

УДК 517.958:537.876.23:621.3

В.Т. Ерофеев¹, В.Ф. Бондаренко²

ВЫЧИСЛЕНИЕ ЭФФЕКТИВНЫХ ЭЛЕКТРОДИНАМИЧЕСКИХ ПАРАМЕТРОВ КОМПОЗИТА С ЧАСТИЦАМИ ИЗ СПЕЦИАЛЬНЫХ МАТЕРИАЛОВ

Рассматривается аналитический алгоритм вычисления эффективных материальных параметров матричного композита, состоящего из магнитодиэлектрической матрицы и случайно распределенной системы сферических частиц. Исследуются эффективные параметры композитов с частицами из материалов различных типов: биизотропных, проводящих, наноразмерных, с запаздыванием по времени и релаксацией среды. Представлен графический материал расчетов.

Введение

В настоящее время одним из приоритетных направлений научных исследований является изучение электродинамических свойств и построение математических моделей композитов [1–5]. Композитные материалы представляют собой структурно неоднородную среду с большим числом частиц, случайно распределенных в однородной среде, называемой матрицей. Структурные элементы композита различаются геометрией, химическим составом и линейными размерами по отношению к длине электромагнитной волны, воздействующей на композит. К композитам относятся метаматериалы, киральные среды, квадрупольные материалы, наноструктуры и др. Один из основных методов моделирования композитов, упрощающих численное исследование, сводится к эквивалентной замене структурно неоднородных материалов однородными средами. В литературе описан ряд подходов к определению эффективных параметров композитов, которые ориентированы на учет геометрических особенностей структурных неоднородностей и степень их взаимного влияния. При этом используются различные принципы моделирования.

Настоящая работа посвящена исследованию матричных композитов, содержащих сферические частицы из материалов различных типов. Разработан алгоритм для вычисления эффективных параметров композитов, который основывается на методе, описанном в [6, 7]. В основе метода лежит принцип однократного рассеяния электромагнитного поля между частицами композита с длиной волны, значительно превосходящей размеры частиц. В статье представлены графики эффективных параметров в зависимости от концентрации частиц в композите и частоты поля, воздействующего на композит.

1. Структура композитов

В матрице, заполненной средой с диэлектрической и магнитной проницаемостями $\epsilon_M = \epsilon_M^r \epsilon_0$, $\mu_M = \mu_M^r \mu_0$, случайным образом размещено большое число биизотропных сферических частиц радиуса R , характеризующихся параметрами $\epsilon = \epsilon_r \epsilon_0$, $\mu = \mu_r \mu_0$, $G = G_r/c$, $Z = Z_r/c$, где c – скорость света. Для описания структуры композита введем обозначения: ν – концентрация частиц (число частиц в единице объема матрицы), $\tau = \nu V_R$ – объемный коэффициент заполнения матрицы, D_s – область внутри частицы с номером s , D_0 – область между частицами; \vec{E}, \vec{H} – электромагнитное поле в области D_0 ; \vec{E}_s, \vec{H}_s – поле в частице D_s .

Поля в композите с биизотропными частицами подчиняются уравнениям [7]

$$\begin{aligned} \operatorname{rot} \vec{E} &= i\omega \mu_M \vec{H}, \quad \operatorname{rot} \vec{H} = -i\omega \epsilon_M \vec{E} \quad \text{в } D_0, \\ \operatorname{rot} \vec{E}_s &= i\omega (\mu \vec{H}_s + Z \vec{E}_s), \quad \operatorname{rot} \vec{H}_s = -i\omega (\epsilon \vec{E}_s + G \vec{H}_s) \quad \text{в } D_s, \end{aligned} \quad (1)$$

где ω – круговая частота поля с длиной волны, значительно большей диаметра частицы. Неоднородный композит из матрицы с частицами заменим на эквивалентную биизотропную однородную среду с эффективными параметрами $\varepsilon_{эф} = \varepsilon_3 \varepsilon_0$, $\mu_{эф} = \mu_3 \mu_0$, $G_{эф} = G_3/c$, $Z_{эф} = Z_3/c$. Поле в эффективной среде удовлетворяет уравнениям [7]

$$\operatorname{rot} \vec{E} = i\omega(\mu_{эф} \vec{H} + Z_{эф} \vec{E}), \quad \operatorname{rot} \vec{H} = -i\omega(\varepsilon_{эф} \vec{E} + G_{эф} \vec{H}) \quad \text{в } R^3. \quad (2)$$

Таким образом, неоднородный композит, описываемый уравнениями (1), заменяется на эквивалентный однородный биизотропный композит, который соответствует уравнениям (2). Рассмотрим следующие уравнения как частные случаи уравнений (1).

