

# КОСМИЧЕСКИЕ ИНФОРМАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ И ГЕОИНФОРМАТИКА

## SPACE INFORMATION TECHNOLOGIES AND GEOINFORMATICS



УДК 550.388.2

<https://doi.org/10.37661/1816-0301-2023-20-3-21-36>

Оригинальная статья  
Original Paper

### Обработка ретранслированных навигационных сигналов глобальной навигационной спутниковой системы GPS в задаче оценивания полного электронного содержания в ионосфере

Е. А. Каплярчук<sup>1</sup>, С. В. Козлов<sup>1✉</sup>, И. Э. Савиных<sup>2</sup>, А. С. Шапкин<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники,  
ул. П. Бровки, 6, Минск, 220013, Беларусь  
✉E-mail: kozlov@bsuir.by

<sup>2</sup>Объединенный институт проблем информатики  
Национальной академии наук Беларуси,  
ул. Сурганова, 6, Минск, 220012, Беларусь

#### Аннотация

**Цели.** Для способа оценивания полного электронного содержания в ионосфере на основе ретрансляции навигационного сигнала L<sub>1</sub> GPS наноспутником-ретранслятором (СР) на выделенные для геофизических исследований частоты 150/400 МГц и их приема на наземном приемном пункте (ПП) необходимо разработать алгоритмы когерентного накопления принимаемых ретранслированных сигналов и измерения разности их задержек на интервалах наблюдения продолжительностью до единиц секунды.

**Методы.** Предлагаемые алгоритмы предусматривают фазовую демодуляцию принимаемых сигналов на каждой из частот ретрансляции в соответствии с динамикой взаимного пространственного перемещения навигационного спутника (НС), СР и ПП; умножение результата на совмещенную по времени задержки оценку навигационного сообщения, формируемую приемником прямого навигационного сигнала на трассе НС – ПП, внутривнутрипериодную обработку на всей длительности наблюдения в согласованном с сигналом НС фильтре и междупериодное когерентное накопление результатов внутривнутрипериодной обработки на интервале однозначной дальности. Когерентное накопление с учетом случайного неконтролируемого сдвига по частоте ретранслированного сигнала реализуется путем дискретного преобразования Фурье векторов, сформированных для каждого элемента разрешения по времени задержки из междупериодных отсчетов результатов внутривнутрипериодной обработки с учетом миграции дальности при взаимном перемещении НС, СР и ПП.

**Результаты.** Показано, что по выходному сигналу когерентного накопителя возможно обнаружение ретранслированных сигналов на каждой из частот ретрансляции, точное измерение разности времен задержек и оценивание полного электронного содержания на трассе СР – ПП. Приведены результаты моделирования, подтверждающие работоспособность предлагаемых алгоритмов при оценивании полного электронного содержания на трассе СР – ПП.

**Заключение.** Разработан алгоритм когерентного накопления принимаемых ретранслированных сигналов и измерения разности их задержек, проведено его моделирование. Алгоритм может быть использован при определении ПЭС на основе ретрансляции сигналов глобальной навигационной спутниковой системы GPS.

**Ключевые слова:** наноспутник-ретранслятор, глобальная навигационная спутниковая система GPS, навигационный сигнал, полное электронное содержание, внутриволновая обработка, миграция дальности, миграция частоты

**Благодарности.** Работа выполнена частично при финансовой поддержке Белорусского республиканского фонда фундаментальных исследований (проект № Ф20Р-329 «Теоретические основы исследования волновых процессов и явлений в ионосфере с использованием сигналов спутниковых радионавигационных систем») и в рамках задания 1.10.3 (Т 103) Государственной программы научных исследований «Цифровые и космические технологии, безопасность человека, общества и государства», а также в рамках договора № 220/12 «Разработать алгоритмические и программные средства обработки радиотомографических данных низкоорбитального контроля ионосферы» (4.05.2022–31.12.2025 гг.), заключенного с УП «Геоинформационные системы» по проекту «Разработать космическую систему радиометрического контроля околоземного пространства на базе малого космического аппарата и специализированных наземных средств» (мероприятия подпрограммы 6 «Исследование и использование космического пространства в мирных целях» Государственной программы «Научные технологии и техника» на 2021–2025 гг.).

**Для цитирования.** Обработка ретранслированных навигационных сигналов глобальной навигационной спутниковой системы GPS в задаче оценивания полного электронного содержания в ионосфере / Е. А. Каплирчук [и др.] // Информатика. – 2023. – Т. 20, № 3. – С. 21–36.  
<https://doi.org/10.37661/1816-0301-2023-20-3-21-36>

**Конфликт интересов.** Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

---

Поступила в редакцию | Received 10.03.2023  
Подписана в печать | Accepted 04.04.2023  
Опубликована | Published 29.09.2023

---

## Processing of retransmitted GPS signals in the problem of measuring the total electron content in the ionosphere

Yauheni A. Kapliarchuk<sup>1</sup>, Sergey V. Kozlov<sup>1✉</sup>, Irina E. Savinykh<sup>2</sup>, Aliaksandr S. Shapkin<sup>2</sup>

<sup>1</sup>*Belarusian State University of Informatics and Radioelectronics,  
st. P. Brovki, 6, Minsk, 220013, Belarus*

✉E-mail: [kozlov@bsuir.by](mailto:kozlov@bsuir.by)

<sup>2</sup>*The United Institute of Informatics Problems  
of the National Academy of Sciences of Belarus,  
st. Surganova, 6, Minsk, 220012, Belarus*

### Abstract

**Objectives.** For a method for estimating the total electron content in the ionosphere based on the retransmission of the L<sub>1</sub> GPS navigation signal by a repeater nanosatellite (SR) to the frequencies of 150/400 MHz allocated for geophysical research and their reception at a ground-based receiving point (RP), it is necessary to develop the algorithms for coherent accumulation of received relayed signals and measurement of the difference between their delays at observation intervals up to a few seconds.

**Methods.** The proposed algorithms provide phase demodulation of the received signals at each of the relay frequencies in accordance with the dynamics of the mutual spatial movement of the navigation satellite (NS), SR and RP; multiplying the result by the estimate of the navigation message combined time delay, generated by the receiver of the direct navigation signal on the NS-RP route, intra-period processing over the entire duration of the observation in a filter matched with the signal of the navigation satellite, and inter-period coherent accumulation of the results of intra-period processing at a single-valued range interval. Coherent accumulation, taking into account a random uncontrolled shift in the frequency of the retransmitted signal, is implemented by discrete Fourier transform of the vectors formed for each resolution element in the delay time from inter-period

readings of the results of intra-period processing, taking into account the range migration during the mutual movement of the NS, SR and RP.

**Results.** It is shown that by the output signal of the coherent accumulator makes it is possible to detect retransmitted signals at each of the retransmission frequencies, to measure accurately the difference in delay times, and estimate the total electron content on the SR-RP path. The results of modeling are presented, confirming the efficiency of the proposed algorithms in estimating the total electron content on the SR-RP route.

**Conclusion.** An algorithm for coherent accumulation of received retransmitted signals and measurement of the difference between their delays is developed, and its simulation is performed. The algorithm can be used for estimating TEC based on the retransmission of signals from GPS.

**Keywords:** repeater nanosatellite, global navigation satellite system GPS, navigation signal, total electron content, intra-period processing, range migration, frequency migration

**Acknowledgements.** This work has been partially supported by and carried out with financial support of the Belarusian Republican Foundation for Fundamental Research (project No. F20R-329 "Theoretical foundations of the study of wave processes and phenomena in the ionosphere using signals from satellite radio navigation systems") and task 1.10.3 (T 103) of the State Program of Scientific Research "Digital and space technologies, security of man, society and the state", as well as within the framework of agreement No. 220/12 "Development of algorithmic and software tools for processing radio tomographic data of low-orbit ionosphere monitoring" (05.05.2022–12.31.2025) with UE "Geoinformation Systems" on the project "Develop a Space system for radiometric monitoring of near-Earth space based on a small spacecraft and specialized ground facilities" (activities of subprogram 6 "Research and use of outer space for peaceful purposes" of the State Program "Science-intensive technologies and engineering" for 2021–2025).

**For citation.** Kapliarchuk Y. A., Kozlov S. V., Savinykh I. E., Shapkin A. S. *Processing of retransmitted GPS signals in the problem of measuring the total electron content in the ionosphere.* Informatika [Informatics], 2023, vol. 20, no. 3, pp. 21–36 (In Russ.). <https://doi.org/10.37661/1816-0301-2023-20-3-21-36>

**Conflict of interest.** The authors declare of no conflict of interest.

**Введение.** В работе [1] обоснован способ оценивания полного электронного содержания (ПЭС) в ионосфере на основе ретрансляции навигационных сигналов с использованием малогабаритного СР.

