ИНФОРМАТИКА

2017 июль-сентябрь № 3

ЛОГИЧЕСКОЕ ПРОЕКТИРОВАНИЕ

УДК 519.7

Ю.В. Поттосин

МЕТОД МНОГОБЛОЧНОЙ ПАРАЛЛЕЛЬНОЙ ДЕКОМПОЗИЦИИ СИСТЕМЫ ЧАСТИЧНЫХ БУЛЕВЫХ ФУНКЦИЙ

Описывается метод многоблочной параллельной декомпозиции системы частичных булевых функций, представленной парой троичных матриц. Метод предполагает рассмотрение графов ортогональности строк указанных матриц и сводится к нахождению полных двудольных подграфов (биклик) в одном из этих графов и кратчайшему покрытию множества ребер другого графа этими подграфами.

Введение

Под декомпозицией системы булевых функций понимается ее представление в виде суперпозиции двух или более систем функций, каждая из которых в некотором смысле проще исходной системы. Задача декомпозиции булевых функций является одной из важных и сложных задач из области логического проектирования, успешное решение которой непосредственно влияет на качество и стоимость проектируемых цифровых устройств. Декомпозиция системы булевых функций, описывающей поведение некоторого дискретного устройства, ведет к разбиению его на отдельные блоки, что облегчает дальнейшую процедуру логического синтеза. Как показано в работах [1, 2], данной задаче посвящено значительное количество статей, однако она еще требует исследований [3]. В настоящей статье рассматривается задача декомпозиции системы булевых функций в следующей постановке.

Задана система частичных (не полностью определенных) булевых функций в виде векторной функции $\boldsymbol{f}(\boldsymbol{x}) = (f_1(\boldsymbol{x}), f_2(\boldsymbol{x}), ..., f_m(\boldsymbol{x}))$, где компонентами вектора $\boldsymbol{x} = (x_1, x_2, ..., x_n)$ являются булевы переменные, составляющие множество X. Требуется найти суперпозицию $\boldsymbol{f}(\boldsymbol{x}) \leq \boldsymbol{\varphi}(g_1(\mathbf{z}_1), g_2(\mathbf{z}_2), \ldots, g_k(\mathbf{z}_k))$, где $\mathbf{z}_1, \mathbf{z}_2, \ldots, \mathbf{z}_k$ – векторные переменные, компонентами которых служат соответственно переменные из подмножеств $Z_1, Z_2, \ldots, Z_k$ (возможно, пересекающихся) множества $X = \{x_1, x_2, \ldots, x_n\}$, а символ $\leq$ обозначает отношение реализации, т. е. значения компонент $\varphi_1, \varphi_2, ..., \varphi_m$ векторной функции $\boldsymbol{\varphi}$ совпадают со значениями компонент функции $\boldsymbol{f}$ везде, где эти значения определены. При этом мощность $|Z_i|$ $(i = 1, 2, \ldots, k)$ должна быть ограничена некоторой заданной величиной p, а число k должно быть минимальным и меньшим, чем n. Указанная декомпозиция определяет структуру логической схемы (рис. 1), где блоки реализуют функции, составляющие искомую суперпозицию. Величина p может определяться, например, ограничением на число входных полюсов блоков, реализующих функции $g_1, g_2, \ldots, g_k$. Такой вид декомпозиции назван *многоблочной параллельной декомпозицией* [4]. Подобная задача при $k = 2$ решалась в статье [5].

