

ЛОГИЧЕСКОЕ ПРОЕКТИРОВАНИЕ

LOGICAL DESIGN



УДК 004.33.054
DOI: 10.37661/1816-0301-2025-22-1-7-26

Оригинальная статья
Original Article

Управляемые вероятностные тесты с ограниченным значением расстояния Хэмминга

В. Н. Ярмолик[✉], В. В. Петровская, Д. В. Деменковец, В. А. Леванцевич

*Белорусский государственный университет
информатики и радиоэлектроники,
ул. П. Бровки, 6, Минск, 220013, Беларусь
✉E-mail: yarmolik10ru@yahoo.com*

Аннотация

Цели. Решается задача построения управляемых вероятностных тестов с фиксированным минимальным расстоянием Хэмминга. Показывается ограниченность применения классических подходов генерирования тестовых наборов, основанных на перечислении кандидатов в тестовые наборы. С повышением пороговых значений мер различия двоичных тестовых наборов увеличивается вычислительная сложность построения таких тестов. Главной целью настоящей статьи является развитие методов построения тестов на базе исходных шаблонов и правил их расширения до требуемой разрядности.

Методы. На базе расстояния Хэмминга, используемого в теории и практике формирования управляемых вероятностных тестов, рассматриваются новые меры различия для сравнения двух двоичных тестовых наборов. Основой предлагаемых мер различия является формирование множества расстояний Хэмминга для исходных наборов, представляемых в виде последовательностей символов различных алфавитов. **Результаты.** Показывается неразличимость пар двоичных тестовых наборов при использовании меры различия, основанной на применении расстояния Хэмминга. В этом случае отличающиеся пары наборов могут иметь совпадающие значения расстояния Хэмминга. Рассматриваются новые меры различия двоичных тестовых последовательностей, которые основаны на их представлении в виде последовательностей, состоящих из символов различных алфавитов. В качестве альтернативы известным решениям предлагается подход, базирующийся на увеличении числа тестовых наборов в тесте при сохранении величины минимального значения расстояния Хэмминга между наборами на приемлемом уровне. Главной особенностью предлагаемого подхода является применение предложенной авторами меры различия, основанной на определении расстояния Хэмминга для тестовых наборов, состоящих из символов различных алфавитов. Показано, что достижение максимального значения расстояния Хэмминга для наборов, представленных большим количеством двоичных символов, обеспечивает такое же значение расстояния для случая, когда символы задаются меньшим числом бит. Это позволяет строить управляемые вероятностные тесты без процедуры перечисления кандидатов в тестовые наборы.

Заключение. Рассмотренные меры различия расширяют возможности генерирования тестовых наборов при формировании управляемых вероятностных тестов. Показывается, что использование различных шаблонов и применяемых к ним правил позволяет строить тесты с фиксированным минимальным расстоянием Хэмминга и требуемой разрядностью тестовых наборов.

Ключевые слова: тестовое диагностирование, управляемые вероятностные тесты, двоичный тестовый набор, мера различия символьных наборов, расстояние Хэмминга, кодочувствительные неисправности

Для цитирования. Управляемые вероятностные тесты с ограниченным значением расстояния Хэмминга / В. Н. Ярмолик, В. В. Петровская, Д. В. Деменковец, В. А. Леванцевич // Информатика. – 2025. – Т. 22, № 1. – С. 7–26. – DOI: 10.37661/1816-0301-2025-22-1-7-26.

Конфликт интересов. Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

Поступила в редакцию | Received 29.10.2024

Подписана в печать | Accepted 10.12.2024

Опубликована | Published 31.03.2025

Controlled random tests with limited Hamming distance

Vyacheslav N. Yarmolik[✉], Vita V. Petrovskaya, Denis V. Demenkovets,
Vladimir A. Levantsevich

*Belarusian State University of Informatics and Radioelectronics,
st. P. Brovki, 6, Minsk, 220013, Belarus*

[✉]E-mail: yarmolik10ru@yahoo.com

Abstract

Objectives. The problem of constructing controlled random tests with a fixed minimum Hamming distance is solved. The limitations of classical approaches to generating test patterns based on enumeration of test pattern candidates are shown. With an increase in the threshold values of the difference measures of binary test patterns, the computational complexity of constructing such tests increases. The main goal of this article is to develop methods for constructing tests based on initial templates and rules for expanding them to the required bit size.

Methods. Based on the Hamming distance used in the theory and practice of forming controlled random tests, new measures of difference are considered for comparing two binary test patterns. The basis of the proposed measures of difference is the formation of a set of Hamming distances for the original patterns, represented as sequences of symbols of different alphabets.

Results. The paper demonstrates the indistinguishability of pairs of binary test patterns using a difference measure based on the Hamming distance. In this case, different pairs of patterns may have coinciding Hamming distance values. New measures of difference for binary test sequences based on their representation as sequences consisting of symbols of different alphabets are considered. As an alternative to known solutions, an approach is proposed based on increasing the number of test patterns in a test while maintaining the minimum Hamming distance between patterns at an acceptable level. The main feature of the proposed approach is the use of the difference measure proposed by the authors based on determining the Hamming distance for test patterns consisting of symbols of different alphabets. It is shown that achieving the maximum Hamming distance value for patterns represented by a large number of binary symbols ensures the same distance value for the case when the symbols are specified by a smaller number of bits. This allows one to construct controlled random tests without the procedure of listing candidates for test patterns.

Conclusion. The considered measures of difference expand the possibilities of generating test patterns when forming controlled random tests. It is shown that the use of various templates and rules applied to them allows constructing tests with a fixed minimum Hamming distance and the required bit size of test patterns.

Keywords: test diagnostics, controlled random tests, binary test patterns, character patterns difference measure, Hamming distance, pattern-sensitive faults

For citation. Yarmolik V. N., Petrovskaya V. V., Demenkovets D. V., Levantsevich V. A. *Controlled random tests with limited Hamming distance*. Informatika [Informatics], 2025, vol. 22, no. 1, pp. 7–26 (In Russ.). DOI: 10.37661/1816-0301-2025-22-1-7-26.

Conflict of interests. The authors declare of no conflict of interest.

Введение. Тестирование программных приложений является ключевым элементом обеспечения высокого качества программных приложений [1, 2]. Построение тестовых процедур считается фундаментальной задачей при тестировании программного обеспечения. Оценка эффективности различных подходов тестирования породила большой объем исследований, особенно в отношении вероятностного тестирования (random testing) [3, 4]. Отмечается, что несомненным достоинством вероятностного тестирования является автоматизация процесса построения тестов с помощью различных форм вероятностного формирования и отбора тестовых данных и процедур [2, 5]. Этот вид тестирования широко применялся и применяется на практике. Более того, он является основой либо представляет собой составную часть большого числа других разновидностей методов тестирования программных приложений [2, 6].

В ряде работ было показано, что входные данные, вызывающие сбои программных приложений, имеют тенденцию группироваться в форме различного рода кластеров [7–9]. Отмеченная особенность привела к появлению нового семейства методов вероятностного тестирования – так называемого адаптивного вероятностного тестирования (adaptive random testing), которое представляет собой вероятностное тестирование с упорядоченным, чаще всего равномерным распределением тестовых наборов по всей области входных данных [6–9]. В русскоязычных публикациях подобное тестирование часто называют управляемым вероятностным тестированием (controlled random testing) [6]. Данный вид тестирования и его многочисленные модификации основаны на использовании различных стратегий, алгоритмов, оценок и численных характеристик для управляемого формирования очередного случайного тестового набора. Все существующие разновидности управляемого вероятностного тестирования объединяются принципом управляемости генерированием тестовых наборов формируемого теста. Действительно, такие разновидности вероятностных тестов, как упорядоченные вероятностные тесты (orderly random tests), адаптивные вероятностные тесты (adaptive random tests), анти-вероятностные тесты (anti-random tests), эволюционные вероятностные тесты (evolutionary random tests), качественные вероятностные тесты (good random tests), ограниченные вероятностные тесты (restricted random tests), зеркальные вероятностные тесты (mirror random tests), гибридные адаптивные вероятностные тесты (hybrid adaptive random tests), улучшенные адаптивные вероятностные тесты (enhanced adaptive random test), многократное управляемое вероятностное тестирование (multiple controlled random testing) и др., основаны на применении различных характеристик для управляемого генерирования тестовых наборов [10–20].

Большинство известных подходов генерирования адаптивных вероятностных тестов, приведенных выше, основано на использовании расстояния Хэмминга (Hamming distance) в качестве характеристики, определяющей выбор тестовых наборов. Поиск очередного тестового набора из потенциальных кандидатов в тестовые наборы состоит в нахождении такого кандидата, который удовлетворяет заданным критериям, чаще всего определяемым численными значениями используемых характеристик. В случае расстояния Хэмминга таким критерием является само расстояние Хэмминга, пороговое значение которого влияет как на процедуру выбора тестового набора, так и на количество тестовых наборов в тесте. Чем выше значения критериев выбора, в частности расстояния Хэмминга, тем сложнее процедура выбора и заметнее уменьшение длины вероятностного теста [6, 8].

Применение управляемых вероятностных тестов характеризуется большей эффективностью в сравнении с вероятностными, исчерпывающими и псевдоисчерпывающими тестами [1, 2, 6, 21]. Однако необходимость перебора потенциальных кандидатов в тестовые наборы и вычисления для них характеристик существенно увеличивает сложность формирования управляемых вероятностных тестов [6, 8, 9].

Результаты, представленные в данной работе, направлены на решение задачи построения управляемых вероятностных тестов без трудоемких процедур перечисления кандидатов в тесты и вычисления их характеристик. Искомые тесты согласно рассмотренным в статье методам строятся по формальным процедурам на основании шаблонов, представляющих собой тесты с требуемыми характеристиками и малой размерностью. В статье рассматривается случай дво-

ичных управляемых вероятностных тестов, для которых в качестве меры различия используется расстояние Хэмминга и его модификации.

Расстояние Хэмминга и его модификации. В основу методов формирования управляемых вероятностных тестов положена гипотеза, что для двух тестовых наборов, имеющих максимальное различие, количество вновь обнаруживаемых неисправностей (ошибок) вторым набором будет максимальным [6–8]. На основании данной гипотезы показано, что очередной тестовый набор $T_i = t_{i,0} t_{i,1} t_{i,2} \dots t_{i,n-1}$, где $t_{i,l} \in \{0, 1\}$, $l \in \{0, 1, 2, \dots, n-1\}$, управляемого вероятностного теста формируется максимально отличающимся от ранее сгенерированных и включенных в тест наборов $T_0, T_1, T_2, \dots, T_{i-1}$ [7]. В качестве критерия различия тестового набора T_i по отношению к предыдущим наборам $T_0, T_1, T_2, \dots, T_{i-1}$ применяется расстояние Хэмминга $HD(T_i, T_j)$ для $j \in \{0, 1, 2, \dots, i-1\}$, определяемое согласно соотношению

$$HD(T_i, T_j) = \sum_{l=0}^{n-1} I(t_{i,l} \neq t_{j,l}). \quad (1)$$

Выражение $I(t_{i,l} \neq t_{j,l})$ представляет собой индикаторную функцию, равную единице при $t_{i,l} \neq t_{j,l}$ и нулю в противном случае [22, 23]. Минимальное значение $\min HD(T_i, T_j) = 0$ при совпадении всех символов последовательностей T_i и T_j , а максимальное $\max HD(T_i, T_j) = n$ при их несовпадении.

