

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ И КОМПЬЮТЕРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

УДК 537.8; 537.84; 517.958; 519.63

В.К. Полевилов, В.Т. Ерофеев

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ МАГНИТНОГО ПОЛЯ С ЦИЛИНДРИЧЕСКИМ СЛОЕМ МАГНИТНОЙ ЖИДКОСТИ

Применяется комбинированный метод конечных разностей и граничных элементов для решения нелинейной краевой задачи магнитогидростатики, описывающей взаимодействие однородного магнитного поля с цилиндрическим слоем магнитной жидкости. Рассматривается магнитная жидкость с магнитной проницаемостью, нелинейно зависящей от напряженности магнитного поля. Исследуются экранирующие свойства цилиндрического толстостенного слоя магнитной жидкости в зависимости от напряженности внешнего магнитного поля. Вычисляется коэффициент эффективности экранирования.

Введение

Важнейшим направлением научных исследований в настоящее время является изучение электромагнитных свойств композитных материалов, используемых в радиотехнике и электронике. В связи с этим разрабатываются методы моделирования процессов взаимодействия магнитных и электрических полей с объектами различной геометрии и материальной структуры, которые используются для конструирования технических устройств. Наиболее сложными для изучения являются материалы с нелинейными физическими свойствами [1–3], требующими разработки специальных вычислительных подходов.

Одной из насущных задач является исследование прохождения электромагнитных полей через материальные среды, в частности экраны и оболочки. Проводятся активные численные исследования задач экранирования электромагнитных полей твердотельными тонкостенными оболочками [4–7], а также экспериментальные исследования цилиндрических экранов с нелинейными свойствами [8]. Изучаются жидкие материалы с нелинейной магнитной проницаемостью [9–12] в геометрических структурах: капля, капилляр, прослойка. Что касается экранирующих возможностей магнитных жидкостей с нелинейными магнитными свойствами, то они до настоящего времени не изучались.

1. Постановка задачи магнитостатики для цилиндрического слоя магнитной жидкости

В пространстве \mathbb{R}^3 с декартовой системой координат $OXYZ$ и соответствующей цилиндрической системой координат $Or\varphi Z$ размещен цилиндрический слой $D(R_1 < \rho < R_2, 0 \leq \varphi < 2\pi, -\infty < Z < \infty)$ толщиной $\Delta = R_2 - R_1$ (рис. 1), заполненный магнитной жидкостью, которая характеризуется магнитной проницаемостью $\mu_a = \mu_0 \mu$, где $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Гн/м – магнитная постоянная. Лицевые поверхности слоя Γ_1 ($\rho = R_1$) и Γ_2 ($\rho = R_2$) предполагаются абсолютно проницаемыми для магнитного поля. Внутренняя область D_1 ($0 \leq \rho < R_1$) и внешняя бесконечная область D_2 ($R_2 < \rho < +\infty$) заполнены вакуумом с магнитной проницаемостью μ_0 . На слой D со стороны области D_2 действует внешнее однородное (постоянное) магнитное поле $\vec{H}_0 = H_0 \vec{e}_\varphi$, где $H_0 = \text{const}$. В результате взаимодействия с магнитной жидкостью в области D_1 формируется магнитное поле \vec{H}_1 , в слое D – магнитное поле \vec{H} , в области D_2 – суммарное поле $\vec{H}_2 = \vec{H}_0 + \vec{H}'_2$, где \vec{H}'_2 – отраженное поле.

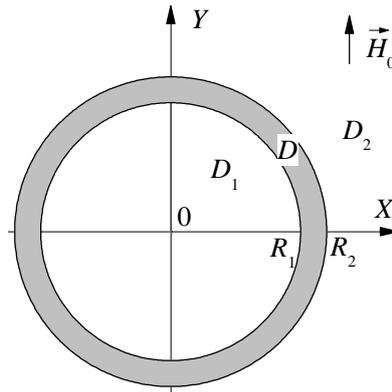


Рис. 1. Область определения задачи: D_1 – внутренняя немагнитная среда, D – магнитная жидкость, D_2 – внешняя немагнитная среда