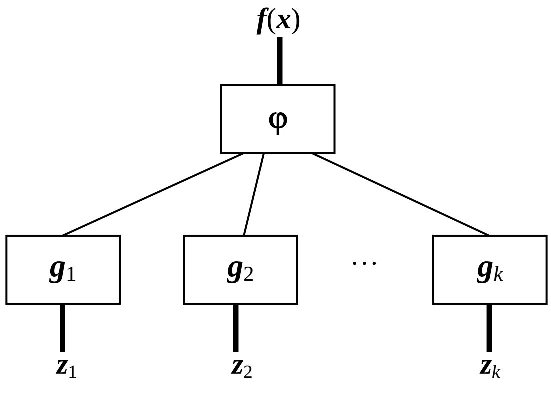

Рис. 1. Структура логической схемы

В подавляющем большинстве публикаций, рассматривающих задачу декомпозиции булевых функций, подмножества Z_1, Z_2, …, Z_k считаются заданными [2, 4, 6, 7]. Вопросу поиска таких подмножеств, при которых существует соответствующая декомпозиция, посвящено не так много публикаций. Среди работ, где рассматривается данный вопрос, можно назвать [8–13]. В настоящей статье предлагается метод, не требующий конкретного задания подмножеств Z_1, Z_2, …, Z_k. Он использует подход, описанный в работе [14].

1. Описание метода

Предлагаемый метод решения задачи декомпозиции булевых функций требует интервального задания системы частичных булевых функций [3] в виде пары троичных матриц $\boldsymbol{X}$, $\boldsymbol{F}$ размерности $l \times n$ и $l \times m$ соответственно. Столбцы матрицы $\boldsymbol{X}$ соответствуют переменным $x_1, x_2, ..., x_n$, а столбцы матрицы $\boldsymbol{F}$ – функциям $f_1(\boldsymbol{x}), f_2(\boldsymbol{x}), ..., f_m(\boldsymbol{x})$. Строки матриц $\boldsymbol{X}$ и $\boldsymbol{F}$ имеют единую нумерацию. Строка матрицы $\boldsymbol{X}$ представляет интервал булева пространства, а соответствующая ей строка матрицы $\boldsymbol{F}$ – значения функций на этом интервале. Символ «–» в i-й строке и j-м столбце матрицы $\boldsymbol{F}$ означает, что i-й интервал не используется для задания функции $f_j(x)$. Значения всех функций заданной системы не определены на той части булева пространства, которая не охвачена интервалами, представленными строками матрицы $\boldsymbol{X}$. Строки матриц $\boldsymbol{X}$ и $\boldsymbol{F}$ имеют общую естественную нумерацию.

Рассмотрим графы $G_X = (V, E_X)$ и $G_F = (V, E_F)$, где множество вершин V является множеством общих номеров строк матриц $\boldsymbol{X}$ и $\boldsymbol{F}$, а множества ребер E_X и E_F – множествами пар номеров ортогональных строк матриц $\boldsymbol{X}$ и $\boldsymbol{F}$ соответственно. Две строки троичной матрицы ортогональны, если имеется столбец, у которого в одной из этих строк расположен нуль, а в другой – единица [3]. Система функций задана корректно, если $E_F \subseteq E_X$, т. е. G_F является остовным подграфом графа G_X.

Замечание. Любая пара матриц ($\boldsymbol{X}, \boldsymbol{F}$) указанного вида может рассматриваться как представление некоторой системы частичных булевых функций, если граф G_F является остовным подграфом графа G_X.

Каждому ребру из множества E_X приписано множество переменных из множества $X = \{x_1, x_2, ..., x_n\}$, по которым соответствующие строки ортогональны. Полному двудольному подграфу, или *биклике*, графа G_X припишем множество переменных из X, взятых по одной из каждого ребра, принадлежащего данной биклике. Биклику назовем *допустимой*, если число приписанных ей переменных не превышает p. Допустимую биклику назовем *полезной*, если она содержит хотя бы одно ребро из множества E_F.

Множество переменных, приписываемых биклике, определяется следующим образом. Пусть $\{x_i, x_j, ..., x_k\}$ – множество переменных, по которым ортогональны две строки, соответствующие ребру из множества E_X. Образуем элементарную дизъюнкцию $x_i \vee x_j \vee ... \vee x_k$ из этих переменных. Получим конъюнктивную нормальную форму (КНФ), членами которой будут указанные дизъюнкции, взятые по всем ребрам, входящим в данную биклику. После удаления возможных поглощаемых элементарных дизъюнкций преобразуем полученную КНФ, раскрыв скобки, в дизъюнктивную нормальную форму (ДНФ). Множество переменных, приписанных биклике, составят переменные, входящие в элементарную конъюнкцию минимального ранга полученной ДНФ.

