

УДК 004.3

Л.И. Кульбак

## РАСЧЕТ ПОКАЗАТЕЛЕЙ НАДЕЖНОСТИ НЕВОССТАНАВЛИВАЕМЫХ ОБЪЕКТОВ С УЧЕТОМ ПОГРЕШНОСТЕЙ ИСХОДНЫХ ДАННЫХ

*Приводится методика расчета показателей надежности невосстанавливаемых объектов с учетом погрешностей исходных данных. Рассматриваются объекты, надежность которых обеспечивается путем структурного резервирования с ограниченной кратностью. К числу таких объектов относится бортовая аппаратура малогабаритных космических аппаратов.*

### Введение

Под погрешностью показателя надежности (ПН) объекта принято понимать отклонение реального значения ПН объекта от его истинного значения. Задача оценки ПН объектов с учетом погрешности исходных данных частично была решена в работе [1], посвященной интервальной оценке расчетных значений ПН объектов. В ней рассматривалась вероятностная модель и интервальная оценка ПН представлялась в виде числового интервала  $[X_{CP} - \Delta X, X_{CP} + \Delta X]$ , в который с определенной вероятностью  $\alpha$  попадает истинное значение ПН. Здесь  $X_{CP}$  – среднее значение ПН,  $\Delta X$  – отклонение ПН от среднего значения (погрешность). Объекты, имеющие различные виды структурного резервирования, не рассматривались.

Представляется целесообразным продолжить работу [1] с учетом различных видов структурного резервирования в невосстанавливаемых объектах и перейти от вероятностной модели погрешностей к детерминированной.

### 1. Модель оценки погрешностей при расчете ПН объекта

Суть расчета ПН объекта состоит в вычислении функции (ПН объекта) по ее аргументам (ПН комплектующих объект элементов). Как и при любом расчете, его характеристикой является погрешность (точность) вычислений.

Согласно теории погрешностей [2], если зависимость ПН объекта от ПН его элементов выражается функцией

$$R = f(\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_m), \quad (1)$$

то результаты расчета ПН объекта следует вычислять по формулам

$$R = R_{CP} \pm \Delta R; \quad (2)$$

$$R_{CP} = f(\lambda_{CP.1}, \lambda_{CP.2}, \dots, \lambda_{CP.m}); \quad (3)$$

$$\Delta R \leq \sum_{i=1}^m \left| \frac{\partial f}{\partial \lambda_i} \right| \Delta \lambda_i, \quad (4)$$

где  $R$  – ПН объекта;

$R_{CP}$  – среднее значение ПН объекта;

$\Delta R$  – погрешность определения ПН  $R$ ;

$f(\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_m)$  – функциональная зависимость ПН объекта  $R$  от ПН его элементов  $\lambda_i$ ;

$\lambda_{CP.1}, \lambda_{CP.2}, \dots, \lambda_{CP.m}$  – средние значения ПН элементов объекта;

$\frac{\partial f}{\partial \lambda_i}$  – первая производная от функции  $f$  по аргументу  $\lambda_i$ , вычисленная в точке  $\lambda_{i CP}$ ;

$\Delta \lambda_i$  – погрешность определения  $\lambda_i$ .

## 2. Структурная модель надежности невосстанавливаемого объекта

В качестве модели надежности невосстанавливаемого объекта нормативная документация по расчету надежности [3] рекомендует использовать структурные схемы надежности (ССН).

Установлено, что подавляющее число структур объектов, показатели надежности которых подлежат расчету, можно привести к последовательной ССН (рис. 1).

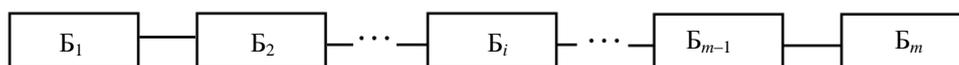


Рис. 1. Обобщенная последовательная ССН объекта

Метод свертки основан на последовательном преобразовании ССН объекта и сведении ее к основному соединению элементов. Покажем применение данного метода на примере ССН (рис. 2).

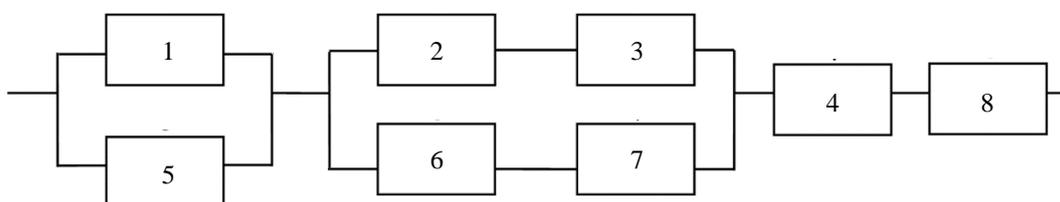


Рис. 2. Последовательно-параллельная ССН объекта

Метод свертки состоит из нескольких этапов.

На *первом этапе* рассматриваются все параллельные соединения, которые заменяются эквивалентными блоками с соответствующим ПН. В рассматриваемом примере такими параллельными блоками являются 1 и 5.

На *втором этапе* рассматриваются все последовательные соединения, которые заменяются эквивалентными блоками (рис. 3). Здесь последовательными элементами являются 2 и 3, 6 и 7, 4 и 8.

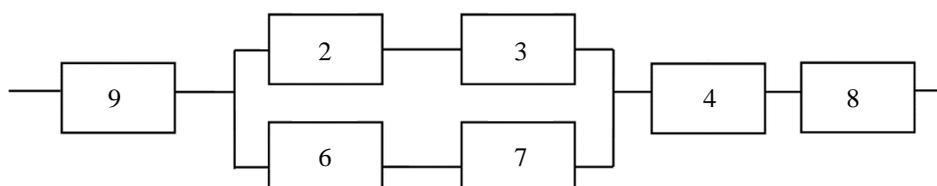


Рис. 3. ССН объекта после первого этапа свертки

На *третьем этапе* вновь рассматриваются параллельные соединения, которые заменяются эквивалентными блоками (рис. 4). В данном примере такими параллельными блоками являются 21 и 22.

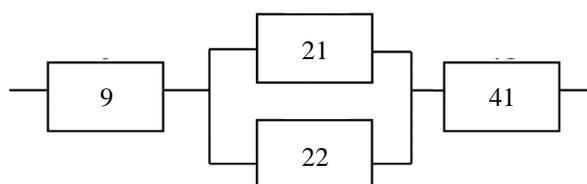


Рис. 4. ССН объекта после второго этапа свертки

ССН на рис. 5 является сверткой исходной ССН на рис. 1. Таким образом, для дальнейшего исследования методики расчетного значения ПН объекта с учетом погрешности можно использовать ССН, изображенную на рис. 1.

