

УДК 681.511

А.А. Несенчук

ИССЛЕДОВАНИЕ ДИНАМИЧЕСКИХ СИСТЕМ ТРЕТЬЕГО ПОРЯДКА С НЕОПРЕДЕЛЕННОСТЬЮ НА ОСНОВЕ КОРНЕВЫХ ПОРТРЕТОВ

Рассматривается вопрос об устойчивости динамической системы третьего порядка с интервальной неопределенностью. Устанавливаются закономерности поведения функции параметра корневого портрета системы на границе устойчивости, характер зависимости конфигурации портрета от значений изменяющихся параметров. На этой основе формулируются корневое и алгебраическое условия устойчивости и разрабатывается метод параметрического синтеза системы. Приводится алгоритм для реализации процедуры параметрического синтеза.

Введение

Исследование корневых портретов систем с неопределенностью [1–3], формирующих эти портреты полей и корневых годографов [2, 3] имеет большое значение, поскольку они позволяют наблюдать и наглядно представить реакцию системы на параметрические вариации, установить фактическую область расположения семейства корней системы и, следовательно, сделать вывод о том, где и каким образом следует размещать корни для достижения робастной устойчивости и робастного качества [1, 3] системы.

Динамические системы, описываемые характеристическими уравнениями третьей степени, достаточно широко используются на практике. Устойчивость подобных систем с интервальной неопределенностью рассматривается в [4] и ряде других работ, где, как правило, применяется алгебраический подход, который позволяет решить вопрос об устойчивости, однако не дает возможности решать задачи синтеза и получать представление о динамике системы в условиях параметрических вариаций. Корневой подход к проблеме, который специально предназначен для решения задач синтеза, позволяет получить полное представление о поведении системы в условиях неопределенности и на этой основе выполнить синтез.

1. Общие положения

Рассмотрим динамическую систему, описываемую характеристическим уравнением

$$s^n + a_1 s^{n-1} + \dots + a_{n-1} s + a_n, \quad (1)$$

где a_j – действительные коэффициенты полинома, $j = \overline{1, n}$.

Определение 1. *Параметром* или *свободным параметром* корневого годографа алгебраического уравнения (полинома) назовем коэффициент этого уравнения или параметр динамической системы, описываемой этим уравнением, который варьируется по определенному закону с целью построения корневого годографа.

Сделав в уравнении (1) замену переменного, $s = \sigma + i\omega$, и выделив мнимую и действительную части, перепишем его относительно свободного члена в форме функции комплексного переменного

$$a_n = -\frac{\varphi(s)}{\psi(s)} = f(s) = u(\sigma, \omega) + iv(\sigma, \omega), \quad (2)$$

где $u(\sigma, \omega)$ и $v(\sigma, \omega)$ – действительные функции двух независимых переменных σ и ω ; $\varphi(s)$ и $\psi(s)$ – полиномы комплексного переменного s .

С помощью функции отображения (2) осуществляется отображение некоторых заданных в плоскости свободного параметра [2] a_n образов на плоскость комплексного переменного s .

Определив в качестве свободного (варьируемого) параметра годографа параметр a_n , и при условии $-\infty < a_n < +\infty$ запишем в общем виде уравнение корневого годографа полинома (1)

$$v(\sigma, \omega) = 0 \quad (3)$$

и уравнение параметра годографа

$$a_n = u(\sigma, \omega). \quad (4)$$

Под корневым годографом будем понимать корневой годограф Теодорчика – Эванса (КГТЭ) полинома [2].

Определение 2. *Свободным корневым годографом* алгебраического уравнения (полинома) назовем корневой годограф этого уравнения (полинома), параметром которого является его свободный член.

Сформулируем понятие поля корневых траекторий [5]. Пусть

$$\varphi(u, v) = 0 \quad (5)$$

есть кривая в плоскости свободного параметра, которая является образом корневого годографа. Тогда, используя соотношение (2), получим уравнение

$$F(\sigma, \omega) = C, \quad (6)$$

где $F(\sigma, \omega) = \varphi(u(\sigma, \omega), v(\sigma, \omega)) + C$; C – некоторая постоянная, которую назовем *параметром поля корневого годографа*.

Тогда функция

$$F = F(\sigma, \omega) \quad (7)$$

представляет собой функцию поля корневых траекторий [5]. Очевидно, что уравнение (6) является уравнением линий уровня поля корневых траекторий.

