

УДК 004

Б.А. Залесский

## МЕТОД НЕЧЕТКОЙ КЛАСТЕРИЗАЦИИ $k$ -СРЕДНИХ СО СГЛАЖИВАЮЩЕЙ ШТРАФНОЙ ФУНКЦИЕЙ

*Рассматривается новый подход к кластеризации полутоновых, цветных и мультиспектральных изображений на основе метода нечеткой кластеризации  $k$ -средних. В нем предполагается локальная однородность кластерного представления в областях, не разделенных градиентом исходного изображения, за счет использования аддитивной штрафной функции гиббсовского типа, задающей степень гладкости решения в соседних пикселях, в зависимости от величины и направления градиента, проходящего между ними. Подход, обобщающий метод нечеткой кластеризации  $k$ -средних, позволяет, с одной стороны, получить более однородное кластерное представление исходного изображения, а с другой – предотвращает слияние разных кластеров. Он протестирован на модельных изображениях, аэрофотоснимках и космических изображениях, в частности на восьмиканальных мультиспектральных изображениях спутника LANDSAT 7. Приводятся результаты вычислительных экспериментов, которые подтверждают эффективность нового алгоритма.*

### Введение

Метод кластеризации  $k$ -средних (СМ), предложенный в 1950-х гг. Г. Штейнгаузом [1] и С. Ллойдом [2], широко используется в настоящее время для обработки числовых данных и изображений, в том числе для кластеризации и сегментации полутоновых, цветных и мультиспектральных космических снимков. В 1980-е гг. появилось обобщение метода, полученное Дж. Бездеком [3] и названное методом нечеткой кластеризации  $k$ -средних (FCM).

При использовании СМ предполагается, что число кластеров  $k$  задано и каждый вектор данных (или пиксел изображения) принадлежит ровно одному кластеру [1, 4]. Действие алгоритма состоит в минимизации среднеквадратичного отклонения векторов кластера от его центра масс. Изначально в качестве центров выбираются произвольные  $k$  векторов данных, например, случайным образом. Производится кластеризация данных путем отнесения каждого вектора к ближайшему центру. На каждой итерации переопределяется центр масс для каждого кластера, полученного на предыдущем шаге, затем векторы данных разбиваются на кластеры вновь в соответствии с тем, какой из новых центров оказался ближе к вектору в выбранной метрике. При этом чаще всего используется евклидова метрика. Недостатком СМ является его сходимость в общем случае к локальному экстремуму. На практике это приводит, например, к тому, что при кластеризации изображений алгоритм может объединить разные кластеры в один, даже если их число меньше разрешенного максимального значения  $k$ .

Главным отличием FCM от классического СМ является то, что FCM, основанный на понятиях нечеткой логики, при кластеризации векторных данных ставит в соответствие каждому вектору наблюдений не один класс, а набор чисел, которые характеризуют степень принадлежности вектора каждому классу. Нередко в качестве такого набора используется вектор вероятностей принадлежности элемента выборки каждому классу.

На данный момент можно найти большое количество публикаций, посвященных различным модификациям FCM [5–7]. Разнообразие алгоритмов объясняется тем, что на практике невозможно выделить алгоритм, который работал бы одинаково эффективно для всех классов задач.

В настоящей работе предлагается новый метод сегментации полутоновых, цветных и мультиспектральных изображений на основе FCM. В нем задается локальная степень гладкости кластерного представления в каждом пикселе в зависимости от значения и направления градиента исходного изображения. Для этого к целевой функции добавляется новое слагаемое – квадратичная штрафная функция, зависящая от разностей функций принадлежности соседних пикселей и градиента.

Эксперименты по кластеризации спутниковых снимков с целью выделения на них сельскохозяйственных культур и созданных с помощью графического редактора тестовых изображений показали, что предложенный метод превосходит СМ и FCM по точности. Он существенно более устойчив к искажениям и шумам, точнее выделяет границы кластеров.