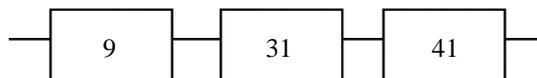


Рис. 5. ССН объекта после третьего этапа свертки

### 3. Анализ надежности блоков ССН

#### 3.1. Общие положения

По аналогии с [4] примем, что ССН объекта может состоять из блоков простых структур, без резервирования элементов, и сложных, состоящих из резервируемых различными способами цепочек элементов.

В отличие от [4] анализ надежности блоков ССН проводится при условии их использования в следующих режимах эксплуатации:

функционирования по назначению – P1;

хранения в аппаратуре в промежутках между функционированием – P2;

комплексном (функционирование с перерывами хранения) – P3.

В модели надежности объекта приняты некоторые допущения и ограничения:

– восстановление работоспособности объекта осуществляется автоматически путем использования резервных элементов, которые не подлежат восстановлению;

– элементы, подключающие резерв при замещении, имеют пренебрежимо малую интенсивность отказов;

– время, расходуемое на подключение резерва, пренебрежимо мало и не учитывается как время потери работоспособности объекта;

– кратности резервирования принимаются не более двух;

– исследованию подлежит лишь одно свойство надежности – безотказность;

– отказы элементов объекта являются независимыми событиями;

– в качестве показателей безотказности элементов используются интенсивность отказов  $\lambda$  и вероятность безотказной работы  $P(t)$ ;

– в качестве показателей безотказности составных частей объекта используются вероятность безотказной работы  $P(t)$  и интенсивность отказов  $\Lambda$ ;

– закон распределения наработки до отказа элементов объекта принимается экспоненциальный с параметром  $\lambda$ ;

– интенсивности отказов элементов объекта задаются в виде граничных значений: нижнего  $\lambda_H$  и верхнего  $\lambda_B$ .

#### 3.2. Простой блок ССН

Простые блоки ССН объединяют элементы с одинаковыми значениями интенсивности отказов. Определим ПН таких блоков при их работе в различных режимах эксплуатации с учетом погрешностей ПН элементов.

*Режим P1.* Среднее значение интенсивности отказов простого блока ССН в режиме функционирования  $\Lambda_{П.P1.CP}$  вычисляется по формуле

$$\Lambda_{П.P1.CP} = n\lambda_{\phi.CP}, \quad (5)$$

где  $n$  – количество элементов в простом блоке ССН;

$\lambda_{\phi.CP}$  – среднее значение интенсивности отказов элементов блока ССН в режиме функционирования.

Среднее значение вероятности безотказной работы простого блока ССН в режиме функционирования в интервале наработки  $t$   $P_{П.Р1.СР}(t)$  вычисляется по формуле

$$P_{П.Р1.СР}(t) = \exp(-\Lambda_{П.Р1.СР}t) = \exp(-n\lambda_{\phi,СР}t) \approx 1 - n\lambda_{\phi,СР}t. \quad (6)$$

Отклонение интенсивности отказов простого блока ССН в режиме функционирования от своего среднего значения  $\Delta\Lambda_{П.Р1}$  находится из выражения

$$\Delta\Lambda_{П.Р1} = \frac{\partial\Lambda_{П.Р1}}{\partial\lambda_{\phi,СР}}\Delta\lambda_{\phi} = n\Delta\lambda_{\phi}, \quad (7)$$

где  $\Delta\lambda_{\phi}$  – отклонение интенсивности отказов элемента блока ССН в режиме функционирования от своего среднего значения.

Отклонение вероятности безотказной работы простого блока ССН в режиме функционирования от своего среднего значения  $\Delta P_{П.Р1}(t)$  вычисляется по формулам

$$\Delta P_{П.Р1}(t) = \frac{\partial P_{П.Р1}(t)}{\partial\lambda_{\phi,СР}}\Delta\lambda_{\phi} = \exp(-n\lambda_{\phi,СР}t)nt\Delta\lambda_{\phi} = P_{П.Р1.СР}(t)\Delta_{П.Р1}; \quad (8)$$

$$\Delta_{П.Р1} = nt\Delta\lambda_{\phi}, \quad (9)$$

где  $\Delta_{П.Р1}$  – относительное отклонение вероятности безотказной работы простого блока ССН в режиме функционирования от своего среднего значения.

*Режим Р2.* Среднее значение интенсивности отказов простого блока ССН в режиме хранения  $\Lambda_{П.Р2.СР}$  находится следующим образом:

$$\Lambda_{П.Р2.СР} = n\lambda_{Х.СР} = nb\lambda_{\phi,СР}; \quad (10)$$

$$\lambda_{Х.СР} = b\lambda_{\phi,СР}, \quad (11)$$

где  $\lambda_{Х.СР}$  – среднее значение интенсивности отказов элементов блока ССН в режиме хранения;

$b$  – коэффициент снижения интенсивности отказов функционирующего элемента блока ССН до интенсивности его отказов при хранении в составе аппаратуры.

Среднее значение вероятности безотказной работы простого блока ССН в режиме хранения в интервале наработки  $t$   $P_{П.Р2.СР}(t)$  вычисляется по формуле

$$P_{П.Р2.СР}(t) = \exp(-\Lambda_{П.Р2.СР}t) = \exp(-nb\lambda_{\phi,СР}t) \approx 1 - nb\lambda_{\phi,СР}t. \quad (12)$$

Отклонение интенсивности отказов простого блока ССН в режиме хранения от своего среднего значения  $\Delta\Lambda_{П.Р2}$  вычисляется по формуле

$$\Delta\Lambda_{П.Р2} = \frac{\partial\Lambda_{П.Р2}}{\partial\lambda_{\phi,СР}}\Delta\lambda_{\phi} = nb\Delta\lambda_{\phi}, \quad (13)$$

где  $\Delta\lambda_{\phi}$  – отклонение интенсивности отказов элемента простого блока ССН в режиме функционирования от своего среднего значения.