Для проводящих частиц имеем уравнения

$$\operatorname{rot} \mathbf{E} = -\mu \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t}, \quad \operatorname{rot} \mathbf{H} = \varepsilon_0 \varepsilon' \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} + \gamma \mathbf{E},$$

тогда монохроматические поля с временной зависимостью $\exp(-i\omega t)$ описываются уравнениями для комплексных амплитуд

$$\operatorname{rot} \vec{E} = i\omega \mu \vec{H}, \quad \operatorname{rot} \vec{H} = -i\omega \varepsilon_{II}(\omega) \vec{E} \quad \text{в } D_S,$$

где

$$\varepsilon_{II}(\omega) = \varepsilon_0 \varepsilon_r(\omega) = \varepsilon_0 \left(\varepsilon' + i \frac{\gamma}{\varepsilon_0 \omega} \right); \quad (3)$$

γ – удельная электрическая проводимость.

Электродинамику частиц с запаздыванием электрической и магнитной поляризации опишем с помощью уравнений [8, с. 22]

$$\operatorname{rot} \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t}, \quad \operatorname{rot} \mathbf{H} = \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}, \quad (4)$$

$$\mathbf{D} = \varepsilon_0(\mathbf{E}(t) + \kappa \mathbf{E}(t - t_e)), \quad \mathbf{B} = \mu_0(\mathbf{H}(t) + \chi \mathbf{H}(t - t_m)),$$

где t_e, t_m – времена запаздывания; κ – диэлектрическая восприимчивость среды, χ – магнитная восприимчивость среды.

Из уравнений (4) следует, что монохроматические поля в частицах подчиняются уравнениям

$$\operatorname{rot} \vec{E} = i\omega \mu_3 \vec{H}, \quad \operatorname{rot} \vec{H} = -i\omega \varepsilon_3(\omega) \vec{E} \quad \text{в } D_S,$$

где

$$\varepsilon_3 = \varepsilon_0 \varepsilon_r(\omega) = \varepsilon_0 (1 + \kappa e^{i\omega t_e}), \quad (5)$$

$$\mu_3 = \mu_0 \mu_r(\omega) = \mu_0 (1 + \chi e^{i\omega t_m}).$$

Электродинамику частиц, состоящих из сред с релаксацией, определим уравнениями индукций [8, с. 78]

$$\mathbf{D} = \varepsilon_0 \left(\mathbf{E} + \kappa \int_0^\infty f(\eta) \mathbf{E}(t - \eta) d\eta \right), \quad \mathbf{B} = \mu_0 \left(\mathbf{H} + \chi \int_0^\infty g(\eta) \mathbf{H}(t - \eta) d\eta \right), \quad (6)$$

где $f(\eta) = \frac{1}{\tau_e} \exp\left(-\frac{\eta}{\tau_e}\right)$, $g(\eta) = \frac{1}{\tau_m} \exp\left(-\frac{\eta}{\tau_m}\right)$, τ_e – время электрической релаксации, τ_m – время магнитной релаксации.

Для монохроматических полей в частицах с релаксацией из (6) получим уравнения

$$\operatorname{rot} \vec{E} = i\omega\mu_R(\omega)\vec{H}, \quad \operatorname{rot} \vec{H} = -i\omega\varepsilon_R(\omega)\vec{E} \quad \text{в } D_S,$$

где

$$\varepsilon_R(\omega) = \varepsilon_0\varepsilon_r(\omega) = \varepsilon_0\left(1 + \frac{\kappa}{1 - i\tau_e\omega}\right), \quad \mu_R(\omega) = \mu_0\mu_r(\omega) = \mu_0\left(1 + \frac{\chi}{1 - i\tau_m\omega}\right). \quad (7)$$

По аналогии могут быть рассмотрены частицы из сред других типов. В частности, в работе [7] производился расчет композитов с частицами из биизотропных фокусирующих материалов.

