ИНФОРМАТИКА

2014 июль-сентябрь № 3

УДК 658.512.2

Г.М. Левин[1], Б.М. Розин[1], А.Б. Долгий[2]

ЛИНЕЙНАЯ АППРОКСИМАЦИЯ ЗАДАЧИ ОПТИМИЗАЦИИ ИНТЕНСИВНОСТЕЙ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНО-ПАРАЛЛЕЛЬНОГО ВЫПОЛНЕНИЯ ПЕРЕСЕКАЮЩИХСЯ МНОЖЕСТВ ОПЕРАЦИЙ

Предлагаются математическая модель и метод оптимизации интенсивностей последовательно-параллельного выполнения пересекающихся множеств операций. Интенсивность любой операции остается неизменной в составе любого множества. Зависимости материальных и временных затрат на выполнение любой операции в составе конкретного множества от ее интенсивности представимы выпуклыми функциями. Предложенный метод основывается на аппроксимации исходной задачи задачей линейного программирования. Приводится интерпретация в терминах рассмотренной задачи одной из задач оптимизации режимов групповой многоинструментальной обработки деталей на многопозиционном оборудовании.

Введение

Задачам планирования процессов выполнения комплексов операций в системах различного назначения в последние десятилетия уделялось значительное внимание [1–12]. В данной работе исследуется задача оптимизации интенсивностей последовательно-параллельного выполнения операций в составе комплекса пересекающихся между собой множеств операций (далее – работ). Под интенсивностью операции подразумевается время, затрачиваемое на выполнение единицы ее объема. Исследуемая задача является обобщением рассмотренной в работе [12] задачи оптимизации интенсивности последовательно-параллельного выполнения пересекающихся множеств операций. Отличие рассматриваемой постановки задачи заключается в основном в двух аспектах: в допущении различных затрат на выполнение единицы объема одной и той же операции в составе различных работ, причем эти затраты по-прежнему зависят от принимаемой интенсивности операции; и в возможности учета дополнительных затрат времени на восстановление ресурсов, затрачиваемых на выполнение операций, причем затраты ресурсов на выполнение единицы объема каждой операции также зависят как от их интенсивности, так и от работ, в составе которых они выполняются. Рассматриваемая задача сводится к задаче, исследованной в работе [12], если объем и зависимость затрат на единицу объема любой операции от ее интенсивности одинаковы для всех работ, в состав которых она входит, а также нет дополнительных затрат времени на восстановление ресурсов, расходуемых при выполнении работ. В настоящей работе рассматривается частный случай задачи, когда указанные зависимости материальных и временных затрат на выполнение операций в составе различных работ с достаточной для реальных ситуаций точностью могут быть представлены выпуклыми функциями.

1. Общая постановка задачи

В производственной системе планируется последовательное выполнение (однократное либо циклически повторяющееся) всех работ комплекса **I**, образованного множеством $I = \{1,\ldots,i,\ldots,n\}$ различных работ, причем этот комплекс включает n_i идентичных работ $i \in I$. Выполнение очередной работы $i \in I$ комплекса **I** заключается в параллельном выполнении всех операций соответствующего подмножества J_i исходного множества J операций, причем в состав работы i также может входить m_{ij} идентичных операций $j \in J_i$. Длительность любой работы равна наибольшей из длительностей входящих в нее операций. Подмножества семейства $\{J_1,\ldots,J_i,\ldots,J_n\}$, образующие работы комплекса, могут пересекаться и $\bigcup_{i=1}^{n} J_i = J$ (рис. 1).