Утверждение. *Для системы частичных булевых функций* $\boldsymbol{f}(\boldsymbol{x})$, *заданной троичными матрицами* $\boldsymbol{X}$ *и* $\boldsymbol{F}$, *существует реализующая ее суперпозиция* $\boldsymbol{\varphi}(g_1(\boldsymbol{z}_1), g_2(\boldsymbol{z}_2), ..., g_k(\boldsymbol{z}_k))$, *если существует покрытие множества* E_F *полезными допустимыми бикликами графа* G_X, *число которых* k.

Пусть получено указанное покрытие бикликами B_1, B_2, …, B_k. Каждая биклика B_i может быть задана парой множеств вершин $\langle V_i', V_i''\rangle$, поскольку каждая вершина из V_i' связана в биклике ребрами со всеми вершинами из V_i''. Каждая функция $g_i(\boldsymbol{z}_i)$ задается матрицами $\boldsymbol{X}_i$ и $\boldsymbol{F}_i$. Матрица $\boldsymbol{X}_i$ является минором матрицы $\boldsymbol{X}$, образованным столбцами, которые соответствуют переменным, приписанным биклике B_i. Матрица $\boldsymbol{F}_i$ состоит из одного столбца, где в строке с номером, соответствующим вершине из V_i', находится 0, в строке с номером, соответствующим вершине из V_i'', находится 1, а в строке, для которой нет соответствующих вершин ни в V_i', ни в V_i'', находится символ «–». Векторная функция φ задается матрицами $\boldsymbol{U}$ и $\boldsymbol{\Phi}$. Матрица $\boldsymbol{U}$ состоит из столбцов, представляющих матрицы $\boldsymbol{F}_1, \boldsymbol{F}_2, \ldots, \boldsymbol{F}_k$, а матрица $\boldsymbol{\Phi}$ совпадает с матрицей $\boldsymbol{F}$. Действительно, согласно приведенному выше замечанию пара матриц $(\boldsymbol{U}, \boldsymbol{\Phi})$ может рассматриваться как представление системы частичных булевых функций. Видно, что для любого значения вектора $\boldsymbol{x}$, произвольно взятого из области определения любой функции f_i заданной системы, значения функций φ_i и f_i будут совпадать. Следовательно, пары матриц $(\boldsymbol{X}_1\ \boldsymbol{F}_1), (\boldsymbol{X}_2\ \boldsymbol{F}_2), \ldots, (\boldsymbol{X}_k\ \boldsymbol{F}_k)$ и $(\boldsymbol{U}, \boldsymbol{\Phi})$ представляют искомую суперпозицию. Это представление обладает избыточностью, которую легко устранить. Таким образом, метод заключается в выполнении процесса, состоящего из следующих этапов:

1. Нахождение всех максимальных полезных биклик в графе G_X. Для этого можно использовать метод, представленный в работе [15].
2. Получение кратчайшего покрытия множества E_F найденными бикликами. Если число биклик, составляющих покрытие, не меньше n, то для заданной системы функций не существует нетривиальной декомпозиции указанного вида.
3. Определение булевых функций $g_1(\boldsymbol{z}_1), g_2(\boldsymbol{z}_2), \ldots, g_k(\boldsymbol{z}_k)$ и векторной функции φ.

На этапе получения покрытия можно продолжить оптимизацию решения, уменьшая сумму чисел компонент векторов $\boldsymbol{z}_1, \boldsymbol{z}_2, \ldots, \boldsymbol{z}_k$. Тогда каждую биклику необходимо снабдить весом в виде числа приписанных ей переменных и решать задачу о взвешенном покрытии. При доопределении не полностью определенных булевых функций в процессе декомпозиции некоторые аргументы могут оказаться несущественными. Тогда можно выбирать вариант с наименьшим числом существенных аргументов.

