ИНФОРМАТИКА

2014 **октябрь-декабрь** **№ 4**

УДК 004.5;621.38

А.А. Бутов

МЕТОД ПОСТРОЕНИЯ БУЛЕВОЙ ФОРМУЛЫ МНОГОУГОЛЬНИКА В ДИЗЪЮНКТИВНОЙ НОРМАЛЬНОЙ ФОРМЕ

Дорабатывается метод нахождения булевой формулы многоугольника в дизъюнктивной нормальной форме, изложенный в работе [1]. Усовершенствованный метод устраняет недостаток, связанный с существованием класса задач, для которых решение находится лишь приближенно, и всегда позволяет находить точное решение. Метод может быть использован, в частности, в системах автоматизированного проектирования топологии интегральных схем.

Введение

Для описания геометрических объектов (например, в системах автоматизированного проектирования топологии интегральных схем [2, 3]) обычно используются методы аналитической геометрии, векторной алгебры, теории матриц [2–6].

Альтернативные способы описания, появившиеся в последнее время, основаны на использовании булевых формул в скобочной [7] и в дизъюнктивной нормальной [1, 8, 9] формах. В частности, простой и приемлемый на практике метод нахождения дизъюнктивной нормальной формы (ДНФ), описывающий прямоугольник, изложен в работе [9]. Однако недостаток этого метода заключается в том, что в найденную им формулу наряду с предикатными переменными, которые связаны с полуплоскостями, порождаемыми сторонами многоугольника, входят еще и дополнительные предикатные переменные, а также инверсии некоторых из них. Метод, предлагаемый в работе [1], свободен от указанного недостатка и удобен с точки зрения практической реализации. Вместе с тем существует класс задач, для которых решение находится лишь приближенно. Усовершенствованный метод, описываемый в данной работе, всегда позволяет находить точное решение. Это означает, что для любой задачи элементы решения, интерпретируемые как выпуклые компоненты, будут покрывать в совокупности всю область плоскости, занимаемую многоугольником.

1. Основные определения, постановка задачи

Многоугольник на плоскости задается своей границей – замкнутой непересекающейся ломаной линией, состоящей из отрезков прямых или сторон многоугольника. Эту границу можно определить последовательностью угловых точек или вершин многоугольника $p_1, p_2, \ldots, p_n$, получаемых при последовательном обходе его вдоль границы (рис. 1).

Так как каждая пара соседних угловых точек ограничивает соответствующую сторону многоугольника, его границу можно задать также последовательностью сторон многоугольника: $\boldsymbol{s_1}, \boldsymbol{s_2}, \ldots, \boldsymbol{s_n}$, где $\boldsymbol{s_1} = (p_1, p_2)$, $\boldsymbol{s_2} = (p_2, p_3)$, …, $\boldsymbol{s_n} = (p_n, p_1)$.

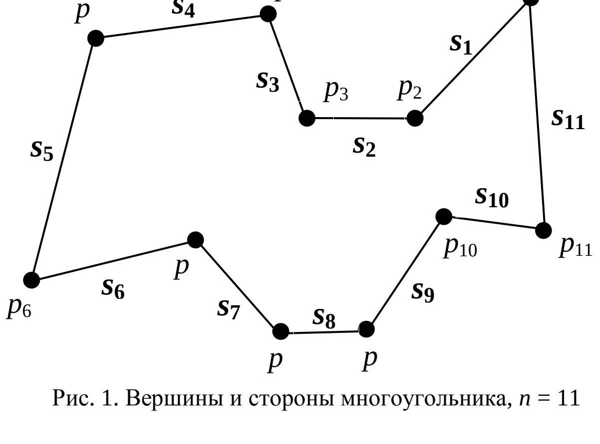


Рис. 1. Вершины и стороны многоугольника, $n = 11$

Вершина p_1, которая служит начальной угловой точкой для последовательного обозначения отрезков, образующих границу многоугольника, называется начальной. В качестве начальной будем выбирать вершину, наиболее удаленную от начала координат.

Каждой стороне s_i многоугольника поставим в соответствие ориентированную прямую v_i, содержащую точки p_i и p_{i+1}. Будем считать, что она ориентирована от p_i к p_{i+1}.