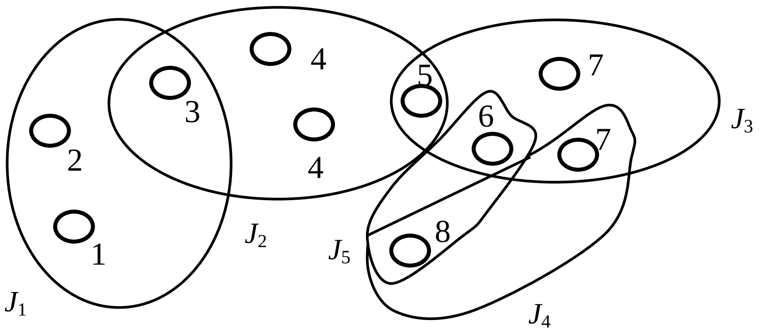

Рис. 1. Пример пересечения работ комплекса

При выполнении каждой операции в составе некоторой работы комплекса расходуются соответствующие ресурсы в количествах, зависящих как от ее объема, так и от интенсивности выполнения. Максимальное количество каждого ресурса, которое может быть в системе, ограничено. Восстановление любого из ресурсов осуществляется после его полного расходования по завершении работы, во время которой это произошло. Выполнение очередной работы может начаться лишь после завершения процесса восстановления соответствующего ресурса.

Необходимо определить интенсивности выполнения всех операций комплекса при условии, что принимаемая интенсивность выполнения операции $j\in J$ должна быть одинакова для всех содержащих ее работ.

Предполагаются заданными следующие исходные данные планируемого процесса:

– объем V_{ij} операции $j\in J$ в содержащей ее работе $i\in I$;

– отрезок $[s_{1j}, s_{2j}]$ возможных значений интенсивности s_j выполнения операции $i\in I$;

– определенные на этом отрезке выпуклые функции $f_{ij}(s_j)$ и $\varphi_{ij}(s_j)$, представляющие зависимости от принимаемой интенсивности s_j выполнения операции $j\in J$ отнесенных к единице объема затрат на ее выполнение (включая затраты на ресурсы и их восстановление) в составе работы $i\in I$ и времени восстановления ресурсов соответственно.

Пусть R – множество видов возобновляемых ресурсов системы, расходуемых при выполнении операций комплекса **I**. В реальных задачах рассматриваемого класса функции $f_{ij}(s_j)$ и $\varphi_{ij}(s_j)$ обусловлены, в частности, максимально возможными количествами U_r каждого из ресурсов $r\in R$ в системе, затратами (материальными и временными) на их восстановление после полного расходования до допустимого уровня, а также зависимостями $u_{ijr}(s_j)$ количества ресурса $r\in R$, расходуемого на выполнение единицы обьема операции j в составе работы i с интенсивностью s_j. Обычно эти параметры являются известными. В этом случае можно принять, что на единицу обьема операции j в составе работы i приходится $u_{ijr}(s_j)/U_r$ как общих затрат на U_r единиц ресурса $r\in R$, так и общего времени его восстановления и связанных с этим затрат.

Затраты на выполнение каждой из работ $i\in I$ в целом помимо суммарных затрат на выполнение всех составляющих ее операций включают также дополнительные затраты, пропорциональные длительности ее выполнения. Коэффициенты пропорциональности $E_{1i}>0$, учитывающие эти дополнительные затраты за единицу времени работы производственной системы при выполнении работ $i\in I$, предполагаются заданными. Затраты времени на выполнение каждой из работ $i\in I$ в целом помимо длительности выполнения самой работы включают также дополнительное время на обслуживание производственной системы. Коэффициенты $E_{2i}>1$, учитывающие эти дополнительные затраты времени за единицу времени работы производственной системы при выполнении работ $i\in I$, также предполагаются заданными.

Задача заключается в определении таких интенсивностей $s_j\in[s_{1j}, s_{2j}]$ выполнения всех операций $j\in J$, которые минимизируют суммарные затраты на выполнение всех работ комплекса **I** при условии, что общая длительность их выполнения (с учетом затрат времени на восстановление ресурсов) не превосходит заданного значения T^0, определяемого исходя из требуемой производительности системы.

Производственные системы, планирование функционирования которых включает решение подобных задач, описаны во многих публикациях (например, [2, 3, 6] и др.). Ниже в разд. 3 приводится пример такой системы.

2. Математическая модель и метод решения

Обозначим через I_j подмножество работ i из множества I, содержащих операцию $j\in J$. В дальнейшем под парой ij будем подразумевать операцию $j\in J$, выполняемую в составе работы $i\in I$. Положим $G=\{ij \mid i\in I, j\in J_i\}$.

