

ОБРАБОТКА СИГНАЛОВ, ИЗОБРАЖЕНИЙ И РЕЧИ

УДК 004.942

В.М. Артемьев, А.О. Наумов, Л.Л. Кохан

ОПТИМАЛЬНАЯ ЛИНЕЙНАЯ СОВМЕЩЕННАЯ ФИЛЬТРАЦИЯ
СЛУЧАЙНЫХ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЕЙ НА ОСНОВЕ РЕКУРРЕНТНОГО
МЕТОДА НАИМЕНЬШИХ КВАДРАТОВ

Решается задача синтеза линейного совмещенного (комплексного) фильтра по критерию минимума текущих потерь на основе рекуррентного метода наименьших квадратов. При таком подходе не требуется знаний априорных статистических характеристик воздействий, что является преимуществом по сравнению с фильтром Калмана. Дается сравнительная оценка точности этих фильтров по величинам дисперсий ошибок фильтрации.

Введение

Одним из способов повышения точности измерений является совмещение результатов измерений одних и тех же параметров от совокупности датчиков, которые могут быть построены на различных физических принципах. Как правило, измерения осуществляются в условиях помех, что приводит к необходимости фильтрации результатов. Такая процедура носит название комплексной фильтрации. Для получения наиболее точных данных целесообразно решать задачу оптимальной комплексной фильтрации, важную для ряда технических систем, например навигации [1], управления подвижными объектами [2] и др. Комплексование может осуществляться посредством двух схем обработки: централизованной и децентрализованной. В первом случае производится объединение измеренных данных, а затем осуществляется их фильтрация, во втором первоначально осуществляется фильтрация каждой из составляющих измерений, а затем результаты объединяются. Любая из этих схем имеет свои преимущества и недостатки [3]. Решению задач комплексования посвящен ряд публикаций. Одной из первых считается монография [4], в которой решены задачи комплексования в системах управления летательными аппаратами. В ней используются спектральные методы анализа и синтеза линейных фильтров, пригодные для комплексования стационарных случайных процессов, и они требуют априорного знания спектральных характеристик воздействий. В дальнейшем были разработаны методы, основанные на использовании марковской теории оценивания [5], обладающие большей общностью, которые позволяют решать стационарные и нестационарные, линейные и нелинейные задачи комплексования. В то же время для своей реализации они также требуют знания априорных статистических характеристик воздействий, что в ряде случаев недоступно исследователю. Поэтому сохраняется необходимость разработки методов синтеза комплексных фильтров в условиях априорной статистической неопределенности характеристик воздействий.

Одним из подходов к решению данной задачи может быть использование рекуррентного метода наименьших квадратов (РМНК) [3], требующего эмпирических представлений об отношениях сигнала к шумам в каналах измерений. В настоящей работе предлагается методика синтеза структуры и параметров комплексного фильтра на основе РМНК для воздействий в виде случайных последовательностей при их неизвестных статистических характеристиках.

Предположим, что имеются N датчиков, измеряющих один и тот же параметр x_k в дискретные моменты времени $k=0, 1, 2, \dots$. Скорость его изменения определяется величиной первой разности $\vartheta_{1k} = x_k - x_{k-1}$, ускорение – величиной второй разности $\vartheta_{2k} = \vartheta_{1k} - \vartheta_{1k-1}$, третья разность задается выражением $\vartheta_{3k} = \vartheta_{2k} - \vartheta_{2k-1}$. Совокупность входных сигналов датчиков можно представить в виде вектора $x_k \cdot \mathbf{1}$, где $\mathbf{1} = [1, 1, \dots, 1]^T$ есть единичный вектор раз-

мерности N . Характеристики совокупности линейных безынерционных датчиков и связи между ними задаются матрицей \mathbf{H} размерности $N \times N$, элементы которой обозначаются символом h_{ij} ($i = \overline{1, N}, j = \overline{1, N}$). Диагональные элементы матрицы $h_{ii} = h_i$ являются коэффициентами чувствительности датчиков, а остальные определяют связи между ними. Ошибки измерений полагаются аддитивным вектором шумов $\mathbf{v}_k = [v_{1k}, v_{2k}, \dots, v_{Nk}]^T$, в результате чего вектор измерений $\mathbf{z}_k = [z_{1k}, z_{2k}, \dots, z_{Nk}]^T$ имеет вид

$$\mathbf{z}_k = x_k \cdot \mathbf{H} \cdot \mathbf{1} + \mathbf{v}_k. \quad (1)$$

Результаты измерений обрабатываются комплексным фильтром, выходом которого будет оценка \hat{x}_k значений входной последовательности. Рассмотрим методику нахождения уравнений оптимального комплексного фильтра наименьших квадратов (ФНК) на основе РМНК.

