8$ выбрано экспериментальным путем. Таким образом, каждое последующее значение температуры получается умножением предыдущего на одну и ту же константу, меньшую единицы, и температура в пределе стремится к нулю. Число итераций при каждой температуре принимается равным $r_0 = 2 \lambda_r C_m^2$, где m – число строк, $C_m^2 = m(m-1)/2$ – число всевозможных итераций, а значение $\lambda_r < 1$ принято равным 0,5 (как, например, в [12]).

Для каждого промежуточного состояния, характеризующегося перестановкой π , вычисляется значение целевой (стоимостной) функции Q^π . Целью отжига является нахождение матрицы интервалов \mathbf{D}^π , имеющей минимум максимальной плотности p_i^π ее строк: $\max p_i^\pi \rightarrow \min$.

Принимая во внимание, что перестановка строк и соответственно характеризующая ее максимальная плотность p^π являются случайными величинами, выбрано следующее выражение целевой функции Q^π :

$$Q^\pi(\pi) = (p^\pi)^2 + \frac{\lambda}{m} \sum_i (p_i^\pi)^2,$$

где значение λ принято равным 0,5 для того, чтобы уменьшить влияние второго члена $\frac{1}{m} \sum_i (p_i^\pi)^2$ (средней плотности строк матрицы \mathbf{D}^π) на значение Q^π для текущего состояния π .

Итерация считается успешной (и состояние принимается в качестве текущего), если значение целевой функции $Q^\pi(\pi)$ для текущего состояния π меньше, чем полученное минимальное значение этой функции на предшествующих итерациях. Процедура отжига заканчивается, когда число успешных итераций при текущей температуре не превышает 5 % от числа всех итераций или температура становится достаточно низкой. Алгоритм многократной свертки методом моделирования отжига представляется следующим псевдокодом:

begin Folding

$\mathbf{B} \leftarrow \mathbf{B}_0$	\mathbf{B}_0 – булева матрица, представляющая свертываемую структуру
$\pi \leftarrow \pi_0$	π_0 – начальное состояние – начальный порядок строк: $\pi_0 = \{r_1, r_2, \dots, r_m\}$
$\mathbf{D}_\pi \leftarrow \mathbf{D}^{\pi_0}$	\mathbf{D}^{π_0} – матрица интервалов, соответствующая перестановке строк π_0
$t \leftarrow t_0$	t_0 – начальная температура: $t_0 = 0,8 n$
$r_t \leftarrow r_0$	r_0 – число итераций при начальной температуре $r_0 = m(m-1)/2$
$Q^\pi \leftarrow Q^{\pi_0}$	Q^{π_0} – значение целевой функции для перестановки строк π_0
while ($(\delta_t \geq 0,05 r_t) \vee (t \neq 0)$) do	условия остановки не выполняются
$i \leftarrow 0$	i – порядковый номер итерации при текущей температуре t
$\delta_t \leftarrow 0$	δ_t – число успешных итераций при текущей температуре t
while ($i < r_t$) do	для $t = t_{\text{const}}$
$\pi^* \leftarrow \text{generate}(\pi)$	генерация случайного состояния, соседнего для π
$\mathbf{B}^* \leftarrow \mathbf{B}^{\pi^*}$	построение матрицы \mathbf{B}^{π^*} для π^*
$\mathbf{D}^{\pi^*} \leftarrow \mathbf{D}^\pi(\pi^*)$	построение матрицы интервалов \mathbf{D}^{π^*} для π^*
$Q^{\pi^*} \leftarrow Q^\pi(\pi^*)$	оценка \mathbf{D}^{π^*}
$\Delta \leftarrow Q^{\pi^*} - Q^\pi$	
if ($(\Delta \leq 0) \vee (\text{random}(0,1) < e^{-\Delta/t})$) then	
$\pi \leftarrow \pi^*$; $\mathbf{B} \leftarrow \mathbf{B}^{\pi^*}$; $Q^\pi \leftarrow Q^{\pi^*}$;	
$\delta_t \leftarrow \delta_t + 1$	увеличение числа успешных итераций

```

    end if
  end while
  t ← reduce temperature(t);      значение температуры умножается на 0,85
end while                          лучшее решение найдено
end Folding

```

5. Ограниченная многократная свертка

Рассматриваемая процедура многократной свертки модифицируется в том случае, когда вводятся ограничения на вид свернутой структуры, которые можно разделить на следующие основные группы:

1. Ограничения структуры. Этот класс ограничений определяется используемым типом регулярной структуры. Например, при использовании ПЛМ необходимо принимать во внимание, что ее топология состоит из пары связанных матриц И и ИЛИ.