### 1. Описание метода

Пусть  $\mathbf{I}$  –  $m \times n$  полутоновое, трехканальное цветное или  $d$ -канальное мультиспектральное изображение с пикселями  $p = (p_x, p_y)$  и векторами-столбцами значений яркостей каждого канала  $I_p = (I_{1,p}, \dots, I_{d,p})^T$  и пусть  $k$  – заранее заданное число кластеров. Принадлежность каждого пикселя  $p$  изображению  $\mathbf{I}$  кластеру  $j$ ,  $1 \leq j \leq k$ , задается матрицей принадлежности  $\mathbf{U} = (u_{p,j})$  с элементами  $u_{p,j} \in [0, \infty)$ , которые можно интерпретировать как степень принадлежности пикселя  $p$  классу  $j$ . В дальнейшем будем предполагать, что для каждого пикселя  $p$  выполняется условие  $\sum_{j=1}^k u_{p,j} = 1$ , тогда элементы  $u_{p,j}$  можно понимать как вероятности принадлежности  $p$  каждому из  $k$  кластеров. Метод FCM нечеткой кластеризации  $k$ -средних заключается в условной EM-минимизации функции

$$F(\mathbf{U}, \mathbf{C}) = \sum_{j=1}^k \sum_p u_{p,j}^\gamma \|I_p - \mathbf{c}_j\|^2 \quad (1)$$

при условиях  $\sum_{j=1}^k u_{p,j} = 1$  для всех пикселей  $p$  по матрицам  $\mathbf{U}$  (размерности  $m \times n \times k$ ) и  $\mathbf{C} = (\mathbf{c}_1, \dots, \mathbf{c}_k)$  (размерности  $d \times k$ ), последняя из которых образована центрами кластеров. Параметр  $\gamma \in [1, \infty]$  выбирается заранее и остается неизменным при минимизации – он характеризует нечеткость кластеров. EM-минимизация производится пошагово: 1) при текущих значениях элементов  $\mathbf{U}$ , которые перед началом вычислений выбираются случайным образом, рассчитываются центры кластеров  $\mathbf{C}$ ; 2) затем вычисляется условный минимум функции  $F(\mathbf{U}, \mathbf{C})$  по  $\mathbf{U}$  при условиях  $\sum_{j=1}^k u_{p,j} = 1$ ; 3) после этого снова находятся центры кластеров. Шаги 2 и 3 повторяются до тех пор, пока не будет достигнута требуемая точность вычисления  $\mathbf{U}$  либо выполнено заданное число операций [5].

Для кластеризации изображений предлагается модификация метода FCM, называемая в дальнейшем методом нечеткой кластеризации  $k$ -средних со сглаживающей штрафной функцией (Gradient Penalty Fuzzy C-Means – GPFCM). Как и FCM, предлагаемый метод основан на процедуре EM-минимизации целевой функции – критерия качества кластеризации. Новая целевая функция в отличие от старой задает степень локальной связности кластерного представления в каждом пикселе в зависимости от градиента исходного изображения. Она имеет следующий вид:

$$F_{GP}(\mathbf{U}, \mathbf{C}) = \sum_{j=1}^k \sum_p u_{p,j}^2 \|I_p - \mathbf{c}_j\|^2 + \sum_{j=1}^k \sum_p \left[ \mu_{p,x} (u_{p,j} - u_{p+(1,0),j})^2 + \mu_{p,y} (u_{p,j} - u_{p+(0,1),j})^2 \right] \quad (2)$$

при условиях  $\sum_{j=1}^k u_{p,j} = 1$ , которые выполняются для каждого пикселя  $p$  изображения.

