

## АВТОМАТИЗАЦИЯ ПРОЕКТИРОВАНИЯ

УДК 658.512.2:621.9.06

Г.М. Левин, Б.М. Розин, О.И. Стеблинская

**ОПТИМИЗАЦИЯ ДИНАМИЧЕСКИ ИЗМЕНЯЕМЫХ РЕЖИМОВ ГРУППОВОЙ ОБРАБОТКИ РЕЗАНИЕМ НА МНОГОПОЗИЦИОННОМ МНОГОИНСТРУМЕНТАЛЬНОМ ОБОРУДОВАНИИ**

*Рассматривается одна из задач определения рациональных режимов групповой обработки резанием следующих друг за другом идентичных подпоследовательностей заготовок деталей различных наименований на многопозиционном многоинструментальном оборудовании. Предполагается, что для деталей одного наименования режимы обработки должны быть одинаковыми, а для деталей разных наименований режимы могут быть различными при сохранении кинематических связей между частотами вращения шпинделей одной шпиндельной коробки. Разработанная математическая модель задачи ориентирована на минимизацию технологической себестоимости обработки группы заготовок деталей с учетом требуемой производительности и основных конструктивно-технологических ограничений по каждому из инструментов. Предлагается двухуровневый декомпозиционный подход к решению поставленной задачи.*

**Введение**

Задача определения рациональных режимов работы инструментальной наладки многопозиционного многоинструментального металлорежущего оборудования является одной из типовых в комплексе взаимосвязанных задач, возникающих при разработке технологических процессов обработки заготовок деталей на таком оборудовании в условиях серийного и массового производства. Решение этой достаточно сложной проектной задачи оказывает существенное влияние практически на все технико-экономические характеристики технологических процессов. Совокупность ряда технико-экономических и организационно-производственных факторов определяет целый спектр как возможных конкретных постановок задач в этой предметной области, так и методов их решения. К этим факторам можно отнести прежде всего принципы организации групповой обработки заготовок деталей различных наименований (если таковая предполагается), пространственно-временные взаимосвязи инструментов в проектируемом технологическом процессе, закладываемые в нем возможности оперативного управления режимами обработки непосредственно в ходе выполнения процесса, предполагаемую политику смены изношенных инструментов, формы представления зависимостей технико-экономических характеристик процесса обработки от режимов, учитываемые технико-экономические ограничения на допустимость различных значений режимов, принимаемые критерии оценки их эффективности и т. п.

Роль и место задачи определения рациональных режимов обработки металлов резанием в комплексе проблем, связанных с разработкой технологических процессов для многопозиционного многоинструментального металлорежущего оборудования в конкретных производственных условиях, вызывают к ней неизменный интерес исследователей. Различным аспектам этого класса задач и их конкретным постановкам посвящен ряд публикаций. Так, в работах [1–6] рассматривается процесс обработки резанием заготовок деталей одного наименования при автономной смене каждого из инструментов по истечении его расчетного периода стойкости, зависящего от условий работы инструмента и принимаемых режимов обработки. Анализ различных стратегий смены инструментов дан, в частности, в работах [7, 8]. Подходы к решению комплексной задачи одновременного выбора режимов обработки резанием с формированием групп одновременно сменяемых инструментов предложены в [9, 10] применительно к двум несколько отличающимся постановкам задач. В работах [11, 12] рассматриваются вопросы определения режимов групповой обработки резанием идентичных подпоследовательностей заготовок де-

талей различных наименований при условии, что эти режимы остаются неизменными для всех деталей. В [11] предполагается, что обработка заготовок деталей различных наименований осуществляется непересекающимися (по деталям) блоками инструментов, а в [12] исследуется более общий случай, когда такие блоки могут пересекаться. Обзор публикаций по достаточно широкому кругу вопросов оптимизации режимов обработки металлов резанием приведен, в частности, в [13].

Следует отметить, что известные модели и методы оптимизации режимов групповой обработки заготовок деталей на многопозиционном многоинструментальном металлорежущем оборудовании не в полной мере отражают специфику ряда постановок этой задачи, обусловленных возможностями современного оборудования. Интерес представляют, в частности, модели и методы, учитывающие возможности оперативного изменения режимов резания при переходе от обработки заготовок одних деталей к другим.

Предметом исследования в настоящей работе является задача оптимизации режимов параллельной групповой обработки заготовок деталей различных наименований на многопозиционном многоинструментальном металлорежущем оборудовании, в котором главное движение резания осуществляется за счет вращения инструментов, установленных, в частности, в многшпиндельных коробках. Типичным представителем такого класса оборудования являются многопозиционные агрегатные станки и сблокированные автоматические линии из агрегатных станков [14]. Рассматривается случай, когда как минутные подачи блоков инструментов, так и частоты вращения всех инструментов могут быть различными для разных деталей при дополнительном условии неизменности кинематических связей между частотами вращения инструментов одного блока. Это дополнительное требование возникает, в частности, в тех случаях, когда кинематическая схема шпиндельной коробки не может быть оперативно изменена. Естественно, управление режимами групповой обработки непосредственно в ходе процесса открывает дополнительные возможности для их оптимизации.

