ЛОГИЧЕСКОЕ ПРОЕКТИРОВАНИЕ
LOGICAL DESIGN

УДК 004.33.054
https://doi.org/10.37661/1816-0301-2026-23-1-7-25

Поступила в редакцию | Received 14.12.2025
Подписана в печать | Accepted 08.01.2026
Опубликована | Published 31.03.2026

Итерационный метод двухмерного масштабирования управляемых вероятностных тестов

В. Н. Ярмолик[1]✉, И. Мрозек[2], П. Ю. Бранцевич[1]
✉E-mail: yarmolik10ru@yahoo.com

[1]Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники, ул. П. Бровки, 6, Минск, 220013, Беларусь
[2]Белостокский технический университет, ул. Вейска, 45А, 15-351, Белосток, Польша

Аннотация

Цели. Целями работы являются исследование ограниченности применения классических подходов генерирования тестовых наборов для управляемых вероятностных тестов, основанных на перечислении кандидатов в тестовые наборы путем их одномерного масштабирования, а также решение задачи построения управляемых вероятностных тестов на основе итерационного метода двухмерного масштабирования исходных шаблонов. Главной целью настоящей статьи является разработка метода построения тестов на базе исходных шаблонов и их расширения до требуемых разрядности и количества тестовых наборов с помощью применения итерационной процедуры.

Методы. Для двухмерного масштабирования исходных шаблонов с заданными характеристиками используются масштабирующие матрицы, которыми, так же как и шаблоны, могут быть управляемые вероятностные тесты. При проведении экспериментальных исследований применялся метод статистических испытаний.

Результаты. Показано, что методы построения управляемых вероятностных тестов, основанные на использовании шаблонов, можно рассматривать как процедуру масштабирования управляемых вероятностных тестов до требуемой их разрядности. Для построения искомых тестов применяются как шаблоны, характеризующиеся минимальной разрядностью тестовых наборов, так и любые управляемые вероятностные тесты. Подобная процедура позволяет увеличивать разрядность тестовых наборов, но сохраняет их количество. Одновременное увеличение разрядности наборов и их количества достигается с помощью предлагаемого подхода, основанного на итерационном двухмерном масштабировании шаблонов с применением масштабирующих матриц. В этом случае результирующие управляемые вероятностные тесты формируются без использования трудоемкой процедуры перечисления кандидатов в тестовые наборы и вычисления для них значений меры (мер) различия. Приведены зависимости основных характеристик результирующего управляемого вероятностного теста от характеристик шаблона и масштабирующей матрицы, которая, так же как и шаблон, может представлять собой управляемый вероятностный тест. Доказано утверждение, которое определяет зависимость характеристик теста, формируемого на k-й итерации, от значений характеристик теста, полученного на (k–1)-й итерации, и масштабирующего теста. Представлены практически полезные следствия и свойства тестов, построенных на основании предложенной процедуры. Работоспособность и эффективность итерационного метода построения управляемых вероятностных тестов оценены для случая двоичных тестовых наборов. Показано, что управляемые вероятностные тесты, построенные с применением рассмотренной процедуры, имеют заметно большие значения расстояний Хэмминга по сравнению с вероятностными тестами.

Заключение. Рассмотрен итерационный метод формирования управляемых вероятностных тестов путем их двухмерного масштабирования. Основой предложенного метода является использование исходных шаблонов и масштабирующих матриц, которые представляют собой управляемые вероятностные тесты с малым количеством тестовых наборов и небольшой их разрядностью. Показано, что использование различных шаблонов и их двухмерного масштабирования позволяет строить управляемые вероятностные тесты с требуемой разрядностью тестовых наборов и бóльшим их количеством.

Ключевые слова: техническая диагностика, управляемые вероятностные тесты, двоичный тестовый набор, мера различия символьных наборов, расстояние Хэмминга

Для цитирования. Ярмолик, В. Н. Итерационный метод двухмерного масштабирования управляемых вероятностных тестов / В. Н. Ярмолик, И. Мрозек, П. Ю. Бранцевич // Информатика. – 2026. − Т. 23, № 1. – С. 7–25. – https://doi.org/10.37661/1816-0301-2026-23-1-7-25.

Конфликт интересов. В. Н. Ярмолик является членом редакционной коллегии журнала «Информатика» с 2010 г., но не имеет никакого отношения к решению опубликовать эту статью. Статья прошла принятую в журнале процедуру рецензирования. Об иных конфликтах интересов авторы не заявляли.

An iterative method for two-dimensional scaling of controlled random tests

Vyacheslav N. Yarmolik[1]✉, Ireneusz Mrozek[2], Peter Yu. Brancevich[1]
✉E-mail: yarmolik10ru@yahoo.com

[1]Belarusian State University of Informatics and Radioelectronics,
st. P. Brovki, 6, Minsk, 220013, Belarus
[2]Bialystok University of Technology,
Wiejska, 45A, 15-351, Białystok, Poland

Abstract

Objectives. To study the limitations of classical approaches to generating test patterns for controlled random tests based on enumerating test set candidates through their one-dimensional scaling. To address the problem of constructing controlled random tests using an iterative method for two-dimensional scaling of initial templates. The main goal of the article is to develop a method for constructing tests based on initial templates and expanding them to the required bit size and number of test patterns using an iterative procedure.

Methods. For two-dimensional scaling of initial templates with given characteristics, scaling matrices are used, which, like templates, can also be controlled random tests. Statistical testing method was used during the experimental research.

Results. It is shown that methods for constructing controlled random tests based on the use of templates can be considered as a procedure for scaling controlled random tests to the required bit size. To construct the desired tests, both templates characterized by a minimum test suite capacity and any controllable random tests are used. This procedure allows increasing the test suite capacity while maintaining the number of their patterns. A simultaneous increase in the suite capacity and their number is achieved using the proposed approach, which is based on iterative two-dimensional scaling of templates using scaling matrices. In this case, the resulting controllable random tests are generated without the labor-intensive procedure of listing candidate test suites and calculating the difference measure(s) for them. The dependences of the main characteristics of the resulting controllable random test on the characteristics of the template and the scaling matrix are presented, which, like a template, can also represent a controllable random test. A statement is proved that determines the dependence of the characteristics of the test generated at the *k*-th iteration on the values of the characteristics of the test obtained at the (*k*–1)-th iteration and the scaling test. Useful consequences and properties of tests constructed based on the proposed procedure are presented. The performance and effectiveness of an iterative method for constructing controlled random tests are demonstrated and evaluated for binary test sets. It is shown that controlled random tests constructed using the discussed procedure have significantly larger Hamming distances compared to random tests.

Conclusion. An iterative method for constructing controlled random tests through two-dimensional scaling is considered. The basis of the proposed method is the use of initial templates and scaling matrices, which represent controlled random tests with a small number of test sets and a small bit size. It is shown that the use of various templates and their two-dimensional scaling allows for the construction of controlled random tests with the required bit size and a large number of test patterns.

Keywords: technical diagnostics, controlled random tests, binary test pattern, difference measure of symbol patterns, Hamming distance

For citation. Yarmolik V. N., Mrozek I., Brancevich P. Yu. *An iterative method for two-dimensional scaling of controlled random tests.* Informatika [*Informatics*], 2026, vol. 23, no. 1, pp. 7−25 (In Russ.). https://doi.org/10.37661/1816-0301-2026-23-1-7-25.

Conflict of interests. V. N. Yarmolik has been a member of the editorial board of the journal "Informatics" since 2010 but had no role in the decision to publish this article. The article has undergone the journal's established peer-review process. The authors declare of no conflicts of interest.

Введение

Автоматизация построения тестовых процедур для программного обеспечения, аппаратных средств и запоминающих устройств является важным и активно развивающимся научным и практическим направлением развития современных вычислительных систем [1–3]. Главный компонент подобных процедур – тестовая последовательность, которая должна характеризоваться высокой полнотой покрытия неисправностей вычислительных систем [3, 4]. Еще одним требованием для такой последовательности является небольшое количество в ней тестовых наборов, позволяющее осуществлять процедуру тестирования в реальном масштабе времени.

Большинство подходов к автоматизированному построению тестов для современных вычислительных систем реализуется с помощью различных форм их вероятностного формирования [5–8]. Простота концепции и реализуемости вероятностного формирования тестовых наборов служит основной причиной его широкого применения для тестирования вычислительных систем и их компонентов [3, 6, 9]. Главным недостатком вероятностного принципа генерирования тестовых наборов является его вычислительная сложность, возникающая из-за необходимости формирования большого количества тестовых наборов. Временны́е ограничения на реализацию процедур тестирования, и в первую очередь самотестирования, являются критическими для современных встроенных вычислительных систем, что также влияет и на эффективность тестов [2–4, 10]. Схожие проблемы возникают при построении тестовых процедур для современного программного обеспечения и запоминающих устройств, которые характеризуются функциональной сложностью, большими объемами и разнообразием структур организации и построения [11–14]. В связи с этим в настоящее время активно развиваются новые методы построения тестов, в которых случайный фактор подвергается различного рода детерминированным процедурам упорядочивания [10, 15, 16]. Доминирующее положение среди них занимает управляемое (адаптивное) вероятностное тестирование [16–18]. Этот вид построения тестов основан на вычислении некоторых характеристик для управляемого генерирования их тестовых наборов [19–24]. Тестовый набор выбирается из потенциальных кандидатов в тестовые наборы, сгенерированных случайным образом, по критерию максимальности некоторой либо некоторых характеристик, полученных на основании наборов, уже включенных в формируемый тест. Большинство таких методов построения тестов основано на применении расстояния Хэмминга в качестве характеристики, определяющей выбор очередного тестового набора [10–17]. Очевидно, что чем больше значения критериев выбора, в частности расстояния Хэмминга, тем сложнее процедура выбора тестовых наборов и может быть получено заметно меньшее их количество, которое в конечном счете определяет размерность формируемого управляемого вероятностного теста [15, 16, 22].