Потенциально наиболее эффективным и относительно несложно реализуемым является вариант способа однозначного оценивания ПЭС на трассе СР – ПП, предусматривающий прием навигационных сигналов GPS от всех видимых НС на частоте  $f_1=1575,42$  МГц на СР, частотную фильтрацию и перенос спектра совокупного принимаемого сигнала на несущие частоты  $f_{p1}=150$  МГц и  $f_{p2}=400$  МГц, усиление и излучение ретранслируемых сигналов в нижнюю полусферу. Прием ретранслированных на двух частотах сигналов осуществляется одним или несколькими наземными ПП. При этом на основе измерения суммарных дальностей  $\hat{d}_{f_1, f_{p1}(2)}$  на трассах НС – СР – ПП и вычисления их разности на двух частотах ретрансляции реализуется оценивание ПЭС  $\overline{TEC}^{(II)}$  на трассе СР – ПП.

Как показано в работе [1], для достижения высокой точности определения ПЭС при малой, порядка долей ватт, выходной мощности ретранслятора необходимо между периодическое когерентное накопление принимаемого сигнала в течение порядка 1 с. За это время из-за высокой орбитальной скорости СР и НС, а также движения ПП, расположенного на поверхности вращающейся Земли, суммарная дальность НС – СР – ПП может изменяться на значительную, до 10...12 км, величину. Это приводит к известным из теории и практики работы радиолокационных станций с синтезированием апертуры явлениям миграции дальности и миграции частоты принимаемого сигнала [2, 3]. Кроме того, необходим учет навигационного сообщения<sup>1, 2</sup> [5]

<sup>1</sup>Современные ГНСС. Прикладной потребительский центр ГЛОНАСС [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <https://www.glonass-iac.ru>. – Дата доступа: 18.10.2022.

<sup>2</sup>IS-GPS-200. Navstar GPS Space Segment / Navigation User Segment Interfaces [Electronic resource]. – 2022. – Mode of access: <https://www.gps.gov/technical/icwg/IS-GPS-200N.pdf>. – Date of access: 18.10.2022.

в ретранслированном навигационном сигнале, которое выступает в данном случае в качестве мешающего параметра [4].

Цель настоящей статьи – обоснование и моделирование алгоритмов цифровой обработки принимаемого ретранслированного сигнала и оценивания ПЭС в ионосфере.

**Кинематическая модель взаимного перемещения элементов системы.** Рассмотрим способ оценивания ПЭС в ионосфере на рис. 1.

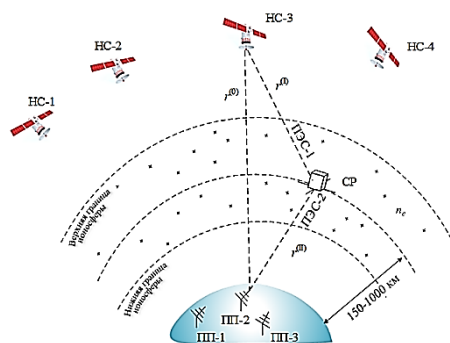


Рис. 1. Способ ретрансляции

Fig. 1. Relay method

в пределах прямой видимости и с ПП, и с СР. Кроме кривизны поверхности Земли при определении интервалов видимости необходимо учитывать значения ширины главного лепестка диаграмм направленности приемной и передающей антенн СР [1]. На интервалах видимости возможны прием и обработка ретранслированных сигналов на наземном ПП.

Пусть в момент времени  $t_0$  требуется получить аппроксимацию дальности в окрестности точки, расположенной в пределах интервала видимости. Известно, что любая дифференцируемая функция может быть разложена в окрестности точки  $t_0$  в степенной ряд Тейлора. Первые члены этого ряда будут иметь смысл начальной дальности, радиальной скорости и радиального ускорения, а последующие члены – высших производных дальности. Основной вопрос заключается в определении числа членов указанного ряда, необходимых для аппроксимации изменения дальностей НС – СР и СР – ПП с необходимой точностью. Для рассматриваемой задачи с учетом когерентного накопления принимаемого сигнала точность аппроксимации изменения дальности на трассе НС – СР за время наблюдения должна составлять доли длины волны навигационного сигнала, т. е. единицы сантиметра. Отметим, что для решения настоящей задачи важна точность аппроксимации именно изменения дальности, а не абсолютного значения дальности.

Оценим величины радиальных скоростей и радиальных ускорений в рассматриваемой задаче. Вектор  $\vec{V}^{(I)} = \vec{V}_{НС} - \vec{V}_{СР}$  скорости взаимного перемещения НС и СР может быть разложен на две составляющие: радиальную  $\vec{V}_r^{(I)}$  и тангенциальную  $\vec{V}_\tau^{(I)}$ . При этом для типовых высот орбит  $H_{СР} = 200 \dots 1000$  км, а  $|\vec{V}_{СР}| = 7,785 \dots 7,35$  км/с. При расстоянии между НС и СР  $r^{(I)} \approx 20 \dots 22$  тыс. км  $|\vec{V}_{НС}| \approx 3,9$  км/с. Для неподвижного потребителя на поверхности Земли максимальное значение модуля радиальной скорости относительно НС составляет порядка 1 км/с [5]. Так как высота орбиты СР [1] мала в сравнении с радиусом Земли ( $R_3 = 6370$  км), то в качестве верхней оценки можно принять, что  $|\vec{V}_\tau^{(I)}| \approx |\vec{V}_{СР}| + 1$  км/с  $\approx 8,4 \dots 8,8$  км/с. Максимальное радиальное ускорение будет наблюдаться при сложении

Суммарная дальность  $r_n(t) = r_n^{(I)}(t) + r^{(II)}(t)$

между  $n$ -м НС и СР  $r_n^{(I)}(t)$  и между СР и ПП  $r^{(II)}(t)$  изменяется по сложному закону, определяемому орбитальными параметрами движения НС<sup>3, 4</sup> [5], СР [6] и перемещением ПП в соответствии с вращением Земли. При обработке ретранслированных сигналов наиболее важным является вопрос аппроксимации

$\tilde{r}_n(t) = \tilde{r}_n^{(I)}(t) + \tilde{r}^{(II)}(t)$  указанной дальности и ее составляющих на интервалах видимости, т. е. интервалах времени, на которых СР находится в пределах прямой видимости с ПП, а  $n$ -й НС –

<sup>3</sup>URL: <https://www.gps.gov/technical/icwg/IS-GPS-200N.pdf>

<sup>4</sup>Эфемериды бортовые и точные // Orient Systems – российский производитель ГНСС оборудования [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <https://orsyst.ru/blog10>. – Дата доступа: 18.10.2022.

центростремительных ускорений НС и МКА и составит примерно  $a_{r_{\max}}^{(I)} = \frac{|\vec{V}_{\text{НС}}|^2}{R_3 + H_{\text{НС}}} + \frac{|\vec{V}_{\text{СР}}|^2}{R_3 + H_{\text{СР}}} \approx 9 \text{ м/с}^2$ . Аналогичный, но более трудоемкий анализ показывает, что максимальное значение модуля производной радиального ускорения не превышает сотых долей  $\text{м/с}^3$  и его можно не учитывать.

Подобным способом определим вектор  $\vec{V}^{(II)} = \vec{V}_{\text{СР}} - \vec{V}_{\text{ПП}}$  скорости взаимного перемещения СР и ПП. При расстоянии между СР и ПП  $r^{(II)} \approx 1 \dots 1,5$  тыс. км  $|\vec{V}_{\text{ПП}}| \approx 350 \text{ м/с}$  (расположение ПП в средних широтах). При использовании орбит СР с большим ( $70 \dots 85^\circ$ ) наклоном относительно экватора угол между векторами  $\vec{V}_{\text{СР}}, \vec{V}_{\text{ПП}}$  близок к  $90^\circ$  и  $|\vec{V}_r^{(II)}|_{\max} \approx |\vec{V}_{\text{СР}}| = 7,4 \dots 7,8 \text{ км/с}$ . Максимальное радиальное ускорение, наблюдаемое при расположении ПП на траверсе, составит  $a_{r_{\max}}^{(I)} \approx \frac{|\vec{V}_{\text{СР}}|_{\max}^2}{r^{(II)}} = 300 \dots 54 \text{ м/с}^2$  для высот орбиты  $200 \dots 1000$  км. Максимальное значение модуля производной радиального ускорения может составить единицы  $\text{м/с}^3$  и его учет необходим. Исходя из геометрии наблюдения, минимальное значение угла между вектором скорости СР и направлением на ПП на интервале видимости не будет превышать половину от ширины главного лепестка диаграммы направленности передающей антенны СР (до  $90^\circ$ ). Следовательно,  $|\vec{V}_r^{(II)}|_{\max} \approx (|\vec{V}_{\text{СР}}| + |\vec{V}_{\text{ПП}}|) \cos 45^\circ \approx 6 \text{ км/с}$ .