2. Ограничения входа/выхода. Этот класс ограничений зависит от среды, в которой свернутая структура реализована. Например, могут быть наложены ограничения на порядок и сторону подвода входных/выходных шин, группирование входных/выходных шин.

3. Электрические ограничения. Накладываются ограничения на тип свертки. Например, это может быть только простая или двухдольная [14] свертка.

4. Физические ограничения. Этот класс ограничений касается топологической реализации прямого и инверсного литералов. Например, входной сигнал в прямом и инверсном виде не может подаваться с разных сторон структуры или линии их подвода должны располагаться рядом. В связи с этим соответствующие столбцы не могут располагаться на одной шине и поэтому не могут быть свернуты.

Далее покажем, как учитываются ограничения структуры, накладываемые на свертку, продемонстрировав это на примере простой свертки и свертки ПЛМ.

6. Свертка ПЛМ структуры на основе моделирования отжига

ПЛМ состоит из двух транзисторных матриц И и ИЛИ, столбцам которых соответствуют входные и выходные переменные соответственно. В строках матрицы И реализуются элементарные конъюнкции, значения которых подаются на строки матрицы ИЛИ, в столбцах которой реализуются дизъюнкции (или их инверсии в зависимости от программирования выходов) этих конъюнкций. Свертка ПЛМ позволяет некоторые ее столбцы совмещать на одной вертикальной шине (а строкам разделять горизонтальную шину). Топология ПЛМ накладывает структурные ограничения на вид свертки, которые не позволяют реализовать на одной шине столбец матрицы И и столбец матрицы ИЛИ. Многократная и простая свертки ПЛМ-структуры показаны на рис. 3.

При формулировке процедуры моделирования отжига для случая многократной свертки ПЛМ требуется учитывать упомянутые ограничения. Для этого предлагается:

- 1) представлять матрицу интервалов D^π в виде двух подматриц D_{in}^π и D_{out}^π , соответствующих матрицам И и ИЛИ;
- 2) различать входную p_{in}^π и выходную p_{out}^π плотности строк подматриц D_{in}^π и D_{out}^π ;
- 3) строить два интервальных графа $G^{in} = (V^{in}, E^{in})$ и $G^{out} = (V^{out}, E^{out})$ соответственно для подматриц D_{in}^π и D_{out}^π .

Прогнозируемый размер свертки, порождаемой текущей перестановкой π , равен сумме хроматических чисел интервальных графов G^{in} и G^{out} или максимальной плотности p^π , вычисляемой как сумма максимальных плотностей p_{in}^π и p_{out}^π . Таким образом, процедура моделирования отжига для решения задачи многократной свертки с такими ограничениями отличается от сформулированной выше только способом вычисления максимальной плотности p^π и соответственно целевой функции Q^π .

Таким же образом могут быть приняты во внимание ограничения второго типа (касающиеся подведения входных и выходных сигналов). Например, на рис. 7 отображена многократ-

но свернутая ПЛМ, в которой для подведения входных сигналов к сегментам вертикальных шин выделяются отдельные горизонтальные шины. Учет ограничений, регламентирующих сторону подведения сигналов на свернутую структуру, может производиться посредством дополнения интервалов (добавления новых строк) $d_i \in D^\pi$ при переходе от B^π к D^π . При этом нужно принимать во внимание увеличение длины интервалов на каждом шаге преобразования матрицы B^π в интервальную матрицу D^π .

7. Простая свертка матричной структуры на основе моделирования отжига

Рассмотрим, как при свертке методом отжига можно учитывать более сложные ограничения. В частности, электрические ограничения приводят к тому, что допускается только простая свертка. Напомним, что свертка называется простой, если на шине возможен только один разрыв. В таком случае, очевидно, на одной физической шине может быть размещено только два столбца (или две строки). Простая столбцовая свертка имеет очевидное преимущество перед многократной сверткой, потому что внешние сигналы могут быть подведены с двух сторон матрицы свернутой структуры. В противном случае нужно выполнять подвод внутри структуры, что требует введения дополнительных слоев металлизации или горизонтальных линий (см. рис. 7). Это упрощает подвод сигналов и увеличивает площадь кристалла СБИС, выделенную под трассировку соединений, несмотря на то, что многократная свертка более результативна в смысле сокращения площади функциональной части регулярной структуры.

