

АВТОМАТИЗАЦИЯ ПРОЕКТИРОВАНИЯ

УДК 004.33.054

В.Н. Ярмолик¹, В.А. Леванцевич¹, И. Мрозек²

МНОГОКРАТНЫЕ УПРАВЛЯЕМЫЕ ВЕРОЯТНОСТНЫЕ ТЕСТЫ

Рассматриваются однократные управляемые вероятностные тесты, методы их формирования, а также их применение для тестирования средств вычислительных систем. Показываются основные недостатки построения однократных вероятностных тестов. Предлагается метод построения многократных управляемых вероятностных тестов на базе исходного однократного теста. Анализируются различные численные метрики для построения как однократных, так и многократных управляемых вероятностных тестов.

Введение

Вероятностные тесты (Random Tests) и их многочисленные модификации, основанные на принципе черного ящика, являются эффективным средством для тестирования современных вычислительных систем [1–6]. Существующие модификации классического метода построения вероятностных тестов [1, 2] объединяются принципом управления процедурой формирования очередного тестового набора [3]. Действительно, такие виды формирования модифицированных вероятностных тестов, как антивероятностные тесты (Antirandom Tests) [7], быстрые антивероятностные тесты (FastAntirandomTests) [8], адаптивные вероятностные тесты (Adaptive RandomTests) [9], эффективные вероятностные тесты (Good Random Tests) [10], зеркальные вероятностные тесты (Mirror Random Tests) [11], упорядоченные вероятностные тесты (Orderly Random Tests) [12], эволюционные вероятностные тесты (Evolutionary Random Tests) [13], управляемые вероятностные тесты (Controlled Random Tests) [3] и др., основаны на вычислении некоторых характеристик для управляемого формирования очередного случайного тестового набора [1, 3, 7–13]. Приведенные разновидности вероятностных тестов и множество других их модификаций получили общее название «управляемые вероятностные тесты» [3, 14].

Существенный недостаток управляемых вероятностных тестов – необходимость перебора потенциальных кандидатов в тестовые наборы и вычисления для них характеристик, являющихся критериями для включения либо невключения их в вероятностный тест, что увеличивает вычислительную сложность формирования подобных тестов [7–14].

С целью уменьшения вычислительной сложности формирования управляемых вероятностных тестов широко обсуждаются и используются итеративные вероятностные тесты (Iterative Random Tests) [1, 15, 16], исчерпывающие и почти псевдоисчерпывающие вероятностные тесты (Combinatorial Tests) [1, 15–18], вероятностные тесты с малым числом наборов [3, 19], квази-вероятностные тесты (Quasi-Random Tests) [4, 5], а также многократные тесты (Multi-runTests) для запоминающих устройств [20, 21]. Основное достоинство указанных разновидностей вероятностных тестов заключается в использовании некоторой обобщающей характеристики для теста в целом, а не для тестового набора в отдельности, что позволяет значительно уменьшить вычислительную сложность построения подобных тестов. Кроме того, в ряде случаев построение многократных тестов, в частности многократных маршевых тестов запоминающих устройств, не требует вычисления каких-либо характеристик, а основывается на реализации предварительно определенной процедуры [20, 21].

Целью настоящей статьи является разработка методики построения многократных управляемых вероятностных тестов, которая основана на использовании исходного управляемого вероятностного теста меньшей длины, построенного по известным методологиям [1, 3, 7–13]. Последующие тесты многократного теста строятся на основании исходного как простейшие модификации, не требующие дополнительного анализа и каких-либо вычислительных затрат. В результате многократный управляемый вероятностный тест может быть интерпретирован как единый вероятностный и использован для периодического тестирования в приложениях с ограничением временного ресурса на процедуры тестирования.

1. Анализ управляемых вероятностных тестов

Под *управляемыми вероятностными тестами* в дальнейшем будем понимать вероятностные тестовые последовательности, в которых очередной тестовый набор формируется с учетом ранее сгенерированных наборов и которые соответствуют следующему определению [3].

О п р е д е л е н и е 1. Управляемым вероятностным тестом $CRT = \{T_0, T_1, T_2, \dots, T_{q-1}\}$ является тест, состоящий из m -разрядных, сгенерированных случайным образом тестовых наборов $T_i = t_{i,m-1} t_{i,m-2} \dots t_{i,2} t_{i,1} t_{i,0}$, где $t_{i,l} \in \{0, 1\}$, $i \in \{0, 1, 2, \dots, q-1\}$, таких, что очередной тестовый набор T_i удовлетворяет некоторым критериям, численные значения которых получаются на основании предыдущих тестовых наборов $T_0, T_1, T_2, \dots, T_{i-1}$.

Ключевой особенностью управляемого генерирования вероятностных тестовых наборов является информация, которая извлекается в виде некоторых характеристик (метрик) из ранее сгенерированных тестовых наборов и используется для формирования очередного тестового набора [7–13].

Основная идея управляемых вероятностных тестов заключается в том, что очередной тестовый набор T_i генерируемого теста формируется в терминах предварительно определенных и обоснованных характеристик (мер) максимально отличным от ранее сгенерированных наборов. В данном случае принимается гипотеза, что для двух тестовых наборов, имеющих минимальное различие, количество обнаруживаемых неисправностей (ошибок) будет минимальным и, наоборот, для максимально различных тестовых наборов обнаруживающая способность будет максимальной [1, 3, 7–13]. В качестве меры отличия тестового набора T_i от предыдущих наборов $T_0, T_1, T_2, \dots, T_{i-1}$ чаще всего используются расстояние Хемминга и расстояние Евклида [3, 7–13]. Данные характеристики определяются для двоичных тестовых наборов T_i и T_j , для которых расстояние Хемминга $HD(T_i, T_j)$ вычисляется как вес $w(T_i \oplus T_j)$ вектора $T_i \oplus T_j$ согласно соотношению

$$HD(T_i, T_j) = w(T_i \oplus T_j) = \sum_{l=0}^{m-1} (t_{i,l} \oplus t_{j,l}). \quad (1)$$

Отметим, что для двоичного случая $\min HD(T_i, T_j) = 0$ при $T_i = T_j$, а $\max HD(T_i, T_j) = m$ достигается при $T_j = \bar{T}_i$. Расстояние Евклида $ED(T_i, T_j)$ определяется в соответствии с выражением

$$ED(T_i, T_j) = \sqrt{\sum_{l=0}^{m-1} (t_{i,l} - t_{j,l})^2} = \sqrt{\sum_{l=0}^{m-1} (t_{i,l} \oplus t_{j,l})} = \sqrt{HD(T_i, T_j)}. \quad (2)$$

Очевидно, что $\min ED(T_i, T_j) = 0$ при $T_i = T_j$, а $\max ED(T_i, T_j) = \sqrt{m}$ достигается при $T_j = \bar{T}_i$.

При формировании набора T_i , когда $i > 2$, применяются суммарные значения расстояний для T_i по отношению к предыдущим наборам $T_0, T_1, T_2, \dots, T_{i-1}$ [3]. Тогда для очередного набора T_i суммарное значение расстояний (1) и (2) относительно $T_0, T_1, T_2, \dots, T_{i-1}$ вычисляется как

$$THD(T_i) = \sum_{j=0}^{i-1} HD(T_i, T_j), \quad TED(T_i) = \sum_{j=0}^{i-1} ED(T_i, T_j). \quad (3)$$

Значения $THD(T_i)$ и $TED(T_i)$ представляют собой суммарное расстояние Хемминга и суммарное расстояние Евклида [3]. Новый тестовый набор T_i согласно рассмотренным методам формирования управляемых вероятностных тестов выбирается таким образом, чтобы метрики различия (3) принимали максимальное значение [1, 3]. Отметим, что метрики различия (3) характеризуются заметной вычислительной сложностью, которая возрастает с ростом индекса i тестового набора T_i . Кроме того, следует отметить возрастание вычислительной сложности за счет увеличения количества кандидатов в тесты с ростом индекса i для поиска тестового набора, удовлетворяющего пороговым значениям метрик различия [1, 3, 7, 8, 10–14]. Это в основном связано с уменьшением пространства поиска нового тестового набора T_i , которое сокращается за счет предыдущих процедур поиска предшествующих тестовых наборов $T_0, T_1, T_2, \dots, T_{i-1}$.