Таким образом, для относительно коротких (единицы секунды) временных интервалов при аппроксимации составляющих дальности может быть принята модель в виде полинома второй (между НС и СР) и третьей (между СР и ПП) степени вида [7]

$$\begin{aligned} \tilde{r}_n^{(I)}(t) &= \tilde{r}_{0n}^{(I)} + V_{0r_n}^{(I)}(t - t_0) + \frac{1}{2} a_{r_n}^{(I)}(t - t_0)^2; \\ \tilde{r}_0^{(II)}(t) &= \tilde{r}_0^{(II)} + V_{0r}^{(II)}(t - t_0) + \frac{1}{2} a_r^{(II)}(t - t_0)^2 + \frac{1}{6} a_r'^{(II)}(t - t_0)^3, \end{aligned} \quad (1)$$

где  $\tilde{r}_{0n}^{(I)}, V_{0r_n}^{(I)}, a_{r_n}^{(I)}$  – дальность, радиальная скорость и радиальное ускорение между НС и СР в момент времени  $t_0$ ;  $\tilde{r}_0^{(II)}, V_{0r}^{(II)}, a_r^{(II)}, a_r'^{(II)}$  – дальность, радиальная скорость, радиальное ускорение и производная радиального ускорения для трассы СР – ПП в момент времени  $t_0$ .

Коэффициенты полиномов (1) могут быть найдены путем вычисления соответствующих производных от истинных дальностей  $r_n^{(I)}(t), r^{(II)}(t)$ , но более точные значения, обеспечивающие меньшую ошибку аппроксимации, могут быть определены методом наименьших квадратов путем минимизации функции невязок вида

$$\begin{aligned} (\tilde{r}_{0n}^{(I)}, V_{0r_n}^{(I)}, a_{r_n}^{(I)}) &= \arg \min_{r_0, V_r, a_r, i=0} \sum \left( r_0 + V_r(t_i - t_0) + \frac{1}{2} a_r(t_i - t_0)^2 - r_n^{(I)}(t_i) \right)^2; \\ (\tilde{r}_0^{(II)}, V_{0r}^{(II)}, a_r^{(II)}, a_r'^{(II)}) &= \arg \min_{r_0, V_r, a_r, a_r', i=1} \sum \left( r_0 + V_r(t_i - t_0) + \frac{1}{2} a_r(t_i - t_0)^2 + \frac{1}{6} a_r'(t_i - t_0)^3 - r^{(II)}(t_i) \right)^2, \end{aligned}$$

где  $t_i = t_0 + iT_H / I$ ;  $T_H$  – интервал наблюдения;  $I$  – число точек, по которым проводится аппроксимация.

Анализ характерных параметров взаимного перемещения НС – СР и СР – ПП, допустимости аппроксимации (1) и ошибок аппроксимации дальностей проводился на примере движения НС и СР по характерным орбитам. Орбитальные параметры движения НС глобальной навигационной спутниковой системы GPS<sup>5, 6</sup> задавались в соответствии с работой [5]. СР двигался по круговой орбите высотой 500 км и углом наклона 85° при орбитальной скорости 7612 м/с и периодом вращения 5670 с. ПП располагался на уровне моря в точке географической широты 53,9° с. ш. и двигался в соответствии с вращением Земли. Координаты НС, СР и ПП рассчитывались с помощью типовых алгоритмов [5, 6]. Прямая видимость между СР и ПП при указанных условиях будет иметь место в среднем четыре раза за сутки при средней длительности каждого интервала времени наблюдения 300...500 с.

Для одного из интервалов наблюдения при координатах НС в неподвижной геоцентрической системе координат  $x_{\text{CP}} = 4361828$  м,  $y_{\text{CP}} = -462707$  м,  $z_{\text{CP}} = 5288762$  м и координатах ПП  $x_{\text{ПП}} = 3419265$  м,  $y_{\text{ПП}} = -1432686$  м,  $z_{\text{ПП}} = 5181528$  м получены следующие значения коэффициентов аппроксимирующего полинома для дальности  $\tilde{r}^{(\text{II})}(t)$ :  $\tilde{r}_0^{(\text{I})} = 1356,8$  км,  $V_{0r}^{(\text{II})} = -4257,8$  м/с,  $a_r^{(\text{II})} = 26,647$  м/с<sup>2</sup>,  $a'_r^{(\text{II})} = 0,2573$  м/с<sup>2</sup>. В таблице для этих же значений приведены коэффициенты аппроксимирующих полиномов  $\tilde{r}_n^{(\text{I})}(t)$  и координаты для шести из восьми видимых при заданной геометрии наблюдения НС.

Координаты НС и коэффициенты аппроксимирующих полиномов  $\tilde{r}_n^{(\text{I})}(t)$

NS coordinates and parameters of approximating polynomials  $\tilde{r}_n^{(\text{I})}(t)$

		Номер НС Number NS					
		3	4	9	10	11	12
Координаты, м	$x_{\text{НС}}$	24 625 407	3 669 467	17 270 260	14 906 927	11 237 459	18 592 606
	$y_{\text{НС}}$	-5 724 493	-15 094 468	18 463 981	-4 369 382	10 725 086	-13 463 388
	$z_{\text{НС}}$	8 175 424	21 557 135	8 175 424	21 557 135	21 557 135	13 381 711
Коэффициенты	$\tilde{r}_0^{(\text{I})}$ , тыс. км	21 134	21 891	23 091	19 777	20 907	20 905
	$V_{0r}^{(\text{I})}$ , м/с	4397,1	-3393,6	2113,3	-741,2	-2222,6	2514,3
	$a_r^{(\text{I})}$ , м/с <sup>2</sup>	5,913	5,024	4,985	10,0611	10,104	9,991
	$a'_r^{(\text{I})}$ , м/с <sup>3</sup>	-0,008	0,005	-0,002	0,002	0,008	-0,008

На рис. 2 показаны ошибки  $\delta r_n^{(\text{I})}(t) = \tilde{r}_n^{(\text{I})}(t) - r_n^{(\text{I})}(t)$  и  $\delta r^{(\text{II})}(t) = \tilde{r}^{(\text{II})}(t) - r^{(\text{II})}(t)$  аппроксимации дальности для временного интервала наблюдения  $T_{\text{н}} = 1$  с.

Модуль ошибки аппроксимации дальности НС – СР при использовании полинома второй степени не превышает 1,5 мм, что составляет менее 1 % от длины волны сигнала на частоте  $f_1$ . Для указанной трассы модули радиальных скоростей могут составлять до 5 км/с, радиальное ускорение на интервале видимости всегда положительно и имеет величину до  $\approx 10$  м/с<sup>2</sup>. Модули ошибок аппроксимации дальности СР – ПП при использовании полинома третьей степени пренебрежимо малы и не превышают сотые доли миллиметра, что существенно лучше предъявляемых требований, однако при использовании полинома второй степени ошибки могут возрасти до долей метра, что недопустимо для длины волны 0,75 м, соответствующей частоте ретрансляции 400 МГц.

<sup>5</sup>URL: <https://www.glonass-iac.ru>

<sup>6</sup>URL: <https://www.gps.gov/technical/icwg/IS-GPS-200N.pdf>

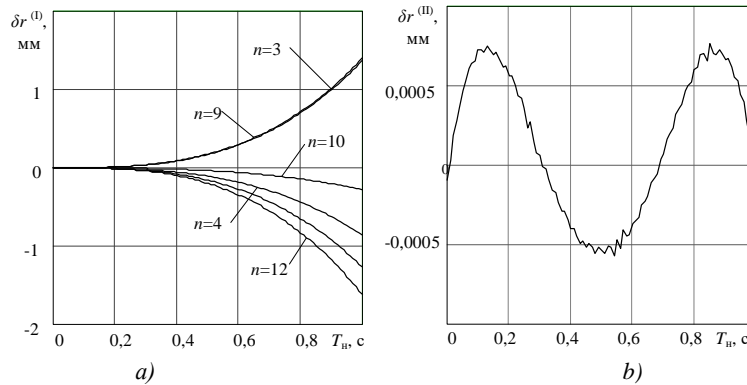


Рис. 2. Типовые ошибки аппроксимации дальности на интервале наблюдения:

a) ошибка аппроксимации  $r^{(I)}$ ; b) ошибка аппроксимации  $r^{(II)}$

Fig. 2. Typical range approximation errors over the observation interval:

a) approximation error  $r^{(I)}$ ; b) approximation error  $r^{(II)}$

Таким образом, кинематическая модель показывает, что для аппроксимации дальности при времени наблюдения (накопления) порядка 1,0 с необходимо использовать полиномы второй степени для трассы НС – СР и третьей степени для трассы СР – ПП. Параметры указанных полиномов представляют собой радиальные скорости, ускорения и производные ускорений и используются для компенсации миграций дальности и частоты в процессе когерентного накопления ретранслированного сигнала в ПП.