Отклонение вероятности безотказной работы простого блока ССН в режиме хранения от своего среднего значения  $\Delta P_{П.Р2}(t)$  вычисляется следующим образом:

$$\Delta P_{П.Р2}(t) = \frac{\partial P_{П.Р2}(t)}{\partial\lambda_{\phi,СР}}\Delta\lambda_{\phi} = \exp(-nb\lambda_{\phi,СР}t)nbt\Delta\lambda_{\phi} = P_{П.Р2.СР}(t)\Delta_{П.Р2}; \quad (14)$$

$$\Delta_{П.Р2} = nbt\Delta\lambda_{\phi}, \quad (15)$$

где  $\Delta_{П.Р2}$  – относительное отклонение вероятности безотказной работы простого блока ССН в режиме хранения от своего среднего значения.

*Режим Р3.* Простой блок ССН при его использовании в течение времени  $t$  в комплексном режиме можно представить в виде структурной схемы надежности, состоящей из двух простых блоков. При этом один блок характеризует работу блока в режиме функционирования в течение времени  $t_1$ , а второй блок – в режиме хранения в течение времени  $t_2$ . Выразим времена использования блока ССН в различных режимах через коэффициент интенсивности эксплуатации. Очевидно, что

$$t_1 = t\kappa_{ИЭ}, \quad t_2 = t(1 - \kappa_{ИЭ}), \quad t_1 + t_2 = t, \quad (16)$$

где  $\kappa_{ИЭ}$  – коэффициент интенсивности эксплуатации блока ССН (доля общего времени использования блока ССН в режиме функционирования).

В этом случае среднее значение вероятности безотказной работы простого блока ССН в комплексном режиме вычисляется по формуле

$$P_{П.Р3.СР}(t) = P_{П.Р1.СР}(t)P_{П.Р2.СР}(t). \quad (17)$$

Подставив компоненты в формулу (9), получим

$$P_{П.Р3.СР}(t) = \exp(-n\lambda_{\Phi,СР}t\kappa_{ИЭ})\exp[-nb\lambda_{\Phi,СР}t(1 - \kappa_{ИЭ})] \approx 1 - n\lambda_{\Phi,СР}[\kappa_{ИЭ} + b(1 - \kappa_{ИЭ})]t, \quad (18)$$

где  $P_{П.Р3.СР}(t)$  – среднее значение вероятности безотказной работы простого блока ССН в комплексном режиме в интервале времени  $t$ .

Среднее значение интенсивности отказов блока ССН при использовании его в комплексном режиме  $\Lambda_{П.Р3.СР}$  вычисляется по формуле

$$\Lambda_{П.Р3.СР} = n\lambda_{\Phi,СР}[\kappa_{ИЭ} + b(1 - \kappa_{ИЭ})]. \quad (19)$$

Отклонение интенсивности отказов простого блока ССН в комплексном режиме от своего среднего значения  $\Delta\Lambda_{П.Р3}$  вычисляется по формуле

$$\Delta\Lambda_{П.Р3} = \frac{\partial\Lambda_{П.Р3}}{\partial\lambda_{\Phi,СР}}\Delta\lambda_{\Phi} = n[\kappa_{ИЭ} + b(1 - \kappa_{ИЭ})]\Delta\lambda_{\Phi}, \quad (20)$$

где  $\Delta\lambda_{\Phi}$  – отклонение интенсивности отказов элемента блока ССН в режиме функционирования от своего среднего значения.

Отклонение вероятности безотказной работы простого блока ССН в комплексном режиме от своего среднего значения  $\Delta P_{П.Р3}(t)$  вычисляется по формулам

$$\begin{aligned} \Delta P_{П.Р3}(t) &= \frac{\partial P_{П.Р3}(t)}{\partial\lambda_{\Phi,СР}}\Delta\lambda_{\Phi} = \exp\{-n\lambda_{\Phi,СР}t[\kappa_{ИЭ} + b(1 - \kappa_{ИЭ})]\}nt[\kappa_{ИЭ} + b(1 - \kappa_{ИЭ})]\Delta\lambda_{\Phi} = \\ &= P_{П.Р3.СР}(t)\Delta\Lambda_{П.Р3}; \end{aligned} \quad (21)$$

$$\Delta_{П.Р3} = nt[\kappa_{ИЭ} + b(1 - \kappa_{ИЭ})]\Delta\lambda_{\Phi}, \quad (22)$$

где  $\Delta_{П.Р3}$  – относительное отклонение вероятности безотказной работы простого блока ССН в комплексном режиме от своего среднего значения.

### 3.3. Сложные блоки ССН

Примем, что сложные блоки ССН представляют собой одиночный элемент или последовательную цепочку элементов с однократным нагруженным или ненагруженным резервом из аналогичных элементов с одинаковыми значениями интенсивности отказов. Определим ПН таких блоков при их работе в различных режимах эксплуатации с учетом погрешностей ПН элементов.

Режим Р1. Среднее значение вероятности безотказной работы сложного блока ССН с нагруженным однократным резервом в режиме функционирования  $P_{C.P1.H.CP}(t)$  согласно [5] вычисляется по формуле

$$P_{C.P1.H.CP}(t) = 2\exp(-\lambda_{\phi.CP}t) - \exp(-2\lambda_{\phi.CP}t) \approx 1 - (\lambda_{\phi.CP}t)^2. \quad (23)$$

Среднее значение интенсивности отказов сложных блоков ССН с нагруженным однократным резервом в режиме функционирования  $\Lambda_{C.P1.H.CP}$  находится следующим образом:

$$\Lambda_{C.P1.H.CP}(t) = \frac{2\lambda_{\phi.CP}\exp(-\lambda_{\phi.CP}t)[1 - \exp(-\lambda_{\phi.CP}t)]}{1 - [1 - \exp(-\lambda_{\phi.CP}t)]^2} \approx \frac{2\lambda_{\phi.CP}^2 t}{1 + \lambda_{\phi.CP}t}. \quad (24)$$

Отклонение интенсивности отказов сложного блока ССН с нагруженным однократным резервом от своего среднего значения в режиме функционирования  $\Delta\Lambda(t)_{C.P1.H}$  вычисляется по формуле

$$\Delta\Lambda_{C.P1.H} = \frac{\partial\Lambda_{C.P1.H}}{\partial\lambda_{\phi.CP}} \Delta\lambda_{\phi} \approx \frac{2\lambda_{\phi.CP}t(2 + \lambda_{\phi.CP}t)}{(1 + \lambda_{\phi.CP}t)^2} \Delta\lambda_{\phi}. \quad (25)$$