В ряде работ отмечалось, что расстояние Хэмминга (1) как мера различия малоэффективна, так как она позволяет различать лишь полностью совпадающие последовательности при $HD(T_i, T_j) = 0$ и все остальные несовпадающие [24–27]. Аргументом для подтверждения неразличимости несовпадающих последовательностей являются наборы двоичных символов T_i и $T_j = \bar{T}_i$, значение расстояния Хэмминга $HD(T_i, \bar{T}_i)$ для которых всегда неизменно и равняется n несмотря на то, что T_i представляет собой произвольный двоичный набор из n символов.

Для более полной оценки различия двоичных наборов в работе [25] была определена новая мера различия для случая, когда $n = 2^m$, где m – натуральное число либо нуль. Данная мера различия двоичных тестовых наборов T_i и T_j состоит из множества численных характеристик $HD_0, HD_1, \dots, HD_v, \dots, HD_m$, представляющих собой расстояния Хэмминга $HD_v[T_i(2^v), T_j(2^v)]$ для указанных наборов $T_i(2^v)$ и $T_j(2^v)$, состоящих из символов, которые заданы их 2^v последовательными битами, где $v \in \{0, 1, 2, \dots, m\}$.

Требование к размерности $n = 2^m$ бинарных тестовых наборов T_i не всегда выполняется на практике. Соответственно, для $n \neq 2^m$ при отображении исходного набора T_i в последовательности $T_i(1), T_i(2), T_i(4), \dots$ может отсутствовать необходимое количество бит, равное 2^v для последнего символа последовательности $T_i(2^v)$, $v \in \{0, 1, 2, \dots, m\}$. Например, поскольку для тестового набора $T_i = 0100101_{(2)}$ n равно семи, его можно представить в виде последовательностей $T_i(1), T_i(2), T_i(4)$ и $T_i(8)$. Однако в трех случаях, а именно $T_i(2), T_i(4)$ и $T_i(8)$, для последнего символа соответствующего алфавита отсутствует необходимое количество бит, а именно один бит.

Очевидным решением для устранения данного ограничения является циклическая интерпретация исходного набора $T_i = t_{i,0} t_{i,1} t_{i,2} \dots t_{i,n-1}$ [25]. Такая интерпретация предполагает, что следующим битом тестового набора T_i после последнего бита $t_{i,n-1}$ является его первый бит $t_{i,0}$. Таким образом, используются первые разряды набора для получения необходимого количества бит для последнего символа $T_i(2^v)$. В случае тестового набора $T_i = 0100101_{(2)}$ циклическая интерпретация позволяет получить $T_i(2) = 0100101\underline{0}_{(2)} = 1022_{(4)}$; $T_i(4) = 0100101\underline{0}_{(2)} = 4A_{(16)}$; $T_i(8) = 0110001\underline{0}_{(2)} = b_{(256)}$.

Снятие ограничения на размерность n двоичного набора T_i путем его расширения до требуемого числа разрядов позволяет увеличить количество алфавитов для его отображений. Очевидно, что с учетом возможности расширения исходного двоичного тестового набора до требуемого числа бит число алфавитов может быть увеличено до n . Эти алфавиты состоят из символов, задаваемых одним битом, двумя, тремя, четырьмя битами и т. д. вплоть до алфавита, в котором каждый символ определяется n последовательными битами [25, 27]. Рассматривая пример исходного набора $T_i = 01010_{(2)}$ ($n = 5$) и его циклических расширений, представим его в виде после-

довательностей, полученных для $n = 5$ алфавитов. Соответственно имеем: $T_i = T_i(1) = 01010_{(2)}$; $T_i(2) = 01010\underline{0}_{(2)} = 110_{(4)}$; $T_i(3) = 01010\underline{00}_{(2)} = 24_{(8)}$; $T_i(4) = 01010\underline{0010}_{(2)} = 52_{(16)}$; $T_i(5) = 01010_{(2)} = A_{(32)}$.

Кроме циклического расширения разрядности тестовых наборов может быть рассмотрено их расширение значениями, которые либо генерируются как случайные бинарные величины, либо формируются стандартным образом. Эффект расширения тестовых наборов оказывает влияние только на величины численных характеристик HD_v , для которых исходные тестовые наборы представляются в алфавитах, состоящих из большого числа двоичных символов [25].

Рассмотрим представление исходного тестового набора T_i с произвольным количеством n двоичных символов путем расширения последнего символа набора стандартным образом, например нулевыми значениями двоичных символов. Для этого приведем пример тестового набора $T_i = 01010$, который может быть представлен в пяти различных системах счисления, использующих свой алфавит. В случае набора $T_i = 01010$ применяются алфавиты, состоящие из 2, 4, 8, 16 и 32 двоичных символов. Чтобы избежать конфликтных ситуаций, связанных с отсутствием полного набора символов (их графических изображений) для алфавитов, которые включают большое число двоичных символов, каждый символ во всех системах счисления будем представлять в двоичном коде, а сами символы разделять пробелами. Таким образом, тестовый набор $T_i = 01010$ может быть представлен в пяти различных системах счисления: $T_i(1) = 0\ 1\ 0\ 1\ 0_{(2)}$; $T_i(2) = 01\ 01\ \underline{00}_{(4)}$; $T_i(3) = 010\ 100_{(8)}$; $T_i(4) = 0101\ \underline{0000}_{(16)}$; $T_i(5) = 01010_{(32)}$. Используя приведенный пример, дадим определение двоичного n -разрядного тестового набора T_i как набора, представленного в другой, не двоичной, системе счисления.

Определение 1. Тестовый набор T_i , включающий n двоичных символов, можно интерпретировать в системе счисления с 2^r символами как набор $T_i(r)$, $r \in \{1, 2, 3, \dots, n\}$, состоящий из $\lceil n/r \rceil$ символов, каждый из которых представляется r последовательными битами набора T_i . Для этого T_i расширяется до размерности $\lceil n/r \rceil \cdot r$ путем добавления $\lceil n/r \rceil \cdot r - n$ нулей.

Например, $T_i = 0101001$ с $n = 7$ можно представить в восьмеричной (2^3) системе счисления $\lceil n/r \rceil = \lceil 7/3 \rceil = 3$ символами как $T_i(3) = 010\ 100\ \underline{100}_{(8)} = 244_{(8)}$. Для получения этого результата необходимо добавить $\lceil n/r \rceil \cdot r - n = \lceil 7/3 \rceil \cdot 3 - 7 = 2$ нуля. Определение 1 и приведенные выше примеры интерпретации двоичного набора T_i позволяют рассматривать бинарные тестовые наборы в различных системах счисления. Используя пример представления тестовых наборов $T_i = 01010$ и $T_j = 11001$ в различных системах счисления, приведем результаты определения (табл. 1) для каждой из их интерпретаций расстояния Хэмминга $HD(T_i, T_j)$ (1).

Таблица 1
Пример вычисления расстояния Хэмминга $HD(T_i, T_j)$

Table 1
Example of calculating the Hamming distance $HD(T_i, T_j)$

T_i	$T_i(1) = 0\ 1\ 0\ 1\ 0$	$T_i(2) = 01\ 01\ \underline{00}$	$T_i(3) = 010\ 100$	$T_i(4) = 0101\ \underline{0000}$	$T_i(5) = 01010$
T_j	$T_j(1) = 1\ 1\ 0\ 0\ 1$	$T_j(2) = 11\ 00\ \underline{10}$	$T_j(3) = 110\ 010$	$T_j(4) = 1100\ \underline{1000}$	$T_j(5) = 11001$
$HD(T_i, T_j)$	3	3	2	2	1

Приведенный выше пример определения расстояния Хэмминга показывает возможность получения на основе равенства (1) нескольких числовых оценок соотношения тестовых двоичных наборов T_i и T_j . Основываясь на этом примере, определим новую меру различия между бинарными тестовыми наборами T_i и T_j , состоящую из нескольких числовых характеристик, являющихся расстояниями Хэмминга.

Определение 2. Мера различия $MD(T_i, T_j)$ между тестовыми наборами $T_i = t_{i,0} t_{i,1} t_{i,2} \dots t_{i,n-1}$ и $T_j = t_{j,0} t_{j,1} t_{j,2} \dots t_{j,n-1}$, где $t_{i,l}, t_{j,l} \in \{0, 1\}$, $l \in \{0, 1, 2, \dots, n-1\}$, состоит из n числовых компонент, представленных значениями расстояния Хэмминга $HD_1 = HD[T_i(1), T_j(1)]$, $HD_2 = HD[T_i(2), T_j(2)]$, $HD_3 = HD[T_i(3), T_j(3)]$, ..., $HD_n = HD[T_i(n), T_j(n)]$ между наборами $T_i(r)$ и $T_j(r)$, $r \in \{1, 2, 3, \dots, n\}$.

Анализируемые символы $t_{i,l}$ и $t_{j,l}$ тестовых наборов $T_i(r)$ и $T_j(r)$ согласно определению 1 представлены $r \in \{1, 2, 3, \dots, n\}$ двоичными битами. Соответственно, применяя (1), формируются числовые значения компонент $HD_1, HD_2, HD_3, \dots, HD_n$ меры различия $MD(T_i, T_j)$. Подобная ме-

ра различия рассмотрена в работе [25] для случая, когда $n = 2^m$, где m – натуральное число либо нуль, который исключает возможность представления тестовых наборов символами, состоящими из трех, пяти, шести, семи и так далее бит.

В табл. 2 приведены примеры вычисления $MD(T_i, T_j)$ для различных пар тестовых наборов T_i и T_j для случая, когда $n = 5$.

Таблица 2
Примеры вычисления расстояния Хэмминга $HD(T_i, T_j)$

Table 2
Examples of calculating the Hamming distance $HD(T_i, T_j)$

T_i	$T_i(1) = 0\ 1\ 0\ 1\ 0$	$T_i(2) = 01\ 01\ 00$	$T_i(3) = 010\ 100$	$T_i(4) = 0101\ 0000$	$T_i(5) = 01010$
T_j	$T_j(1) = 1\ 0\ 0\ 0\ 0$	$T_j(2) = 10\ 00\ 00$	$T_j(3) = 100\ 000$	$T_j(4) = 1000\ 0000$	$T_j(5) = 10000$
$HD(T_i, T_j)$	3	2	2	1	1
T_i	$T_i(1) = 0\ 1\ 0\ 1\ 0$	$T_i(2) = 01\ 01\ 00$	$T_i(3) = 010\ 100$	$T_i(4) = 0101\ 0000$	$T_i(5) = 01010$
T_j	$T_j(1) = 1\ 0\ 0\ 1\ 1$	$T_j(2) = 10\ 01\ 10$	$T_j(3) = 100\ 110$	$T_j(4) = 1001\ 1000$	$T_j(5) = 10011$
$HD(T_i, T_j)$	3	2	2	2	1

Отметим, что во всех трех примерах, приведенных в табл. 1 и 2, в качестве тестового набора T_i использовался один и тот же набор $T_i = 01010$, а для определения значений меры $MD(T_i, T_j)$ были выбраны три различных набора $T_j = 11001$, $T_j = 10000$ и $T_j = 10011$. Соответственно, для трех случаев, представленных в табл. 1 и 2, мера различия $MD(T_i, T_j)$ принимает следующие значения: $MD(01010, 11001) = 3$, $MD(01010, 10000) = 3$, $MD(01010, 10011) = 3$, $MD(01010, 11001) = 3$, $MD(01010, 10000) = 3$, $MD(01010, 10011) = 3$, $MD(01010, 11001) = 3$, $MD(01010, 10000) = 3$, $MD(01010, 10011) = 3$.