В формуле (2), как обычно,  $\|\cdot\|$  – евклидова норма. Для пикселя  $p$  пиксел  $p + (1, 0)$  – его правый сосед, а пиксел  $p + (0, 1)$  – нижний сосед. Значения параметров  $\mu_{p,x}$  и  $\mu_{p,y}$  задаются в зависимости от величины соответствующей координаты градиента. Обозначим через  $G_p = (G_{p,x}, G_{p,y})$  градиент изображения  $\mathbf{I}$  в пикселе  $p$ . Параметр  $\mu_{p,x}$  выбирается в зависимости от величины  $G_{p,x}$ , а  $\mu_{p,y}$  – в зависимости от величины  $G_{p,y}$ :

$$\mu_{p,x} = \begin{cases} \mu, & \text{если } |G_{p,x}| \leq \tau, \\ \frac{\mu}{|G_{p,x}|+1}, & \text{если } |G_{p,x}| > \tau, \end{cases} \text{ и } \mu_{p,y} = \begin{cases} \mu, & \text{если } |G_{p,y}| \leq \tau, \\ \frac{\mu}{|G_{p,y}|+1}, & \text{если } |G_{p,y}| > \tau, \end{cases}$$

где  $\mu > 0$  задает степень гладкости кластерного представления, а  $\tau > 0$  – пороговое значение для градиента, предназначенное для уменьшения влияния на результат кластеризации градиентов малой величины, возникновение которых часто объясняется шумами и искажениями исходного изображения **I**.

Для вычисления разностного градиента  $G_p$  использовались  $3 \times 3$  операторы Превитт или Собеля [4], хотя очевидно, что могут быть применены и другие операторы.

Приведем пошаговое описание GPFСM.

*Шаг 1.* Задаем матрицу **U** с элементами  $u_{p,j} \in [0, 1]$  случайным образом с помощью датчика случайных чисел так, чтобы для каждого пиксела  $p$  и целого  $i = 1 \div k$  выполнялись условия

$$\sum_{j=1}^k u_{p,j} = 1 \text{ и } \sum_p u_{p,i} > 0.$$

*Шаг 2.* Вычисляем положение центров кластеров  $\mathbf{c}_j = (c_{1,j}, \dots, c_{d,j})^T$  по формуле

$$c_{i,j} = \frac{\sum_p u_{p,j}^2 I_{i,p}}{\sum_p u_{p,j}^2}, \quad i = 1 \div d.$$

*Шаг 3.* Задаем значения множителей Лагранжа  $\lambda_p$  для условной минимизации целевой функции  $F_{GP}(\mathbf{U}, \mathbf{C})$  по **U** при условиях  $\sum_{j=1}^k u_{p,j} = 1$  для всех пикселей изображения как

$$\lambda_p = \frac{2}{k} \sum_{j=1}^k u_{p,j} \|I_p - \mathbf{c}_j\|^2.$$

*Шаг 4.* Определяем элементы матрицы принадлежности **U** для всех пикселей  $p$  изображения и всех кластеров  $j$  с помощью равенства

$$u_{p,j} = \frac{\frac{1}{2}\lambda_p + \mu_{p,x} u_{p+(1,0),j} + \mu_{p,y} u_{p+(0,1),j} + \mu_{p-(1,0),x} u_{p-(1,0),j} + \mu_{p-(0,1),y} u_{p-(0,1),j}}{\|I_p - \mathbf{c}_j\|^2 + \mu_{p,x} + \mu_{p,y} + \mu_{p-(1,0),x} + \mu_{p-(0,1),y}}.$$

*Шаг 5.* Проверяем условие окончания вычислений, которое может быть проверкой достижения заданной точности определения матрицы принадлежности **U**, или проверкой количества повторенных итераций, или иным условием. Если условие окончания не выполнено, переходим на шаг 2, иначе STOP.

## 2. Результаты тестирования и сравнения алгоритмов кластеризации

Исследование свойств предложенного метода кластеризации проводилось на серии искусственно созданных с помощью графического редактора изображений, а также на публично доступных аэрофотоснимках и мультиспектральных снимках со спутников QuickBird и LANDSAT 7.