Рассмотрим некоторую произвольную точку плоскости p, заданную парой декартовых координат (x, y). Будем считать, что точка p расположена слева от прямой v_i, если она принадлежит полуплоскости, расположенной слева от ориентированной прямой v_i, или лежит на прямой v_i. Все возможные варианты левостороннего расположения точки p относительно ориентированной прямой v_i показаны на рис. 2 (последние два варианта соответствуют случаю, когда прямая v_i параллельна координатной оси X).

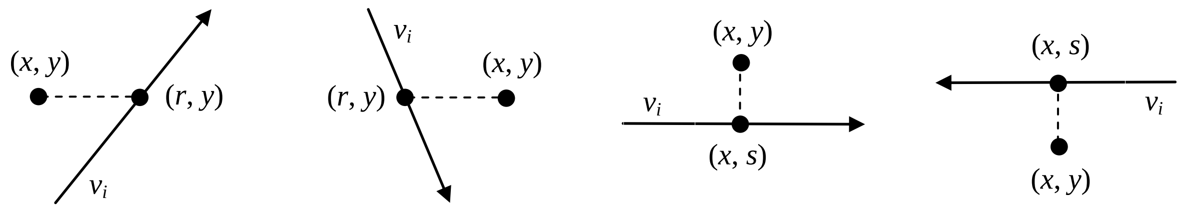


Рис. 2. Варианты левостороннего расположения точки относительно ориентированной прямой

Как и в работе [7], будем обозначать отрезки ломаной буквами ***a***, ***b***, ***c***, … , границу многоугольника ***abc***… , а полуплоскости, расположенные слева от соответствующих ориентированных прямых, – буквами A, B, C, … (считая, что каждая из этих полуплоскостей включает в себя еще и все точки порождающей ее ориентированной прямой). Введем также предикаты a, b, c, … для описания положения некоторой точки p на плоскости, полагая, что $a(p) = 1$, если и только если $p \in A$.

Используя такие предикатные переменные, в работе [7] описан метод построения скобочной булевой формулы F, представляющей многоугольник и обладающей следующим свойством: если выполнить подстановку предикатных координат произвольной точки плоскости, то формула F примет значение 1 в случае, когда точка принадлежит данному многоугольнику, и значение 0 в противном случае.

Аналогичная задача решается и в работах [1, 8, 9], однако булева формула F там строится в ДНФ.

Целью настоящей работы является доработка метода нахождения булевой формулы многоугольника в ДНФ, изложенного в работе [1]. Усовершенствованный метод позволяет устранить недостаток, связанный с невозможностью всегда находить точное решение рассматриваемой задачи.

2. Выпуклые и вогнутые углы многоугольника

Рассмотрим пару соседних сторон, задающую некоторый угол многоугольника. Если этот угол меньше 180°, будем называть его выпуклым, иначе – вогнутым. Например, на рис. 1 угол, образованный сторонами s_1 и s_2, будет вогнутым, а сторонами s_3 и s_4 – выпуклым.

Пара ориентированных прямых, соответствующих соседним сторонам ***a*** и ***b*** многоугольника, ограничивает участок плоскости, который можно представить формулой $A \cap B$, если стороны образуют выпуклый угол, и формулой $A \cup B$, если вогнутый угол.

Если все углы многоугольника будут выпуклыми, то такой многоугольник называется выпуклым. Например, выпуклый многоугольник с границей ***abcde*** будет занимать участок плоскости $A \cap B \cap C \cap D \cap E$, а его булева формула будет иметь вид $\mathrm{F} = abcde$.

Каждой стороне многоугольника припишем ранг, равный числу тех смежных с ней углов, которые являются вогнутыми.

3. Элементы покрытия, порождаемые сторонами многоугольника

Будем говорить, что многоугольник $\boldsymbol{M^*}$ является элементом покрытия многоугольника $\boldsymbol{M}$, если все точки плоскости, которые принадлежат многоугольнику $\boldsymbol{M^*}$, принадлежат также и многоугольнику $\boldsymbol{M}$. Кроме того, будем говорить, что многоугольник $\boldsymbol{M}$ поглощает любой свой элемент покрытия $\boldsymbol{M^*}$.

Опишем способ нахождения элементов покрытия многоугольника $\boldsymbol{M}$, основанный на последовательном анализе его сторон. Сначала будем рассматривать те стороны многоугольника, которые ограничены с обеих сторон выпуклыми углами, т. е. имеют ранг 0. Такой стороной в многоугольнике $\boldsymbol{M}$ (рис. 3) является, например, сторона $\boldsymbol{a}$.