Отклонение вероятности безотказной работы сложного блока ССН с нагруженным однократным резервом от своего среднего значения в режиме функционирования  $\Delta P_{C.P1.H}^P(t)$  вычисляется по формулам

$$\begin{aligned} \Delta P_{C.P1.H}^P(t) &= \frac{\partial P_{C.P1.H.CP}(t)}{\partial\lambda_{\phi.CP}} \Delta\lambda_{\phi.CP} = 2\exp(-\lambda_{\phi.CP}t)t \Delta\lambda_{\phi} - \exp(-2\lambda_{\phi.CP}t)2t \Delta\lambda_{\phi} = \\ &= 2t \Delta\lambda_{\phi} [\exp(-\lambda_{\phi.CP}t) - \exp(-2\lambda_{\phi.CP}t)] = 2t \Delta\lambda_{\phi} [\exp(-\lambda_{\phi.CP}t) - \\ &\quad - \exp(-2\lambda_{\phi.CP}t)] \frac{P_{C.P1.H.CP}(t)}{P_{C.P1.H.CP}(t)} = P_{C.P1.H.CP}(t) \Delta_{C.P1.H}; \end{aligned} \quad (26)$$

$$\Delta_{C.P1.H} = 2t \left[ \frac{1 - \exp(-\lambda_{\phi.CP}t)}{2 - \exp(-\lambda_{\phi.CP}t)} \right] \Delta\lambda_{\phi} \approx \frac{2\lambda_{\phi.CP}t^2}{1 + \lambda_{\phi.CP}t} \Delta\lambda_{\phi}. \quad (27)$$

Под ненагруженным резервом блока понимается состояние, когда на резервный элемент блока не подается электропитание. В действительности резервный элемент подвергается нагрузке, характерной для режима хранения. Представляется целесообразным учесть данное положение. Учет можно осуществить, если представить, что ненагруженный режим заменяется режимом с облегченной нагрузкой, при которой интенсивность отказа резерва равнялась интенсивности отказов в режиме хранения.

Среднее значение вероятности безотказной работы сложного блока ССН с ненагруженным однократным резервом в режиме функционирования  $P_{C.P1.HH.CP}(t)$  с учетом отказа резервного элемента при хранении согласно [5] вычисляется по формуле

$$P_{C.P1.HH.CP}(t) = \frac{1}{b} [1 + b - \exp(-b\lambda_{\phi.CP}t)] \exp(-\lambda_{\phi.CP}t) \approx 1 - (\lambda_{\phi.CP}t)^2. \quad (28)$$

Среднее значение интенсивности отказов сложного блока ССН с ненагруженным однократным резервом в режиме функционирования с учетом отказа резервного элемента при хранении  $\Lambda_{C.P1.HH.CP}$  следует определить по формуле

$$\Lambda_{C.P1.HH.CP}(t) = -\frac{dP_{C.P1.HH.CP}(t)}{d(t)P_{C.P1.HH.CP}(t)}, \quad (29)$$

при этом

$$\frac{dP_{C.P1.HH.CP}(t)}{d(t)} = -\frac{\lambda_{\phi.CP}(1+b)}{b} \{ \exp(-\lambda_{\phi.CP}t) - \exp[-\lambda_{\phi.CP}t(1+b)] \}; \quad (30)$$

$$\Lambda_{C.P1.HH.CP}(t) = \frac{\lambda_{\phi.CP}(1+b) \{ \exp(-\lambda_{\phi.CP}t) - \exp[-\lambda_{\phi.CP}t(1+b)] \}}{(1+b) \exp(-\lambda_{\phi.CP}t) - \exp[-\lambda_{\phi.CP}t(1+b)]} \approx \lambda_{\phi.CP}^2 t(1+b). \quad (31)$$

Отклонение интенсивности отказов сложного блока ССН с ненагруженным однократным резервом от своего среднего значения в режиме функционирования с учетом отказа резервного элемента при хранении  $\Delta\Lambda_{C.P1.HH}$  вычисляется следующим образом:

$$\Delta\Lambda_{C.P1.HH} = \frac{\partial\Lambda_{C.P1.HH}(t)}{\partial\lambda_{\phi.CP}} \Delta\lambda_{\phi} \approx 2(1+b)\lambda_{\phi.CP}t \Delta\lambda_{\phi}. \quad (32)$$

Отклонение вероятности безотказной работы сложного блока ССН с ненагруженным однократным резервом от своего среднего значения в режиме функционирования с учетом отказа резервного элемента при хранении  $\Delta P_{C.P1.HH}(t)$  вычисляется по формулам

$$\begin{aligned} \Delta P_{C.P1.H}(t) &= \frac{\partial P_{C.P1.H}(t)}{\partial\lambda_{\phi.CP}} \Delta\lambda_{\phi.CP} = \frac{(1+b)t}{b} \{ \exp(-\lambda_{\phi.CP}t) - \exp[-\lambda_{\phi.CP}t(1+b)] \} \Delta\lambda_{\phi} = \\ &= P_{C.P1.HH}(t) \Delta_{C.P1.HH}; \end{aligned} \quad (33)$$

$$\Delta_{C.P1.HH} = \frac{(1+b)t \{ \exp(-\lambda_{\phi.CP}t) - \exp[-\lambda_{\phi.CP}t(1+b)] \}}{(1+b) \exp(-\lambda_{\phi.CP}t) - \exp[-\lambda_{\phi.CP}t(1+b)]} \Delta\lambda_{\phi}. \quad (34)$$

*Режим P2.* Характеристики сложного блока ССН в режиме хранения вычисляются по формулам характеристик нагруженного сложного блока ССН с заменой интенсивности  $\lambda_{\phi.CP}$  на  $\lambda_X = b\lambda_{\phi.CP}$ .