Высокая вычислительная сложность процедуры генерирования управляемых вероятностных тестов, требующая выбора тестового набора из большого числа кандидатов в тесты, является главным ее недостатком. Только для определенных значений расстояния Хэмминга и при ряде других ограничений удается избежать рутинной процедуры поиска тестовых наборов среди ограниченного количества кандидатов в тесты, удовлетворяющих заданным критериям [3, 11, 15].

Главной целью настоящей статьи являются разработка и развитие методов построения управляемых вероятностных тестов с заданным расстоянием Хэмминга как критерием включения кандидата в генерируемый тест, которые характеризуются невысокой вычислительной сложностью. Основными задачами, решаемыми авторами для достижения невысокой вычислительной сложности процедуры синтеза тестов, являются разработка формальных подходов и методов формирования управляемых вероятностных тестов и аналитическое определение их характеристик.

1. Анализ управляемых вероятностных тестов

В области формирования управляемых вероятностных тестов концептуально принимается гипотеза, что для двух тестовых наборов, имеющих максимальное отличие, общее количество обнаруживаемых неисправностей (ошибок) будет максимальным [3, 15–17]. Обобщением данной гипотезы является формирование очередного тестового набора управляемого вероятностного теста, максимально отличающегося от наборов, ранее включенных в тест. В качестве критерия отличия очередного тестового набора T_i от предыдущих наборов T_0, T_1, …, T_{i-1} наиболее часто используется расстояние Хэмминга (Hamming distance) $HD(T_i, T_j)$ для $j \in \{0, 1, \dots, i-1\}$. Величина $HD(T_i, T_j)$ определяется числом несовпадающих символов в одноименных разрядах наборов T_i и T_j произвольного алфавита [25, 26]. В качестве критерия выбора тестового набора из множества кандидатов в тестовые наборы используются как пороговое значение расстояния Хэмминга $d = \min HD(T_i, T_j)$, так и его суммарное значение $totalHD(T_i, T_j)$, а также среднее значение $aveHD(T_i, T_j)$ [3, 15–17].

Не нарушая общности изложения материала, будем рассматривать случай управляемого вероятностного теста T_0, T_1, …, T_{q-1}, включающего q тестовых наборов $T_i = t_{i,0}$, $t_{i,1}$, …, $t_{i,r-1}$, где $t_{i,l} \in \{0, 1\}$, для $i \in \{0, 1, \dots, q-1\}$ и $l \in \{0, 1, \dots, r-1\}$. Основываясь на пороговом значении расстояния Хэмминга $d = \min HD(T_i, T_j)$ $(i \neq j \in \{0, 1, \dots, q-1\})$ в качестве критерия выбора тестовых наборов, управляемый вероятностный тест

$CRT(q, d, r)$ описывается тремя параметрами: количеством тестовых наборов q, пороговым значением расстояния Хэмминга d и их разрядностью r. Приведенное определение управляемого вероятностного теста $CRT(q, d, r)$ позволило использовать ранее полученные результаты как в области тестового диагностирования, так и в области помехоустойчивого кодирования для их синтеза [3, 15–17, 25–28]. Примеры множеств двоичных наборов с малой разрядностью r, которые интерпретируются как управляемые вероятностные тесты $CRT(q, d, r) = T_0, T_1, \ldots, T_{q-1}$, приведены в табл. 1.

Таблица 1
Примеры управляемых вероятностных тестов
Table 1
Examples of control random tests

$CRT(4, 2, 3)$ ($MMHD(4)$)	$CRT(4, 1, 2)$ ($OCRT_1$)	$CRT(6, 2, 4)$ ($OCRT_2$)	$CRT(5, 2, 4)$ ($PExT_1(2, 4)$)	$CRT(6, 2, 4)$ ($PExT_2(2, 4)$)
T_0= 1 1 1	T_0= 1 1	T_0= 1 1 1 1	T_0= 1 1 1 1	T_0= 0 0 1 1
T_1= 1 0 0	T_1= 1 0	T_1= 0 0 0 0	T_1= 1 0 0 0	T_1= 1 0 0 1
T_2= 0 1 0	T_2= 0 1	T_2= 1 1 0 0	T_2= 0 1 0 0	T_2= 1 1 0 0
T_3= 0 0 1	T_3= 0 0	T_3= 0 0 1 1	T_3= 0 0 1 0	T_3= 0 1 0 1
		T_4= 1 0 1 0	T_4= 0 0 0 1	T_4= 1 0 1 0
		T_5= 0 1 0 1		T_5= 0 1 1 0

Тест $CRT(4, 2, 3)$ представляет собой $MMHD(q)$ (*Maximum Minimum Hamming Distance*)-тест для $q = 4$ с максимальным минимальным расстоянием Хэмминга $\min HD(T_i, T_j) = 2$ [3, 22, 27]. Этот тест характеризуется тем, что для любой пары тестовых наборов сохраняется расстояние Хэмминга, равное 2 [22].

Тесты $CRT(4, 1, 2) = OCRT_1$ и $CRT(6, 2, 4) = OCRT_2$ (*Optimal Controlled Random Tests*) построены с применением двух характеристик различия, а именно расстояния Хэмминга $HD(T_i, T_j)$ и евклидова расстояния $CD(T_i, T_j)$. Они относятся к множеству оптимальных управляемых тестов [3]. Данные тесты характеризуются тем, что для них величины расстояний $HD(T_i, T_j) \geq r/2$ и принимают различные значения. Например, для теста $CRT(6, 2, 4) = OCRT_2$ имеем $HD(T_0, T_1) = 4$, а $HD(T_0, T_2) = 2$, но при этом сохраняется выполнение неравенства $HD(T_i, T_j) \geq 4/2$. Последующие тесты $CRT(5, 2, 4) = PExT_1(2, 4)$ и $CRT(6, 2, 4) = PExT_2(2, 4)$, приведенные в табл. 1, относятся к множеству псевдоисчерпывающих тестов $PExT(k, r)$ (*Pseudo-Exhaustive Tests*), где $k < r$ [3, 11, 28]. Подобные тесты представляют собой множество двоичных наборов, обеспечивающих всевозможные 2^k двоичные комбинации на любых k из r разрядов его тестовых наборов. Оба приведенных псевдоисчерпывающих теста обеспечивают всевозможные двоичные комбинации {00, 01, 10, 11} на любых $k = 2$ из $r = 4$ разрядов тестовых наборов.

Рассмотренные в табл. 1 примеры управляемых вероятностных тестов для малых разрядностей r позволяют пояснить понятие шаблона управляемого вероятностного теста $CRT_{tm}(q_t, d_t, r_t)$. Для обозначения шаблона и его характеристик используются индексы, соответствующие его англоязычному смысловому описанию – *template*. Каждый из приведенных примеров можно рассматривать как шаблон $CRT_{tm}(q_t, d_t, r_t)$, под которым будем понимать произвольный управляемый вероятностный тест $CRT(q, d, r)$ с фиксированным количеством тестовых наборов q_t, заданным значением порогового расстояния Хэмминга d_t и разрядностью $r_t < m$ тестовых наборов [29, 30]. Значение m определяет разрядность тестовых наборов теста, для формирования которого используется шаблон $CRT_{tm}(q_t, d_t, r_t)$. Применение шаблонов позволяет исключить рутинную процедуру поиска очередного тестового набора из множества потенциальных кандидатов [29, 30]. Управляемый вероятностный тест, используемый как шаблон, применяется для синтеза аналогичных тестов с требуемой разрядностью m на основании правил одномерного масштабирования [28, 29]. Для этой процедуры могут быть использованы как шаблоны, построенные для минимальных разрядностей тестовых наборов, так и любые управляемые вероятностные тесты, для которых $r < m$. Основным недостатком одномерного масштабирования является неизменность количества тестовых наборов, от которой напрямую зависит полнота покрытия неисправностей, обнаруживаемых данным тестом. Как и для вероятностных тестов, полнота покрытия, обеспечиваемая управляемыми вероятностными тестами, увеличивается с возрастанием количества тестовых наборов [3, 8].

С целью одновременного увеличения разрядности тестовых наборов и их количества в работе [29] был рассмотрен подход, основанный на двухмерном масштабировании исходных шаблонов с применением матриц Адамара. Подобные матрицы позволяют выполнять процедуру масштабирования в $n \in \{2, 4, 8, \ldots\}$ раз в зависимости от порядка $n = 2^c$ используемой матрицы, где $c \in \mathbb{N}$. Само масштабирование заключается в применении в качестве элемента (+1) оригинальной матрицы Адамара масштабируемого теста $CRT_{tm}(q_t, d_t, r_t)$, а вместо элемента (–1) – его инверсного представления $\overline{CRT_{tm}(q_t, d_t, r_t)}$. Для общего случая двухмерного масштабирования шаблонов либо произвольных управляемых вероятностных тестов с использованием матриц Адамара справедливо следующее утверждение [29].

Утверждение 1. *Результатом масштабирования управляемого вероятностного теста $CRT_{tm}(q_t, d_t, r_t)$ при $d_t \le r_t/2$ с помощью матрицы Адамара n-го порядка является тест $CRT(n{\cdot}q_t, n{\cdot}d_t, n{\cdot}r_t)$, а при $d_t > r_t/2$ – тест $CRT(n{\cdot}q_t, (n{\cdot}r_t)/2, n{\cdot}r_t)$.*

Из приведенного утверждения следует, что в отличие от подхода, основанного на одномерном масштабировании, результирующий управляемый вероятностный тест в случае применения матриц Адамара порядка n содержит в n раз больше тестовых наборов. Сама процедура масштабирования в сравнении с классическим подходом построения управляемых вероятностных тестов не требует вычисления меры (мер) различия, что существенно уменьшает вычислительные затраты. Отсутствие необходимости перечисления кандидатов в тестовые наборы сводит задачу синтеза управляемого вероятностного теста к формальной автоматической процедуре [29].