Основываясь на методологии однократных управляемых вероятностных тестов, дадим определение многократного управляемого теста.

О п р е д е л е н и е 2. Многократным управляемым вероятностным тестом $MCRT_r$ является множество, состоящее из r однократных управляемых вероятностных тестов $CRT_0, CRT_1, CRT_2, \dots, CRT_{r-1}$, каждый из которых включает q тестовых наборов, где CRT_0 удовлетворяет определению 1, а последующие тесты $CRT_j, j \in \{1, 2, 3, \dots, r-1\}$, формируются согласно некоторым алгоритмам таким образом, чтобы эти тесты удовлетворяли определенному критерию либо критериям, полученным на основании предыдущих тестов $CRT_0, CRT_1, CRT_2, \dots, CRT_{j-1}$ и теста CRT_j .

По аналогии с (1) и (2) рассмотрим расстояние Хемминга и расстояние Евклида для двух тестов CRT_k и CRT_l . Отметим, что расстояние Хемминга $HD(CRT_k, CRT_l)$ (4), которое равняется числу несовпадающих компонентов $T_{k,i}$ и $T_{l,i}$ исходного теста CRT_k и формируемого CRT_l , может рассматриваться как необходимое условие, которому должен удовлетворять тест CRT_l :

$$HD(CRT_k, CRT_l) = \sum_{i=0}^{q-1} f(T_{k,i}, T_{l,i}), \quad f(T_{k,i}, T_{l,i}) = \begin{cases} 1, & \text{если } T_{k,i} \neq T_{l,i}; \\ 0, & \text{если } T_{k,i} = T_{l,i}. \end{cases} \quad (4)$$

Очевидно, что с точки зрения максимального различия требованием, которому должны соответствовать CRT_k и CRT_l , является отсутствие у них совпадающих компонентов $T_{k,i}$ и $T_{l,i}$, что эквивалентно выполнению неравенства $T_{l,i} \neq T_{k,i}, i \in \{0, 1, 2, \dots, q-1\}$.

Расстояние Евклида для CRT_k и CRT_l определяется как

$$ED(CRT_k, CRT_l) = \sqrt{\sum_{i=0}^{q-1} (T_{i,k} - T_{i,l})^2}. \quad (5)$$

Подобно суммарным значениям расстояний $THD(T_i)$ и $TED(T_i)$ (3) для тестового набора T_i по отношению к предыдущим наборам $T_0, T_1, T_2, \dots, T_{i-1}$ управляемого вероятностного теста CRT введем аналогичную меру расстояния для многократных управляемых вероятностных тестов $CRT_0, CRT_1, CRT_2, \dots, CRT_{r-1}$:

$$THD(CRT_j) = \sum_{i=0}^{j-1} HD(CRT_i, CRT_j); \quad TED(CRT_j) = \sum_{i=0}^{j-1} ED(CRT_i, CRT_j). \quad (6)$$

Пример 1. В качестве примера теста, формирующего p -ичные ($p = 2^4$) данные, используем управляемый вероятностный тест $CRT_0 = \{0010(2), 0111(7), 1101(13), 0100(4), 1001(9)\}$, состоящий из $q = 5$ тестовых наборов, разрядность m каждого из которых равняется 4. Здесь в скобках указаны десятичные значения тестовых данных. Отметим, что тест CRT_0 может быть получен на основании одного из известных методов построения подобных тестов [1, 7–13]. Для формирования теста CRT_1 будем использовать исходный тест CRT_0 и, например, операцию инвертирования для получения наборов теста $T_{1,i}$ на основании $T_{0,i}$. Так, инвертируя только младший бит тестовых наборов теста CRT_0 , получим управляемый вероятностный тест $CRT_1 = \{0011(3), 0110(6), 1100(12), 0101(5), 1000(8)\}$. Значения покомпонентных расстояний для тестов CRT_0 и CRT_1 приведены в табл. 1.

Таблица 1
Значения покомпонентных расстояний для CRT_0 и CRT_1

i	$T_{0,i}=t_{0,3}t_{0,2}t_{0,1}t_{0,0}$	$T_{1,i}=t_{1,3}t_{1,2}t_{1,1}t_{1,0}$	$HD(T_{0,i}, T_{1,i})$	$(T_{0,i}-T_{1,i})^2$
0	0010	0011	1	1
1	0111	0110	1	1
2	1101	1100	1	1
3	0100	0101	1	1
4	1001	1000	1	1

Так как $HD(CRT_k, CRT_l)$ равняется числу несовпадающих компонентов, то на основании (4) $HD(CRT_0, CRT_1) = 5$, т. е. принимает минимально возможное значение. Расстояние Евклида определяется в соответствии с (5) как $ED(CRT_0, CRT_1) = (1^2+1^2+1^2+1^2+1^2)^{1/2}=2,23$. Совместное применение двух тестов CRT_0 и CRT_1 для формирования входных тестовых данных показывает неравномерность покрытия входного пространства p -ичных ($p = 2^4$) данных (табл. 2).

Оценка покрывающей способности тестов CRT_0 и CRT_1

Таблица 2

Входные данные	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
CRT_0			+		+			+		+				+		
CRT_1				+		+	+		+				+			
$CRT_0 \& CRT_1$			+	+	+	+	+	+	+	+			+	+		

Используя тот же исходный управляемый вероятностный тест $CRT_0 = \{0010 (2), 0111 (7), 1101 (13), 0100 (4), 1001 (9)\}$ и применив ту же операцию отрицания, но уже старшего разряда тестовых наборов CRT_0 , получим $CRT_2 = \{1010 (10), 1111 (15), 0101 (5), 1100 (12), 0001 (1)\}$.

На основании (4), так же как и в предыдущем случае, $HD(CRT_0, CRT_2) = 5$, т. е. принимает минимально возможное значение. Расстояние Евклида определяется в соответствии с (5) как $ED(CRT_0, CRT_2) = (8^2+8^2+8^2+8^2+8^2)^{1/2} = 17,88$ (табл. 3). Совместное применение двух тестов CRT_0 и CRT_2 для формирования входных тестовых данных показывает заметно лучшую равномерность покрытия входного пространства p -ичных ($p = 2^4$) данных (табл. 4).

Значения покомпонентных расстояний для CRT_0 и CRT_2

Таблица 3

i	$T_{0,i}=t_{0,3}t_{0,2}t_{0,1}t_{0,0}$	$T_{1,i}=t_{1,3}t_{1,2}t_{1,1}t_{1,0}$	$HD(T_{0,i}, T_{1,i})$	$(T_{0,i}-T_{1,i})^2$
0	0010	1010	1	8
1	0111	1111	1	8
2	1101	0101	1	8
3	0100	1100	1	8
4	1001	0001	1	8

Оценка покрывающей способности тестов CRT_0 и CRT_2

Таблица 4

Входные данные	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
CRT_0			+		+			+		+				+		
CRT_2		+				+					+		+			+
$CRT_0 \& CRT_2$		+	+		+	+		+		+	+		+	+		+

Сравнивая примеры тестов CRT_1 и CRT_2 , полученных на основании одного и того же исходного теста CRT_0 , можно отметить, что во втором случае (CRT_2) достигается существенно большая равномерность покрытия входного пространства тестовыми данными, формируемыми тестами CRT_0 и CRT_2 , по сравнению с CRT_0 и CRT_1 (см. табл. 4 и табл. 2).

Отметим, что равномерность входных данных является ключевым критерием реализации классических алгоритмов метода Монте-Карло [22]. В рамках метода Монте-Карло для достижения меньших вычислительных погрешностей и более быстрой сходимости (меньшей вычислительной сложности) на практике часто используют последовательности неслучайных данных, называемых квазислучайными [4, 22]. Именно такие последовательности используются на практике для различных задач так называемого метода квази-Монте-Карло, что позволяет достичь меньших вычислительных погрешностей и меньшей вычислительной сложности для различных прикладных задач [22]. В случае управляемых вероятностных тестов также формируются не случайные, а квазислучайные тестовые наборы [4, 22, 23].