Среднее значение вероятности безотказной работы сложного блока ССН с однократным резервом в режиме хранения  $P_{C.P2.CP}(t)$  вычисляется по формуле (23) с заменой  $\lambda_{\phi.CP}$  на  $\lambda_X = b\lambda_{\phi.CP}$ :

$$P_{C.P2.CP}(t) = 2\exp(-b\lambda_{\phi.CP}t) - \exp(-2b\lambda_{\phi.CP}t) \approx 1 - (b\lambda_{\phi.CP}t)^2. \quad (35)$$

Среднее значение интенсивности отказов сложного блока ССН с однократным резервом в режиме хранения  $\Lambda_{C.P2.CP}$  вычисляется по формуле (24) с заменой  $\lambda_{\phi.CP}$  на  $\lambda_X = b\lambda_{\phi.CP}$ :

$$\Lambda_{C.P2.CP}(t) = \frac{2b\lambda_{\phi.CP} \exp(-b\lambda_{\phi.CP}t) [1 - \exp(-b\lambda_{\phi.CP}t)]}{1 - [1 - \exp(-b\lambda_{\phi.CP}t)]^2} \approx \frac{2b^2\lambda_{\phi.CP}^2 t}{1 + b\lambda_{\phi.CP}t}. \quad (36)$$

Отклонение интенсивности отказов сложного блока ССН с однократным резервом от своего среднего значения в режиме хранения  $\Delta\Lambda_{C.P2}$  вычисляется по формуле (25) с заменой  $\lambda_{\phi.CP}$  на  $\lambda_X = b\lambda_{\phi.CP}$ :

$$\Delta\Lambda_{C.P2} = \frac{\partial\Lambda_{C.P2}(t)}{\partial\lambda_{\phi.CP}} \Delta\lambda_{\phi} \approx \frac{4b\lambda_{\phi.CP}t(1 - b\lambda_{\phi.CP}t)}{1 + b\lambda_{\phi.CP}t}. \quad (37)$$

Отклонение вероятности безотказной работы сложного блока ССН с однократным резервом от своего среднего значения в режиме хранения  $\Delta P_{C.P2}(t)$  вычисляется по формуле (26) с заменой  $\lambda_{\phi.CP}$  на  $\lambda_X = b\lambda_{\phi.CP}$ :

$$\begin{aligned} \Delta P_{C.P2}(t) &= \frac{\partial P_{C.P2}(t)}{\partial \lambda_{\phi,CP}} \Delta \lambda_{\phi,CP} = 2 \exp(-b\lambda_{\phi,CP}t)bt \Delta \lambda_{\phi} - \exp(-2b\lambda_{\phi,CP})2bt \Delta \lambda_{\phi,CP} = \\ &= 2bt \Delta \lambda_{\phi} [\exp(-b\lambda_{\phi,CP}t) - \exp(-2b\lambda_{\phi,CP}t)] = 2t b \Delta \lambda_{\phi} [\exp(-b\lambda_{\phi,CP}t) - \\ &\quad - \exp(-2b\lambda_{\phi,CP}t)] \frac{P_{C.P2,CP}(t)}{P_{C.P2,CP}(t)} = P_{C.P2,CP}(t) \Delta_{C.P2}; \end{aligned} \quad (38)$$

$$\Delta_{C.P2} = 2bt \left[ \frac{1 - \exp(-b\lambda_{\phi,CP}t)}{2 - \exp(-b\lambda_{\phi,CP}t)} \right] \Delta \lambda_{\phi} \approx \frac{2b\lambda_{\phi,CP}t^2}{1 + b\lambda_{\phi,CP}t} \Delta \lambda_{\phi}. \quad (39)$$

*Режим P3.* Сложный блок ССН, как и простой блок, при использовании в течение времени  $t$  в комплексном режиме можно представить в виде ССН, состоящей из двух простых блоков. При этом один блок характеризует работу блока в режиме функционирования как нагруженный резерв или ненагруженный резерв в течение времени  $t_1$ , а второй блок характеризует работу блока в режиме хранения в течение времени  $t_2$  ( $t_1 + t_2 = t$ ). В этом случае среднее значение вероятности безотказной работы сложного блока ССН, работающего с нагруженным резервом в комплексном режиме, вычисляется по формуле

$$P_{C.H.P3,CP}(t) = P_{C.H.P1,CP}(t)P_{C.H.P2,CP}(t). \quad (40)$$

Подставив компоненты в формулу (40), получим

$$\begin{aligned} P_{C.H.P3,CP}(t) &= [2\exp(-\lambda_{\phi,CP}t\kappa_{ИЭ}) - \exp(-2\lambda_{\phi,CP}t\kappa_{ИЭ})] \{ 2\exp[-b\lambda_{\phi,CP}t(1-\kappa_{ИЭ})] - \\ &\quad - \exp[-2b\lambda_{\phi,CP}t(1-\kappa_{ИЭ})] \} \approx 1 - (\lambda_{\phi,CP}t\kappa_{ИЭ})^2 \{ 1 - [b\lambda_{\phi,CP}t(1-\kappa_{ИЭ})]^2 \}. \end{aligned} \quad (41)$$

Среднее значение интенсивности отказов сложного блока ССН, работающего с нагруженным резервом в комплексном режиме, вычисляется по формуле

$$\Lambda_{C.H.P3,CP}(t) = \Lambda_{C.H.P1,CP}(t_1) + \Lambda_{C.H.P2,CP}(t_2). \quad (42)$$

Подставив компоненты в формулу (42), получим

$$\begin{aligned} \Lambda_{C.H.P3,CP}(t) &= \frac{2\lambda_{\phi,CP}\exp(-\lambda_{\phi,CP}t\kappa_{ИЭ})[1 - \exp(-\lambda_{\phi,CP}t\kappa_{ИЭ})]}{1 - [1 - \exp(-\lambda_{\phi,CP}t\kappa_{ИЭ})]^2} + \\ &+ \frac{2b\lambda_{\phi,CP}\exp[-b\lambda_{\phi,CP}t(1-\kappa_{ИЭ})] \{ 1 - \exp[-b\lambda_{\phi,CP}t(1-\kappa_{ИЭ})] \}}{1 - \{ 1 - \exp[-b\lambda_{\phi,CP}t(1-\kappa_{ИЭ})] \}^2} \approx \\ &\approx 2\lambda_{\phi,CP}^2 t \{ \kappa_{ИЭ} (1 - \lambda_{\phi,CP}t\kappa_{ИЭ}) + b^2 [1 - b\lambda_{\phi,CP}t(1-\kappa_{ИЭ})] \}. \end{aligned} \quad (43)$$