Основываясь на идее двухмерного масштабирования, в работе [30] рассмотрен подход его применения в рамках управляемых вероятностных тестов, когда масштабирующая матрица (*scaling*), так же как и шаблон $CRT_{tm}(q_t, d_t, r_t)$, представляет собой управляемый вероятностный тест $CRT_{sc}(q_s, d_s, r_s)$. Таким образом, в результате двухмерного масштабирования формируется результирующий (*output*) управляемый вероятностный тест $CRT_{ou}(q_o, d_o, r_o)$, характеристики которого определяются следующим утверждением, справедливым для $d_s \ge r_s/2$.

Утверждение 2. *Результатом масштабирования управляемого вероятностного теста* $CRT_{tm}(q_t, d_t, r_t)$ *с помощью масштабирующего теста* $CRT_{sc}(q_s, d_s, r_s)$ *является тест* $CRT(q_s{\cdot}q_t, d_o, r_s{\cdot}r_t)$, *где* $d_o = \min\{(r_s{\cdot}d_t), (r_t{\cdot}d_s), (r_s{\cdot}b_t + r_t{\cdot}b_s - 2{\cdot}(b_s{\cdot}b_t))\}$.

Для определения d_o использовались как пороговое (минимальное) расстояние $d = \min HD(T_i, T_j)$, так и максимальное расстояние Хэмминга $b = \max HD(T_i, T_j)$. Соответственно, для теста $CRT_{sc}(q_s, d_s, r_s)$ применялось значение $b_s = \max HD(T_i, T_j)$, $i \neq j \in \{0, 1, \ldots, q_s - 1\}$, а для $CRT_{tm}(q_t, d_t, r_t)$ – значение $b_t = \max HD(T_i, T_j)$, $i \neq j \in \{0, 1, \ldots, q_t - 1\}$. Для теста $CRT(4, 2, 3)$, приведенного в табл. 1, $b = d = 2$, а для теста $CRT(4, 1, 2)$ $b = 2$, $d = 1$.

Очевидно, что возможны разнообразные сочетания управляемых вероятностных тестов, используемых как для масштабирования, так и для шаблонов (масштабируемых тестов).

Для примера двухмерного масштабирования с применением в качестве масштабирующей матрицы теста $CRT_{sc}(q_s, d_s, r_s) = CRT_{sc}(4, 2, 3)$, приведенного в табл. 1, рассмотрим три масштабируемых шаблона, один из которых повторяет тест $CRT(4, 2, 3)$ (см. табл. 1). В качестве второго шаблона используем $CRT_{tm}(4, 1, 3)$, состоящий также из четырех трехразрядных наборов $T_0 = 0\ 0\ 0$, $T_1 = 0\ 0\ 1$, $T_2 = 0\ 1\ 0$ и $T_3 = 1\ 1\ 1$. В качестве третьего шаблона применим нулевую двоичную матрицу размерностью 4×3, которая состоит только из нулевых элементов и описывается как $CRT_{tm}(4, 0, 3)$. Основные характеристики, такие как d_t, b_t, сумма всех расстояний Хэмминга ($totalHD(T_i,T_j)$) и их средняя величина ($aveHD(T_i,T_j)$), для указанных шаблонов приведены в табл. 2.

Таблица 2
Характеристики управляемых вероятностных тестов $CRT_{tm}(4, 2, 3)$, $CRT_{tm}(4, 1, 3)$ и $CRT_{tm}(4, 0, 3)$

Table 2
Characteristics of control random tests $CRT_{tm}(4, 2, 3)$, $CRT_{tm}(4, 1, 3)$ *and* $CRT_{tm}(4, 0, 3)$

$CRT_{tm}(q_t, d_t, r_t)$	$CRT_{tm}(4, 2, 3)$	$CRT_{tm}(4, 1, 3)$	$CRT_{tm}(4, 0, 3)$
$d_t = \min HD(T_i,T_j)$	2	1	0
$b_t = \max HD(T_i,T_j)$	2	3	0
$totalHD(T_i,T_j)$	12	11	0
$aveHD(T_i,T_j)$	2	11/6 = 1,83	0
$aveHD(T_i,T_j)/r_t$	2/3 = 0,666	1,33/3 = 0,611	0

Значение $aveHD(T_i,T_j)/r_t$ является приведенным значением среднего расстояния Хэмминга $aveHD(T_i, T_j)$ к одному разряду r_t-разрядного тестового набора.

Отличием рассмотренных шаблонов является их значение $d_t = minHD(T_i,T_j)$, которое в первом случае равняется двум и удовлетворяет неравенству $d_t > r/2$, а во втором равняется единице, что соответствует соотношению $d_t \leq r/2$. В третьем случае имеем пример вырожденного шаблона, который мог быть получен в результате его вероятностного формирования и для которого $d_t = 0$.

Результаты двухмерного масштабирования всех трех шаблонов приведены в табл. 3. Как и в случае масштабирования с помощью матриц Адамара, вместо нулевого значения масштабирующей матрицы $CRT_{sc}(4, 2, 3)$ подставляется соответствующий шаблон, а единичное значение замещается инверсным шаблоном. Для произвольного шаблона указанная процедура замещения показана во втором столбце табл. 3.

Таблица 3
Двухмерное масштабирование двоичных шаблонов $CRT_{tm}(4, 2, 3)$, $CRT_{tm}(4, 1, 3)$ и $CRT_{tm}(4, 0, 3)$
Table 3
Two-dimensional scaling of binary template $CRT_{tm}(4, 2, 3)$, $CRT_{tm}(4, 1, 3)$ and $CRT_{tm}(4, 0, 3)$

$CRT_{sc}(4, 2, 3)$	$CRT_{ou}(q_o, d_o, r_o)$	T_i	$CRT_{ou}(16, 4, 9)$ для / *for* $CRT_{tm}(4, 2, 3)$	$CRT_{ou}(16, 3, 9)$ для / *for* $CRT_{tm}(4, 1, 3)$	$CRT_{ou}(16, 0, 9)$ для / *for* $CRT_{tm}(4, 0, 3)$
0 0 0	CRT_{tm} CRT_{tm} CRT_{tm}	T_0	000 000 000	000 000 000	000 000 000
		T_1	011 011 011	001 001 001	000 000 000
		T_2	101 101 101	010 010 010	000 000 000
		T_3	110 110 110	111 111 111	000 000 000
0 1 1	CRT_{tm} $\overline{CRT_{tm}}$ $\overline{CRT_{tm}}$	T_4	000 111 111	000 111 111	000 111 111
		T_5	011 100 100	001 110 110	000 111 111
		T_6	101 010 010	010 101 101	000 111 111
		T_7	110 001 001	111 100 100	000 111 111
1 0 1	$\overline{CRT_{tm}}$ CRT_{tm} $\overline{CRT_{tm}}$	T_8	111 000 111	111 000 111	111 000 111
		T_9	100 011 100	110 001 110	111 000 111
		T_{10}	010 101 010	101 010 101	111 000 111
		T_{11}	001 110 001	100 111 100	111 000 111
1 1 0	$\overline{CRT_{tm}}$ $\overline{CRT_{tm}}$ CRT_{tm}	T_{12}	111 111 000	111 111 000	111 111 000
		T_{13}	100 100 011	110 110 001	111 111 000
		T_{14}	010 010 101	101 101 010	111 111 000
		T_{15}	001 001 110	100 100 111	111 111 000

Из табл. 3 видно, что значения q_o и r_o теста $CRT_{ou}(q_o, d_o, r_o)$ увеличиваются соответственно в $q_s = 4$ и $r_s = 3$ раз по сравнению с величинами $q_t = 4$ и $r_t = 3$ для трех масштабируемых шаблонов. Более сложная зависимость наблюдается для порогового значения расстояния Хэмминга d_o, которое зависит как от вида масштабирующей матрицы, так и от масштабируемого шаблона и соответствует утверждению 2 [30].

2. Итерационный метод синтеза управляемых вероятностных тестов

В качестве основы итерационного подхода построения управляемых вероятностных тестов используем метод построения подобных тестов путем двухмерного масштабирования шаблонов [29, 30]. Для описания управляемых вероятностных тестов, основываясь на утверждении 2, в дальнейшем будем применять еще одну их характеристику, а именно максимальное расстояние Хэмминга $b = \max HD(T_i, T_j)$. Тогда масштабирующий управляемый вероятностный тест, шаблон и результат двухмерного масштабирования будут описываться как $CRT_{sc}(q_s, d_s, b_s, r_s)$, $CRT_{tm}(q_t, d_t, b_t, r_t)$ и $CRT_{ou}(q_o, d_o, b_o, r_o)$.

Ранее уже отмечалось, что возможны различные варианты сочетания управляемых вероятностных тестов, используемых в качестве масштабирующих матриц и масштабируемых шаблонов. В дальнейшем будем рассматривать схему итерационного масштабирования для фиксированного масштабирующего теста $CRT_{sc}(q_s, d_s, b_s, r_s)$, который применяется для получения на основании теста $CRT_{ou(k\text{-}1)}(q_{o(k\text{-}1)}, d_{o(k\text{-}1)}, b_{o(k\text{-}1)}, r_{o(k\text{-}1)})$, представляющего собой шаблон для k-й итерации, результирующего теста $CRT_{ou(k)}(q_{o(k)}, d_{o(k)}, b_{o(k)}, r_{o(k)})$. Для первой итерации ($k = 1$) в качестве $CRT_{ou\_0}(q_{o(0)}, d_{o(0)}, b_{o(0)}, r_{o(0)})$ используем шаблон, которым может быть управляемый вероятностный тест $CRT_{tm}(q_t, d_t,$

b_t, r_t), $q_t > 1$. Один тестовый набор T_0 ($q_t = 1$), представляющий собой двоичный вектор произвольной разрядности $r_t \geq 1$, также может быть применен в качестве шаблона, который описывается как $CRT_{tm}(1, 0, 0, r_t)$.