В большом количестве работ по методам квази-Монте-Карло дано определение степени равномерности данных и введены численные статистические метрики для ее оценки [3, 4, 22, 23]. В подавляющем числе случаев в качестве основной характеристики равномерности используется значение дискрепанса (discrepancy) [22]. Последовательности с малым дискрепансом называют ЛП_r-последовательностями, что интерпретируется как «любой последовательный участок хорошо распределен» (более равномерно по сравнению с псевдослучайными последовательностями) [4, 22, 23]. Численные оценки дискрепанса требуют сложных вычислений и неоднозначной интерпретации, поэтому в области построения управляемых вероятностных тестов степень равномерности данных (тестовых наборов), т. е. их качество, принято оценивать более простыми метриками, такими как расстояние Евклида либо расстояние Хемминга. Существуют различные модификации дискрепанса, в том числе и характеристика, определенная в [3] и представленная в настоящей статье (см. разд. 4, определение 3) как интегральная мера оценки эффективности теста. Так же, как и дискрепанс, данная характеристика имеет значительную вычислительную сложность, возрастающую экспоненциально в зависимости от размера тестового набора [3]. Применение дискрепанса или его модификаций для построения управляемых вероятностных тестов в силу чрезвычайно большой вычислительной сложности по сравнению с расстоянием Евклида весьма затруднительно.

Анализируя тесты CRT_1 и CRT_2 , сделаем вывод, что формальным признаком степени равномерности может служить расстояние Евклида. Действительно, тест CRT_1 находится на расстоянии Евклида $ED(CRT_0, CRT_1) = 2,23$ от исходного теста CRT_0 , а тест CRT_2 – на расстоянии $ED(CRT_0, CRT_2) = 17,88$. Приведенный пример позволяет предположить, что чем больше расстояние Евклида между двумя вероятностными тестами, тем больше равномерность формируемых ими входных данных и соответственно больше эффективность процедуры тестирования [4].

2. Метод генерирования многократных управляемых вероятностных тестов

В качестве основной операции, используемой для формирования многократных вероятностных тестов, применим операцию отрицания, что позволит обеспечить минимальную вычислительную сложность при получении многократных вероятностных тестов $MCRT_r$. Действительно, все последующие тесты $CRT_1, CRT_2, \dots, CRT_{r-1}$ могут быть легко сформированы на базе CRT_0 путем инвертирования определенных разрядов его тестовых наборов. Примером процедуры генерирования подобных тестов являются тесты $CRT_1 = \{0011, 0110, 1100, 0101, 1000\}$ и $CRT_2 = \{1010, 1111, 0101, 1100, 0001\}$, полученные на основании $CRT_0 = \{0010, 0111, 1101, 0100, 1001\}$ путем инвертирования только младшего разряда тестовых наборов CRT_0 в случае CRT_1 и только старшего разряда в случае CRT_2 .

В качестве алгоритма формирования многократных тестов используем хорошо зарекомендовавший себя метод, основанный на применении масок в виде двоичного вектора $\lambda_{m-1}\lambda_{m-2}\dots\lambda_1\lambda_0 \neq 0 \dots 0$, единичные значения которого определяют наличие инверсий разрядов тестовых наборов исходного базового теста CRT_k по отношению к формируемому новому тесту CRT_l [24].

Предположив, что исходный тест CRT_k состоит из тестовых наборов $T_{k,i} = t_{k,m-1}t_{k,m-2} \dots t_{k,2}t_{k,1}t_{k,0}$, где $t_{k,j} \in \{0, 1\}$ для $j \in \{0, 1, 2, \dots, m-1\}$, выражение для наборов $T_{l,i} \neq T_{k,i}$ теста CRT_l будет иметь вид [24]

$$T_{l,i} = t_{k,m-1}^{\lambda_{m-1}} t_{k,m-2}^{\lambda_{m-2}} \dots t_{k,1}^{\lambda_1} t_{k,0}^{\lambda_0} = (\lambda_{m-1} \oplus t_{k,m-1})(\lambda_{m-2} \oplus t_{k,m-2}) \dots (\lambda_1 \oplus t_{k,1})(\lambda_0 \oplus t_{k,0}), \quad (7)$$

где при $\lambda_j=1$ отрицание над $t_{k,j}$ присутствует, а при $\lambda_j=0$ отсутствует. Отметим, что в качестве исходного кода $T_{k,i}$ может выступать любая m -разрядная двоичная комбинация. Отличие $T_{l,i}$ от кода $T_{k,i}$ определяется двоичным вектором $\lambda_{m-1}\lambda_{m-2} \dots \lambda_1\lambda_0$.

Отметим, что максимальное расстояние Хемминга $HD(CRT_k, CRT_l)$, которое равняется числу несовпадающих компонентов $T_{k,i}$ и $T_{l,i}$ исходного теста CRT_k и формируемого CRT_l , может рассматриваться как необходимое условие, которому должен удовлетворять тест CRT_l . Очевидно,

что требованием, которому должны соответствовать CRT_k и CRT_l , является отсутствие у них совпадающих компонентов $T_{k,i}$ и $T_{l,i}$, что эквивалентно выполнению неравенства $T_{l,i} \neq T_{k,i}$, $i \in \{0, 1, 2, \dots, q-1\}$, и обеспечивает равенство $HD(CRT_k, CRT_l) = q$. В рамках предложенного алгоритма (7) выполнение неравенства $T_{l,i} \neq T_{k,i}$ достигается с помощью неравенства $\lambda_{m-1}\lambda_{m-2}\dots\lambda_1\lambda_0 \neq 0 \dots 0 \dots 0$. Формально это условие максимизирует расстояние Хемминга $HD(CRT_k, CRT_l)$, которое в этом случае равняется q .

Основой для вычисления характеристик различия, приведенных в разд. 2, является соотношение пар тестовых наборов $T_{k,i}$ и $T_{l,i}$, $i \in \{0, 1, 2, \dots, q-1\}$, для двух управляемых вероятностных тестов: исходного CRT_k и формируемого CRT_l . Чем более различными (несовпадающими) являются коды наборов $T_{k,i}$ и $T_{l,i}$, тем, очевидно, более эффективным будет использование тестов CRT_k и CRT_l при реализации многократного теста $MCRT_r$, состоящего из r однократных тестов.

Для произвольной пары тестовых наборов $T_{k,i}$ и $T_{l,i}$ из двух управляемых вероятностных тестов CRT_k и CRT_l справедлива следующая теорема [21].

Теорема 1. Значение $T_{k,i} - T_{l,i}$ для $T_{k,i} = t_{k,m-1}t_{k,m-2}\dots t_{k,1}t_{k,0}$, где $t_{k,j} \in \{0,1\}$, при $j \in \{0, 1, 2, \dots, m-1\}$ и $T_{l,i} = t_{l,m-1}t_{l,m-2}\dots t_{l,1}t_{l,0} = (\lambda_{m-1} \oplus t_{k,m-1}) (\lambda_{m-2} \oplus t_{k,m-2}) \dots (\lambda_1 \oplus t_{k,1}) (\lambda_0 \oplus t_{k,0})$, где g значений $\lambda_\alpha, \lambda_\beta, \dots, \lambda_\gamma, \lambda_\delta$, ($\alpha > \beta > \dots > \gamma > \delta$) вектора масок $\lambda_{m-1}\lambda_{m-2}\dots\lambda_1\lambda_0$ равняются 1, а остальные $m-g$ значения λ_k для $k \neq \alpha \neq \beta \neq \gamma \neq \dots \neq \delta$, где $k, \alpha, \beta, \gamma, \dots, \delta \in \{0, 1, 2, \dots, m-1\}$, равняются 0, вычисляется по формуле

$$T_{k,i} - T_{l,i} = \sum_{c \in \{\alpha, \beta, \dots, \gamma, \delta\}} (t_{k,c} - |t_{k,c} - 1|) 2^c. \quad (8)$$

Пример 2. Для тестовых наборов $T_{0,2} = 1101$ и $T_{1,2} = 0101$, приведенных в тестах CRT_0 и CRT_2 примера 1, учитывая, что $\lambda_3\lambda_2\lambda_1\lambda_0 = 1\ 0\ 0\ 0$, получим, что $T_{0,2} - T_{1,2} = (t_{0,3} - |t_{0,3} - 1|) 2^3 = 2^3 = 8$ (см. табл. 3).