Примеры, приведенные в табл. 1 и 2, показывают неразличимость всех трех тестовых наборов T_j относительно набора $T_i = 01010$ при использовании классической меры различия – расстояния Хэмминга, поскольку во всех трех случаях $HD(T_i, T_j) = HD_1 = 3$. В то же время применение новой меры различия (см. определение 2) показывает неодинаковую степень различия наборов T_j от T_i , выраженную в отличающихся значениях компонент HD_2 , HD_3 и HD_4 меры $MD(T_i, T_j)$.

Мера различия $MD(T_i, T_j)$ для двоичных тестовых наборов T_i и T_j обладает следующими очевидными свойствами.

Свойство 1. Минимальное числовое значение компонент $HD_1, HD_2, HD_3, \dots, HD_n$ меры различия $MD(T_i, T_j)$ равно 0, т. е. $\min HD_1 = \min HD_2 = \min HD_3 = \dots = \min HD_n = 0$.

Все компоненты $HD_1, HD_2, HD_3, \dots, HD_n$ меры $MD(T_i, T_j)$ равняются нулю при совпадении тестовых наборов, т. е. при $T_i = T_j$ [25].

Свойство 2. Если одна компонента $HD_r, r \in \{1, 2, 3, \dots, n\}$, равна нулю, то все остальные также равны нулю, и наоборот, если одна компонента HD_r больше нуля, то все остальные также больше нуля.

Свойство 3. Максимальные значения компонент $HD_1, HD_2, HD_3, \dots, HD_n$ меры различия $MD(T_i, T_j)$ определяются числом $\lceil n/r \rceil, r \in \{1, 2, 3, \dots, n\}$, символов в сравниваемых наборах $T_i(r)$ и $T_j(r)$ и, соответственно, принимают следующие значения: $\max HD_1 = n$; $\max HD_2 = \lceil n/2 \rceil$; $\max HD_3 = \lceil n/3 \rceil$; \dots ; $\max HD_{\lceil n/2 \rceil - 1} = \lceil n/(\lceil n/2 \rceil - 1) \rceil = 3$; $\max HD_{\lceil n/2 \rceil} = \max HD_{\lceil n/2 \rceil + 1} = \max HD_{\lceil n/2 \rceil + 2} = \dots = \max HD_{n-1} = 2$; $\max HD_n = 1$.

Максимальное различие между тестовыми наборами T_i и T_j согласно новой мере различия $MD(T_i, T_j)$ достигается для случая, когда T_j является инверсным набором по отношению к T_i . В этом случае все компоненты $HD_1, HD_2, HD_3, \dots, HD_n$ меры $MD(T_i, T_j)$ принимают максимальные значения. В случае когда $T_i = 01010$, а инверсный набор T_j равняется $\bar{T}_i = 10101$, соответствующие компоненты имеют следующие значения: $HD_1 = \max HD_1 = n = 5$; $HD_2 = \max HD_2 = \lceil n/2 \rceil = \lceil 5/2 \rceil = 3$; $HD_3 = \max HD_3 = \lceil n/3 \rceil = \lceil 5/3 \rceil = 2$; $HD_4 = \max HD_4 = \lceil n/4 \rceil = \lceil 5/4 \rceil = 2$; $HD_5 = \max HD_5 = 1$.

Свойство 4. Числовые значения компонент $HD_1, HD_2, HD_3, \dots, HD_n$ меры различия $MD(T_i, T_j)$ связаны следующими соотношениями: $HD_1 \geq HD_2 \geq HD_3 \geq \dots \geq HD_n$.

Выполнение свойства 4 объясняется тем, что при вычислении HD_{r+1} число символов, входящих в наборы $T_i(r+1)$ и $T_j(r+1)$, меньше или равно числу символов в наборах $T_i(r)$ и $T_j(r)$, поэтому $HD_r[T_i(r), T_j(r)] \geq HD_{r+1}[T_i(r+1), T_j(r+1)]$.

Как отмечено в работах [6, 8–10], основная идея построения управляемых вероятностных тестов заключается в том, что очередной тестовый набор T_i формируется максимально отличным (удаленным) от ранее сформированных наборов $T_0, T_1, T_2, \dots, T_{i-1}$ в соответствии с заранее выбранными мерами различия. Для этого на каждом шаге формирования очередного тестового набора он выбирается из множества кандидатов в тестовые наборы [6, 8–10]. Основной операцией процедуры выбора одного из кандидатов является определение численного значения используемой меры различия между двумя наборами T_i и T_j , первый из которых является одним из тестовых наборов, а второй – одним из кандидатов в тестовый набор. В результате в качестве очередного тестового набора выбирается тот кандидат в тестовый набор, для которого значение меры различия принимает максимальное значение. Поясним классическую процедуру синтеза управляемых вероятностных тестов на простейшем примере.

Предполагая, что первым тестовым набором теста является набор $T_0 = 01010$, случайным образом генерируем, например, три кандидата в тестовый набор T_1 , а именно 11001, 10000 и 10011. Затем для каждого кандидата в тестовый набор T_1 согласно определению 2 вычисляется значение меры различия относительно тестового набора T_0 . Как видно из табл. 1 и 2, значение HD_1 во всех трех случаях равно трем. Классическая методика построения управляемых вероятностных тестов предполагает использование любого из трех кандидатов 11001, 10000 и 10011 в качестве тестового набора T_1 . При формировании последующих тестовых наборов вычисляются значения мер различия между наборами, входящими в тест, и кандидатами в тестовые наборы [6–10].

В случае получения максимального значения HD_1 для нескольких кандидатов в тестовые наборы введенная авторами новая мера различия $MD(T_i, T_j)$ (см. определение 2) позволяет более полно учесть различия кандидатов в тестовые наборы T_j относительно набора T_i . Для этого необходимо проанализировать значения следующей компоненты HD_2 предложенной авторами меры различия. Как видно из рассматриваемого ранее примера (см. табл. 1 и 2), максимальное значение $HD_2 = 3$ достигается для набора $T_j = 11001$, который в дальнейшем может быть использован в качестве тестового набора T_1 . Основываясь на приведенном выше примере и руководствуясь классической стратегией генерирования управляемых вероятностных тестов, сформируем утверждение, которым необходимо руководствоваться при использовании меры различия $MD(T_i, T_j)$.

Утверждение 1. В качестве максимально отличающегося набора T_j по отношению к набору T_i принимается такой кандидат в наборы T_j , который только один из всего множества кандидатов в T_j имеет максимальное значение компоненты HD_r меры различия $MD(T_i, T_j) = HD_1, HD_2, HD_3, \dots, HD_n$ для минимального $r \in \{1, 2, 3, \dots, n\}$, иначе случайным образом выбирается один из кандидатов, который принадлежит подмножеству кандидатов с максимальным значением компоненты HD_r меры различия $MD(T_i, T_j)$.

Предложенная мера различия $MD(T_i, T_j)$ показывает свою эффективность при построении управляемых вероятностных тестов. Она позволяет выбирать оптимальный тестовый набор T_j для управляемого вероятностного теста из множества кандидатов в тестовый набор, объединенных равенством их классического расстояния Хэмминга с тестовым набором T_i , ранее включенным в тест. В то же время использование данной меры различия сопряжено с теми же недостатками, что и у классических подходов, требующих значительных вычислительных затрат. Прежде всего это касается необходимости определения различий, т. е. вычисления $MD(T_i, T_j)$, между тестовыми наборами T_j как кандидатами в тест и тестовыми наборами T_i , ранее включенными в тест.

Анализ и синтез управляемых вероятностных тестов с фиксированным минимальным расстоянием Хэмминга. В общем случае управляемый вероятностный тест характеризуется минимальным значением расстояния Хэмминга $\min HD(T_i, T_j)$, которое, по сути, является его основной характеристикой. Этот параметр соответствует следующему определению.

Определение 3. Значение $\min HD(T_i, T_j)$ равняется минимальному расстоянию Хэмминга между двумя произвольными тестовыми наборами T_i и T_j , $i \neq j \in \{0, 1, 2, \dots, q-1\}$, из множества наборов теста $T = \{T_0, T_1, T_2, \dots, T_{q-1}\}$.

В терминах теории помехоустойчивого кодирования характеристику $\min HD(T_i, T_j)$ можно рассматривать как кодовое расстояние h кода T , которое равняется наименьшему расстоянию Хэмминга между различными парами кодовых слов $T_0, T_1, T_2, \dots, T_{q-1}$. Поэтому, исходя из основополагающих положений теории кодирования, были сформулированы полезные выводы, которые необходимо учитывать при генерировании управляемых вероятностных тестов [6, 28–30]. Отмечено, что особенностью управляемых вероятностных тестов является ограниченность их длины, которая определяется значением $\min HD(T_i, T_j)$, используемым как критерий включения тестового набора в тест. Чем больше $h = \min HD(T_i, T_j)$, тем меньше количество q наборов, удовлетворяющих такому критерию. Это следует из предельной оценки Хэмминга (Hamming bound) [6, 23, 29, 30]. Для случая двоичного алфавита, представляя нечетные $h = \min HD(T_i, T_j)$ как $h = 2z + 1$, а четные как $h = 2z + 2$, где z – натуральное число либо нуль, данная оценка задается неравенством

$$q \leq 2^n / \sum_{k=0}^z \binom{n}{k}. \quad (2)$$

Например, в случае когда $n = 8$ и $h = \min HD(T_i, T_j) = 3 = 2 \cdot 1 + 1$ согласно (2), оказывается возможным построение управляемого вероятностного теста, состоящего из

$$q \leq 2^8 / \sum_{k=0}^1 \binom{8}{k} = 2^8 / (1 + 8) = 28,444\dots$$

тестовых наборов со значением расстояния Хэмминга $HD(T_i, T_j)$, большим или равным трем. Увеличение расстояния Хэмминга $\min HD(T_i, T_j)$, например, до значения семь, уменьшает оценку q до величины два, откуда следует, что управляемый вероятностный тест для $n = 8$ и $h = \min HD(T_i, T_j) = 7$ будет состоять не более чем из двух наборов $T = \{T_0, T_1\}$. Очевидным образом размерность q управляемого вероятностного теста сокращается с уменьшением разрядности наборов n . Для того же случая $h = \min HD(T_i, T_j) = 3$, но вдвое меньшей разрядности $n = 4$, оценка q согласно (2) уменьшается до величины три.

Для синтеза управляемых вероятностных тестов с малым количеством тестовых наборов q в работе [29] рассмотрены управляемые вероятностные тесты $MMHD(q)$ (Maximum Minimum Hamming Distance) с максимальным минимальным расстоянием Хэмминга $\min HD(T_i, T_j) > n/2$. Показано, что теорема Плоткина позволяет определить максимально возможное количество q кодовых слов в двоичном коде длины n для максимального кодового расстояния h , а граница Плоткина дает верхний предел этого количества [28].