Весьма важный вопрос заключается в выборе фиксированного масштабирующего теста $CRT_{sc}(q_s, d_s, b_s, r_s)$. Как отмечалось ранее, критерием включения в тест кандидата в тестовые наборы является его максимальное отличие (удаление) от ранее сгенерированных наборов, определяемое расстоянием Хэмминга. Поэтому в качестве масштабирующего управляемого вероятностного теста $CRT_{sc}(q_s, d_s, r_s)$ необходимо применять тесты, для которых d_s как пороговое значение меры различия принимает максимально возможное значение при небольших величинах r_s и q_s, требующих их масштабирования. Как и для примера, приведенного в табл. 3, используем тест $CRT_{sc}(4, 2, 3)$ в качестве масштабирующего теста $CRT_{sc}(q_s, d_s, b_s, r_s)$. Данный тест согласно теории помехоустойчивого кодирования характеризуется максимальным значением величины $d = 2$ для $q = 4$ и $r = 3$ [3, 26, 28].

Основываясь на масштабирующем тесте $CRT_{sc}(4, 2, 3)$, представим итерационную процедуру синтеза в табл. 4.

Таблица 4
Итерационная процедура построения управляемых вероятностных тестов
Table 4
An iterative procedure for constructing controlled random tests

$CRT_{sc}(4, 2, 3)$	$CRT_{ou(1)}$	…	$CRT_{ou(k)}$	…
$T_0 = 0\ 0\ 0$	CRT_{tm} CRT_{tm} CRT_{tm}	…	$CRT_{ou(k-1)}$ $CRT_{ou(k-1)}$ $CRT_{ou(k-1)}$	…
$T_1 = 0\ 1\ 1$	CRT_{tm} $\overline{CRT_{tm}}$ $\overline{CRT_{tm}}$	…	$CRT_{ou(k-1)}$ $\overline{CRT_{ou(k-1)}}$ $\overline{CRT_{ou(k-1)}}$	…
$T_2 = 1\ 0\ 1$	$\overline{CRT_{tm}}$ CRT_{tm} $\overline{CRT_{tm}}$	…	$\overline{CRT_{ou(k-1)}}$ $CRT_{ou(k-1)}$ $\overline{CRT_{ou(k-1)}}$	…
$T_3 = 1\ 1\ 0$	$\overline{CRT_{tm}}$ $\overline{CRT_{tm}}$ CRT_{tm}	…	$\overline{CRT_{ou(k-1)}}$ $\overline{CRT_{ou(k-1)}}$ $CRT_{ou(k-1)}$	…

Результаты применения $CRT_{sc}(4, 2, 3)$ в качестве масштабирующего теста для первой итерации и трех различных шаблонов приведены в табл. 3, а характеристики результирующих тестов $CRT_{ou\_1}(q_{o(1)}, d_{o(1)}, b_{o(1)}, r_{o(1)}) = CRT_{ou}(q_o, d_o, b_o, r_o)$ – в табл. 5.

Таблица 5
Характеристики тестов, построенных для шаблонов $CRT_{tm}(4, 2, 2, 3)$, $CRT_{tm}(4, 1, 2, 3)$ и $CRT_{tm}(4, 0, 0, 3)$
Table 5
Characteristics of tests built for templates $CRT_{tm}(4, 2, 0, 3)$, $CRT_{tm}(4, 1, 3, 3)$ and $CRT_{tm}(4, 0, 0, 3)$

$CRT_{ou}(q_o, d_o, b_o, r_o)$	$CRT_{ou}(16, 4, 6, 9)$ для / *for* $CRT_{tm}(4, 2, 2, 3)$	$CRT_{ou}(16, 3, 9, 9)$ для / *for* $CRT_{tm}(4, 1, 3, 3)$	$CRT_{ou}(16, 0, 6, 9)$ для / *for* $CRT_{tm}(4, 0, 0, 3)$
$d_o = \min HD(T_i,T_j)$	4	3	0
$b_o = \max HD(T_i,T_j)$	6	9	6
$totalHD(T_i,T_j)$	576	576	576
$aveHD(T_i,T_j)$	576/120 = 4,8	576/120 = 4,8	576/120 = 4,8
$aveHD(T_i,T_j)/r_o$	4,8/9 = 0,533	4,8/9 = 0,533	4,8/9 = 0,533

Анализ приведенных результатов показывает нивелирование отличий характеристик использованных шаблонов (см. табл. 2). Действительно, как видно из табл. 5, в результирующих тестах $CRT_{ou}(q_o, d_o, b_o, r_o)$ отличаются только значения $d_o = \min HD(T_i,T_j)$ и $b_o = \max HD(T_i,T_j)$, а остальные характеристики принимают одинаковые величины даже для абсолютно неприемлемого шаблона $CRT_{tm}(4, 0, 0, 3)$, состоящего только из нулевых элементов. Для всевозможных шаблонов $CRT_{tm}(q_t, d_t, b_t, r_t)$, для которых $d_t > 0$, был проведен исчерпывающий анализ характеристик результирующих тестов $CRT_{ou}(q_o, d_o, b_o, r_o)$, полученных для $CRT_{sc}(q_s, d_s, b_s, r_s) = CRT_{sc}(4, 2, 2, 3)$, т. е. использовались только такие шаблоны, в которых отсутствуют повторяющиеся тестовые наборы. Результаты показали, что для тестов $CRT_{ou}(q_o, d_o, b_o, r_o)$ величины их характеристик d_o и b_o принадлежат диапазонам $3 \le d_o \le 4$ и $6 \le b_o \le 9$, а $aveHD(T_i,T_j)$ во всех случаях принимает постоянное значение, равное 4, 8.

Из табл. 3 и 5 видно, что параметры $q_{o(k)}$ и $r_{o(k)}$ результирующего теста $CRT_{ou\_k}(q_{o(k)}, d_{o(k)}, b_{o(k)}, r_{o(k)})$, сформированного на k-й итерации процедуры синтеза тестов, очевидным образом зависят от q_s и r_s масштабирующего теста $CRT_{sc}(q_s, d_s, b_s, r_s)$. Соответственно, $q_{o(k)} = q_s \cdot q_{o(k-1)}$, а $r_{o(k)} = r_s \cdot r_{o(k-1)}$. Более сложная зависимость наблюдается для минимального $d_{o(k)}$ и максимального $b_{o(k)}$ значений расстояния Хэмминга. Для оценки указанных характеристик примем гипотезу неизменности масштабирующего управляемого вероятностного теста $CRT_{sc}(q_s, d_s, b_s, r_s)$ для всех итераций процедуры построения результирующего теста $CRT_{ou\_k}(q_{o(k)}, d_{o(k)}, b_{o(k)}, r_{o(k)})$. Этот тест может быть и отличным от $CRT_{sc}(4, 2, 2, 3)$, поэтому определим зависимость характеристик $d_{o(k)}$ и $b_{o(k)}$ от характеристик как произвольного масштабирующего теста, так и произвольного шаблона. Отметим, что в качестве шаблона на k-й итерации применяется тест $CRT_{ou(k-1)}(q_{o(k-1)}, d_{o(k-1)}, b_{o(k-1)}, r_{o(k-1)})$, сформированный на предыдущей итерации.

Для общего случая итерационной процедуры двухмерного масштабирования с целью получения управляемого вероятностного теста справедливо утверждение 3, которое во многом основывается на следующих свойствах расстояния Хэмминга:

$$\begin{gathered} HD(T_i,T_i)=0; \quad HD(T_i,\overline{T_i})=r; \quad HD(T_i,T_j)=HD(\overline{T_i},\overline{T_j}); \\ HD(T_i,\overline{T_j})=HD(\overline{T_i},T_j); \quad HD(T_i,T_j)+HD(T_i,\overline{T_j})=r. \end{gathered} \tag{1}$$

Приведенное ниже утверждение определяет зависимость характеристик результата $CRT_{ou\_k}(q_{o(k)}, d_{o(k)}, b_{o(k)}, r_{o(k)})$ k-й итерации двухмерного масштабирования шаблона $CRT_{ou(k-1)}(q_{o(k-1)}, d_{o(k-1)}, b_{o(k-1)}, r_{o(k-1)})$ с помощью масштабирующего теста $CRT_{sc}(q_s, d_s, b_s, r_s)$.

Утверждение 3. *Результатом k-й итерации двухмерного масштабирования шаблона* $CRT_{ou(k-1)}(q_{o(k-1)}, d_{o(k-1)}, b_{o(k-1)}, r_{o(k-1)})$ *с помощью масштабирующего теста* $CRT_{sc}(q_s, d_s, b_s, r_s)$ *является тест* $CRT_{ou\_k}(q_s \cdot q_{o(k-1)}, d_{o(k)}, b_{o(k)}, r_s \cdot r_{o(k-1)})$, *где для* $d_s \ge r_s/2$ *значение* $d_{o(k)} = \min\{(r_s \cdot d_{o(k-1)}), (r_{o(k-1)} \cdot d_s), (r_s \cdot b_{o(k-1)} + r_{o(k-1)} \cdot b_s - 2 \cdot (b_s \cdot b_{o(k-1)}))\}$, *значение* $b_{o(k)} = \max\{(r_s \cdot b_{o(k-1)}), (r_{o(k-1)} \cdot b_s), (r_s \cdot d_{o(k-1)} + r_{o(k-1)} \cdot d_s - 2 \cdot (d_s \cdot d_{o(k-1)}))\}$, *а для* $d_s < r_s/2$ значение $d_{o(k)} = \min\{(r_s \cdot d_{o(k-1)}), (r_{o(k-1)} \cdot d_s), (r_s \cdot d_{o(k-1)} + r_{o(k-1)} \cdot d_s - 2 \cdot (d_s \cdot d_{o(k-1)}))\}$, $b_{o(k)} = \max\{(r_s \cdot b_{o(k-1)}), (r_{o(k-1)} \cdot b_s), (r_s \cdot b_{o(k-1)} + r_{o(k-1)} \cdot b_s - 2 \cdot (b_s \cdot b_{o(k-1)}))\}$.