Магнитная жидкость представляет собой устойчивую коллоидную суспензию частиц ферромагнетика в немагнитной жидкости-носителе (воде, керосине, трансформаторном масле, органических соединениях и др.), за счет которых жидкость приобретает магнитные свойства [3, 13–15]. Феррочастицы имеют размер порядка $10 \text{ нм} = 10^{-8} \text{ м}$ и находятся в состоянии броуновского движения в жидкости-носителе (матрице). Нелинейная зависимость относительной магнитной проницаемости жидкости $\mu = \mu(H) = 1 + M(H)/H$ от напряженности магнитного поля $H = |\vec{H}|$ для умеренно концентрированных магнитных жидкостей в приближении однородной концентрации частиц определяется формулой, используемой в работах [9–12]:

$$\mu(H) = \bar{\mu}(h) = 1 + 3\chi \frac{L(h)}{h}, \quad (1)$$

где $L(h) = \text{cth}(h) - 1/h$ – функция Ланжевена; $h = H/H_*$ – безразмерная напряженность поля; $H_* = kT/(\mu_0 m)$ – ланжевенский параметр, принимающий при комнатных температурах значения $(1 \div 3) \cdot 10^4 \text{ А/м}$; $k = 1,38 \cdot 10^{-23} \text{ Дж/К}$ – постоянная Больцмана; T – абсолютная температура жидкости; $m = (1 \div 3) \cdot 10^{-19} \text{ Дж/Тл}$ – магнитный момент феррочастицы; $\chi = \lim_{H \rightarrow 0} (dM(H)/dH)$ – начальная магнитная восприимчивость, являющаяся безразмерным параметром; $M(H)$ – намагниченность жидкости.

Формула (1) описывает намагниченность умеренно концентрированных однородных магнитных жидкостей по ланжевенскому закону $M(H) = M_s L(h)$ [3, 13, 14], откуда следует $\chi = M_s/(3H_*)$, где $M_s = 10^4 \div 2 \cdot 10^5 \text{ А/м}$ – намагниченность насыщения жидкости. Для примера рассмотрим жидкость, содержащую частицы с магнитным моментом $m = 2 \cdot 10^{-19} \text{ Дж/Тл}$, с намагниченностью насыщения $M_s = 2 \cdot 10^5 \text{ А/м}$ и температурой $T = 300 \text{ К}$. Тогда из соотношений, связывающих материальные параметры жидкости, следует $H_* = 10^4 \text{ А/м}$, $\chi = 7$. Намагниченность высококонцентрированных магнитных жидкостей определяется более сложным образом, учитывающим магнитодипольное взаимодействие частиц [16, 17].

Так как внешнее магнитное поле не зависит от координаты Z , задача взаимодействия поля \vec{H}_0 с жидкостью является плоской задачей, а ρ и φ – полярными координатами. Для скаляризации векторной задачи введем потенциальные функции u , u_1 , u'_2 , u_0 , $u_2 = u_0 + u'_2$ для полей

$$\vec{H}_j = \text{grad } u_j, \quad \vec{H}_0 = \text{grad } u_0, \quad \vec{H} = \text{grad } u, \quad (2)$$

где $u_0 = H_0 \rho \sin \varphi$ – потенциал внешнего магнитного поля. Сформулируем краевую задачу.

Для заданного потенциала $u_0(\rho, \varphi)$ требуется определить потенциалы $u_1(\rho, \varphi)$, $u(\rho, \varphi)$, $u'_2(\rho, \varphi)$, которые удовлетворяют уравнениям [18, 19]

$$\Delta u_j = \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} \left(\rho \frac{\partial u_j}{\partial \rho} \right) + \frac{1}{\rho^2} \frac{\partial^2 u_j}{\partial \varphi^2} = 0 \quad \text{в } D_j, \quad j=1, 2, \quad (3)$$

$$\frac{\partial}{\partial \rho} \left(\mu \rho \frac{\partial u}{\partial \rho} \right) + \frac{\partial}{\partial \varphi} \left(\frac{\mu}{\rho} \frac{\partial u}{\partial \varphi} \right) = 0 \quad \text{в } D; \quad (4)$$