2. Алгоритм расчета эффективных материальных параметров композита

Алгоритм вычисления эффективных параметров опишем следующими процедурами:

1. Ввод исходных данных:

f – частота;

R – радиус шара;

τ – коэффициент заполнения, $0 < \tau < 0,5$;

ε_r – относительная диэлектрическая проницаемость (комплексная);

μ_r – относительная магнитная проницаемость (комплексная);

G_r, Z_r – параметры киральности (комплексные);

ε_M^r – относительная диэлектрическая проницаемость матрицы (комплексная);

μ_M^r – относительная магнитная проницаемость матрицы (комплексная);

$\varepsilon_0 = 8,854 \cdot 10^{-12}$, $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$.

2. Вычисление вспомогательных величин:

$\omega = 2\pi f$ – круговая частота,

$$\kappa_0 = \frac{\omega}{c}, \quad Z_0 = \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}},$$

$$V_R = \frac{4\pi}{3} R^3 \text{ – объем шара,}$$

$$\bar{\kappa}_M = \sqrt{\varepsilon_M^r \mu_M^r}, \quad 0 \leq \arg \bar{\kappa}_M < \pi, \quad \kappa_M = \kappa_0 \bar{\kappa}_M, \quad h_M = \frac{\bar{\kappa}_M}{iZ_0 \mu_M^r}, \quad v = \frac{\tau}{V_R}, \quad \bar{\tau} = 1 - \tau,$$

$$a = i(G_r - Z_r), \quad g = \varepsilon_r \mu_r - Z_r G_r, \quad f_0 = \sqrt{\varepsilon_r \mu_r - \frac{1}{4}(G_r + Z_r)^2}, \quad 0 \leq \arg f_0 < \pi,$$

$$f_j = (-1)^j f_0, \quad j = 1, 2, \quad g_j = f_j - \frac{1}{2}a, \quad \bar{\kappa}_j = \sqrt{g + \frac{1}{2}a^2 + af_j}, \quad 0 \leq \arg \bar{\kappa}_j < \pi,$$

$$\kappa_j = \kappa_0 \bar{\kappa}_j, \quad \xi_j = \kappa_j R, \quad \xi_M = \kappa_M R, \quad q_j = \frac{g}{\bar{\kappa}_j g_j},$$

$$\bar{p}_j = -\frac{\mu_M^r}{\bar{\kappa}_M \mu_r} \left(\frac{g}{g_j} + iZ_r \right), \quad p_j = \frac{1}{\mu_r} \left(i \frac{g}{g_j} - Z_r \right),$$

$$F_0 = \frac{V_R}{\xi_M} + \frac{4\pi i}{3\kappa_M^3 h_1^{(1)}(\xi_M)}, \quad p_0 = i \frac{2}{3} \xi_M^2 (\bar{\tau} + 3\nu F_0 j_1(\xi_M)),$$

$$F_j = \frac{V_R}{\xi_j} j_1(\xi_j), \quad F_j^{(1)} = F_j \varepsilon_0 (\varepsilon_r + p_j G_r), \quad F_j^{(2)} = \frac{i}{c} F_j \frac{g}{g_j}, \quad j=1, 2,$$

$$j_1(x) = \frac{\sin x}{x^2} - \frac{\cos x}{x}, \quad h_1^{(1)}(x) = -\left(\frac{1}{x} + \frac{i}{x^2} \right) e^{ix},$$

$$g_1^{(1)}(x) = \frac{1}{x} \left(\frac{i}{x^2} + \frac{1}{x} - i \right) e^{ix}, \quad g_1(x) = \frac{1}{x} \left(\frac{\cos x}{x} + \left(1 - \frac{1}{x^2} \right) \sin x \right).$$