Доказательство. Результирующий тест $CRT_{ou\ k}$ содержит $q_{o(k)} = q_s \cdot q_{o(k-1)}$ наборов, каждый из которых состоит из $r_{o(k)} = r_s \cdot r_{o(k-1)}$ двоичных разрядов. Это следует из того факта, что при масштабировании разряды масштабирующего теста $CRT_{sc}(q_s, d_s, b_s, r_s)$

заменяются шаблоном либо его инверсией. Инверсное представление шаблона и сам шаблон состоят из $q_{o(k\text{-}1)}$ наборов, каждый из которых представлен $r_{o(k\text{-}1)}$ разрядами. В матричном представлении результатом масштабирования является матрица размерностью $(q_s{\cdot}q_{o(k\text{-}1)}){\times}(r_s{\cdot}r_{o(k\text{-}1)})$, в которой строки группируются в блоки, состоящие из $q_{o(k\text{-}1)}$ строк. Каждый из q_s блоков определяется строкой масштабирующей матрицы теста $CRT_{sc}(q_s, d_s, r_s)$, используемой для масштабирования так, как это показано в табл. 3 и 4.

Рассмотрим значение величины расстояния Хэмминга $h = HD(T_i,T_j)$ между двумя произвольными строками теста CRT_{ou_k}, полученного в результате k-й итерации масштабирования. Строки текста представляют собой два тестовых набора $T_k \neq T_j \in\{T_0, T_1, \ldots, T_{q_{o(k\text{-}1)}\text{-}1}, T_{q_{o(k\text{-}1)}}, T_{q_{o(k\text{-}1)+1}}, \ldots, T_{2q_{o(k\text{-}1)}\text{-}1}, \ldots\}$, каждый из которых состоит из $r_s{\cdot}r_{o(k\text{-}1)}$ двоичных значений. Например, для случая, приведенного в табл. 3, $T_k \neq T_j \in\{T_0, T_1, \ldots, T_{15}\}$, а два произвольных тестовых набора T_i и T_j могут принадлежать как одному из $q_s = 4$ блоков, так и разным блокам.

Структура каждого из q_s блоков повторяет результат применения процедуры одномерного масштабирования, когда для увеличения разрядности используется повторение шаблона либо его инверсного представления [29]. В этом случае сохраняется отношение значения расстояния Хэмминга к разрядности наборов. Соответственно, если тестовые наборы принадлежат одному из q_s блоков строк, то для них сохраняются значения $h = HD(T_i, T_j)$. Например, для всех трех примеров масштабирования, приведенных в табл. 3, $HD(T_1, T_3) = HD(T_5, T_7) = HD(T_9, T_{11}) = HD(T_{13}, T_{15})$ и принимают значения 6, 3 и 0 соответственно. Постоянство величины h в данном случае объясняется свойством расстояния Хэмминга, задаваемым равенством $HD(T_i,T_j) = HD(\overline{T}_i,\overline{T}_j)$. Среди множества величин h для тестовых наборов T_i и T_j, принадлежащих одному блоку, можно выделить минимальное значение, равное $r_s{\cdot}d_{o(k\text{-}1)}$, и максимальное $r_s{\cdot}b_{o(k\text{-}1)}$, определяемые минимальным $d_{o(k\text{-}1)}$ и максимальным $b_{o(k\text{-}1)}$ значениями h шаблона $CRT_{ou(k\text{-}1)}$.

В случае когда тестовые наборы T_i и T_j принадлежат разным блокам, идентифицированным различными строками масштабирующего теста CRT_{sc}, возможны два варианта, а именно – эти наборы порождаются совпадающими или разными наборами шаблона $CRT_{ou(k\text{-}1)}$. Например, наборы T_0, T_4, T_8 и T_{12}, приведенные в табл. 3, сформированы на базе одного совпадающего набора 0 0 0 для всех трех примеров масштабирования. Для подобных случаев $h = HD(T_i, T_j)$ вычисляется как $0{\cdot}(r_s - h_s) + r_{o(k\text{-}1)}{\cdot}h_s = r_{o(k\text{-}1)}{\cdot}h_s$, где h_s представляет собой расстояние Хэмминга для двух различных строк масштабирующего теста CRT_{sc}. Первая из этих строк идентифицирует блок, к которому принадлежит T_i, а вторая определяет блок, включающий набор T_j, который порождается набором T_i. В приведенном выражении $h = 0{\cdot}(r_s - h_s) + r_{o(k\text{-}1)}{\cdot}h_s$ первое слагаемое определяется повторяющимися наборами, например 0 0 0, имеющими расстояние Хэмминга, равное 0. Второе слагаемое соответствует случаю, когда расстояние Хэмминга равняется $r_{o(k\text{-}1)}$ как результат вычисления этого значения для инверсных наборов, например 0 0 0 и 1 1 1 (1).

Во втором случае тестовые наборы T_i и T_j порождаются разными наборами шаблона $CRT_{ou(k\text{-}1)}$, например T_0, T_5. Для таких наборов применима зависимость расстояния Хэмминга $HD(T_i,T_j) + HD(T_i,\overline{T}_j) = r$, в которой фигурируют значения $h_t = HD(T_i, T_j)$ для наборов шаблона $CRT_{ou(k\text{-}1)}$ (1). Тогда, подобно первому случаю, расстояние Хэмминга будет вычисляться как $h = h_t{\cdot}(r_s - h_s) + h_s{\cdot}(r_{o(k\text{-}1)} - h_t) = h_t{\cdot}r_s + r_{o(k\text{-}1)}{\cdot}h_s - 2{\cdot}h_t{\cdot}h_s$. В свою очередь, минимальное значение расстояния Хэмминга h между наборами будет определяться величинами максимальных расстояний b_t и b_s для h_t и h_s либо минимальных их значений d_t и d_s. Это следует из того факта, что после преобразования выражения $h = h_t\cdot(r_s - h_s) + h_s\cdot(r_{o(k\text{-}1)} - h_t)$ к виду $h = h_t\cdot(r_s - 2\cdot h_s) + h_s\cdot r_{o(k\text{-}1)}$ минимальное и максимальное значения величины h зависят от соотношения величин r_s и h_s. Данные величины определяют знак первого слагаемого в соответствии с выражением $(r_s - 2\cdot h_s)$. Отметим, что все величины, участвующие в определении значения h, являются положительными. Таким образом, для определения предельных значений $\min h$ и $\max h$ важными являются соотношения $h_s = r_s/2$, $h_s > r_s/2$ и $h_s < r_s/2$. При выполнении равенства $h_s = r_s/2$ имеем $\min h = \max h = h_s\cdot r_{o(k\text{-}1)}$. В случае выполнения неравенства $h_s > r_s/2$ имеем знак минус в первом слагаемом для выражения h. Соответственно, $\max h$ достигается для $d_{o(k\text{-}1)}$ в заданном шаблоне $CRT_{ou(k\text{-}1)}$, а $\min h$ достигается для $b_{o(k\text{-}1)}$. Наконец, для соотношения $h_s < r_s/2$ зависимость обратная, т. е. $\max h$ получается для $b_{o(k\text{-}1)}$, а $\min h$ для $d_{o(k\text{-}1)}$.

Таким образом, для $h_s \geq r_s/2$ значение $d_{o(k)} = \min\{(r_s\cdot d_{o(k\text{-}1)}), (r_{o(k\text{-}1)}\cdot d_s), (r_s\cdot b_{o(k\text{-}1)} + r_{o(k\text{-}1)}\cdot b_s - 2\cdot(b_s\cdot b_{o(k\text{-}1)}))\}$, $b_{o(k)} = \max\{(r_s\cdot b_{o(k\text{-}1)}), (r_{o(k\text{-}1)}\cdot b_s), (r_s\cdot d_{o(k\text{-}1)} + r_{o(k\text{-}1)}\cdot d_s - 2\cdot (d_s\cdot d_{o(k\text{-}1)}))\}$, а для $h_s < r_s/2 - d_{o(k)} = \min\{(r_s\cdot d_{o(k\text{-}1)}), (r_{o(k\text{-}1)}\cdot d_s), (r_s\cdot d_{o(k\text{-}1)} + r_{o(k\text{-}1)}\cdot d_s - 2\cdot (d_s\cdot d_{o(k\text{-}1)}))\}$, $b_{o(k)} = \max\{(r_s\cdot b_{o(k\text{-}1)}), (r_{o(k\text{-}1)}\cdot b_s), (r_s\cdot b_{o(k\text{-}1)} + r_{o(k\text{-}1)}\cdot b_s - 2\cdot (b_s\cdot b_{o(k\text{-}1)}))\}$. Что и требовалось доказать.