Определение 3. *Поле корневых траекторий динамической системы* с характеристическим уравнением (1) назовем совокупность кривых (6), когда C изменяется в промежутке $(-\infty, +\infty)$.

В качестве параметра поля может быть определен как параметр образа корневого годографа, заданного в плоскости свободного параметра, так и коэффициент характеристического полинома или параметр динамической системы.

2. Постановка задачи

Запишем характеристическое уравнение динамической системы третьего порядка в виде

$$s^3 + a_1 s^2 + a_2 s + a_3 = 0, \quad (8)$$

где a_1, \dots, a_3 – коэффициенты, которые изменяются в пределах заданных интервалов действительных значений,

$$a_j \in [a_j, \bar{a}_j], j \in \{1, 2, 3\}, \quad (9)$$

и могут принимать любые значения из этих интервалов.

Система, описываемая уравнением (8), представляет собой систему с интервальной неопределенностью (интервальную динамическую систему (ИДС)), т. е. фактически интервальное семейство систем.

При решении задачи необходимо:

- 1) исследовать динамические свойства и установить закономерности поведения системы, описываемой уравнением (8), при вариации параметров в заданных интервалах (9);
- 2) сформулировать корневое условие устойчивости интервальной системы, описываемой уравнением (8);
- 3) с целью выполнения параметрического синтеза системы разработать алгоритм расчета интервалов вариации коэффициентов характеристического уравнения системы (8), в пределах которых сохраняется асимптотическая устойчивость, т. е. система является робастно устойчивой.

Входными данными алгоритма являются характеристическое уравнение (8), описывающее динамические свойства системы, и исходные граничные значения интервалов (9) вариации коэффициентов уравнения (8).

Выходными данными алгоритма являются граничные значения интервалов вариации коэффициентов уравнения (8), при которых система является робастно устойчивой.

3. Закономерности поведения интервальной системы на границе устойчивости

Исследуем поведение семейства, описываемого уравнением (8), на границе устойчивости при положительных коэффициентах уравнения, используя корневой портрет системы [3].

Определение 4. *Корневым портретом* или *корневым годографом динамической системы с параметрической неопределенностью* назовем семейство корневых годографов, порождаемых семейством функций отображения вида (2) этой системы.

Определение 5. Свободным корневым портретом динамической системы с параметрической неопределенностью назовем корневой портрет, сформированный семейством свободных корневых годографов этой системы.

С целью проведения исследования, приняв в качестве параметра годографа параметр a_3 , запишем функцию отображения вида (2) для системы третьего порядка, переписав уравнение (8) относительно a_3 в форме

$$s^3 + a_1 s^2 + a_2 s = -a_3 \quad (10)$$

и подставив вместо комплексного переменного s его значение $s = \sigma + i\omega$. Тогда функция отображения примет следующий вид:

$$\sigma^3 - 3\sigma\omega^2 + a_1\sigma^2 - a_1\omega^2 + a_2\sigma + i(3\sigma^2\omega - \omega^3 + 2a_1\sigma\omega + a_2\omega) = u(\sigma, \omega) + iv(\sigma, \omega) = -a_3.$$

На основании последнего выражения запишем уравнение свободного КГТЭ алгебраического уравнения (8)

$$3\sigma^2\omega - \omega^3 + 2a_1\sigma\omega + a_2\omega = v(\sigma, \omega) = 0 \quad (11)$$

и уравнение (функцию) параметра корневого годографа

$$g(\sigma, \omega) = -\sigma^3 + 3\sigma\omega^2 - a_1\sigma^2 + a_1\omega^2 - a_2\sigma = u(\sigma, \omega) = a_3. \quad (12)$$

Для определения динамических свойств системы на границе устойчивости (т. е. при $\sigma = 0$) перепишем соответственно уравнение (11) корневого годографа в виде

$$\omega^3 - a_2\omega = 0 \quad (13)$$

и функцию параметра (12) в виде

$$g(\omega) = a_1\omega^2 = a_3. \quad (14)$$

Выражение (13) используется для вычисления координат ω точек пересечения границы устойчивости (мнимой оси $i\omega$) ветвями годографов корневого портрета, а выражение (14) – для вычисления значений параметра a_3 в этих точках.