При сделанных ранее предположениях получаем следующие зависимости интересующих нас характеристик процесса выполнения комплекса **I** работ от значения вектора $s = (s_j|j\in J)\in \mathbf{S} = \prod_{j\in J}[s_{1j}, s_{2j}]$:

– длительности операции ij и работы i равны $V_{ij}s_j$ и $\max\{V_{ij}s_j \mid j\in J_i\}$ соответственно;

– общие затраты на одну операцию ij равны $V_{ij}f_{ij}(s_j)$;

– затраты времени на восстановление ресурсов, отнесенные к одной операции ij, равны $V_{ij}\varphi_{ij}(s_j)$.

Таким образом, решение исходной проектной задачи может быть получено в результате решения следующей задачи математического программирования:

$$F_1(s) = \sum_{i\in I} n_i (E_{1i} \max_{j\in J_i}(V_{ij}s_j) + \sum_{j\in J_i} m_{ij}V_{ij} f_{ij}(s_j)) \to \min; \tag{1}$$

$$F_2(s) = \sum_{i\in I} n_i (E_{2i} \max_{j\in J_i}(V_{ij}s_j) + \sum_{j\in J_i} m_{ij}V_{ij} \varphi_{ij}(s_j)) \le T^0; \tag{2}$$

$$s_j \in [s_{1j}, s_{2j}],\ j \in J. \tag{3}$$

Здесь функции $F_1(s)$ и $F_2(s)$ представляют общие затраты на выполнение всех работ комплекса **I** и общую их продолжительность соответственно.

В силу выпуклости функций $f_{ij}(s_j)$ и $\varphi_{ij}(s_j)$ для всех $i \in I$ и $j\in J_i$ для решения задачи (1)–(3) могут быть использованы известные методы выпуклого программирования, а поскольку вторые слагаемые функций $F_1(s)$ и $F_2(s)$ сепарабельны, то приближенное решение задачи (1)–(3) может быть эффективно получено посредством ее аппроксимации задачей линейного программирования с использованием для решения последней существующих программных средств типа CPLEX. Рассмотрим один из таких подходов более детально.

Построим кусочно-линейные аппроксимации функций $f_{ij}(s_j)$ и $\varphi_{ij}(s_j)$, полагая для всех $ij\in G$:

$$f_{ij}(s_j) \approx \max\{a_{ijk}\, s_j + b_{ijk} \mid k=1,\dots,v_{ij}\} \tag{4}$$

и

$$\varphi_{ij}(s_j) \approx \max\{c_{ijk}\, s_j + d_{ijk} \mid k=1,\dots,q_{ij}\}, \tag{5}$$

где a_{ijk}, b_{ijk}, v_{ij}, c_{ijk}, d_{ijk} и q_{ij} являются параметрами этой аппроксимации, параметры v_{ij} и q_{ij} во многом определяют ее точность.

Тогда приближенное решение задачи (1)–(3) может быть получено в результате решения следующей задачи линейного программирования:

$$\sum_{i\in I} \tilde{E}_{1i} t_i + \sum_{i\in I}\sum_{j\in J_i} \tilde{V}_{ij} y_{ij} \to \min; \tag{6}$$

$$\sum_{i\in I} \tilde{E}_{2i} t_i + \sum_{i\in I}\sum_{j\in J_i} \tilde{V}_{ij} z_{ij} \le T^0; \tag{7}$$

$$y_{ij} - a_{ijk}\, s_j \ge b_{ijk},\ i\in I,\ j\in J_i,\ k=1,\dots,v_{ij}; \tag{8}$$

$$z_{ij} - c_{ijk}\, s_j \ge d_{ijk},\ i\in I,\ j\in J_i,\ k=1,\dots,v_{ij}; \tag{9}$$

$$t_i - V_{ij} s_j \geq 0, \quad i \in I, \; j \in J_i; \tag{10}$$

$$s_j \in [s_{1j}, s_{2j}], \; j \in J, \tag{11}$$

где $\tilde{E}_{1i} = n_i E_{1i}$, $\tilde{E}_{2i} = n_i E_{2i}$ и $\tilde{V}_{ij} = n_i m_{ij} V_{ij}$. Искомыми в этой задаче являются векторы $t = (t_i \mid i \in I)$, $s = (s_j \mid j \in J)$, $y = (y_{ij} \mid i \in I, j \in J_i)$ и $z = (z_{ij} \mid i \in I, j \in J_i)$. Очевидно, что если (t^*, s^*, y^*, z^*) – ее решение, то вектор s^* может быть принят в качестве приближенного решения исходной задачи (1)–(3). Несовпадение минимальных значений целевых функций этих задач определяется точностью аппроксимации фукций $f_{ij}(s_j)$ и $\varphi_{ij}(s_j)$ в окрестности решения исходной задачи.