Теорема 1 позволяет сформулировать следствие для случая, когда все тестовые наборы $T_{l,0}, T_{l,1}, T_{l,2}, \dots, T_{l,q-1}$ теста CRT_l для $q=2^m$ сформированы из тестовых наборов $T_{k,0}, T_{k,1}, T_{k,2}, \dots, T_{k,q-1}$ на основании соотношения (7). При получении теста CRT_l используется один и тот же двоичный вектор, а для $ED(CRT_k, CRT_l)$ справедливо следующее утверждение [21].

Утверждение 1. Расстояние Евклида $ED(CRT_k, CRT_l)$ для тестов CRT_k и CRT_l , где $CRT_k = \{T_{k,0}, T_{k,1}, T_{k,2}, \dots, T_{k,q-1}\}$ и включает $q=2^m$ m -разрядных, неповторяющихся, сгенерированных случайным образом тестовых наборов $T_{k,i}$, а тестовые наборы $T_{l,i}$ получены согласно (7) на основании вектора отрицаний $\lambda_{m-1}\lambda_{m-2}\dots\lambda_1\lambda_0$, для которого g значений $\lambda_\alpha, \lambda_\beta, \dots, \lambda_\gamma, \lambda_\delta$ ($\alpha > \beta > \dots > \gamma > \delta$) равняются 1, вычисляется согласно выражению

$$ED(CRT_k, CRT_l) = \sqrt{2^{m-g} \sum_{t_{k,\alpha}\dots t_{k,\gamma}t_{k,\delta}=00\dots 00}^{1\dots 11} \left[(t_{k,\alpha} - \overline{t_{k,\alpha}}) 2^\alpha + \dots + (t_{k,\gamma} - \overline{t_{k,\gamma}}) 2^\gamma + (t_{k,\delta} - \overline{t_{k,\delta}}) 2^\delta \right]^2}. \quad (9)$$

Приведенное соотношение (9) для $ED(CRT_k, CRT_l)$ может быть заметно упрощено на основе следующей теоремы.

Теорема 2. Расстояние Евклида $ED(CRT_k, CRT_l)$ для тестов CRT_k и CRT_l , где $CRT_k = \{T_{k,0}, T_{k,1}, T_{k,2}, \dots, T_{k,q-1}\}$ включает $q = 2^m$ m -разрядных, неповторяющихся, сгенерированных случайным образом тестовых наборов $T_{k,i}$, а тестовые наборы $T_{l,i}$ получены согласно (7) на основании вектора отрицаний $\lambda_{m-1}, \lambda_{m-2}, \dots, \lambda_1, \lambda_0$, для которого g значений $\lambda_\alpha, \lambda_\beta, \dots, \lambda_\gamma, \lambda_\delta$ ($\alpha > \beta > \dots > \gamma > \delta$) равняются 1, вычисляется как

$$ED(CRT_k, CRT_l) = \sqrt{2^m (2^{2\alpha} + 2^{2\beta} + \dots + 2^{2\gamma} + 2^{2\delta})}. \quad (10)$$

Доказательство. Выражение

$$\left[(t_{k,\alpha} - \overline{t_{k,\alpha}})2^\alpha + (t_{k,\beta} - \overline{t_{k,\beta}})2^\beta + \dots + (t_{k,\gamma} - \overline{t_{k,\gamma}})2^\gamma + (t_{k,\delta} - \overline{t_{k,\delta}})2^\delta \right]^2$$

под знаком суммирования в соотношении (9) можно представить в виде двух слагаемых a и b , возведенных в квадрат, т. е. $(a+b)^2$. Например, в качестве слагаемого b рассмотрим компонент с индексами k и δ , тогда $b = (t_{k,\delta} - \overline{t_{k,\delta}})2^\delta$. Оставшаяся часть соотношения (9) будет представлять собой слагаемое a . Отметим, что для случая $q = 2^m$ под знаком суммирования будут использованы всевозможные m -разрядные комбинации, соответственно двоичная переменная $t_{k,\delta}$ в половине случаев примет значение 0, а для второй половины – значение 1. Отсюда следует, что слагаемое b будет иметь знак плюс для $t_{k,\delta} = 1$ и знак минус для $t_{k,\delta} = 0$. Тогда

$$\begin{aligned} & \sum_{t_{k,\alpha}t_{k,\beta}\dots t_{k,\gamma}t_{k,\delta}=00\dots00}^{11\dots11} \left[(t_{k,\alpha} - \overline{t_{k,\alpha}})2^\alpha + (t_{k,\beta} - \overline{t_{k,\beta}})2^\beta + \dots + (t_{k,\gamma} - \overline{t_{k,\gamma}})2^\gamma + (t_{k,\delta} - \overline{t_{k,\delta}})2^\delta \right]^2 = \\ & = \sum_{t_{k,\alpha}t_{k,\beta}\dots t_{k,\gamma}=00\dots00}^{11\dots11} \left\{ \left[(t_{k,\alpha} - \overline{t_{k,\alpha}})2^\alpha + (t_{k,\beta} - \overline{t_{k,\beta}})2^\beta + \dots + (t_{k,\gamma} - \overline{t_{k,\gamma}})2^\gamma + 2^\delta \right]^2 + \right. \\ & \quad \left. + \left[(t_{k,\alpha} - \overline{t_{k,\alpha}})2^\alpha + (t_{k,\beta} - \overline{t_{k,\beta}})2^\beta + \dots + (t_{k,\gamma} - \overline{t_{k,\gamma}})2^\gamma - 2^\delta \right]^2 \right\}. \end{aligned}$$

Используя соотношение $(a + b)^2 + (a - b)^2 = 2(a^2 + b^2)$, получим

$$\begin{aligned} & 2 \sum_{t_{k,\alpha}t_{k,\beta}\dots t_{k,\gamma}=00\dots00}^{11\dots11} \left\{ \left[(t_{k,\alpha} - \overline{t_{k,\alpha}})2^\alpha + (t_{k,\beta} - \overline{t_{k,\beta}})2^\beta + \dots + (t_{k,\gamma} - \overline{t_{k,\gamma}})2^\gamma \right]^2 + 2^{2\delta} \right\} = 2^g 2^{2\delta} + \\ & + 2 \sum_{t_{k,\alpha}t_{k,\beta}\dots t_{k,\gamma}=00\dots00}^{11\dots11} \left[(t_{k,\alpha} - \overline{t_{k,\alpha}})2^\alpha + (t_{k,\beta} - \overline{t_{k,\beta}})2^\beta + \dots + (t_{k,\gamma} - \overline{t_{k,\gamma}})2^\gamma \right]^2. \end{aligned}$$

Таким образом, последовательно рассматривая оставшиеся слагаемые под знаком суммы, окончательно получим

$$ED(CRT_k, CRT_l) = \sqrt{2^m(2^{2\alpha} + 2^{2\beta} + \dots + 2^{2\gamma} + 2^{2\delta})},$$

что и требовалось доказать. ■ Для теоремы 2 справедливы следующие следствия.

Следствие 1. Численное значение $ED(CRT_k, CRT_l)$ в соответствии с теоремой 2 для двоичного вектора $\lambda_{m-1}\lambda_{m-2} \dots \lambda_{i+1}\lambda_i\lambda_{i-1} \dots \lambda_1\lambda_0 = 00\dots011\dots11$ и при использовании всевозможных m -разрядных двоичных комбинаций в тестах CRT_l и CRT_k в соответствии с (7) принимает следующий вид:

$$ED(CRT_k, CRT_l) = \sqrt{2^m(2^{2i} + 2^{2i-2} + \dots + 2^2 + 2^0)} = \sqrt{\frac{2^m(2^{2(i+1)} - 1)}{3}}. \quad (11)$$

Максимальное значение $ED(CRT_k, CRT_l)$ в соответствии со следствием 1 достигается для двоичного вектора $\lambda_{m-1}\lambda_{m-2} \dots \lambda_1\lambda_0 = 11\dots11$ и принимает вид

$$ED(CRT_k, CRT_l) = \sqrt{\frac{2^m(2^{2m} - 1)}{3}}. \quad (12)$$

Отметим, что в случае максимального значения $ED(CRT_k, CRT_l)$ второй тест CRT_l представляет собой инверсные значения тестовых наборов исходного теста CRT_k . Например, для случая $m = 3$, когда $CRT_k = t_{k,2}t_{k,1}t_{k,0} = \{111, 110, 101, 100, 011, 010, 001, 000\}$, а $CRT_l = t_{l,2}t_{l,1}t_{l,0} = \{000, 001, 010, 011, 100, 101, 110, 111\}$ и количество тестовых наборов в CRT_k и CRT_l равняется $q = 2^m = 2^3 = 8$, из табл. 5 и соотношения (12) следует, что $ED(CRT_k, CRT_l) = \sqrt{168}$. Применяв соотношения (5), получим аналогичный результат $ED(CRT_k, CRT_l) = ((7-0)^2 + (6-1)^2 + (5-2)^2 + (4-3)^2 + (3-4)^2 + (2-5)^2 + (1-6)^2 + (0-7)^2)^{1/2} = \sqrt{168}$.