Поведение системы на оси σ описывается соответственно следующими уравнениями параметра и корневого годографа:

$$3\sigma^2 + 2a_1\sigma + a_2 = 0; \quad (15)$$

$$\sigma^2 + a_1\sigma + a_2 = a_3. \quad (16)$$

Согласно формулам (13)–(16) при положительных значениях коэффициентов a_1 и a_2 , $a_1 > 0$ и $a_2 > 0$, граница асимптотической устойчивости пересекается только положительными ветвями свободных корневых годографов семейства (рис. 1) и начальные точки (полюсы) годографов (на рис. 1 показаны крестиками) располагаются в левой полуплоскости. Соответствующие точки пересечения обозначены на рис. 1 буквой t . При $a_1 < 0$ эта закономерность противоположна, т. е. граница устойчивости пересекается только отрицательными ветвями свободных корневых годографов семейства и начальные точки располагаются в правой полуплоскости. При $a_1 = 0$ все начальные точки семейства располагаются на мнимой оси $i\omega$. Эти варианты будут подробно рассмотрены ниже.

Свободный корневой портрет системы определим семейством полей корневых траекторий с функцией (7):

$$F(\sigma, \omega) = 3\sigma^2 - \omega^2 + 2a_1\sigma \quad (17)$$

и линиями уровня (6):

$$F(\sigma, \omega) = 3\sigma^2 - \omega^2 + 2a_1\sigma = -a_2, \quad (18)$$

что позволяет свести исследование интервального корневого портрета к исследованию поля корневых траекторий как носителя всех свойств портрета.

С целью установления динамических свойств поля проводится исследование поведения функции параметра $g(\omega)$ (14) для поля на границе устойчивости $i\omega$ с помощью первой производной $g'(\omega)$. В этом случае точки экстремума функции определяются выражением

$$g'(\omega) = 2a_1\omega = 0, \quad (19)$$

которое дает основание утверждать, что единственный экстремум функции (двухкратный нуль) располагается в начале координат, где $\omega = 0$. Поэтому очевидно, что функция (14) является непрерывно возрастающей и, следовательно, значения параметра траектории a_3 при положительных значениях коэффициентов характеристического уравнения возрастают от начала координат, где $g(\omega) = 0$, по направлению оси $i\omega$.

Для значений $a_1 < 0$ установленная закономерность противоположна, т. е. имеет место не возрастающий, а убывающий характер распределения значений функции параметра вдоль границы устойчивости (см. формулу (14)).

При $a_1 = 0$ и положительных a_2 функция параметра на границе устойчивости всегда равна нулю.

Соответствующие диаграммы распределения значений параметра годографа a_3 при изменении параметра поля a_2 в пределах бесконечного интервала значений $-\infty < a_2 < +\infty$ изображены на рис. 2. Кривые на диаграммах для простоты заменены прямыми линиями.