Здесь и далее под блоком инструментов подразумевается набор инструментов, установленных в одной шпиндельной коробке и связанных как единой минутной подачей, так и общим приводом вращения их шпинделей; под обработкой – обработка резанием; под деталью – заготовка детали.

### 1. Общая постановка задачи

Рассматривается процесс обработки на многопозиционном многоинструментальном металлорежущем оборудовании последовательности деталей, состоящей из одинаковых циклически повторяющихся подпоследовательностей (групп)  $\delta = (\delta_1, \dots, \delta_p, \dots, \delta_{\bar{h}})$  деталей различных наименований, где  $\delta_p \in \Delta$  и  $\Delta$  – множество наименований образующих эту группу деталей. Группа может содержать несколько деталей одного наименования, поэтому  $|\Delta| \leq \bar{h}$ .

Предполагаются следующие структура инструментальной наладки оборудования и общая схема ее функционирования:

1. Рабочие позиции линейно упорядочены, и все детали группы одна за другой в порядке их нумерации проходят последовательно обработку в общем случае на каждой из рабочих позиций также в порядке нумерации  $k = 1, 2, \dots, \bar{k}$  этих позиций, причем на каждой позиции в один и тот же период времени (такт) обрабатывается только одна (соответствующая такту и позиции) деталь последовательности.

2. После завершения любого такта обработки каждая обрабатываемая деталь со своей рабочей позиции перемещается на следующую позицию, с последней рабочей позиции обработанная деталь поступает на позицию разгрузки, на первую рабочую позицию поступает деталь с загрузочной позиции, а на загрузочной позиции устанавливается очередная обрабатываемая деталь последовательности. В ряде случаев позиции загрузки-разгрузки могут быть совмещены (например, на агрегатных станках с многопозиционным поворотным столом). Снятие и установка деталей на позициях загрузки-разгрузки совмещаются во времени с обработкой деталей на рабочих позициях.

Таким образом, процесс обработки всей последовательности деталей является циклическим, каждый цикл состоит из  $\bar{h}$  тактов и за один цикл с позиции разгрузки сходит одна группа  $\delta$  обработанных деталей.

3. На каждой (рабочей) позиции  $k \in K = \{1, 2, \dots, \bar{k}\}$  имеется свой набор  $J_k$  инструментальных блоков, а каждый такой блок  $j \in J_k$  оснащен своим набором  $I_{kj}$  обрабатывающих инструментов. В дальнейшем используется также следующая упрощенная индексация:  $kj$  – индекс блока из  $J_k$ ,  $kji$  – индекс инструмента  $i$  из  $I_{kj}$ .

4. Каждая деталь  $d \in \Delta$  обрабатывается на позиции  $k \in K$  своим набором  $J_{kd} \subseteq J_k$  блоков и своим набором  $I_{kjd} \subseteq I_{kj}$  инструментов в блоке  $j \in J_{kd}$ , причем для различных деталей из  $\Delta$  наборы как блоков, так и инструментов могут пересекаться. В дальнейшем  $\Delta_{kj}$  и  $\Delta_{kji}$  – множества деталей из  $\Delta$ , обрабатываемых блоком  $kj$  и инструментом  $kji$  соответственно.

5. Каждый из инструментов блока  $j \in J_k$  устанавливается в своем шпинделе одной шпиндельной коробки и при обработке детали  $d \in \Delta$  все инструменты из  $J_{kd}$  могут иметь только одну общую минутную подачу  $S_{kjd}$ , причем при переходе к обработке другой детали из  $\Delta$  эта подача может меняться. С целью упрощения изложения в дальнейшем для индексации шпинделей используется индексация соответствующих блоков и инструментов.

6. Каждый шпиндель  $kji$  имеет свою заранее устанавливаемую (для данного группового процесса) кинематическую связь с приводом вращения шпинделей блока  $kj$ . Предполагается, что частота вращения этого привода, а следовательно, и частоты вращения  $n_{kjid}$  всех инструментов  $i \in I_{kj}$  остаются неизменными в процессе обработки конкретной детали  $d \in \Delta_{kj}$ . При переходе к обработке другой детали из  $\Delta_{kj}$  частота вращения привода блока  $kj$  может быть изменена при неизменных кинематических связях привода со всеми шпинделями этого блока, что приводит к пропорциональному изменению частот вращения всех шпинделей блока. Таким образом, если  $r_{kjd}$  – отношение частоты вращения привода блока  $kj$  при обработке детали  $d \in \Delta_{kj}$  к частоте его вращения при обработке детали  $d_{kj} \in \Delta_{kj}$ , принимаемой за базовую, то  $n_{kjid} = n_{kjid_{kj}} r_{kjd}$  для всех инструментов  $i \in I_{kj}$ . В дальнейшем для упрощения изложения положим  $q_{kji} = n_{kjid_{kj}}$  и  $r_{kjd_{kj}} = 1$ , тогда  $n_{kjid} = q_{kji} r_{kjd}$  для всех  $d \in \Delta$ ,  $k \in K$ ,  $j \in J_{kd}$ ,  $i \in I_{kjd}$ .