Таблица 5

Значения расстояния Евклида для $m = 3$

$CRT_k = t_{k,2}t_{k,1}t_{k,0}$	CRT_l						
	$t_{l,2}t_{l,1}t_{l,0}$	$t_{l,2}t_{l,1}t_{l,0}$	$t_{l,2}t_{l,1}t_{l,0}$	$t_{l,2}t_{l,1}t_{l,0}$	$t_{l,2}t_{l,1}t_{l,0}$	$t_{l,2}t_{l,1}t_{l,0}$	$t_{l,2}t_{l,1}t_{l,0}$
$ED(CRT_k, CRT_l)$	$\sqrt{8}$	$\sqrt{32}$	$\sqrt{40}$	$\sqrt{128}$	$\sqrt{136}$	$\sqrt{160}$	$\sqrt{168}$

Следствие 2. Численное значение $ED(CRT_k, CRT_l)$ в соответствии с теоремой 2 для двоичного вектора масок $\lambda_{m-1}\lambda_{m-2} \dots \lambda_{i+1}\lambda_i\lambda_{i-1} \dots \lambda_1\lambda_0 = 00\dots010\dots00$ и при использовании всевозможных m -разрядных двоичных комбинаций в тестах CRT_l и CRT_k в соответствии с (7) принимает следующий вид:

$$ED(CRT_k, CRT_l) = \sqrt{2^{2i+m}}. \quad (13)$$

Минимальное значение $ED(CRT_k, CRT_l)$ в соответствии с теоремой 2 достигается для двоичного вектора масок $\lambda_{m-1}\lambda_{m-2} \dots \lambda_1\lambda_0 = 00\dots01$ и равняется $\sqrt{2^m}$. Для соотношения (13) в отличие от (11) и (12) справедливо обобщение для произвольного значения $q \leq 2^m$

$$ED(CRT_k, CRT_l) = \sqrt{q2^{2i}}. \quad (14)$$

Действительно, для тестов CRT_0 , CRT_1 и CRT_2 согласно (14) получим соответственно $ED(CRT_0, CRT_1) = \sqrt{q2^{2i}} = \sqrt{5 \times 2^{2 \times 0}} = \sqrt{5}$ и $ED(CRT_0, CRT_2) = \sqrt{q2^{2i}} = \sqrt{5 \times 2^{2 \times 3}} = \sqrt{320}$.

Отметим, что выражения (10) – (13) справедливы для $q = 2^m$ и могут быть использованы как среднее значение для произвольного значения $q < 2^m$.

3. Многократные управляемые вероятностные тесты

Одним из первых примеров многократных тестов являются многократные маршевые тесты запоминающих устройств [19–21, 24]. При реализации многократных маршевых тестов запоминающих устройств в качестве меры отличия адресных последовательностей использовалось арифметическое расстояние, позволяющее определить набор адресных последовательностей (тестов), имеющих максимальные отличия между собой [21].

Показано, что чем старше инверсный бит адресной последовательности, тем больше арифметическое расстояние и, соответственно, больше полнота покрытия теста [21]. В то же время отмечается, что при равенстве значений арифметического расстояния наблюдается незначительное, но все-таки отличие покрывающей способности теста (его эффективности), которая однозначно зависит от другой метрики, а именно расстояния Евклида $ED(CRT_0, CRT_1)$. Так, при использовании для второго теста CRT_1 двоичного вектора $\lambda_5\lambda_4\lambda_3\lambda_2\lambda_1\lambda_0 = 011111$ суммарное значение полноты покрытия сложных неисправностей равняется 12,07 %. Использование вектора $\lambda_5\lambda_4\lambda_3\lambda_2\lambda_1\lambda_0 = 010000$ характеризуется полнотой покрытия 10,67 %. Для первого и второго случаев арифметическое расстояние принимает одинаковое значение, равное 2^{6+4} , а $ED(CRT_0, CRT_1)$ принимает различные значения: в первом случае 147,73, а во втором – 128,00.

Как видно из полученных в [21] экспериментальных результатов, для случая многократных маршевых тестов метрика $ED(CRT_0, CRT_1)$ позволяет определять вид двоичного вектора $\lambda_{m-1}\lambda_{m-2}\dots\lambda_1\lambda_0$, при котором достигается максимальная эффективность многократных маршевых тестов запоминающих устройств.

Соотношение (7), применяемое для формирования многократных тестов, основано на использовании двоичных векторов масок $\Lambda = \lambda_{m-1}, \lambda_{m-2}, \dots, \lambda_1, \lambda_0; \lambda_i \in \{0, 1\}, i \in \{0, 1, 2, \dots, m-1\}$. Так, если для получения теста CRT_1 на основании теста CRT_0 используется вектор $\Lambda(0, 1) = \lambda_{m-1}(0, 1), \lambda_{m-2}(0, 1), \dots, \lambda_1(0, 1), \lambda_0(0, 1)$, то для получения CRT_2 на основании CRT_0 будет использоваться другой вектор масок $\Lambda(0, 2) = \lambda_{m-1}(0, 2), \lambda_{m-2}(0, 2), \dots, \lambda_1(0, 2), \lambda_0(0, 2)$. Таким образом, для всех последующих тестов многократного теста $MCRT_r = \{CRT_0, CRT_1, CRT_2, \dots, CRT_{r-1}\}$ применяется множество масок $\{\Lambda(0, 1), \Lambda(0, 2), \Lambda(0, 3), \dots, \Lambda(0, r-1)\}$.

Используя свойство $\overline{\lambda_i} = \lambda_i$ двоичной операции отрицания, применяемой для метода формирования многократных тестов (7), сформулируем ряд утверждений.

Утверждение 2. Если тест CRT_l получен из исходного теста CRT_k на основании двоичного вектора масок $\Lambda(k, l) = \lambda_{m-1}(k, l), \lambda_{m-2}(k, l), \dots, \lambda_1(k, l), \lambda_0(k, l)$ в соответствии с (7), то, используя этот же вектор масок $\Lambda(k, l)$, а в качестве исходного теста CRT_l , на основании того же алгоритма (7) будет получен тест CRT_k . Формально это утверждение описывается равенством $\Lambda(k, l) = \Lambda(l, k)$.

Утверждение 3. Если тест CRT_l сформирован из исходного теста CRT_k на основании двоичного вектора масок $\Lambda(k, l) = \lambda_{m-1}(k, l), \lambda_{m-2}(k, l), \dots, \lambda_1(k, l), \lambda_0(k, l)$, а тест CRT_j получен из CRT_k на основании маски $\Lambda(k, j) = \lambda_{m-1}(k, j), \lambda_{m-2}(k, j), \dots, \lambda_1(k, j), \lambda_0(k, j)$ в соответствии с (7), то тест CRT_j может быть получен на основании теста CRT_l с помощью двоичного вектора масок $\Lambda(j, l) = \Lambda(k, j) \oplus \Lambda(k, l) = \lambda_{m-1}(k, j) \oplus \lambda_{m-1}(k, l), \lambda_{m-2}(k, j) \oplus \lambda_{m-2}(k, l), \dots, \lambda_1(k, j) \oplus \lambda_1(k, l), \lambda_0(k, j) \oplus \lambda_0(k, l)$.