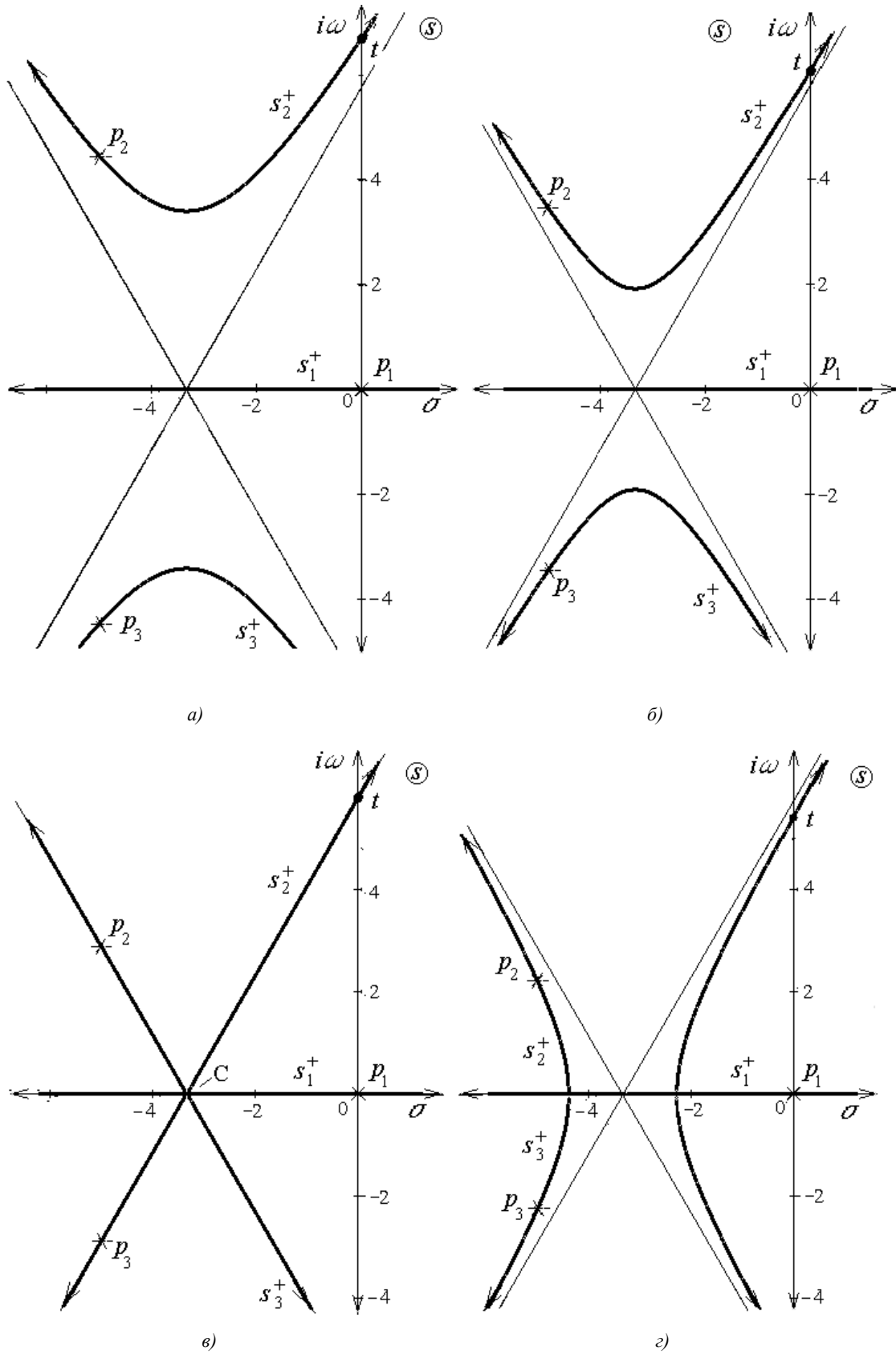


Рис. 1. Свободные КГТЭ ИДС, описываемой характеристическим уравнением $s^3 + 10s^2 + a_2s + a_3 = 0$, построенные при различных значениях a_2 : а) $a_2 = 40$; б) $a_2 = 33,3$; в) $a_2 = 30$; г) $a_2 = 25$

На основании изложенного выше сформулируем следующее утверждение.

Утверждение. Функция параметра траектории (14) для поля корневых траекторий (17) динамической системы третьего порядка, описываемой характеристическим уравнением (8) с положительными или отрицательными коэффициентами, является соответственно монотонно возрастающей или убывающей функцией; в единственной точке экстремума функции, располагающейся в начале координат плоскости корней, параметр траектории равен нулю.

На рис. 2, а показано поле корневых траекторий динамической системы третьего порядка в плоскости корней s при изменении параметра поля a_2 в пределах некоторого заданного интервала значений: $a_{2\min} < a_2 < a_{2\max}$. Поле представлено двумя ограничивающими его годографами (линиями уровня), построенными при $a_2 = a_{2\min}$ (первый) и при $a_2 = a_{2\max}$ (второй). Точки пересечения границы устойчивости ветвями данных годографов обозначены соответственно буквами t_1 и t_2 . Начальные точки годографов, т. е. точки, в которых параметр годографа a_3 равен нулю, показаны крестиками. Начальные точки, принадлежащие первому годографу, обозначены цифрой 1, второму – цифрой 2. Координаты ω точек экстремума функции параметра обозначены как ω_{\min}^f (точка минимума на рис. 2, а) и ω_{\max}^f (точка максимума на рис. 2, б). Область пересечений D_{ω}^f ветвями годографов поля границы устойчивости $i\omega$ при изменении параметра поля a_2 в пределах бесконечного интервала значений $-\infty < a_2 < +\infty$ разделена на две комплексно-сопряженные части: верхнюю $D_{\omega t}^f$ и нижнюю $D_{\omega b}^f$. Реальная область пересечений D_{ω} границы устойчивости $i\omega$ ветвями годографов поля при изменении параметра поля a_2 в пределах указанного выше заданного интервала значений $a_{2\min} < a_2 < a_{2\max}$ ($\underline{a}_2 < a_2 < \bar{a}_2$) располагается в интервале между точками t_1 и t_2 . Комплексно-сопряженная часть интервала $[t_1, t_2]$, расположенная в нижней полуплоскости на рис. 2, не обозначена и не рассматривается, поскольку аналогична расположенной в верхней полуплоскости. Исходя из установленных выше закономерностей, значение функции параметра в области пересечений возрастает от начала координат до точки t_1 и от начала координат, где параметр траектории $a_3 = 0$, в направлении оси $i\omega$.