Построение управляемых вероятностных тестов $MMHD(q) = \{T_0, T_1, T_2, \dots, T_{q-1}\}$ с малым количеством тестовых наборов q заключается в обеспечении максимально возможного значения $h = \min HD(T_i, T_j) > n/2$ для фиксированных значений q [28]. Граница Плоткина позволяет получить оценки максимального значения минимального расстояния $\max_min HD(T_i, T_j)$ для заданных значений q . Как показано в работах [6, 28, 29] для случая $q = 2$ и произвольной разрядности тестовых наборов n , значение $\max_min HD(T_i, T_j)$ равняется n , а сам тест включает два взаимно инверсных набора. Для случая $q = 3$ в соответствии с теоремой Плоткина имеем следующую оценку: $\max_min HD(T_i, T_j) \leq 3n/4$. Однако для тестов $MMHD(3)$ и $MMHD(4)$, как показано в статье [29], $\max_min\{MMHD(3)\} = \max_min\{MMHD(4)\} = 2n/3$.

С использованием расстояния Хэмминга $HD(T_i, T_j)$ для тестовых наборов T_i и T_j и их декартова расстояния $CD(T_i, T_j)$ в работе [18] рассмотрен метод синтеза оптимальных управляемых

вероятностных тестов (Optimal Controlled Random Tests, OCRT). Подобные тесты характеризуются тем, что для них $h = \min HD(T_i, T_j) \geq n/2$. В общем случае количество наборов OCRT определяется как $q = 2(\lceil \log_2 n \rceil + 1)$, а алгоритм для формирования тестовых наборов представлен в работах [6, 18]. Для случая когда $n = 2^m$, где m – натуральное число, количество q наборов OCRT $= \{T_0, T_1, T_2, \dots, T_{q-1}\}$ равняется $2(m + 1)$. Например, для $n = 4$ количество тестовых наборов OCRT $q = 6$, а для $n = 8$, соответственно, $q = 8$. Пример теста MMHD(4) с $HD(T_i, T_j) = 2$ для $n = 3$, представленный в работе [29], и пример теста OCRT для $n = 4$ [30] показаны на рис. 1.

Тесты MMHD(q) при их рассмотрении представлялись для минимальной разрядности в качестве шаблонов, на основании которых они расширялись до требуемой разрядности [28].

Общим недостатком известных подходов синтеза управляемых вероятностных тестов являются ограничения на структуру и размерность исходных тестовых шаблонов, на основании которых строится тест с требуемой разрядностью n тестовых наборов $T_i = t_{i,0} t_{i,1} \dots t_{i,n-1}$.

MMHD(4)	
T_0	0 0 0
T_1	0 1 1
T_2	1 1 0
T_3	1 0 1

OCRT	
T_0	0 0 0 0
T_1	1 1 1 1
T_2	0 0 1 1
T_3	1 1 0 0
T_4	0 1 0 1
T_5	1 0 1 0

Рис. 1. Примеры теста MMHD(4) и теста OCRT для $n = 4$
Fig. 1. MMHD(4) and OCRT examples for $n = 4$

Под тестовыми шаблонами в дальнейшем будем понимать управляемый вероятностный тест $CRT(q, h, n)$ с фиксированным количеством тестовых наборов q и заданным минимальным значением расстояния Хэмминга $h = \min HD(T_i, T_j)$, построенный для минимальной разрядности n тестовых наборов.

Расстояние Хэмминга определяется количеством несовпадающих бит h относительно величины разрядности n тестовых наборов и принимает значения $h \leq n$. С помощью подобных шаблонов с заданными характеристиками q и h строится управляемый вероятностный тест для требуемой разрядности n тестовых наборов, в котором сохраняется относительное h/n значение расстояния Хэмминга. На основании исходного шаблона $CRT(q, h, n)$ либо произвольного управляемого вероятностного теста оказывается возможным построение их семейства при использовании правил преобразования [22, 23, 29]. Эти правила основаны на свойствах двоичных кодов, исследуемых в теории помехоустойчивого кодирования, и позволяют модифицировать исходный шаблон, сохраняя при этом значения и соотношения его характеристик q, h и n .

Правило 1. Результатом перестановки местами в тесте $CRT(q, h, n)$ тестовых наборов $T_i = t_{i,0} t_{i,1} t_{i,2} \dots t_{i,n-1}$ и $T_j = t_{j,0} t_{j,1} t_{j,2} \dots t_{j,n-1}$, $i \neq j \in \{0, 1, 2, \dots, q-1\}$, является тест $CRT(q, h, n)$.

Правило 2. При перестановке пары одноименных бит во всех q тестовых наборах $T_0, T_1, T_2, \dots, T_{q-1}$ теста $CRT(q, h, n)$ формируется также тест $CRT(q, h, n)$.

Правило 3. Результатом инвертирования произвольного множества одноименных бит во всех q тестовых наборах $T_0, T_1, T_2, \dots, T_{q-1}$ теста $CRT(q, h, n)$ также является тест $CRT(q, h, n)$.

Правило 3 вытекает из свойства индикаторной функции $I(t_{i,l} \neq t_{j,l})$, используемой в выражении (1), которое описывается равенством $I(t_{i,l} \neq t_{j,l}) = I(\bar{t}_{i,l} \neq \bar{t}_{j,l})$.

Как уже отмечалось, приведенные выше правила применимы для произвольного $CRT(q, h, n)$ и позволяют строить семейства подобных шаблонов и тестов. Результат применения данных правил для теста MMHD(4), который можно рассматривать как шаблон $CRT_0(4, 2, 3)$, представлен в табл. 3.

Таблица 3
Применение правил преобразования для $MMHD(4)$

Table 3
Transformation rules application for $MMHD(4)$

Шаблон $CRT_0(4, 2, 3)$ Sample $CRT_0(4, 2, 3)$	Правило 1 $CRT_1(4, 2, 3)$ Rule 1 $CRT_1(4, 2, 3)$	Правило 2 $CRT_2(4, 2, 3)$ Rule 2 $CRT_2(4, 2, 3)$	Правило 3 $CRT_3(4, 2, 3)$ Rule 3 $CRT_3(4, 2, 3)$
$T_i = t_{i,0} t_{i,1} t_{i,2}$	$T_i = t_{i,0} t_{i,1} t_{i,2}$	$T_i = t_{i,1} t_{i,0} t_{i,2}$	$T_i = t_{i,0} t_{i,1} \bar{t}_{i,2}$
$T_0 = 0 \ 0 \ 0$	$T_3 = 1 \ 0 \ 1$	$T_0 = 0 \ 0 \ 0$	$0 \ 0 \ 1$
$T_1 = 0 \ 1 \ 1$	$T_1 = 0 \ 1 \ 1$	$T_3 = 1 \ 0 \ 1$	$0 \ 1 \ 0$
$T_2 = 1 \ 1 \ 0$	$T_2 = 1 \ 1 \ 0$	$T_2 = 1 \ 1 \ 0$	$1 \ 1 \ 1$
$T_3 = 1 \ 0 \ 1$	$T_0 = 0 \ 0 \ 0$	$T_1 = 0 \ 1 \ 1$	$1 \ 0 \ 0$

Применив правило 1 к исходному тесту $MMHD(4)$, обозначенному в табл. 3 как шаблон $CRT_0(4, 2, 3)$, путем замены местами тестовых наборов T_0 и T_3 , получим новый тест $CRT_1(4, 2, 3)$, который в дальнейшем может использоваться как шаблон или тест. Правило 2 также позволило сформировать новый шаблон $CRT_2(4, 2, 3)$ путем перестановки местами нулевого и первого бита во всех четырех тестовых наборах (табл. 3). Отметим, что в силу специфики структуры теста $MMHD(4)$ результат применения правила 2 эквивалентен применению правила 1 при замене местами тестовых наборов T_1 и T_3 . Использование правила 3 также позволило построить новый шаблон $CRT_3(4, 2, 3)$, который, как и исходный тест $MMHD(4)$, и результаты применения к нему правил 1 и 2 (табл. 3), можно интерпретировать как шаблон $CRT(q, h, n)$ с соответствующими параметрами q , h и n . В случае правила 3 новый шаблон $CRT_3(4, 2, 3)$ содержит тестовые наборы, которые не присутствуют в исходном шаблоне. Необходимо отметить, что на основании исходного теста (шаблона) и одновременного применения нескольких правил также возможно получение нового шаблона.

Управляемый вероятностный тест $MMHD(4)$, как и полученные согласно правилам 1–3 его модификации, можно рассматривать в качестве шаблонов $CRT(q, h, n) = CRT(4, 2, 3)$ для построения тестов произвольной разрядности n с фиксированными значениями количества наборов $q = 4$ и минимального относительного значения расстояния Хэмминга $h/n = 2/3$. В общем случае построение тестов на основании шаблонов для заданной разрядности n основано на применении следующих правил. Во всех последующих правилах, так же как и в трех предыдущих, в качестве шаблона может принимать участие любой управляемый вероятностный тест.

Правило 4. Правило повторения заключается в построении теста $CRT(q, w \cdot h, w \cdot n)$ путем w -кратного повторения исходного шаблона $CRT(q, h, n)$.

В качестве примера применения данного правила можно рассмотреть управляемый вероятностный тест $CRT(4, 4 \cdot 2, 4 \cdot 3)$, полученный в результате четырехкратного повторения шаблона $CRT_0(4, 2, 3)$ (рис. 2).

```

0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
0 1 1 0 1 1 0 1 1 0 1 1
1 1 0 1 1 0 1 1 0 1 1 0
1 0 1 1 0 1 1 0 1 1 0 1

```

Рис. 2. Управляемый вероятностный тест $CRT(4, 8, 12)$

Fig. 2. Controlled random test $CRT(4, 8, 12)$

Содержательно близким по своей сути к правилу повторения является правило объединения, которое можно рассматривать как расширение правила повторения.

Правило 5. Правило объединения заключается в построении теста $CRT(q, h, n)$ путем повторения различных шаблонов с одинаковым числом тестовых наборов q , сумма количества бит

которых равняется n . При этом значения расстояний Хэмминга в используемых шаблонах могут быть разными, а их сумма определяет величину h .

В качестве примера используем шаблоны $CRT_0(4, 2, 3)$, $CRT_2(4, 2, 3)$, $CRT_3(4, 2, 3)$, а также шаблон $CRT(4, 2, 4)$. В результате применения правила 5 получим $CRT(4, 8, 13)$ (рис. 3).

0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0
0	1	1	1	0	1	0	1	0	0	1	0	1
1	1	0	1	1	0	1	1	1	1	0	1	0
1	0	1	0	1	1	1	0	0	1	1	1	1

Рис. 3. Управляемый вероятностный тест $CRT(4, 8, 13)$

Fig. 3. Controlled random test $CRT(4, 8, 13)$

На рис. 3 видно, что результирующий управляемый вероятностный тест $CRT(4, 8, 13)$ имеет разрядность $n = 13$, равную сумме разрядностей используемых шаблонов. Как и значение $h = 8$, он определяется суммой расстояний Хэмминга используемых четырех шаблонов. Отметим, что при использовании правила 5 последовательность применения шаблонов не имеет принципиального значения, так как на основании теста $CRT(4, 8, 13)$ можно получить семейство подобных тестов с помощью ранее определенных правил 1–3.