При поиске простой свертки методом моделирования отжига в работе [5] предложено использовать процедуру отжига, аналогичную процедуре для многократной свертки, но с более сложной целевой функцией Q^π , которая требует больших вычислительных затрат. Вычисление значения функции связано с оценкой мощности наибольшего паросочетания неориентированного графа, построенного на отношениях попарной совместимости столбцов матричной структуры. Таким образом, на каждой итерации процедуры отжига выполняется трудоемкая процедура построения графа совместимости и нахождения наибольшего паросочетания.

В статье предлагается процедура сокращения трудоемкости решения задачи простой свертки на основе метода отжига за счет однократной реализации процедуры построения графа отношений совместимости столбцов структуры и нахождения его наибольшего паросочетания. Это в некоторых случаях приводит к потере оптимальности простой свертки, но, принимая во внимание, что метод моделирования отжига сам по себе эвристический, не гарантирующий оптимального решения задачи свертки, предложенная идея является достаточно неплохой на практике при оптимизации больших регулярных структур.

Основное предположение базируется на эвристике, которая позволяет получить хорошую простую свертку на основе хорошей многократной свертки. Сначала методом отжига находится наилучшая перестановка π строк структурной матрицы для случая многократной свертки с использованием вышеизложенной процедуры. Затем на основе найденной перестановки π строится реализуемое множество многократной свертки L^c (состоящее из наборов свертки), на основе которого формируется множество простой свертки L^s (состоящее из пар свертки).

Итак, имеем перестановку строк π и соответствующую матрицу интервалов D^π (см. рис. 5). Пара столбцов c_i, c_j , соответствующих совместимым интервалам d_i, d_j , называется парой свертки и может быть назначена на одну вертикальную шину в свернутой структуре. Пусть $H = (V, E)$ – неориентированный граф, в котором вершина V соответствует интервалам d_i и $(v_i, v_j) \in E$, если и только если d_i и d_j не пересекаются. Размер простой свертки для перестановки строк π равен мощности наибольшего паросочетания графа $H = (V, E)$. Паросочетанием M в графе H называется множество попарно несмежных ребер, т. е. не существует двух ребер, инцидентных одной вершине [15].

Каждое ребро паросочетания M порождает пару свертки, состоящую из столбцов, которые соответствуют вершинам графа H , инцидентным ребру. Соответственно паросочетание M определяет множество простой свертки, а максимальное паросочетание – множество свертки максимальной мощности. Число вертикальных шин свернутой таким образом регулярной структуры равно мощности наибольшего паросочетания плюс число вершин графа H , не вклю-

ченных в это паросочетание.

Рассмотрим граф $H = (V, E)$ (рис. 8) для матрицы интервалов D^r , показанной на рис. 5. На нем ребра графа, входящие в наибольшее паросочетание, изображены жирными линиями. Вид простой свертки ПЛМ для приведенного варианта паросочетания показан на рис. 3, б.

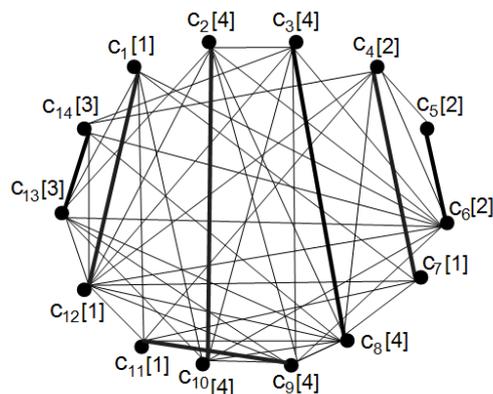


Рис. 8. Граф совместимости $H = (V, E)$

8. Результаты экспериментального исследования

Предложенные алгоритмы многократной и простой свертки были переформулированы для случая ПЛМ-структур и реализованы на языке C++. Было проведено экспериментальное исследование алгоритмов на примерах из набора benchmark [16], которое преследовало следующие цели:

- 1) установить степень сокращения площади ПЛМ при использовании многократной и простой свертки ПЛМ;
- 2) определить зависимость степени сокращения площади ПЛМ от степени разреженности ее структурных матриц И и ИЛИ;
- 3) провести сравнительное исследование двух типов свертки ПЛМ: многократной и простой.