7. В каждом такте  $h \in H = \{1, 2, \dots, \bar{h}\}$  на каждой позиции  $k \in K$  обработка соответствующей (такту и позиции) детали  $d \in \Delta$  осуществляется параллельно всеми блоками из  $J_{kd}$  и всеми инструментами  $I_{kjd}$  каждого такого блока. Таким образом, длительность обработки детали  $d$  на позиции  $k$  равна максимальной из длительностей ее обработки блоками из  $J_{kd}$ , а длительность такта  $h$  – максимальной из длительностей обработки соответствующих деталей по каждой позиции из  $K$  плюс дополнительное время на перемещение деталей и подвод-отвод инструментальных блоков. Это дополнительное время практически не зависит от режимов обработки, может быть исключено из времени загрузки оборудования и в дальнейшем не учитываться. Машинное время обработки одной группы деталей (время цикла) равно сумме длительностей всех  $\bar{h}$  тактов цикла.

8. Используется одна из следующих схем смены изношенных инструментов:

– инструменты сменяются независимо друг от друга после обработки каждым из них своего расчетного (исходя из его стойкости при принимаемых режимах обработки) количества деталей;

– инструменты сменяются целиком инструментальными блоками независимо друг от друга также после обработки блоком расчетного (исходя из стойкости лимитирующего в этом блоке инструмента) количества деталей.

Общее среднее время обработки одной группы деталей складывается из длительности цикла, а также отнесенных к одному циклу времени на смену изношенного инструмента и дополнительного времени на обслуживание оборудования. Первые две из этих величин существенно зависят от принимаемых режимов обработки, а третью можно считать пропорциональной длительности цикла с заданным коэффициентом пропорциональности.

Общие средние материальные затраты на обработку одной группы деталей складываются из стоимости соответствующего машинного времени, отнесенным к этому времени затратам на

обслуживание оборудования и отнесенным к одному циклу обработки затратам на инструмент и замену изношенного инструмента.

Поскольку при заданном диаметре инструмента скорость резания однозначно определяется частотой его вращения, в дальнейшем в качестве искомого параметра вместо скорости резания при обработке детали  $d \in \Delta$  инструментом  $kji$  рассматривается частота его вращения  $n_{kjid} = q_{kji} r_{kjd}$ . Таким образом, искомые режимы обработки деталей в проектируемом групповом технологическом процессе однозначно определяются значениями  $S_{kjd}$ ,  $r_{kjd}$  и  $q_{kji}$  для всех  $d \in \Delta$ ,  $k \in K$ ,  $j \in J_{kd}$ ,  $i \in I_{kjd}$ , а определение наивыгоднейших режимов обработки для всего процесса сводится к определению наилучших значений этих параметров.

Предполагаются заданными следующие исходные параметры для выбора режимов обработки в групповом технологическом процессе:

– предельно допустимое (исходя из требуемой производительности и имеющегося фонда времени работы оборудования) значение  $T_0$  среднего общего времени обработки одной группы деталей;

– длина  $l_{kjid}$  резания, глубина и диаметр резания для каждого инструмента и детали; диапазоны  $[\underline{s}_{kjid}, \bar{s}_{kjid}]$  и  $[\underline{n}_{kjid}, \bar{n}_{kjid}]$  допустимых подач на оборот и частот вращения при обработке детали  $d \in \Delta$  инструментом  $i \in I_{kjd}$ ,  $k \in K$ ,  $j \in J_{kd}$ , а также максимально допустимые значения  $\bar{R}_{kjidz}$  зависящих от режимов резания ряда характеристик этого процесса (шероховатость, усилия резания, крутящий момент, температура в зоне резания и др.),  $z = 1, 2, \dots, \bar{z}_{kjid}$ ;

– величина  $L_{kjd}$  рабочего хода и диапазон  $[\underline{S}_{kjd}, \bar{S}_{kjd}]$  возможных минутных подач при обработке детали  $d \in \Delta$  блоком инструментов  $j \in J_{kd}$ ,  $k \in K$ ;

– предельно допустимое варьирование частот вращения привода блока  $j \in J_k$ , т. е. максимально допустимое значение  $\bar{r}_{kj}$  отношения  $\max\{r_{kjd}|d \in \Delta\} / \min\{r_{kjd}|d \in \Delta\}$ ,  $k \in K$ ;

– используемые характеристики (см. ниже) обрабатываемости детали  $d \in \Delta$  инструментом  $i \in I_{kjd}$ , определяющие зависимость периода стойкости инструмента и отмеченных выше характеристик процесса резания от принимаемых режимов обработки;

– стоимость  $E_1$  станкоминуты (включая обслуживание оборудования), а также материальные  $g_{1kji}$  (или  $g_{1kj}$ ) и временные  $g_{2kji}$  (или  $g_{2kj}$ ) затраты, связанные с одной сменой инструмента  $i \in I_{kj}$  (или всего блока  $j \in J_k$  инструментов),  $j \in J_k$ ,  $k \in K$ .

Наивыгоднейшими считаются такие режимы обработки, которые минимизируют предполагаемые общие средние затраты на обработку одной группы деталей при обеспечении требуемой производительности и отмеченных выше ограничений.