1. Уравнение оптимального комплексного фильтра

Синтез линейного ФНК основан на введении критерия оптимальности в виде квадратичного функционала текущих потерь и его минимизации. В состав функционала входят квадратичная невязка решения $(\mathbf{z}_k - \hat{x}_k \mathbf{H} \cdot \mathbf{1})^T (\mathbf{z}_k - \hat{x}_k \mathbf{H} \cdot \mathbf{1})$ и сглаживающая часть, содержащая квадратичные составляющие оценки и ее разностей, которые обеспечивают единственность, стабильность и сглаживание решения. Число учитываемых разностей определяет порядок фильтра. Вариант функционала для синтеза фильтра первого порядка имеет следующий вид:

$$\begin{aligned} Q_k(\hat{x}_k) &= (1 - \alpha)(\mathbf{z}_k - \hat{x}_k \mathbf{H} \cdot \mathbf{1})^T (\mathbf{z}_k - \hat{x}_k \mathbf{H} \cdot \mathbf{1}) + \alpha [\hat{x}_k^2 + \hat{\mathfrak{G}}_{1k}^2]; \\ \hat{\mathfrak{G}}_{1k} &= \hat{x}_k - \hat{x}_{k-1}; \quad 0 \leq \alpha \leq 1. \end{aligned} \quad (2)$$

Коэффициент регуляризации α задает степень сглаживания и имеет эмпирический характер [6]. Для нахождения уравнения оптимальных оценок \hat{x}_k можно использовать необходимое условие оптимальности $\frac{\partial Q_k(\hat{x}_k)}{\partial \hat{x}_k} = 0$. Дифференцируя выражение (2) по скаляру \hat{x}_k , получаем соотношение

$$\frac{\partial Q_k(\hat{x}_k)}{\partial \hat{x}_k} = (1 - \alpha)(2 \cdot \hat{x}_k \mathbf{1}^T \mathbf{H}^T \mathbf{H} \cdot \mathbf{1} - 2 \cdot \mathbf{1}^T \mathbf{H}^T \mathbf{z}_k) + 2\alpha(2\hat{x}_k - \hat{x}_{k-1}) = 0.$$

Его решение приводит к равенству

$$\hat{x}_k = \frac{\alpha + (1 - \alpha) \mathbf{1}^T \mathbf{H}^T \mathbf{H} \cdot \mathbf{1}}{2\alpha + (1 - \alpha) \mathbf{1}^T \mathbf{H}^T \mathbf{H} \cdot \mathbf{1}} \hat{x}_{k-1} + \frac{(1 - \alpha) \mathbf{1}^T \mathbf{H}^T \mathbf{H} \cdot \mathbf{1}}{2\alpha + (1 - \alpha) \mathbf{1}^T \mathbf{H}^T \mathbf{H} \cdot \mathbf{1}} \left(\frac{\mathbf{1}^T \mathbf{H}^T}{\mathbf{1}^T \mathbf{H}^T \mathbf{H} \cdot \mathbf{1}} \mathbf{z}_k - \hat{x}_{k-1} \right). \quad (3)$$

Скалярная величина $\mathbf{1}^T \mathbf{H}^T \mathbf{H} \cdot \mathbf{1} = h_0^2$ выражается через параметры матрицы \mathbf{H} следующим образом:

$$h_0^2 = \sum_{i=1}^N \left(\sum_{j=1}^N h_{ij} \right)^2. \quad (4)$$

Посредством этой скалярной величины учитываются структура и параметры матрицы датчиков.

Первое слагаемое в правой части равенства (3) является экстраполяцией оценки \hat{x}_{k-1} на следующий период фильтрации, поэтому множитель при этой величине можно определить как коэффициент экстраполяции

$$K_1 = \frac{\alpha + (1-\alpha)h_0^2}{2\alpha + (1-\alpha)h_0^2}. \quad (5)$$

Второе слагаемое учитывает результаты текущих измерений, и множитель перед круглой скобкой определяется как коэффициент усиления фильтра K_2 :

$$K_2 = \frac{(1-\alpha)h_0^2}{2\alpha + (1-\alpha)h_0^2}. \quad (6)$$

Первое слагаемое в круглых скобках $(\mathbf{1}^T \mathbf{H}^T / h_0^2) \mathbf{z}_k$ является скалярным входом z_{0k} комплексного фильтра. С учетом выражения (1)

$$z_{0k} = \frac{\mathbf{1}^T \mathbf{H}^T}{h_0^2} \mathbf{z}_k = x_k + v_{0k}, \quad (7)$$