**Модель принимаемой реализации и принимаемые допущения.** В соответствии с работой [1] принимаемые на двух частотах  $f_{p1}, f_{p2}$  сигналы при ретрансляции навигационного сигнала  $n$ -го НС GPS на частоте  $f_1$  запишутся в виде

$$\begin{aligned} \dot{S}_{f_{p1}}^{(n)}(t) &= D_{f_1}^{(n)}\left(t - \tau_{f_1, f_{p1}}^{(n)}(t)\right) X_{f_1}^{(n)}\left(t - \tau_{f_1, f_{p2}}^{(n)}(t)\right) e^{j\varphi_{f_1, f_{p1}}^{(n)}(t)}; \\ \dot{S}_{f_{p2}}^{(n)}(t) &= D_{f_1}^{(n)}\left(t - \tau_{f_1, f_{p2}}^{(n)}(t)\right) X_{f_1}^{(n)}\left(t - \tau_{f_1, f_{p2}}^{(n)}(t)\right) e^{j\varphi_{f_1, f_{p2}}^{(n)}(t)}, \end{aligned} \quad (2)$$

где  $D_{f_1}^{(n)}(t), X_{f_1}^{(n)}(t)$  – навигационное сообщение и дальномерный код  $n$ -го НС [2, 3] на частоте  $f_1$ ;  $\tau_{f_1, f_{p1(2)}}^{(n)}(t), \varphi_{f_1, f_{p1(2)}}^{(n)}(t)$  – времена задержки и законы фазовой модуляции принимаемых сигналов от  $n$ -го НС на трассе распространения НС – СР – ПП, определяемые как равенства

$$\begin{aligned} \tau_{f_1, f_{p1(2)}}^{(n)}(t) &= \frac{1}{c} \left( r_n^{(I)}(t) + \frac{A \cdot TEC_n^{(I)}(t)}{f_1^2} + r^{(II)}(t) + \frac{A \cdot TEC^{(II)}(t)}{f_{p1(2)}^2} \right); \\ \varphi_{f_1, f_{p1}}^{(n)}(t) &= 2\pi(f_{p1} + \delta_{f_{p1}})t - 2\pi \frac{f_{p1}}{c} r^{(II)}(t) - 2\pi \frac{f_1}{c} r_n^{(I)} \left( t - \frac{r^{(II)}(t)}{c} \right) + \\ &+ \frac{2\pi A}{c} \left( \frac{TEC_n^{(I)}(t)}{f_1} + \frac{TEC^{(II)}(t)}{f_{p1}} \right) + \delta\varphi_{f_1, f_{p1}}^{(n)}; \end{aligned} \quad (3)$$

$$\begin{aligned} \varphi_{f_1, f_{p2}}^{(n)}(t) &= 2\pi(f_{p1} + \delta_{f_{p2}})t - 2\pi \frac{f_{p2}}{c} r^{(II)}(t) - 2\pi \frac{f_1}{c} r_n^{(I)} \left( t - \frac{r^{(II)}(t)}{c} \right) + \\ &+ \frac{2\pi A}{c} \left( \frac{TEC_n^{(I)}(t)}{f_1} + \frac{TEC^{(II)}(t)}{f_{p2}} \right) + \delta\varphi_{f_1, f_{p2}}^{(n)}. \end{aligned} \quad (4)$$

Здесь  $A \approx 40,308 \text{ м}^3 \text{ Гц}^2$  [1],  $r_n^{(I)}(t)$  – закон изменения дальности  $n$ -й трассы НС – СР;  $r^{(II)}(t)$  – закон изменения дальности трассы СР – ПП;  $TEC_n^{(I)}(t)$ ,  $TEC^{(II)}(t)$  – законы изменения ПЭС на трассах НС – СР и СР – ПП соответственно;  $\delta_{f_{p1(2)}}$  – паразитные сдвиги частоты принимаемого сигнала на интервале наблюдения, определяемые нестабильностью гетеродинов ретранслятора и аппаратуры ПП. Указанные паразитные сдвиги являются развитием модели принимаемого сигнала, приведенной в работе [1], в части учета погрешностей аппаратуры ретрансляции и ПП.

Так как длительность  $T_H$  интервала наблюдения ( $T_H \approx 1$  с) мала, на интервале наблюдения  $[t_0, t_0 + T_H]$ , где  $t_0$  – момент начала интервала наблюдения, полагаем значения ПЭС неизменными:  $TEC_n^{(I)}(t) = TEC_n^{(I)}$ ,  $TEC^{(II)}(t) = TEC^{(II)}$ .

Величины  $\delta_{f_{p1(2)}}$  определяются долговременной и кратковременной относительной нестабильностью  $\gamma_{f_r}$  частоты гетеродинов СР и ПП. При использовании опорных генераторов с  $\gamma_{f_r} = 10^{-7} \dots 10^{-6}$  получим  $\delta_{f_{p1(2)}} = \gamma_{f_r} (f_1 + f_{p1(2)}) \approx 200 \dots 2000$  Гц. Величина  $\delta_{f_{p1(2)}}$  полагается неизвестной и должна быть оценена и скомпенсирована при обработке.

Дальномерные коды  $X_{f_1}^{(n)}(t)$  НС GPS на частоте  $f_1$  известны<sup>7-9</sup> [5], навигационные сообщения  $D_{f_1}^{(n)}(t)$  могут быть оценены при приеме на ПП прямых навигационных сигналов от НС аналогично, например, работе [4]. Символы навигационного сообщения длительностью 20 мс и дискреты дальномерных кодов длительностью 0,977517 мкс принимают значения  $\pm 1$ , что соответствует фазовой манипуляции  $0, \pi$ <sup>7-9</sup> [5].

Полагаем также, что координаты и параметры движения НС, СР и ПП известны в каждый момент времени с требуемой для обработки точностью. При этом координаты фазового центра антенны НС при постобработке могут быть определены по ультрабыстрым эфемеридам с точностью порядка  $5 \text{ см}^{10}$ , координаты фазового центра антенны ПП определяются с соизмеримой точностью геодезическими методами. Орбитальные параметры СР и зависимые от них параметры взаимного перемещения НС, СР и ПП, а именно начальные радиальные скорости  $V_{0r}^{(I)}$ ,  $V_{0r}^{(II)}$  и радиальные ускорения  $a_r^{(I)}$ ,  $a_r^{(II)}$  на трассах НС – СР и СР – ПП, известны с ошибками, не большими, чем разрешающие способности по указанным параметрам, и определяемыми следующим образом [2]:

$$\begin{aligned} \Delta V_r^{(I)} &= \frac{c}{2f_1 T_H}; & \Delta V_r^{(II)} &= \frac{c}{2f_{p2} T_H}; \\ \Delta a_r^{(I)} &= \frac{c}{2f_1 T_H^2}; & \Delta a_r^{(II)} &= \frac{c}{2f_{p2} T_H^2}. \end{aligned} \quad (5)$$

При  $T_H = 1$  с имеем  $\Delta V_r^{(I)} = 0,095 \text{ м/с}$ ,  $\Delta V_r^{(II)} = 0,375 \text{ м/с}$ ,  $\Delta a_r^{(I)} = 0,095 \text{ м/с}^2$ ,  $\Delta a_r^{(II)} = 0,375 \text{ м/с}^2$ .

<sup>7</sup>URL: <https://www.glonass-iac.ru>

<sup>8</sup>URL: <https://www.gps.gov/technical/icwg/IS-GPS-200N.pdf>

<sup>9</sup>IS-GPS-800J. Navstar GPS Space Segment / User Segment L1C Interfaces [Electronic resource]. – 2022. – Mode of access: <https://www.gps.gov/technical/icwg/IS-GPS-800J.pdf>. – Date of access: 18.10.2022.

<sup>10</sup>URL: <https://orsyst.ru/blog10>



Принимаемые на частотах  $f_{p1}, f_{p2}$  сигналы от всех видимых НС запишутся в виде

$$\begin{aligned}\dot{S}_{f_{p1}}^{(\Sigma)}(t) &= \dot{N}_{f_{p1}}(t) + \sum_{n \in \mathbf{n}_V} \dot{S}_{f_{p1}}^{(n)}(t); \\ \dot{S}_{f_{p2}}^{(\Sigma)}(t) &= \dot{N}_{f_{p2}}(t) + \sum_{n \in \mathbf{n}_V} \dot{S}_{f_{p2}}^{(n)}(t),\end{aligned}\quad (6)$$

где  $\dot{N}_{f_{p1}}(t)$ ,  $\dot{N}_{f_{p2}}(t)$  – независимые гауссовские белые шумы приемных каналов на частотах  $f_{p1}, f_{p2}$  с односторонней спектральной плотностью мощности  $N_0$ ;  $\mathbf{n}_V$  – множество номеров видимых НС при наблюдении с СР.