Основное отличие рассматриваемой в этой работе постановки задачи от изученных ранее в [1–6] связано с тем, что параметры  $S_{kjd}$  и  $n_{kjid}$  для всех  $k \in K$ ,  $j \in J_k$  и  $i \in I_{kj}$  могут изменяться при переходе от обработки одной детали  $d \in \Delta$  к другой. Следует отметить, что если все детали группы рассматривать как различные, то фактически указанные параметры обработки могут изменяться от такта к такту. Это, в свою очередь, дает еще большие возможности для их оптимизации.

В данной работе, как и в [1, 5], предполагаются заданными следующие аппроксимации зависимостей от режимов обработки (минутной подачи  $S$  и частоты вращения  $n$ ) периодов стойкости  $T$  инструментов и других упомянутых выше характеристик  $R_z$  процесса для различных инструментов и деталей (индексы  $k$ ,  $j$ ,  $i$  и  $d$  в этих соотношениях опущены):

$$T(S, n) = \min\{C / (S^{\eta_u} n^{\mu_u} + G_u) | u = 1, \dots, \bar{u}\}; \quad (1)$$

$$R_z(S, n) = \tilde{C}_z S^{\alpha_z} n^{\beta_z}, \quad z = 1, 2, \dots \quad (2)$$

Все параметры  $C > 0$ ,  $\eta_u$ ,  $\mu_u$ ,  $G_u > 0$ ,  $\bar{u}$ ,  $\tilde{C}_z > 0$ ,  $\alpha_z$  и  $\beta_z$  считаются известными для всех деталей и обрабатывающих их инструментов, причем в реальных ситуациях, как правило,  $\eta_u$ ,  $\mu_u > 1$  для всех инструментов и деталей. Соотношения (1) и (2) предполагают фиксированными глубину резания и диаметр инструмента.

## 2. Математическая модель

Поскольку в рассматриваемой проектной задаче процесс обработки последовательности деталей является циклическим, при построении математической модели этой задачи без ограничения общности можно предположить, что деталь  $\delta_1$  на последней рабочей позиции  $\bar{k}$  обрабатывается в первом такте. Таким образом, в такте  $h \in H$  на позиции  $k \in K$  обрабатывается деталь  $d(k, h) = \delta_{\chi(k, h)} \in \Delta$ , где  $\chi(k, h) = 1 + \text{mod}((\bar{h} + \bar{k} + h - 1 - \text{mod}(k, \bar{h})), \bar{h})$ .

В качестве управляемых переменных модели, определяющих искомые режимы групповой обработки, примем введенные выше параметры  $S_{kjd}$ ,  $r_{kjd}$  и  $q_{kji}$  для всех  $d \in \Delta$ ,  $k \in K$ ,  $j \in J_{kd}$ ,  $i \in I_{kjd}$ , полагая  $r_{kjd, kj} = 1$  для выделенной для каждой пары  $kj$  детали  $d_{kj} \in \Delta_{kj}$ . Тогда  $n_{kjid} = q_{kji} r_{kjd}$  – частота вращения инструмента  $kji$  при обработке детали  $d \in \Delta$ ;  $x_{kjid} = (S_{kjd}, n_{kjid})$  – искомый режим обработки инструментом  $kji$  детали  $d \in \Delta$ ;  $X_{kjd} = (S_{kjd}, (n_{kjid} | i \in I_{kjd}))$  – режим обработки детали  $d \in \Delta$  на позиции  $k \in K$  инструментами блока  $j \in J_{kd}$ ;  $X_{kd} = (X_{kjd} | j \in J_{kd})$  – режим обработки детали  $d \in \Delta$  на позиции  $k \in K$  всеми блоками инструментов  $j \in J_{kd}$ ;  $X_h = (X_{kd(k, h)} | k \in K)$  – режим работы инструментальной наладки в такте  $h \in H$ ;  $X = (X_h | h \in H)$  – режим работы инструментальной наладки в целом при обработке всей группы  $\delta$  деталей, причем в дальнейшем  $X$  рассматривается также как вектор с компонентами  $S_{kjd}$ ,  $r_{kjd}$  и  $q_{kji}$ ,  $d \in \Delta$ ,  $k \in K$ ,  $j \in J_{kd}$ ,  $i \in I_{kjd}$ .

Аналогично [3] принята следующая структура переменных (зависящих от значений вектора  $X$  искомых режимов обработки) частей  $\Theta_p(X)$  материальных ( $p = 1$ ) и временных ( $p = 2$ ) затрат на обработку одной партии  $\delta$  деталей:

$$\Theta_p(X) = E_p t_m(X) + Q_p(X), \quad p = 1, 2, \quad (3)$$

где  $E_p$  – заданные коэффициенты, учитывающие такие факторы, как стоимость станкоминуты, надежность оборудования и затраты на его обслуживание, зарплату обслуживающего персонала и т. п.;  $t_m(X)$  – переменная (зависящая от режимов резания) часть машинного времени, затрачиваемого на обработку одной группы деталей;  $Q_p(X)$  – затраты на инструменты и их смену, приведенные к обработке одной группы деталей.