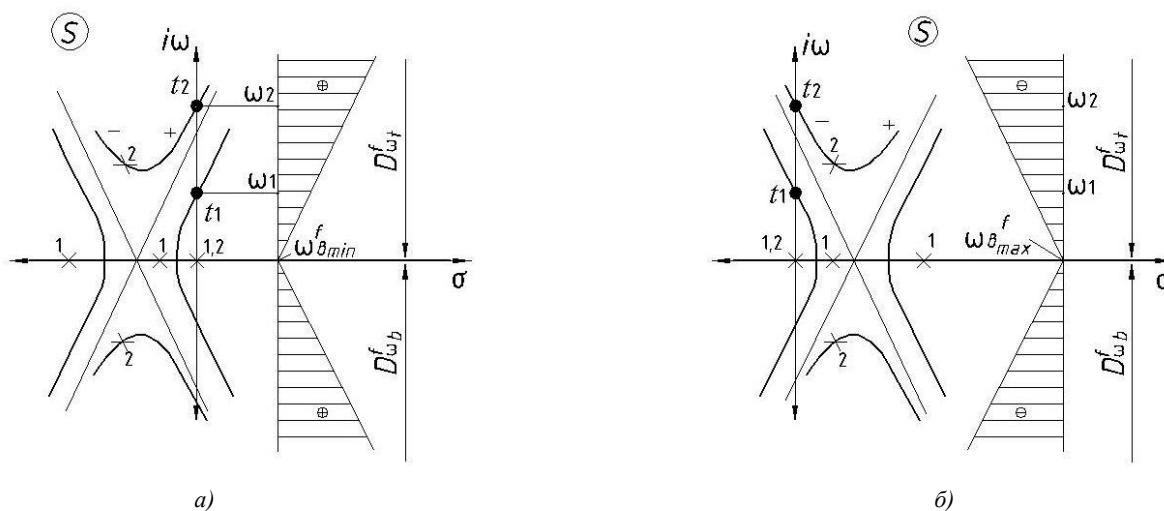


Рис. 2. Динамика функции параметра траекторий на границе устойчивости для системы третьего порядка: а) $a_1 > 0$; б) $a_1 < 0$

При изменении знака коэффициента a_1 на противоположный картина (рис. 2, б) аналогична приведенной на рис. 2, а, но располагается симметрично рассмотренной относительно границы устойчивости, что следует из формулы (14), поскольку при $a_1 < 0$ согласно формуле (14) значения параметра a_3 на границе устойчивости также будут отрицательны,

т. е. граница будет пересекаться только отрицательными ветвями годографов поля (портрета), а в таком случае все положительные комплексно-сопряженные ветви годографов поля (портрета) располагаются в правой полуплоскости корней. Симметричность портрета, построенного при $a_1 < 0$ (рис. 2, б), относительно мнимой оси плоскости корней портрету, построенному при $a_1 > 0$ (рис. 2, а), также вытекает из уравнения КГТЭ (11). Следовательно, при прочих равных условиях при непрерывном уменьшении параметра a_1 корневой портрет интервального семейства постепенно и непрерывно перемещается вправо в сторону неустойчивого состояния (рис. 3).

На рис. 2 дана наглядная исчерпывающая информация о характере изменения динамических свойств системы в пределах бесконечных интервалов изменения параметров a_1 , a_2 и a_3 .

Рассмотренные корневые портреты позволяют получить полное представление о динамике исследуемой системы. Они наглядно подтверждают, что в случае отрицательности хотя бы одного из коэффициентов система является неустойчивой. Рассмотрим каждый коэффициент отдельно.

Предположим, что $a_1 < 0$ или $a_2 < 0$. На рис. 2 видно, что в этом случае комплексные положительные и правые действительные ветви всего семейства всегда расположены в правой полуплоскости, т. е. ни в каком из возможных состояний система не является устойчивой.

Предположим, что $a_3 < 0$. Невозможность достижения устойчивого состояния в этом случае доказывается тем, что правая крайняя действительная ветвь каждого из годографов всего семейства, которая, как известно, является отрицательной, всегда совпадает с положительной («неустойчивой») полуосью σ , расположенной в правой полуплоскости и направленной вправо от начала координат (рис. 2).