2. Пример

Пусть система частичных булевых функций $\boldsymbol{f}(\boldsymbol{x})$ задана следующими троичными матрицами:

$$
\boldsymbol{X} = \begin{array}{c} x_1\ x_2\ x_3\ x_4\ x_5\ x_6 \\ \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & - & - & 0 & 1 & - \\ 1 & - & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & - & 1 & - & 1 & 0 \\ 0 & 0 & - & 1 & 1 & - \end{bmatrix} \end{array} \begin{array}{c} \\ 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \\ 6 \end{array}, \quad \boldsymbol{F} = \begin{array}{c} f_1\ f_2\ f_3 \\ \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ - & 1 & 1 \\ 0 & - & 0 \\ 1 & 1 & - \\ - & 0 & 1 \\ 1 & 0 & - \end{bmatrix} \end{array} \begin{array}{c} \\ 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \\ 6 \end{array}.
$$

Требуется получить суперпозицию $\boldsymbol{f}(\boldsymbol{x}) \leq \varphi(g_1(\boldsymbol{z}_1), g_2(\boldsymbol{z}_2), \ldots, g_k(\boldsymbol{z}_k))$ при минимальном k и числом p компонент каждого из векторов $\boldsymbol{z}_1, \boldsymbol{z}_2, \ldots, \boldsymbol{z}_k$, не превышающим 3.

Граф $G_X = (V, E_X)$ с множеством вершин $V = \{v_1, v_2, v_3, v_4, v_5, v_6\}$ представим в виде перечня ребер. В табл. 1 представлены эти ребра и приписанные им переменные. Граф $G_F = (V, E_F)$ имеет то же множество вершин, а его множество ребер E_F отличается от E_X только тем, что в нем отсутствуют ребра v_2v_4 и v_5v_6.

Таблица 1

v_1v_2	v_1v_3	v_1v_4	v_1v_6	v_2v_3	v_2v_4	v_2v_5	v_2v_6	v_3v_4	v_3v_5	v_3v_6	v_4v_5	v_4v_6	v_5v_6
x_1	$x_4\ x_5\ x_6$	$x_1\ x_2\ x_3\ x_4\ x_6$	$x_1\ x_4$	$x_1\ x_4\ x_5$	x_4	x_1	x_4	$x_1\ x_3\ x_5$	$x_5\ x_6$	$x_1\ x_5$	$x_1\ x_3\ x_6$	x_2	x_1

Ниже представлены все максимальные полезные биклики графа G_X в виде пары подмножеств вершин вместе с соответствующими КНФ и ДНФ:

$\{v_1, v_2, v_3, v_4, v_5\}, \{v_6\} - x_1 x_2 x_4$;

$\{v_1, v_2, v_3, v_5\}, \{v_4, v_6\} - x_1 x_4$;

$\{v_1, v_2, v_3, v_5, v_6\}, \{v_4\} - x_2 x_4 (x_1 \vee x_3 \vee x_5)(x_1 \vee x_3 \vee x_6) = x_1 x_2 x_4 \vee x_2 x_3 x_4 \vee x_2 x_4 x_5 x_6$;

$\{v_1, v_2, v_4\}, \{v_3, v_6\} - x_2 x_4 (x_1 \vee x_3 \vee x_5) = x_1 x_2 x_4 \vee x_2 x_3 x_4 \vee x_2 x_4 x_5$;

$\{v_1, v_2, v_4, v_5, v_6\}, \{v_3\} - (x_5 \vee x_6)(x_1 \vee x_5) = x_1 x_6 \vee x_5$;

$\{v_1, v_2, v_5\}, \{v_3, v_4, v_6\} - x_1 x_4 (x_5 \vee x_6) = x_1 x_4 x_5 \vee x_1 x_4 x_6$;

$\{v_1, v_2, v_6\}, \{v_3, v_4\} - x_2 x_4 (x_1 \vee x_5) = x_1 x_2 x_4 \vee x_2 x_4 x_5$;

$\{v_1, v_3, v_4, v_5\}, \{v_2, v_6\} - x_1 x_2 x_4$;

$\{v_1, v_3, v_4, v_5, v_6\}, \{v_2\} - x_1 x_4$;

$\{v_1, v_3, v_5\}, \{v_2, v_4, v_6\} - x_1$;

$\{v_1, v_3, v_5, v_6\}, \{v_2, v_4\} - x_1 x_2 x_4$;

$\{v_1, v_4\}, \{v_2, v_3, v_6\} - x_1 x_2 x_4$;