Тестирование на искусственно созданных изображениях позволило сравнить предложенный GPFCM с такими известными методами, как FCM и CM, а также оценить его точность путем сравнения результатов кластеризации зашумленных изображений с исходными незашумленными. Классические FCM и CM неустойчивы к шумам и помехам: присутствие искажений приводит к «распадению» кластеров на маленькие однородные по характеристикам области, не связанные между собой. Кроме того, тестирование CM, сходящегося в общем случае к одному из локальных экстремумов, показало, что на аэрокосмических изображениях его применение нередко приводит к «пропаданию кластеров» – слиянию больших разнородных областей в один кластер. Результаты CM оказались неустойчивыми относительно начальных условий: повторное применение метода нередко приводило к различающимся кластерным представлениям, поэтому ниже показаны результаты сравнения GPFCM с более надежным методом FCM.

Эксперименты показали, что предложенный метод GPFCM оказался в данном случае существенно более устойчивым. На рис. 1, *а* приведено тестовое изображение, зашумленное гауссовским случайным шумом с параметром  $\sigma = 80$  (рис. 1, *б*). Результат работы FCM показан на рис. 1, *в*, а результат работы предложенного GPFCM – на рис. 1, *г*.

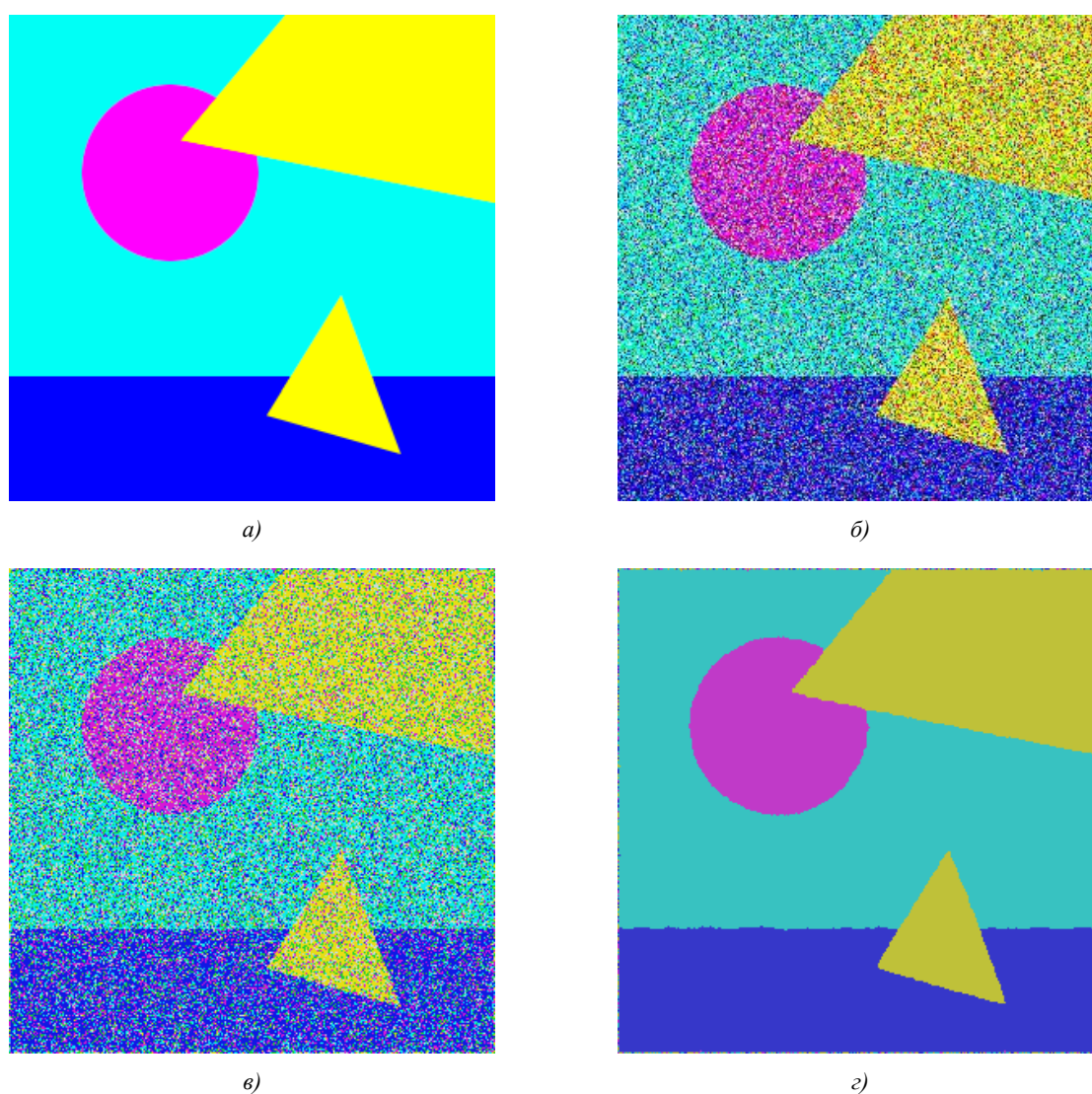