где $v_{0k} = \frac{\mathbf{1}^T \mathbf{H}^T}{h_0^2} \mathbf{v}_k$. В итоге уравнение оптимального линейного комплексного ФНК принимает вид

$$\hat{x}_k = K_1 \hat{x}_{k-1} + K_2 (z_{0k} - \hat{x}_{k-1}). \quad (8)$$

Изображенная на рис. 1 структура соответствует схеме централизованного комплексного фильтра, поскольку первоначально происходит объединение вектора измерений \mathbf{z}_k в скалярный входной сигнал z_{0k} , состоящий из суммы значений измеряемого параметра x_k и комплексного шума измерений v_{0k} . Символом $k-1$ обозначена операция задержки данных на один период измерений. Синтезированный фильтр имеет первый порядок, поскольку в сглаживающей части функционала (2) использована лишь первая разность ϑ_{1k} . Для синтеза фильтров более высокого порядка следует дополнительно использовать более высокие разности, однако при этом методика синтеза остается прежней. Повышение порядка фильтра приводит к уменьшению ошибок фильтрации измеряемого параметра, но увеличивает уровень ошибок за счет шумов измерений.

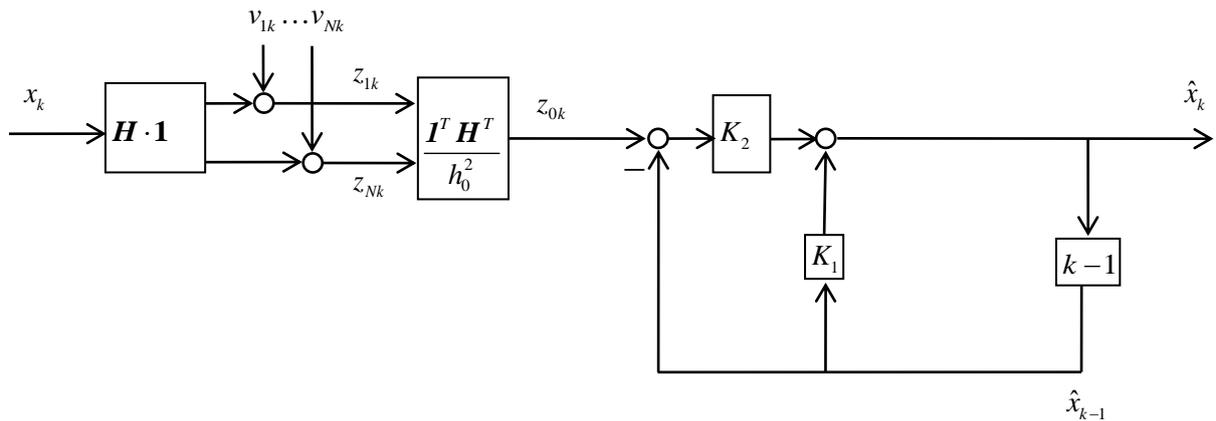


Рис. 1. Структурная схема комплексного фильтра

По своей структуре ФНК на рис. 1 близок фильтру Калмана (ФК) первого порядка с постоянными коэффициентами, однако их нахождение по формулам (4)–(6) не зависит от априорных статистических характеристик воздействий, а определяется лишь значением h_0^2 и коэффициентом α . Выбор α осуществляется из эмпирических представлений о величинах отношений сигнала к шумам в каналах фильтра. При большом отношении сигнала к шумам предпочтение

следует отдавать результатам измерений и выбирать величину α малой. При малом отношении сигнала к шумам роль сглаживания решения возрастает и значение α следует увеличивать. При полной априорной неопределенности целесообразно полагать $\alpha = 0,5$. Более точные значения α находятся по результатам моделирования.

2. Точность фильтрации

Отсутствие учета априорной статистической информации об измеряемом параметре и шумах измерений снижает точность фильтрации по сравнению с ФК, полностью учитывающим данную информацию. С этой точки зрения результаты оценок ФК будут для ФНК нижней границей ошибок фильтрации. Представляет интерес оценка степени ухудшения точности фильтрации за счет неучета априорной статистики. Естественно, что сравнительная оценка точности должна проводиться при одинаковых входных воздействиях.

Оптимальному ФК первого порядка с постоянными коэффициентами соответствует модель измеряемого параметра x_k в виде стохастического конечно-разностного уравнения первого порядка следующего вида [3]:

$$x_k = ax_{k-1} + \xi_k, \quad k = 0, 1, 2, \dots, \quad (9)$$

где коэффициент $0 < a < 1$ и ξ_k – дискретный белый шум с нулевым математическим ожиданием $\langle \xi_k \rangle = 0$ и дисперсией $\langle \xi_k^2 \rangle = \sigma_\xi^2$. Эта модель может быть использована для сравнительной оценки точности фильтров.