Зависимость машинного времени  $t_m(X)$  от режимов обработки  $X$  определяется следующим образом. При фиксированном значении  $X$  время обработки детали  $d \in \Delta$  на позиции  $k \in K$  подмножеством  $I_{kjd}$  инструментов блока  $j \in J_{kd}$  равно  $t_{kjd}(X) = L_{kjd} / S_{kjd}$ ; время обработки детали  $d \in \Delta$  на позиции  $k \in K$  всеми инструментальными блоками из  $J_{kd}$  равно  $t_{kd}(X) = \max\{t_{kjd}(X) | j \in J_{kd}\}$ ; время обработки соответствующих деталей из  $\Delta$  в такте  $h \in H$  равно  $\max\{t_{kd(k, h)}(X) | k \in K\}$ . Таким образом, общее машинное время обработки всей группы  $\delta$  деталей

$$t_m(X) = \sum_{h \in H} t_h(X) = \sum_{h \in H} \max\{L_{kjd(k, h)} / S_{kjd(k, h)} | k \in K, j \in J_{kd(k, h)}\}. \quad (4)$$

Зависимость приведенных материальных ( $p = 1$ ) и временных ( $p = 2$ ) затрат  $Q_p(X)$  на инструмент и его смену от принятых режимов обработки  $X$  определяется как числом  $D_{kji}(X)$  групп деталей, которое может быть обработано каждым инструментом  $kji$  наладки за расчетный период его стойкости при этих режимах, так и принятой политикой смены инструментов.

В соответствии с (1) при фиксированном значении вектора  $X$  режимов обработки число групп деталей, которое может обработать инструмент  $kji$  за расчетный период его стойкости, определяется соотношением

$$\begin{aligned} D_{kji}(X) &= \left( \sum_{d \in \Delta_{kji}} h_d l_{kjid} / S_{kjd} T_{kjid} (S_{kjd}, n_{kjid}) \right)^{-1} = \\ &= \left( \sum_{d \in \Delta_{kji}} h_d l_{kjid} / S_{kjd} \min\{C_{kjidu} / (S_{kjd}^{n_{kjidu}} (q_{kji} r_{kjd})^{u_{kjid}} + G_{kjidu}) | u = 1, \dots, \bar{u}_{kjid}\} \right)^{-1}, \end{aligned} \quad (5)$$

где  $h_d$  – число деталей  $d \in \Delta$  в группе. Здесь, как уже отмечалось, параметры  $C_{kjid}$ ,  $\eta_{kjidu}$ ,  $\mu_{kjidu}$ ,  $G_{kjidu}$  и  $\bar{u}_{kjid}$  можно считать заданными. При смене инструментов блоками число групп деталей, которое может быть обработано блоком  $kj$  за расчетный период стойкости всех его инструментов, определяется соотношением

$$D_{kj}(X) = \min\{D_{kji}(X) \mid i \in I_{kj}\}. \quad (6)$$

Из (5) и (6) получаем следующие зависимости приведенных материальных и временных затрат на инструмент и его смену от принятых режимов обработки  $X$  при автономной смене инструментов ( $Q_{p1}(X)$ ) и при смене инструментов блоками ( $Q_{p2}(X)$ ):

$$Q_{p1}(X) = \sum_{k \in K} \sum_{j \in J_k} \sum_{i \in I_{kj}} g_{pkji} / D_{kji}(X), \quad p = 1, 2; \quad (7)$$

$$Q_{p2}(X) = \sum_{k \in K} \sum_{j \in J_k} g_{pkj} / D_{kj}(X), \quad p = 1, 2. \quad (8)$$

Исходя из (3)–(7) приходим к следующим оценкам переменных частей  $\Theta_{pw}(X)$  материальных и временных затрат на обработку одной партии  $\delta$  деталей в зависимости от искомых режимов обработки  $X$  при автономной смене инструментов ( $w = 1$ ) и при смене инструментов блоками ( $w = 2$ ):

$$\begin{aligned} \Theta_{p1}(X) = & E_p \sum_{h \in H} \max\{L_{kj d(k,h)} / S_{kj d(k,h)} \mid k \in K, j \in J_{kd(k,h)}\} + \\ & + \sum_{k \in K} \sum_{j \in J_k} \sum_{i \in I_{kj}} g_{pkji} \sum_{d \in \Delta_{kji}} h_d l_{kjid} \max\{\underline{C}_{kjidu} S_{kj d}^{\tilde{\eta}_{kjidu}} (q_{kji} r_{kj d})^{\mu_{kjidu}} + \underline{G}_{kjidu} / S_{kj d} \mid u = 1, \dots, \bar{u}_{kjid}\}; \end{aligned} \quad (9)$$

$$\begin{aligned} \Theta_{p2}(X) = & E_p \sum_{h \in H} \max\{L_{kj d(k,h)} / S_{kj d(k,h)} \mid k \in K, j \in J_{kd(k,h)}\} + \\ & + \sum_{k \in K} \sum_{j \in J_k} g_{pkj} \max\{\sum_{d \in \Delta_{kji}} h_d l_{kjid} \max\{\underline{C}_{kjidu} S_{kj d}^{\tilde{\eta}_{kjidu}} (q_{kji} r_{kj d})^{\mu_{kjidu}} + \underline{G}_{kjidu} / S_{kj d} \mid u = 1, \dots, \bar{u}_{kjid}\} \mid i \in I_{kj d}\}, \end{aligned} \quad (10)$$

где  $\underline{C}_{kjidu} = 1/C_{kjidu}$ ,  $\underline{G}_{kjidu} = G_{kjidu}/C_{kjidu}$  и  $\tilde{\eta}_{kjidu} = \eta_{kjidu} - 1$ .