На рис. 3 представлена динамика поля свободных корневых траекторий интервальной системы для случая $a_1 > 0$, где показан ряд характерных последовательных состояний системы (для некоторых фиксированных значений a_1 и a_2) при непрерывном уменьшении значений a_2 от положительных значений (рис. 3, а–в) к отрицательным (рис. 3, г). Крестиками отмечены начальные точки. Каждый из графиков соответствует определенной линии уровня поля. Рисунок наглядно иллюстрирует описанные выше результаты.

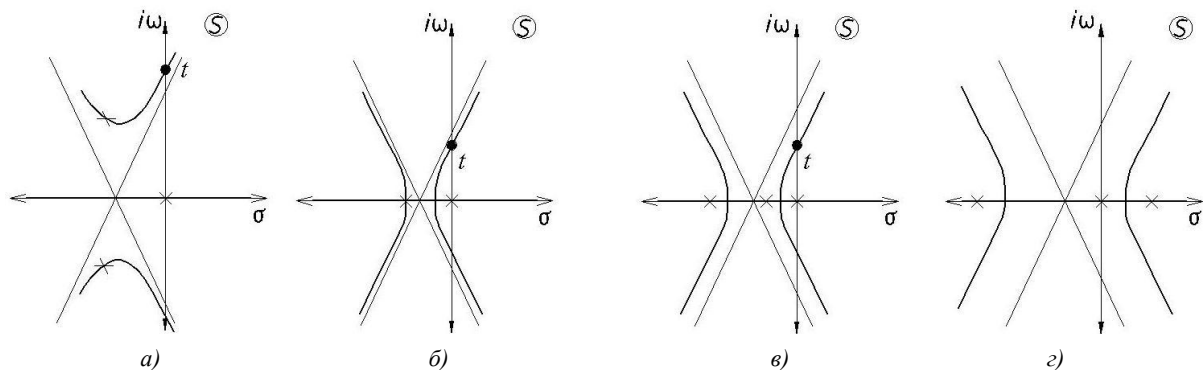


Рис. 3. Динамика поля свободных корневых траекторий системы третьего порядка:

а) $a_2 \gg 0$; б) $a_2 > 0$; в) $a_2 > 0$; г) $a_2 < 0$

На рис. 3, а две начальные точки располагаются в комплексной плоскости корней, затем с уменьшением a_2 они постепенно сближаются и сходятся на оси σ (рис. 3, б), затем начинают расходиться в разные стороны (рис. 3, в), устремляясь одна в $+\infty$, другая в $-\infty$. Соответственно при уменьшении a_2 от $+\infty$ до $-\infty$ две комплексные ветви корневого портрета сближаются в направлении оси σ , затем сходятся на этой оси в одной точке и далее расходятся в противоположные стороны по оси σ , приближая тем самым систему к неустойчивому состоянию. После пересечения одной из начальных точек оси $i\omega$ (когда коэффициент a_2 становится отрицательным) и перехода ее в правую полуплоскость s (рис. 3, г) система теряет устойчивость. С увеличением a_1 весь портрет сдвигается влево, т. е. в сторону более устойчивого состояния.

В результате проведенного исследования динамических свойств интервальных систем третьего порядка на основе использования корневых портретов, представленных семейством полей корневых траекторий, выявлены и математически доказаны следующие основные закономерности:

1. Функция $g = g(\omega)$ параметра траектории на границе устойчивости для поля корневых траекторий интервальной динамической системы третьего порядка при положительных коэффициентах характеристического уравнения системы является монотонно возрастающей от начала координат, где $g(\omega) = 0$, в направлении оси $i\omega$ комплексной плоскости корней.

2. При положительных значениях коэффициентов a_1 и a_2 характеристического уравнения интервальной динамической системы третьего порядка граница асимптотической устойчивости пересекается только положительными ветвями свободных корневых годографов семейства (см. рис. 1) и начальные точки (полюсы) годографов располагаются в левой полуплоскости. При $a_1 < 0$ эта закономерность противоположна, т. е. граница устойчивости пересекается только отрицательными ветвями свободных корневых годографов семейства и начальные точки располагаются в правой полуплоскости. При $a_1 = 0$ все начальные точки семейства располагаются на мнимой оси $i\omega$.