Входной процесс фильтра z_{0k} (см. рис. 1) является результатом измерений x_k с ошибками v_{0k} , зависящими от вектора шумов \mathbf{v}_k (7). В отличие от общей формулировки задачи в рассматриваемом примере полагаем, что z_{0k} состоит из N стационарных статистически независимых белых шумов с нулевыми математическими ожиданиями и дисперсиями σ_{iv}^2 , $i = \overline{1, N}$. При этом ковариационная матрица шумов $\mathbf{V} = \langle \mathbf{v}_k \mathbf{v}_k^T \rangle$ будет диагональной:

$$\mathbf{V} = \begin{pmatrix} \sigma_{1v}^2 & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & \sigma_{Nv}^2 \end{pmatrix}.$$

Скалярный процесс v_{0k} также будет белым шумом с нулевым математическим ожиданием и постоянной дисперсией $\sigma_{0v}^2 = \langle v_{0k}^2 \rangle$, которая находится из выражения

$$\sigma_{0v}^2 = \left\langle \frac{\mathbf{1}^T \mathbf{H}^T}{h_0^2} \mathbf{V} \frac{\mathbf{H} \mathbf{1}}{h_0^2} \right\rangle = \sum_{i=1}^N \delta_i \sigma_{iv}^2, \quad \delta_i = \sum_{j=1}^N h_{ij} / h_0^4. \quad (10)$$

Шумы измерений \mathbf{v}_k и дискретный белый шум ξ_k модели измеряемого параметра полагаются статистически независимыми между собой.

Определим дисперсию ошибок ФНК $e_k = x_k - \hat{x}_k$ при описанных выше моделях воздействий. Подставляя в формулу ошибок значения x_k и \hat{x}_k из (8) и (9), получаем уравнение

$$e_k = ax_{k-1} + \xi_k - K_1 \hat{x}_{k-1} - K_2 (z_{0k} - \hat{x}_{k-1}).$$

Поскольку $\hat{x}_{k-1} = x_{k-1} - e_{k-1}$, $z_{0k} = x_k + v_{0k}$, а $x_k = ax_{k-1} + \xi_k$, то в итоге это выражение принимает следующую форму:

$$e_k = bx_{k-1} + ce_{k-1} + w_k, \quad (11)$$

где использованы обозначения

$$b = a(1 - K_2) - c, \quad c = K_1 - K_2. \quad (12)$$

Случайная последовательность $w_k = (1 - K_2)\xi_k - K_2v_{0k}$ является белым шумом с нулевым математическим ожиданием и дисперсией σ_w^2 , задаваемой формулой

$$\sigma_w^2 = (1 - K_2)^2 \sigma_\xi^2 + K_2^2 \sigma_{0v}^2. \quad (13)$$

Уравнения (9) и (11) образуют замкнутую систему стохастических конечно-разностных уравнений второго порядка. При нулевых начальных условиях $x_0 = 0$, $e_0 = 0$ математические ожидания $\langle x_k \rangle = 0$, $\langle e_k \rangle = 0$, а дисперсии $\sigma_{x_k}^2 = \langle x_k^2 \rangle$ и $\sigma_{e_k}^2 = \langle e_k^2 \rangle$. Чтобы найти их выражения, можно воспользоваться методом интегрирования вероятностных моментов процессов x_k и e_k , который описан, например, в [7].

Для получения трех уравнений вторых вероятностных моментов (двух дисперсий и ковариации) возведем в квадрат левые и правые части уравнений (9) и (11), а также перемножим эти уравнения по частям. Полученные результаты усредним и в итоге получим следующие уравнения:

$$\begin{aligned} \langle x_k^2 \rangle &= a^2 \langle x_{k-1}^2 \rangle + 2a \langle x_{k-1} \xi_k \rangle + \langle \xi_k^2 \rangle; \\ \langle e_k^2 \rangle &= b^2 \langle x_{k-1}^2 \rangle + 2bc \langle x_{k-1} e_{k-1} \rangle + c^2 \langle e_{k-1}^2 \rangle + 2c \langle e_{k-1} w_k \rangle + \langle w_k^2 \rangle; \\ \langle x_k e_k \rangle &= ab \langle x_{k-1}^2 \rangle + ac \langle x_{k-1} e_{k-1} \rangle + a \langle x_{k-1} w_k \rangle + b \langle x_{k-1} \xi_k \rangle + c \langle e_{k-1} \xi_k \rangle + \langle \xi_k w_k \rangle. \end{aligned}$$