3. Задача оптимизации режимов групповой многопозиционной обработки

Рассмотрим процесс обработки на многопозиционном многоинструментальном оборудовании последовательности деталей, составленной из следующих друг за другом идентичных подпоследовательностей (групп) $\delta = \{\delta_1, \ldots, \delta_n\}$, каждая из которых включает n деталей нескольких наименований $\mathbf{M} = \{1, \ldots, m\}$, $n \geq m$. В группе может быть несколько деталей $d \in \mathbf{M}$. Предполагается, что рабочие позиции линейно упорядочены и каждая деталь последовательно в этом порядке обрабатывается на каждой рабочей позиции соответствующим этой позиции и детали набором блоков инструментов, причем в каждый момент времени на каждой позиции может обрабатываться лишь одна деталь. Один такт обработки состоит в одновременной обработке на каждой из рабочих позиций соответствующей (такту и позиции) детали. После завершения любого такта обработки каждая обрабатываемая деталь со своей позиции синхронно перемещается на следующую позицию, деталь с последней рабочей позиции поступает на позицию разгрузки, а на первую рабочую позицию поступает очередная деталь последовательности с загрузочной позиции. Съем и установка деталей на соответствующих позициях совмещены во времени с обработкой деталей на рабочих позициях, причем на оборудовании с кольцевым транспортным устройством загрузочная и разгрузочная позиции обычно совмещены. Таким образом, цикл обработки группы деталей состоит из n тактов. Пусть $I = \{1, \ldots, n\}$ – множество номеров тактов в цикле и $\mathbf{P} = \{1, 2, \ldots\}$ – множество номеров рабочих позиций. Без ограничения общности можно предположить, что на такте $i \in I$ на позиции $p \in \mathbf{P}$ обрабатывается деталь $d_{pi} = \delta_{\chi(p,i)} \in \mathbf{M}$, где $\chi(p, i) = 1 + \mathrm{mod}((n + i - \mathrm{mod}(p, n)), n)$. Пример многопозиционной сблокированной линии для обработки группы (1, 2, 1, 3) деталей 1, 2, 3 изображен на рис. 2. Для этой линии процесс обработки одной группы деталей состоит из четырех тактов.

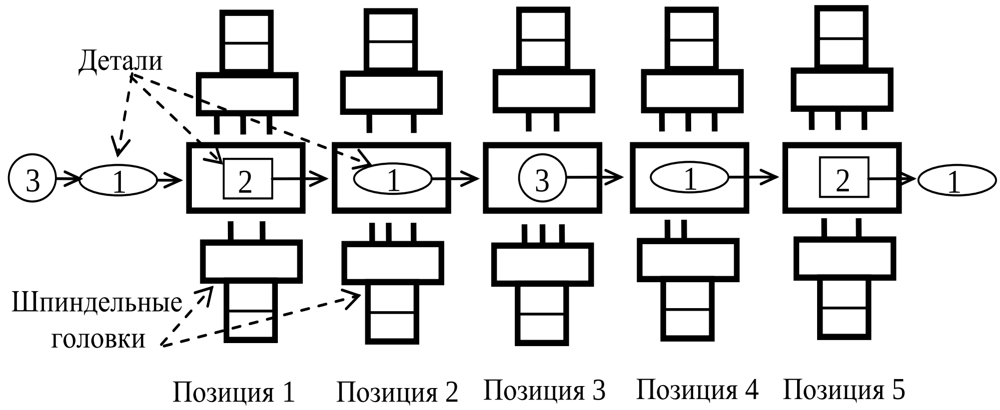

Рис. 2. Многопозиционная сблокированная линия для групповой обработки деталей

В данной работе ограничимся достаточно распространенным на практике случаем, когда:

– каждая рабочая позиция $p \in \mathbf{P}$ оснащена своим набором J_p инструментальных блоков (далее просто «блоки»), а каждый блок $j \in J_p$ – своим набором U_{pj} инструментов;

– каждой детали $d \in \mathbf{M}$ и позиции $p\in\mathbf{P}$ соответствуют подмножество $J_{pd}\subseteq J_p$ блоков и подмножества $U_{pjd}\subseteq U_{pj}$ инструментов каждого из блоков $j\in J_{pd}$, осуществляющих обработку этой детали, причем все блоки выполняют обработку параллельно;

– для различных деталей из $\mathbf{M}$ как подмножества J_{pd}, так и подмножества U_{pjd} могут пересекаться;

– в процессе обработки различных деталей из $\mathbf{M}$ минутная подача S_{pj} у всех инструментов блока $j\in J_p$ остается неизменной (от детали к детали), а у каждого инструмента $u\in U_{pj}$ неизменной остается скорость резания v_{pju}, в то время как параметры технологических переходов (длина и глубина резания, обрабатываемый материал и др.) могут быть различны для разных деталей;

– блок $j\in J_p$ при обработке детали $d \in \mathbf{M}$ имеет соответствующую длину L_{pjd} рабочего хода;

– используется одно из следующих взаимоисключающих правил смены инструмента: независимая смена инструментов после обработки каждым из них своего расчетного (исходя из его периода стойкости при принимаемых режимах обработки) числа партий деталей или независимая смена блоков инструментов после обработки лимитирующим в соответствующем блоке инструментом расчетного (исходя из тех же условий) числа партий деталей.

Искомыми в данной задаче являются вектор $S=(S_{pj}|\ p\in\mathbf{P},\ j\in J_p)$ минутных подач всех блоков инструментов и векторы $V_{pj}=(v_{pju}\,|u\in U_{pj})$ скоростей резания всех инструментов каждого из блоков $j\in J_p$, $p\in\mathbf{P}$. Все остальные параметры группового технологического процесса предполагаются известными. В дальнейшем $V=(V_{pj}|\ p\in\mathbf{P},\ j\in J_p)$; $\mathbf{M}_{pj}$ – множество деталей $d\in\mathbf{M}$, обрабатываемых блоком $j\in J_p$; $\mathbf{M}_{pju}$ – множество деталей $d\in\mathbf{M}_{pj}$, обрабатываемых инструментом $u\in U_{pj}$.

Затраты на обработку группы деталей складываются из стоимостей работ, выполняемых на всех n тактах цикла. Общая стоимость работы на отдельном такте складывается из двух компонентов, первый из которых пропорционален длительности такта (максимальная из длительностей работы всех блоков в этом такте), второй состоит из доли затрат на инструменты, приходящейся на одну группу деталей и зависящей как от принимаемых режимов обработки (S, V), так и деталей, обрабатываемых в этом такте на каждой из позиций. Аналогична и структура общих затрат времени на выполнение отдельного такта.

Пусть $\mathbf{S}_{pj}=[S_{1pj},\ S_{2pj}]$, $[v_{1pju},\ v_{2pju}]$ и $[s_{1pju},\ s_{2pju}]$ – заданные диапазоны возможных значений искомых параметров S_{pj}, v_{pju} и их отношения S_{pj}/v_{pju}, учитывающего допустимые подачи на оборот, соответственно. Искомые режимы выбираются из этих диапазонов с учетом как требуемой производительности (которая определяет максимально допустимую суммарную длительность T^0 всех n тактов цикла), так и ряда технических ограничений на предельно допустимые по каждому инструменту и детали значения $\overline{R}_{pjudk}$ характеристик процесса обработки (усилия, мощности резания, шероховатости, температуры в зоне резания и др.), зависящих от принимаемых режимов, $k = 1, 2, \ldots$. Предполагается, что принятые режимы остаются неизменными в течение всего процесса обработки.