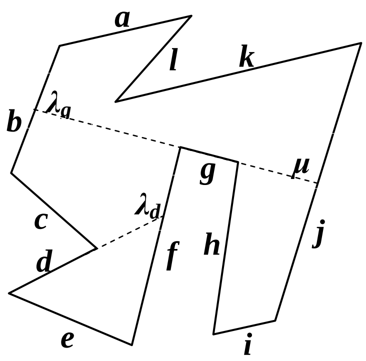


Рис. 3. Многоугольник $\boldsymbol{M}$

Начиная со стороны $\boldsymbol{a}$, выполняем обход границы многоугольника $\boldsymbol{M}$ в прямом направлении (т. е. в направлении, задаваемом ориентированными прямыми, соответствующими сторонам многоугольника), придерживаясь следующих правил:

1. Если при обходе встречается выпуклый угол, выполняется переход по этому углу на очередную сторону многоугольника.

2. Если встречается вогнутый угол, текущая сторона продлевается дальше до первого пересечения с другой стороной многоугольника, после чего выполняется переход на эту сторону и движение по ней в прямом направлении.

Такой процесс обхода продолжается до тех пор, пока мы не окажемся на стороне многоугольника, которая уже была пройдена раньше. В результате граница обхода будет представлять собой контур или включать в себя контур. Так как направление движения изменялось только выпуклыми углами, то фигура, ограниченная найденным контуром, будет представлять собой выпуклый многоугольник и являться элементом покрытия многоугольника $\boldsymbol{M}$.

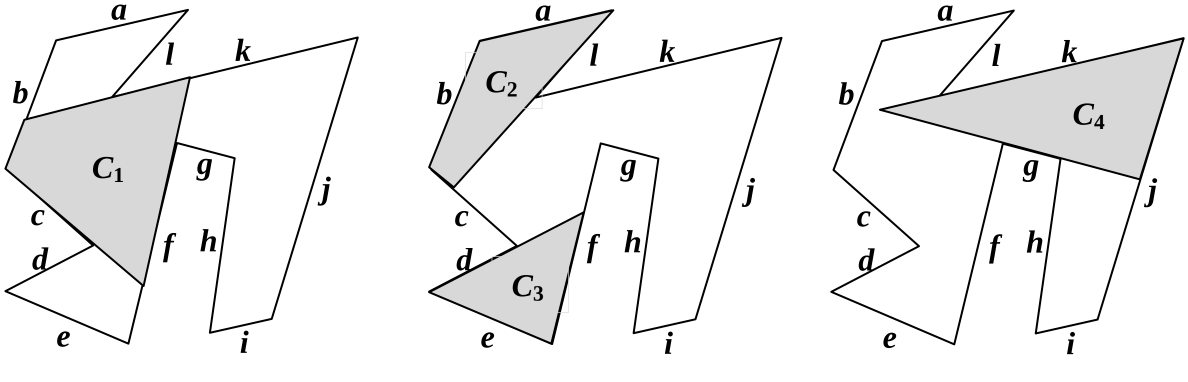
На рис. 3 для стороны $\boldsymbol{a}$ граница обхода будет $\boldsymbol{abc^{+}f^{\pm}k^{\pm}}$ (индексом «+» помечена удлиненная сторона многоугольника, индексом «±» – сторона, которая продлена с одной стороны и укорочена с другой). Найденный при этом контур задает элемент покрытия $\boldsymbol{C_1}$, который имеет границу $\boldsymbol{b^{-}c^{+}f^{\pm}k^{\pm}}$ (индексом «–» помечена укороченная сторона многоугольника) и выделен серым цветом на рис. 4, *а*.

Обход границы при поиске элементов покрытия можно вести не только в прямом, но и в обратном направлении (т. е. в направлении, противоположном тому, которое задается ориентированными прямыми, соответствующими сторонам многоугольника). Например, сторона $\boldsymbol{a}$ при обходе в обратном направлении порождает элемент покрытия $\boldsymbol{C_2}$ (рис. 4, *б*) с границей $\boldsymbol{al^{+}c^{-}b}$.