Пример 2. Тест CRT_1 в примере 1 получен на основании теста CRT_0 и вектора маски $\Lambda(0, 1) = \lambda_3\lambda_2\lambda_1\lambda_0 = 0\ 0\ 0\ 1$, а тест CRT_2 – на базе CRT_0 с использованием вектора маски $\Lambda(0, 2) = \lambda_3\lambda_2\lambda_1\lambda_0 = 1\ 0\ 0\ 0$. Согласно утверждению 2 тест CRT_2 на основании CRT_1 может быть получен в соответствии с (7) при использовании вектора $\Lambda(1, 2) = \lambda_3\lambda_2\lambda_1\lambda_0 = 1 \oplus 0, 0 \oplus 0, 0 \oplus 0, 0 \oplus 1 = 1\ 0\ 0\ 1$. Справедливо и обратное (см. утверждение 2): тест CRT_1 на основании CRT_2 может быть получен при использовании $\Lambda(2, 1) = \lambda_3\lambda_2\lambda_1\lambda_0 = 0 \oplus 1, 0 \oplus 0, 0 \oplus 0, 1 \oplus 0 = 1\ 0\ 0\ 1$.

Следующее утверждение сформулируем в виде теоремы.

Теорема 3. Если тест CRT_l сформирован из исходного теста CRT_k на основании двоичного вектора масок $\Lambda(k, l)$, а тест CRT_j получен из CRT_k на основании $\Lambda(k, j) > \Lambda(k, l)$ в соответствии с (7), то выполняется неравенство $ED(CRT_k, CRT_j) > ED(CRT_k, CRT_l)$.

Доказательство. Двоичный унитарный вектор масок $\Lambda = \lambda_{m-1}, \lambda_{m-2}, \dots, \lambda_1, \lambda_0, \lambda_i \in \{0, 1\}, i \in \{0, 1, 2, \dots, m-1\}$, применяемый в методе генерирования управляемых вероятностных тестов (7), можно интерпретировать как числовое значение, представленное в позиционном коде как $\Lambda = \lambda_{m-1} \times 2^{m-1} + \lambda_{m-2} \times 2^{m-2} + \dots + \lambda_1 \times 2^1 + \lambda_0 \times 2^0$. Тогда $\Lambda(k, l) = \lambda_{m-1}(k, l), \lambda_{m-2}(k, l), \dots, \lambda_1(k, l), \lambda_0(k, l)$ можно записать в виде числа $\Lambda(k, l) = \lambda_{m-1}(k, l) \times 2^{m-1} + \lambda_{m-2}(k, l) \times 2^{m-2} + \dots + \lambda_{i-1}(k, l) \times 2^{i-1} + \lambda_i(k, l) \times 2^i + \lambda_{i+1}(k, l) \times 2^{i+1} + \dots + \lambda_1(k, l) \times 2^1 + \lambda_0(k, l) \times 2^0$, а $\Lambda(k, j) = \lambda_{m-1}(k, j), \lambda_{m-2}(k, j), \dots, \lambda_1(k, j), \lambda_0(k, j)$ как число $\Lambda(k, j) = \lambda_{m-1}(k, j) \times 2^{m-1} + \lambda_{m-2}(k, j) \times 2^{m-2} + \dots + \lambda_{i-1}(k, j) \times 2^{i-1} + \lambda_i(k, j) \times 2^i + \lambda_{i+1}(k, j) \times 2^{i+1} + \dots + \lambda_1(k, j) \times 2^1 + \lambda_0(k, j) \times 2^0$. Отметим, что $\Lambda(k, l)$ используется в (7) для получения CRT_l на базе исходного теста CRT_k , а $\Lambda(k, j)$ – для получения теста CRT_j при использовании того же исходного теста CRT_k . На основании неравенства $\Lambda(k, j) > \Lambda(k, l)$, можно заключить, что всегда существует такое $i \in \{0, 1, 2, \dots, m-1\}$, для которого $\lambda_i(k, j) = 1$, а $\lambda_i(k, l) = 0$; кроме того, $\lambda_c(k, j) = \lambda_c(k, l)$ для $c \in \{i+1, i+2, \dots, m-1\}$. Остальные разряды $\lambda_e(k, l)$ и $\lambda_e(k, j)$, $e \in \{0, 1, 2, \dots, i-1\}$, масок $\Lambda(k, l)$ и $\Lambda(k, j)$ принимают произвольные значения. Максимально близкое числовое значение $\Lambda(k, l)$ к значению $\Lambda(k, j)$ достигается для случая, когда $\lambda_e(k, j) = 0$, а $\lambda_e(k, l) = 1$ для всех e . Тогда разность $\Lambda(k, j) - \Lambda(k, l)$ принимает минимальное значение, равное 1.

Примером данного случая могут быть значения масок $\Lambda(k, j) = \lambda_6, \lambda_5, \lambda_4, \lambda_3, \lambda_2, \lambda_1, \lambda_0 = 0101000$ и $\Lambda(k, l) = \lambda_6, \lambda_5, \lambda_4, \lambda_3, \lambda_2, \lambda_1, \lambda_0 = 0100111$, где $i = 3$, так как $\lambda_3(k, j) = 1$, $\lambda_3(k, l) = 0$, $\lambda_c(k, j) = \lambda_c(k, l)$ для $c \in \{4, 5, 6\}$ и $\lambda_e(k, j) = 0$, а $\lambda_e(k, l) = 1$ для $e \in \{0, 1, 2\}$.

Определим расстояния Евклида $ED(CRT_k, CRT_j)$ и $ED(CRT_k, CRT_l)$ для тестов CRT_j и CRT_l по отношению к CRT_k . Рассмотрим случай, когда векторы масок $\Lambda(k, j)$ и $\Lambda(k, l)$, для которых выполняется неравенство $\Lambda(k, j) > \Lambda(k, l)$, принимают максимально близкие численные значения, т. е. когда $\lambda_c(k, j) = \lambda_c(k, l)$ для $c \in \{i+1, i+2, \dots, m-1\}$, $\lambda_i(k, j) = 1$, $\lambda_i(k, l) = 0$ и $\lambda_e(k, j) = 1$, а $\lambda_e(k, l) = 0$ для $e \in \{0, 1, 2, \dots, i-1\}$. Предположим, что среди $m - i - 1$ старших разрядов векторов масок $\Lambda(k, j)$ и $\Lambda(k, l)$ только $\lambda_\alpha, \lambda_\beta, \dots, \lambda_\delta$ ($\alpha > \beta > \dots > \delta$) принимают единичные значения, тогда согласно (10) получим

$$ED(CRT_k, CRT_j) = \sqrt{2^m (2^{2\alpha} + 2^{2\beta} + \dots + 2^{2\delta} + 2^{2i})},$$

$$ED(CRT_k, CRT_l) = \sqrt{2^m \left(2^{2\alpha} + 2^{2\beta} + \dots + 2^{2\delta} + \sum_{n=0}^{i-1} 2^{2n} \right)}. \quad (15)$$

Учитывая соотношение $\sum_{n=0}^{i-1} 2^{2n} = \frac{2^{2i} - 1}{3} < 2^{2i}$, использованное при получении (11), можно

заключить, что для приведенного наихудшего соотношения векторов масок $\Lambda(k, j)$ и $\Lambda(k, l)$, когда $\Lambda(k, j) = \Lambda(k, l) + 1$, выполняется неравенство $ED(CRT_k, CRT_j) > ED(CRT_k, CRT_l)$. В остальных случаях, когда $\Lambda(k, j)$ более чем на единицу превышает численное значение $\Lambda(k, l)$, аналогичным образом показывается, что $ED(CRT_k, CRT_j) > ED(CRT_k, CRT_l)$. ■

Численные значения $ED(CRT_k, CRT_j)$ для $m = 4$ и других m подтверждают результаты теоремы 3. Действительно, чем больше значение $\Lambda(k, l) = \lambda_3 \lambda_2 \lambda_1 \lambda_0 = 1111$, использованное для получения CRT_l согласно (7), тем больше расстояние Евклида $ED(CRT_k, CRT_l) = 36,68$.

Важным следствием теоремы 3 является возможность использования в качестве метрики, позволяющей строить многократные управляемые вероятностные тесты с использованием соотношения (7), значений вектора масок $\Lambda = \lambda_{m-1}, \lambda_{m-2}, \dots, \lambda_1, \lambda_0$.

Рассмотрим последовательно многократные управляемые вероятностные тесты $MCRT_r$ различной кратности, начиная с двукратных тестов $MCRT_2$, состоящих из CRT_0 и CRT_1 , где CRT_1 формируется на основании CRT_0 согласно (7).