Утверждение 3 позволяет вычислять характеристики формируемых тестов. Например, для $CRT_{sc}(q_s, d_s, b_s, r_s) = CRT(4, 2, 2, 3)$ и $CRT_{ou(k\text{-}1)}(q_{o(k\text{-}1)}, d_{o(k\text{-}1)}, b_{o(k\text{-}1)}, r_{o(k\text{-}1)}) = CRT(4, 1, 3, 3)$ имеем $q_{o(k)} = q_s\cdot q_{o(k\text{-}1)} = 4\cdot 4 = 16$; $d_{o(k)} = \min\{(r_s\cdot d_{o(k\text{-}1)}), (r_{o(k\text{-}1)}\cdot d_s), (r_s\cdot b_{o(k\text{-}1)} + r_{o(k\text{-}1)}\cdot b_s - 2\cdot (b_s\cdot b_{o(k\text{-}1)}))\} = \min\{(3\cdot 1), (3\cdot 2), (3\cdot 3 + 3\cdot 2 - 2\cdot (2\cdot 3))\} = 3$; $b_{o(k)} = \max\{(r_s\cdot b_{o(k\text{-}1)}), (r_{o(k\text{-}1)}\cdot b_s), (r_s\cdot d_{o(k\text{-}1)} + r_{o(k\text{-}1)}\cdot d_s - 2\cdot (d_s\cdot d_{o(k\text{-}1)}))\} = \max\{(3\cdot 3), (3\cdot 2), (3\cdot 1 + 3\cdot 2 - 2\cdot (2\cdot 1))\} = 9$; $r_{o(k)} = r_s\cdot r_{o(k\text{-}1)} = 3\cdot 3 = 9$. В результате формируется тест $CRT_{ou}(q_o, d_o, b_o, r_o) = CRT(16, 3, 9, 9)$, представленный в табл. 3 и 5. В этих же таблицах приведен тест $CRT_{ou}(q_o, d_o, b_o, r_o) = CRT_{ou}(16, 4, 6, 9)$, полученный как результат масштабирования теста $CRT(4, 2, 2, 3)$ на основании такого же масштабирующего теста.

Цель итерационной процедуры двухмерного масштабирования заключается в формировании управляемого вероятностного теста с требуемыми характеристиками, которые определяются в соответствии с утверждением 3. В первую очередь важным является обеспечение требуемой разрядности m результирующего теста, которая определяет количество k итераций предложенной процедуры. Соотношения для $r_{o(k)} = r_s\cdot r_{o(k\text{-}1)}$, приведенные ниже, для фиксированного масштабирующего теста $CRT_{sc}(q_s, d_s, b_s, r_s)$, который используется для получения $CRT_{ou(k)}(q_{o(k)}, d_{o(k)}, b_{o(k)}, r_{o(k)})$ на основании $CRT_{tm}(q_t, d_t, b_t, r_t)$ или $CRT_{tm}(1, 0, 0, r_t)$, позволяют определить величину k. В обоих случаях $r_{o(k)} = r_s^{k}\cdot r_t$, тогда k может быть определено следующим образом:

$$k \geq \left\lceil \log_{r_s}(m / r_t) \right\rceil. \tag{2}$$

Полученная величина k, обеспечивающая требуемую разрядность m, позволяет вычислять количество тестовых наборов в результирующем тесте $CRT_{ou(k)}$. Для $CRT_{tm}(q_t, d_t, b_t, r_t)$ имеем $q_{o(k)} = q_s^{k}\cdot q_t$, а для $CRT_{tm}(1, 0, 0, r_t)$, соответственно, $q_{o(k)} = q_s^{k}$.

Практически важным является случай, когда разрядность сформированного на основании итерационной процедуры теста кратна 2^k, где $k \in \{1, 2, 3, \ldots\}$, а пороговое значение $d_{o(k)}$ расстояния Хэмминга принимает приемлемые величины. Для построения подобных тестов может быть применено одно из следствий, вытекающих из утверждения 3.

Следствие. *Результатом k-й итерации двухмерного масштабирования с помощью масштабирующего теста* $CRT_{sc}(q_s, d_s, b_s, r_s) = CRT_{sc}(2, 1, 1, 2)$ *для* $CRT_{ou\_0}(r, r/2, r/2, r)$ *и четного* r *является тест* $CRT_{ou\_k}(2^k{\cdot}r, 2^{k-1}{\cdot}r, 2^{k-1}{\cdot}r, 2^k{\cdot}r)$.

Доказательство. Согласно утверждению 3 для $k = 1$ имеем $CRT_{ou\_1}(2{\cdot}r, d_{o(1)}, b_{o(1)}, 2{\cdot}r)$, где значение $d_{o(1)} = \min\{(2{\cdot}r/2), (r{\cdot}1), (2{\cdot}r/2+ r{\cdot}1 - 2{\cdot}(1{\cdot} r/2)\} = r$. Аналогично и $b_{o(1)} = r$. Соответственно, $CRT_{ou\_1}(2{\cdot}r, d_{o(1)}, b_{o(1)}, 2{\cdot}r) = CRT_{ou\_1}(2{\cdot}r, r, r, 2{\cdot}r)$. Далее на основании $CRT_{ou\_1}(2{\cdot}r, r, r, 2{\cdot}r)$ ($k = 2$) формируется $CRT_{ou\_2}(2^2{\cdot}r, 2^1{\cdot}r, 2^1{\cdot}r, 2^2{\cdot}r)$. Для произвольного k имеем $CRT_{ou\_k}(2^k{\cdot}r, 2^{k-1}{\cdot}r, 2^{k-1}{\cdot}r, 2^k{\cdot}r)$, что и требовалось доказать.

Для случая $CRT_{ou\_0}(2, 1, 1, 2) = \{T_0 = 1\ 1, T_1 = 0\ 1\}$ в табл. 6 приведен пример трех итераций для $CRT_{sc}(2, 1, 1, 2) = \{T_0 = 0\ 0, T_1 = 0\ 1\}$.

Таблица 6
Итерационная процедура построения управляемых вероятностных тестов для $CRT_{sc}(2, 1, 1, 2)$

Table 6
An iterative procedure for constructing controlled random tests for $CRT_{sc}(2, 1, 1, 2)$

CRT_{sc}	$CRT_{ou(1)}$	CRT_{sc}	$CRT_{ou(2)}$	CRT_{sc}	$CRT_{ou(3)}$
					11 11 11 11 11 11 11 11
					01 01 01 01 01 01 01 01
					11 00 11 00 11 00 11 00
				$T_0 = 0\ 0$	01 10 01 10 01 10 01 10
			11 11 11 11		11 11 00 00 11 11 00 00
		$T_0 = 0\ 0$	01 01 01 01		01 01 10 10 01 01 10 10
$T_0 = 0\ 0$	11 11		11 00 11 00		11 00 00 11 11 00 00 11
	01 01		01 10 01 10		01 10 10 01 01 10 10 01
$T_1 = 0\ 1$	11 00		11 11 00 00		11 11 11 11 00 00 00 00
	01 10		01 01 10 10		01 01 01 01 10 10 10 10
		$T_1 = 0\ 1$	11 00 00 11		11 00 11 00 00 11 00 11
			01 10 10 01		01 10 01 10 10 01 10 01
				$T_1 = 0\ 1$	11 11 00 00 00 00 11 11
					01 01 10 10 10 10 01 01
					11 00 00 11 00 11 11 00
					01 10 10 01 10 01 01 10

Из табл. 6 видно, что пороговое расстояние Хэмминга для всех трех тестов, построенных в результате итерационной процедуры, соответствует следствию. Действительно, $d_{o(1)} = 2$, $d_{o(2)} = 4$ и $d_{o(3)} = 8$.

3. Результаты экспериментальных исследований

Для подтверждения полученных авторами результатов был проведен ряд вычислительных и практических экспериментов. Исследовалась эффективность управляемых вероятностных тестов, полученных в результате масштабирования исходных шаблонов. Эксперимент состоял в определении эффективности предлагаемой процедуры построения управляемых вероятностных тестов $CRT_{ou}(q_o, d_o, b_o, r_o)$ на основании $CRT_{sc}(q_s, d_s,$

b_s, r_s) = CRT_{sc}(4, 2, 2, 3) и CRT_{tm}(1, 0, 0, r_t) = CRT_{tm}(1, 0, 0, 341). Выбор указанного CRT_{sc} обоснован его характеристиками, а размерность r_t = 341 – значением $r_o = r_s \cdot r_t = 3 \cdot 341 = 1023$, определяемым емкостью запоминающего устройства для последующих экспериментов [32, 33]. Выполнялась одна итерация предложенной процедуры, в результате которой формировался результирующий тест CRT_{ou}(4, 682, 682, 1023) как результат масштабирования шаблона CRT_{tm}(1, 0, 0, 341).

Эффективность тестов оценивалась по разнообразию (отличию) тестовых наборов, количественно определяемому с помощью расстояний Хэмминга между наборами в каждом тесте CRT_{ou}(4, 682, 682, 1023). Для сравнения таких оценок использовались аналогичные оценки, полученные для вероятностных тестов, также включающих четыре случайных тестовых набора, которые служили статистической базой [31]. Большие значения расстояния Хэмминга указывают на более сильное взаимное различие тестовых наборов, что необходимо с точки зрения покрытия пространства тестовых наборов [32, 33]. Каждый тест состоял из четырех двоичных наборов длиной 1023 бита, для каждого из таких тестов определялись все шесть значений расстояния Хэмминга. Основными статистическими мерами, используемыми при анализе, были среднее расстояние Хэмминга $aveHD(T_i, T_j)$, минимальное расстояние Хэмминга $d = \min HD(T_i, T_j)$ и максимальное расстояние Хэмминга $b = \max HD(T_i, T_j)$, получаемые для каждого теста.

Чтобы экспериментально оценить статистическую стабильность указанных параметров и определить, сколько вероятностных тестов необходимо для получения репрезентативных средних значений, было проанализировано стандартное отклонение расстояний Хэмминга. При r_o = 1023 среднее расстояние Хэмминга $aveHD(T_i, T_j)$ между двумя случайными тестовыми наборами, являющееся также случайной величиной, можно описать нормальным законом распределения с математическим ожиданием $\mu = r_o/2$ и дисперсией $\sigma^2 = r_o/4$. С помощью этой модели дисперсии и нормального приближения количество независимых случайных тестов N, необходимое для достижения 95%-го доверительного интервала с максимальной погрешностью ±5 бит, было оценено как $N \approx 7$. Аналогичный анализ был применен к случайным величинам d и b. На основании данного анализа количество случайных тестов, использованных в эксперименте, было установлено равным 15. Это обеспечивает статистическую точность лучше ±5 бит для всех анализируемых параметров, а именно $aveHD(T_i, T_j)$, $d = \min HD(T_i, T_j)$ и $b = \max HD(T_i, T_j)$. Каждый из 15 тестов состоял из четырех независимых 1023-битных случайных наборов, и для каждого теста были определены все парные расстояния Хэмминга $HD(T_i, T_j)$. Полученные значения $aveHD(T_i, T_j)$, $d = \min HD(T_i, T_j)$ и $b = \max HD(T_i, T_j)$ затем усреднялись по тестам для оценки характеристик расстояний вероятностных тестов. Подробные результаты этого эксперимента представлены в табл. 7.