При квадратурном переносе принимаемых сигналов на видеочастоту с использованием опорных гетеродинов с частотами  $f_{p1}, f_{p2}$  и аналого-цифрового преобразования с частотой дискретизации  $F_s$  отсчеты принимаемых сигналов в моменты времени  $t_m = t_0 + (m-1)/F_s$ ,  $m = \overline{1, M}$ ,  $M = [T_H F_s]$  можно записать в виде равенств

$$\begin{aligned}\dot{S}_{f_{p1}}^{(\Sigma)}(m) &= \dot{N}_{f_{p1}}(t_m) + \sum_{n \in \mathbf{n}_V} \dot{S}_{f_{p1}}^{(n)}(t_m) e^{-j2\pi f_{p1} t_m}; \\ \dot{S}_{f_{p2}}^{(\Sigma)}(m) &= \dot{N}_{f_{p2}}(t_m) + \sum_{n \in \mathbf{n}_V} \dot{S}_{f_{p2}}^{(n)}(t_m) e^{-j2\pi f_{p2} t_m}.\end{aligned}\quad (7)$$

При этом составляющие отсчетов, обусловленные сигналами  $n$ -го НС, определяются следующим образом:

$$\begin{aligned}\dot{S}_{f_{p1}}^{(n)}(m) &= D_{f_1}^{(n)}(t_m - \tau_{f_1, f_{p1}}^{(n)}(t_m)) X_{f_1}^{(n)}(t_m - \tau_{f_1, f_{p1}}^{(n)}(t_m)) e^{j\beta_{f_1, f_{p1}}^{(n)}(t_m)} e^{j2\pi\delta_{f_{p1}} t_m} e^{j\varphi_1}; \\ \dot{S}_{f_{p2}}^{(n)}(m) &= D_{f_1}^{(n)}(t_m - \tau_{f_1, f_{p2}}^{(n)}(t_m)) X_{f_1}^{(n)}(t_m - \tau_{f_1, f_{p2}}^{(n)}(t_m)) e^{j\beta_{f_1, f_{p2}}^{(n)}(t_m)} e^{j2\pi\delta_{f_{p2}} t_m} e^{j\varphi_2}; \\ \varphi_1 &= \delta\varphi_{f_1, f_{p1}}^{(n)} + \frac{A}{c} \left( \frac{TEC_n^{(I)}}{f_1} + \frac{TEC^{(II)}}{f_{p1}} \right); \quad \varphi_2 = \delta\varphi_{f_1, f_{p2}}^{(n)} + \frac{A}{c} \left( \frac{TEC_n^{(I)}}{f_1} + \frac{TEC^{(II)}}{f_{p2}} \right); \\ \beta_{f_1, f_{p1}}^{(n)}(t) &= 2\pi \left( -\frac{f_{p1}}{c} r^{(II)}(t) - \frac{f_1}{c} r_n^{(I)} \left( t - \frac{r^{(II)}(t)}{c} \right) \right); \\ \beta_{f_1, f_{p2}}^{(n)}(t) &= 2\pi \left( -\frac{f_{p2}}{c} r^{(II)}(t) - \frac{f_1}{c} r_n^{(I)} \left( t - \frac{r^{(II)}(t)}{c} \right) \right).\end{aligned}\quad (8)$$

**Алгоритм обработки.** Для проведения измерения ПЭС по сигналу  $n$ -го НС осуществим демодуляцию принимаемых сигналов по двум характеристикам: законам изменения фазы и навигационному сообщению. Демодуляция по закону изменения фазы выполняется в текущем времени с использованием аппроксимирующих полиномов кинематической модели взаимного перемещения НС, СР и ПП, демодуляция по навигационному сообщению – по оценке  $\widehat{D}_{пр}^{(n)}(t)$  навигационного сообщения по прямому навигационному сигналу на трассе НС – ПП на частоте  $f_1$ . При условии, что навигационное сообщение принимается безошибочно, можно записать

$$\widehat{D}_{пр}^{(n)}(t + \tau_0^{(n)}(t_m) - \tau_{f_1, f_{p1}}^{(n)}(t_m)) \approx D_{f_1}^{(n)}(t - \tau_{f_1, f_{p1}}^{(n)}(t)).$$

Здесь  $\tau_{f_1, f_{p1}}^{(n)}(t)$  определяется согласно (3), но в пренебрежении ПЭС, а временная задержка прямого сигнала находится из равенства

$$\tau_0^{(n)}(t) = \frac{1}{c} \left( r_n^{(0)}(t) + \frac{A \cdot TEC_n^{(0)}(t)}{f_{1(2)}^2} \right) \approx \frac{r_n^{(0)}(t)}{c},$$

где  $TEC_n^{(0)}(t)$  – ПЭС на трассе НС – ПП;  $r_n^{(0)}(t)$  – дальность НС – ПП прямого навигационного сигнала на трассе НС – ПП, причем всегда  $\tau_0^{(n)}(t_m) < \tau_{f_1, f_{p1}}^{(n)}(t_m)$ .

После демодуляции получим

$$\begin{aligned} \dot{Y}_{f_{p1}}^{(Z_n)}(m) &= \dot{S}_{f_{p1}}^{(\Sigma)}(t_m) \widehat{D}_{f_1}^{(n)}(t_m + \tau_0^{(n)}(t_m) - \tau_{f_1, f_{p1}}^{(n)}(t_m)) e^{-j\beta_{f_1, f_{p1}}^{(n)}(t_m)}; \\ \dot{Y}_{f_{p2}}^{(Z_n)}(m) &= \dot{S}_{f_{p2}}^{(\Sigma)}(t_m) D_{f_1}^{(n)}(t_m + \tau_0^{(n)}(t_m) - \tau_{f_1, f_{p1}}^{(n)}(t_m)) e^{-j\beta_{f_1, f_{p2}}^{(n)}(t_m)}. \end{aligned} \quad (9)$$

Компоненты демодулированных сигналов для  $n$ -го НС с учетом того, что  $|\widehat{D}_{\text{пр}}^{(n)}(t)|^2 = 1$ , примут вид

$$\begin{aligned} \dot{S}_{f_{p1}}^{(n)}(m) &= X_{f_1}^{(n)}(t_m - \tau_{f_1, f_{p1}}^{(n)}(t_m)) e^{j2\pi\delta_{f_{p1}} t_m} e^{j\varphi_1}; \\ \dot{S}_{f_{p2}}^{(n)}(m) &= X_{f_1}^{(n)}(t_m - \tau_{f_1, f_{p2}}^{(n)}(t_m)) e^{j2\pi\delta_{f_{p2}} t_m} e^{j\varphi_2}. \end{aligned} \quad (10)$$

Из равенств (10) следует, что компоненты демодулированного сигнала для  $n$ -го НС на каждой из частот ретрансляции представляют собой последовательность повторяющихся законов модуляции (дальномерных кодов), плавно сдвигаемых от одного периода повторения к другому по времени задержки. Это отражает время-импульсную модуляцию сигнала из-за пространственного перемещения НС, СР и ПП. Кроме того, сигналы имеют сдвиг на неизвестные частоты  $\delta_{f_{p1(2)}}$  и несущественные начальные фазы. Разные значения времен задержки сигналов определяются разной ионосферной задержкой на трассе СР – ПП.

При максимальном модуле суммарной радиальной скорости на трассах распространения 12 км/с изменение временной задержки на длительности (периоде) навигационного сигнала ( $T_0 = T_r = 1$  мс) не превысит 4 нс. Для относительно узкополосного навигационного сигнала такое изменение времени задержки не оказывает существенного влияния на его спектрально-временную структуру и обработка этого сигнала возможна в согласованном с исходным сигналом (дальномерным кодом на нулевой частоте) фильтре.

Будем полагать, что  $\delta_{f_{p1}} < 1/T_0$ . Выполним внутрипериодную обработку принятых сигналов с использованием метода быстрой свертки. Для этого вычислим дискретное преобразование Фурье над векторами  $\mathbf{s}_1, \mathbf{s}_2$  отсчетов сигналов:

$$\begin{aligned} \mathbf{g}_1 &= FFT(\mathbf{s}_1); \mathbf{s}_1 = \left( \dot{S}_{f_{p1}}^{(n)}(1), \dots, \dot{S}_{f_{p1}}^{(n)}(M) \right)^T; \\ \mathbf{g}_2 &= FFT(\mathbf{s}_2); \mathbf{s}_2 = \left( \dot{S}_{f_{p2}}^{(n)}(1), \dots, \dot{S}_{f_{p2}}^{(n)}(M) \right)^T. \end{aligned} \quad (11)$$

Вектор  $\mathbf{h}$  отсчетов импульсной характеристики и вектор  $\mathbf{v}$  отсчетов амплитудно-фазочастотной характеристики согласованного фильтра находятся из выражений

$$\mathbf{h} = \left( \underbrace{X_{f_1}^{(n)}(T_0), X_{f_1}^{(n)}(T_0 - (m-1)/F_s), \dots, X_{f_1}^{(n)}(0)}_{[T_0 F_s] \text{ ненулевых значений}}, \underbrace{0, \dots, 0}_{M - [T_0 F_s] \text{ значений}} \right)^T, \quad \mathbf{v} = FFT(\mathbf{h}). \quad (12)$$

Выполним когерентное накопление сигнала для  $z = \overline{1, Z}$ ,  $Z = [T_0 F_s]$  отсчетов, соответствующих однозначно определяемой в пределах одного периода повторения навигационного сигнала суммарной дальности.