Теперь рассмотрим способ порождения элементов покрытия теми сторонами многоугольника, которые ограничены с одной стороны выпуклым, а с другой стороны вогнутым углами, т. е. имеют ранг 1. В этом случае необходимо придерживаться следующих правил:

1. Если обход границы должен начинаться со стороны выпуклого угла, способ порождения элемента покрытия остается тем же, что был описан выше. Например, сторона $\boldsymbol{c}$ будет порождать элемент покрытия $\boldsymbol{C_1}$ с границей $\boldsymbol{c^{+}f^{\pm}k^{\pm}b^{-}}$.

2. Если обход границы должен начинаться со стороны вогнутого угла, сначала нужно продлить рассматриваемую сторону многоугольника в направлении от вогнутого угла и найти первую точку пересечения с другой стороной многоугольника. Именно от этой точки пересечения и необходимо начинать обход границы. Например, сторону $\boldsymbol{d}$ многоугольника (см. рис. 3) нужно сначала продлить до пересечения со стороной $\boldsymbol{f}$ в точке λ_d, после чего, начиная с этой точки, выполнить обход по границе $\boldsymbol{d}^{+}\boldsymbol{e}\boldsymbol{f}^{-}$. В результате будет найден элемент покрытия $\boldsymbol{C}_3$ (рис. 4, *б*).



а) *б)* *в)*

Рис. 4. Элементы покрытия: *а)* $\boldsymbol{C}_1$; *б)* $\boldsymbol{C}_2$ и $\boldsymbol{C}_3$; *в)* $\boldsymbol{C}_4$

Перейдем к рассмотрению способа порождения элементов покрытия теми сторонами многоугольника, которые ограничены с обеих сторон вогнутыми углами, т. е. имеют ранг 2. В многоугольнике $\boldsymbol{M}$ единственной такой стороной является сторона $\boldsymbol{g}$. Эту сторону нужно предварительно продлить в обоих направлениях до первого пересечения с другими сторонами многоугольника (соответствующие точки пересечения λ_g и μ_g показаны на рис. 3). С одной из этих точек (в прямом направлении с точки λ_g, в обратном направлении – с точки μ_g) и необходимо начинать обход границы при поиске элементов покрытия.

Таким образом, сторона $\boldsymbol{g}$ порождает элемент покрытия $\boldsymbol{C}_4$ (рис. 4, *в*) с границей $\boldsymbol{g}^{+}\boldsymbol{j}^{-}\boldsymbol{k}^{+}$ и началом обхода в точке λ_g и элемент покрытия $\boldsymbol{C}_5$ (рис. 5) с границей $\boldsymbol{g}^{\sim}\boldsymbol{b}^{-}\boldsymbol{a}\boldsymbol{l}^{+}$ (индексом «~» помечен отрезок прямой, лежащий на линии, которая является продолжением стороны многоугольника) и началом обхода в точке μ_g.

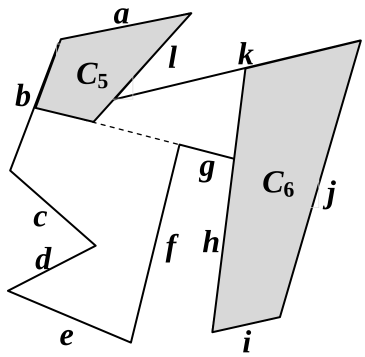


Рис. 5. Элементы покрытия $\boldsymbol{C}_5$ и $\boldsymbol{C}_6$

4. Базовый метод нахождения элементов покрытия многоугольника

В работах [7, 8] показано, что булеву формулу любого многоугольника можно представить в ДНФ, которая соответствует покрытию многоугольника его выпуклыми компонентами.

В работе [1] предложен метод покрытия многоугольника выпуклыми компонентами, который далее будем называть базовым. Его суть заключается в следующем:

1) последовательно перебираются все стороны $s_1, s_2, \ldots, s_n$ многоугольника $\boldsymbol{M}$, в результате чего находятся все порождаемые ими элементы покрытия, которые в совокупности образуют множество $\boldsymbol{C} = \{\boldsymbol{C}_1, \boldsymbol{C}_2, \ldots, \boldsymbol{C}_p\}$;

2) просматриваются элементы множества $\boldsymbol{C}$, и если очередной элемент поглощается каким-либо другим элементом этого же множества, то он удаляется.