В этих уравнениях $\langle x_k^2 \rangle = \sigma_{x_k}^2$, $\langle x_{k-1}^2 \rangle = \sigma_{x_{k-1}}^2$, $\langle e_k^2 \rangle = \sigma_{e_k}^2$, $\langle e_{k-1}^2 \rangle = \sigma_{e_{k-1}}^2$, $\langle \xi_k^2 \rangle = \sigma_\xi^2$, $\langle w_k^2 \rangle = \sigma_w^2$, $\langle x_k e_k \rangle = \sigma_{x_k e_k}^2$, $\langle x_{k-1} e_{k-1} \rangle = \sigma_{x_{k-1} e_{k-1}}^2$. Последние два выражения обозначают ковариацию процессов x_k и e_k в различные моменты времени. Среднее значение произведения белых шумов $\langle \xi_k w_k \rangle = (1 - K_2) \langle \xi_k^2 \rangle - K_2 \langle \xi_k v_{0k} \rangle$. Поскольку процессы ξ_k и v_{0k} статистически независимы, то $\langle \xi_k v_{0k} \rangle = 0$ и $\langle \xi_k w_k \rangle = (1 - K_2) \sigma_\xi^2$. Ковариации $\langle x_{k-1} \xi_k \rangle = \langle x_{k-1} w_k \rangle = \langle e_{k-1} w_k \rangle = \langle e_{k-1} \xi_k \rangle = 0$, так как первые сомножители в момент $(k-1)$ статистически независимы от белых шумов в момент времени k . В итоге уравнения вторых вероятностных моментов образуют следующую систему регулярных линейных конечно-разностных уравнений:

$$\begin{aligned} \sigma_{x_k}^2 &= a^2 \sigma_{x_{k-1}}^2 + \sigma_\xi^2; \\ \sigma_{e_k}^2 &= b^2 \sigma_{x_{k-1}}^2 + 2bc \sigma_{x_{k-1} e_{k-1}}^2 + c^2 \sigma_{e_{k-1}}^2 + \sigma_w^2; \\ \sigma_{x_k e_k}^2 &= ab \sigma_{x_{k-1}}^2 + ac \sigma_{x_{k-1} e_{k-1}}^2 + (1 - K_2) \sigma_\xi^2. \end{aligned}$$

В установившемся режиме дисперсии остаются постоянными величинами, равными $\sigma_{x_k}^2 = \sigma_x^2$, $\sigma_{e_k}^2 = \sigma_e^2$, $\sigma_{x_k e_k}^2 = \sigma_{x_e}^2$, и уравнения моментов образуют систему линейных алгебраических уравнений

$$0 = (a^2 - 1) \sigma_x^2 + \sigma_\xi^2; \quad (14)$$

$$0 = b^2 \sigma_x^2 + 2bc \sigma_{x_e}^2 + (c^2 - 1) \sigma_e^2 + \sigma_w^2; \quad (15)$$

$$0 = ab \sigma_x^2 + (ac - 1) \sigma_{x_e}^2 + (1 - K_2) \sigma_\xi^2. \quad (16)$$

Решение уравнения (14) приводит к формуле связи между дисперсиями σ_ξ^2 и σ_x^2 в виде

$$\sigma_\xi^2 = \sigma_x^2 (1 - a^2). \quad (17)$$

В [3] показано, что длительность корреляции τ_x процесса (9) связана с коэффициентом a следующим соотношением:

$$a = \frac{\tau_x}{1 + \tau_x}. \quad (18)$$

Решение уравнений (15), (16) с учетом (13) и (17) позволяет найти выражение для дисперсии ошибок в установившемся режиме:

$$\sigma_e^2 = A_{\text{ФНК}} \sigma_x^2 + B_{\text{ФНК}} \sigma_{0v}^2, \quad (19)$$

где

$$A_{\text{ФНК}} = \frac{b^2 (1 + ac) + (1 - K_2) (1 - a^2) [2bc + (1 - K_2) (1 - ac)]}{(1 - c^2) (1 - ac)}; \quad B_{\text{ФНК}} = \frac{K_2^2}{(1 - c^2)}. \quad (20)$$

Первое слагаемое (19) определяет дисперсию ошибок фильтрации параметра x_k , а второе – составляющую дисперсии за счет наличия шумов измерений v_k . Коэффициенты a , b и c задаются формулами (12) и (18). В результате коэффициент $A_{\text{ФНК}}$ зависит от K_1 , K_2 и τ_x , а коэффициент $B_{\text{ФНК}}$ – только от K_1 и K_2 .