Следуя, в частности, [13], будем предполагать, что зависимости от режимов обработки (минутной подачи S и скорости резания v) периодов стойкости T инструментов и других характеристик R_k процесса для различных инструментов и деталей с достаточной точностью представляются функциями вида (индексы p, j, u и d опущены)

$$T(S,v) = \min\{C / (S^{\eta_w} v^{\mu_w} + G_w) \mid w = 1,\ldots,\overline{w}\}; \tag{12}$$

$$R_k(S,v) = C_k S^{\alpha_k} v^{\beta_k},\ k=1,\ 2,\ \ldots, \tag{13}$$

параметры которых можно считать известными для всех $p\in\mathbf{P}$, $j\in J_p$, $u\in U_{pj}$ и $d\in\mathbf{M}_{pju}$. В реальных ситуациях, как правило, η_w, $\mu_w>1$ для всех инструментов и деталей. Таким образом, для любого фиксированного значения $S_{pj}\in\mathbf{S}_{pj}$ и любого инструмента $u\in U_{pj}$ оптимальным является наименьшее значение $v_{pju}\in[v_{1pju},\ v_{2pju}]\cap[S_{pj}/s_{2pju},\ S_{pj}/s_{1pju}]$, удовлетворяющее техническим ограничениям $R_{pjudk}(S_{pj},v_{pju})\leq \overline{R}_{pjudk}$, $k = 1, 2, \ldots$, для всех деталей $d\in\mathbf{M}_{pju}$, поскольку это значение v_{pju} (обозначим его $\underline{v}_{pju}(S_{pj})$) обеспечивает наибольшую стойкость инструмента для каждой детали $d\in\mathbf{M}_{pju}$, а следовательно, и его общую стойкость по всем деталям из $\mathbf{M}_{pju}$. Таким образом, определение оптимальных (т. е. минимизирующих общие затраты на обработку группы деталей при обеспечении требуемой производительности) режимов обработки, по существу, сводится к нахождению соответствующего вектора $S \in \mathbf{S} = \prod_{p \in \mathbf{P}, j \in J_p} \underline{\mathbf{S}}_{pj}$, где $\underline{\mathbf{S}}_{pj} = [\underline{S}_{1pj}, \underline{S}_{2pj}]$ – часть отрезка $\mathbf{S}_{pj}$, для каждой точки которого существует $\underline{v}_{pju}(S_{pj})$.

Соотношения (12) позволяют (см., в частности, [6] и др.) определить расчетное число $D_{pju}(S_{pj})$ групп деталей, которое может обработать инструмент $u \in U_{pj}$ за период его общей стойкости при минутной подаче $S_{pj} \in \underline{\mathbf{S}}_{pj}$ и скорости резания $\underline{v}_{pju}(S_{pj})$, а также расчетное число $\underline{D}_{pj}(S_{pj}) = \min\{D_{pju}(S_{pj}) | u \in U_{pj}\}$ групп деталей, которое могут обработать инструменты блока $j \in J_p$ при их одновременной смене исходя из лимитирующего по стойкости инструмента. Таким образом, для каждого из рассматриваемых правил смены инструментов и каждых $p \in \mathbf{P}$, $j \in J_p$ могут быть определены отнесенные к одной группе деталей суммарные материальные ($\underline{f}_{pj}(S_{pj})$) и временные ($\underline{\varphi}_{pj}(S_{pj})$) затраты, связанные со сменой инструментов блока j при их работе на минутной подаче $S_{pj} \in \underline{\mathbf{S}}_{pj}$ и оптимальных скоростях резания $\underline{v}_{pju}(S_{pj})$, $u \in U_{pj}$.

При формулировке данной задачи оптимизации режимов групповой обработки на многопозиционном оборудовании в терминах рассмотренной в предыдущих разделах задачи оптимизации интенсивностей последовательно-параллельного выполнения пересекающихся множеств операций можно воспользоваться следующей интерпретацией:

множество работ – множество тактов **I**, в каждом из которых одновременно на каждой из позиций обрабатывается соответствующая (такту и позиции) деталь;

операция pj работы $i \in \mathbf{I}$ – обработка в такте i на позиции $p \in \mathbf{P}$ детали d_{pi} блоком $j \in J_{pd_{pi}} \subseteq J_p$.