3. Корневой портрет интервальной динамической системы третьего порядка, описываемой характеристическим уравнением с заданными значениями коэффициентов a_1 , a_2 и a_3 , при изменении знака a_1 на противоположный будет располагаться симметрично исходному портрету относительно мнимой оси $i\omega$ плоскости корней s .

4. При прочих равных условиях при непрерывном уменьшении коэффициента a_1 характеристического уравнения корневой портрет интервального семейства постепенно и непрерывно перемещается вправо в сторону неустойчивого состояния.

Выполнена интерпретация положения о неустойчивости системы при отрицательности хотя бы одного коэффициента характеристического уравнения на основе закономерностей локализации корневого портрета системы в плоскости корней.

4. Синтез характеристического полинома и условия устойчивости

4.1. Синтез устойчивого характеристического полинома

На основании результатов исследования, описанного в разд. 3, сформулируем корневое условие устойчивости ИДС третьего порядка.

Теорема 1. Для асимптотической устойчивости интервальной динамической системы, описываемой семейством характеристических уравнений вида (8), необходимо и достаточно, чтобы выполнялось условие

$$\bar{a}_3 < a_{r\min}, \quad (20)$$

где \bar{a}_3 – верхняя заданная граница интервала изменения параметра траектории a_3 ; $a_{r\min}$ – минимальное значение параметра a_3 в области D_ω пересечения границы устойчивости годографами корневого портрета системы:

$$a_{r\min} = \inf A_{\omega r}. \quad (21)$$

Здесь $A_{\omega r}$ – множество значений параметра a_3 в точках области пересечений D_ω .

Доказательство. Начальные точки всех ветвей корневых годографов портрета интервальной системы третьего порядка, описываемой характеристическим уравнением с положительными коэффициентами, располагаются в левой полуплоскости комплексной плоскости корней s , что следует из уравнения (8). Это означает, что интервалы этих ветвей от начальных точек до точек пересечения с границей асимптотической устойчивости (осью $i\omega$) также располагаются в левой полуплоскости, т. е. являются устойчивыми. Следовательно, если заданный интервал изменения параметра a_3 на нижней, доминирующей ветви [3] портрета полностью располагается в левой полуплоскости, т. е. выполняется условие (20), то на оставшихся двух

ветвях каждого годографа портрета этот интервал также будет наверняка располагаться в левой полуплоскости. Теорема доказана.

Поэтому для выполнения параметрического синтеза устойчивой интервальной системы третьего порядка достаточно вычислить только значение параметра траектории $a_3 = a_{r\min}$ (см. формулу (21)) и выполнить сравнение заданного значения \bar{a}_3 с полученным значением $a_{r\min}$ в соответствии с условием (20).

На основании сформулированного в разд. 3 утверждения можно заключить, что минимальное значение параметра $a_{r\min}$ на оси $i\omega$ будет в точке области пересечений D_ω . Значение координаты ω

$$\omega_{r\min} = \inf W_r, \quad (22)$$

где W_r – множество значений координат ω точек пересечения в области пересечений D_ω ; $\omega_{r\min}$ – минимальное значение координаты ω в области D_ω .

На рис. 2, а значению $\omega_{r\min}$ соответствует точка t_1 с координатой ω_1 .

Значение $\omega_{r\min}$ для корневого портрета системы вычисляется с использованием уравнения корневого годографа (13):

$$\omega_{r\min_{1,2}} = \pm\sqrt{a_2}. \quad (23)$$

Значение параметра в полученных точках $\omega_{r\min_{1,2}}$ вычисляется с использованием формулы параметра (14):

$$a_{r\min_{1,2}} = \underline{a}_1(\omega_{r\min_{1,2}})^2. \quad (24)$$

Очевидно, что $a_{r\min_1} = a_{r\min_2} = a_{r\min}$.

4.2. Алгебраическое условие устойчивости системы

На основе сделанных выше заключений сформулируем алгебраическое условие устойчивости для рассматриваемой системы.

Теорема 2. Для асимптотической устойчивости интервальной динамической системы третьего порядка, описываемой семейством характеристических полиномов вида (8), необходимо и достаточно, чтобы был устойчив только один следующий полином семейства:

$$h(s) = s^3 + \underline{a}_1 s^2 + \underline{a}_2 s + \bar{a}_3. \quad (25)$$

Доказательство. Данный полином составлен из коэффициентов \bar{a}_3 , \underline{a}_2 и \underline{a}_1 , фигурирующих соответственно в формулах (11), (13) и (14). Поэтому на основании теоремы 1 можно утверждать, что этому полиному принадлежит доминирующая ветвь корневого портрета, которая пересекает границу устойчивости в точке с координатой $\omega_{r\min}$ (13), где значение параметра равно $a_{r\min}$ (14), т. е. устойчивость полинома (25) определяет устойчивость всего полиномиального семейства. Теорема доказана.