граничным условиям сопряжения на поверхностях Γ_1 и Γ_2

$$u|_{\rho=R_1} = u_1|_{\rho=R_1}, \quad \mu \frac{\partial u}{\partial \rho} \Big|_{\rho=R_1} = \frac{\partial u_1}{\partial \rho} \Big|_{\rho=R_1}, \quad (5)$$

$$u|_{\rho=R_2} = (u_0 + u'_2)|_{\rho=R_2}, \quad \mu \frac{\partial u}{\partial \rho} \Big|_{\rho=R_2} = \left(\frac{\partial u_0}{\partial \rho} + \frac{\partial u'_2}{\partial \rho} \right) \Big|_{\rho=R_2} \quad (6)$$

и условию на бесконечности

$$\lim_{\rho \rightarrow \infty} u'_2 = 0. \quad (7)$$

В уравнении (4) μ определяется формулой (1), из которой следует

$$\mu = \mu(|\text{grad } u|), \quad |\text{grad } u| = \sqrt{\left(\frac{\partial u}{\partial \rho} \right)^2 + \left(\frac{1}{\rho} \frac{\partial u}{\partial \varphi} \right)^2}.$$

2. Расчетная краевая задача

Из однородности внешнего магнитного поля следует симметрия задачи (3)–(7) с магнитной проницаемостью (1) и с осями симметрии OX и OY . В связи с этим исходную задачу сформулируем в виде плоской краевой задачи для сектора Ω_0 ($0 < \rho < \infty, 0 < \varphi < \pi/2$) на плоскости OXY , $\Omega_0 = \Omega_1 \cup \Omega \cup \Omega_2$, Ω_1 ($0 < \rho < R_1, 0 < \varphi < \pi/2$), Ω ($R_1 < \rho < R_2, 0 < \varphi < \pi/2$), Ω_2 ($R_2 < \rho < \infty, 0 < \varphi < \pi/2$). На осях симметрии OX ($\varphi = 0$), OY ($\varphi = \pi/2$) зададим соответствующие граничные условия симметрии для потенциалов u , u_j .

Введем безразмерные переменные и параметры:

$$r = \frac{\rho}{R_1}, \quad v = v(r, \varphi) = \frac{u(R_1 r, \varphi)}{R_1 H_*}, \quad v_j = \frac{u_j(R_1 r, \varphi)}{R_1 H_*}, \quad x = \frac{X}{R_1}, \quad y = \frac{Y}{R_1},$$

$$h = \frac{H}{H_*} = \sqrt{\left(\frac{\partial v}{\partial r} \right)^2 + \left(\frac{1}{r} \frac{\partial v}{\partial \varphi} \right)^2}, \quad v_0 = h_0 r \sin \varphi, \quad h_0 = \frac{H_0}{H_*}, \quad \delta = \frac{R_2}{R_1},$$

где h_0 и δ вместе с магнитной восприимчивостью χ являются безразмерными определяющими параметрами задачи. В этих переменных сформулируем безразмерную краевую задачу, эквивалентную задаче (3)–(7). Для заданного потенциала $v_0(r, \varphi) = h_0 r \sin \varphi$ требуется определить потенциалы $v_1(r, \varphi)$, $v(r, \varphi)$, $v_2(r, \varphi) = v_0 + v'_2$, которые удовлетворяют:

– уравнениям

$$\Delta v_1 = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial v_1}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 v_1}{\partial \varphi^2} = 0 \quad (8)$$

в области $\bar{\Omega}_1$ ($0 < r < 1, 0 < \varphi < \pi/2$),

$$\Delta v_2 = \Delta v_2' = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial v_2'}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 v_2'}{\partial \varphi^2} = 0 \quad (9)$$

в области $\bar{\Omega}_2$ ($\delta < r < \infty$, $0 < \varphi < \pi/2$),

$$\operatorname{div}(\bar{\mu} \operatorname{grad} v) = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(\bar{\mu} r \frac{\partial v}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial \varphi} \left(\bar{\mu} \frac{\partial v}{\partial \varphi} \right) = 0 \quad (10)$$

в области $\bar{\Omega}$ ($1 < r < \delta$, $0 < \varphi < \pi/2$) (рис. 2);