Таким образом, множество операций определяется множеством $J = \bigcup_{p \in \mathbf{P}} J_p$ всех блоков, причем обработка различных деталей одним и тем же блоком рассматривается как одна операция, но выполняемая при разных работах;

объем операции pj в работе i – длина рабочего хода $L_{pjd_{pi}}$ блока $j \in J_{pd_{pi}}$ при обработке детали d_{pi};

ресурсы, расходуемые на выполнение операции pj, – каждый из инструментов блока $j \in J_p$ в отдельности (при независимой смене инструментов) или все инструменты этого блока в совокупности как один ресурс (при одновременной смене всех инструментов блока);

искомая интенсивность операции pj – величина $s_{pj} = 1/S_{pj}$, однозначно определяющая искомую минутную подачу S_{pj} блока pj;

зависимости суммарных (по всем работам из I) материальных и временных затрат на выполнение операции pj от ее интенсивности s_{pj} – функции $f_{pj}(s_{pj}) = \underline{f}_{pj}(1/s_{pj})$ и $\varphi_{pj}(s_{pj}) = \underline{\varphi}_{pj}(1/s_{pj})$ соответственно;

параметры E_{1i} и E_{2i} – соответственно стоимость эксплуатации оборудования и коэффициент дополнительных затрат времени на его обслуживание, отнесенные к единице времени работы на такте i.

Положим $\mathbf{s}_{pj} = [1/S_{2pj}, 1/S_{1pj}]$, $s = (s_{pj} \in \mathbf{s}_{pj} \mid p \in \mathbf{P}, j \in J_p)$. Для простоты изложения предположим, что в множестве **I** идентичных тактов не содержится, т. е. $n_i = 1$ для всех $i \in I = \mathbf{I}$, а также уникален каждый блок $j \in J_p$, т. е. $m_{ipj} = 1$ для всех $p \in \mathbf{P}$, $j \in J_p$, $i \in I$. Тогда рассматриваемая технологическая задача оптимизации режимов обработки сводится к следующей задаче математического программирования:

$$F_1(s) = \sum_{i \in I} E_{1i} \max_{p \in \mathbf{P}} \max_{j \in J_{pd_{pi}}} (L_{pjd_{pi}} s_{pj}) + \sum_{p \in \mathbf{P}} \sum_{j \in J_{pd_{pi}}} f_{pj}(s_{pj}) \to \min; \quad (14)$$

$$F_2(s) = \sum_{i \in I} E_{2i} \max_{p \in \mathbf{P}} \max_{j \in J_{pd_{pi}}} (L_{pjd_{pi}} s_{pj}) + \sum_{p \in \mathbf{P}} \sum_{j \in J_{pd_{pi}}} \varphi_{pj}(s_{pj}) \le T_0; \quad (15)$$

$$s_{pj} \in \mathbf{s}_{pj},\ p \in \mathbf{P},\ j \in J_p. \quad (16)$$

Можно показать, что при принятых предположениях функции $f_{pj}(s_{pj})$ и $\varphi_{pj}(s_{pj})$ являются выпуклыми на отрезках $\mathbf{s}_{pj}$ для всех $p\in\mathbf{P}$ и $j\in J_p$. Таким образом, для решения задачи (14)–(16) может быть использован предложенный в разд. 2 подход.

Заключение

Предложены математическая модель и метод решения задачи оптимизации интенсивностей последовательно-параллельного выполнения комплекса пересекающихся множеств операций для частного случая, когда интенсивность любой операции остается неизменной в составе любого множества, а зависимости материальных и временных затрат на выполнение любой операции в составе конкретного множества от ее интенсивности представимы выпуклыми функциями. Метод основан на аппроксимации исходной задачи задачей линейного программирования с последующим использованием для решения последней существующих пакетов решения задач этого класса.

В качестве перспективных направлений развития данных исследований можно отметить разработки:

– итерационной схемы решения исходной задачи, предполагающей последовательное уточнение аппроксимационных соотношений (4), (5) по результатам ранее полученных решений;

– эффективных декомпозиционных методов решения большеразмерных задач (6)–(11), учитывающих специфическую структуру их матрицы ограничений;

– эффективных приближенных и точных методов решения исходной задачи с невыпуклыми функциями зависимости материальных и временных затрат на операции от интенсивности их выполнения.