Таким образом, рассматриваемая проектная задача по определению наивыгоднейших режимов обработки при сделанных выше предположениях и допущениях сводится к следующей задаче математического программирования:

$$\Theta_{1w}(X) \rightarrow \min; \quad (11)$$

$$\Theta_{2w}(X) \leq T_0; \quad (12)$$

$$\underline{S}_{kj d} \leq S_{kj d} \leq \bar{S}_{kj d}, \quad k \in K, j \in J_k, d \in \Delta_{kj}; \quad (13)$$

$$\underline{n}_{kji} \leq q_{kji} r_{kj d} \leq \bar{n}_{kji}, \quad k \in K, j \in J_k, i \in I_{kj}, d \in \Delta_{kji}; \quad (14)$$

$$\underline{s}_{kjid} \leq S_{kj d} / q_{kji} r_{kj d} \leq \bar{s}_{kjid}, \quad k \in K, j \in J_k, i \in I_{kj}, d \in \Delta_{kji}; \quad (15)$$

$$\tilde{C}_{kjidz} S_{kj d}^{\alpha_{kjidz}} (q_{kji} r_{kj d})^{\beta_{kjidz}} \leq \bar{R}_{kjidz}, \quad k \in K, j \in J_k, i \in I_{kj}, d \in \Delta_{kj d}, z \in Z_{kjid}; \quad (16)$$

$$r_{kjd'} / r_{kj d''} \leq \bar{r}_{kj}, \quad k \in K, \quad j \in J_k, \quad d', d'' \in \Delta_{kj}, \quad (17)$$

где  $w = 1$  при автономной смене инструментов и  $w = 2$  при смене инструментов блоками;  $Z_{kjid}$  – множество индексов учитываемых характеристик процесса обработки детали  $d$  инструментом  $kji$ ,  $r_{kjd_{kj}} = 1$  для всех  $k \in K, j \in J_k$ .

В этой модели соотношение (11) отражает минимизацию себестоимости обработки группы деталей; соотношение (12) обеспечивает заданную производительность; соотношения (13)–(15) – принадлежность искомым параметрам процесса обработки заданным диапазонам; соотношения (16) учитывают требования к максимальным значениям различных физических характеристик процесса (усилию и мощности резания, шероховатости, температуре в зоне резания и т. д.); соотношение (17) обеспечивает допустимые изменения частот вращения привода каждого блока инструментов.

### 3. Метод решения

Введем в рассмотрение множитель Лагранжа  $\lambda \in [0, 1]$  и функции Лагранжа

$$\Psi_w(\lambda, X) = \lambda \Theta_{1w}(X) + (1-\lambda) \Theta_{2w}(X), \quad w = 1, 2. \quad (18)$$

Пусть  $\mathbf{X}_0$  – непустое множество значений вектора  $X$  искомым параметрам, удовлетворяющих ограничениям (13)–(17). Обозначим через  $X_w^*(\lambda)$  значение  $X \in \mathbf{X}_0$ , минимизирующее функцию  $\Psi_w(\lambda, X)$  при фиксированном значении  $\lambda \in [0, 1]$ , и положим  $\Theta_{pw}(\lambda) = \Theta_{pw}(X_w^*(\lambda))$ .

Очевидно, если  $\Theta_{2w}(1) \leq T_0$ , то  $X_w^*(1)$  – решение задачи  $\mathbf{A}_w$ , а если  $\Theta_{2w}(0) > T_0$ , то задача  $\mathbf{A}_w$  не имеет решения, поскольку  $\Theta_{2w}(X) > T_0$  для всех  $X \in \mathbf{X}_0$ . Поскольку задача  $\mathbf{A}_w$  заменой искомым переменных их логарифмами сводится к задаче выпуклого программирования, то в остальных случаях существует  $\lambda_w^* \in [0, 1)$  такое, что  $\Theta_{2w}(\lambda_w^*) = T_0$ , причем  $X_w^*(\lambda_w^*)$  является решением исходной задачи  $\mathbf{A}_w$ . Нетрудно показать, что функция  $\Theta_{2w}(\lambda)$  является неубывающей, а функция  $\Theta_{1w}(\lambda)$  невозрастающей по  $\lambda$  на интервале  $[0, 1)$ . Таким образом, для нахождения  $\lambda_w^* \in [0, 1)$  (задача  $\mathbf{B}_{1w}$ ) могут быть использованы известные методы поиска корня уравнения с монотонной левой частью, при этом для вычисления значения  $\Theta_{2w}(\lambda)$  при фиксированном  $\lambda \in [0, 1)$  необходимо определить  $X_w^*(\lambda) \in \mathbf{X}_0$  (задача  $\mathbf{B}_{2w}(\lambda)$ ).

Для решения задачи  $\mathbf{B}_{2w}(\lambda)$  при фиксированном  $\lambda$  может быть использован следующий подход, сводящий ее к задаче выпуклого программирования с линейными ограничениями посредством замены искомым переменных их логарифмами. Положим  $\tilde{S}_{kjd} = \ln S_{kjd}$ ,  $\tilde{r}_{kjd} = \ln r_{kjd}$  и  $\tilde{q}_{kji} = \ln q_{kji}$  для всех  $d \in \Delta, k \in K, j \in J_{kd}, i \in I_{kjd}$ , причем  $\tilde{r}_{kjd_{kj}} = 0$ .