Отклонение вероятности безотказной работы сложного блока ССН с нагруженным однократным резервом от своего среднего значения в комплексном режиме  $\Delta P(t)_{C.P3.H}$  вычисляется по формулам

$$\begin{aligned} \Delta P(t)_{C.P3.H} &= \frac{\partial P_{C.P3,CP}(t)}{\partial \lambda_{\phi,CP}} \Delta \lambda_{\phi} \approx 2\lambda_{\phi,CP}bt^2 [1 - (\lambda_{\phi,CP}t\kappa_{ИЭ})^2] + \\ &+ 2\lambda_{\phi,CP}\kappa_{ИЭ}^2 t^2 \{ 1 - [b\lambda_{\phi,CP}t(1-\kappa_{ИЭ})]^2 \} \frac{P_{C.P3,CP}(t)}{P_{C.P3,CP}(t)} \Delta \lambda_{\phi,CP} = P_{C.P3,CP}(t) \Delta_{C.H}; \end{aligned} \quad (44)$$

$$\begin{aligned} \Delta_{C.H} &= \frac{2\lambda_{\phi,CP}bt^2 [1 - (\lambda_{\phi,CP}t\kappa_{ИЭ})^2] + 2\lambda_{\phi,CP}\kappa_{ИЭ}^2 t^2 \{ 1 - [b\lambda_{\phi,CP}t(1-\kappa_{ИЭ})]^2 \}}{[1 - (\lambda_{\phi,CP}t\kappa_{ИЭ})^2] \{ 1 - [b\lambda_{\phi,CP}t(1-\kappa_{ИЭ})]^2 \}} \Delta \lambda_{\phi} \approx \\ &\approx 2\lambda_{\phi,CP}t^2 (b + \kappa_{ИЭ}^2) \Delta \lambda_{\phi}. \end{aligned} \quad (45)$$

Отклонение интенсивности отказов сложного блока ССН с нагруженным однократным резервом от своего среднего значения в комплексном режиме  $\Delta\Lambda(t)_{C.P3.H}$  находится согласно выражению

$$\Delta\Lambda_{C.P3.H}(t) = \frac{\partial\Lambda_{C.P3.H.CP}(t)}{\partial\lambda_{\phi.CP}} \Delta\lambda_{\phi} \approx \frac{2\lambda_{\phi.CP}t_1(2+\lambda_{\phi.CP})}{(1+t\lambda_{\phi.CP})^2} + \frac{2b\lambda_{\phi.CP}t_2(2+b\lambda_{\phi.CP})}{(1+b\lambda_{\phi.CP})^2}. \quad (46)$$

В случае сложного блока ССН с ненагруженным резервом среднее значение вероятности безотказной работы в комплексном режиме  $P_{C.HH.P3.CP}(t)$  вычисляется по формуле

$$P_{C.HH.P3.CP}(t) = P_{C.HH.P1.CP}(t)P_{C.P2.CP}(t). \quad (47)$$

Подставив компоненты в формулу (47), получим

$$P_{C.HH.P3.CP}(t) = \frac{1}{b} \{ [1+b - \exp(-b\lambda_{\phi.CP}t\kappa_{ИЭ})] \exp(-\lambda_{\phi.CP}t\kappa_{ИЭ}) \} \{ [1+b - \exp(-b\lambda_{\phi.CP}t(1-\kappa_{ИЭ}))] \exp[-\lambda_{\phi.CP}bt(1-\kappa_{ИЭ})] \}. \quad (48)$$

Среднее значение интенсивности отказов сложного блока ССН, работающего с ненагруженным резервом в комплексном режиме  $\Lambda_{C.HH.P3.CP}(t)$ , определяется по формуле

$$\Lambda_{C.HH.P3.CP}(t) = \Lambda_{C.HH.P1.CP}(t_1) + \Lambda_{C.P2.CP}(t_2). \quad (49)$$

Подставив компоненты в формулу (49), получим

$$\begin{aligned} \Lambda_{C.HH.P3.CP}(t) &= \frac{\lambda_{\phi.CP}(1+b) \{ \exp(-\lambda_{\phi.CP}t\kappa_{ИЭ}) - \exp[-\lambda_{\phi.CP}t\kappa_{ИЭ}(1+b)] \}}{(1+b) \exp(-\lambda_{\phi.CP}t\kappa_{ИЭ}) - \exp[-\lambda_{\phi.CP}t\kappa_{ИЭ}(1+b)]} + \\ &+ \frac{2b\lambda_{\phi.CP} \exp[-b\lambda_{\phi.CP}t(1-\kappa_{ИЭ})] \{ 1 - \exp[-b\lambda_{\phi.CP}t(1-\kappa_{ИЭ})] \}}{1 - \{ 1 - \exp[b\lambda_{\phi.CP}t(1-\kappa_{ИЭ})] \}^2} \approx \\ &\approx \lambda^2 t \kappa_{ИЭ} (1+b) + \frac{2b^2 \lambda_{\phi.CP}^2 t (1-\kappa_{ИЭ})}{1+b\lambda_{\phi.CP}t(1-\kappa_{ИЭ})}. \end{aligned} \quad (50)$$

Отклонение вероятности безотказной работы сложного блока ССН с ненагруженным однократным резервом от своего среднего значения в комплексном режиме  $\Delta P_{C.P3.HH}(t)$  вычисляется по формулам

$$\begin{aligned} \Delta P_{C.P3.HH}(t) &= \frac{\partial P_{C.P3.HH.CP}(t)}{\partial\lambda_{\phi.CP}} \Delta\lambda_{\phi} \approx \left\{ \left[ 1 - \frac{3}{2} b^4 \lambda_{\phi.CP}^3 t^4 \kappa_{ИЭ}^2 (1-\kappa_{ИЭ})^2 \right] - \right. \\ &\left. - 3b^2 \lambda_{\phi.CP} t^2 (1-\kappa_{ИЭ})^2 \left[ 1 + \frac{(b\lambda_{\phi.CP}t\kappa_{ИЭ})^2}{2} \right] \right\} \frac{P_{C.P3.HH}(t)}{P_{C.P3.HH}(t)} \Delta\lambda_{\phi} = P_{C.P3.HH}(t) \Delta_{C.HH}; \end{aligned} \quad (51)$$

$$\Delta_{C.HH} = \frac{\left[ 1 - \frac{3}{2} b^4 \lambda_{\phi.CP}^3 t^4 \kappa_{ИЭ}^2 (1-\kappa_{ИЭ})^2 \right] - 3b^2 \lambda_{\phi.CP} t^2 (1-\kappa_{ИЭ})^2 \left[ 1 + \frac{(b\lambda_{\phi.CP}t\kappa_{ИЭ})^2}{2} \right]}{\left[ 1 + \frac{(b\lambda_{\phi.CP}t\kappa_{ИЭ})^2}{2} \right] \left\{ 1 - \frac{3}{2} [b\lambda_{\phi.CP}t(1-\kappa_{ИЭ})]^2 \right\}} \Delta\lambda_{\phi}. \quad (52)$$