Данная работа была выполнена при поддержке Белорусского республиканского фонда фундаментальных исследований (проект Ф12ФП-001).

Список литературы

1. Alting, L. Computer Aided Process Planning: the state-of-the-art survey / L. Alting, H. Zhang // Intern. J. Prod. Res. – 1989. – Vol. 27, no. 4. – P. 553–585.

2. Halevi, G. Process and Operation Panning / G. Halevi. – Springer, 2003. – 335 p.

3. Bukchin, J. Design of flexible assembly line to minimize equipment cost / J. Bukchin, M. Tzur // IIE Transactions. – 2000. – Vol. 32. – P. 585–598.

4. Gupta, A.K. Optimization of due-date objectives in scheduling semiconductor batch manufacturing / A.K. Gupta, A.I. Sivakumar // Intern. J. of Machine Tools and Manufacture. – 2006. – Vol. 46. – P. 1671–1679.

5. Burkov, V.N. Models and methods of multiprojects' management / V.N. Burkov, D.A. Novikov // Systems Science. – 1999. – Vol. 256, no. 2. – P. 5–14.

6. Dolgui, A. Graph approach for optimal design of transfer machine with rotary table / A. Dolgui, N. Guschinsky, G. Levin // Intern. J. of Prod. Res. – 2009. – Vol. 47, no. 2. – P. 321–341.

7. Dolgui, A. Enhanced mixed integer programming model for a transfer line design problem / A. Dolgui, N. Guschinsky, G. Levin // Computers and Industrial Engineering. – 2012. – Vol. 62, no. 2. – P. 570–578.

8. Левин, Г.М. Оптимизация режимов параллельной многоинструментальной обработки деталей на агрегатном оборудовании с учетом групповой смены инструментов / Г.М. Левин, Б.М. Розин // Информатика. – 2011.– № 3. – С. 33–47.

9. Левин, Г.М. Оптимизация последовательно-параллельного выполнения комплекса взаимосвязанных операций / Г.М. Левин, Б.М. Розин // Весці НАН Беларусі. Сер. фіз.-мат. навук. – 2013. – № 1. – С. 111–116.

10. Levin, G. Optimization of Multi-tool Cutting Modes for Batch Manufacturing in Large Series Machining Environment / G. Levin, B. Rozin, A. Dolgui // Proc. of the 14th IFAC Symposium on Information Control Problems in Manufacturing (INCOM'12). – Bucharest, Romania, 2012. – P. 444–448.

11. Rozin, B. Optimization of Multi-tool Cutting Modes in Multi-item Batch Manufacturing System / B. Rozin, G. Levin, A. Dolgui // Proc. of the IFAC Conf. on Manufacturing Modelling, Management and Control (MIM'2013). – SPb., 2013. – P. 766–771.

12. Долгий, А.Б. Оптимизация интенсивностей последовательно-параллельного выполнения пересекающихся множеств операций / А.Б. Долгий, Г.М. Левин, Б.М. Розин // Междунар. конгресс по информатике: информационные системы и технологии (CSIST'2013). – Минск, 2013. – С. 520–524.

13. Режимы резания металлов : справочник / Ю.В. Барановский [и др.]. – 3-е изд., перераб. и доп. – М. : Машиностроение, 1972. – 408 с.

Поступила 05.05.2014

[1]*Объединенный институт проблем*
информатики НАН Беларуси,
Минск, Сурганова, 6
e-mail: {levin; rozin}@newman.bas-net.by

[2]*Ecole Nationale Superieure des Mines,*
158, Cours Fauriel, 42 023 Saint-Etienne, France
e-mail: dolgui@emse.fr

G.M. Levin, B.M. Rozin, A.B. Dolgui

LINEAR APPROXIMATION FOR INTENSITIES OPTIMIZATION PROBLEM OF SEQUENTIAL-PARALLEL EXECUTION OF INTERSECTING OPERATION SETS

The mathematical model and method for the problem of optimization of intensities of sequential-parallel execution of intersecting operation sets are proposed. The proposed method is based on the approximation of the problem by linear programming problem.