В случае двукратных тестов максимальное значение $\Lambda(0,1)$ достигается для двоичного вектора масок $\Lambda = \lambda_{m-1}, \lambda_{m-2}, \dots, \lambda_1, \lambda_0 = 11\dots 11$, представляющего собой максимальное числовое значение m -разрядного двоичного вектора масок. Отметим, что в данном случае второй тест CRT_1 представляет собой инверсные значения тестовых наборов исходного теста CRT_0 . Например, для $m = 4$ $\Lambda(0, 1) = 15$ и, соответственно, $ED(CRT_0, CRT_1) = 36,68$, что равно максимальному значению.

В случае трехкратного вероятностного теста $MCRT_3$ для получения второго CRT_1 и третьего CRT_2 теста на основании первого теста CRT_0 необходимо использовать оптимальные сочетания двоичных векторов $\Lambda = \lambda_{m-1}, \lambda_{m-2}, \dots, \lambda_1, \lambda_0$, руководствуясь теоремой 3. Используя $\Lambda(0, 1) = \lambda_{m-1}, \lambda_{m-2}, \dots, \lambda_1, \lambda_0 = 11\dots 11$ для получения CRT_1 на основании CRT_0 , получим максимально возможное расстояние $ED(CRT_0, CRT_1)$ между первым и вторым тестами. Для формирования управляемого теста CRT_2 на основании CRT_0 согласно (7), руководствуясь теоремой 3, необходимо максимизировать расстояние теста CRT_2 от CRT_0 и CRT_1 . Это означает, что вектор маски $\Lambda(0, 1) = \lambda_{m-1}, \lambda_{m-2}, \dots, \lambda_1, \lambda_0$, используемый для получения CRT_1 на основании CRT_0 , и векторы масок $\Lambda(0, 2)$ и $\Lambda(1, 2)$, определяющие расстояния CRT_2 от CRT_0 и CRT_1 , одновременно принимали максимально возможные значения. Отметим, что согласно утверждению 3 $\Lambda(1, 2) = \Lambda(0, 1) \oplus \Lambda(0, 2)$. С учетом того что $\Lambda(0,1) = 11\dots 11$, возможны два варианта значений для $\Lambda(0, 2)$, а именно $\Lambda(0, 2) = \lambda_{m-1}, \lambda_{m-2}, \dots, \lambda_1, \lambda_0 = 01\dots 11$ либо $\Lambda(0, 2) = \lambda_{m-1}, \lambda_{m-2}, \dots, \lambda_1, \lambda_0 =$

= 10...00. В первом случае $\Lambda(1, 2) = \lambda_{m-1}, \lambda_{m-2}, \dots, \lambda_1, \lambda_0 = 10...00$, а во втором $\Lambda(1, 2) = \lambda_{m-1}, \lambda_{m-2}, \dots, \lambda_1, \lambda_0 = 01...11$. Для примера, когда $m = 4$, $\{\Lambda(0, 1), \Lambda(0, 2), \Lambda(1, 2)\} = \{1111, 1000, 0111\} = \{15, 8, 7\}$ и, соответственно, минимальное численное значение элементов множества $\{\Lambda(0, 1), \Lambda(0, 2), \Lambda(1, 2)\}$ принимает максимально возможное значение, равное 0111 (7). Анализ результатов для случая $m=4$ показывает, что для $\Lambda(0,1) = 1111$ и $\Lambda(0,2) = 1000$ соотношения значений расстояний Евклида $ED(CRT_0, CRT_1) = 36,68$, $ED(CRT_0, CRT_2) = 32$ и $ED(CRT_1, CRT_2) = 18,33$ обеспечивают максимальную удаленность каждого из тестов CRT_0 , CRT_1 и CRT_2 друг от друга, причем минимальная удаленность равна 18,33. При других сочетаниях значений $\Lambda(0, 1)$ и $\Lambda(0, 2)$, кроме $\Lambda(0, 1) = 1111$ и $\Lambda(0, 2) = 0111$, минимальное значение расстояния Евклида всегда будет меньше чем 18,33.

Проведенный анализ для случая $MCRT_3$ позволяет заключить, что оптимальным сочетанием векторов $\Lambda(0, 1)$ и $\Lambda(0, 2)$ для получения CRT_1 и CRT_2 согласно (7) являются два возможных набора (111...111, 011...111) либо (111...111, 100...000).

Для случая четырехкратных вероятностных тестов $MCRT_4$ набор двоичных векторов $\{\Lambda(0, 1), \Lambda(0, 2), \Lambda(0, 3)\}$, обеспечивающих максимальные значения минимального расстояния Евклида $ED(CRT_k, CRT_l)$ между любыми двумя тестами из четырех CRT_0, CRT_1, CRT_2 и CRT_3 , имеет вид $\{111...111, 011...111, 100...000\}$. Так, для примера, когда $m = 0$, $\{\Lambda(0, 1), \Lambda(0, 2), \Lambda(0, 3), \Lambda(1, 2), \Lambda(1, 3), \Lambda(2, 3)\} = \{1111, 0111, 1000, 1000, 0111, 1111\}$, а соответствующие расстояния Евклида больше значения 18,33 либо равны ему.

Для общего случая многократных управляемых вероятностных тестов $MCRT_r$ оптимальным сочетанием набора двоичных векторов масок $\Lambda = \lambda_{m-1}, \lambda_{m-2}, \dots, \lambda_1, \lambda_0$ для тестов $CRT_0, CRT_1, CRT_2, \dots, CRT_r$ будут векторы, сформированные следующим образом. Первые старшие двоичные значения векторов масок $\Lambda = \lambda_{m-1}, \lambda_{m-2}, \dots, \lambda_1, \lambda_0$, состоящие из $\lceil \log_2 r \rceil$ бит вектора, соответствуют двоичному коду индекса $i, i \in \{1, 2, 3, \dots, r-1\}$, теста CRT_i , а остальные повторяют значение младшего бита кода индекса i . Например, для многократного теста $MCRT_{11}$, включающего вероятностные тесты $CRT_0, CRT_1, CRT_2, CRT_3, \dots, CRT_{10}$, их двоичные векторы принимают вид 000000...000, 000111...111, 001000...000, 001111...111, ..., 101000...000. В данном случае $\lceil \log_2 r \rceil = \lceil \log_2 11 \rceil = 4$.

4. Экспериментальный анализ многократных управляемых тестов

В качестве меры эффективности многократных управляемых вероятностных тестов $MCRT_r$ используем метрику $E(k, 2^m)$, введенную в [3], для формирования очередных тестовых наборов для однократного управляемого вероятностного теста. В случае многократных тестов подобная характеристика применяется для очередного теста CRT_j и может быть определена следующим образом.

О п р е д е л е н и е 3. Мерой эффективности $E(k, 2^m)$ для очередного управляемого теста CRT_j является дополнительное количество двоичных комбинаций на всевозможных k из 2^m разрядов, генерируемых тестовыми наборами теста CRT_j по отношению к множеству двоичных k из 2^m комбинаций, сгенерированных предыдущими тестами $CRT_0, CRT_1, CRT_2, \dots, CRT_{j-1}$ многократного теста $MCRT_r$.

Очевидно, что чем больше значение данной метрики, тем более эффективным является очередной управляемый тест CRT_j , который в совокупности с предыдущими тестами позволяет достичь максимальной эффективности. В предыдущих разделах было показано, что для достижения максимальной эффективности многократных управляемых вероятностных тестов $MCRT_r$, необходимо, чтобы расстояние Евклида для теста CRT_j было максимальным по отношению к ранее сформированным тестам $CRT_0, CRT_1, CRT_2, \dots, CRT_{j-1}$. Это обеспечивается максимизацией двоичного вектора масок $\Lambda = \lambda_{m-1}, \lambda_{m-2}, \dots, \lambda_1, \lambda_0$.

В графическом виде данное утверждение подтверждается для запоминающего устройства емкостью 32 бита. На рисунке показано значение метрики $E(k, 2^m)$ для двукратного теста.