После дискретного обратного преобразования Фурье поэлементного произведения указанных векторов получим векторы  $\mathbf{u}_{1(2)}$  отсчетов сигналов на выходе внутрипериодной обработки (сжатия) сигналов:

$$\mathbf{u}_{1(2)} = \text{IFFT}(\mathbf{g}_{1(2)} \otimes \mathbf{v}); \quad \mathbf{u}_{1(2)} = (\dot{U}_{1(2)}(1), \dot{U}_{1(2)}(2), \dots, \dot{U}_{1(2)}(M))^T. \quad (13)$$

Рассмотрим перемещения максимума сигнала на выходе согласованного фильтра. Если максимум сигнала на выходе согласованного фильтра для первого периода повторения находился в  $z = m$ -м отсчете, то для  $k$ -го периода повторения,  $k = \overline{1, K}$ ,  $K = [T_H / T_0]$ , он сдвинется на величину

$$\delta m_k = \left\lceil \frac{F_s}{c} \left( r^{(II)}(t_0 + (k-1)T_0) - r^{(III)}(t_0) + r_n^{(I)} \left( t_0 + (k-1)T_0 - \frac{r^{(II)}(t_0 + (k-1)T_0)}{c} \right) - r_n^{(I)} \left( t_0 - \frac{r^{(II)}(t_0)}{c} \right) \right) \right\rceil, \quad (14)$$

где  $\lceil x \rceil$  – округление до ближайшего целого по сравнению с ожидаемым значениям, и будет иметь индекс  $m_k = z + (k-1)Z + \delta m_k$ .

Сформируем для каждого  $z$ -го отсчета векторы междупериодных отсчетов сигналов

$$\mathbf{w}_{1(2)}^{(z)} = (U_{1(2)}(z), U_{1(2)}(z + Z + \delta m_1), U_{1(2)}(z + 2Z + \delta m_2), \dots, U_{1(2)}(z + (M-1)Z + \delta m_M))^T, \quad (15)$$

содержащие отсчеты сигнала на выходе внутрипериодной обработки для случая, когда максимум сигнала для первого периода повторения находится в  $z$ -м отсчете в пределах первого периода повторения принимаемого сигнала, и выполним дискретное преобразование Фурье над каждым из векторов  $\mathbf{w}_{1(2)}^{(z)}$ :

$$\boldsymbol{\Psi}_{1(2)}^{(z)} = \text{FFT}(\mathbf{w}_{1(2)}^{(z)}); \quad \boldsymbol{\Psi}_{1(2)}^{(z)} = (\dot{\Psi}_{1(2)}^{(z)}(1), \dot{\Psi}_{1(2)}^{(z)}(2), \dots, \dot{\Psi}_{1(2)}^{(z)}(Z))^T.$$

Операции (14), (15) вычисления индексов при формировании вектора междупериодных отсчетов аналогичны компенсации миграции дальности на радиолокационной станции с синтезированием апертуры с использованием известного алгоритма BackProjection [2, 3].

Полученные наборы векторов  $\boldsymbol{\Psi}_{1(2)}^{(z)}$  удобно представить в виде матрицы

$$\boldsymbol{\Psi}_{1(2)} = \begin{pmatrix} \dot{\Psi}_{1(2)}^{(1)}(1) & \dot{\Psi}_{1(2)}^{(1)}(2) & \dots & \dot{\Psi}_{1(2)}^{(1)}(K) \\ \dot{\Psi}_{1(2)}^{(2)}(1) & \dot{\Psi}_{1(2)}^{(2)}(2) & \dots & \dot{\Psi}_{1(2)}^{(2)}(K) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \dot{\Psi}_{1(2)}^{(Z)}(1) & \dot{\Psi}_{1(2)}^{(Z)}(2) & \dots & \dot{\Psi}_{1(2)}^{(Z)}(K) \end{pmatrix},$$

строки которой отражают дискретное время задержки в пределах периода повторения, а столбцы – дискретный сдвиг сигнала по частоте. Отсчеты  $\dot{\Psi}_{1(2)}^{(z)}(q)$  являются результатом когерент-

ного накопления сигнала для отсчета  $z$  и при сдвиге частоты, соответствующем индексу  $q$ . Для радиолокаторов с синтезированием апертуры аналогом матриц  $\Psi_{1(2)}$  служат комплексные радиолокационные изображения [2, 3].

Найдем индексы сигналов с максимальной амплитудой на выходе когерентного накопителя (КН)

$$(z_1, q_1) = \arg \max_{z, q} |\dot{\Psi}_1^{(z)}(q)|^2, (z_2, q_2) = \arg \max_{z, q} |\dot{\Psi}_2^{(z)}(q)|^2 \quad (16)$$

и проверим условия обнаружения сигналов

$$|\dot{\Psi}_1^{(z_1)}(q_1)|^2 \geq \ell_0; |\dot{\Psi}_2^{(z_2)}(q_2)|^2 \geq \ell_0,$$

где  $\ell_0$  – порог обнаружения.

При выполнении условий обнаружения необходимо осуществить точное измерение времен задержек сигналов, т. е. уточнить положение максимумов результатов когерентного накопления на оси временных задержек. Для этого может быть использована параболическая аппроксимация [7] модуля (для сильного сигнала) или квадрата модуля (для слабого сигнала) выходного сигнала когерентного накопителя в окрестности максимума вида

$$|\dot{\Psi}_{1(2)}^{(z)}(q_{1(2)})|^2 = a_{1(2)}z^2 + b_{1(2)}z + c_{1(2)}, \quad (17)$$

где  $a_{1(2)}, b_{1(2)}, c_{1(2)}$  – коэффициенты параболической аппроксимации, определяемые равенством

$$\begin{pmatrix} a_{1(2)} \\ b_{1(2)} \\ c_{1(2)} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (z_{1(2)} - 1)^2 & z_{1(2)} - 1 & 1 \\ z_{1(2)}^2 & z_{1(2)} & 1 \\ (z_{1(2)} + 1)^2 & z_{1(2)} + 1 & 1 \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} |\dot{\Psi}_{1(2)}^{(z_{1(2)}-1)}(q_{1(2)})|^2 \\ |\dot{\Psi}_{1(2)}^{(z_{1(2)})}(q_{1(2)})|^2 \\ |\dot{\Psi}_{1(2)}^{(z_{1(2)}+1)}(q_{1(2)})|^2 \end{pmatrix}. \quad (18)$$

Отсюда следуют оценки уточненных (дробных) индексов максимумов

$$\langle z_{1(2)} \rangle = -\frac{b_{1(2)}}{2a_{1(2)}}. \quad (19)$$

Используя оценки  $\langle z_{1(2)} \rangle$ , определим оценки ПЭС на трассе СР – ПП:

$$TEC_n^{(III)} = \frac{c(\langle z_1 \rangle - \langle z_2 \rangle)}{F_s A \left( \frac{1}{f_{p1}^2} - \frac{1}{f_{p2}^2} \right)}. \quad (20)$$

**Результаты моделирования.** Моделирование предлагаемого способа оценивания ПЭС проводилось путем воспроизведения движения НС и СР по заданным орбитам и ПП на поверхности Земли, задания значений ПЭС на трассах НС – СР и СР – ПП, воспроизведения дискретных

реализаций принимаемых на ПП сигналов от всех видимых НС в соответствии с (7), их обработки в соответствии с (9)–(15) и оценивания ПЭС на трассе СР – ПП в соответствии с (20).

Рассматриваемая пространственная ситуация аналогична приведенной в таблице. Частота дискретизации в приемнике ПП составила 2 МГц, истинное значение ПЭС на трассе СР – ПП составило 10,4 ТЕСч, что соответствует разности задержек сигналов на частотах ретрансляции  $f_{p1}$  и  $f_{p2}$  160 м. Паразитные сдвиги частоты ретрансляции составили  $\delta_{f_{p1}}=10$  Гц и  $\delta_{f_{p2}}=26,7$  Гц с коэффициентом пропорциональности 400/150.

Принимаемый на ПП сигнал (первые 5000 отсчетов) изображен на рис. 3. Он не отличим от шума, амплитуды ретранслированных навигационных сигналов на 20...25 дБ ниже уровня внутреннего шума приемника.