Введем относительную величину дисперсии ФНК $\varepsilon_{\text{ФНК}} = \sigma_e^2 / \sigma_x^2$ и значения отношений сигнала к шумам в каналах датчиков $q_i = \sigma_x^2 / \sigma_{iv}^2$. Тогда величина отношения сигнала к шумам q_0 на входе фильтра в соответствии с формулой (10)

$$q_0 = \sigma_x^2 / \sigma_{0v}^2 = \left(\sum_{i=1}^N \delta_i q_i^{-1} \right)^{-1}. \quad (21)$$

В результате относительная величина дисперсии ошибок фильтрации $\varepsilon_{\text{ФНК}}$ определяется соотношением

$$\varepsilon_{\text{ФНК}} = A_{\text{ФНК}} + B_{\text{ФНК}} q_0^{-1}. \quad (22)$$

ФК первого порядка для моделей воздействия (9) и измерений (7) исследован и описан в литературе достаточно подробно (см., например, [3]). Выражение для относительной величины дисперсии ошибок фильтрации $\varepsilon_{\text{ФК}}$ в установившемся режиме выглядит аналогично (19):

$$\varepsilon_{\text{ФК}} = A_{\text{ФК}} + B_{\text{ФК}} q_0^{-1}, \quad (23)$$

где

$$A_{\text{ФК}} = \frac{(1 - K_{\text{ФК}})^2}{1 - a^2 (1 - K_{\text{ФК}})^2}; \quad B_{\text{ФК}} = \frac{K_{\text{ФК}}^2}{1 - a^2 (1 - K_{\text{ФК}})^2}.$$

В этих выражениях оптимальный коэффициент ФК в установившемся режиме определяется по формуле

$$K_{\text{ФК}} = \frac{q_0}{2a} \left[\sqrt{(1 - a^2)^2 (1 + q_0^{-1})^2 + 4a^2 (1 - a^2) q_0^{-1}} - (1 - a^2) (1 + q_0^{-1}) \right]. \quad (24)$$

После подстановки (24) в (23) можно в явном виде получить выражение для относительной величины дисперсии ошибок ФК:

$$\varepsilon_{\text{ФК}} = \frac{(1-a^2)}{2a^2} \left[\sqrt{(1-q_0^{-1})^2 + 4 \frac{a^2}{(1-a^2)} q_0^{-1}} - (1-q_0^{-1}) \right]. \quad (25)$$

Сопоставление значений $\varepsilon_{\text{ФНК}}$ и $\varepsilon_{\text{ФК}}$ при одинаковых характеристиках воздействий позволяет дать сравнительную оценку точности фильтрации.

3. Пример сравнительной оценки точности ФНК и ФК

Рассмотрим случай, когда комплексный фильтр содержит N датчиков с одинаковыми коэффициентами чувствительности $h_i = 1$, $i = \overline{1, N}$, и независимыми каналами измерений, т. е. $h_{ij} = 0$, $i \neq j$. Полагаем, что в каждом из каналов отношения сигналов к шумам одинаковые, $q_i = q$. Тогда в соответствии с формулами (4), (10) и (21) имеем $h_0^2 = N$, $\delta_i = N^{-2}$ и $q_0 = Nq$.

На рис. 2 для величины $q = 2,5$ приведены графики зависимостей $\varepsilon_{\text{ФНК}}$ и $\varepsilon_{\text{ФК}}$ от длительности корреляции τ_x измеряемого параметра при $N = 1, 2, 3, 4$. Для ФНК выбраны значения коэффициентов $\alpha = 0,25; 0,5; 0,75$. График $\varepsilon_{\text{ФК}}$ отображен пунктирной линией и определяет потенциальную точность фильтрации.