Рис. 1. Пример обработки синтезированного RGB-изображения с шумом: *а*) исходное изображение; *б*) исходное изображение, наблюдаемое с аддитивным гауссовским шумом; *в*) зашумленное изображение, обработанное известным методом FCM; *г*) зашумленное изображение, обработанное предложенным GPFCM

Следует заметить, что предобработка зашумленного изображения на рис. 1, *б* известными фильтрами для устранения шума с последующим применением FCM дает худший результат, чем непосредственное применение предложенного GPFCM. Постобработка изображения на рис. 1, *в* – результата применения FCM известными фильтрами с целью получения кластерного представления – также дает худшие результаты, чем непосредственное применение GPFCM.

Заметим также, что после применения FCM и GPFCM цвета кластеров немного отличаются от цветов исходного изображения. На рис. 1 цвета исходного изображения *а*) и результатов *в*) и *г*) отличаются на две-четыре градации яркостей по каждому цветовому каналу. Это отличие вызвано тем, что действие шума в каждом пикселе будет приблизительно симметричным только в том случае, когда значение цвета каждого его канала равно 128.

Для иллюстрации данного эффекта на рис. 2, *а* приведено однотонное полутоновое изображение с яркостью каждого пиксела, равной 128, искаженное гауссовским случайным шумом с  $\sigma=80$  (рис. 2, *б*). Результаты его фильтрации FCM и предложенным GPFCM изображены на рис. 2, *в* и *г*. В данном случае GPFCM действительно дает нулевое смещение, яркость изображения – результата работы GPFCM – действительно равна 128.