Правило 6. Результатом масштабирования (увеличения) в w раз шаблона $CRT(q, h, n)$ является управляемый вероятностный тест $CRT(q, w \cdot h, w \cdot n)$, состоящий из q тестовых наборов $T_i = (t_{i,0})^w (t_{i,1})^w (t_{i,2})^w \dots (t_{i,n-1})^w$, где $T_i = t_{i,0} t_{i,1} t_{i,2} \dots t_{i,n-1}$ – тестовый набор исходного шаблона $CRT(q, h, n)$.

Иллюстрацией применения данного правила может быть пример получения теста $CRT(4, 3 \cdot 2, 3 \cdot 3)$ на основании шаблона $CRT_0(4, 2, 3)$ для $w = 3$ (рис. 4).

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	1	1	1	1	1	1	1
1	1	1	1	1	1	0	0	0	0
1	1	1	0	0	0	1	1	1	1

Рис. 4. Управляемый вероятностный тест $CRT(4, 6, 9)$

Fig. 4. Controlled random test $CRT(4, 6, 9)$

Приведенные выше правила позволяют строить управляемые вероятностные тесты $CRT(q, h, n)$ с заданными свойствами в рамках ограничений, определяемых взаимосвязью трех параметров, а именно количеством тестовых наборов q , их разрядностью n , а также минимальным значением расстояния Хэмминга h между любыми двумя наборами теста. Например, для получения теста $CRT(4, 6, 9)$ нет необходимости перебора потенциальных $n = 9$ разрядных кандидатов в тесты и выбора таких из них, для которых $h \geq 6$. Эту задачу можно свести к задаче построения управляемого вероятностного теста $CRT(4, 6, 9)$ на базе шаблонов (см., например, рис. 4) и получения семейства таких тестов, используя правила, приведенные выше.

Для обеспечения большей гибкости при построении управляемых вероятностных тестов, в особенности для заданных величин n , приведем следующее правило, также вытекающее из фундаментальных основ теории помехоустойчивого кодирования [22, 23]. Данное правило можно назвать правилом исключения, которое формулируется следующим образом.

Правило 7. Результатом удаления одноименных бит (разрядов) во всех q тестовых наборах T_0, T_1, \dots, T_{q-1} теста $CRT(q, h, n)$ является тест $CRT(q, h-1, n-1)$.

Приведенное правило позволяет формировать требуемую разрядность тестовых наборов путем ее уменьшения в исходном тесте при одновременном уменьшении значения h . Например, удаление любого разряда наборов теста $CRT(4, 6, 9)$, приведенного на рис. 4, позволяет получить тест $CRT(4, 5, 8)$.

Очевидно, что наличие большого множества разнообразных шаблонов позволит эффективно решить задачу построения управляемых вероятностных тестов на основании приведенных правил с требуемым сочетанием их параметров q, h и n .

Процедура построения управляемых вероятностных тестов с фиксированным расстоянием Хэмминга. Как было отмечено в предыдущих разделах, существуют подходы к построению управляемых вероятностных тестов с малым числом тестовых наборов на основе формальных процедур применения правил синтеза без каких-либо значительных вычислительных затрат. Главной особенностью таких тестов является взаимосвязь между значением $h = \min HD(T_i, T_j)$ расстояния Хэмминга и количеством q тестовых наборов. Как было показано ранее, увеличение требуемого значения $h = \min HD(T_i, T_j)$ расстояния Хэмминга при генерировании теста $CRT(q, h, n)$ уменьшает число q его наборов.

В качестве альтернативы известным решениям предлагается подход, основанный на увеличении числа тестовых наборов q в тесте при сохранении величины $\min HD(T_i, T_j)$ на приемлемом уровне. Основным отличием предлагаемого подхода является использование предложенной авторами меры различия $MD(T_i, T_j)$, основанной на определении расстояния Хэмминга (1) для тестовых наборов, состоящих из символов различных алфавитов. Эта мера вычисляется для двух двоичных наборов $T_i = t_{i,0} t_{i,1} t_{i,2} \dots t_{i,n-1}$ и $T_j = t_{j,0} t_{j,1} t_{j,2} \dots t_{j,n-1}$, где $t_{i,l}, t_{j,l} \in \{0, 1\}$, $l \in \{0, 1, 2, \dots, n-1\}$, и состоит из n компонент $HD_1, HD_2, HD_3, \dots, HD_n$, которые показывают различие этих наборов. Свойство 4 данной меры констатирует, что ее компоненты связаны соотношением $HD_1 \geq HD_2 \geq HD_3 \geq \dots \geq HD_n$, где $HD_r = HD_r[T_i(r), T_j(r)]$ для $r \in \{1, 2, 3, \dots, n\}$. Согласно определению 2 наборы $T_i(r)$ и $T_j(r)$ являются представлением двоичных наборов T_i и T_j символами 2^r -ичной системы счисления, включающей 2^r символов.

На основании свойства 4 меры различия $MD(T_i, T_j)$ сформулируем следующее утверждение, которое составляет основу предлагаемой процедуры построения управляемых вероятностных тестов с небольшим количеством q тестовых наборов и заданным значением $\min HD(T_i, T_j)$.

Утверждение 2. *Управляемый вероятностный тест, состоящий из $q = 2^r$ двоичных наборов, где r является минимальным значением из множества $\{1, 2, 3, \dots, n\}$, для которого $HD_r[T_i(r), T_j(r)] = \max HD_r[T_i(r), T_j(r)]$ для всех $i \neq j \in \{0, 1, 3, \dots, q-1\}$ и $n \bmod r = 0$, имеет значение расстояния Хэмминга $h = \min HD(T_i, T_j) = n/r$.*

Ограниченное количество $q = 2^r$ тестовых наборов определяется ограниченным количеством 2^r символов алфавита, в котором представлены тестовые наборы $T_i(r) = t_{i,0}(r) t_{i,1}(r) t_{i,2}(r) \dots t_{i,n/r-1}(r)$ и $T_j(r) = t_{j,0}(r) t_{j,1}(r) t_{j,2}(r) \dots t_{j,n/r-1}(r)$. Только в таком случае символы одних и тех же цифр (разрядов) во всех q тестовых наборах могут принимать разные значения без повторений. Это является условием достижения максимального значения $HD_r[T_i(r), T_j(r)]$ расстояния Хэмминга для всех пар тестовых наборов $T_i(r)$ и $T_j(r)$ при $i \neq j \in \{0, 1, 2, \dots, q-1\}$. Поясним суть данного утверждения на примере управляемого вероятностного теста (табл. 4). Исходный тест состоит из $q = 4$ шестиразрядных тестовых наборов $T_i(1) = t_{i,0}(1) t_{i,1}(1) t_{i,2}(1) t_{i,3}(1) t_{i,4}(1) t_{i,5}(1)$, которые также представлены в четверичной $T_i(2) = t_{i,0}(2) t_{i,1}(2) t_{i,2}(2)$ и восьмеричной $T_i(3) = t_{i,0}(3) t_{i,1}(3)$ системах счисления.

Таблица 4
Двоичный управляемый вероятностный тест для $n = 6$ и его интерпретации

Table 4
Binary controlled random test for $n = 6$ and its interpretations

$T_i(r)$	$T_i(1) = t_{i,0}(1) t_{i,1}(1) t_{i,2}(1) t_{i,3}(1) t_{i,4}(1) t_{i,5}(1)$	$T_i(2) = t_{i,0}(2) t_{i,1}(2) t_{i,2}(2)$	$T_i(3) = t_{i,0}(3) t_{i,1}(3)$
T_0	1 1 1 0 0 1	3 2 1	7 1
T_1	0 1 0 0 0 0	1 0 0	2 0
T_2	1 0 0 1 1 1	2 1 3	4 7
T_3	0 0 1 1 1 0	0 3 2	1 6

Как видно из табл. 4, во всех разрядах четверичного и восьмеричного представления тестовых наборов нет повторяющихся символов. Это говорит о том, что в обоих случаях расстояние Хэмминга между тестовыми наборами согласно (1) принимает максимальные значения. Действительно, для любых двух наборов T_i и T_j теста $HD_2[T_i(2), T_j(2)] = \max HD_2[T_i(2), T_j(2)] = n/2 = 3$,

а также $HD_3[T_i(3), T_j(3)] = \max HD_3[T_i(3), T_j(3)] = n/3 = 2$, причем для четверичного случая в каждом разряде $t_{i,0}(2) t_{i,1}(2) t_{i,2}(2)$ тестовых наборов T_0, T_1, T_2, T_3 используются все четыре символа 0, 1, 2 и 3 без повторов. В результате для исходного двоичного теста имеем $HD_1[T_0(1), T_1(1)] = 3$, $HD_1[T_0(1), T_2(1)] = 4$, $HD_1[T_0(1), T_3(1)] = 5$, $HD_1[T_1(1), T_2(1)] = 5$, $HD_1[T_1(1), T_3(1)] = 4$, $HD_1[T_2(1), T_3(1)] = 3$, что соответствует утверждению 2.

Аналогичный пример приведен в табл. 5 для $n = 12$, в котором для восьмеричного представления тестовых наборов $T_i(3)$ в каждом из четырех их разрядов используются все восемь символов 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6 и 7 без повторов.

Таблица 5
Двоичный управляемый вероятностный тест для $n = 12$ и его интерпретации

Table 5
Binary controlled random test for $n = 12$ and its interpretations

$T_i(r)$	$T_i(1)$	$T_i(2)$	$T_i(3)$	$T_i(4)$
T_0	1 1 0 1 0 1 0 0 1 0 0 0	3 1 1 0 2 0	6 5 1 0	D 4 8
T_1	1 0 0 0 1 1 0 1 0 1 1 1	2 0 3 1 1 3	4 3 2 7	8 D 7
T_2	0 0 0 1 1 1 0 1 1 1 1 0	0 1 3 1 3 2	0 7 3 6	1 D E
T_3	0 0 1 0 0 0 0 0 0 0 0 1	0 2 0 0 0 1	1 0 0 1	2 0 1
T_4	0 1 0 1 1 0 1 0 0 0 1 0	1 1 2 2 0 2	2 6 4 2	5 A 2
T_5	1 1 1 0 0 1 1 1 1 0 1 1	3 2 1 3 2 3	7 1 7 3	E 7 B
T_6	0 1 1 0 1 0 1 0 1 1 0 0	1 2 2 2 3 0	3 2 5 4	6 A C
T_7	1 0 1 1 0 0 1 1 0 1 0 1	2 3 0 3 1 1	5 4 6 5	B 3 5

Руководствуясь утверждением 2, заключаем, что управляемый вероятностный тест, состоящий из $2^r = 2^3$ двоичных тестовых наборов, включающих по $n = 12$ бит, имеет $h = \min HD(T_i, T_j) = n/r = 12/3 = 4$. Соответственно, тест, представленный в табл. 5, можно описать как $CRT(q, h, n) = CRT(8, 4, 12)$, а в табл. 4 – как $CRT(4, 3, 6)$.

Основой построения тестов, приведенных в указанных таблицах, являются шаблоны $CRT(2^r, 1, r)$, которые представляют собой полный набор 2^r символов в одной из систем счисления, определяемой количеством бит r , используемых для их кодирования. Для синтеза теста, представленного в табл. 4, применялся шаблон $CRT(2^2, 1, 2)$, а для второго теста – $CRT(2^3, 1, 3)$. Первый шаблон $CRT(2^2, 1, 2)$ состоит из четырех ($q = 2^2$) четверичных цифр 0, 1, 2 и 3, сгенерированных в произвольном порядке, которые представляют собой управляемый вероятностный тест, состоящий из четырех двухразрядных ($n = 2$) двоичных наборов. Значение $h = \min HD(T_i, T_j)$ для этого шаблона равняется единице. Аналогична структура и шаблона $CRT(2^3, 1, 3)$, кроме количества тестовых наборов, равного восьми, и их разрядности, равной трем. С применением правил 1–3 на основании исходных шаблонов можно построить их семейства с теми же характеристиками q, h и n .