Отклонение интенсивности отказов сложного блока ССН с ненагруженным однократным резервом от своего среднего значения в комплексном режиме  $\Delta\Lambda(t)_{C.P3.HH}$  находится по формуле

$$\Delta\Lambda(t)_{C.P3.HH.CP} = \frac{\partial\Lambda(t)_{C.P3.HH.CP}}{\partial\lambda_{\phi.CP}} \Delta\lambda_{\phi} \approx [2\lambda_{\phi.CP}t\kappa_{H3} + 4b^2\lambda_{\phi.CP}t(1-\kappa_{H3})[1+b\lambda_{\phi.CP}t(1-\kappa_{H3})] - 2b^3\lambda_{\phi.CP}^2t(1-\kappa_{H3})^2] \Delta\lambda_{\phi} / [1+b\lambda_{\phi.CP}t(1-\kappa_{H3})]^2 \quad (53)$$

#### 4. Анализ надежности объекта в целом по его ССН

Как указывалось ранее, в ССН объекта могут входить простые и сложные блоки с различными видами резервирования, при этом блоки ССН работают в комплексном режиме. В таком случае формула расчета среднего значения интенсивности отказов объекта примет следующий вид:

$$\Lambda_{OB.CP}(t_{OB}) = \sum_{i=1}^{m_1} \Lambda_{Pi.CP} + \sum_{j=1}^{m_2} \Lambda_{C.H.j.CP}(t_{OB}) + \sum_{v=1}^{m_3} \Lambda_{C.HH.v.CP}(t_{OB}), \quad (54)$$

где  $\Lambda_{OB.CP}$  – среднее значение интенсивности отказов объекта;

$\Lambda_{Pi.CP}$  – среднее значение интенсивности отказов  $i$ -го простого блока ССН объекта, вычисляемое по формуле (19);

$\Lambda_{C.H.j.CP}$  – среднее значение интенсивности отказов  $j$ -го сложного блока ССН объекта с нагруженным резервом, вычисляемое по формуле (43);

$\Lambda_{C.HH.v.CP}$  – среднее значение интенсивности отказов  $v$ -го сложного блока ССН объекта с ненагруженным резервом, вычисляемое по формуле (50);

$m_1$  – количество простых блоков в ССН объекта;

$m_2$  – количество блоков с нагруженным резервом в ССН объекта;

$m_3$  – количество блоков с ненагруженным резервом в ССН объекта;

$$m_1 + m_2 + m_3 = m. \quad (55)$$

Отклонение интенсивности отказов объекта от своего среднего значения  $\Delta\Lambda_{OB}$  определяется по формуле

$$\Delta\Lambda_{OB} = \frac{\partial\Lambda_{OB.CP}(t_{OB})}{\partial\lambda_{\phi.CP}} = \sum_{i=1}^{m_1} \frac{\partial\Lambda_{Pi.CP}}{\partial\lambda_{\phi.i.CP}} \Delta\lambda_{\phi.i} + \sum_{i=1}^{m_2} \frac{\partial\Lambda_{C.H.i.CP}(t_{OB})}{\partial\lambda_{\phi.i.CP}} \Delta\lambda_{\phi.i} + \sum_{i=1}^{m_3} \frac{\partial\Lambda_{C.HH.i.CP}(t_{OB})}{\partial\lambda_{\phi.i.CP}} \Delta\lambda_{\phi.i}, \quad (56)$$

где  $\frac{\partial\Lambda_{Pi.CP}}{\partial\lambda_{\phi.i.CP}}$ ,  $\frac{\partial\Lambda_{C.H.i.CP}}{\partial\lambda_{\phi.i.CP}}$ ,  $\frac{\partial\Lambda_{C.HH.i.CP}}{\partial\lambda_{\phi.i.CP}}$  вычисляются по формулам (20), (46), (53) соответственно.

Граничные значения интервальной оценки интенсивности отказов объекта находятся по формулам

$$\Lambda_{OB.H} = \Lambda_{CP.OB} - \Delta\Lambda_{OB}; \quad (57)$$

$$\Lambda_{OB.B} = \Lambda_{CP.OB} + \Delta\Lambda_{OB}, \quad (58)$$

где  $\Lambda_{OB.H}$ ,  $\Lambda_{OB.B}$  – соответственно нижнее и верхнее значения интервала интенсивности отказов объекта.

Для обобщенной ССН формула расчета среднего значения вероятности безотказной работы объекта имеет следующий вид:

$$P_{OB.CP}(t) = \prod_{i=1}^{m_1} P_{Pi.CP}(t) \prod_{j=1}^{m_2} P_{C.H.j.CP}(t) \prod_{v=1}^{m_3} P_{C.HH.v.CP}(t), \quad (59)$$

где  $P_{OB.CP}(t)$  – среднее значение вероятности безотказной работы объекта за наработку  $t$  объекта;

$P_{П.і.СР}(t)$  – среднее значение вероятности безотказной работы  $i$ -го простого блока ССН за наработку  $t$  объекта, вычисляемую по формуле (18);

$P_{С.Н.ј.СР}(t)$  – среднее значение вероятности безотказной работы сложного  $j$ -го блока ССН с нагруженным резервом за наработку  $t$  объекта, вычисляемую по формуле (41);

$P_{С.НН.ν.СР}(t)$  – среднее значение вероятности безотказной работы сложного  $ν$ -го блока ССН с ненагруженным резервом за наработку  $t$  объекта, вычисляемую по формуле (48).

Отклонение вероятности безотказной работы объекта от своего среднего значения  $\Delta P_{ОБ}(t)$  определяется по формуле

$$\Delta P_{ОБ}(t) = \sum_{i=1}^{m_1} \frac{\partial P_{ОБ}(t)}{\partial P_{П.і}(t)} \Delta P_{П.і}(t) + \sum_{j=1}^{m_2} \frac{\partial P_{ОБ}(t)}{\partial P_{С.Н.ј}(t)} \Delta P_{С.Н.ј}(t) + \sum_{v=1}^{m_3} \frac{\partial P_{ОБ}(t)}{\partial P_{С.НН.ν}(t)} \Delta P_{С.НН.ν}(t). \quad (60)$$

Заметим, что

$$\frac{\partial P_{ОБ}(t)}{\partial P_i(t)} = \prod_{j=1, j \neq i}^m P_j(t) = \frac{P_{ОБ}(t)}{P_i(t)}. \quad (61)$$

После подстановки в (60) соответствующих значений из (61) и соответствующих значений из (21), (44) и (51) получим

$$\Delta P_{ОБ}(t) = P_{ОБ.СР}(t) \left( \sum_{i=1}^{m_1} \Delta_{П.і} + \sum_{j=1}^{m_2} \Delta_{С.Н.ј} + \sum_{v=1}^{m_3} \Delta_{С.НН.ν} \right). \quad (62)$$