Степень возможного сжатия ПЛМ-структуры существенно зависит от плотности матриц И и ИЛИ. Под плотностью матрицы понимается отношение числа активных транзисторов к числу всех транзисторов, (т. е. отношение числа единичных элементов булевой матрицы B к числу всех ее элементов), выраженное в процентах.

Каждой точке на графике (рис. 9) соответствует один пример из набора benchmark, который решался методами многократной и простой свертки. Снизу по оси X приведены названия тестовых ПЛМ, упорядоченные в соответствии с возрастанием плотности матриц И и ИЛИ (суммарные значения плотности показаны в скобках). По оси Y указана степень сжатия ПЛМ в результате свертки, выраженная в процентах. Степень сжатия измеряется отношением

$(1 - \frac{k}{n}) \%$, где n и k – числа столбцов ПЛМ до и после свертки.

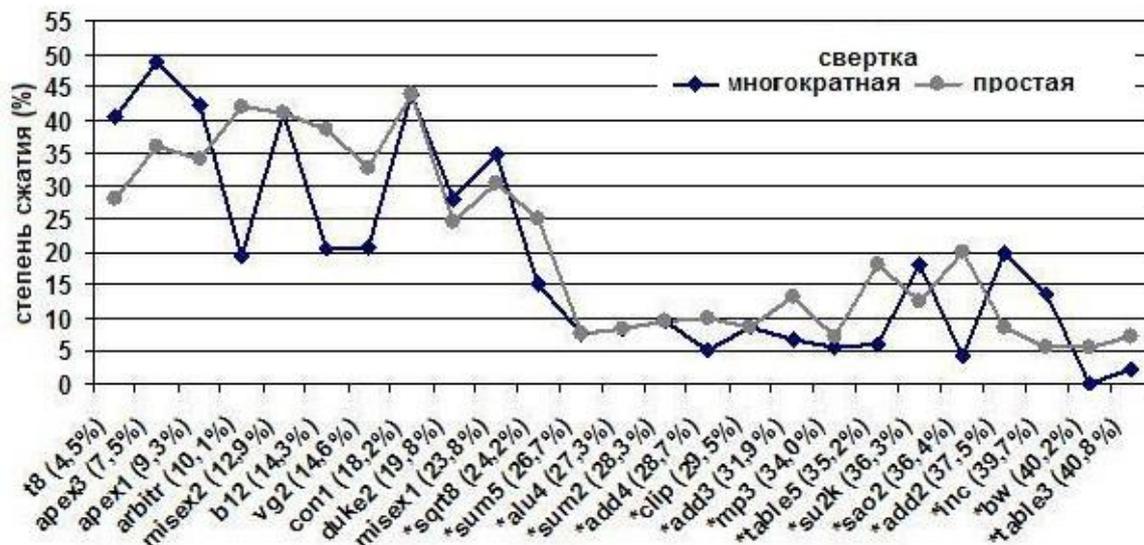


Рис. 9. Результаты экспериментальных исследований многократной и простой сверток с использованием алгоритма моделирования отжига

Результаты эксперимента позволили сделать следующие выводы, касающиеся области предпочтительного использования простой и многократной сверток:

- 1) многократная свертка дает лучшие результаты для случая сильно разреженных ПЛМ (менее 20 % площади занято транзисторами);
- 2) простая свертка дает лучшие результаты для случаев более плотных ПЛМ (более 25 % площади занято транзисторами);
- 3) в остальных случаях (20–25 % площади занято транзисторами) невозможно сказать, какой из методов свертки эффективнее – результаты сильно зависят от конкретных примеров.

Заключение

Исследовалась задача сокращения площади двухмерных матричных регулярных структур заказных СБИС. Рассматривались эвристические алгоритмы на основе процедуры моделирования отжига, которые дают хорошие результаты для случая уплотнения разреженных структур, имеющих небольшой процент активных элементов (транзисторов). Алгоритмы свертки на основе моделирования отжига исследовались для случаев многократной и простой столбцовой свертки ПЛМ. Результаты исследования показали:

- свертка на основе моделирования отжига может дать достаточно хорошие решения в смысле сокращения площади;
- простая свертка дает не худшие результаты по сравнению с многократной сверткой, позволяя часто находить даже лучшие решения.