На основании применения шаблонов $CRT(2^r, 1, r)$ и ранее рассмотренных правил преобразования шаблонов и тестов можно построить управляемые вероятностные тесты с заданными характеристиками q, h и n . Использование правил повторения и объединения (правил 4 и 5) для исходных шаблонов $CRT(2^r, 1, r)$ позволяет строить тесты $CRT(2^r, w, w \cdot r)$.

Ограничение ($n \bmod r = 0$), накладываемое на разрядность тестовых наборов и заключающееся в обеспечении делимости n на r , определяет зависимость между $h = \min HD(T_i, T_j)$ и n теста $CRT(2^r, w, w \cdot r)$. Расширение области применения шаблонов $CRT(2^r, 1, r)$ для произвольной разрядности n позволяет строить тесты $CRT(2^r, \lfloor n/r \rfloor, n)$.

На основании утверждения 2 можно предложить формальную процедуру построения управляемых вероятностных тестов с $q = 2^r$ двоичными наборами и заданным значением $\min HD(T_i, T_j) \geq \lfloor n/r \rfloor$. Возможные фиксированные значения величины $\min HD(T_i, T_j)$ зависят от числа n бит двоичных тестовых наборов T_i и T_j . Например, для $n = 32$ возможные варианты тестов с заданным значением $h = \min HD(T_i, T_j) \geq \lfloor n/r \rfloor$ и числом q тестовых наборов представлены в табл. 6.

Таблица 6
 Зависимость между числом бит $n = 32$ двоичных наборов и $h = \min HD(T_i, T_j)$

Table 6
 Dependence between the number of bits $n = 32$ of binary patterns and $h = \min HD(T_i, T_j)$

r	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	...	32
$h = \lfloor 32/r \rfloor$	16	10	8	6	5	4	4	3	3	2	2	2	2	2	2	1	1	...	1
q	2^2	2^3	2^4	2^5	2^6	2^7	2^8	2^9	2^{10}	2^{11}	2^{12}	2^{13}	2^{14}	2^{15}	2^{16}	2^{17}	2^{18}	...	2^{32}

Как видно из табл. 6, фиксированное значение n разрядности тестовых наборов предопределяет значения $\min HD(T_i, T_j)$, для которых возможно построение теста на основе утверждения 2. Очевидно, что наибольший интерес представляют случаи, для которых $\min HD(T_i, T_j)$ принимает приемлемо большие значения, т. е. для малых значений r и относительно небольшого количества $q = 2^r$ тестовых наборов.

Процедура построения управляемых вероятностных тестов с фиксированным расстоянием Хэмминга, исходными данными для которой являются разрядность n двоичных тестовых наборов и требуемое значение $\min HD(T_i, T_j)$, включает следующие шаги:

1. Определяется максимальное значение $r \in \{1, 2, 3, \dots, n\}$, для которого выполняется неравенство $\min HD(T_i, T_j) \leq \lfloor n/r \rfloor$. Это значение согласно утверждению 2 определяет число q наборов в тесте, равное 2^r , и расстояние Хэмминга $HD(T_i, T_j) \geq \lfloor n/r \rfloor$ для всех $i \neq j \in \{0, 1, 3, \dots, 2^r - 1\}$.

2. Значения первых r бит 2^r тестовых наборов $T_0, T_1, T_2, \dots, T_{q-1}$ устанавливаются равными двоичному коду одного из символов алфавита, содержащего 2^r символов. Двоичные коды символов формируются случайным образом без повторов, начиная с первого набора T_0 до последнего T_{q-1} . Для этих целей можно использовать шаблоны из семейства шаблонов $CRT(2^r, 1, r)$. Таким образом, каждый тестовый набор будет содержать в первых r разрядах уникальную двоичную комбинацию, соответствующую одному из 2^r символов.

3. Шаг 2 повторяется $\lfloor n/r \rfloor - 1$ раз для всех последующих r разрядных блоков двоичных тестовых наборов, т. е. на второй итерации задаются уникальные r -битовые коды следующих r разрядов, а именно $r, r+1, \dots, 2r-1$ бит тестовых наборов.

4. Значения оставшихся $n - \lfloor n/r \rfloor \cdot r$ разрядов, если таковые имеются, всех тестовых наборов формируются случайным образом.

Расширением данной процедуры может быть выбор не обязательно последовательных r разрядов формируемых тестовых наборов, а любых произвольных r из n разрядов для формирования в них двоичных кодов символов, что эквивалентно применению правила 2 к результату, полученному согласно приведенной процедуре. Единственным ограничением является требование выбора непересекающихся блоков по r бит.

Приведем пример применения рассмотренной процедуры для синтеза управляемого вероятностного теста для $n = 16$ и $\min HD(T_i, T_j) = 5$:

1. На основании неравенства $\min HD(T_i, T_j) = 5 \leq \lfloor 16/r \rfloor$ получаем значение $r = 3$, так как оно является максимальным значением r из множества его значений $\{1, 2, 3, \dots, 16\}$, при котором выполняется данное неравенство. Соответственно, формируемый тест будет состоять из $2^r = 2^3 = 8$ наборов.

2. Значения первых трех разрядов $t_{i,0}, t_{i,1}$ и $t_{i,2}$ тестовых наборов $T_0, T_1, T_2, \dots, T_7$ устанавливаются равными одному из двоичных кодов 000, 001, 010, ..., 111 символов 0, 1, 2, ..., 7 восьмеричного алфавита. Для этого можно использовать один из шаблонов $CRT(2^3, 1, 3)$, например 010, 101, 011, 000, 111, 001, 110 и 100. Таким образом, каждый тестовый набор будет содержать в первых трех разрядах уникальную двоичную комбинацию (табл. 7).

3. Шаг 2 повторяется $\lfloor 16/3 \rfloor - 1 = 4$ раза. Для каждого блока, состоящего из трех бит, значения символов восьмеричного алфавита назначаются случайным образом без повторов.

4. Значения оставшегося $16 - \lfloor 16/3 \rfloor \cdot 3 = 1$ бита $t_{i,15}$ всех тестовых наборов формируются случайным образом.

В результате применения рассмотренной процедуры получен тест $CRT(8, 5, 16)$, представленный в табл. 7, для которого выполняется следующее условие: $HD(T_i, T_j) \geq \min HD(T_i, T_j) = 5$. Из табл. 7 следует, что все значения $HD(T_i, T_j)$ больше или равны пяти.

Таблица 7
Управляемый вероятностный тест $CRT(8, 5, 16)$ с $\min HD(T_i, T_j) = 5$ и $n = 16$

Table 7
Controlled random test $CRT(8, 5, 16)$ with $\min HD(T_i, T_j) = 5$ and $n = 16$

T	$t_{i,0}$	$t_{i,1}$	$t_{i,2}$	$t_{i,3}$	$t_{i,4}$	$t_{i,5}$	$t_{i,6}$	$t_{i,7}$	$t_{i,8}$	$t_{i,9}$	$t_{i,10}$	$t_{i,11}$	$t_{i,12}$	$t_{i,13}$	$t_{i,14}$	$t_{i,15}$
T_0	0	1	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	0	1	0	0
T_1	1	0	1	1	1	0	0	1	0	0	1	1	1	1	1	1
T_2	0	1	1	1	0	0	1	0	1	1	0	0	1	0	0	1
T_3	0	0	0	1	1	1	0	0	0	0	1	0	0	0	1	1
T_4	1	1	1	0	0	1	1	1	0	1	0	1	1	1	0	0
T_5	0	0	1	0	1	0	0	0	1	0	0	1	1	0	1	1
T_6	1	1	0	1	0	1	1	0	0	0	0	0	0	1	1	0
T_7	1	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0

Результаты экспериментальных исследований. Для подтверждения полученных результатов был проведен ряд вычислительных и практических экспериментов. В качестве объекта исследования рассматривалось запоминающее устройство (ЗУ) и его наиболее сложные для обнаружения кодочувствительные неисправности [6, 21, 31, 32]. Анализировались пассивные кодочувствительные неисправности $PNPSFk$, где k обозначает количество произвольных ячеек ЗУ емкостью n бит, участвующих в конкретной неисправности, одна из которых является базовой. Отметим, что результаты, полученные для $PNPSFk$, легко обобщаются и на другие классы кодочувствительных и иных неисправностей ЗУ в силу того, что $PNPSFk$ является наиболее трудно обнаруживаемой разновидностью неисправностей ЗУ [6].

В качестве теста ЗУ использовался широко применяемый на практике маршевый тест $MATS++$ [6, 31, 32]. Его неразрушающая версия $\{\uparrow(Rt, W\bar{i}); \downarrow(R\bar{i}, Wt, Rt)\}$ состоит из двух последовательных фаз, каждая из которых содержит операции чтения (R) из ячейки ЗУ и записи (W) в ячейку ее содержимого $t \in \{0,1\}$ или инверсного значения \bar{t} . Символ \uparrow обозначает возрастающую последовательность адресов ячеек ЗУ, а символ \downarrow – убывающую [6]. В работе [31] показано, что, основываясь на наличии степеней свободы маршевых тестов, в качестве начального состояния ЗУ может быть использовано любое начальное состояние его ячеек. Независимо от первоначального состояния ЗУ полнота покрытия маршевого теста $FC_{March_Test}(PNPSFk)$, определяемая как отношение обнаруженных неисправностей к их общему числу, принимает постоянное значение. Например, для $PNPSF3$ и $PNPSF5$ эти значения равняются $FC(PNPSF3) = 25\%$ и $FC(PNPSF5) = 6,25\%$ [32]. Эффективность многократного применения маршевого теста, в том числе и теста $MATS++$, при случайных начальных состояниях ЗУ оценивается соотношением

$$FC_{MATS++}(PNPSFk, q) = \left(1 - \left(1 - \frac{FC_{MATS++}(PNPSFk)}{100\%}\right)^q\right) \cdot 100\%. \quad (3)$$

Первоначально рассматривался случай ЗУ, состоящего из $n = 12$ ячеек, и многократный (q -кратный) маршевый тест $MATS++$, используемый для обнаружения его $PNPSF3$ неисправностей. В качестве начальных состояний ЗУ применялись как управляемые вероятностные тесты (CRT), синтезированные согласно процедуре, предложенной авторами, так и равномерно распределенные случайные значения ($Random$) содержимого ячеек ЗУ. В первом столбце табл. 8 приведены управляемые вероятностные тесты $CRT(4, 6, 12)$, $CRT(8, 4, 12)$ и $CRT(16, 3, 12)$, используемые в качестве начальных состояний ЗУ при обнаружении неисправностей $PNPSF3$ маршевым тестом $MATS++$ в ЗУ с $n = 12$ ячейками.