Полином (25) совпадает с полиномом, полученным Андерсоном и Джури [4]. Однако по сравнению с условием Андерсона и Джури полученное условие (20) имеет серьезное преимущество: оно позволяет не только проверить устойчивость интервальной системы, но и найти значения интервалов изменения коэффициента a_3 , обеспечивающие ее устойчивость в случаях, когда проверка исходной системы на устойчивость показала отрицательный результат.

5. Алгоритм параметрического синтеза

На основании описанного выше метода определим алгоритм параметрического синтеза интервальной системы третьего порядка, состоящий из следующих шагов:

Шаг 1. Определение входных данных. В качестве входных данных определяются исходные граничные значения интервалов (9) вариации коэффициентов уравнения (8).

Шаг 2. Вычисление координаты $\omega_{r\min}$ (22) по формуле (23).

Шаг 3. Вычисление минимального значения параметра годографа $a_3 = a_{r\min}$ (21) по формуле (24).

Шаг 4. Проверка условия устойчивости (20) и корректировка предельного значения \bar{a}_3 в соответствии с этим условием в случае необходимости.

Шаг 5. Определение выходных данных. Интервал вариации параметра a_3 , $0 < a_3 < \bar{a}_3$, обеспечивающий робастную устойчивость системы.

Проверка на устойчивость заданного интервального полинома (8) может быть также осуществлена сразу после выполнения шага 1 посредством проверки устойчивости доминирующего полинома (25) согласно условию, сформулированному в теореме 2. Если полином (25) окажется устойчивым, то работа алгоритма завершается, если же он неустойчив, то выполняются шаги 2–5 алгоритма.

Заключение

В статье рассмотрен вопрос об устойчивости динамических систем третьего порядка с интервальной неопределенностью. Использована математическая модель системы в форме корневого портрета, представленного семейством полей корневых траекторий. Установлены свойства и закономерности поведения функции параметра корневого портрета системы на границе асимптотической устойчивости, показан характер зависимости конфигурации портрета от значений изменяющихся параметров. Сформулированы корневое и алгебраическое условия устойчивости. На этой основе разработан алгоритм параметрического синтеза интервальной системы, который позволяет рассчитать параметры системы, обеспечивающие ее робастную устойчивость. В отличие от имеющихся подходов к данной проблеме представленный корневой подход отличается большой наглядностью, позволяет не только осуществлять проверку системы на устойчивость, но и наблюдать непрерывную картину изменения динамических свойств системы в ответ на параметрические вариации, что дает возможность выполнять параметрический синтез систем, обладающих робастными свойствами.

Список литературы

1. Дорф, Р. Современные системы управления / Р. Дорф, Р. Бишоп. – М. : Лаборатория базовых знаний, 2009. – 832 с.
2. Римский, Г.В. Автоматизация исследований динамических систем / Г.В. Римский, В.В. Таборовец. – Минск : Наука и техника, 1978. – 336 с.
3. Несенчук, А.А. Анализ и синтез робастных динамических систем на основе корневого подхода / А.А. Несенчук. – Минск : ОИПИ НАН Беларуси, 2005. – 234 с.
4. Anderson, B.D.O. On robust Hurwitz polynomials / B.D.O. Anderson, E. Jury, M. Mansour // IEEE Trans. on Automatic Control. – 1987. – Vol. AC-32, no. 8. – P. 909–913.
5. Несенчук, А.А. Размещение корней динамической системы в областях произвольной формы / А.А. Несенчук // Доклады НАН Беларуси. – 2008. – Т. 52, № 5. – С. 31–35.

Поступила 02.08.2014

A.A. Nesenчук

**RESEARCH OF UNCERTAIN DYNAMIC SYSTEMS
OF THE THIRD ORDER BASED ON THE ROOT LOCUS PORTRAITS**

The problem of stability of uncertain interval dynamic systems of the third order is considered. Properties and regularities of the system root locus portrait parameter function behavior at the system stability bound have been discovered, the dependency of the portrait configuration from the values of variable parameters has been shown. The root locus and algebraic stability conditions have been formulated. On this basis the algorithm for parametric synthesis of interval systems has been worked out, which allows to calculate the system parameters ensuring its robust stability.