– граничным условиям сопряжения на поверхностях раздела сред

$$v|_{r=1} = v_1|_{r=1}, \quad \bar{\mu} \frac{\partial v}{\partial r} \Big|_{r=1} = \frac{\partial v_1}{\partial r} \Big|_{r=1}, \quad 0 \leq \varphi \leq \frac{\pi}{2}, \quad (11)$$

$$v|_{r=\delta} = v_2'|_{r=\delta} + h_0 \delta \sin \varphi, \quad \bar{\mu} \frac{\partial v}{\partial r} \Big|_{r=\delta} = \frac{\partial v_2'}{\partial r} \Big|_{r=\delta} + h_0 \sin \varphi, \quad 0 \leq \varphi \leq \frac{\pi}{2}; \quad (12)$$

– граничным условиям симметрии

$$v|_{\varphi=0} = v_1|_{\varphi=0} = v_2'|_{\varphi=0} = 0, \quad \frac{\partial v}{\partial \varphi} \Big|_{\varphi=\pi/2} = \frac{\partial v_1}{\partial \varphi} \Big|_{\varphi=\pi/2} = \frac{\partial v_2'}{\partial \varphi} \Big|_{\varphi=\pi/2} = 0, \quad 0 < r < \infty; \quad (13)$$

– условию на бесконечности

$$\lim_{r \rightarrow \infty} v_2' = 0. \quad (14)$$

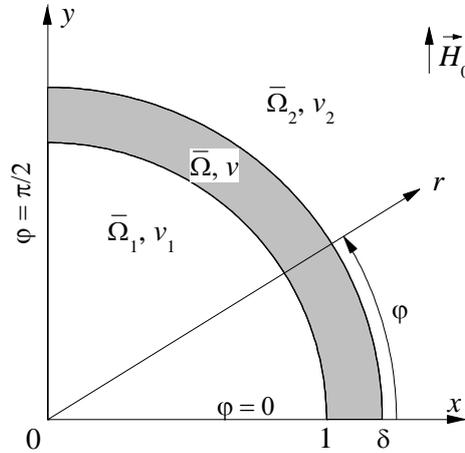


Рис. 2. Расчетная область краевой задачи

3. Алгоритм численного решения сопряженной краевой задачи

Задача (8)–(14) определена в секторе $\bar{\Omega}_0$ ($0 < r < \infty$, $0 < \varphi < \pi/2$) = $\bar{\Omega}_1 \cup \bar{\Omega} \cup \bar{\Omega}_2$ (см. рис. 2) и состоит из трех самостоятельных задач магнитостатики: линейной задачи (8), (13) для потенциала v_1 во внутренней немагнитной области $\bar{\Omega}_1$; линейной задачи (9), (13), (14) для потенциала v_2' во внешней бесконечной немагнитной области $\bar{\Omega}_2$ и нелинейной задачи (1), (10), (13) для потенциала v в цилиндрическом слое магнитной жидкости $\bar{\Omega}$. На поверхностях раздела магнитной и немагнитной сред $r = 1$ и $r = \delta$ задачи (8), (13) и (1), (10), (13) связаны между собой условием сопряжения (11), задачи (1), (10), (13) и (9), (13), (14) – условием сопряжения (12).

Линейные задачи (8), (13) и (9), (13), (14) описываются плоским уравнением Лапласа, для которого известно фундаментальное решение [18]. На этом основании для решения задач применялся метод граничных элементов [20], который является наиболее эффективным в данном случае, поскольку не требует введения сетки в областях определения $\bar{\Omega}_1$, $\bar{\Omega}_2$ и точно удовлетворяет условию на бесконечности (14). Алгоритм метода заключается в том, что решение уравнения Лапласа для магнитного потенциала заменяется эквивалентной задачей решения поверхностного интегрального уравнения Фредгольма первого рода относительно нормальной производной от потенциала на границе $r=1$ в случае внутренней задачи (8), (13) и на границе $r=\delta$ в случае внешней задачи (9), (13), (14). Для аппроксимации интегрального уравнения применялся вариант метода с постоянными элементами на равномерной сетке по переменной интегрирования φ , аналогичный интерполяционному методу квадратур. При заданных значениях поверхностных потенциалов $v_1|_{r=1}$ и $v_2'|_{r=\delta}$ в граничных узлах сетки приходим к двум независимым системам линейных алгебраических уравнений относительно производных $q_1 = \partial v_1 / \partial r$ при $r=1$ и $q_2' = \partial v_2' / \partial r$ при $r=\delta$, размерность которых равна количеству граничных узлов.