3. Вычисление матрицы:

$$\hat{N} = \begin{pmatrix} n_{11} & n_{12} \\ n_{21} & n_{22} \end{pmatrix}, \quad \hat{M} = \begin{pmatrix} m_{11} & m_{12} \\ m_{21} & m_{22} \end{pmatrix},$$

$$n_{11} = \varepsilon_0 \varepsilon_M^r (p_0 p_{21} + 2\nu F_0 q_{21}) + 2\nu F_1^{(1)}, \quad n_{12} = \varepsilon_0 \varepsilon_M^r (p_0 p_{22} + 2\nu F_0 q_{22}) + 2\nu F_2^{(1)},$$

$$n_{21} = \mu_0 \mu_M^r h_M (p_0 p_{11} + 2\nu F_0 q_{11}) + 2\nu F_1^{(2)}, \quad n_{22} = \mu_0 \mu_M^r h_M (p_0 p_{12} + 2\nu F_0 q_{12}) + 2\nu F_2^{(2)};$$

$$m_{11} = h_M (p_0 p_{12} + 2\nu F_0 q_{12}) + 2\nu \frac{p_2}{Z_0} F_2, \quad m_{12} = -(p_0 p_{22} + 2\nu F_0 q_{22} + 2\nu F_2),$$

$$m_{21} = -h_M (p_0 p_{11} + 2\nu F_0 q_{11}) - 2\nu \frac{p_1}{Z_0} F_1, \quad m_{22} = p_0 p_{21} + 2\nu F_0 q_{21} + 2\nu F_1;$$

$$d = m_{11} m_{22} - m_{12} m_{21}, \quad q_{11} = q_1 j_1(\xi_1), \quad q_{12} = q_2 j_1(\xi_2), \quad q_{21} = \bar{p}_1 q_1 j_1(\xi_1), \quad q_{22} = \bar{p}_2 q_2 j_1(\xi_2),$$

$$p_{11} = \bar{p}_1 g_1(\xi_1) h_1^{(1)}(\xi_M) + q_1 j_1(\xi_1) g_1^{(1)}(\xi_M), \quad p_{12} = \bar{p}_2 g_1(\xi_2) h_1^{(1)}(\xi_M) + q_2 j_1(\xi_2) g_1^{(1)}(\xi_M),$$

$$p_{21} = g_1(\xi_1) h_1^{(1)}(\xi_M) + \bar{p}_1 q_1 j_1(\xi_1) g_1^{(1)}(\xi_M), \quad p_{22} = g_1(\xi_2) h_1^{(1)}(\xi_M) + \bar{p}_2 q_2 j_1(\xi_2) g_1^{(1)}(\xi_M);$$

$$\hat{C} = \frac{1}{d} \hat{N} \hat{M} = \begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} \\ c_{21} & c_{22} \end{pmatrix}.$$

4. Вычисление эффективных параметров композита:

$$\varepsilon_g = c_{11}/\varepsilon_0, \quad \mu_g = c_{22}/\mu_0, \quad G_g = cc_{12}, \quad Z_g = cc_{21}. \quad (8)$$

3. Вычислительный эксперимент

Используя разработанный алгоритм, построим графики эффективных параметров (8) для ряда композитов: для биизотропных материалов (рис. 1–3) и для обычных сред $G = 0$, $Z = 0$ (рис. 4–6).

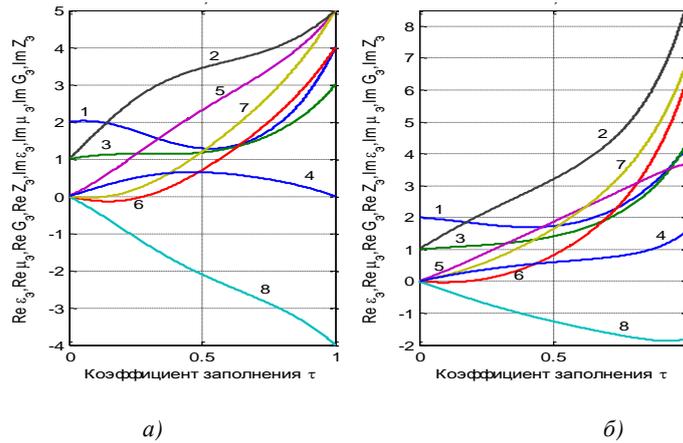


Рис. 1. Эффективные параметры композита с биизотропными частицами для высоких частот:

а) $f = 10$ МГц; б) $f = 4$ ТГц

1 – $\text{Re} \epsilon_3$, 2 – $\text{Im} \epsilon_3$, 3 – $\text{Re} \mu_3$, 4 – $\text{Im} \mu_3$, 5 – $\text{Re} G_3$, 6 – $\text{Im} G_3$, 7 – $\text{Re} Z_3$, 8 – $\text{Im} Z_3$,

$$R = 4 \cdot 10^{-6}, \quad \epsilon_r = 4 + 5i, \quad \mu_r = 3, \quad G_r = 5 + 4i, \quad Z_r = 5 - 4i, \quad \epsilon'_M = 2 + i, \quad \mu'_M = 1$$

На рис. 1 представлены параметры композита из киральных частиц, характеризуемых комплексно сопряженными параметрами биизотропности $G_r = \nu + i\kappa$, $Z_r = \nu - i\kappa$, где ν – параметр Теллегена, κ – параметр киральности ($\nu = 5$, $\kappa = 4$). Сравнение графиков показывает, что эффективные параметры биизотропности G, Z в композите не являются комплексно сопряженными. Это, по всей видимости, связано с тем, что параметры матрицы имеют разные фазы. На рисунках представлены графики с аргументом в пределах $0 < \tau < 1$. Модель же разработана для значений $0 < \tau < 0,524$. При $\tau = 0,524$ частицы композита соприкасаются. Для параметров $0,524 < \tau < 1$ предполагается, что между крупными частицами радиуса R располагаются частицы меньших радиусов, но в модели это не учтено. Из рис. 1, а следует, что при $\tau = 1$ эффективные параметры принимают значения материальных параметров частицы. Это согласуется с фактом, что при $\tau = 1$ композит полностью состоит из материала частицы. При высоких частотах (рис. 1, б) такое не наблюдается. Значит, при низких частотах алгоритм достаточно точно моделирует эффективные параметры композита. Для высоких частот $f > 4 \cdot \text{ТГц}$ имеем $\frac{R}{\lambda} > 5,3 \cdot 10^{-2}$, т. е. нарушается условие модели $\frac{R}{\lambda} < \frac{1}{30}$ [6].

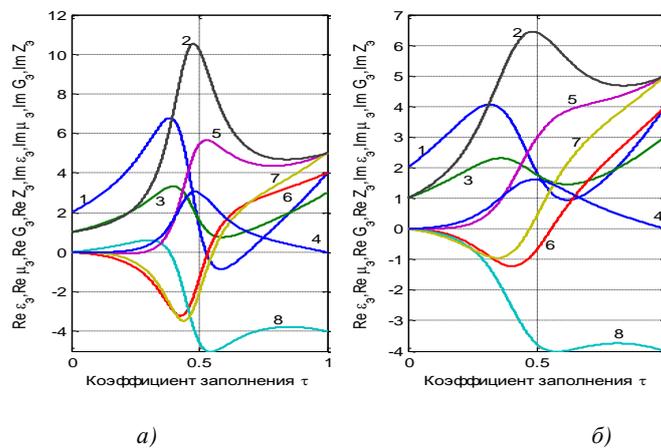


Рис. 2. Эффективные параметры композита с биизотропными частицами для низких частот:

а) $f = 10$ ГГц; б) $f = 1$ кГц

1 – $\text{Re} \epsilon_3$, 2 – $\text{Im} \epsilon_3$, 3 – $\text{Re} \mu_3$, 4 – $\text{Im} \mu_3$, 5 – $\text{Re} G_3$, 6 – $\text{Im} G_3$, 7 – $\text{Re} Z_3$, 8 – $\text{Im} Z_3$,

$$R = 4 \cdot 10^{-6}, \quad \epsilon_r = 4 + 5i, \quad \mu_r = 3, \quad G_r = 5 + 4i, \quad Z_r = 5 - 4i, \quad \epsilon'_M = 2 + i, \quad \mu'_M = 1$$

На рис. 2 представлены эффективные параметры композита, аналогичные параметрам рис. 1, но при низких частотах ($f = 10$ Гц, $f = 1$ кГц). Показано, что при плотной упаковке композита частицами ($\tau \rightarrow 0,5$) зависимость эффективных параметров от величины τ сильно изменяется: на кривых появляются экстремумы, тогда как на рис. 1 параметры изменяются монотонно.

На рис. 3 исследуется композит с материальными параметрами, аналогичными параметрам рис. 1, но рассматриваются частицы меньших размеров (наноразмерные). В этом случае отношение радиуса частиц и длины волны поля $\frac{R}{\lambda} \approx 5,3 \cdot 10^{-4}$. Надо отметить, что графики эффективных параметров при $\tau = 1$ согласуются с физическими значениями, когда композит полностью заполнен материалом частиц.