$\{v_1, v_4, v_5\}, \{v_3, v_6\} - x_1 x_2 (x_5 \vee x_6) = x_1 x_2 x_5 \vee x_1 x_2 x_6$;

$\{v_1, v_4, v_5, v_6\}, \{v_2, v_3\} - x_1 x_4 (x_5 \vee x_6) = x_1 x_4 x_5 \vee x_1 x_4 x_6$;

$\{v_1, v_5\}, \{v_2, v_3, v_4, v_6\} - x_1 (x_5 \vee x_6) = x_1 x_5 \vee x_1 x_6$;

$\{v_1, v_5, v_6\}, \{v_3, v_4\} - x_2 (x_5 \vee x_6)(x_1 \vee x_3 \vee x_6)(x_1 \vee x_5) = x_1 x_2 x_5 \vee x_1 x_2 x_6 \vee x_2 x_3 x_5 \vee x_2 x_5 x_6$;

$\{v_1, v_6\}, \{v_2, v_3, v_4\} - x_1 x_2 x_4$;

$\{v_2, v_3, v_4, v_6\}, \{v_5\} - x_1 (x_5 \vee x_6) = x_1 x_5 \vee x_1 x_6$.

Таблица покрытия этими бикликами ребер графа G_F имеет вид табл. 2. Из всех полученных кратчайших покрытий выбрано то, которое имеет наименьшее объединение множеств переменных, приписанных входящим в это покрытие бикликам, и наименьшую сумму рангов соответствующих элементарных конъюнкций.

Таблица 2

	v_1v_2	v_1v_3	v_1v_4	v_1v_6	v_2v_3	v_2v_5	v_2v_6	v_3v_4	v_3v_5	v_3v_6	v_4v_5	v_4v_6
$\{v_1, v_2, v_3, v_4, v_5\}, \{v_6\}$				1			1			1		1
$\{v_1, v_2, v_3, v_5\}, \{v_4, v_6\}$			1	1			1	1		1	1	
$\{v_1, v_2, v_3, v_5, v_6\}, \{v_4\}$			1					1			1	1
$\{v_1, v_2, v_4\}, \{v_3, v_6\}$		1		1	1		1	1				1
$\{v_1, v_2, v_4, v_5, v_6\}, \{v_3\}$		1			1			1	1	1		
$\{v_1, v_2, v_5\}, \{v_3, v_4, v_6\}$		1	1	1	1		1		1		1	
$\{v_1, v_2, v_6\}, \{v_3, v_4\}$		1	1		1					1		1
$\{v_1, v_3, v_4, v_5\}, \{v_2, v_6\}$	1			1	1	1				1		1
$\{v_1, v_3, v_4, v_5, v_6\}, \{v_2\}$	1				1	1	1					
$\{v_1, v_3, v_5\}, \{v_2, v_4, v_6\}$	1		1	1	1	1		1		1	1	
$\{v_1, v_3, v_5, v_6\}, \{v_2, v_4\}$	1		1		1	1	1	1			1	1
$\{v_1, v_4\}, \{v_2, v_3, v_6\}$	1	1		1				1				1
$\{v_1, v_4, v_5\}, \{v_3, v_6\}$		1		1				1	1			1
$\{v_1, v_4, v_5, v_6\}, \{v_2, v_3\}$	1	1				1	1	1	1	1		
$\{v_1, v_5\}, \{v_2, v_3, v_4, v_6\}$	1	1	1	1		1			1		1	
$\{v_1, v_5, v_6\}, \{v_3, v_4\}$		1	1						1	1	1	1
$\{v_1, v_6\}, \{v_2, v_3, v_4\}$	1	1	1				1			1		1
$\{v_2, v_3, v_4, v_6\}, \{v_5\}$						1			1		1	

Данное покрытие состоит из следующих биклик (из соответствующих ДНФ выбрано по одной элементарной конъюнкции):

$$\{v_1, v_5\},\ \{v_2, v_3, v_4, v_6\} - x_1 x_5;$$
$$\{v_1, v_2, v_3, v_4, v_5\},\ \{v_6\} - x_1 x_2 x_4;$$
$$\{v_1, v_2, v_4, v_5, v_6\},\ \{v_3\} - x_5.$$