Значения $aveHD(T_i,T_j)$ округлены до целых величин. Как видно из табл. 7, экспериментальные значения d, $aveHD(T_i,T_j)$ и b для 15 вероятностных тестов лежат в диапазонах $470 \le d \le 511$, $498 \le aveHD(T_i,T_j) \le 526$ и $519 \le b \le 558$. Средние значения для вероятностных тестов составляют около 512,76 для $aveHD(T_i,T_j)$, а также 492,80 и 531,80 для d и b, тогда как управляемые вероятностные тесты CRT_{ou}(4, 682, 682, 1023) имеют постоянное значение 682 во всех трех случаях.

Таблица 7
Экспериментальные статистические результаты для 15 вероятностных тестов
Table 7
Experimental statistical results for 15 random tests

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
$d = \min HD(T_i,T_j)$	504	502	470	475	489	476	500	511	490	484	497	501	501	490	502
$aveHD(T_i,T_j)$	508	516	498	506	514	501	517	519	507	511	509	512	526	518	522
$b = \max HD(T_i,T_j)$	519	541	520	539	535	529	527	537	522	525	527	520	558	533	545

Подобные управляемые вероятностные тесты $CRT_{ou}(q_o, d_o, b_o, r_o)$, построенные в результате масштабирования шаблона $CRT_{tm}(1, 0, 0, 341)$, описываются как $CRT_{ou}(q_s, d_s{\cdot}r_t, b_s{\cdot}r_t, r_s{\cdot}r_t) = CRT_{ou}(4, 682, 682, 1023)$, что следует из утверждения 3.

Обобщенные результаты, представленные в табл. 7, наглядно показывают разницу в распределении расстояний Хэмминга между вероятностными и управляемыми вероятностными тестами. В то время как вероятностные тесты демонстрируют заметную вариабельность между минимальным, максимальным и средним расстояниями, управляемые вероятностные тесты CRT_{ou} сохраняют стабильные более высокие значения этих характеристик. Для любого теста CRT_{ou}, полученного, например, на основании шаблона $CRT_{tm}(1, 0, 0, r_t)$, который использует r_t = 341-разрядный случайный набор, все указанные характеристики принимают значение 682. Более того, указанные значения расстояний Хэмминга значительно выше по сравнению с аналогичными значениями вероятностных тестов. Это подтверждает повышение эффективности предлагаемого метода для формирования более разнообразных и хорошо разделенных тестовых наборов, что крайне желательно с точки зрения покрытия тестового пространства [32, 33].

Заключение

Рассмотрен подход к генерированию тестовых наборов при формировании управляемых вероятностных тестов с помощью одномерного и двухмерного масштабирования исходных шаблонов. Предложен итерационный подход для синтеза управляемых вероятностных тестов. Основой предложенного авторами подхода является двухмерное масштабирование исходных шаблонов с применением масштабирующих матриц, которыми, так же как и шаблоны, могут быть управляемые вероятностные тесты с небольшим числом наборов и малой их разрядностью. Показано, что использование различных шаблонов и масштабирующих тестов для двухмерного масштабирования позволяет строить управляемые вероятностные тесты с требуемой разрядностью тестовых наборов и бóльшим их количеством. Управляемые вероятностные тесты формируются без необходимости перечисления кандидатов в тестовые наборы, что сводит задачу синтеза управляемого вероятностного теста к формальной процедуре, которая исключает необходимость вычисления меры (мер) различия и не требует вычислительных затрат. В работе показано, что количество наборов результирующего теста и их свойства зависят от основных характеристик шаблона и масштабирующего теста. Приведены основные соотношения для определения этих характеристик, и экспериментально показаны преимущества синтезируемых тестов по отношению к вероятностным тестам.

В рамках предложенного авторами подхода важным является дальнейшее исследование в части нахождения оптимального сочетания шаблона с масштабирующим тестом, что во многом зависит от целевых параметров синтезируемого теста, которыми могут быть не только разрядность тестовых наборов и их количество. Интересным представляется дальнейшее исследование практической применимости тестов, синтезированных по предложенному авторами методу, для тестирования современного программного обеспечения и запоминающих устройств.

Вклад авторов. *В. Н. Ярмолик* предложил итерационную процедуру построения управляемых вероятностных тестов, основанную на применении двухмерного масштабирования исходных шаблонов. *И. Мрозек* провел большой объем экспериментальных исследований, принял участие в обобщении, анализе и оформлении полученных результатов. *П. Ю. Бранцевич* принял участие в обобщении, анализе, редактировании и оформлении полученных результатов.

Список использованных источников

1. Ledin, J. Modern Computer Architecture and Organization / J. Ledin. – Birmingham : Packt Publishing Ltd., 2020. – 536 p.

2. Karmore, S. P. Testing of embedded system, an issues and challenges / S. P. Karmore, A. R. Mahajan // International Journal of Enhanced Research in Science, Technology & Engineering. – 2015. – Vol. 4, no. 8. – P. 181–186.

3. Ярмолик, В. Н. Контроль и диагностика вычислительных систем / В. Н. Ярмолик. – Мн. : Бестпринт, 2019. – 387 с.

4. Krupp, A. A systematic approach to the test of combined HW/SW systems / A. Krupp, W. Muller // Proc. of IEEE Conf. on the Testing and Automation of Embedded Systems (DATE 2010), Dresden, Germany, 08–12 Mar. 2010. – Dresden, 2010. – P. 323–326.

5. Teller-Giron, R. Random fault detection in logical networks / R. Teller-Giron, R. David // Proc. of Intern. Symp. on Discrete Systems, Riga, USSR, 30 Sept. – 4 Oct. 1974. – Riga, 1974. – P. 232–241.

6. Agrawal, V. D. When to use random testing / V. D. Agrawal // IEEE Transactions on Computers. – 1978. – Vol. C-27, no 11. – P. 1054–1055.

7. Bernet, G. A theory of probabilistic functional testing / G. Bernet, L. Bouaziz, P. LeGall // Proc. of the 1997 Intern. Conf. on Software Engineering, Boston, Massachusetts, USA, 17–23 May 1997. – Boston, 1997. – P. 216–226.

8. Arcuri, A. Random testing: Theoretical results and practical implications / A. Arcuri, M. Z. Iqbal, L. Briand // IEEE Transactions on Software Engineering. – 2011. – Vol. 38, no. 2. – P. 258–277.

9. Bushnell, M. Essentials of Electronic Testing for Digital, Memory and Mixed-Signal VLSI Circuits (Frontiers in Electronic Testing) / M. Bushnell, V. Agrawal. – Dordrecht, Netherlands : Springer, 2004. – 690 p.

10. Yarmolik, V. N. Self-Testing VLSI Design / V. N. Yarmolik, I. V. Kachan. – Amsterdam : Elsevier Science Publishers, 1993. – 345 p.

11. An orchestrated survey on automated software test case generation / S. Anand, E. K. Burke, T. Y. Chen [et al.] // Journal of Systems and Software. – 2014. – Vol. C-39, no. 4. – P. 582–586.

12. Myers, G. J. The Art of Software Testing / G. J. Myers, C. Sandler, T. Badgett. – 3rd ed. – Canada : John Wiley & Sons, Inc., 2012. – 240 p.

13. Testing embedded software: A survey of the literature / V. Garousi, M. Felderer, C. M. Karapıçak, U. Yılmaz // Information and Software Technology. – 2018. – Vol. 104. – P. 14–45.

14. Goor, A. J. Testing Semiconductor Memories, Theory and Practice / A. J. Goor. – Chichester, UK : John Wiley & Sons, 1991. – 536 p.

15. A survey on adaptive random testing / R. Huang, W. Sun, Y. Xu [et al.] // IEEE Transactions on Software Engineering. – 2021. – Vol. 47, no. 10. – P. 2052–2083.

16. Adaptive random testing: The art of test case diversity / T. Y. Chen, F. C. Kuo, R. G. Merkel, T. H. Tse // Journal of Systems and Software. – 2010. – Vol. 83. – P. 60–66.

17. Alamgir, A. Adaptive random testing with total Cartesian distance for black box circuit under test / A. Alamgir // Indonesian Journal of Electrical Engineering and Computer Science. – 2020. – Vol. 20, no. 2. – P. 720–726.

18. Antirandom testing: A distance-based approach / S. N. Wu, S. Jandhyala, Y. K. Malaiya, A. P. Jayasumana // Hindawi Publishing Corporation VLSI Design. – 2008. – Vol. 2008, art. ID 165709. – 9 p. – https://doi.org/10.1155/2008/165709.

19. Xu, S. Maximum distance testing / S. Xu, J. Chen // Proc. of the 11th IEEE Asian Test Symp. (ATS’02), Guam, USA, 18–20 Nov. 2002. – Guam, 2002. – P. 15–20.

20. Xu, S. Orderly random testing for hardware and software / S. Xu // Proc. of the 2008 14th IEEE Pacific Rim Intern. Symp. on Dependable Computing, Washington, DC, USA, 15–17 Dec. 2008. – Washington, 2008. – P. 160–167.

21. Mrozek, I. Multiple controlled random testing / I. Mrozek, V. N. Yarmolik // Fundamenta Informaticae. – 2016. – Vol. 144, no. 1. – P. 23–43.

22. Yarmolik, S. V. The synthesis of probability tests with a small number of kits / S. V. Yarmolik, V. N. Yarmolik // Automatic Control and Computer Sciences. – 2011. – Vol. 45, no. 3. – P. 133–141.