Нелинейная краевая задача (10), (13) аппроксимировалась на равномерной сетке по r и φ . Построенная конечно-разностная схема представляет собой систему нелинейных алгебраических уравнений, обладает вторым порядком аппроксимации и в линейном приближении удовлетворяет принципу максимума при любых шагах сетки, т. е. является монотонной.

Вычислительный процесс был организован в виде итерационного алгоритма, на каждой итерации которого решались три сеточные задачи для потенциала независимо друг от друга. Сначала при заданных в граничных узлах значениях v_1 и v_2' , найденных на предыдущей итерации, решались линейные системы относительно q_1 и q_2' в граничных узлах, полученных по методу граничных элементов. Для решения линейных систем уравнений применялся метод исключения Гаусса. Затем с помощью условий сопряжения (11), (12), аппроксимированных на выбранной сетке узлов, вычислялись граничные сеточные значения $q = \partial v / \partial r$ при $r=1$ и $r=\delta$. Нелинейная разностная задача относительно потенциала v в слое магнитной жидкости рассчитывалась итерационным методом Зейделя. В результате этого определяются новые значения потенциала v не только во внутренних узлах области $\bar{\Omega}$, но и в граничных узлах, с помощью которых обновляются сеточные значения $\bar{\mu}$. Наконец, с помощью условий сопряжения (11), (12) вычисляются новые значения v_1 и v_2' в граничных узлах, и на этом одна итерация заканчивается. В качестве начального итерационного приближения выбиралось решение для невозмущенного магнитного потенциала $v(r, \varphi) = h_0 r \sin \varphi$.

Основные расчеты проводились на сетке с числом разбиений $N_1 = 10$ по переменной $r \in [1, \delta]$ и $N_2 = 100$ по переменной $\varphi \in [0, \pi/2]$. Контрольные вычисления на более мелкой сетке с $N_1 = 100$ и $N_2 = 200$ не выявили существенных изменений в решении.

4. Результаты вычислительного эксперимента

Все расчеты выполнялись для фиксированного значения геометрического параметра $\delta = 1,1$. При комнатных температурах $T \sim 290 \div 300$ К умеренно концентрированные магнитные жидкости имеют начальную магнитную восприимчивость $1 \leq \chi \leq 10$, а для высококонцентрированных она достигает значений $60 \div 80$ [21, 22]. Например, высококонцентрированная магнитная жидкость, полученная на основе органической жидкости «декан», имеет намагниченность насыщения $M_s = 1,07 \cdot 10^5$ А/м и магнитную восприимчивость $\chi = 51$ при комнатной температуре [23]. При понижении температуры до $230 \div 240$ К магнитная восприимчивость высококонцентрированных жидкостей возрастает до $100 \div 120$ при сохранении текучести кол-

лоида [22, 24]. На этом основании в вычислительном эксперименте параметр χ выбирался из диапазона $1 \leq \chi \leq 50$.

Магнитное поле в области D_1 определяется формулой (2):

$$\vec{H}_1 = \frac{\partial u_1}{\partial \rho} \vec{e}_\rho + \frac{1}{\rho} \frac{\partial u_1}{\partial \varphi} \vec{e}_\varphi.$$

На оси Oy с учетом (13) имеем

$$\vec{H}_1|_{\varphi=\pi/2} = \frac{\partial u_1}{\partial \rho} \Big|_{\varphi=\pi/2} \vec{e}_y = H_* \frac{\partial v_1}{\partial r} \Big|_{\varphi=\pi/2} \vec{e}_y.$$

В центральной точке O

$$\vec{H}_1(0) = \lim_{r \rightarrow 0} \frac{\partial v_1(r, \pi/2)}{\partial r} \vec{e}_y.$$

Определим эффективность экранирования магнитного поля \vec{H}_0 цилиндрическим слоем магнитной жидкости D по формуле

$$K_{\text{эф}} = \frac{|\vec{H}_0(0)|}{|\vec{H}_1(0)|} = h_0 \left/ \left| \lim_{r \rightarrow 0} \frac{\partial v_1(r, \pi/2)}{\partial r} \right| \right|. \quad (15)$$

Коэффициент (15) показывает, во сколько раз ослабевает внешнее магнитное поле H_0 при прохождении во внутреннюю область цилиндрического слоя D_1 .