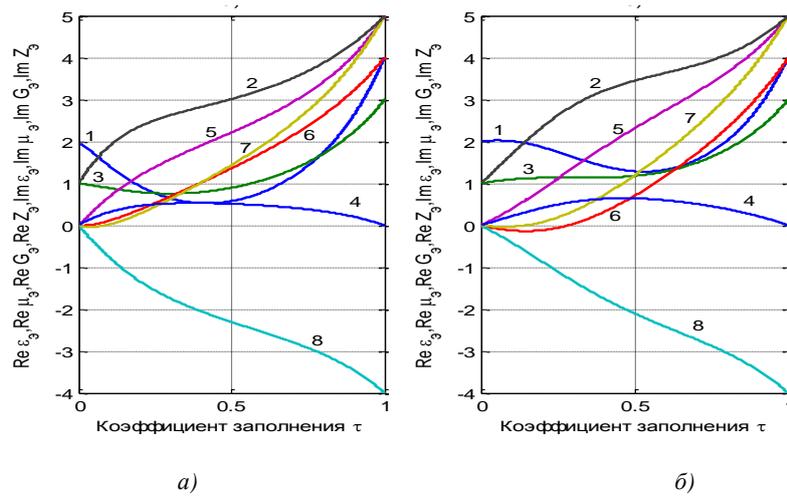


Рис. 3. Эффективные параметры композита с биизотропными наночастицами:

а) $f = 10$ МГц; б) $f = 4$ ТГц

1 – $\text{Re} \varepsilon_3$, 2 – $\text{Im} \varepsilon_3$, 3 – $\text{Re} \mu_3$, 4 – $\text{Im} \mu_3$, 5 – $\text{Re} G_3$, 6 – $\text{Im} G_3$, 7 – $\text{Re} Z_3$, 8 – $\text{Im} Z_3$,

$$R = 4 \cdot 10^{-8}, \quad \varepsilon_r = 4 + 5i, \quad \mu_r = 3, \quad G_r = 5 + 4i, \quad Z_r = 5 - 4i, \quad \varepsilon'_M = 2 + i, \quad \mu'_M = 1$$

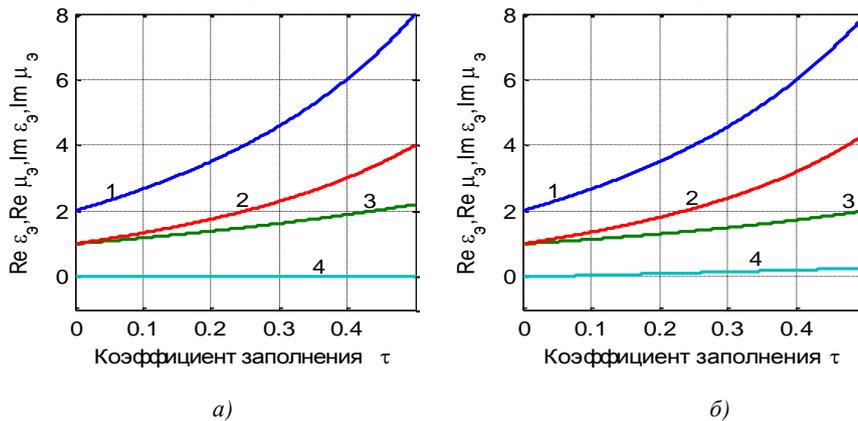


Рис. 4. Эффективные параметры композита с проводящими частицами:

а) $f = 1$ кГц; б) $f = 1$ ТГц

$$1 - \text{Re} \varepsilon_3, \quad 2 - \text{Im} \varepsilon_3, \quad 3 - \text{Re} \mu_3, \quad 4 - \text{Im} \mu_3, \quad R = 4 \cdot 10^{-6}, \quad \gamma = 3 \cdot 10^4,$$

$$\mu_r = 5, \quad G_r = 0, \quad Z_r = 0, \quad \varepsilon'_M = 2 + i, \quad \mu'_M = 1$$