Количество дополнительных двоичных комбинаций $E(k, 2^4)$, формируемых тестом CRT_1 , на произвольных $k=5$ из 32 ячеек запоминающего устройства

Как видно из приведенного рисунка, максимальная эффективность двукратного теста, состоящего из CRT_0 и CRT_1 , достигается для двоичного вектора $\Lambda(0, 1) = \lambda_4, \lambda_3, \lambda_2, \lambda_1, \lambda_0 = 11111$. Отметим, что в этом случае и расстояние Евклида $ED(CRT_0, CRT_1)$ принимает максимальное значение, равное $\sqrt{1360}$. В то же время для вектора $\Lambda(0, 1) = \lambda_4, \lambda_3, \lambda_2, \lambda_1, \lambda_0 = 00001$ имеем минимальную эффективность двукратного теста, о чем и свидетельствует минимальное значение $ED(CRT_0, CRT_1)$, равное $\sqrt{32}$. Графически видно существенное отличие эффективности двукратного теста для двух различных векторов $\Lambda(0,1) = \lambda_4, \lambda_3, \lambda_2, \lambda_1, \lambda_0 = 01111$ и $\Lambda(0, 1) = \lambda_4, \lambda_3, \lambda_2, \lambda_1, \lambda_0 = 10000$. Этот факт подтверждается значениями расстояния Евклида $ED(CRT_0, CRT_1)$. Действительно, в первом случае при $\Lambda(0, 1) = \lambda_4, \lambda_3, \lambda_2, \lambda_1, \lambda_0 = 01111$ имеем $ED(CRT_0, CRT_1) = \sqrt{336}$, а во втором $ED(CRT_0, CRT_1) = \sqrt{1024}$, что соответствует результатам, приведенным на рисунке.

Заключение

В работе проведен анализ управляемых вероятностных тестов, а также исследованы применяемые численные характеристики, используемые для формирования их тестовых наборов. Показаны основные недостатки классических управляемых вероятностных тестов, подчеркивается значительная вычислительная сложность их построения. Как альтернатива классическим тестам в статье рассмотрена концепция многократных управляемых вероятностных тестов, основанная на применении исходного управляемого вероятностного теста меньших размеров. Показано, что, используя исходный тест, без существенных вычислительных затрат можно сформировать его модификации как последующие тесты многократного теста. Подтверждена применимость расстояния Евклида для целей построения многократных тестов. Эффективность предложенных авторами решений согласуется с экспериментальными результатами, приведенными в заключительной части статьи для случая многократных тестов запоминающих устройств.

Список литературы

1. An Orchestrated Survey on Automated Software Test Case Generation / S. Anand [et al.] // Journal of Systems and Software. – 2014. – Vol. C-39, № 4. – P. 582–586.
2. Malaiya, Y.K. The coverage problem for random testing / Y.K. Malaiya, S. Yang // Proc. of ITC. – Philadelphia, 1984. – P. 237–242.
3. Ярмолик, С.В. Управляемые вероятностные тесты / С.В. Ярмолик, В.Н. Ярмолик // Автоматика и телемеханика. – 2012. – № 10. – С. 142–155.
4. Ярмолик, С.В. Квазислучайное тестирование вычислительных систем / С.В. Ярмолик, В.Н. Ярмолик // Информатика. – 2013. – № 3(39). – С. 92–103.
5. Chen, T.Y. Quasi-Random Testing / T.Y. Chen, R. Merkel // IEEE Trans. on Reliability. – 2007. – Vol. 56, № 3. – P. 562–568.

6. Shahbazi, A. Centroidal Voronoi Tessellation – a New Approach to Random Testing / A. Shahbazi, A.F. Tappenden, J. Miller // *IEEE Trans. on Soft. Eng.* – 2013. – Vol. 39, № 2. – P. 163–183.
7. Antirandom Testing: A Distance-Based Approach / S.H. Wu [et al.] // *VLSI Design.* – 2008. – № 2. – P. 1–9.
8. Fast Antirandom (FAR) Test Generation / A. Mayrhaue [et al.] // *Proc. Third IEEE Intern. High-Assurance System Eng. Symp.* – Boulder, 1998. – P. 262–269.
9. Zhou, Z.Q. Using Coverage Information to Guide Test Case Selection in Adaptive Random Testing // *Proc. 34th IEEE Comp. Soft and Applications Conf.* – Seoul, 2010. – P. 208–213.
10. Chan, K.P. Good Random Testing / K.P. Chan, T.Y. Chen, D. Towey // *Proc. 9th Ada-Europe Intern. Conf. on Reliable Software Technologies (LNCS).* – York, 2004. – P. 200–212.
11. Kuo, F.C. An in-depth study of mirror adaptive random testing // *Proc. 14th European Conf. on Soft Quality.* – Los Alamitos, 2009. – P. 51–58.
12. Shiyi, Xu. Orderly Random Testing for Both Hardware and Software / Xu. Shiyi // *Proc. Pacific Rim Intern. Symp. on Dependable Computing.* – Shanghai, 2008. – P. 160–167.
13. Tappenden, A.F. A Novel Evolutionary Approach for Adaptive Random Testing / A.F. Tappenden, J. Miller // *IEEE Trans. on Reliability.* – 2009. – Vol. 58, № 4. – P. 619–632.
14. Ярмолик, С.В. Управляемое случайное тестирование / С.В. Ярмолик, В.Н. Ярмолик // *Информатика.* – 2011. – № 1(29). – С. 79–88.
15. Ярмолик, С.В. Итеративные почти псевдоисчерпывающие вероятностные тесты / С.В. Ярмолик, В.Н. Ярмолик // *Информатика.* – 2010. – № 2(26). – С. 66–75.
16. Mrozek, I. Iterative Antirandom Testing / I. Mrozek, V.N. Yarmolik // *Journal of Electronic Testing: Theory and Applications (JETTA).* – 2012. – Vol. 9, № 3. – P. 251–266.
17. Das, D. Exhaustive and Near-Exhaustive Memory Testing Techniques and their BIST Implementations / D. Das, M.G. Karpovsky // *Journal of Electronic Testing.* – 1997. – Vol. 10. – P. 215–229.
18. Segall, I. Using binary decision diagrams for combinatorial test design / I. Segall, R. Tzoref-Brill, E. Farchi // *Proc. of the Intern. Symp. Software Testing and Analysis (ISSTA'11).* – NY, 2011. – P. 254–264.
19. Ярмолик, С.В. Синтез вероятностных тестов с малым числом наборов / С.В. Ярмолик, В.Н. Ярмолик // *Автоматика и вычислительная техника.* – 2011. – № 3. – С. 19–30.
20. Ярмолик, С.В. Обнаружение кодочувствительных неисправностей запоминающих устройств с многократным использованием маршевых тестов / С.В. Ярмолик, В.Н. Ярмолик // *Информатика.* – 2006. – № 1(9). – С. 104–129.
21. Ярмолик, С.В. Многократные неразрушающие маршевые тесты с изменяемыми адресными последовательностями / С.В. Ярмолик, В.Н. Ярмолик // *Автоматика и телемеханика.* – 2007. – № 4. – С. 126–137.
22. Соболев, И.М. Точки, равномерно заполняющие многомерный куб / И.М. Соболев. – М. : Знание, 1985. – 32 с.
23. Ярмолик, В.Н. Генерирование модифицированных последовательностей Соболя для многократных маршевых тестов ОЗУ / В.Н. Ярмолик, С.В. Ярмолик // *Автоматика и вычислительная техника.* – 2013. – № 5. – С. 25–33.
24. Ярмолик, С.В. Маршевые тесты для самотестирования ОЗУ / С.В. Ярмолик, А.П. Занкович, А.А. Иванюк. – Минск : Издательский центр БГУ, 2009. – 270 с.

Поступила 09.04.2015

¹Белорусский государственный университет
информатики и радиоэлектроники,
Минск, П. Бровки, 6
e-mail: yarmolik10ru@yahoo.com,
lvn@bsuir.by

²Белостокский технический университет,
Польша, Белосток, ул. Вейска, 45А, 15–351
e-mail: i.mrozek@pb.edu.pl

V.N. Yarmolik, B.A. Levantsevich, I. Mrozek

MULTIPLE CONTROLLED RANDOM TESTS

Controlled Random Tests and methods for their generation have been analyzed and investigated. The similarities of all known controlled random testing approaches are shown. A new method and algorithm for Multiple Controlled Random Tests have been proposed and analyzed.