Обозначение $CRT(8, 4, 12)$, приведенное в табл. 8, описывает управляемый вероятностный тест с $h = 4$, состоящий из $q = 8$ наборов, представленных 12 двоичными разрядами. Например, $T_1 = 6401_{(8)}$, заданный в восьмеричном алфавите, соответствует его двоичному представлению $11010000\ 0001_{(2)}$ (табл. 8). Во втором столбце представлены сгенерированные случайным образом по равномерному закону распределения начальные состояния ЗУ, соответствующие веро-

ятностному тесту. В последующих столбцах приведены значения полноты покрытия для случая управляемого вероятностного теста (FC_{CRT}), вероятностного теста (FC_{Random}) и FC_{MATS++} , определенного согласно соотношению (3).

Таблица 8

Сравнительная оценка тестов $CRT(q, h, 12)$ для $h = \min HD(T_i, T_j) = 6, 4$ и 3

Table 8

Comparative evaluation of tests $CRT(q, h, 12)$ for $h = \min HD(T_i, T_j) = 6, 4$ and 3

$CRT(4, 6, 12) = T_0, T_1, T_2, T_4$	Random	FC_{CRT}	FC_{Random}	FC_{MATS++}
232002, 310231, 021113, 103320	231233, 033302, 200330, 001210	85,61 %	68,94 %	68,36 %
$CRT(8, 4, 12) = T_0, T_1, T_2, \dots T_8$	Random	FC_{CRT}	FC_{Random}	FC_{MATS++}
3640, 6401, 0276, 5065, 4523, 1712, 7357, 2134	2771, 1721, 5725, 2466, 3140, 0142, 1700, 6134	98,48 %	89,39 %	89,99 %
$CRT(16, 3, 12) = T_0, T_1, T_2, \dots T_{16}$	Random	FC_{CRT}	FC_{Random}	FC_{MATS++}
06C, D0F, EFD, 6E8, 8A7, 7B6, 91A, 2C0, 58B, F92, C45, 124, 4DE, B71, A33, 359	114, 9E3, 69B, E0B, BAE, 2A3, F9D, CBF, 4E7, 7B1, FCB, A8C, 545, 0E2, 338, 1D9	100 %	99,62 %	98,99 %

Аналогичные результаты приведены в табл. 9 для случая ЗУ с 24 ячейками.

Таблица 9

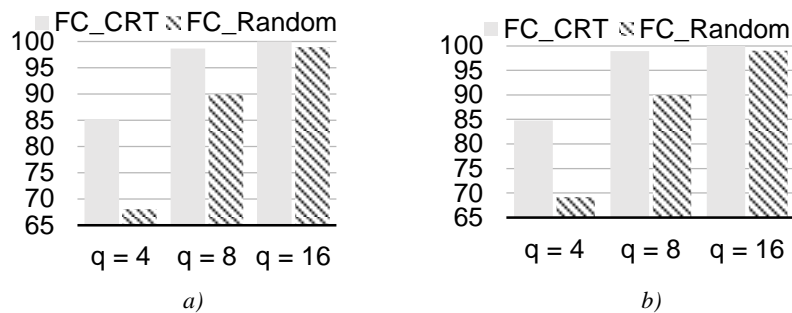
Сравнительная оценка тестов $CRT(q, h, 24)$ для $h = \min HD(T_i, T_j) = 12, 8$ и 6

Table 9

Comparative evaluation of tests $CRT(q, h, 24)$ for $h = \min HD(T_i, T_j) = 12, 8$ and 6

$CRT(4, 12, 24) = T_0, T_1, T_2, T_4$	Random	FC_{CRT}	FC_{Random}	FC_{MATS++}
203331131202, 321012222311, 130123010030, 012200303123	010101132120, 033011003010, 023033231202, 010113213031	84,45 %	66,01 %	68,36 %
$CRT(8, 8, 24) = T_0, T_1, T_2, \dots T_8$	Random	FC_{CRT}	FC_{Random}	FC_{MATS++}
55637371, 60706167, 27320502, 01275736, 33144640, 46463214, 72512455, 14051023	56074427, 44157507, 73750741, 67135517, 24470321, 21770371, 47707356, 67464234	98,67 %	88,94 %	89,99 %
$CRT(16, 6, 24) = T_0, T_1, T_2, \dots T_{16}$	Random	FC_{CRT}	FC_{Random}	FC_{MATS++}
E36BB3, BFF53E, F6DFC8, 8A9649, 9B739A, 650D25, 07C18C, 2C545F, D0ECD7, A2A872, 391A1D, 443E60, C120FB, 1D8901, 5EB7A6, 7842E4	031121, B4F64D, E3E3B1, 44DA93, B5B6E5, A3FB8E, D80ABC, 2C2CCF, 098D2B, B9E2AD, 23B3E5, F435C3, 458A8E, 912087, 11ED17, 3A3B69	100 %	98,43 %	98,99 %

Усредненные значения полноты покрытия FC_{CRT} и FC_{Random} для $PNPSF3$ по 100 результатам, аналогичным данным табл. 8 и 9, представлены на рис. 5.

Рис. 5. Усредненные значения полноты покрытия: а) $n = 12$; б) $n = 24$ Fig. 5. Average values of fault coverage: a) $n = 12$; b) $n = 24$

Приведенные в табл. 8, 9 и на рис. 5 результаты подтверждают гипотезу о существенном преимуществе управляемых вероятностных тестов над вероятностными тестами, заключающемся в большей эффективности обнаружения сложных неисправностей ЗУ, таких как *PNPSFk*. Применение такого же теста *CRT(16, 6, 12)* для обнаружения неисправностей *PNPSF5* в ЗУ с 12 ячейками также показало преимущество управляемых вероятностных тестов. В этом случае $FC_{CRT} = 24,85\%$, а $FC_{Random} = 22,84\%$ при теоретическом значении $FC_{MATS+} = 22,75\%$.

Заметно большая покрывающая способность наблюдается для случая, когда q принимает небольшие значения, соответствующие $r = 2$ и 3 . Величина q не зависит от размерности n ЗУ.

Заключение. Рассмотрены меры различия, основанные на применении модификаций определения расстояния Хэмминга и отображении двоичных тестовых наборов в виде последовательностей символов, представленных в различных алфавитах. Новые меры различия расширяют возможности генерирования тестовых последовательностей при формировании управляемых вероятностных тестов. В качестве альтернативы известным решениям предлагается подход, основанный на увеличении числа тестовых наборов в тесте при сохранении величины минимального значения расстояния Хэмминга между наборами на приемлемом уровне. Показано, что достижение максимального значения расстояния Хэмминга для наборов, представленных большим количеством двоичных символов, обеспечивает такое же значение расстояния для случая, когда символы задаются меньшим числом бит. Это позволяет строить управляемые вероятностные тесты без необходимости перечисления кандидатов в тестовые наборы, что сводит задачу синтеза управляемого вероятностного теста к формальной процедуре, предложенной в настоящей статье.

Вклад авторов. *В. Н. Ярмолик* предложил процедуру построения управляемых вероятностных тестов, основанную на применении модифицированных методов вычисления расстояния Хэмминга. *В. В. Петровская* провела экспериментальные исследования. *В. В. Петровская, Д. В. Деменковец и В. А. Леванцевич* приняли участие в обобщении, анализе и оформлении полученных результатов.

Список использованных источников

1. Orso, A. Software testing: A research travelogue (2000–2014) / A. Orso, G. Rothermel // Proc. of Future of Software Engineering Proceeding (FOSE'14), Hyderabad, India, 31 May – 7 June 2014. – Hyderabad, 2014. – P. 117–132.
2. An orchestrated survey on automated software test case generation / S. Anand, E. Burke, T. Chen [et al.] // Journal of Systems and Software. – 2014. – Vol. C-39, no. 4. – P. 582–586.
3. Arcuri, A. Random testing: Theoretical results and practical implications / A. Arcuri, M. Z. Iqbal, L. Briand // IEEE Transactions on Software Engineering. – 2011. – Vol. 38, no. 2. – P. 258–277.
4. Malaiya, Y. K. The coverage problem for random testing / Y. K. Malaiya, S. Yang // Proc. of the Intern. Test Conf., Philadelphia, PA, USA, 16–18 Oct. 1984. – Philadelphia, 1984. – P. 237–242.
5. Duran, J. W. An evaluation of random testing / J. W. Duran, S. C. Ntafos // IEEE Transactions on Software Engineering. – 1984. – Vol. SE-10, no. 4. – P. 438–444.
6. Ярмолик, В. Н. Контроль и диагностика вычислительных систем / В. Н. Ярмолик. – Минск : Бест-принт, 2019. – 387 с.
7. Malaiya, Y. K. Antirandom testing: getting the most out of black-box testing / Y. K. Malaiya // Proc. of the Intern. Symp. on Software Reliability Engineering, Toulouse, France, 24–27 Oct. 1995. – Toulouse, 1995. – P. 86–95.
8. A survey on adaptive random testing / R. Huang, W. Sun, Y. Xu [et al.] // IEEE Transactions on Software Engineering. – 2021. – Vol. 47, no. 10. – P. 2052–2083.
9. Adaptive random testing: The art of test case diversity / T. Y. Chen, F. C. Kuo, R. G. Merkel, T. H. Tse // Journal of Systems and Software. – 2010. – Vol. 83. – P. 60–66.
10. Antirandom testing: A distance-based approach / S. N. Wu, S. Jandhyala, Y. K. Malaiya, A. P. Jayasumana // Hindawi Publishing Corporation VLSI Design. – 2008. – Vol. 2008, article ID 165709. – 9 p. – DOI: 10.1155/2008/165709.
11. Fast antirandom (FAR) test generation / A. von Mayrhauser, A. Bai, T. Chen [et al.] // Proc. of the Third IEEE Intern. High-Assurance System Engineering Symp., Washington, D.C., USA, 13–14 Nov. 1998. – Washington, 1998. – P. 262–269.