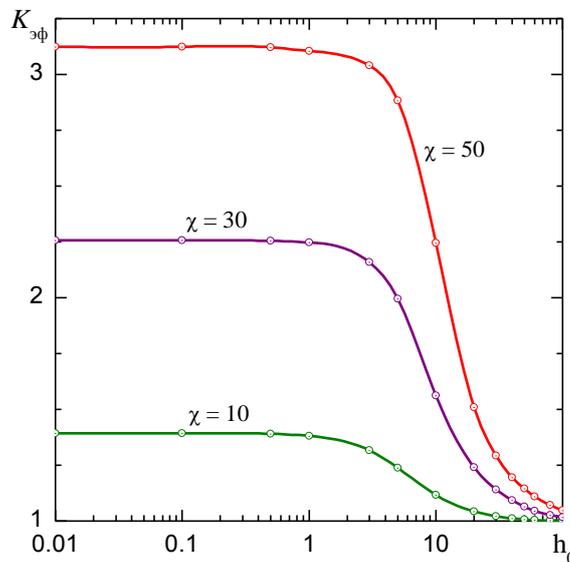


Рис. 3. Зависимость коэффициента эффективности экранирования $K_{\text{эф}}$ от безразмерной напряженности приложенного магнитного поля h_0 для различных значений магнитной восприимчивости

На рис. 3 изображены графики, иллюстрирующие эффективность экранирования цилиндрической магнитожидкостной оболочки для жидкостей с начальной магнитной восприимчивостью $\chi = 10, 30, 50$. Ввиду того что $H_0 = h_0 \cdot H_*$, значения $h_0 = \{0,01; 0,1; 1; 10; 100\}$ при $H_* = (1 \div 3) \cdot 10^4$ А/м соответствуют напряженности внешнего поля $H_0 = (1 \div 3) \cdot \{10^2, 10^3, 10^4, 10^5, 10^6\}$ А/м. Как видим, в слабых полях, соответствующих $h_0 < 1$ ($H_0 < 10^4$ А/м), коэффициент эффективности практически остается постоянным и достигает максимального значения, а при $h_0 > 1$ ($H_0 > 10^4$ А/м) он стремительно уменьшается при любых χ с ростом безраз-

мерной напряженности h_0 . Заметим, что при $\chi = 30$ напряженность магнитного поля во внутренней области при $h_0 < 1$ ослабевает более чем в два раза, а при $\chi = 50$ – более чем в три раза по сравнению с напряженностью внешнего магнитного поля. Это означает, что магнитожидкостные экраны могут быть эффективны в слабых магнитных полях, например, в случае влияния геомагнитных бурь, при которых напряженность геомагнитного поля на поверхности Земли не превышает 200 А/м , что соответствует $h_0 < 1$. Они могут быть использованы для выравнивания колеблющегося внешнего магнитного поля, проникшего во внутреннюю область экрана, путем изменения магнитной восприимчивости χ (концентрации частиц в жидкости).

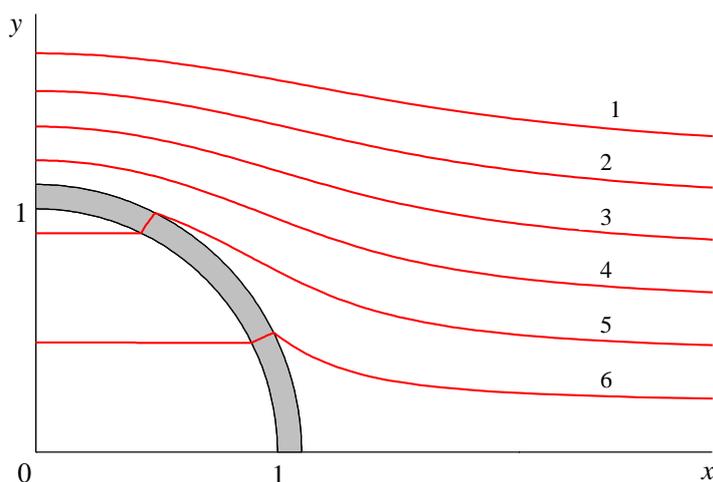


Рис. 4. Изолинии потенциала магнитного поля в области определения задачи при $h_0 = 1, \chi = 30$:

$$1 - v/h_0 = 1, 2; 2 - 1, 0; 3 - 0, 8; 4 - 0, 6; 5 - 0, 4; 6 - 0, 2$$

На рис. 4 изображена структура магнитного поля в области определения задачи при значениях определяющих параметров $h_0 = 1, \chi = 30$. Установлено, что при любых значениях χ и $h_0 \leq 1$ магнитное поле во внутренней области является однородным и вертикально направленным, так же как и во внешней области на бесконечности, но с меньшим значением напряженности $H_1(x, y) = H_* \partial v_1(x, y) / \partial y = \text{const} < H_0$ при $x^2 + y^2 < 1$.

Заключение

В работе исследованы экранирующие свойства толстостенного цилиндрического слоя магнитной жидкости при воздействии внешнего однородного магнитного поля. Разработан алгоритм вычисления магнитного поля, проникающего во внутреннюю немагнитную область, ограниченную магнитожидкостной оболочкой. Вычислен коэффициент эффективности экранирования, показывающий, во сколько раз ослабевает внешнее магнитное поле во внутренней области. Установлено, что при низкой напряженности поля ($H_0 < 10^4 \text{ А/м}$) коэффициент эффективности практически остается постоянной величиной, зависящей лишь от магнитной восприимчивости жидкости χ , т. е. нелинейные свойства магнитной жидкости, описываемые функцией Ланжевена, не влияют на эффективность экранирования. Например, при $\chi = 30$ напряженность магнитного поля внутри оболочки падает более чем в два раза, а при $\chi = 50$ – более чем в три раза. При высокой напряженности магнитного поля ($H_0 > 10^4 \text{ А/м}$) эффективность экранирования резко убывает с ростом H_0 .

Работа выполнена в рамках задания 1.5.01.3 Государственной программы научных исследований «Конвергенция-2020» и задания 1.1.09 Государственной программы научных исследований «Информатика, космос и безопасность» на 2016–2020 гг.