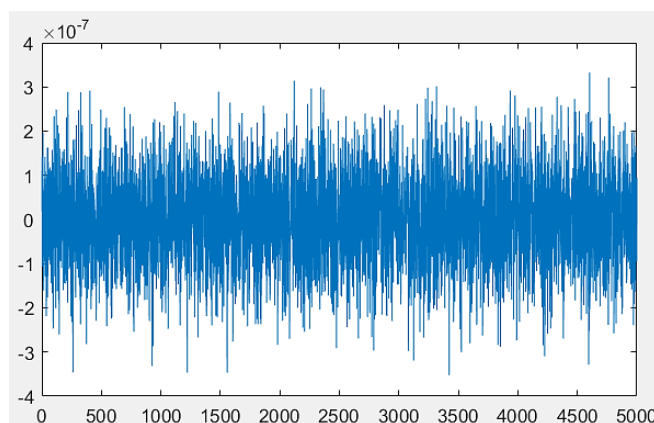


Рис. 3. Вид принимаемого сигнала

Fig. 3. Type of received signal

На рис. 4 показаны результаты обработки принимаемой реализации для НС с  $n=4$  и  $n=10$  в виде модулей элементов матриц  $\mathbf{W}_{1(2)}^{(z)}$  результатов внутрипериодной обработки с компенсацией миграции дальности и матриц  $\Psi_{1(2)}$  результатов когерентного накопления. Оси с численными значениями 0...400 и 0...500 соответствуют отсчету по времени задержки в пределах периода повторения навигационного сигнала, ось 0...100 – отсчетам дискретного преобразования Фурье по периодам повторения (показана часть формируемой матрицы). Коэффициент ретрансляции СР [1] таков, что отношение сигнал/шум (без учета внутрисистемных помех) составляет 41 дБ для частоты ретрансляции  $f_{p1}$  и 32,5 дБ – для частоты ретрансляции  $f_{p2}$ . Указанные различия приводят к тому, что для частоты  $f_{p1}$  отношение сигнал/шум после внутрипериодной обработки составляет около 11 дБ, поэтому результаты этой обработки после компенсации миграции дальности проявляются в виде «гребня» сигналов в разных периодах повторения и фиксированного номера отсчета в пределах одного периода повторения.

Для частоты  $f_{p2}$  отношение сигнал/шум после внутрипериодной обработки не превышает 1 дБ и соответствующий «гребень» не наблюдается. Различия в отношении сигнал/шум по результатам когерентного накопления можно проследить по меньшему значению максимума в матрице  $\Psi_2$  в сравнении с матрицей  $\Psi_1$ . Максимумы результатов обработки по оси частот находятся в 11-м и 28-м отсчетах (начальное значение – единичное), что точно соответствует паразитному сдвигу частоты ретранслированного сигнала. Приблизительная разность времен задержки сигналов на частотах  $f_{p1}$  и  $f_{p2}$  составляет  $2/F_s=1$  мкс и  $1/F_s=0,5$  мкс при выделении сигнала от НС с  $n=4$  и  $n=10$ .

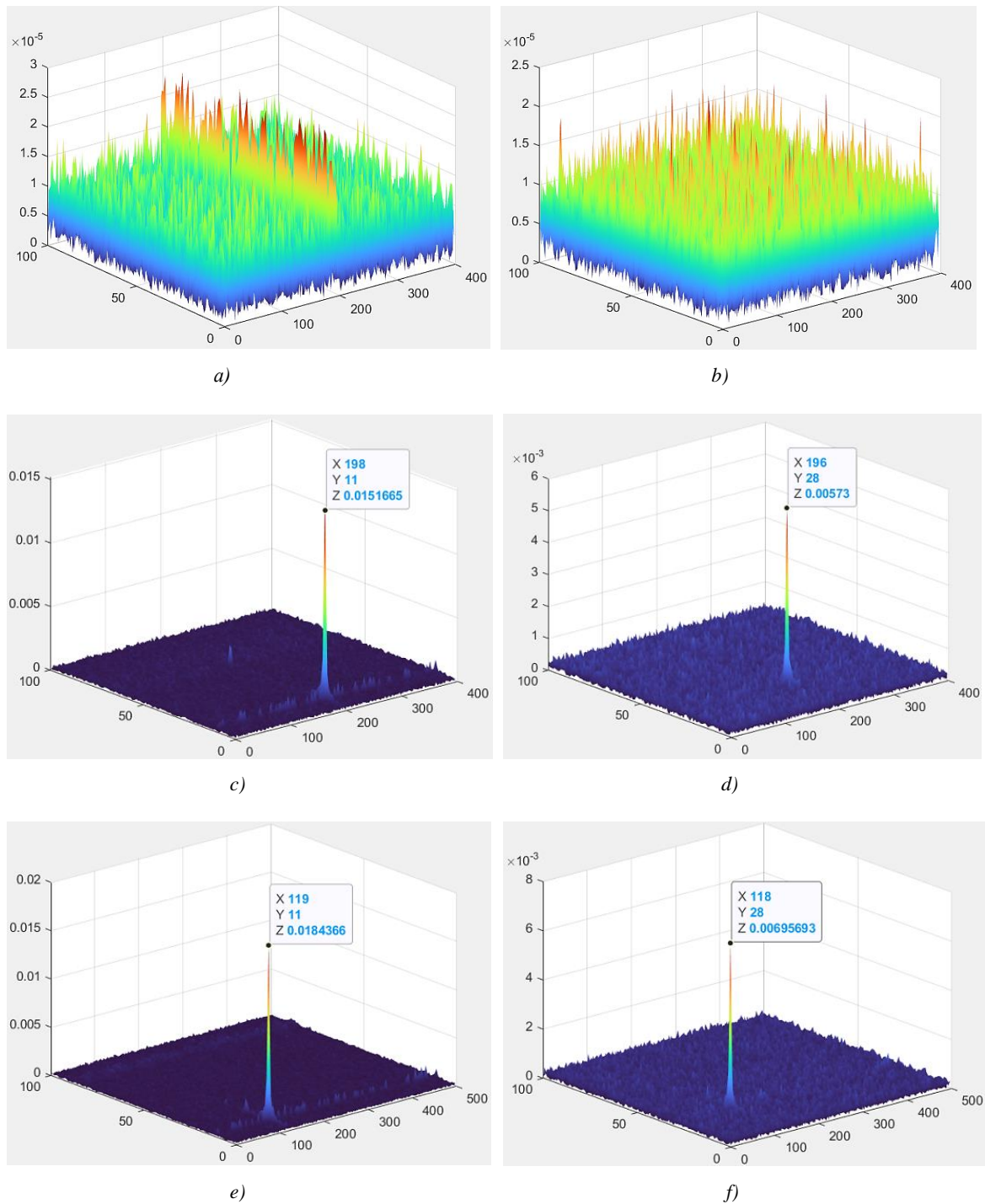


Рис. 4. Результаты обработки принимаемого сигнала:

- a)  $n=4$ , частота  $f_{p1}$ , после внутрипериодной обработки и компенсации миграции дальности;  
 b)  $n=4$ , частота  $f_{p2}$ , после внутрипериодной обработки и компенсации миграции дальности;  
 c)  $n=4$ , частота  $f_{p1}$ , на выходе КН; d)  $n=4$ , частота  $f_{p2}$ , на выходе КН;  
 e)  $n=10$ , частота  $f_{p1}$ , на выходе КН; f)  $n=10$ , частота  $f_{p2}$ , на выходе КН

Fig. 4. The results of processing the received signal:

- a)  $n=4$ , frequency  $f_{p1}$ , after intra-period processing and range migration compensation;  
 b)  $n=4$ , frequency  $f_{p2}$ , after intra-period processing and range migration compensation;  
 c)  $n=4$ , frequency  $f_{p1}$ , at the output of the VF; d)  $n=4$ , frequency  $f_{p2}$ , at the output of the VF;  
 e)  $n=10$ , frequency  $f_{p1}$ , at the output of the VF; f)  $n=10$ , frequency  $f_{p2}$ , output VF

Результаты параболической аппроксимации выходного сигнала КН в окрестности максимума приведены на рис. 5. Отсчеты сигналов на  $f_{p1}$  и  $f_{p2}$  показаны квадратными и круглыми маркерами соответственно, а аппроксимирующие параболы – пунктирными линиями.