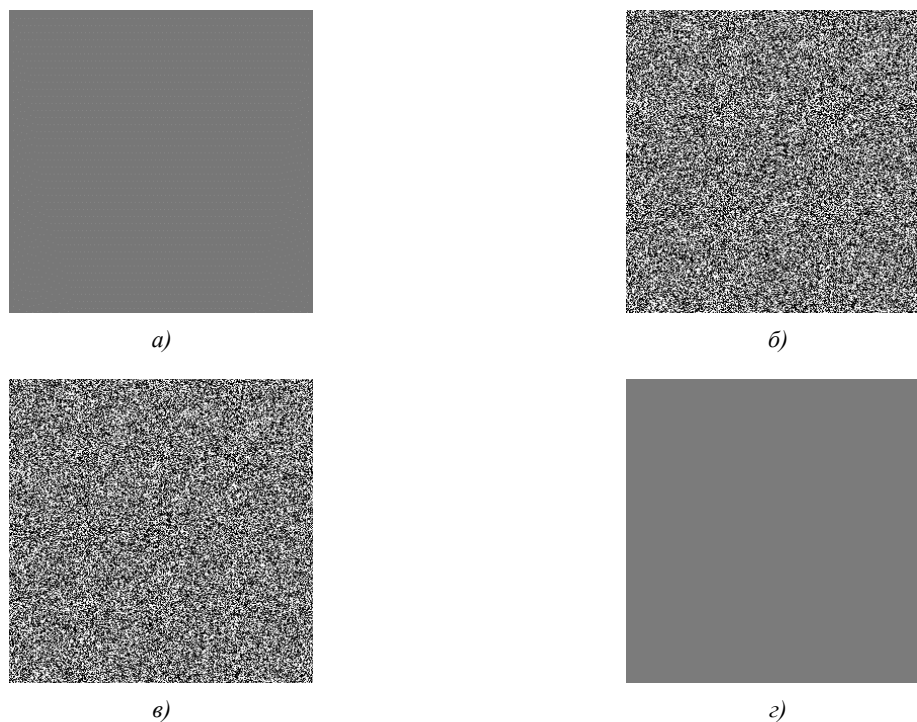


Рис. 2. Пример обработки однородного полутонового изображения: *а*) исходное однородное полутоновое изображение; *б*) исходное изображение, наблюдаемое с аддитивным гауссовским шумом; *в*) зашумленное изображение *б*), обработанное известным методом FCM; *г*) зашумленное изображение *б*), обработанное предложенным GPFCM

На рис. 3 показаны результаты применения FCM и GPFCM к аэрофотоснимку. Кластерное представление, полученное GPFCM, имеет большую регулярность. Далее приводятся результаты кластеризации мультиспектрального снимка с LANDSAT 7 ETM+ с помощью FCM и GPFCM вместе с наложенными на них границами сельскохозяйственных культур, выделенными специалистами РУП «БелНИЦзем». На рис. 4, *а* показано псевдоцветное RGB-изображение, образованное из четвертого, третьего и второго каналов мультиспектрального снимка с LANDSAT 7. На рис. 4, *б* приведен результат его кластеризации FCM вместе с наложенными границами сельскохозяйственных культур, на рис. 4, *в* – результат кластеризации GPFCM с наложенными границами сельскохозяйственных культур.



Рис. 3. Результат применения FCM и предложенного GPFCM к аэрофотоснимку: *а)* часть исходного аэрофотоснимка; *б)* результат применения к нему FCM; *в)* результат применения к исходному изображению *а)* GPFCM; *г)* результат применения к исходному изображению *а)* GPFCM вместе с границами кластеров