Список литературы

1. Глонягин, Ю.В. Элементы теории и расчета магнитоэлектростатических полей ферромагнитных тел / Ю.В. Глонягин. – Л. : Судостроение, 1967. – 180 с.
2. Дорфман, Я.Г. Магнитные свойства и строение вещества / Я.Г. Дорфман. – М. : Изд-во ЛКИ, 2010. – 376 с.
3. Розенцвейг, Р. Феррогидродинамика / Р. Розенцвейг. – М. : Мир, 1989. – 356 с.
4. Эффективность экранирования постоянных магнитных полей цилиндрическим экраном с учетом нелинейных эффектов / Г.Ф. Громыко [и др.] // Физические основы приборостроения. – 2015. – Т. 4, № 4. – С. 30–39.
5. Резинкина, М.М. Использование численных расчетов для выбора средств экранирования от действия магнитного поля / М.М. Резинкина // Журнал технической физики. – 2007. – Т. 77, вып. 11. – С. 17–24.
6. Модель экранирования постоянных магнитных полей многослойным конечным цилиндрическим экраном / В.Т. Ерофеев [и др.] // Информатика. – 2012. – № 3(35). – С. 80–93.
7. Громыко, Г.Ф. Численное исследование структуры магнитного поля в цилиндрическом пленочном экране / Г.Ф. Громыко, В.Т. Ерофеев, Г.М. Заяц // Информатика. – 2016. – № 2(50). – С. 5–18.
8. Эффективность магнитоэлектростатического экранирования цилиндрическими оболочками / С.С. Грабчиков [и др.] // Известия НАН Беларуси. Сер. физ.-техн. наук. – 2015. – № 4. – С. 101–114.
9. Numerical treatment of free surface problems in ferrohydrodynamics / O. Lavrova [et al.] // Journal of Physics: Condensed Matter. – 2006. – Vol. 18. – P. S2657–S2669.
10. Lavrova, O. Instability of a magnetic fluid drop in a capillary: a numerical study / O. Lavrova, V. Polevnikov, L. Tobiska // Magnetohydrodynamics. – 2008. – Vol. 44, no. 2. – P. 183–189.
11. Lavrova, O. Numerical study of the Rosensweig instability in a magnetic fluid subject to diffusion of magnetic particles / O. Lavrova, V. Polevnikov, L. Tobiska // Mathematical Modeling and Analysis. – 2010. – Vol. 15, no. 2. – P. 223–233.
12. Lavrova, O. Modeling and simulation of magnetic particles diffusion in a ferrofluid layer / O. Lavrova, V. Polevnikov, L. Tobiska // Magnetohydrodynamics. – 2016. – Vol. 52, no. 4. – P. 417–430.
13. Magnetic fluids and applications handbook / Eds. B. Berkovski, V. Bashtovoi. – N. Y. : Begell House Inc. Publ., 1996. – 851 p.
14. Берковский, Б.М. Магнитные жидкости / Б.М. Берковский, В.Ф. Медведев, М.С. Краков. – М. : Химия, 1989. – 240 с.
15. Блум, Э. Я. Магнитные жидкости / Э. Я. Блум, М.М. Майоров, А.О. Цеберс. – Рига : Зинатне, 1989. – 386 с.
16. Ivanov, A.O. Magnetic properties of dense ferrofluids: an influence of interparticle correlations / A.O. Ivanov, O.B. Kuznetsova // Physical Review E – Statistical, Nonlinear, and Soft Matter Physics. – 2001. – Vol. 64, no. 4. – P. 0414051–04140512.
17. Pshenichnikov, A.F. Magnetophoresis, sedimentation and diffusion of particles in concentrated magnetic fluids / A.F. Pshenichnikov, E.A. Elfimova, A.O. Ivanov // J. Chem. Phys. – 2011. – Vol. 134, no. 18. – P. 184508–1–9.
18. Тихонов, А.Н. Уравнения математической физики / А.Н. Тихонов, А.А. Самарский. – 5-е изд. – М. : Наука, 1977. – 736 с.
19. Ерофеев, В.Т. Аналитическое моделирование в электродинамике / В.Т. Ерофеев, И.С. Козловская. – М. : КД Либроком, 2014. – 304 с.
20. Бреббия, К. Методы граничных элементов / К. Бреббия, Ж. Теллес, Л. Вроубел. – М. : Мир, 1987. – 524 с.
21. Lebedev, A.V. Dipole interparticle interaction in magnetic fluids / A.V. Lebedev // Colloid Journal. – 2014. – Vol. 76, no. 3. – P. 334–341.
22. Pshenichnikov, A.F. Low-temperature susceptibility of concentrated magnetic fluids / A.F. Pshenichnikov, A.V. Lebedev // J. Chem. Phys. – 2004. – Vol. 121, no. 11. – P. 5455–5467.

23. Елфимова, Е.А. Статистическая термодинамика и физические свойства магнитных жидкостей: роль многочастичных корреляций : автореф. дис. ... д-ра физ.-мат. наук : 01.04.02 / Е.А. Елфимова ; Уральский федеральный ун-т им. Б.Н. Ельцина. – Екатеринбург, 2016. – 36 с.

24. Pshenichnikov, A.F. Magnetic susceptibility of concentrated ferrocolloids / A.F. Pshenichnikov, A.V. Lebedev // Colloid Journal. – 2005. – Vol. 67, no. 2. – P. 189–200.

Поступила 28.03.2017

*Белорусский государственный университет,
Минск, пр. Независимости, 4
e-mail: polevikov@bsu.by*

*Учреждение БГУ «НИИ прикладных
проблем математики и информатики»,
Минск, пр. Независимости, 4
e-mail: bsu_erofeenko@tut.by*

V.K. Polevikov, V.T. Erofeenko

NUMERICAL MODELING THE INTERACTION OF A MAGNETIC FIELD WITH A CYLINDRICAL MAGNETIC FLUID LAYER

A combined method of finite differences and boundary elements is applied to solve a nonlinear conjugate problem of magnetostatics describing, the interaction of a uniform magnetic field with a cylindrical magnetic fluid layer. Magnetic permeability of the fluid is considered to be a non-linearly dependent on the magnetic field intensity. Shielding properties of a cylindrical thick-walled magnetic-fluid layer, depending on the external magnetic field intensity, are investigated. A shielding effectiveness factor is calculated.