Из рис. 4 следует, что композит из частиц с удельной электрической проводимостью $\gamma = 3 \times 10^4 \frac{\text{СМ}}{\text{М}}$ и $\varepsilon' = 1$ (3) при низкой частоте $f = 1$ кГц обладает слабой эффективной проводи-

мостью $\gamma_s = \omega \epsilon_0 \text{Im}(\epsilon_s) \approx 2,2 \times 10^{-7} \frac{\text{См}}{\text{м}}$ Это связано с тем, что в модели не учитывается контакт частиц. При увеличении частоты эффективная проводимость пропорционально повышается: $\gamma_s \approx 2,2 \cdot 10^2$ при частоте $f = 1$ ТГц. Заметим, что увеличение проводимости γ до 10^7 практически не сказывается на динамике изменения рассчитанных параметров от частоты.

На рис. 5 показаны графики зависимости эффективных параметров композита в диапазоне частот, для которых период колебаний поля согласуется с временами запаздывания. Для расчетов используются формулы (5). При частоте $f_0 = 5 \cdot 10^8$, расположенной в середине диапазона, период $T = 2 \cdot 10^{-9}$. Следует $t_e = T/2$, $t_m = 0,05 T$. В окрестности указанной частоты мнимая и действительная части эффективной диэлектрической проницаемости принимают отрицательные значения, т. е. на данной частоте композит является метаматериалом.

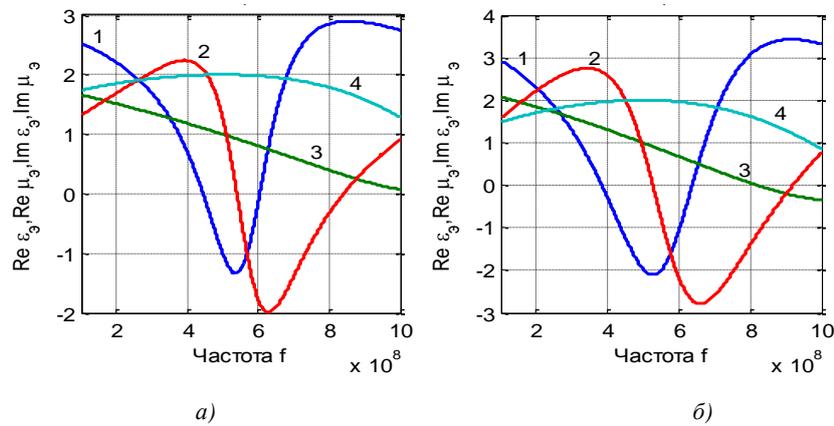


Рис. 5. Эффективные параметры композита из частиц с запаздыванием:
а) $\tau = 0,3$; б) $\tau = 0,5$

$$1 - \text{Re} \epsilon_s, 2 - \text{Im} \epsilon_s, 3 - \text{Re} \mu_s, 4 - \text{Im} \mu_s$$

$$R = 4 \cdot 10^{-6}, t_e = 10^{-9}, t_m = 5 \cdot 10^{-10}, \kappa = 4, \chi = 2, G_r = 0, Z_r = 0, \epsilon_M^r = 2 + i, \mu_M^r = 1 + 2i$$

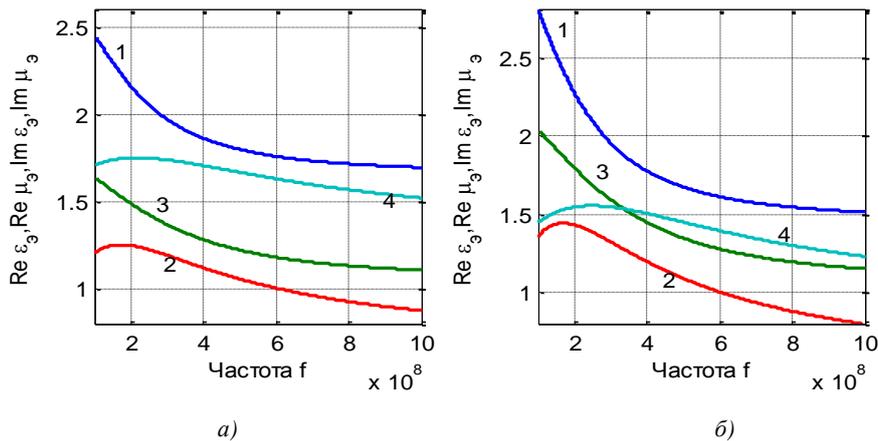


Рис. 6. Эффективные параметры композита из частиц с релаксацией:
а) $\tau = 0,3$; б) $\tau = 0,5$