После этого все оставшиеся элементы множества $\boldsymbol{C}$ заменяются представляющими их конъюнкциями соответствующих предикатных переменных. Тогда дизъюнкция этих конъюнкций и даст искомую булеву формулу многоугольника в ДНФ.

Базовый метод нахождения элементов покрытия проиллюстрируем на примере многоугольника $\boldsymbol{M}$, изображенного на рис. 3.

Если обход границы вести в прямом направлении, то сторона $\boldsymbol{a}$, как было показано выше, порождает элемент покрытия $\boldsymbol{C}_1$ с границей $\boldsymbol{b^-c^+f^{\pm}k^{\pm}}$. Этот же элемент покрытия порождают стороны $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$, $\boldsymbol{e}$, $\boldsymbol{f}$, $\boldsymbol{i}$, $\boldsymbol{j}$. Сторона $\boldsymbol{d}$ порождает элемент покрытия $\boldsymbol{C}_3$ с границей $\boldsymbol{d^+ef^-}$, а сторона $\boldsymbol{g}$ – элемент покрытия $\boldsymbol{C}_4$ с границей $\boldsymbol{g^+j^-k^+}$. Сторона $\boldsymbol{h}$ порождает элемент покрытия $\boldsymbol{C}_6$ с границей $\boldsymbol{h^+ijk^-}$, а сторона $\boldsymbol{l}$ – элемент покрытия $\boldsymbol{C}_2$ с границей $\boldsymbol{l^+abc^-}$.

Если обход границы вести в обратном направлении, то сторона $\boldsymbol{a}$ порождает элемент покрытия $\boldsymbol{C}_2$ с границей $\boldsymbol{al^+c^-b}$. Этот же элемент покрытия порождают стороны $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$, $\boldsymbol{l}$. Сторона $\boldsymbol{d}$ порождает элемент покрытия $\boldsymbol{C}_3$ с границей $\boldsymbol{d^+f^-e}$. Этот же элемент покрытия порождают стороны $\boldsymbol{e}$ и $\boldsymbol{f}$. Сторона $\boldsymbol{g}$ порождает элемент покрытия $\boldsymbol{C}_5$ с границей $\boldsymbol{g^{\sim}b^-al^+}$. Сторона $\boldsymbol{h}$ порождает элемент покрытия $\boldsymbol{C}_6$ с границей $\boldsymbol{h^+k^-ji}$. Этот же элемент покрытия порождают стороны $\boldsymbol{i}$ и $\boldsymbol{j}$.

Таким образом будет найдено множество $\boldsymbol{C} = \{\boldsymbol{C}_1, \boldsymbol{C}_2, \ldots, \boldsymbol{C}_6\}$, содержащее все возможные элементы покрытия, порождаемые сторонами многоугольника $\boldsymbol{M}$. Так как элемент $\boldsymbol{C}_5$ поглощается элементом $\boldsymbol{C}_2$, то он удаляется из множества $\boldsymbol{C}$.

В результате булева формула многоугольника $\boldsymbol{M}$ в ДНФ будет иметь следующий вид:

$$F = bcfk \vee alcb \vee def \vee gjk \vee hijk.$$

5. Усовершенствованный метод нахождения булевой формулы многоугольника

Как было сказано выше, базовый метод нахождения элементов покрытия не всегда приводит к получению точного решения для рассматриваемой задачи. Применив его, например, к многоугольнику, показанному на рис. 1, получим точное решение. Однако, чуть видоизменив этот многоугольник путем увеличения длины стороны $\boldsymbol{s}_2$ (рис. 6), получим уже приближенное решение (непокрытый выпуклыми компонентами остаток показан на рис. 6 серым цветом).

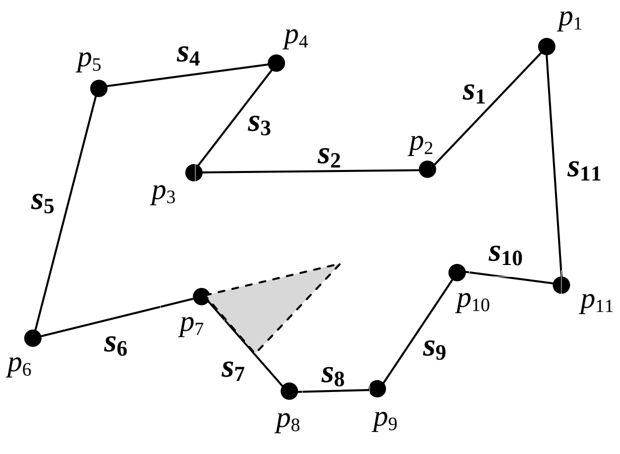


Рис. 6. Многоугольник с непокрытым остатком

Эмпирически было установлено следующее:

– базовый метод нахождения элементов покрытия многоугольника всегда позволяет получить точное решение, если граница многоугольника не содержит сторон ранга 2 (т. е. сторон, у которых оба смежных угла являются вогнутыми);

– если в результате продления стороны ранга 2 до первого пересечения с другой стороной многоугольника будет отсекаться выпуклый многоугольник, то любая точка этого многоугольника не будет принадлежать непокрытому остатку, полученному после применения базового метода.

Эти факты позволяют усовершенствовать базовый метод нахождения элементов покрытия так, что для любого многоугольника будет найдено точное решение. Общая схема усовершенствованного метода с использованием базовых инструкций программирования имеет следующий вид:

begin BoolFormula

$\boldsymbol{C} \leftarrow$ BaseMethod($\boldsymbol{M}$)

(находится множество $\boldsymbol{C}$ элементов покрытия многоугольника $\boldsymbol{M}$ путем применения базового метода. Можно сократить перебор, если не рассматривать стороны нулевого ранга, так как они не дают никаких новых элементов покрытия в сравнении с элементами покрытия, порождаемыми сторонами ранга 1 или 2)

if ($\exists \boldsymbol{s'}$ ($\boldsymbol{s'} \in$ boundary($\boldsymbol{M}$) $\wedge$ rank($\boldsymbol{s'}$) = 2)) **then**

(если $\boldsymbol{M}$ содержит хотя бы одну сторону ранга 2)

$\boldsymbol{M}^{\pi} \leftarrow \{\boldsymbol{M}\}$

($\boldsymbol{M}^{\pi}$ – вспомогательное множество, элементы которого есть многоугольники)

while($\exists \boldsymbol{M'}$ ($\boldsymbol{M'} \in \boldsymbol{M}^{\pi} \wedge$ ($\exists \boldsymbol{s'}$ ($\boldsymbol{s'} \in$ boundary($\boldsymbol{M'}$) $\wedge$ rank($\boldsymbol{s'}$) = 2))))

(повторять, пока в $\boldsymbol{M}^{\pi}$ можно найти элемент, имеющий хотя бы одну сторону ранга 2)

expand ($\boldsymbol{M}^{\pi}$, $\boldsymbol{M'}$)

(входящий в $\boldsymbol{M}^{\pi}$ многоугольник $\boldsymbol{M'}$ заменяется двумя смежными (имеющими общий отрезок внутри своих границ) компонентами, получаемыми путем разбиения $\boldsymbol{M'}$ на две части. Для этого сторону ранга 2 достаточно продлить в прямом или в обратном направлении до первого пересечения с другой стороной многоугольника. Если сторон ранга 2 несколько, например $\boldsymbol{m}$, то из $\boldsymbol{2 \times m}$ вариантов продления выбирается тот, который позволяет отсечь выпуклый многоугольник. Если такой вариант отсутствует, то выбирается вариант, позволяющий преобразовать большее число сторон ранга 2 в стороны ранга 1)

end while

reduce ($\boldsymbol{M}^{\pi}$)

(из множества $\boldsymbol{M}^{\pi}$ удаляются все те элементы, которые представляют собой выпуклые многоугольники)

$\boldsymbol{C^*} \leftarrow \varnothing$

for each $\boldsymbol{M'} \in \boldsymbol{M}^{\pi}$

(повторять для каждого элемента из множества $\boldsymbol{M}^{\pi}$)

$\boldsymbol{C'} \leftarrow$ BaseMethod($\boldsymbol{M'}$)

(находится множество $\boldsymbol{C'}$ элементов покрытия многоугольника $\boldsymbol{M'}$ путем применения базового метода)

for each $\boldsymbol{c'} \in \boldsymbol{C'}$

(повторять для каждого элемента из множества $\boldsymbol{C'}$)

if ($\forall \boldsymbol{c}$ ($\boldsymbol{c} \in \boldsymbol{C} \wedge$ (region($\boldsymbol{c}$) $\cup$ region($\boldsymbol{c'}$) $\neq$ region($\boldsymbol{c}$))))