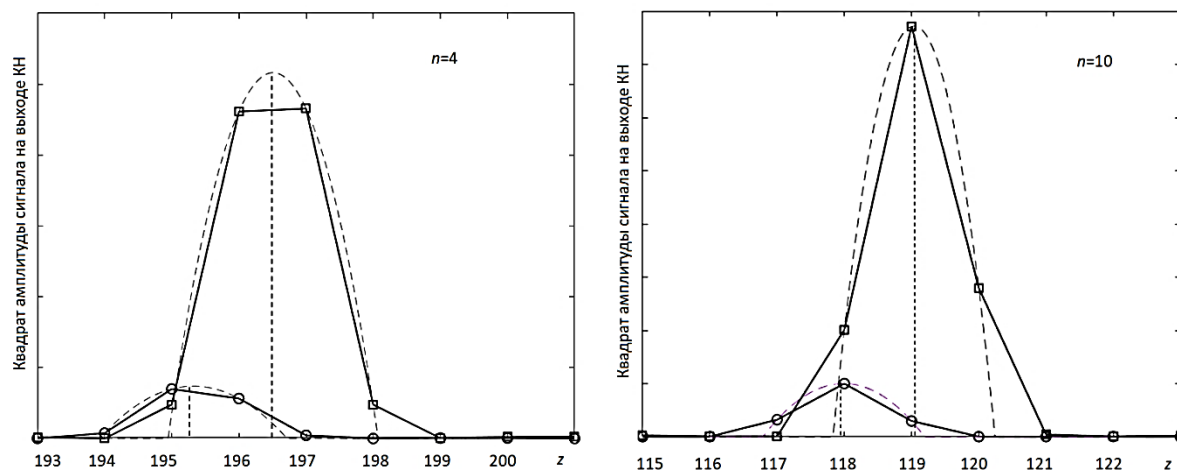


Рис. 5. Уточнение оценок времен задержек принимаемых сигналов

Fig. 5. The results of processing the received signal

Для сигналов одного из НС с  $n=4$  уточнение существенно, с  $n=10$  – менее существенно. Уточненные оценки позволили согласно равенству (20) вычислить разность времен запаздывания, которая составила для  $n=4$   $(\langle z_1 \rangle - \langle z_2 \rangle) / c = 0,554$  мкс (измеренное значение ПЭС-2 10,8 ТЕСу) и для  $n=10$   $(\langle z_1 \rangle - \langle z_2 \rangle) / c = 0,539$  мкс (измеренное значение ПЭС-2 10,5 ТЕСу) при истинном значении ПЭС-2 10,4 ТЕСу. Измеренные ПЭС по восьми видимым НС составили 10,2; 10,8; 10,0; 10,2; 10,3; 10,2; 10,1; 10,1 ТЕСу при среднем значении 10,24 ТЕСу, т. е. измерения являются точными.

Таким образом, результаты моделирования подтверждают возможность когерентного накопления ретранслированного на выделенные частоты навигационного сигнала и возможность высокоточного измерения ПЭС на трассе СР – ПП. Эти же алгоритмы обработки могут быть использованы и при определении ПЭС по ретрансляции двух частот  $f_1$  и  $f_2$  на одну из частот ретрансляции, но требования к отношению сигнал/шум в этом случае существенно выше [1].

**Вклад авторов.** С. В. Козлов определил цели работы, обосновал временное представление сигналов; Е. А. Каплярчук реализовал алгоритм когерентного накопления для определения ПЭС на основе ретранслированного сигнала, провел расчеты и моделирование; И. Э. Савиных обосновала требования и процедуры измерения ПЭС для реализации радиотомографии ионосферы; А. С. Шапкин осуществил консультирование по орбитальным параметрам кинематической модели, обосновал фазовый метод определения ПЭС на основе ретранслированного сигнала.

#### Список использованных источников

1. Способ оценивания полного электронного содержания в ионосфере на основе ретрансляции сигналов глобальной навигационной спутниковой системы GPS / И. В. Белоконов [и др.] // Информатика. – 2023. – Т. 20, № 2. – С. 7–27. <https://doi.org/10.37661/1816-0301-2023-20-2-7-27>
2. Радиолокационные станции с цифровым синтезированием апертуры антенны / В. Н. Антипов [и др.]; под ред. В. Т. Горяинова. – М. : Радио и связь, 1988. – 304 с.
3. Купряшкин, И. Ф. Малогабаритные многофункциональные РЛС с непрерывным частотно-модулированным излучением : монография / И. Ф. Купряшкин, В. П. Лихачев, Д. Б. Рязанцев. – М. : Радиотехника, 2020. – 280 с.
4. Куан, Н. В. Пассивная радиолокационная система мониторинга движения судов в прибрежных районах с использованием спутниковых сигналов подсвета / Н. В. Куан // Изв. высших учебных заведе-

ний России. Радиоэлектроника. – 2020. – Т. 23, № 3. – С. 41–52. <https://doi.org/10.32603/1993-8985-2020-23-3-41-52>

5. ГЛОНАСС. Принципы построения и функционирования / под ред. А. И. Перова, В. Н. Харисова. – 4-е изд., перераб. и доп. – М. : ИПРЖР, 2010. – 800 с.

6. Саврасов, Ю. С. Алгоритмы и программы в радиолокации / Ю. С. Саврасов. – М. : Радио и связь, 1985. – 216 с.

7. Козлов, С. В. Совместное обнаружение-измерение дальности элементов групповой цели в обзорных радиолокационных станциях с использованием оценочно-компенсационного подхода / С. В. Козлов, Ву Тхань Ха // Докл. БГУИР. – 2018. – № 4. – С. 79–86.

## References

1. Belokonov I. V., Krot A. M., Kozlov S. V., Kapliarchuk Y. A., Savinykh I. E., Shapkin A. S. *A method for estimating the total electron content in the ionosphere based on the retransmission of signals from the global navigation satellite system GPS*. Informatika [Informatics], 2023, vol. 20, no. 2, pp. 7–27 (In Russ.). <https://doi.org/10.37661/1816-0301-2023-20-2-7-27>

2. Antipov V. N., Goryainov V. T., Kulin A. N., Mansurov V. V. Radiolokacionnye stancii s cifrovym sintezirovaniem apertury anteny. *Radar Stations with Digital Antenna Aperture Synthesis*. In V. T. Goryainova (ed.). Moscow, Radio i svjaz', 1988, 304 p. (In Russ.).

3. Kupryashkin I. F., Lihachev V. P., Rjazancev D. B. Malogabaritnye mnogofunkcional'nye RLS s nepreryvnym chastotno-modulirovannym izlucheniem. *Small-sized multifunctional radars with continuous partial-modulated radiation*. Moscow, Radiotekhnika, 2020, 280 p. (In Russ.).

4. Kuan N. V. *Passive radar system for monitoring the movement of ships in coastal areas using satellite illumination signals*. Izvestija vysshih uchebnyh zavedenij Rossii. Radioelektronika [News of higher educational institutions in Russia, Radioelectronics], 2020, vol. 23, no. 3, pp. 41–52. <https://doi.org/10.32603/1993-8985-2020-23-3-41-52> (In Russ.).

5. GLONASS. Principy postroenija i funkcionirovanija. *GLONASS. Principles of Construction and Functioning*. In A. I. Perov, V. N. Kharisov (eds.), 4th ed. Moscow, IPRZhR, 2010, 800 p. (In Russ.).

6. Savrasov Yu. S. Algoritmy i programmy v radiolokacii. *Algorithms and Programs in Radar*. Moscow, Radio i svjaz', 1985, 216 p. (In Russ.).

7. Kozlov S. V., Wu Thanh Ha. Sovmestnoe obnaruzhenie-izmerenie dal'nosti jelementov gruppovoj celi v obzornyh radiolokacionnyh stancijah s ispol'zovaniem ocenочно-kompensacionnogo podhoda. *Joint detection and measurement of the range of elements of a group target in surveillance radar stations using the evaluation-compensation approach*. Doklady Belorusskogo gosudarstvennogo universiteta informatiki i radioelektroniki [Reports of the Belarusian State University of Informatics and Radioelectronics], 2018, no. 4, pp. 79–86 (In Russ.).

## Информация об авторах

Каплярчук Евгений Александрович, аспирант кафедры информационных радиотехнологий, Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники.  
E-mail: ek.genia13@gmail.com

Козлов Сергей Вячеславович, доктор технических наук, профессор, профессор кафедры информационных радиотехнологий, Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники.  
E-mail: kozlov@bsuir.by

Савиных Ирина Эдуардовна, инженер-программист, лаборатория моделирования самоорганизующихся систем, Объединенный институт проблем информатики Национальной академии наук Беларуси.  
E-mail: rct.savinykh@gmail.com

Шапкин Александр Сергеевич, аспирант, лаборатория моделирования самоорганизующихся систем, Объединенный институт проблем информатики Национальной академии наук Беларуси.  
E-mail: shap1kin2@gmail.com

## Information about the authors

Yauheni A. Kapliarchuk, Postgraduate Student at the Information Radioengineering Department, Belarusian State University of Informatics and Radioelectronics.  
E-mail: ek.genia13@gmail.com

Sergey V. Kozlov, D. Sc. (Eng.), Prof., Prof. at the Information Radioengineering Department, Belarusian State University of Informatics and Radioelectronics.  
E-mail: kozlov@bsuir.by

Irina E. Savinykh, Software Engineer, Laboratory of Self-organization System Modeling, The United Institute of Informatics Problems of the National Academy of Sciences of Belarus.  
E-mail: rct.savinykh@gmail.com

Aliaksandr S. Shapkin, Postgraduate Student, Laboratory of Self-organization System Modeling, The United Institute of Informatics Problems of the National Academy of Sciences of Belarus.  
E-mail: shap1kin2@gmail.com