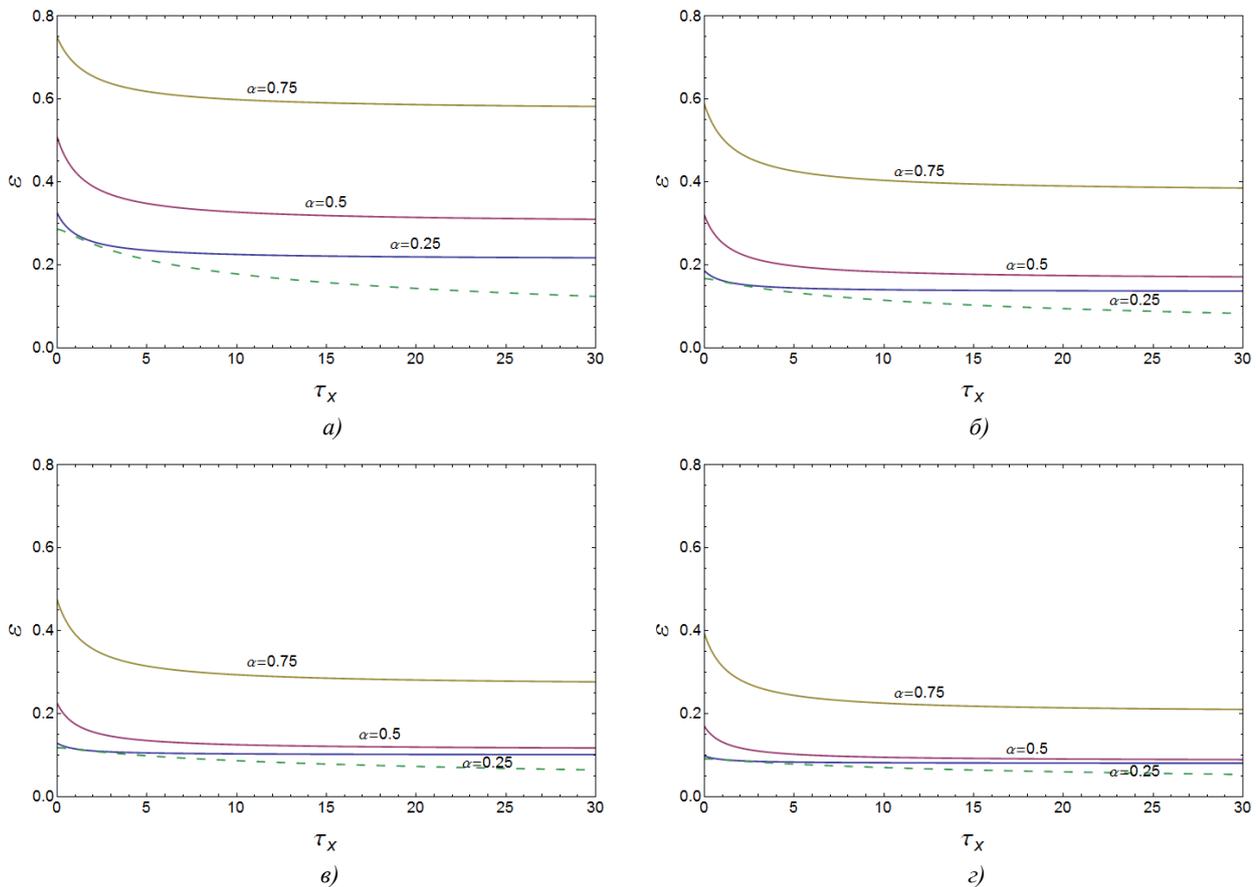


Рис. 2. Зависимость $\varepsilon_{\text{ФНК}}$ и $\varepsilon_{\text{ФК}}$ от длительности корреляции измеряемого параметра τ_x :

а) при числе каналов $N = 1$; б) $N = 2$; в) $N = 3$; з) $N = 4$

Из графиков следует, что с ростом числа каналов датчиков N точность фильтрации возрастает, поскольку увеличивается отношение сигнала к шумам на входе фильтра q_0 . С ростом длительности корреляции τ_x измеряемого параметра дисперсии ошибок уменьшаются вследст-

вие лучшего сглаживания результатов измерений. Различия между дисперсиями ошибок ФНК и ФК показывают степень ухудшения точности за счет неучета априорной статистической информации о характеристиках воздействий и выбора величины коэффициента α .

Влияние отношений сигналов к шумам в каналах датчиков для различных величин α отображено на рис. 3 для величин $\tau_x = 3$ и $\tau_x = 10$ при числе каналов $N = 2$.