(если $\boldsymbol{c'}$ не поглощается ни одним элементом из множества $\boldsymbol{C}$)

$\boldsymbol{C^*} = \boldsymbol{C^*} \cup \{\boldsymbol{c'}\}$

end if

end for

end for

$\boldsymbol{C} = \boldsymbol{C} \cup \boldsymbol{C^*}$

end if

F $\leftarrow$ generation($\boldsymbol{C}$)

(все элементы множества $\boldsymbol{C}$ заменяются представляющими их конъюнкциями соответствующих предикатных переменных. Дизъюнкция этих конъюнкций и будет представлять собой искомую булеву формулу F многоугольника в ДНФ)

end BoolFormula

Изложенный метод проиллюстрируем на примере многоугольника $\boldsymbol{M}$, изображенного на рис. 6. Упростим этот рисунок, убрав метки вершин многоугольника и дав новые обозначения его сторонам (рис. 7).

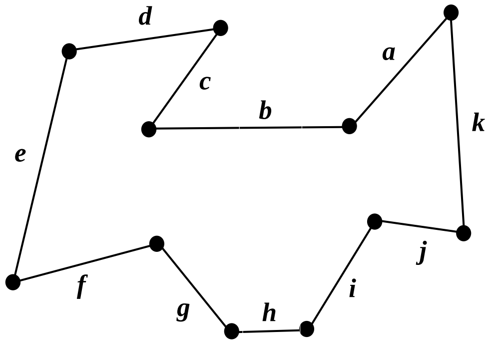


Рис. 7. Упрощенный вид многоугольника $\boldsymbol{M}$

Применив к многоугольнику $\boldsymbol{M}$ базовый метод, находим множество $\boldsymbol{C} = \{\boldsymbol{c}_1, \boldsymbol{c}_2, \ldots, \boldsymbol{c}_5\}$ его элементов покрытия с границами $\boldsymbol{a}^+\boldsymbol{g}^-\boldsymbol{h}\boldsymbol{i}^+\boldsymbol{k}^-$, $\boldsymbol{b}^+\boldsymbol{e}^-\boldsymbol{f}^+\boldsymbol{k}^-$, $\boldsymbol{c}^+\boldsymbol{d}\boldsymbol{e}\boldsymbol{f}^-$, $\boldsymbol{j}^+\boldsymbol{k}\boldsymbol{a}^+$, $\boldsymbol{b}^+\boldsymbol{k}^-\boldsymbol{j}^+\boldsymbol{e}^-$ соответственно.

Так как многоугольник $\boldsymbol{M}$ содержит всего одну сторону с рангом 2, то имеются только два варианта его замены смежными компонентами $\boldsymbol{M}^1$ и $\boldsymbol{M}^2$. Эти варианты (рис. 8) равноценны, поскольку оба отсекают выпуклые компоненты и преобразуют сторону ранга 2 в сторону ранга 1.

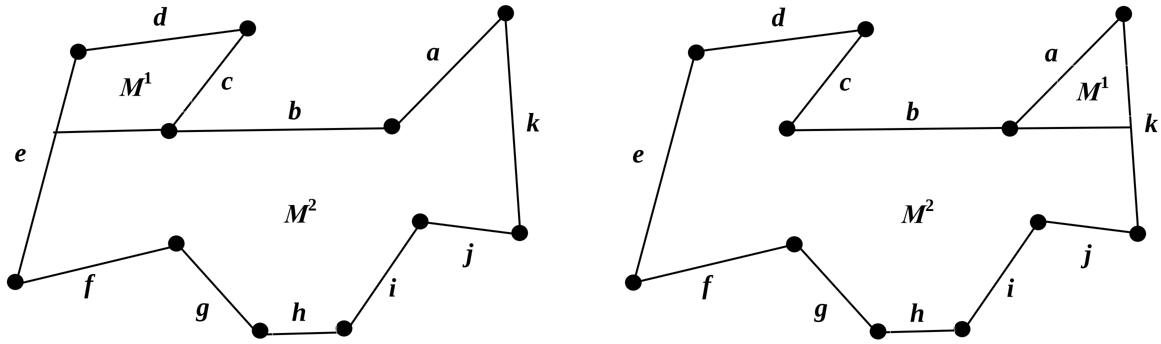


Рис. 8. Два варианта замены многоугольника $\boldsymbol{M}$ компонентами $\boldsymbol{M}^1$ и $\boldsymbol{M}^2$

Рассмотрим, например, вариант 2. Исключив из рассмотрения выпуклый многоугольник $\boldsymbol{M}^1$, применим базовый метод к многоугольнику $\boldsymbol{M}^2$ и найдем множество $\boldsymbol{C}^2$, содержащее элементы покрытия $\boldsymbol{M}^2$.