Обозначим через  $\tilde{X}$  вектор, получаемый из  $X$  заменой всех его компонентов их логарифмами, и введем в рассмотрение функции  $\tilde{\Psi}_1(\lambda, \tilde{X})$  и  $\tilde{\Psi}_2(\lambda, \tilde{X})$ , получаемые из функций (18) соответствующей заменой переменных:

$$\begin{aligned} \tilde{\Psi}_1(\lambda, \tilde{X}) = & (\lambda E_1 + (1-\lambda)E_2) \sum_{h \in H} \max \{ L_{kjd(k,h)} e^{-\tilde{S}_{kjd(k,h)}} \mid k \in K, j \in J_{kd(k,h)} \} + \\ & + \sum_{k \in K} \sum_{j \in J_k} \sum_{i \in I_{kj}} (\lambda g_{1kj} + (1-\lambda)g_{2kj}) \sum_{d \in \Delta_{kji}} h_{dkjid} \max \{ \underline{C}_{kjidu} e^{\tilde{n}_{kjid} + \tilde{S}_{kjd} + 4\tilde{q}_{kji} + \tilde{r}_{kjd}} + \\ & + \underline{G}_{kjidu} e^{-\tilde{S}_{kjd}} \mid u = 1, \dots, \bar{u}_{kjid} \}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \tilde{\Psi}_2(\lambda, \tilde{X}) = & (\lambda E_1 + (1-\lambda)E_2) \sum_{h \in H} \max \{ L_{kjd(k,h)} e^{-\tilde{S}_{kjd(k,h)}} \mid k \in K, j \in J_{kd(k,h)} \} + \\ & + \sum_{k \in K} \sum_{j \in J_k} (\lambda g_{1kj} + (1-\lambda)g_{2kj}) \max \{ \sum_{d \in \Delta_{kji}} h_d l_{kjid} \max \{ \underline{C}_{kjidu} e^{\tilde{n}_{kjid} \tilde{S}_{kjd} + \mu_{kjidu} (\tilde{q}_{kji} + \tilde{r}_{kjd})} + \\ & + \underline{G}_{kjidu} e^{-\tilde{S}_{kjd}} \mid u = 1, \dots, \bar{u}_{kjid} \} \mid i \in I_{kjd} \}. \end{aligned}$$

Тогда решение задачи  $\mathbf{B}_{2w}(\lambda)$  для соответствующего  $w = 1, 2$  может быть получено в результате решения следующей задачи (задачи  $\mathbf{B}'_{2w}(\lambda)$ ):

$$\tilde{\Psi}_w(\lambda, \tilde{X}) \rightarrow \min;$$

$$\ln \underline{S}_{kjd} \leq \tilde{S}_{kjd} \leq \ln \bar{S}_{kjd}, \quad k \in K, j \in J_k, d \in \Delta_{kj};$$

$$\ln \underline{n}_{kjid} \leq \tilde{q}_{kji} + \tilde{r}_{kjd} \leq \ln \bar{n}_{kjid}, \quad k \in K, j \in J_k, i \in I_{kj}, d \in \Delta_{kji};$$

$$\ln \underline{s}_{kjid} \leq \tilde{S}_{kjd} - \tilde{q}_{kji} - \tilde{r}_{kjd} \leq \ln \bar{s}_{kjid}, \quad k \in K, j \in J_k, i \in I_{kj}, d \in \Delta_{kji};$$

$$\alpha_{kjidz} \tilde{S}_{kjd} + \beta_{kjidz} (\tilde{q}_{kji} + \tilde{r}_{kjd}) \leq \ln(\bar{R}_{kjidz} - \tilde{C}_{kjidz}), \quad k \in K, j \in J_k, i \in I_{kj}, d \in \Delta_{kj}, z \in Z_{kjid};$$

$$\tilde{r}_{kjd'} - \tilde{r}_{kjd''} \leq \ln \bar{r}_{kj}, \quad k \in K, j \in J_k, d', d'' \in \Delta_{kj}.$$

Решение задачи  $\mathbf{B}'_{2w}(\lambda)$  может быть получено известными методами решения задач выпуклого программирования с линейными ограничениями.

### Заключение

В работе представлены математическая модель и метод оптимизации динамически изменяемых режимов работы инструментальной наладки при параллельной групповой обработке деталей различных наименований на многопозиционном многоинструментальном металлорежущем оборудовании в случае, когда кинематические связи между частотами вращения инструментов в каждом блоке остаются неизменными. Минимизируется технологическая себестоимость обработки группы деталей с учетом требуемой производительности и основных конструктивно-технологических ограничений по каждому из инструментов.

Предлагается двухуровневый декомпозиционный подход к решению поставленной оптимизационной задачи, сводящий ее решение к решению двух более простых взаимосвязанных подзадач. На верхнем уровне решается координирующая подзадача нахождения подходящего значения множителя Лагранжа, связывающего целевую функцию и ограничение по производительности, а на нижнем – задача нахождения значений искомым параметров режимов обработки, минимизирующих полученную функцию Лагранжа при фиксированном значении множителя Лагранжа. Первая из этих подзадач сводится к нахождению корня уравнения с монотонной левой частью, а вторая – к задаче выпуклого программирования с линейными ограничениями.