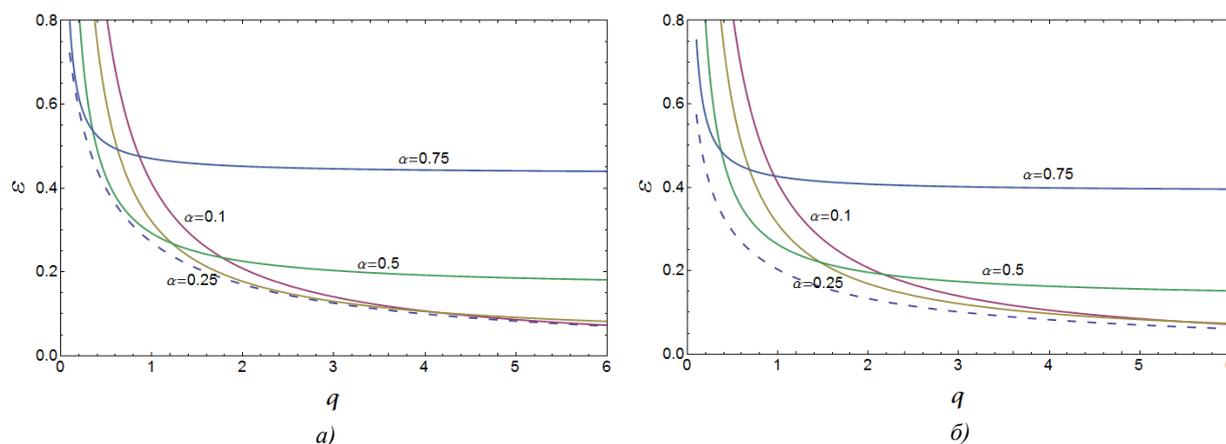


Рис. 3. Зависимость $\varepsilon_{\text{ФНК}}$ и $\varepsilon_{\text{ФК}}$ от величины отношения сигнала к шумам q в каналах: а) при $\tau_x = 3$; б) $\tau_x = 10$

При различных величинах наиболее близкими к результатам ФК оказываются данные ФНК с различными значениями α , приведенными в таблице.

Зависимость коэффициента α от q

α	$\tau_x = 3$	$\tau_x = 10$
0,75	$q < 0,28$	$q < 0,3$
0,5	$0,28 < q < 1,18$	$0,3 < q < 1,2$
0,25	$1,18 < q < 4$	$1,2 < q < 5$
0,1	$q > 4$	$q > 5$

Полученные зависимости подтверждают высказанное выше утверждение о том, что с ростом отношения сигнала к шумам следует выбирать меньшие значения α . Из рис. 3 видно, что величина $\alpha = 0,5$ может быть использована в случае неизвестных величин отношений сигнала к шумам.

Заключение

При отсутствии информации об априорных статистических характеристиках воздействий в задачах комплексной фильтрации возможно использование методики синтеза фильтров на основе РМНК. Для квадратичной функции текущих потерь это приводит к нахождению оптимального линейного комплексного фильтра в классе централизованных. На примере синтеза фильтра первого порядка показана методика решения задачи и дана оценка степени увеличения ошибок фильтрации по сравнению с фильтром Калмана. В дальнейшем путем видоизменения функции потерь целесообразно определить условия, при которых комплексный фильтр будет относиться к классу децентрализованных.

Список литературы

1. Бабич, О.А. Обработка информации в навигационных комплексах / О.А. Бабич. – М. : Машиностроение, 1991. – 512 с.

2. Алешин, Б.С. Ориентация и навигация подвижных объектов / Б.С. Алешин, К.К. Веремеенко, А.И. Черноморский. – М. : Физматлит, 2006. – 424 с.
3. Степанов, О.А. Основы теории оценивания с приложениями к задачам обработки навигационной информации. Ч.1. Введение в теорию оценивания / О.А. Степанов. – СПб. : ГНЦ РФ ЦНИИ «Электроприбор», 2009. – 496 с.
4. Бобнев, М.П. Комплексные системы радиоавтоматики : уч. пособие / М.П. Бобнев, Б.Х. Кривицкий, М.С. Ярлыков. – М. : Сов. радио, 1968. – 232 с.
5. Ярлыков, М.С. Статистическая теория радионавигации / М.С. Ярлыков. – М. : Сов. радио, 1985. – 344 с.
6. Сизиков, В.С. Математические методы обработки результатов измерений / В.С. Сизиков. – СПб. : Политехника, 2001. – 230 с.
7. Казаков, И.Е. Анализ стохастических систем в пространстве состояний / И.Е. Казаков, С.В. Мальчиков. – М. : Наука, 1983. – 384 с.

Поступила 18.11.2014

*Институт прикладной физики
НАН Беларуси,
Минск, Академическая, 16
e-mail: naumov@iaph.bas-net.by*

V.M. Artemiev, A.O. Naumov, L.L. Kokhan

OPTIMAL LINEAR COMBINED FILTERING OF RANDOM SEQUENCES BASED ON THE RECURSIVE LEAST SQUARES METHOD

The problem of the synthesis of linear combined filter for the criterion of minimizing current losses on the basis of the recursive least squares method is being solved. This approach does not require a priori knowledge of the statistical characteristics of impacts that is an advantage compared with the Kalman filter. A comparative evaluation of the filters' accuracy is provided using the values of variances of the filtering errors.