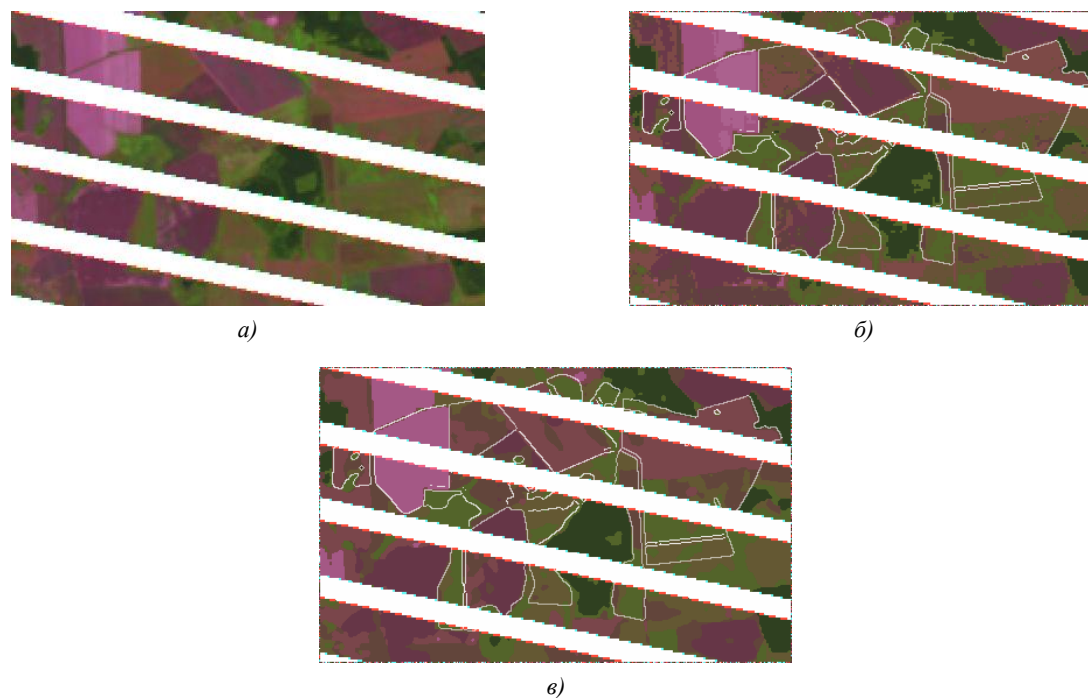


Рис. 4. Результат кластеризации мультиспектрального космического снимка, полученного LANDSAT 7 ETM+, с помощью FCM и предложенного GPFCM: *а)* композитное RGB-изображение, составленное из трех каналов исходного мультиспектрального снимка; *б)* результат кластеризации *а)* с помощью FCM вместе с наложенной на него маской сельскохозяйственных культур, выполненной экспертом; *в)* результат кластеризации *а)* с помощью GPFCM вместе с наложенной на него маской сельскохозяйственных культур, выполненной экспертом

### Заключение

Предложенный метод GPFCM показал более высокую точность кластеризации по сравнению с известными методами FCM и CM как на синтетических, так и на реальных аэрофотоснимках и космических мультиспектральных изображениях. Вычислительные эксперименты подтвердили также, что он значительно устойчивее известных методов CM и FCM при наличии на изображении шумов и помех. Параметры новой штрафной функции позволяют контролировать поведение метода для достижения более точных результатов. При использовании нулевых значений для параметров локальной связности метод превращается в FCM.

### Список литературы

1. Steinhaus, H. Sur la division des corps materiels en parties / H. Steinhaus // Bull. Acad. Polon. – 1956. – Vol. 4 (12). – P. 801–804.
2. Lloyd, S. Least squares quantization in PCM / S. Lloyd // IEEE Transactions on Information Theory. – 1982. – Vol. 28, no. 2. – P. 129–137.
3. Bezdek, J.C. Pattern Recognition with Fuzzy Objective Function Algorithms / J.C. Bezdek. – MA, USA : Kluwer Academic Publishers Norwell, 1981. – 256 p.
4. Гонсалес, Р. Цифровая обработка изображений / Р. Гонсалес, Р. Вудс. – М. : Техносфера, 2005. – 1075 с.
5. Fuzzy Cluster Analysis: Methods for Classification, Data Analysis and Image Recognition / F. Höppner [et al.]. – N. Y. : John Wiley & Sons, 1999. – 300 p.
6. MacQueen, J.B. Methods for classification and Analysis of Multivariate Observations / J.B. MacQueen // Proc. 5th Berkeley Symposium on Mathematical Statistics and Probability. – Berkeley, 1967. – P. 281–297.
7. Genitha, C.H. Classification of satellite images using new fuzzy cluster centroid for unsupervised classification algorithm // C.H. Genitha, K. Vani // Proc. IEEE Conf. on Information and Communication Technologies ICT2013. – JeJu Island, 2013. – P. 203–207.

Поступила 20.05.2014

*Объединенный институт проблем  
информатики НАН Беларуси,  
Минск, Сурганова, 6  
e-mail: zalesky@tut.by*

**B.A. Zalesky**

### **METHOD FUZZY CLUSTERING $k$ -MEANS WITH SMOOTHING PENALTY FUNCTION**

A new method of clustering of grayscale, color and multispectral images is presented. It is based on conditional optimization of the objective function consisting of the classic fuzzy functional criterion and the penalty function of Gibbs type, which controls local smoothness of the solution. The method provides more smooth solutions that are essentially more precise in comparison with fuzzy c-means results in the case of noisy images.