В качестве направления дальнейших исследований предполагается рассмотреть новые постановки задач определения рациональных режимов работы инструментальных наладок металлорежущего оборудования для серийного и массового производства с учетом современных тенденций развития производственных систем. В частности, планируется более полно учесть возможности, открываемые широким использованием программного управления при реконфи-

гурируемости оборудования и оперативном управлении работой инструментальной наладки в складывающихся ситуациях, в том числе с учетом динамики износа инструментов и его влияния на характеристики процесса резания. Интерес представляет также сопоставление с помощью соответствующих моделей различных схем управления функционированием инструментальной наладки с тем, чтобы оценить целесообразность каждой из этих схем в конкретной производственной ситуации с учетом дополнительных затрат на их обеспечение.

Работа выполнена при поддержке Белорусского республиканского фонда фундаментальных исследований (проект Ф12ФП-001).

### Список литературы

1. Горанский, Г.К. Оптимизация режимов работы металлорежущего оборудования / Г.К. Горанский, Г.М. Левин, В.С. Танаев // Вычислительная техника в машиностроении : науч.-техн. сб. – Минск : Ин-т техн. кибернетики АН БССР, 1970. – Март. – С. 102–114.
2. Оптимизация режимов резания на металлорежущих станках / А.М. Гильман [и др.]. – М. : Машиностроение, 1972. – 188 с.
3. Гордиенко, Б.И. Качество инструмента и производительность / Б.И. Гордиенко, М.А. Краплин. – Ростов-н/Д : РГУ, 1974. – 579 с.
4. Игумнов, Б.Н. Расчет оптимальных режимов обработки для станков и автоматических линий / Б.Н. Игумнов. – М. : Машиностроение, 1974. – 198 с.
5. Левин, Г.М. Декомпозиционные методы оптимизации проектных решений / Г.М. Левин, В.С. Танаев. – Минск : Наука и техника, 1978. – 240 с.
6. Жак, С.В. Оптимизация проектных решений в машиностроении / С.В. Жак. – Ростов-н/Д : РГУ, 1982. – 168 с.
7. Shabtay, D. Optimization of the Machining Economics Problem Under the Failure Replacement Strategy / D. Shabtay, M. Kaspi // Intern. J. of Production Economics. – 2002. – Vol. 80, no. 3. – P. 213–230.
8. Shabtay, D. The efficiency range of economical cutting conditions and tool replacement under the age replacement strategy / D. Shabtay, M. Kaspi // Intern. J. of Production Research. – 2003. – Vol. 41, no. 11. – P. 2563–2580.
9. Szadkowski, J. The tool blocks replacement strategies optimization for multi tool machining / IXth Intern. Conf. on Tools. – Hungary, Miskolc, 1996. – P. 801–806.
10. Левин, Г.М. Оптимизация режимов многоинструментальной обработки при групповой смене инструментов / Г.М. Левин, Б.М. Розин // Информатика. – 2011. – № 3 (31). – С. 33–47.
11. Левин, Г.М. Оптимизация режимов групповой обработки деталей непересекающимися блоками инструментов на многопозиционном оборудовании / Г.М. Левин, Б.М. Розин // Информатика. – 2011. – № 4 (32). – С. 33–47.
12. Rozin, B. Optimization of multi-tool cutting modes in multi-item batch manufacturing system / B. Rozin, G. Levin, A. Dolgui // Proc. of the IFAC Conf. on Manufacturing Modelling, Management and Control (MIM'2013). – SPb., Russia, 2013. – P. 766–771.
13. Mukherjee, I. A review of optimization techniques in metal cutting processes / I. Mukherjee, P.K. Ray // Computers and Industrial Engineering. – 2006. – Vol. 50, no. 1. – P. 15–34.
14. Вороничев, Н.М. Автоматические линии из агрегатных станков / Н.М. Вороничев, Ж.Э. Тартаковский, В.Б. Генин. – 2-е изд. – М. : Машиностроение, 1979. – 488 с.

Поступила 23.10.2014

*Объединенный институт проблем  
информатики НАН Беларуси,  
Минск, Сурганова, 6  
e-mail: {levin; rozin}@newman.bas-net.by,  
olga.bodak@tut.by*

---

**G.M. Levin, B.M. Rozin, O.I. Steblinskaya**

**OPTIMIZATION OF DYNAMICALLY VARIABLE CUTTING MODES  
OF BATCH PROCESSING ON MULTI-POSITION MULTI-TOOL EQUIPMENT**

One of the problems of defining the rational cutting modes of batch processing of different parts on multi-position multi-tool equipment is considered. It is assumed that the modes for identical parts should be the same and the modes for different parts could be different while maintaining the kinematic relations between rotational speeds of the spindles of one spindle box. The mathematical model of the problem is developed. The model is aimed at minimizing the cost of batch processing taking into account the required throughput and technological constraints for each of the tools. The two-level decomposition approach to solve the problem is proposed.