Последовательно перебираем элементы, входящие в множество $\boldsymbol{C}^2$, и для каждого из них проверяем, поглощается ли этот элемент каким-либо элементом множества $\boldsymbol{C}$. В результате оказывается, что только один элемент покрытия, имеющий границу $\boldsymbol{g}^+\boldsymbol{h}\boldsymbol{i}^+\boldsymbol{b}^\pm$, не поглощается ни одним элементом множества $\boldsymbol{C}$ и поэтому будет помещен во вспомогательное множество $\boldsymbol{C}^*$, а затем и в множество $\boldsymbol{C}$. В итоге искомая булева формула многоугольника $\boldsymbol{M}$ в ДНФ будет иметь следующий вид:

$$\mathrm{F} = aghik \vee befk \vee cdef \vee jka \vee bkje \vee ghib.$$

Заключение

В статье представлена доработка метода нахождения булевой формулы многоугольника в ДНФ, изложенного в работе [1]. Усовершенствованный метод устраняет недостаток, связанный с существованием класса задач, для которых решение находится лишь приближенно.

Необходимо отметить, что направление исследований, связанное с представлением многоугольников булевыми формулами, открывает новые возможности для решения широкого круга оптимизационных задач, например в области топологического проектирования интегральных схем, путем использования развитого аппарата булевой алгебры.

Список литературы

1. Бутов, А.А. Метод нахождения булевой формулы многоугольника в дизъюнктивной нормальной форме без использования дополнительных предикатных переменных / А.А. Бутов // Вестник Брестского государственного технического университета. Физика, математика, информатика. – 2012. – № 5. – С. 48–51.

2. Автоматизированная система подготовки информации для формирования фотошаблонов / Е.А. Шестаков [и др.] // Искусственный интеллект. – 2008. – № 4. – С. 200–207.

3. Фейнберг, В.З. Геометрические задачи машинной графики больших интегральных схем / В.З. Фейнберг. – М. : Радио и связь, 1987. – 178 с.

4. Ласло, М. Вычислительная геометрия и компьютерная графика на С++ / М. Ласло. – М. : БИНОМ, 1997. – 304 с.

5. Препарата, Ф. Вычислительная геометрия : введение / Ф. Препарата, М. Шеймос. – М. : Мир, 1989. – 478 с.

6. Никулин, Е.А. Компьютерная геометрия и алгоритмы машинной графики / Е.А. Никулин. – СПб. : БХВ-Петербург, 2005. – 576 с.

7. Закревский, А.Д. Канонические булевы формулы многоугольников / А.Д. Закревский // Информатика. – 2009. – № 2. – С. 93–101.

8. Поттосин, Ю.В. Использование булевых функций для представления многоугольников / Ю.В. Поттосин, Е.А. Шестаков // Вестник Томского государственного университета. Управление, вычислительная техника и информатика. – 2008. – № 2 (3). – С. 106–115.

9. Бутов, А.А. Простой метод нахождения булевой формулы многоугольника в дизъюнктивной нормальной форме / А.А. Бутов // Вестник Брестского государственного технического университета. Физика, математика, информатика. – 2011. – № 5. – С. 35–38.

Поступила 30.10.2014 г.

Белорусский государственный университет
информатики и радиоэлектроники,
Минск, ул. П. Бровки, 6
e-mail: alx.butov@gmail.com

A.A. Butov

THE METHOD OF CONSTRUCTING A BOOLEAN FORMULA OF A POLYGON IN THE DISJUNCTIVE NORMAL FORM

The paper focuses on finalizing the method of finding a polygon Boolean formula in disjunctive normal form, described in the previous article [1]. An improved method eliminates the drawback associated with the existence of a class of problems for which the solution is only approximate. The proposed method always allows to find an exact solution. The method can be used, in particular, in the systems of computer-aided design of integrated circuits topology.