Нижнее и верхнее граничные значения интервальной оценки вероятности безотказной работы объекта вычисляются соответственно по формулам

$$P_{ОБ.Н}(t) = P_{ОБ.СР}(t) - \Delta P_{ОБ}(t); \quad (63)$$

$$P_{ОБ.В}(t) = P_{ОБ.СР}(t) + \Delta P_{ОБ}(t). \quad (64)$$

## 5. Пример расчета ПН объекта с учетом погрешностей ПН элементов

Произведем расчет ПН объекта с ССН, приведенной на рис. 6, с учетом погрешностей ПН элементов объекта и отсутствия отказов при хранении в аппаратуре ( $b = 0$ ). ССН объекта состоит из двух простых блоков ССН 1 и ССН 3, двух сложных блоков ССН 2 с нагруженным резервом и ССН 4 с ненагруженным резервом.

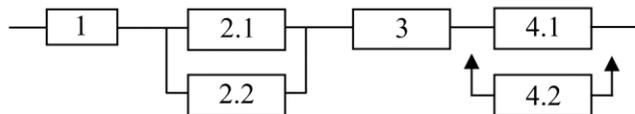


Рис. 6. Структурная схема надежности объекта

Исходными данными для расчета являются:

- количество блоков в ССН  $m = 4$ ;
- количество элементов в блоках ССН:  $n_1 = 3$ ,  $n_2 = 1$ ,  $n_3 = 4$ ,  $n_4 = 1$ ;
- интенсивности отказов элементов блоков ССН: нижние значения  $\lambda_{1,Н} = 1,0 \times 10^{-6}$  1/ч,  $\lambda_{2,Н} = 2,0 \times 10^{-6}$  1/ч,  $\lambda_{3,Н} = 2,5 \times 10^{-6}$  1/ч,  $\lambda_{4,Н} = 1,0 \times 10^{-6}$  1/ч; верхние значения  $\lambda_{1,В} = 1,2 \times 10^{-6}$  1/ч,  $\lambda_{2,В} = 2,5 \times 10^{-6}$  1/ч,  $\lambda_{3,В} = 3,1 \times 10^{-6}$  1/ч,  $\lambda_{4,В} = 1,3 \times 10^{-6}$  1/ч;
- коэффициенты интенсивности эксплуатации блоков ССН:  $\kappa_{ИЭ.1} = 0,70$ ,  $\kappa_{ИЭ.2} = 0,80$ ,  $\kappa_{ИЭ.3} = 0,60$ ,  $\kappa_{ИЭ.4} = 1,00$ ;
- наработка объекта  $t = 8760$  ч = 1 год.

Промежуточные и окончательные данные расчетов приведены в таблице.

Элементы ССН	$\Lambda_{CP}(t) \times 10^{-6}$ 1/ч	$\Delta\Lambda(t) \times 10^{-6}$ 1/ч	$P_{CP}(t)$	$\Delta(t)$
Блок 1	2,310	0,210	0,979 764	0,001 8396
Блок 2	1,210	0,112	0,999 888	0,000 0001
Блок 3	6,720	0,720	0,941 133	0,006 3100
Блок 4	0,575	1,223	0,997 764	0,028 1942
ССН в целом	10,805	1,617	0,921 991	0,028 1942

Результаты вычислений:  $\Lambda_H = 9,188 \times 10^{-6}$  1/ч,  $\Lambda_{CP} = 10,805 \times 10^{-6}$  1/ч,  $\Lambda_B = 12,422 \times 10^{-6}$  1/ч;  $P_H(t) = 0,895 996$ ,  $P_{CP}(t_{CAC}) = 0,921 9907$ ,  $P_B(t_{CAC}) = 0,947 9854$ .

### Заключение

Настоящая работа представляет собой методику расчета ПН объектов с учетом погрешностей ПН их составных частей, формирующих ПН объектов. При этом рассматриваются только невозстанавливаемые объекты, ПН которых обеспечиваются путем использования структурного резервирования с ограниченной кратностью. К числу таких объектов можно отнести бортовую аппаратуру малогабаритных космических аппаратов

Модель надежности объектов, рассмотренная в работе, учитывает погрешности ПН исходных данных, приводящих к погрешности ПН объекта, и работу блоков ССН в режимах непрерывного функционирования, хранения в составе аппаратуры и комбинированном (чередование двух предыдущих).

В работе впервые получены формулы расчета ПН блока ССН со структурным ненагруженным резервом с учетом отказов резервного ненагруженного звена. Применение методики продемонстрировано на примере.

### Список литературы

1. Кульбак, Л.И. Интервальная оценка расчетных показателей надежности объекта / Л.И. Кульбак // Информатика. – 2014. – № 1(41). – С. 25–45.
2. Калинин, В.И. Теория погрешностей / В.И. Калинин // Материалы лекционного курса «Вычислительная математика» [Электронный ресурс]. – 2016. – Режим доступа : [http://icm.muctr.ru/study/math/lecture\\_2.pdf](http://icm.muctr.ru/study/math/lecture_2.pdf). – Дата доступа : 06.07.2016.
3. Менеджмент риска. Структурная схема надежности и булевы методы : ГОСТ Р 51901.14–2007 (МЭК 61078:2006). – Введ. 27.12.07. – М. : Стандартинформ, 2008. – 28 с.
4. Кульбак, Л.И. Оценка надежности бортовой аппаратуры малых космических аппаратов в процессе их полета / Л.И. Кульбак, В.Б. Алюшкевич, С.А. Золотой // Информатика. – 2015. – № 4(48). – С.109–118.
5. Козлов, Б.А. Краткий справочник по расчету надежности радиоэлектронной аппаратуры / Б.А. Козлов, И.А. Ушаков. – М. : Сов. радио, 1966. – 472 с.

Поступила 27.07.2016

Объединенный институт проблем  
информатики НАН Беларуси,  
Минск, Сурганова, 6  
e-mail: lkulbak@yandex.ru

**L.I. Kulbak**

**RELIABILITY PARAMETERS CALCULATION OF NON-RESTORABLE  
OBJECTS WITH REGARD TO ERRORS IN THE INITIAL DATA**

The technique of reliability parameters calculation of non-restorable objects with regard to errors in the initial data is proposed. The objects, the reliability of which is ensured by structural redundancy with limited multiplicity, are considered. Such objects include an on-board equipment of small spacecrafts.