Список литературы

1. Ульман, Дж. Вычислительные аспекты СБИС / Дж. Ульман. – М. : Радио и связь, 1990. – 480 с.
2. Hachtel, G.D. An Algorithm for optimal PLA Folding / G.D. Hachtel, A.R. Newton, A. L. Sangiovanni-Vincentelli // IEEE Trans. Computer-Aided Design of Integrated Circuit Syst. – 1982. – Vol. CAD-1, № 2. – P. 63–77.
3. DeMicheli, G.A. Multiple Constrained Folding of Programmable Logic Arrays: Theory and Applications / G.A. DeMicheli, Sangiovanni-Vincentelli // IEEE Trans. Computer-Aided Design. – 1983. – Vol. CAD-2, № 3. – P. 151–167.
4. Macii, E. Graph models for PLA folding problems / E. Macii, T. Wolf // International Journal of Systems Science. – 1996. – Vol. 26, № 7. – P. 1439–1445.

5. Wong, D.F. Simulated Annealing for VLSI Design / D.F. Wong, H.W. Leong, C.L. Liu // Boston : Kluwer Academic Publ. – 1988. – 220 p.
6. Hsu, W.-L. Fast and simple algorithms for recognizing chordal comparability graphs and interval graphs / W.-L. Hsu, T.-H. Ma // SIAM J. Comput. – 1999. – Vol. 28, № 3. – P. 1004–1020.
7. Golumbic, M.C. The complexity of comparability graph recognition and coloring / M.C. Golumbic // Computing. – 1977. – Vol. 18. – P. 199–208.
8. Hashimoto, A. Wire Routing by Optimizing Channel Assignment Within Larger Apertures / A. Hashimoto, J. Stevens // Proc. of 8th Design Automation Workshop, DAC '71. – Atlantic City, NJ, USA. – 1971.
9. Equation of State Calculations by Fast Computer Machines / N. Metropolis [et al.] // J. Chemical Physics. – 1953. – Vol. 21, № 6. – P. 1087–1092.
10. Kirkpatrick, S. Optimization by Simulated Annealing / S. Kirkpatrick, Jr.C.D. Gelatt, M.P. Vecchi // Science. – 1983. – Vol. 220(4598). – P. 671–680.
11. Greening, D.R. Simulated Annealing with Errors / D.R. Greening // Ph.D. dissertation, University OF CA Los Angeles. – 1995 [Electronic resource]. – Mode of access : <http://dan.greening.org/publications/phd.pdf>. – Date of access : 28.03.2004.
12. Van Laarhoven, P.J.M. Simulated Annealing: Theory and Applications / P.J.M. Van Laarhoven, E.H.L. Aarts. – Dordrecht : Reidel, 1987.
13. Ingber, L. Optimization of Trading Physics Models of Markets / L. Ingber, R.P. Mondescu // IEEE Trans. Neural Networks. – 2001. – № 12(4). – P. 776–790.
14. Liu, Chun-Yeh. An Efficient Algorithm for Bipartite PLA Folding / Chun-Yeh Liu, Kewal K. Saluja // IEEE Trans. on Computer-Aided Design of Integrated Circuits and Systems. – 1993. – Vol. 12, №. 12. – P. 1839–1847.
15. Лекции по теории графов / В.А. Емеличев [и др.]. – М. : Наука, 1990. – 384 с.
16. Berkeley PLA test set [Electronic resource]. – Mode of access : <http://www1.cs.columbia.edu/~cs4861/sis/espresso-examples/>. – Date of access : 03.05.2006.

Поступила 19.06.12

*Объединенный институт проблем
информатики НАН Беларуси,
Минск, Сурганова, 6
e-mail: cld@newman.bas-net.by
log@newman.bas-net.by*

L.D. Cheremisinova, I.P. Loginova

FOLDING OF CUSTOM VLSI REGULAR STRUCTURES BY SIMULATED ANNEALING

The problem of topological optimization of programmable logic arrays using folding technique is studied. The algorithms of multiple and simple folding of VLSI regular structures are presented, which are based on the method of simulated annealing and allow to find optimal or near optimal solutions of the folding problem. Results of computer experiments with the suggested algorithms are given.