23. Ярмолик, С. В. Управляемое случайное тестирование / С. В. Ярмолик, В. Н. Ярмолик // Информатика. – 2011. − № 1(29). – С. 79–88.

24. Yarmolik, S. V. Controlled Random Tests / S. V. Yarmolik, V. N. Yarmolik // Automation and Remote Control. – 2012. – Vol. 73, no. 10. – P. 1704–1714.

25. Hamming, R. W. Error Detecting and Error Correcting Codes / R. W. Hamming // The Bell System Technical Journal. – 1950. – Vol. 29, no. 2. – P. 147–160.

26. Peterson, W. W. Error-Correction Codes / W. W. Peterson, E. J. Weldon. – Cambridge, Massachusetts, London, England : The MIT Press, 1972. – 560 p.

27. Plotkin, M. Binary codes with specified minimum distance / M. Plotkin // IRE Transactions on Information Theory. – 1960. – Vol. 6, no. 4. – P. 445–450.

28. MacWilliams, F. J. The Theory of Error-Correcting Codes / F. J. MacWilliams, N. J. A. Sloane. – Amsterdam, The Netherland : Elsevier-North-Holland Publishing Co., 1977. – 762 p.

29. Ярмолик, В. Н. Масштабирование управляемых вероятностных тестов с применением матриц Адамара / В. Н. Ярмолик, Н. А. Шевченко, В. В. Петровская // Информатика. – 2025. – Т. 22, № 2. – С. 63–80.

30. Метод построения управляемых вероятностных тестов / В. Н. Ярмолик, И. Мрозек, П. Ю. Бранцевич [и др.] // Доклады БГУИР. – 2025. – Т. 23, № 6. – С. 87–95.

31. Hahn, G. J. Statistical Models in Engineering / G. J. Hahn, S. S. Shapiro. – N. Y., USA : John Wiley & Sons, 1994. – 376 p.

32. Ярмолик, В. Н. Многократные неразрушающие маршевые тесты с изменяемыми адресными последовательностями / В. Н. Ярмолик, С. В. Ярмолик // Автоматика и телемеханика. – 2007. – Вып. 4. – С. 126–137.

33. Mrozek, I. Problemy funkcjonalnego testowania pamięci RAM / I. Mrozek, V. Yarmolik. – Bialystok, Polska : Politechnika Pialostocka, 2009. – 264 p.

References

1. Ledin J. *Modern Computer Architecture and Organization*. Birmingham, Packt Publishing Ltd., 2020, 536 p.

2. Karmore S. P., Mahajan A. R. Testing of embedded system, an issues and challenges. *International Journal of Enhanced Research in Science, Technology & Engineering*, 2015, vol. 4, no. 8, pp. 181–186.

3. Yarmolik V. N. Control' i diagnostika vuchislitel'nuch system. *Computer Systems Testing and Diagnoses.* Minsk, Bestprint, 2019, 387 p. (In Russ.).

4. Krupp A., Muller W. A systematic approach to the test of combined HW/SW systems. *Proceedings of the IEEE Conference on the Testing and Automation of Embedded Systems* (*DATE 2010), Dresden, Germany, 08–12 March 2010*. Dresden, 2010, pp. 323–326.

5. Teller-Giron R., David R. Random fault detection in logical networks. *Proceedings of the International Symposium on Discrete Systems, Riga, USSR, 30 September – 4 October 1974*. Riga, 1974, pp. 232–241.

6. Agrawal V. D. When to use random testing. *IEEE Transactions on Computers*, 1978, vol. C-27, no. 11, pp. 1054–1055.

7. Bernet G., Bouaziz L., LeGall P. A theory of probabilistic functional testing. *Proceedings of the 1997 International Conference on Software Engineering, Boston, Massachusetts, USA, 17–23 May 1997*. Boston, 1997, pp. 216–226.

8. Arcuri A., Iqbal Z., Briand L. Random testing: Theoretical results and practical implications. *IEEE Transactions on Software Engineering*, 2011, vol. 38, no. 2, pp. 258–277.

9. Bushnell M., Agrawal V. *Essentials of Electronic Testing for Digital, Memory and Mixed-Signal VLSI Circuits (Frontiers in Electronic Testing)*. Dordrecht, Netherlands, Springer, 2004, 690 p.

10. Yarmolik V. N., Kachan I. V. *Self-Testing VLSI Design*. Amsterdam, Elsevier Science Publishers, 1993, 345 p.

11. Anand S., Burke E. K., Chen T. Y., Clark J., Cohen M. B., …, Zhu H. An orchestrated survey on automate software test case generation. *Journal of Systems and Software*, 2014, vol. C-39, no. 4, pp. 582–586.

12. Myers G. J., Sandler C., Badgett T. *The Art of Software Testing 3rd Edition*. Canada, John Wiley & Sons Inc., 2012, 240 p.

13. Garousi V., Felderer M., Karapıçak C. M., Yılmaz U. Testing embedded software: A survey of the literature. *Information and Software Technology*, 2018, vol. 104, pp. 14–45.

14. Goor A. J. *Testing Semiconductor Memories, Theory and Practice*. Chichester, UK, John Wiley & Sons Inc., 1991, 536 p.

15. Huang R., Sun W., Xu Y., Chen H., Towey D., Xia X. A survey on adaptive random testing. *IEEE Transactions on Software Engineering*, 2021, vol. 47, no. 10, pp. 2052–2083.

16. Chen T. Y., Kuo F. C., Merkel R. G., Tse T. H. Adaptive random testing: The art of test case diversity. *Journal of Systems and Software*, 2010, vol. 83, pp. 60–66.

17. Alamgir A. Adaptive random testing with total Cartesian distance for black box circuit under test. *Indonesian Journal of Electrical Engineering and Computer Science*, 2020, vol. 20, no. 2, pp. 720–726.

18. Wu S. H., Jandhyala S., Malaiya Y. K., Jayasumana A. P. Antirandom testing: A distance-based approach. *Hindawi Publishing Corporation VLSI Design*, 2008, vol. 2008, art. ID 165709, 9 p. https://doi.org/10.1155/2008/165709.

19. Xu S., Chen J. Maximum distance testing. *Proceedings of the 11th Asian Test Symposium (ATS'02), Guam, USA, 18–20 November 2002.* Guam, 2002, pp. 15–20.

20. Xu S. Orderly random testing for both hardware and software. *Proceedings of the 2008 14th IEEE Pacific Rim International Symposium on Dependable Computing, Washington, DC, USA, 15–17 December 2008*. Washington, 2008, pp. 160–167.

21. Mrozek I., Yarmolik V. N. Multiple Controlled Random Testing. *Fundamenta Informaticae*, 2016, vol. 144, no. 1, pp. 23–43.

22. Yarmolik S. V., Yarmolik V. N. The synthesis of probability tests with a small number of kits. *Automatic Control and Computer Sciences*, 2011, vol. 45, no. 3, pp. 133–141.

23. Yarmolik S. V., Yarmolik V. N. *Controlled random testing.* Informatika [*Informatics*], 2011, no. 1(29), pp. 79−88 (In Russ.).

24. Yarmolik S. V., Yarmolik V. N. Controlled random tests. *Automation and Remote Control*, 2012, vol. 73, no. 10, pp. 1704–1714.

25. Hamming R. W. Error detecting and error correcting codes. *The Bell System Technical Journal*, 1950, vol. 29, no. 2, pp. 147–160.

26. Peterson W. W., Weldon E. J. *Error-Correction Codes*. Cambridge, Massachusetts, London, England, The MIT Press, 1972, 560 p.

27. Plotkin M. Binary codes with specified minimum distance. *IRE Transactions on Information Theory*, 1960, vol. 6, no. 4, pp. 445–450.

28. MacWilliams F. J., Sloane N. J. A. *The Theory of Error-Correcting Codes*. Amsterdam, The Netherland, Elsevier-North-Holland Publishing Co., 1977, 762 p.

29. Yarmolik V. N., Shauchenka M. A., Petrovskaya V. V. *Scaling controlled random tests based on Hadamard matrices.* Informatika [*Informatics*], 2025, vol. 22, no. 2, pp. 63–80 (In Russ.).

30. Yarmolik V. N., Mrozek I., Brancevich P. Yu., Demenkovets D. V., Levantsevich V. A. *Method of controlled random tests generation.* Doklady BGUIR [*BSUIR Proceedings*], 2025, vol. 23, no. 6, pp. 87–95 (In Russ.).

31. Hahn G. J., Shapiro S. S. *Statistical Models in Engineering*. New York, USA, John Wiley & Sons, 1994, 376 p.

32. Yarmolik V. N., Yarmolik S. V. Multiple non-destructive marching tests with variable address sequences. *Automation and Remote Control*, 2007, vol. 4, pp. 126–137.

33. Mrozek I., Yarmolik V. N. *Problemy funkcjonalnego testowania pamięci RAM*. Bialystok, Polska, Politechnika Pialostocka, 2009, 264 p.

Информация об авторах

Ярмолик Вячеслав Николаевич, доктор технических наук, профессор, Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники.
E-mail: yarmolik10ru@yahoo.com

Мрозек Иренеуш, доктор, профессор, Белостокский технический университет.
E-mail: i.mrozek@pb.edu.pl

Бранцевич Петр Юльянович, доктор технических наук, профессор, Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники.
E-mail: branc@bsuir.edu.by

Information about the authors

Vyacheslav N. Yarmolik, Dr. Sci. (Eng.), Prof., Belarusian State University of Informatics and Radioelectronics.
E-mail: yarmolik10ru@yahoo.com

Ireneusz Mrozek, Dr., Prof., Bialystok University of Technology.
E-mail: i.mrozek@pb.edu.pl

Peter Yu. Brancevich, Dr. Sci. (Eng.), Prof., Belarusian State University of Informatics and Radioelectronics.
E-mail: branc@bsuir.edu.by