Искомую суперпозицию задают представленные ниже матрицы:

$$\boldsymbol{X}_1 = \begin{array}{c} x_1\ \ x_5 \\ \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \end{array} \begin{array}{l} \\ 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \\ 6 \end{array},\ \boldsymbol{F}_1 = \begin{array}{c} g_1 \\ \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \end{array} \begin{array}{l} \\ 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \\ 6 \end{array};\quad \boldsymbol{X}_2 = \begin{array}{c} x_1\ \ x_2\ \ x_4 \\ \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & - & 0 \\ 1 & - & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & - & - \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \end{array} \begin{array}{l} \\ 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \\ 6 \end{array},\ \boldsymbol{F}_2 = \begin{array}{c} g_2 \\ \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \end{array} \begin{array}{l} \\ 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \\ 6 \end{array};\quad \boldsymbol{X}_3 = \begin{array}{c} x_5 \\ \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \end{array} \begin{array}{l} \\ 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \\ 6 \end{array},\ \boldsymbol{F}_3 = \begin{array}{c} g_3 \\ \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \end{array} \begin{array}{l} \\ 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \\ 6 \end{array};$$

$$\boldsymbol{U} = \begin{array}{c} g_1\ \ g_2\ \ g_3 \\ \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \end{array} \begin{array}{l} \\ 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \\ 6 \end{array},\quad \boldsymbol{\Phi} = \begin{array}{c} \varphi_1\ \ \varphi_2\ \ \varphi_3 \\ \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ - & 1 & 1 \\ 0 & - & 0 \\ 1 & 1 & - \\ - & 0 & 1 \\ 1 & 0 & - \end{bmatrix} \end{array} \begin{array}{l} \\ 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \\ 6 \end{array}.$$

После устранения избыточности получим матрицы, представляющие искомые системы частичных булевых функций:

$$\boldsymbol{X}_1 = \begin{array}{c} x_1\ \ x_5 \\ \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \end{array} \begin{array}{l} \\ 1 \\ 2 \\ 3 \end{array},\ \boldsymbol{F}_1 = \begin{array}{c} g_1 \\ \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \end{array} \begin{array}{l} \\ 1 \\ 2 \\ 3 \end{array};\quad \boldsymbol{X}_2 = \begin{array}{c} x_1\ \ x_2\ \ x_4 \\ \begin{bmatrix} 0 & - & 0 \\ 1 & - & - \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \end{array} \begin{array}{l} \\ 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \end{array},\ \boldsymbol{F}_2 = \begin{array}{c} g_2 \\ \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \end{array} \begin{array}{l} \\ 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \end{array};\quad \boldsymbol{X}_3 = \begin{array}{c} x_5 \\ \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \end{array} \begin{array}{l} \\ 1 \\ 2 \end{array},\ \boldsymbol{F}_3 = \begin{array}{c} g_3 \\ \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \end{array} \begin{array}{l} \\ 1 \\ 2 \end{array};$$

$$\boldsymbol{U}' = \begin{array}{c} g_1\ \ g_2\ \ g_3 \\ \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \end{array} \begin{array}{l} \\ 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \end{array},\quad \boldsymbol{\Phi}' = \begin{array}{c} \varphi_1\ \ \varphi_2\ \ \varphi_3 \\ \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & - & 0 \\ 1 & 0 & - \end{bmatrix} \end{array} \begin{array}{l} \\ 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \end{array}.$$

Заключение

Предлагаемый метод не всегда может быть реализован на задачах практической размерности ввиду трудоемкости выполнения первых двух этапов процесса декомпозиции. Число всех максимальных биклик в графе может оказаться чрезвычайно большим. Его верхней достижимой границей является $2^{n-1} - 1$, где n – число вершин графа [15]. Метод следует считать основой для разработки эвристических методов решения данной задачи.

Список литературы

1. Hassoun, S. Logic Synthesis and Verification. The Springer International Series in Engineering and Computer Science / S. Hassoun, T. Sasao. – Kluwer Academic Publishers, 2001. – 472 p.