$$1 - \text{Re} \epsilon_s, 2 - \text{Im} \epsilon_s, 3 - \text{Re} \mu_s, 4 - \text{Im} \mu_s$$

$$R = 4 \cdot 10^{-6}, t_e = 10^{-9}, t_m = 5 \cdot 10^{-10}, \kappa = 4, \chi = 2, G_r = 0, Z_r = 0, \epsilon_M^r = 2 + i, \mu_M^r = 1 + 2i$$

Для построения графиков на рис. 6 использовались формулы (7). Получены пологие графики, в то время как в композите с запаздыванием (см. рис. 5) происходят существенные изменения параметров в зависимости от частоты поля.

Заключение

В широком диапазоне частот численно исследуется алгоритм определения эффективных материальных параметров матричного композита из магнетодиелектрической матрицы и сферических частиц в случае, когда частицы заполняют композит вплоть до соприкосновения частиц. При этом учитывается одно переотражение электромагнитного поля между частицами. Рассмотрен также вариант аналитического продолжения алгоритма на случай $(0,5 < \tau \leq 1)$, когда материал частиц полностью заполняет матрицу. Важно, что этот вариант при низких частотах согласуется с физическими значениями материальных параметров.

Алгоритм применен к исследованию композитов с частицами из различных материалов, перечень которых может быть значительно расширен.

Работа выполнена по заданию ГПНИ «Информатика и космос».

Список литературы

1. Виноградов, А.П. Электродинамика композитных материалов / А.П. Виноградов. – М. : Эдиториал УРСС, 2001. – 206 с.
2. Виноградов, А.П. К вопросу об эффективных параметрах метаматериалов / А.П. Виноградов, А.В. Дорофеев, С. Зухди // Успехи физических наук. – 2008. – Т. 178, № 5. – С. 514–518.
3. Памятных, Е.А. Основы электродинамики материальных сред в переменных и неоднородных полях / Е.А. Памятных, Е.А. Туров. – М. : Наука. Физматлит, 2000. – 240 с.
4. Витязь, П.А. Основы нанотехнологий и наноматериалов / П.А. Витязь, Н.А. Свидунович. – Минск : Вышэйшая школа, 2010. – 304 с.
5. Исимару, А. Распространение и рассеяние волн в случайно неоднородных средах. Т. 1. Однократное рассеяние / А. Исимару. – М. : Мир, 1981. – 280 с.
6. Ерофеев, В.Т. Электродинамическая модель расчета эффективных параметров композитов из сферических биизотропных частиц / В.Т. Ерофеев // Информатика. – 2014. – № 1. – С. 45 – 58.
7. Ерофеев, В.Т. Экранирование электромагнитных полей экранами из матричных композитов, содержащих биизотропные частицы / В.Т. Ерофеев, В.Ф. Бондаренко // Информатика. – 2014. – № 3. – С. 28–43.
8. Ерофеев, В.Т. Аналитическое моделирование в электродинамике / В.Т. Ерофеев, И.С. Козловская. – М. : КД «Либроком», 2014. – 304 с.

Поступила 19.04.2015

¹ Учреждение БГУ «НИИ прикладных проблем математики и информатики»,
Минск, пр. Независимости, 4
e-mail: bsu_erofeenko@tut.by

² Высший государственный колледж связи,
Минск, ул. Ф. Скорины, 8, корп. 2
e-mail: valbandarenka@yandex.ru

V.T. Erofeenko, V.F. Bondarenko

CALCULATION OF EFFECTIVE ELECTRODYNAMICAL PARAMETERS FOR COMPOSITES WITH PARTICLES FROM SPECIAL MEDIUMS

A analytical algorithm for calculation of the effective material parameters of matrix composites consisting of the magnetodielectric matrix and a randomly distributed system of spherical particles is considered. The effective parameters of composites of different types materials such as biisotropic, conducting, nanodimensional, with lag time and relaxation factor of medium are investigated. Graphical material of computational experiments is presented.