12. Xu, S. Orderly random testing for both hardware and software / S. Xu // Proc. of the 2008 14th IEEE Pacific Rim Intern. Symp. on Dependable Computing, Washington, D.C., USA, 15–17 Dec. 2008. – Washington, 2008. – P. 160–167.
13. Xu, S. Maximum distance testing / S. Xu, J. Chen // Proc. of the 11th IEEE Asian Test Symp. (ATS'02), Guam, USA, 18–20 Nov. 2002. – Guam, 2002. – P. 15–20.
14. Kuo, F. C. An indepth study of mirror adaptive random testing / F. C. Kuo // Proc. of the Ninth Intern. Conf. on Quality Software (QSIC 2009), Jeju, Korea (South), 24–25 Aug. 2009. – Jeju, 2009. – P. 51–58.
15. Tappenden, A. A novel evolutionary approach for adaptive random testing / A. Tappenden, J. Miller // IEEE Transactions on Reliability. – 2009. – Vol. 58, no. 4. – P. 619–633.
16. Zhibo, Li. An enhanced adaptive random testing by dividing dimensions independently / Li Zhibo, Li Qingbao, Yu Lei // Mathematical Problems in Engineering. – 2019. – Vol. 2019. – P. 1–15.
17. Nikravan, E. Hybrid adaptive random testing / E. Nikravan, S. Parsa // International Journal of Computing Science & Mathematics. – 2020. – Vol. 11, no. 3. – P. 209.
18. Yarmolik, S. V. Controlled random tests / S. V. Yarmolik, V. N. Yarmolik // Automation and Remote Control. – 2012. – Vol. 73, no. 10. – P. 1704–1714.
19. Mrozek, I. Antirandom test vectors for BIST in hardware/software systems / I. Mrozek, V. N. Yarmolik // Fundamenta Informaticae. – 2012. – Vol. 119, no. 2. – P. 163–185.
20. Mrozek, I. Multiple controlled random testing / I. Mrozek, V. N. Yarmolik // Fundamenta Informaticae. – 2016. – Vol. 144, no. 1. – P. 23–43.
21. Ярмолик, С. В. Итеративные почти псевдоисчерпывающие вероятностные тесты / С. В. Ярмолик, В. Н. Ярмолик // Информатика. – 2010. – № 2(26). – С. 66–75.
22. Hamming, R. W. Error detecting and error correcting codes / R. W. Hamming // The Bell System Technical Journal. – 1950. – Vol. 29, no. 2. – P. 147–160.
23. Peterson, W. W. Error-Correction Codes / W. W. Peterson, E. J. Weldon. – Cambridge, Massachusetts, London, England : The MIT Press, 1972. – 560 p.
24. Садовский, М. Г. О сравнении символьных последовательностей / М. Г. Садовский // Вычислительные технологии. – 2005. – № 3(10). – С. 106–116.
25. Ярмолик, В. Н. Модификации способов определения расстояния Хэмминга для их применения в качестве мер различия при генерировании управляемых вероятностных тестов / В. Н. Ярмолик, В. В. Петровская, Н. А. Шевченко // Информатика. – 2024. – Т. 21, № 2. – С. 54–72.
26. Многомерный портрет цифровых последовательностей идеального «белого шума» в свертках Хэмминга / В. И. Волчихин, А. И. Иванов, А. П. Юнин, Е. А. Малыгина // Информатика, вычислительная техника и управление. – 2017. – № 4(1). – С. 4–12.
27. Ярмолик, В. Н. Мера различия для управляемых вероятностных тестов / В. Н. Ярмолик, В. В. Петровская, Н. А. Шевченко // Доклады БГУИР. – 2024. – № 4(22). – С. 76–83.
28. Plotkin, M. Binary codes with specified minimum distance / M. Plotkin // IRE Transactions on Information Theory. – 1960. – Vol. 6, no. 4. – P. 445–450.
29. Yarmolik, S. V. The synthesis of probability tests with a small number of kits / S. V. Yarmolik, V. N. Yarmolik // Automatic Control and Computer Sciences. – 2011. – Vol. 45, no. 3. – P. 133–141.
30. Mrozek, I. Optimal controlled random tests / I. Mrozek, V. Yarmolik // Proc. of Computer Information Systems and Industrial Management: 16th IFIP TC8 Intern. Conf., CISIM 2017, Bialystok, Poland, 16–18 June 2017. – Bialystok, 2017. – P. 27–38.
31. Sokol, B. Memory faults detection techniques with use of degrees of freedom in march tests / B. Sokol, V. N. Yarmolik // Proc. of IEEE East-West Design & Test Workshop (EWDWTW'05), Odessa, Ukraine, 15–19 Sept. 2005. – Odessa, 2005. – P. 96–101.
32. Ярмолик, С. В. Обнаружение кодочувствительных неисправностей запоминающих устройств с многократным использованием маршевых тестов / С. В. Ярмолик, В. Н. Ярмолик // Информатика. – 2006. – Т. 19, № 1. – С. 104–113.

References

1. Orso A., Rothermel G. Software testing: A research travelogue (2000–2014). *Proceeding of Future of Software Engineering Proceeding (FOSE'14), Hyderabad, India, 31 May – 7 June 2014*. Hyderabad, 2014, pp. 117–132.
2. Anand S., Burke E. K., Chen T. Y., Clark J., Cohen M. B., ..., Zhu H. An orchestrated survey on automate software test case generation. *Journal of Systems and Software*, 2014, vol. C-39, no. 4, pp. 582–586.

3. Arcuri A., Iqbal M. Z., Briand L. Random testing: Theoretical results and practical implications. *IEEE Transactions on Software Engineering*, 2011, vol. 38, no. 2, pp. 258–277.
4. Malaiya Y. K., Yang S. The coverage problem for random testing. *Proceeding of the International Test Conference, Philadelphia, PA, USA, 16–18 October 1984*. Philadelphia, 1984, pp. 237–242.
5. Duran J. W., Ntafos S. C. An evaluation of random testing. *IEEE Transactions on Software Engineering*, 1984, vol. SE-10, no. 4, pp. 438–444.
6. Yarmolik V. N. Control' i diagnostika vychislitel'nuch system. *Computer Systems Testing and Diagnoses*. Minsk, Bestprint, 2019, 387 p. (In Russ.).
7. Malaiya Y. K. Antirandom testing: getting the most out of black-box testing. *Proceedings of the International Symposium on Software Reliability Engineering, Toulouse, France, 24–27 October 1995*. Toulouse, 1995, pp. 86–95.
8. Huang R., Sun W., Xu Y., Chen H., Towey D., Xia X. A survey on adaptive random testing. *IEEE Transactions on Software Engineering*, 2021, vol. 47, no. 10, pp. 2052–2083.
9. Chen T. Y., Kuo F. C., Merkel R. G., Tse T. H. Adaptive random testing: The art of test case diversity. *Journal of Systems and Software*, 2010, vol. 83, pp. 60–66.
10. Wu S. H., Jandhyala S., Malaiya Y. K., Jayasumana A. P. Antirandom testing: A distance-based approach. *Hindawi Publishing Corporation VLSI Design*, 2008, vol. 2008, article ID 165709, 9 p. DOI: 10.1155/2008/165709.
11. Von Mayrhauser A., Bai A., Chen T., Anderson C., Hajjar A. Fast antirandom (FAR) test generation. *Proceedings of the Third IEEE International High-Assurance System Engineering Symposium, Washington, D.C., USA, 13–14 November 1998*. Washington, 1998, pp. 262–269.
12. Xu S. Orderly random testing for both hardware and software. *Proceedings of the 2008 14th IEEE Pacific Rim International Symposium on Dependable Computing, Washington, D.C., USA, 15–17 December 2008*. Washington, 2008, pp. 160–167.
13. Xu S., Chen J. Maximum distance testing. *Proceedings of the 11th Asian Test Symposium (ATS'02), Guam, USA, 18–20 November 2002*. Guam, 2002, pp. 15–20.
14. Kuo F. C. An indepth study of mirror adaptive random testing. *Proceedings of the Ninth International Conference on Quality Software (QSIC 2009), Jeju, Korea (South), 24–25 August 2009*. Jeju, 2009, pp. 51–58.
15. Tappenden A., Miller J. A novel evolutionary approach for adaptive random testing. *IEEE Transactions on Reliability*, 2009, vol. 58, no. 4, pp. 619–633.
16. Zhibo Li, Qingbao Li, Lei Yu. An enhanced adaptive random testing by dividing dimensions independently. *Mathematical Problems in Engineering*, 2019, vol. 2019, pp. 1–15.
17. Nikravan E., Parsa S. Hybrid adaptive random testing. *International Journal of Computing Science & Mathematics*, 2020, vol. 11, no. 3, p. 209.
18. Yarmolik S. V., Yarmolik V. N. Controlled random tests. *Automation and Remote Control*, 2012, vol. 73, no. 10, pp. 1704–1714.
19. Mrozek I., Yarmolik V. Antirandom test vectors for BIST in hardware/software systems. *Fundamenta Informaticae*, 2012, vol. 119, no. 2, pp. 163–185.
20. Mrozek I., Yarmolik V. Multiple controlled random testing. *Fundamenta Informaticae*, 2016, vol. 144, no. 1, pp. 23–43.
21. Yarmolik S. V., Yarmolik V. N. *Iterative almost pseudo-exhaustive random tests*. *Informatika [Informatics]*, 2010, vol. 26, no. 2, pp. 66–75 (In Russ.).
22. Hamming R. W. Error detecting and error correcting codes. *The Bell System Technical Journal*, 1950, vol. 29, no. 2, pp. 147–160.
23. Peterson W. W., Weldon E. J. *Error-Correction Codes*. Cambridge, Massachusetts, London, England, The MIT Press, 1972, 560 p.
24. Sadovskii M. G. *About symbolical sequences comparigion*. *Vychislitel'nye tehnologii [Computational Technologise]*, 2005, no. 3(10), pp. 106–116 (In Russ.).
25. Yarmolik V. N., Petrovskaya V. V., Shevchenko N. A. *Dissimilarity measures based on the application of Hamming distance to generate controlled probabilistic tests*. *Informatika [Informatics]*, 2024, vol. 21, no. 2, pp. 54–72 (In Russ.).
26. Volchikhin V. I., Ivanov A. I., Yunin A. P., Malygina E. A. *A multidimensional picture of numerical sequences of the ideal "white noise" in Hamming convolutions*. *Informatika, vychislitel'naya tehnika i upravlenie [Computer Science, Computer Engineering and Control]*, 2017, vol. 1, no. 4, pp. 4–12 (In Russ.).
27. Yarmolik V. N., Petrovskaya V. V., Shauchenka M. A. *Distance measure for controlled random tests*. *Doklady BGUIR [BSUIR Proceedings]*, 2024, vol. 22, no. 4, pp. 76–83 (In Russ.).
28. Plotkin M. Binary codes with specified minimum distance. *IRE Transactions on Information Theory*, 1960, vol. 6, no. 4, pp. 445–450.

29. Yarmolik S. V., Yarmolik V. N. The synthesis of probability tests with a small number of kits. *Automatic Control and Computer Sciences*, 2011, vol. 45, no. 3, pp. 133–141.

30. Mrozek I., Yarmolik V. Optimal controlled random tests. *Proceedings of Computer Information Systems and Industrial Management: 16th IFIP TC8 International Conference, CISIM 2017, Bialystok, Poland, 16–18 June 2017*. Bialystok, 2017, pp. 27–38.

31. Sokol B., Yarmolik V. N. Memory faults detection techniques with use of degrees of freedom in march tests. *Proceedings of IEEE East-West Design & Test Workshop, Odessa, Ukraine, 15–19 September 2005*. Odessa, 2005, pp. 96–101.

32. Yarmolik S. V., Yarmolik V. N. *Detection of code-sensitive faults in memory devices using multiple march tests*. *Informatika [Informatics]*, 2006, vol. 19, no. 1, pp. 104–113 (In Russ.).

Информация об авторах

Ярмолик Вячеслав Николаевич, доктор технических наук, профессор, Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники.
E-mail: yarmolik10ru@yahoo.com

Петровская Вита Владленовна, магистр технических наук, Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники.
E-mail: vita.petrovskaya@gmail.com

Деменковец Денис Викторович, магистр технических наук, Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники.
E-mail: demenkovets@bsuir.by

Леванцевич Владимир Александрович, магистр технических наук, Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники.
E-mail: lvn@bsuir.by

Information about the authors

Vyacheslav N. Yarmolik, D. Sc. (Eng.), Prof., Belarusian State University of Informatics and Radioelectronics.
E-mail: yarmolik10ru@yahoo.com

Vita V. Petrovskaya, M. Sc. (Eng.), Belarusian State University of Informatics and Radioelectronics.
E-mail: vita.petrovskaya@gmail.com

Denis V. Demenkovets, M. Sc. (Eng.), Belarusian State University of Informatics and Radioelectronics.
E-mail: demenkovets@bsuir.by

Vladimir A. Levantsevich, M. Sc. (Eng.), Belarusian State University of Informatics and Radioelectronics.
E-mail: lvn@bsuir.by