2. Perkowski, M.A. A Survey of Literature on Functional Decomposition. Version IV (Technical report) / M.A. Perkowski, S. Grygiel. – Portland, USA : Portland State University, Department of Electrical Engineering, 1995. – 188 p.

3. An improved functional decomposition method based on FAST and the method of removal and operation / F. Yu [et al.] // Intern. Conf. on System Science and Engineering (ICSSE), Dalian, China, Jun. 2012. – Dalian, 2012. – P. 487–492.

4. Закревский, А.Д. Логические основы проектирования дискретных устройств / А.Д. Закревский, Ю.В. Поттосин, Л.Д. Черемисинова. – М. : Физматлит, 2007. – 592 с.

5. Закревский, А.Д. Параллельная декомпозиция системы слабо определенных булевых функций / А.Д. Закревский, А.Е. Перышкин // Логическое проектирование. – Минск : Ин-т техн. кибернетики НАН Беларуси, 2000. – Вып. 5. – С. 59–66.

6. Поттосин, Ю.В. Табличные методы декомпозиции систем полностью определенных булевых функций / Ю.В. Поттосин, Е.А. Шестаков. – Минск : Белорус. наука, 2006. – 327 с.

7. Бибило, П.Н. Декомпозиция булевых функций на основе решения логических уравнений / П.Н. Бибило. – Минск : Беларус. навука, 2009. – 211 с.

8. Files, C.M. New mutivalued functional decomposition algorithms based on MDDs / C.M. Files, M.A. Perkowski // IEEE Transactions on Computer-Aided Design of Integrated Ciruits and Systems. – 2000. – Vol. 19, no. 9. – P. 1081–1086.

9. Закревский, А.Д. Комбинаторный поиск подходящих разбиений при декомпозиции булевых функций / А.Д. Закревский // Вестник ТГУ. Приложение. – 2006. – № 18. – С. 4–9.

10. Поттосин, Ю.В. Применение аппарата покрытий троичных матриц для поиска разбиения множества аргументов при декомпозиции булевых функций / Ю.В. Поттосин, Е.А. Шестаков // Вестник Томского государственного университета. Управление, вычислительная техника и информатика. – 2011. – № 3(16). – С. 100–107.

11. Rawski, M. Input variable partitioning method for decomposition-based logic synthesis targeted heterogeneous FPGAs / M. Rawski // International Journal of Electronics and Telecommunications. – 2012. – Vol. 58, no. 1. – P. 15–20.

12. Бибило, П.Н. Применение диаграмм двоичного выбора при синтезе логических схем / П.Н. Бибило. – Минск : Беларус. навука, 2014. – 231 с.

13. Taghavi Afshord, S. An input variable partitioning algorithm for functional decomposition of a system of Boolean functions based on the tabular method / S. Taghavi Afshord, Yu.V. Pottosin, B. Arasteh // Discrete Applied Mathematics. – 2015. – Vol. 185. – P. 208–219.

14. Поттосин, Ю.В. Декомпозиция системы частичных булевых функций с помощью покрытия графа полными двудольными подграфами / Ю.В. Поттосин, Е.А. Шестаков // Новые информационные технологии в исследовании дискретных структур : докл. Второй Всерос. конф. – Екатеринбург : УрО РАН, 1998. – С. 185–189.

15. Pottosina, S. Finding maximal complete bipartite subgraphs in a graph / S. Pottosina, Yu. Pottosin, B. Sedliak // J. Applied Mathematics. – 2008. – Vol. 1, no. 1. – P. 75–81.

Поступила 02.08.2017

Объединенный институт проблем
информатики НАН Беларуси,
Минск, Сурганова, 6
e-mail: pott@newman.bas-net.by

Yu.V. Pottosin

A METHOD FOR MULTI-BLOCK PARALLEL DECOMPOSITION OF A SYSTEM OF PARTIAL BOOLEAN FUNCTIONS

A method for multi-block parallel decomposition of a system of partial Boolean functions represented by a pair of ternary matrices is described. The method involves examining the row orthogonality graphs of those matrices. It is reduced to finding the complete bipartite subgraphs (bicliques) in one of those graphs and finding a shortest cover of the row set of the other graph by those bicliques.